

01163
ley.
6



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

**APROXIMACION REQUERIDA Y DISPERSION DE RESULTADOS
EN ENSAYES COMUNES DE LABORATORIO DE
MECANICA DE SUELOS**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA
(Mecánica de Suelos)**

**P R E S E N T A
SALOMON SEDANO LICONA**

MEXICO, D. F.

1982



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE GENERAL

1. INTRODUCCION	1
2. CONCEPTOS GENERALES	8
2.1 Aproximación requerida	8
2.2 Origen de la dispersión de resultados de pruebas de laboratorio	9
2.2.1 No homogeneidad del suelo	10
2.2.2 Muestreo	10
a) Cambio de las condiciones de esfuerzos	12
b) Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos	12
c) Alteración de la estructura del suelo	13
d) Cambios químicos	13
e) Mezcla y segregación	14
2.2.3 Equipo de ensayos de laboratorio	14
a) Equipo y procedimientos de ensaye	14
b) Errores de ensaye	16
2.3 Asignación de parámetros representativos	17
2.4 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados	19
2.4.1 Teoría de errores	20
2.4.2 Análisis paramétrico	21
2.4.3 Variables aleatorias	22
3. APROXIMACION REQUERIDA Y DISPERSION DE RESULTADOS DE LOS PRINCIPALES ENSAYES DE LABORATORIO	25
3.1 Propiedades físicas básicas	25
3.2 Densidad de sólidos	58
3.3 Análisis granulométrico por mallas	74
3.4 Límites de consistencia	92

3.5 Compactación de suelos finos	117
3.6 Permeabilidad	140
3.7 Consolidación unidimensional	153
3.8 Resistencia al corte	178
4. CONCLUSIONES GENERALES	223

ANEXOS

A Conceptos de error y de variable aleatoria	226
B Desarrollo de un parámetro de carga variable	271

Índice detallado de los subcapítulos 3.1 a 3.8:

1	Introducción
2	Objetivos
3	Aproximación requerida
4	Dispersión de resultados
-	Dispersión natural
-	Dispersión inducida por el muestreo
-	Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensayo
5	Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados
6	Conclusiones
7	Referencias

1. INTRODUCCION

Toda estructura que se construye, ya sea un edificio, un silo o una presa, debe apoyarse sobre el suelo. Además es común que éste se utilice como material de construcción. Ello obliga a investigar cuidadosamente las propiedades físicas necesarias para el diseño y su distribución dentro del medio.

El proceso que conduce a la solución de cualquier problema de ingeniería relacionado con el suelo, sigue tres etapas:

La primera etapa, consiste en plantear un esquema que represente el medio constituido por este material. La correcta interpretación de las condiciones en que se encuentra un depósito en la naturaleza (condiciones hidráulicas y estratigráficas), tiene la misma importancia que el propio conocimiento de sus propiedades físicas ya que, cualquier análisis que se haga, y por refinado que sea, conduce a resultados incorrectos si la

representación del medio se hace de manera errónea.

La idealización del medio mediante esquema que lo represente en su condición natural, se efectúa considerando que se encuentra compuesto por regiones dentro de las cuales, se supone que las propiedades físicas del suelo son constantes. Esta suposición se halla implícita permanentemente en las soluciones derivadas de la teoría del medio continuo y es parte del análisis ingenieril cotidiano en mecánica de suelos. Así, un depósito estratificado queda usualmente representado por tantas regiones como estratos posee y, en cada estrato se supone que las propiedades físicas del suelo son homogéneas.

En una segunda etapa, y como paso intermedio para poder predecir el comportamiento del suelo bajo las sollicitaciones impuestas, deben asignarse para cada región en estudio, unas propiedades físicas representativas. La correcta asignación de los parámetros del suelo a cada región o volumen considerado del medio, es un aspecto que reviste gran importancia ya que, de ello dependerá que los resultados pronosticados concuerden con la realidad, o que las diferencias observadas sean mínimas. Las propiedades físicas asignadas a cada región, consisten en algún tipo de promedio espacial de los parámetros del suelo determinados en el laboratorio para la región considerada. Esto es, un promedio de las propiedades físicas del volumen de suelo que queda representado por ellas.

Como etapa final, los parámetros representativos del suelo deben ser introducidos en algoritmos de cálculo (modelos matemáticos) desarrollados para predecir la respuesta del suelo bajo la acción de las sollicitaciones.

Los resultados obtenidos siguiendo el proceso anterior, se ven afectados por una incertidumbre global, que es la resultante de las siguientes incertidumbres: a) de la incertidumbre que existe en relación con la correcta esquematización del medio, b) de la incertidumbre debida a la dispersión de las propiedades físicas del suelo (dispersión natural, dispersión inducida por el muestreo y dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye), c) de la incertidumbre causada por errores cometidos en la asignación de los parámetros (promedio espacial no adecuado para el problema) y d) de la incertidumbre implícita en el algoritmo de cálculo (incluyendo la aplicabilidad del mismo al caso particular considerado y la propia confiabilidad del algoritmo). Estas incertidumbres son las que enfrenta el ingeniero en cada problema, y que debe tratar de reducir, mejorando las técnicas de muestreo y de ensayos de laboratorio, para predecir con la aproximación que requiere el comportamiento del suelo.

En este trabajo, se presta especial atención a las incertidumbres debidas a la dispersión de las propiedades físicas del suelo obtenidas en ensayos comunes, y someramente a la selección de parámetros representativos, procurando evaluar la influencia de dichas incertidumbres sobre los resultados de los análisis geotécnicos usuales. Se compara la incertidumbre que afecta estos resultados con la aproximación requerida en este tipo de análisis. No se incluyen en la discusión las incertidumbres relativas a la esquematización del medio ni al algoritmo empleado.

En el capítulo 2 de esta tesis, se presentan conceptos generales que permiten formalizar la discusión anterior. En particular, se definen con mayor precisión los conceptos de aproximación requerida, de dispersión de

resultados y de asignación de parámetros representativos. Además, se analizan, en términos generales, las relaciones existentes entre dispersión de resultados y aproximación requerida.

En la parte principal de las tesis (capítulo 3), se analizan los ocho ensayos comunes siguientes:

- 1. Propiedades físicas básicas
- 2. Densidad de sólidos
- 3. Análisis granulométrico por mallas
- 4. Límites de consistencia
- 5. Compactación
- 6. Permeabilidad
- 7. Consolidación unidimensional
- 8. Resistencia al corte

Cada ensayo se trata de manera análoga de acuerdo con la siguiente secuencia:

- 1. Introducción
- 2. Objetivos
- 3. Aproximación requerida
- 4. Dispersión de resultados (dispersión natural, dispersión inducida por el muestreo y dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensayo)
- 5. Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados

6. Conclusiones

7. Referencias

En la Introducción, se proporcionan las definiciones correspondientes al ensaye o se hace una breve descripción de la prueba y las formas usuales como ésta se lleva a cabo.

En Objetivos, se establecen los propósitos principales de los ensayos y se definen los parámetros usuales que se obtienen con la realización de las pruebas.

En la parte dedicada a Aproximación requerida, se define un orden de aproximación con que deben conocerse los parámetros del suelo en función de la aplicación que se les da.

En Dispersión de resultados, se tratan las tres causas más comunes de la incertidumbre implícita en la obtención de las propiedades físicas del suelo, que son: la dispersión natural, la dispersión inducida por el muestreo y la dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye. En esta parte, se dan valores de la dispersión reportados en la literatura.

En la parte dedicada a la Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados se hace la comparación entre ambos factores, desglosando el segundo de ellos en sus componentes que son: dispersión natural, dispersión inducida por el muestreo y dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye.

En la parte relativa a Conclusiones, se sintetizan los factores mas importantes que son causa de la dispersión.

En Referencias se proporciona una lista de trabajos citados en el texto.

Durante el desarrollo se dan algunos ejemplos a manera de ilustración.

Se incluyen dos anexos; el primer anexo (Anexo A) sirve como referencia de conceptos y fórmulas que se utilizan en los ejemplos ilustrativos que se desarrollan en el trabajo.

En él se resumen la teoría de errores, proporcionados por el cálculo diferencial, y el concepto probabilístico de variable aleatoria. Este anexo se considera de utilidad, sobre todo para el lector no familiarizado con la teoría de la probabilidad, ya que cuenta con las bases necesarias para seguir de cerca los planteamientos dados y los ejemplos ilustrativos del capítulo 3.

En el segundo anexo (Anexo B), se presenta un ejemplo del desarrollo de un permeámetro, diseñado por el autor en el Departamento de Estudios Experimentales de la CFE. Este aparato presenta ciertas ventajas sobre los aparatos de su clase, como el sello de la muestra y el recipiente que se resuelve mediante el uso de una membrana de látex accionada con aire a presión. Además incluye el uso de contrapresión para lograr una saturación mas efectiva de los especímenes y la medición del gasto de entrada y del de salida.

Por otra parte, con este aparato es posible medir, con razonable precisión, coeficientes de permeabilidad hasta del orden de 10^{-8} cm/seg sin te-

ner que recurrir a la prueba de consolidación.

El último capítulo contiene las conclusiones de carácter general derivadas de este estudio y se señalan direcciones que deberán seguirse para trabajos futuros sobre este problema.

A pesar de la importancia del tema, se observa que la información que existe es relativamente escasa, y también que son pocos o nulos los esfuerzos que se desarrollan para efectuar investigaciones al respecto. Existen discrepancias o contradicciones importantes entre los resultados de los trabajos que se reportan en la literatura acerca de la dispersión de los parámetros. Este hecho ha constituido una limitante seria para el desarrollo del presente trabajo.

La parte relativa a Dispersión ocasionada por el equipo usado en el laboratorio y por procedimientos de ensaye, se desarrolla considerando que el equipo empleado es el usual de laboratorio y no se tratan algunos puntos como son: tipo de ensaye (p.e. en resistencia al corte no se discuten las diferencias que podrían resultar de determinar los parámetros de resistencia con distintas pruebas como: corte directo o compresión triaxial), influencia de las dimensiones del espécimen (relación de esbeltez, diámetro o espesor mínimo, etc.) en los resultados, etc.

En relación con la dispersión producida por el muestreo, las consideraciones que se incluyen en esta tesis se limitan generalmente a las técnicas más usadas en nuestro medio.

2. CONCEPTOS GENERALES

2.1 Aproximación requerida

El ingeniero civil, dedicado al análisis de problemas geotécnicos, requiere usualmente garantizar sus resultados con cierto orden preestablecido de aproximación. Este valor, está acotado por motivos de funcionamiento estructural de la obra (p.e. en lo relativo a asentamientos diferenciales permisibles, es necesario cierta precisión en el cálculo de las deformaciones del suelo para garantizar que la estructura no sufra daños por deformaciones excesivas) o por requisitos estipulados en los reglamentos o códigos de diseño o construcción (en este caso se requiere garantizar los resultados con cierta aproximación para no consumir los coeficientes de seguridad* proporcionados por los reglamentos y que se usan en los análisis

* Así, si se sigue el enfoque del actual Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, los valores de resistencia del suelo no deberán, para ser aceptables, ser inferiores a los estimados por los procedimientos usuales multiplicados por el factor de resistencia F_R (menor que 1) que especifica dicho reglamento.

sis). El orden de aproximación aceptado, fija entonces un intervalo de resultados aceptables alrededor del resultado previsto.

Los resultados aceptables corresponden a un intervalo de respuestas del algoritmo de cálculo. Como éste es un modelo de transformación que convierte los parámetros del suelo en resultados, en sentido inverso resulta que, el intervalo de valores de los parámetros del suelo está acotado, a través del algoritmo de cálculo, por el intervalo de respuestas de éste. En consecuencia, este intervalo fija el orden de aproximación requerida en la determinación de los parámetros del suelo.

De acuerdo con lo anterior se obtiene que, la aproximación requerida en la determinación de los parámetros del suelo, es función del grado de aproximación con que se desea predecir su comportamiento y dependerá del problema particular al que se enfrente el ingeniero.

2.2 Origen de la dispersión de resultados de pruebas de laboratorio

La dispersión de resultados de pruebas de laboratorio se debe a tres factores fundamentales:

La no homogeneidad del suelo

El muestreo

El equipo de ensayos de laboratorio

2.2.1 No homogeneidad del suelo

En la naturaleza, los principales agentes de depositación de los suelos son el agua y el viento. Estos presentan condiciones variables en función de cambios estacionales o de cambios de las condiciones ambientales que originan cambios subsecuentes en la potencialidad de arrastre de las partículas. Así, se producen depósitos diversos en los que fragmentos de roca, gravas, arenas, limos y arcillas se hallan solos o mezclados en diversas proporciones, dependiendo del proceso seguido en la historia de su depositación. Es por esto que, en una porción considerada del subsuelo las propiedades físicas del suelo presentan una serie de desviaciones locales (dispersión natural). Tal es el caso p.e. de un estrato de suelo que, aunque para fines prácticos de análisis se supone que es "relativamente homogéneo", está compuesto por numerosos substratos de espesor variable, cuya depositación se hizo en diversos períodos de tiempo y bajo circunstancias no siempre similares, lo que produce variaciones importantes de las propiedades físicas del suelo en su condición natural.

Los suelos residuales también son heterogéneos en cuanto a sus propiedades físicas, dependiendo del grado de alteración en que se encuentre la roca.

2.2.2 Muestreo

El procedimiento empleado para recuperar los suelos, normalmente ocasiona cambios irreparables de sus propiedades físicas. Independientemente de la calidad de las técnicas de muestreo, las muestras extraídas son afectadas antes, durante y después del muestreo. Aunque con el uso de métodos

y equipo apropiado de muestreo y con trabajo cuidadoso de campo la mayor parte de las alteraciones pueden ser evitadas o reducidas en una gran proporción, los esfuerzos a que está sometido el suelo en el medio se reducen hasta los de la presión atmosférica provocándose pequeños cambios de volumen en la muestra y ligeras alteraciones estructurales.

En operaciones de muestreo realizadas por medio de sondeos, la alteración del suelo antes de muestrearlo se desarrolla en la parte superior de la muestra. Aunque un muestreo cuidadoso reduce apreciablemente cualquier perturbación hacia el centro de la muestra, la parte inferior de la misma también se altera a causa de las fuerzas de tensión y torsión que se producen al separarla del subsuelo. Esta última operación afectará la parte superior de la siguiente muestra y así sucesivamente.

Durante el muestreo, se desarrollan fuerzas de fricción entre las paredes del tubo y el suelo, que provocan un desplazamiento relativo del material en una faja anular localizada en la vecindad de las paredes del muestreador cuando el suelo es obligado a penetrar en su interior. Esta causa produce distorsiones que pueden ser importantes en algunas clases de suelos.

En muestras obtenidas por acceso directo (a través de túneles o de pozos a cielo abierto), la alteración que se produce se reduce al mínimo ya que, solo existe la reducción de esfuerzos debida a su extracción del medio con los consecuentes cambios de volumen.

Las alteraciones a que se encuentran sometidas las muestras de suelo, se clasifican en los siguientes tipos básicos, que van desde ligeras hasta

graves y que en su mayor parte pueden ser evitadas o atenuadas.

Cambio de las condiciones de esfuerzos
 Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos
 Alteración de la estructura del suelo
 Cambios químicos
 Mezcla y segregación

a) Cambio de las condiciones de esfuerzos.

El suelo está sometido a incrementos y decrementos de esfuerzos durante la ejecución del sondeo y las operaciones de muestreo. Con la reducción de los esfuerzos totales hasta la presión atmosférica, se causa un decremento de la presión de poro aunada a un incremento de volumen del suelo. La expansión no puede llevarse a cabo sin un aumento del contenido de agua o de admisión de aire en los poros.

La influencia que tiene en las propiedades físicas del suelo el alivio de esfuerzos y su posterior restitución en el ensayo se puede interpretar como un efecto de histéresis.

b) Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos.

Los cambios de volumen y de la relación de vacíos del suelo ocurren antes durante y después del muestreo. En arcillas preconsolidadas se produce la migración del agua intersticial desde las zonas inalteradas de la muestra hacia las zonas alteradas y en sentido inverso para las arcillas normalmente consolidadas. Un incremento del contenido de agua y de la rela-

ción de vacíos en un suelo cohesivo, provoca un aumento de la permeabilidad y de la consolidación inicial y un decremento de la resistencia al corte, mientras que, la causa contraria provoca el efecto inverso.

c) Alteración de la estructura del suelo

La alteración estructural del suelo se produce antes durante y después del muestreo. En muestras obtenidas de sondeos, existen tres zonas preferentes en las que se produce alteración del suelo: en la parte superior e inferior de la muestra y en una faja anular perimetral vecina a las paredes del muestreador. En el caso de muestras obtenidas por acceso directo, la alteración se reduce considerablemente pero, la alteración producida antes del muestreo puede ser apreciable, especialmente si el suelo es blando y el muestreo se realiza a una profundidad importante.

La alteración de la estructura del suelo provoca un debilitamiento de las ligas que existen entre sus granos y un reacondo de sus partículas, que viene acompañado por la tendencia al cambio de su relación de vacíos. Esta causa produce un aumento de la compresibilidad del suelo y una reducción de su resistencia al corte, además de las consecuencias derivadas por la migración del agua intersticial entre las zonas alteradas e inalteradas de la muestra.

d) Cambios químicos

Son producidos por ácidos o bases del suelo o del agua intersticial y actúan principalmente cuando las muestras se almacenan sin ninguna protección por periodos prolongados de tiempo en los tubos de muestreo.

Esta clase de alteración produce cambios de color, manchas y en otros casos, una fuerte adherencia con los tubos de muestreo.

e) Mezcla y segregación

Ocurre usualmente por falta de cuidado en el muestreo (no se coloca ademe, no se procede a limpiar con cuidado el sondeo después de cada muestreo, etc.), por el empleo de herramientas inadecuadas (p.e. uso de barras helicoidales o uso de muestreadores con índice de áreas muy grande) o por uso de técnicas de muestreo inapropiadas.

2.2.3 Equipo de ensayos de laboratorio

Comúnmente, suele considerarse que los parámetros del suelo se obtienen fielmente en el laboratorio, aunque este hecho permanece en muchos casos alejado de la realidad pues el proceso que usualmente se emplea para investigar sus propiedades físicas, produce alteraciones que pueden ser importantes.

La dispersión de resultados debida a los ensayos de laboratorio obedece a dos causas principales:

Equipo y procedimientos de ensaye

Errores de ensaye

a) Equipo y procedimientos de ensaye

El suelo está sometido a alteraciones producidas en el laboratorio por ma-

nejo y manipuleo de las muestras cuando se preparan los especímenes para los ensayos. Este procedimiento comprende los dos aspectos siguientes:

Remoción de la muestra

Fabricación del espécimen

- Remoción de la muestra

Es común que las muestras obtenidas por medio de sondeos, se envíen al laboratorio en los mismos tubos utilizados para muestrear el suelo. La operación realizada para extruir el suelo del tubo de muestreo produce una alteración de sus propiedades físicas a causa de los esfuerzos necesarios que hay que transmitir al material para lograr deslizarlo por las paredes del muestreador. Esto ocasiona distorsiones semejantes a las producidas por el muestreo. El efecto es mas importante cuando la muestra ha permanecido almacenada por algún tiempo y ocurren cambios en el suelo (tixotrópicos o cambios químicos) que lo adhieren fuertemente a las paredes del tubo.

- Fabricación del espécimen

Los cambios en las propiedades físicas del suelo son causadas principalmente por las operaciones efectuadas al labrar las probetas de ensaye. Estas alteraciones producen capas de suelo remoldeado que cubren el área lateral de las probetas, y el efecto es mas importante en el caso de especímenes pequeños ya que, el suelo remoldeado representa una proporción importante de su volumen.

b) Errores de ensaye

Los parámetros del suelo no se determinan en forma directa sino que, para llegar a ellos deben pesarse o medirse, siguiendo cierto procedimiento, las muestras obtenidas. Con este proceso, se obtienen siete variables fundamentales, necesarias para calcular u obtener los parámetros del suelo.

Estas variables son generalmente: peso, longitud, volumen, temperatura, carga, presión y tiempo.

La importancia que tienen las variables anteriores en los parámetros del suelo, dependerá de la sensibilidad de cambio de los parámetros ante cualquier cambio de las variables y de la precisión con que se determinan éstas.

Existen en los laboratorios dos tipos fundamentales de errores de ensaye:

Error sistemático

Error casual

- Error sistemático

Es el error que produce un sesgo constante en las lecturas o cantidades medidas o pesadas. Este es ocasionado por defectos de calibración del equipo empleado.

- Error casual

Se produce por falta de precisión o por errores cometidos en el registro

o apreciación de las lecturas y mediciones realizadas en el laboratorio. Este error conduce a subestimar o a sobreestimar los parámetros del suelo.

2.3 Asignación de parámetros representativos

La correcta asignación de los parámetros del suelo a cada región considerada del medio, es un aspecto que reviste gran importancia ya que, de ello dependerá que la predicción del comportamiento corresponda con la realidad o que las diferencias sean mínimas.

La obtención de los parámetros representativos, se logra ensayando en el laboratorio una serie de especímenes de cada región en estudio con el fin de obtener un promedio significativo de valores de los parámetros del suelo. Así, un parámetro representativo de una región del subsuelo, es un promedio espacial de varios parámetros de este tipo, obtenidos en la región, con que debe alimentarse el algoritmo de cálculo para que la predicción del comportamiento del suelo corresponda a la realidad.

Debido a la dispersión natural que suelen exhibir los depósitos de suelo, los parámetros representativos no son los que se obtienen con un solo resultado de laboratorio ni siempre con un simple promedio aritmético de resultados sino que, dependen del objetivo perseguido.

El ingeniero debe estimar, para cada región, que promedio de valores de cierto parámetro es el más representativo de las condiciones del subsuelo e introducirlo en los cálculos que realiza. Este promedio es el valor que debe ser asignado a la región considerada.

Existen varias clases de promedios que puede emplear el ingeniero para calcular el valor de los parámetros representativos:

Promedio aritmético

Promedio pesado

Promedio geométrico

Promedio armónico

Promedio "homogéneo"

Como ejemplo clásico de lo anterior, se tiene el caso de flujo de agua a través de formaciones estratificadas, en donde, si el objetivo es calcular el flujo horizontal, entonces el coeficiente de permeabilidad que debe ser asignado al suelo queda mejor representado por el promedio pesado de valores de los coeficientes de permeabilidad obtenidos a diferentes profundidades. En cambio, para el flujo vertical el mejor promedio representativo del coeficiente de permeabilidad resulta ser el armónico. Cuando se emplea la teoría de la sección transformada (en aquellos casos de flujo en donde el suelo puede considerarse homogéneo e isótropo y la permeabilidad para el flujo vertical es distinta de la permeabilidad para el flujo horizontal) el mejor promedio representativo del coeficiente de permeabilidad es el geométrico.

La posibilidad de recurrir a un promedio "homogéneo" se presenta cuando los parámetros del suelo no se determinan directamente sino que requieren calcularse con fórmulas (p.e. contenido de agua, densidad de sólidos, etc.), a partir de cantidades directamente medibles. Hay ocasiones en que es posible obtener un valor medio de los parámetros, acumulando en las variables independientes que sirven de base para su cálculo, los distintos valores individuales de ellas obtenidos en cada ensayo. Cada pará

metro, representado por este valor medio, es el que se habría obtenido de haberse utilizado en el ensayo todo el suelo que se empleó en los ensayos parciales. Es decir, este procedimiento conduce a obtener un promedio cuyo resultado es el valor del parámetro representativo del suelo considerado como homogéneo. El valor medio, obtenido en esta forma, elimina los efectos de escala (en cuanto a dispersión de valores se refiere) producidos por utilizar pequeñas porciones o volúmenes de suelo en los ensayos. Este valor, es el equivalente homogéneo del parámetro en estudio, asociado a todo el volumen del suelo utilizado en los ensayos parciales.

El promedio "homogéneo" resulta útil para calcular los parámetros representativos del suelo en aquéllos casos en que éste va a ser mezclado hasta lograr un material homogéneo. Esta condición se presenta en los materiales térreos de construcción (de presas, de caminos, etc.) extraídos de bancos de préstamo. También es útil para calcular los parámetros representativos del suelo de regiones o de depósitos naturales que no muestran variaciones importantes de sus propiedades físicas, y que se pueden tratar como si fueran homogéneos.

La selección de los parámetros representativos del suelo, ocasiona una incertidumbre adicional que repercute en los resultados de los análisis, cuando se plantea la selección del promedio espacial que debe utilizarse en la evaluación de dichos parámetros. Este aspecto es muy importante ya que, una asignación dudosa puede producir errores considerables.

2.4 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados

Para analizar la relación que existe entre aproximación requerida y dis-

persión de resultados de laboratorio, el ingeniero puede utilizar procedimientos como los siguientes:

Teoría de errores

Análisis paramétrico

Variables aleatorias

2.4.1 Teoría de errores

Esta teoría, cuyos fundamentos se resumen en el Anexo A, se basa en el cálculo diferencial y permite analizar, en forma aproximada, como varía la respuesta del algoritmo de cálculo cuando sus términos independientes, alimentados con los parámetros del suelo, se alteran de cierta cantidad. Esta alteración, es debida a desviaciones o cambios de los valores de los parámetros del suelo causados por la dispersión de resultados de laboratorio, obtenidos durante la determinación de las cantidades que sirven de base para su cálculo. La teoría proporciona dos formas de expresar la aproximación requerida en términos de la dispersión de resultados: por medio del Error Absoluto o por medio del Error Relativo.

El error absoluto, es igual a la diferencial total de la función, representada por el algoritmo de cálculo, en la que, los términos diferenciales se sustituyen por las desviaciones o incrementos de los parámetros del suelo y se calcula, asignándole los valores de los parámetros (variables de la función) y los de las desviaciones de éstos.

El error relativo, es igual al error absoluto de la función dividido entre el valor de la función.

Este procedimiento, tiene algunas limitaciones importantes. Por una parte, los incrementos de las variables de la función se proporcionan suponiendo que su máxima desviación ocurre simultáneamente y que es del mismo signo. Esta suposición carece de sentido pues, la probabilidad de que las peores circunstancias se presenten en forma simultánea es generalmente muy pequeña. Por otra parte, este método es únicamente válido cuando las desviaciones son de pequeña magnitud pues de otra manera, en el caso de funciones no lineales, el error calculado puede diferir fuertemente del incremento de la función (ver Anexo A) y la teoría resulta inaplicable para relacionar la aproximación requerida con la dispersión de resultados.

2.4.2. Análisis paramétrico

Es un procedimiento que consiste en estimar en forma cualitativa, los límites superior e inferior del intervalo de valores que puede adoptar un parámetro del suelo, para de allí, definir que valor del parámetro se va a emplear en los cálculos. Este procedimiento es muy impreciso, pues se basa en un análisis subjetivo del problema que da como resultado que el valor seleccionado para el cálculo posea una incertidumbre de magnitud desconocida. Además, dicho valor puede quedar sesgado de manera muy importante en relación con el promedio representativo de los distintos valores de este parámetro. Este aspecto resulta ser más importante cuando la función del algoritmo de cálculo es no lineal ya que, por esta causa, el resultado puede tener valores muy alejados de la respuesta que se hubiese obtenido de haberse empleado en el cálculo el valor representativo del parámetro.

2.4.3 Variables aleatorias*

Un procedimiento mas formal que los anteriores, consiste en tratar a los parámetros del suelo como variables aleatorias y asignarles una función de probabilidad que refleje las incertidumbres que las afectan. De esta manera, se puede analizar en forma objetiva la relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados de laboratorio ya que, tomando en cuenta la forma de la función del algoritmo de cálculo, es posible obtener la función de probabilidad de resultados de éste a partir de la función de probabilidad de los parámetros del suelo. Este aspecto es fundamental, pues el proceso anterior permite analizar como el algoritmo de cálculo transforma la dispersión de resultados de laboratorio en dispersión de respuestas.

En efecto, sea $y = g(x)$ un algoritmo de cálculo cuya representación gráfica se muestra en la figura 2.1 y en el que, $g(x)$ es la función que transforma el parámetro x del suelo en los resultados y del algoritmo. Sea también $f_X(x)$ la función de densidad de probabilidad del parámetro x . Esta función representa la dispersión de valores del parámetro X (considerado ahora como variable aleatoria) en el intervalo de valores (x_1, x_2) .

* En la parte correspondiente a variables aleatorias del Anexo A se hace un planteamiento mas completo de este enfoque.

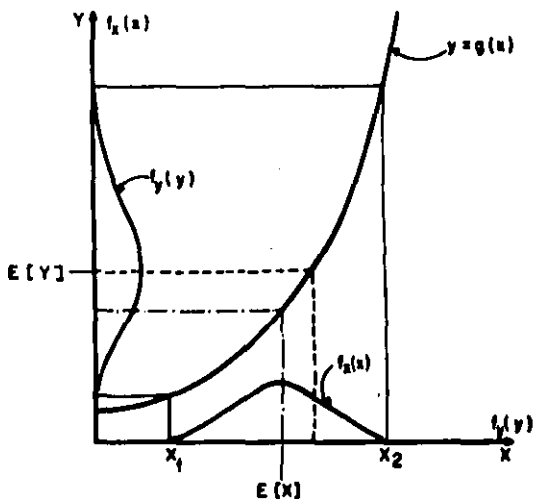


Fig 2.1 Transformación de la función $f_X(x)$ en la función $f_Y(y)$ por su paso a través del algoritmo $g(x)$

Transformando la función de probabilidad, $f_X(x)$, del parámetro del suelo a través del algoritmo de cálculo $y = g(x)$, se obtiene la función de probabilidad, $f_Y(y)$, de los resultados, Y , del algoritmo, correspondientes a los distintos valores del parámetro X . Si la función del algoritmo de cálculo no es lineal, el valor más probable del parámetro X (valor medio de $X = E(X)$) no corresponderá con el resultado más probable dado por el algoritmo de cálculo (valor medio de $Y = E(Y)$).

Considerando este enfoque, es posible analizar como se va transformando una densidad de probabilidad, $f_X(x)$, dada inicialmente, por el paso a

través de las funciones de varios algoritmos de cálculo (cuando interesa observar la transformación que sufre una función de densidad de probabilidad de varias variables aleatorias por su paso a través de la función de un algoritmo de cálculo, se hace uso de un operador llamado Jacobiano de la transformación -Meyer, 1970; Parzen, 1960-). También, es posible analizar, cuando no se cuenta con elementos de rigor acerca de la distribución completa de probabilidad, como se afectan ciertos valores por este paso, empleando el concepto de primeros momentos que se presenta en el anexo A.

Como se observa, este procedimiento interpreta de manera fiel la relación que existe entre la aproximación requerida y la dispersión de resultados de laboratorio. Esto se logra mediante la transformación de la densidad de probabilidad, $f_X(x)$, de los parámetros del suelo a través de los algoritmos de cálculo. Para efectuar estos análisis debe conocerse previamente la función $f_X(x)$ del suelo.

Debe reconocerse que, no existe todavía una tradición al respecto en nuestro medio de mecánica de suelos. En esta tesis, sin ignorar el enfoque tradicional, se hace un intento para efectuar los análisis por este procedimiento.

Referencias:

Meyer, P. (1970) "Introductory Probability and Statistical Applications", Addison-Wesley Publishing Company.

Parzen, E. (1960) "Modern Probability Theory and Its Applications", John Wiley and Sons, Inc., New York.

3. APROXIMACION REQUERIDA Y DISPERSION DE RESULTADOS EN LOS PRINCIPALES ENSAYES DE LABORATORIO

3.1 Propiedades físicas básicas

3.1.1 Introducción

Entre las pruebas mas usuales de laboratorio de mecánica de suelos, se encuentra la determinación de diversas propiedades físicas básicas del suelo; en particular:

- Peso volumétrico total, γ_m , o seco, γ_d
- Contenido de agua, w
- Relación de vacíos, e , o porosidad, n
- Grado de saturación, G_w

Estas propiedades básicas se obtienen a partir de la determinación del peso húmedo de la muestra (W_m) de su volumen (V_m) y de su peso seco (W_s)

(Fig. 3.1.1) y del valor de la densidad de sólidos (sección 3.2).

3.1.2 Objetivos

Cada una de las propiedades anteriores se determina con ciertos objetivos específicos:

a) Peso volumétrico

Esta propiedad, encuentra su principal aplicación en el cálculo de los esfuerzos totales, debidos al peso propio del suelo, que existen en el interior del medio. También encuentra aplicación como propiedad índice a partir de la cual es posible tener una primera idea de la compresibilidad y resistencia del material. Finalmente, tiene un uso amplio para control de compactación (sección 3.5)

b) Contenido de agua

Tiene principalmente dos propósitos: por una parte se emplea como índice cualitativo que permite, a través de las correlaciones existentes, estimar en forma preliminar ciertas propiedades físicas del suelo y detectar cambios de éstas dentro del mismo material o cambios de tipo de materiales constituyentes del subsuelo.

Generalmente, los contenidos de agua determinados a lo largo de un sondeo presentan un aspecto como el mostrado en la figura 3.1.2 en que los valores individuales distan mucho de parecerse entre sí o de presentar una transición gradual.

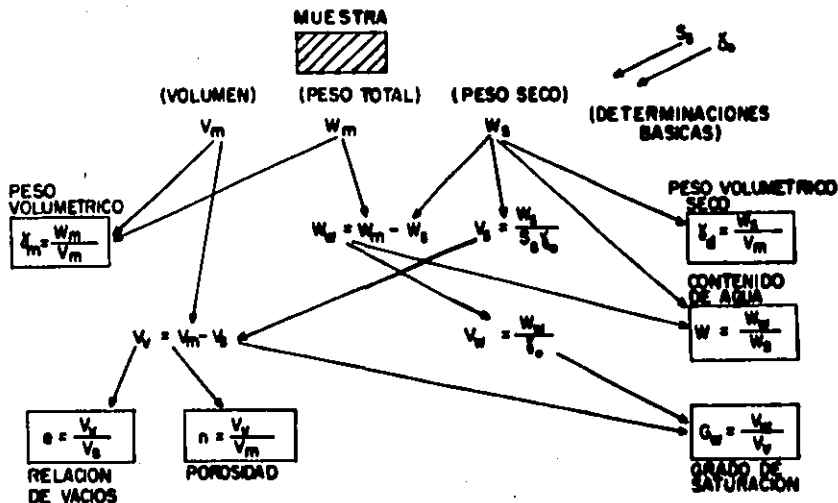
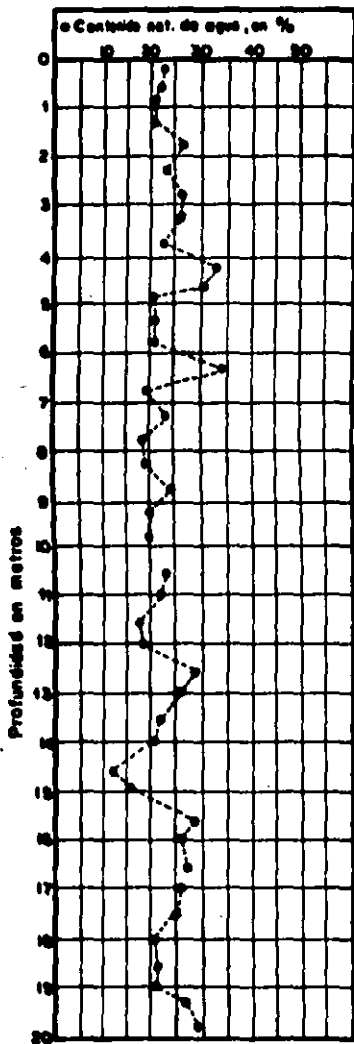
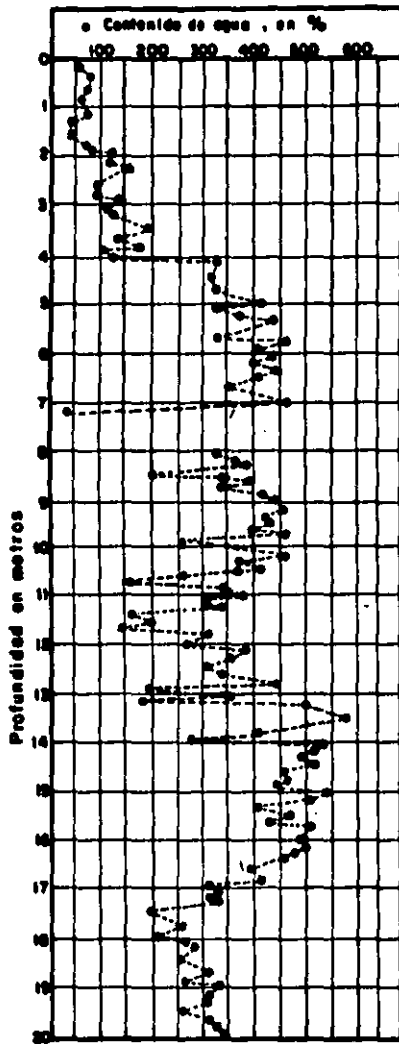


Fig 3.1.1 Obtención de las propiedades físicas básicas del suelo

Las variaciones del contenido de agua en un mismo suelo son un indicador de cambios en sus propiedades tales como: la resistencia y la compresibilidad (Hvorslev, 1960) y estos cambios son sensibles aún a pequeñas variaciones de humedad. Para ilustrar lo anterior, en la figura 3.1.3 se presenta una relación típica entre la resistencia a la compresión de arcillas remodeladas contra el contenido de agua (Henkel y Gilbert, 1952); en ella se observa que, a pequeñas variaciones de humedad corresponden cambios significativos en la resistencia del suelo. En la figura 3.1.4 aparece una relación entre la resistencia a la compresión simple y el contenido de agua de ciertos materiales arcillosos inalterados (Marsal y Mazari, 1969).



a) (CFE, 1961)



b) (Marsel y Mazeri, 1969)

Fig 3.12 Variación del contenido de agua con la profundidad

Por otra parte, el contenido de agua interviene en los cálculos de ciertos parámetros del suelo a través de correlaciones. Así, en la figura 3.1.5 se muestra una relación estadística entre el índice de compresibilidad y el contenido de agua, propuesta por Nishida para arcillas normalmente consolidadas.

c) Relación de vacíos y porosidad

Estas propiedades índice pueden usarse de tres maneras distintas: la primera de ellas es como indicador cualitativo de ciertas propiedades mecánicas o de resistencia como son: la permeabilidad, la compresibilidad, la resistencia y la susceptibilidad al colapso por saturación de los suelos.

En los ensayos de consolidación se asocia la relación de vacíos con la presión aplicada en las llamadas curvas de compresibilidad, usadas para los cálculos de asentamientos o expansiones. En tercer lugar pueden emplearse para obtener, a partir de alguna correlación, ciertos parámetros del suelo. En el caso de suelos saturados los conceptos de relación de vacíos y contenido de agua son equivalentes.

d) Grado de saturación

Se emplea como propiedad índice complementaria en los ensayos de compactación, de permeabilidad, de consolidación y de resistencia ya que, el comportamiento del suelo en condiciones no drenadas depende de su grado de saturación.

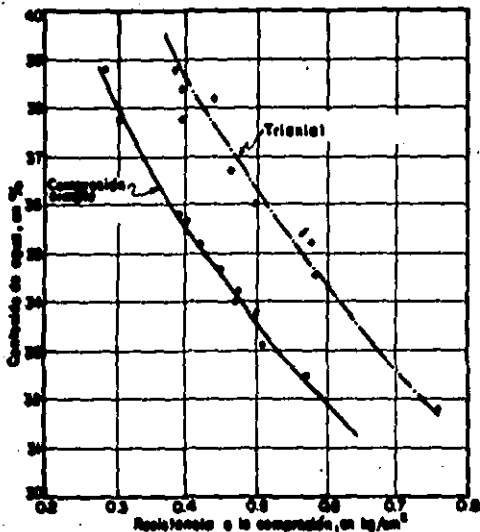


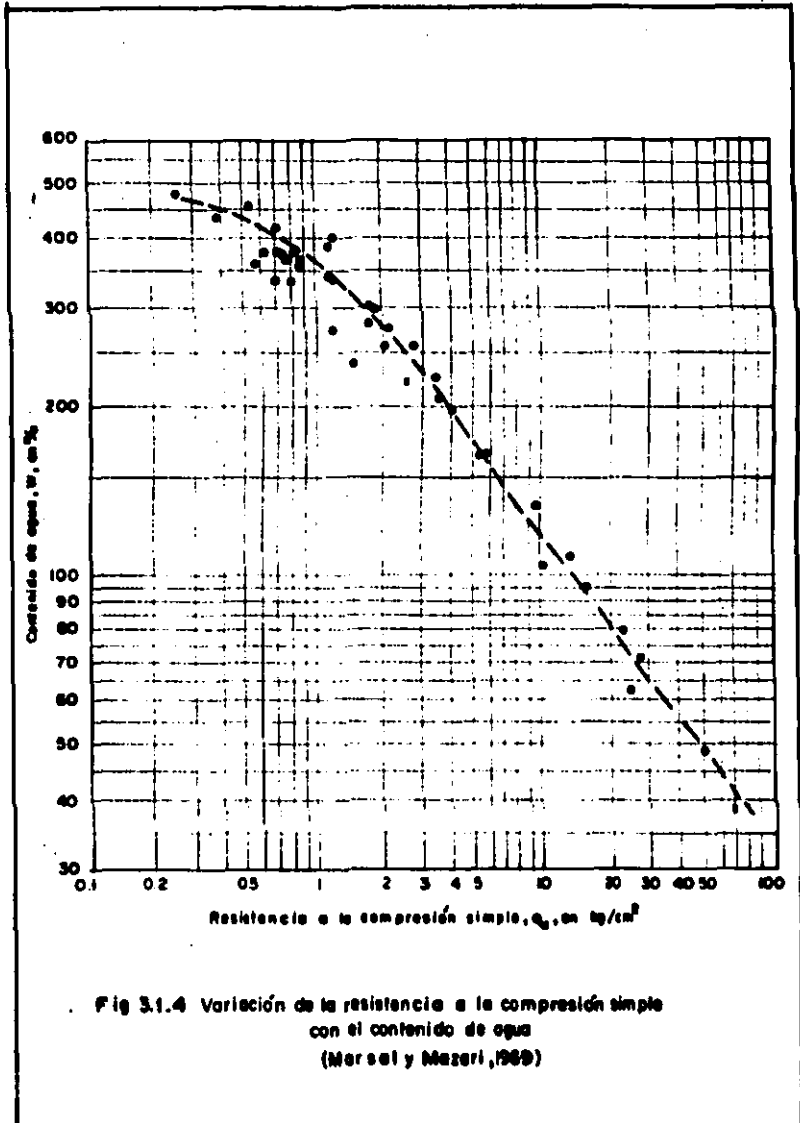
Fig 3.1.3- Relación entre resistencia del suelo a la compresión y su contenido de agua (Holtz y Gilbert, 1962)

3.1.3 Aproximación requerida

Es difícil definir la aproximación con que deben obtenerse las propiedades físicas básicas debido a que se usan, en la mayor parte de los casos, como índices cualitativos. Sin embargo, el error en su obtención no debe ser tal que estas propiedades dejen de cumplir con esta función. A continuación se intenta cuantificar lo que podría ser una precisión aceptable para cada propiedad, por lo menos en algunas situaciones típicas.

a) Peso volumétrico

Puede considerarse que una precisión del orden de 2 a 3% sería suficiente



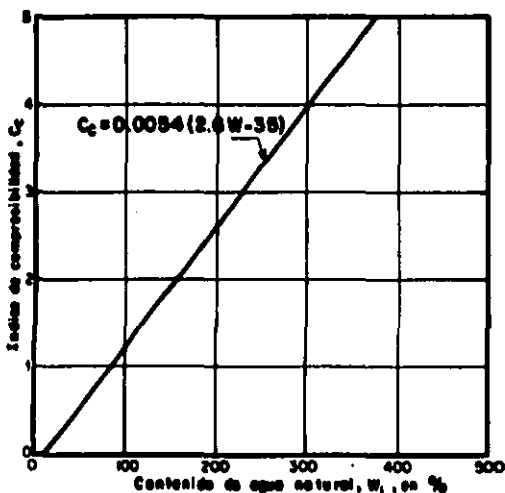


Fig.31.5 Índice de compresibilidad vs. contenido de agua; Correlación propuesta por Nichols (NAVFAC, DM-7, 1971)

para la evaluación del esfuerzo total existente en el medio en la mayor parte de las aplicaciones. Existen situaciones extremas en las que la precisión anterior podría resultar escasa. Este es el caso de suelos con alto contenido de agua abajo del nivel freático como los del Valle de México, donde un error absoluto pequeño en la determinación del peso volumétrico total puede llevar a errores relativos apreciables en el cálculo del es fuerzo efectivo.

Los esfuerzos efectivos, σ_z , a una profundidad, z , dada se calculan con la siguiente expresión:

$$\sigma_z = \gamma z$$

cuando el suelo está localizado por encima del nivel freático y

$$\sigma_z = (\gamma_m - 1)z$$

cuando el suelo se halla sumergido.

Calculando el error relativo, $\frac{d\sigma_z}{\sigma_z}$, para ambas expresiones resulta respectivamente:

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = \frac{d\gamma_m}{\gamma_m}$$

$$\frac{d\sigma_z}{\sigma_z} = \frac{d\gamma_m}{(\gamma_m - 1)}$$

A continuación se presentan valores típicos de γ_m y sus correspondientes valores de $\frac{d\sigma_z}{\sigma_z}$ para una precisión requerida de 2% en la obtención de γ_m

γ_m	$\frac{d\gamma_m}{\gamma_m}$	$\frac{d\gamma_m}{\gamma_m - 1}$
ton/m ³	---	---
1.2	0.02	0.12
1.4	0.02	0.07
1.6	0.02	0.05
1.8	0.02	0.045
2.0	0.02	0.04

Como se observa, en el caso de suelos sumergidos con bajo peso volumétrico (alto contenido de agua) el orden de aproximación requerida en la obtención de γ_m será función de la precisión tolerable en la determinación de los esfuerzos efectivos.

La precisión requerida en la determinación del peso volumétrico para fines de control de compactación se discute en la sección 3.5

b) Contenido de agua

Cuando el contenido de agua se va a emplear como índice cualitativo para estimar en forma preliminar ciertas propiedades físicas del suelo, se considera apropiado definir el grado de aproximación requerido (desviación aceptable) en términos del error relativo considerado como permisible en su determinación, quedando expresado como sigue:

$$c = \frac{dw}{w}$$

donde dw es la desviación máxima aceptable de esta característica, c el error relativo permitido en la determinación del contenido de agua y w el contenido de agua medio del suelo ensayado.

Las figuras 3.1.2 a 3.1.4 muestran que en muchos casos se podrá considerar que un error relativo inferior a 5% en la determinación del contenido de agua es suficiente para seguir apreciando con claridad los cambios de materiales o de propiedades del subsuelo. En el caso de las arcillas del valle de México un error relativo de 10% podría inclusive resultar aceptable.

Resulta interesante, por otra parte, cuantificar la aproximación requerida en la determinación del contenido de agua cuando se usa en la ya mencionada correlación estadística de Nishida.

Según la correlación propuesta se tiene:

$$C_c = 0.0054 (2.6w - 35)$$

despejando w , resulta:

$$w = \frac{1}{2.6} \left[\frac{C_c}{0.0054} + 35 \right]$$

diferenciando esta ecuación se tiene:

$$dw = \frac{1}{2.6} \frac{dC_c}{0.0054}$$

sustituyendo en la expresión del error relativo se llega a:

$$dw = \frac{dC_c}{C_c + 0.189 w}$$

Con esta expresión se define el orden de aproximación, dw , con que debe determinarse el contenido de agua de un suelo para poder estimar el valor del índice de compresibilidad con un orden de aproximación igual a dC_c .

De acuerdo con la ecuación anterior el error relativo permisible sobre el contenido de agua es sensiblemente el mismo que el error aceptable sobre C_c . Puede considerarse que, un error de 5% sería aceptable en la estimación de este índice.

Conviene subrayarse que, en el ejemplo anterior el error relativo obtenido es exclusivamente el correspondiente a la aplicación de la correlación propuesta y no cubre las incertidumbres implícitas en la misma, las cuales deberían analizarse con las técnicas estadísticas usuales.

c) Relación de vacíos

Como ya se mencionó, en el caso de los suelos saturados el contenido de agua y la relación de vacíos son conceptos equivalentes que pueden tener el mismo tipo de aplicaciones. La aproximación requerida sobre la relación de vacíos será en general semejante a la definida para el contenido de agua.

d) Grado de saturación

En la práctica, para que fuera realmente de utilidad, el grado de saturación debería obtenerse con una aproximación del orden de 1% en la cercanía de la saturación y de 3% en suelos con grados de saturación inferior a 90%.

3.1.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

El suelo en su estado natural no se puede considerar como un material homogéneo desde el punto de vista de la distribución de sus propiedades físicas, pues suele exhibir cambios o desviaciones bruscas de las mismas; por ejemplo, en la tabla 3.1.1 se presenta la variación del peso volumétrico, contenido de agua y relación de vacíos dentro de los materiales típicos de la Formación Arcillosa Superior del Subsuelo del Valle de México. Se observa que las propiedades físicas más variables son el contenido de agua y la relación de vacíos. Obviamente, en este caso la formación arcillosa debería dividirse, en forma algo arbitraria, en estratos sensible-

Tabla 3.1.1 Dispersión natural Típica de las propiedades físicas del subsuelo del Valle de México

Profundidad m	w %	e -	γ_m ton/m ³
5.55	55	1.43	1.66
9.15	85	2.21	1.50
15.80	300	7.05	1.17
16.50	42	1.09	1.77
19.80	320	7.52	1.16
23.65	200	4.70	1.24
27.20	273	6.42	1.18
29.10	248	5.83	1.20
33.50	300	7.05	1.17
38.20	42	1.09	1.77
41.55	174	4.17	1.27
41.95	30	0.68	1.75
45.25	174	4.17	1.27
47.70	68	4.03	1.28
Promedio	165	4.10	1.39
Desviación estándar	106	2.37	0.24
Coefficiente de variación	0.641	0.577	0.172

mente homogéneos con lo que, la dispersión en cada estrato disminuiría. Sin embargo, esta subdivisión, para que sea práctica, no deberá ser demasiado detallada.

En la fig. 3.1.6 se muestra la variación del contenido de agua para estratos que el ingeniero debería, a menos de caer en un grado de detalle im-

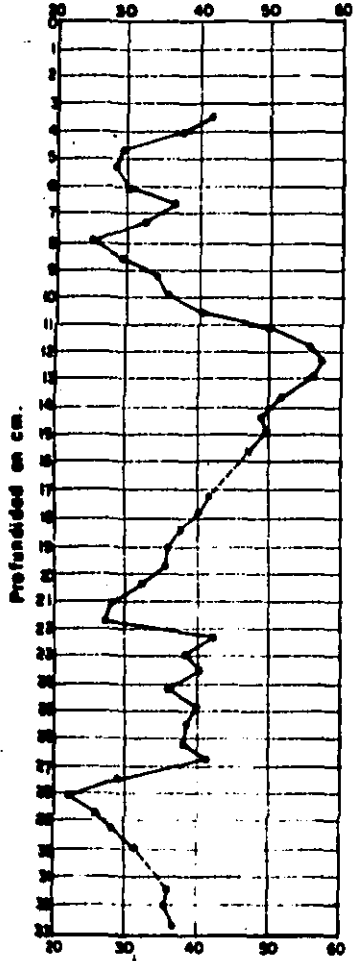


Fig 31.6 Variación del contenido de agua contra la profundidad en una muestra de arcilla azul de Boston. (Lambe, 1962)

práctico, considerar como homogéneos. Se trata de una sección vertical de 30 cm de longitud de la arcilla azul de Boston (Lambe, 1962). En ella, los contenidos de agua fueron determinados a cada 6 mm. Asimismo, la figura 3.1.7 presenta la distribución de humedades a lo largo de una muestra de 90 cm de longitud, tomada de una arcilla limosa clasificada como "uniforme" en toda su extensión (Armand y Mckanis, 1975) en la que, los contenidos de agua se encuentran variando entre 45 y 50%. En la tabla 3.1.2 se muestran los valores de la desviación estándar y del coeficiente de variación que son los estimadores, respectivamente, de la dispersión total y la dispersión relativa de los contenidos de agua en cada caso.

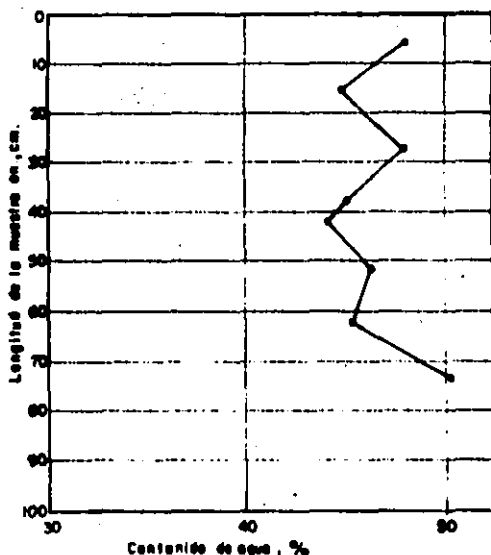


Fig.3.1.7 Variaciones en el contenido de agua con la longitud de la muestra (Armand y Mckanis, 1975)

Se observa que, en el primer suelo se presenta una dispersión natural del contenido de agua mayor que la que se presenta en el segundo.

Tabla 3.1.2 Promedio y dispersión natural del peso volumétrico, del contenido de agua y de la relación de vacíos (figs. 3.1.6 y 3.1.7)

Suelo	Contenido de agua			Relación de vacíos				Peso volumétrico		
	\bar{w}	σ_w	v_w	\bar{e}	σ_e	v_e	$\bar{\gamma}_m$	σ_γ	v_γ	
	%	%					k_g/m^3	k_g/m^3		
fig 3.1.5	37.6	8.53	0.277	1.04*	23.71*	0.631*	1882*	99**	0.052*	
fig 3.1.6	46.4	1.93	0.045	1.18**	4.92**	0.115**	1710**	16**	0.009**	

\bar{w} : promedio

σ_w : desviación estándar

v_w : coeficiente de variación

* $S_u = 2.78$ (Supuesto constante)

** $S_u = 2.55$ (Supuesto constante)

Es muy importante el uso de una muestra representativa en el laboratorio cuando se encuentran capas alternadas de materiales de distinta clase (vgr. arena y arcilla), pues en determinado momento se podría estar obteniendo el contenido de agua de la mezcla.

Si se admite por un momento que la densidad de sólidos puede considerarse constante*, la dispersión natural de la relación de vacíos se puede obtener como sigue (Anexo A):

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(e) &= \text{Var}(g(w)) \\
 &= E\{(s_s w - E(s_s w))^2\} \\
 &= E\{s_s^2 w^2 - 2 s_s w E(s_s w) + E^2(s_s w)\} \\
 &= s_s^2 E(w^2) - 2 s_s E(w) E(s_s w) + E^2(s_s w) \\
 &= s_s^2 (E(w^2) - E^2(w)) \\
 &= s_s^2 \text{Var}(w)
 \end{aligned}$$

De donde la desviación estándar de e vale:

$$\sigma_e = s_s \sigma_w$$

Y su coeficiente de variación

$$V_e = V_w$$

Ambos resultados se muestran también en la tabla 3.1.2 para los dos suelos anteriores. Asimismo, también se presentan el promedio, la desviación estándar y el coeficiente de variación del peso volumétrico obtenido bajo la hipótesis de que s_s es constante.

* Si s_s tuviera una variancia conocida se tendría, suponiendo s_s y w independientes:

$$\text{Var}(e) = E^2(w) \text{Var}(s_s) + E^2(s_s) \text{Var}(w) + \text{Var}(w) \text{Var}(s_s)$$

En la sección 3.5 se incluyen algunos datos relativos a la dispersión natural de pesos volumétricos secos.

Se observa que, para definir la dispersión natural de las anteriores propiedades índice, debe efectuarse un número suficiente de ensayos de laboratorio con suelo de cada región. Sin embargo, en ocasiones es posible interpretar la dispersión de algunas propiedades físicas a partir de la dispersión conocida de otra como es en el caso de arriba. Dado que el contenido de agua es la determinación más frecuente de laboratorio, la interpretación de la dispersión de otras propiedades índice podrá hacerse en función de ésta.

Para reducir el coeficiente de variación de una propiedad de interés, puede recurrirse a la determinación repetida de dicha propiedad en especímenes obtenidos en el mismo estrato y obtener algún tipo de promedio.

Así, si en un estrato se determinan n contenidos de agua w_i , el promedio aritmético:

$$\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{n}$$

tendrá, de acuerdo con la teoría de la estadística, un coeficiente de variación igual a:

$$v(w) = \frac{1}{\sqrt{n}} v(w_i)$$

la fórmula anterior podrá constituir una guía para seleccionar el número de determinaciones más adecuado.

Sin embargo, como se mencionó en el capítulo 2, el promedio aritmético no siempre será el más adecuado para estimar el parámetro de interés. Así, en el caso del contenido de agua existe la alternativa de recurrir a un promedio "homogéneo" como el siguiente:

$$\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^n w_{w_i}}{\sum_{i=1}^n w_{s_i}}$$

donde w_{w_i} es el peso del agua del suelo

y w_{s_i} es el peso del suelo seco

La dispersión de este promedio disminuirá con el número de pruebas en una forma más difícil de estimar que en el caso anterior. Conviene observar que no converge hacia el mismo valor que \bar{w} .

Otra alternativa consistirá en realizar determinaciones a diferentes profundidades y obtener un promedio "pesado" de la propiedad:

$$\bar{w} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i d_i}{\sum_{i=1}^n d_i}$$

donde d será el espesor del sustrato dentro del cual el valor w se considera representativo. Este promedio converge cuando aumenta el número de determinaciones pero hacia un valor que puede ser sensiblemente diferente de los anteriores.

La decisión de usar uno u otro promedio dependerá, fundamentalmente, del uso que se quiera dar al parámetro que se desea asignar al estrato. Un

error de decisión al respecto no cabe dentro de lo que se trata de cuantificar en esta tesis.

b) Dispersión debida al muestreo

Las técnicas de muestreo empleadas para recuperar el suelo, generalmente ocasionan cambios irreparables de las propiedades del mismo. Las propiedades físicas básicas no son la excepción y también se alteran por esos cambios ya que, debido a la perturbación estructural del suelo, se provocan cambios de volumen y como consecuencia migración del agua intersticial desde o hacia las zonas alteradas. Por ejemplo en la figura 3.1.8 se presentan esquemáticamente los datos reportados para cinco muestras de arcilla de la Cd. de México, extraídas con muestreadores de pared delgada de 12.7cm (5") de diámetro (Harsal y Mazari, 1969).

Según se puede apreciar, en este suelo se encontró de manera sistemática un mayor valor de los contenidos de agua hacia el centro de las muestras, lo cual pone de manifiesto la posibilidad de un proceso de alteración de su estructura que ocasiona la migración del agua intersticial hacia la zona central. Las desviaciones del contenido de agua propician errores relativos que oscilan entre 4% y 20% con relación al promedio de las secciones mostradas. La desviación estándar está comprendida en este caso entre 9.7 y 31.3 unidades de contenido de agua y los coeficientes de variación se encuentran entre 0.032 y 0.077. Si se considera que la densidad de sólidos es constante en cada sección, la dispersión inducida por el muestreo sobre la relación de vacíos hace que su coeficiente de variación oscile entre 0.095 y 0.173.

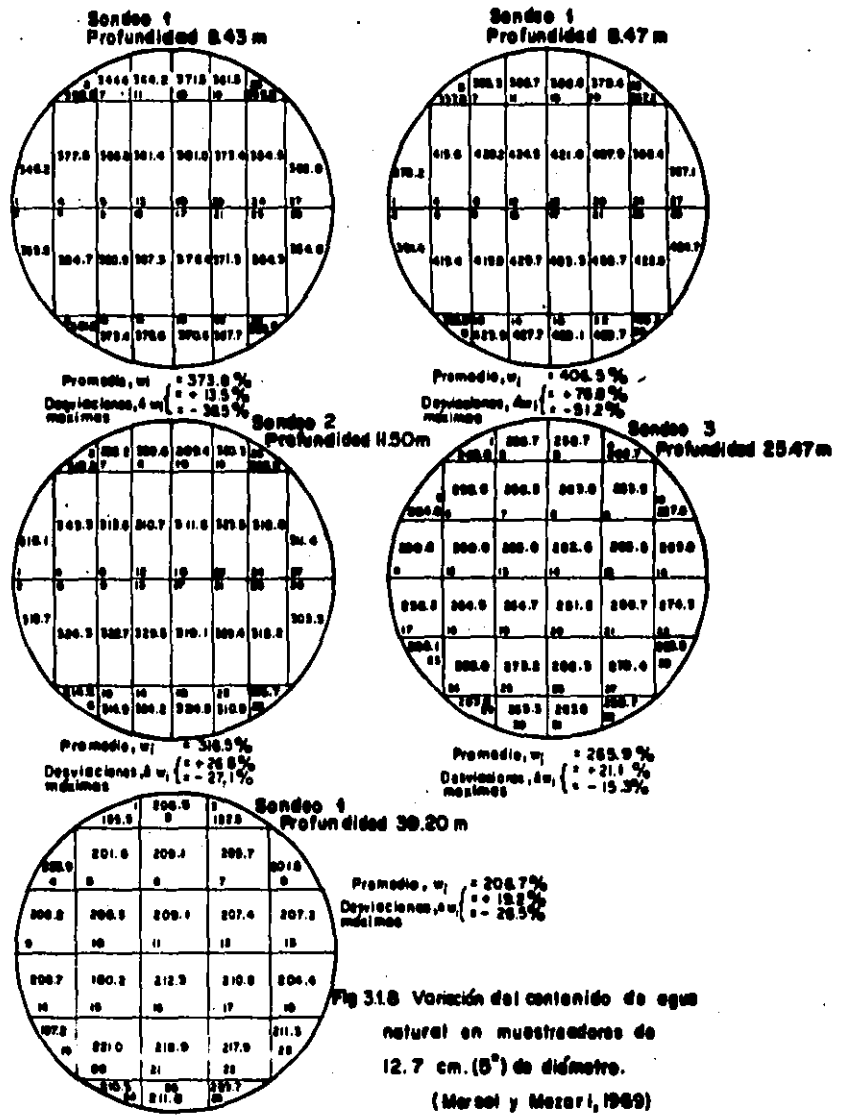


Fig 31.8 Variación del contenido de agua natural en muestreadores de 12.7 cm. (5") de diámetro. (Marcel y Mezari, 1969)

La Rochelle Sarrailh y Tavenas (1975) también reportan variaciones del contenido de agua en arcillas muestreadas con tubo de pared delgada de 73mm de diámetro. La investigación se hizo con especímenes de 2cm de espesor cortados transversalmente a su eje, de los cuales se tomaron muestras para determinar su contenido de agua del anillo exterior de 1cm de ancho (w_o), del corazón central de la muestra de 3cm de diámetro (w_c) y de la sección anular intermedia restante (w_i); tales ensayos, fueron realizados en muestras recién extraídas de los tubos y en muestras que habían sido almacenadas por algún tiempo. En la tabla 3.1.3 aparecen las determinaciones realizadas junto con la historia de los ensayos. Comparando los contenidos de agua del corazón y de la sección anular exterior ($w_c - w_o$), se observa que, para este suelo no existe una tendencia consistente del contenido de agua a ser mayor en el corazón del espécimen. Sin embargo, es interesante hacer resaltar el hecho de que en el caso de las muestras almacenadas por dos o tres años después de haber sido extraídas de sus tubos, los contenidos de agua en las secciones intermedias son sistemáticamente más altos que en la sección anular exterior correspondiente, con excepción de un solo caso. Como podrá observarse de la tabla, la diferencia máxima entre contenidos medios de agua para el mismo plano fue de 2.2%, y en términos generales el promedio de las diferencias máximas a lo largo de cualquier sección transversal al eje de los especímenes ensayados resultó menor que el 2% para este tipo de suelo. Si se acepta que la densidad de sólidos es prácticamente la misma a lo largo de planos horizontales y que éstos pertenecen a capas de un mismo estrato, la diferencia encontrada debe atribuirse a la alteración del suelo introducida por el muestreo. En este caso, el máximo error relativo producido por el muestreo sobre el contenido de agua fue de 3%.

Tabla 3.1.3 Dispersión del contenido de agua producida por el muestreo
(La Rochelle et al, 1975)

Tubo Nº	Profundidad en. m	Fecha del muestreo	Fecha de extrusión	Contenido de agua	w_o^a	$(w_i - w_o)$	w_i^a	$(w_c - w_i)$	w_c^a	$(w_c - w_o)$
N'	6.1	21/06/74	24/06/74	24/06/74	69.2	-1.5	67.7	-0.6	67.1	-2.1
					67.7	-0.6	67.1	+0.7	68.8	+1.1
N	2.1	21/06/74	24/06/74	24/06/74	66.8	-0.8	66.0	+0.9	66.9	+0.1
					62.5	+0.4	62.9	-0.6	62.3	-0.2
N'	6.1	21/06/74	13/07/74	13/07/74	70.2	0.0	70.2	-0.3	69.9	-0.3
					69.3	+0.5	69.8	+0.3	70.1	+0.2
C-4-6	4.0	20/10/72	29/01/73	07/01/75	73.3	+0.3	73.6	+0.6	74.2	+0.9
							70.3	-0.6	69.7	
C-26-5	5.6	12/09/72	18/10/72	07/01/75	65.0	+2.2	67.7	-1.3	66.4	+1.4
					51.1	+0.3	51.4	-1.9	49.5	-1.6
B-12-G	4.3	05/06/73	12/06/73	07/01/75	51.2	+0.9	52.1	-0.1	52.0	+0.8
					51.5	+0.4	51.9	-1.8	50.1	-1.4

w_o = Contenido de agua en la sección anular exterior de 1 cm de ancho

w_c = Contenido de agua del corazón central de 3 cm de diámetro

w_i = Contenido de agua de la sección anular intermedia

Tabla 3.1.3 Dispersión del contenido de agua producida por el muestreo
(La Rochelle et al, 1975)

Tubo Nº	Profundidad en, m	Fecha del muestreo	Fecha de extrusión	Contenido de agua	w_o^a	(w_1-w_o)	w_1^a	(w_o-w_1)	w_c^a	(w_c-w_o)
N'	6.1	21/06/74	24/06/74	24/06/74	69.2	-1.5	67.7	-0.6	67.1	-2.1
					67.7	-0.6	67.1	+0.7	68.8	+1.1
H'	2.1	21/06/74	24/06/74	24/06/74	66.8	-0.8	66.0	+0.9	66.9	+0.1
					62.5	+0.4	62.9	-0.6	62.3	-0.2
H'	6.1	21/06/74	13/07/74	13/07/74	70.2	0.0	70.2	-0.3	69.9	-0.3
					69.3	+0.5	69.8	+0.3	70.1	+0.2
C-4-6	4.0	20/10/72	29/01/73	07/01/75	73.3	+0.3	73.6	+0.6	74.2	+0.9
							70.3	-0.6	69.7	
C-26-5	5.6	12/09/72	18/10/72	07/01/75	65.0	+2.2	67.7	-1.3	66.4	+1.4
					51.1	+0.3	51.4	-1.9	49.5	-1.6
B-12-6	4.3	05/06/73	12/06/73	07/01/75	51.2	+0.9	52.1	-0.1	52.0	+0.8
					51.5	+0.4	51.9	-1.8	50.1	-1.4

w_o^a = Contenido de agua en la sección anular exterior de 1 cm de ancho

w_c^a = Contenido de agua del corazón central de 3 cm de diámetro

w_1^a = Contenido de agua de la sección anular intermedia

- c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensayo.

La dispersión de este tipo se origina en los errores cometidos al medir las cantidades básicas w_m , v_m y w_o (inciso 3.1.1). En relación con el peso seco, w_o , se ha demostrado que en los hornos que comúnmente se emplean en los laboratorios de mecánica de suelos (hornos sin circulación forzada de aire), existen variaciones muy importantes de temperatura en los distintos puntos de su interior (Lambe, 1949). Estas variaciones llegan a ser de varias decenas de grados centígrados para distintos sitios dentro de un mismo horno, según se ve en la figura 3.1.9, y afectan principalmente a los suelos más finos pues, las partículas de estos suelos están rodeadas por una película de agua de adsorción, parte de la cual puede ser removida al aplicar energía calorífica en cantidad suficiente. A mayor cantidad de calor aplicada mayor será la cantidad de agua que se elimine, con lo cual se obtiene un menor peso seco, y en consecuencia un aumento del contenido de agua del suelo.

La figura 3.1.10 ilustra el efecto producido por la temperatura de secado en el contenido de agua de varios suelos. El intervalo de finura de dichos suelos varía desde el de la arena de Ottawa hasta el de la arcilla de la Ciudad de México. La arena de Ottawa que posee granos gruesos en comparación con su película de agua de adsorción muestra poca influencia a la temperatura de secado, pues la relación entre el peso de esta agua y el peso del grano es insignificante como para ser detectado en el ensayo común. Sin embargo, en suelos de grano fino, como sucede con la arcilla de la Cd. de México, la película de agua de adsorción influye definitivamente en los resultados ya que su peso es del orden del peso de las partí

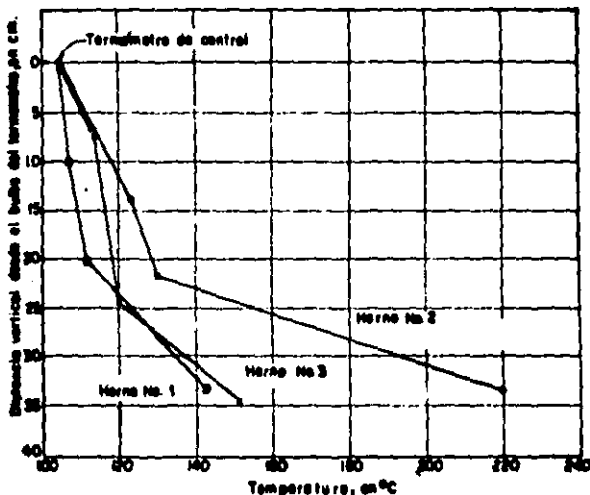


Fig. 3.1.9 Variación de la temperatura para distintos puntos en el interior de los hornos, (Lambe, 1949)

culas individuales (Lambe, 1949). Según la figura, la variación del contenido de agua por el efecto de secado diferencial de 105°C a 150°C puede producir un error relativo que oscila entre 0% para la arena de Ottawa y 3% para la arcilla de la Cd. de México.

Además de las causas anteriores, la precisión en los valores de las cantidades básicas ya mencionadas se ve afectada por incertidumbres debidas a errores cometidos durante el proceso de ensaje como son:

- Pérdidas de humedad durante el pesaje. Es la fuente mas probable de error cuando se deja transcurrir mucho tiempo entre la toma de la muestra y su pesaje posterior.

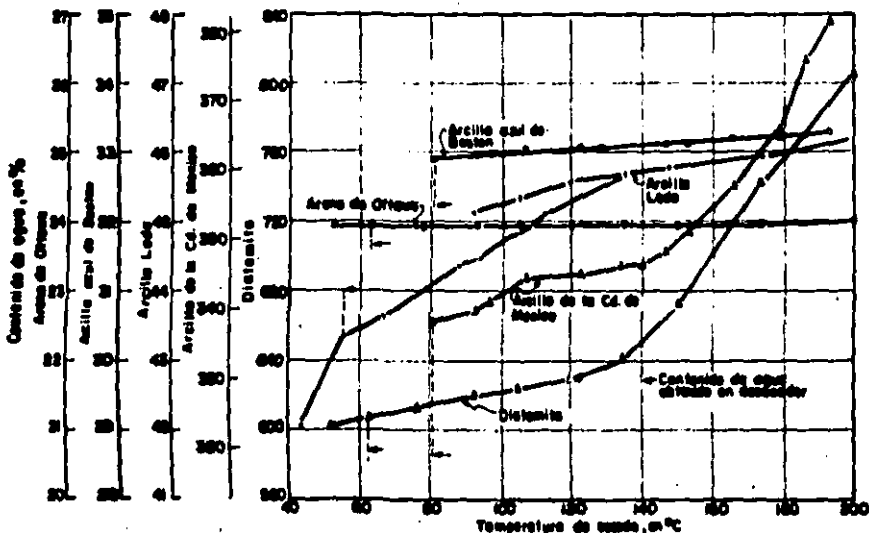


Fig. 3.10 Curvas de secado para distintos suelos (Lomba, 1949)

- Cantidad inadecuada de material. Debe tomarse la cantidad suficiente de suelo (vgr 200g para contenido de agua) para garantizar que la precisión del equipo es adecuada para obtener una buena aproximación en los resultados.
- Pérdidas de material. Esto ocurre principalmente durante el secado del suelo o en el intervalo de tiempo comprendido entre el pasaje del suelo húmedo y del suelo seco.
- Errores de calibración del equipo. Las balanzas, si no están correctamente niveladas pueden producir diferencias de peso hasta de 0.04g.

La influencia de los errores anteriores sobre la precisión con la que se obtienen las propiedades físicas básicas tiene que evaluarse en cada caso aplicando las fórmulas de la tabla 3.1.4. Solamente pueden darse aquí órdenes de magnitud algo subjetivos y aplicables a situaciones usuales. Los errores señalados en la tabla, son debidos a los siguientes motivos:

Errores de precisión

Errores debidos al secado diferencial del horno

a) Errores de precisión

De acuerdo con la tabla 3.1.4 los errores de precisión que se producen al determinar las propiedades físicas del suelo son de dos clases:

Error de pesada del suelo (húmedo y seco)

Error de medición del volumen del suelo

- Error de pesada del suelo

Las pesadas del suelo, tanto en húmedo como en seco, se llevan a cabo en balanzas cuya precisión es excelente en relación con el peso del suelo usado en los ensayos (vgr 0.01g de aproximación para un peso de material que oscila entre 150g y 200g). Una balanza con una precisión de 0.01g produce un sesgo en el peso del suelo, debido a una nivelación deficiente, hasta de 0.04g. Esto se traduce en un error relativo debido a la pesada menor que 0.05%.

Tabla 3.1.4 Errores en la determinación de las propiedades físicas básicas

Concepto	Fórmula aplicable	Orden de magnitud del error (%) *
Peso volumétrico, γ_m	$\frac{d\gamma_m}{\gamma_m} = \frac{dw_m}{w_m} - \frac{dV_m}{V_m}$	2
Peso volumétrico seco, γ_d	$\frac{d\gamma_d}{\gamma_d} = \frac{dw_s}{w_s} - \frac{dV_m}{V_m}$	2
Contenido de agua, w	$\frac{dw}{w} = \frac{dw_w}{w_w} - \frac{dw_s}{w_s}$	1**
Relación de vacíos, e (suelos saturados)	$\frac{de}{e} = \frac{dw_m - \frac{w_m}{w_s} dw_s}{(w_m - w_s)} + \frac{ds_s}{s_s}$	2***
Grado de saturación, G_w	$\frac{dG_w}{G_w} = k_1 \frac{dw_m}{w_m} + k_2 \frac{dw_s}{w_s} + k_3 \frac{dV_m}{V_m} + k_4 \frac{ds_s}{s_s}$	6***

* Error relativo

** Podría ser hasta de 3% en la arcilla del valle de México

*** El error relativo en la densidad de sólidos aparece en la sección correspondiente.

$$k_1 = \frac{w_m}{(w_m - w_s)} ; k_2 = \frac{-w_s (s_s \gamma_o V_m - w_m)}{(s_s V_m \gamma_o - w_s) (w_m - w_s)} ; k_3 = \frac{-V_m s_s \gamma_o}{(s_s V_m \gamma_o - w_s)} ; k_4 = \frac{-w_s}{(s_s \gamma_o V_m - w_s)}$$

- Error de medición del volumen del suelo

El volumen del suelo se obtiene midiendo o pesando el volumen del agua desalojada por un espécimen o, si es de geometría regular, midiendo sus dimensiones para calcular su volumen. Este procedimiento es el más usual y la medición se hace, en general, con vernier. La aproximación con que se ajusta éste a las medidas de una probeta es del orden de $\pm 0.03\text{cm}$. Para el tamaño usual de las probetas empleadas en el laboratorio (aproximadamente 90cm^3 para un espécimen de ensaye triaxial y 125cm^3 para uno de consolidación), el error relativo que se comete en la determinación de su volumen empleando este procedimiento puede ser hasta de un 2%.

b) Errores debidos al secado diferencial en el horno

Debido a que, al variar la temperatura de secado se originan cambios opuestos entre el peso del suelo seco y el peso del agua del mismo, el contenido de agua queda afectado en forma directa por este motivo, así como también todas aquellas propiedades físicas que se derivan de éste.

- Contenido de agua

En la figura 3.1.9 se muestran las temperaturas que pueden ser alcanzadas en distintas partes del interior de los hornos comunes, y en la figura 3.1.10 se aprecia como afecta la temperatura de secado al contenido de agua de varios suelos. Según Lambe (1949), es común que los hornos alcancen temperaturas hasta de 150°C , por lo que el error relativo por secado diferencial (de 105°C a 150°C) que puede tenerse en la determinación del contenido de agua puede ser, según la figura 3.1.10, del orden de 1% para

suelos comunes y hasta 3% para la arcilla del Valle de México.

- Densidad de sólidos

La temperatura diferencial de secado (105°C a 150°C) común en los hornos sin circulación forzada de aire (Lambe, 1949), produce un error relativo en la determinación de la densidad de sólidos (sección 3.2) que varía hasta 2% en función del tipo de suelo.

3.1.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados

En la tabla 3.1.5 se ha intentado sintetizar la aproximación requerida en la determinación de las propiedades físicas del suelo y la dispersión estimada de resultados obtenidos en los ensayos de laboratorio. Como se podrá notar, de las tres clases de dispersión tratadas, la natural es la mas importante; en segundo término se encuentra la dispersión inducida por muestreo y al final la ocasionada por el equipo y procedimientos de ensayo de laboratorio.

Como se puede apreciar, de las propiedades físicas básicas el peso volumétrico del suelo es el que presenta la menor dispersión. La dispersión natural es en este caso mayor que la aproximación requerida y la dispersión producida en el laboratorio es semejante a ésta.

El contenido de agua muestra mayor dispersión natural y de muestreo que la precisión con que requiere obtenerse. La dispersión de laboratorio es menor que la precisión anterior. Esto sugiere que esta propiedad física se obtiene de manera confiable en el laboratorio.

Tabla 3.1.5 Aproximación requerida y dispersión de resultados de las propiedades físicas básicas del suelo

Propiedad física	Aproximación requerida* c(%)	Dispersión de resultados		
		natural** V(%)	muestreo** V(%)	laboratorio* c(%)
γ_m	2 a 3	1 a 5	-----	2
γ_d	2 a 3	-----	-----	2
w	5	5 a 23	3 a 7	1
e	5	6 a 10	3 a 17	2
G_w	1 a 3***	-----	-----	6

* Error relativo

** Coeficiente de variación

*** 1% si $G_w \geq 90\%$; y 3% si $G_w \leq 90\%$

La relación de vacíos del suelo posee, a grandes rasgos, la misma dispersión natural e introducida por el muestreo que la del contenido de agua. El laboratorio le produce una dispersión mayor que la provocada en la determinación del contenido de agua, esto se debe a que la incertidumbre involucrada en su determinación aumenta ya que, depende del la densidad de sólidos además de depender de los parámetros básicos w_m y w_d (tabla 3.1.4) que intervienen en la obtención de w. La relación entre la dispersión y el orden de aproximación requerida en su determinación es similar a la presentada por el contenido de agua.

Para el grado de saturación se muestra que la incertidumbre involucrada en su determinación aumenta considerablemente en relación con la de las

demás propiedades físicas. Esto es debido a que en su fórmula de obtención intervienen con mayor frecuencia las mediciones básicas del suelo w_m , w_s y V_m , además de la densidad de sólidos. El grado de saturación es por tanto, la única propiedad física básica en la que la precisión del ensayo de laboratorio puede ser inadecuada, aún si se ignora la dispersión natural y el efecto del muestreo. Correlativamente, es la prueba que requiere mayor cuidado en su realización.

3.1.6 Conclusiones

1. La aproximación requerida en la obtención de las propiedades físicas básicas depende de la utilización que se les quiera dar.
 2. La dispersión natural de estas propiedades físicas es la más importante; siguen en orden de importancia la dispersión debida al muestreo y la provocada por el equipo y errores de ensayo de laboratorio.
 3. El peso volumétrico del suelo es la propiedad física menos afectada por la dispersión.
- Para el contenido de agua y la relación de vacíos, la dispersión natural y la producida por el muestreo son respectivamente similares. La dispersión producida en el laboratorio es mayor para la relación de vacíos.
4. El grado de saturación involucra la mayor dispersión de laboratorio que cualquier otra propiedad física básica.
 5. La dispersión natural y la dispersión producida por el muestreo, son

mayores que el grado de aproximación requerido en la determinación de las propiedades físicas básicas. La dispersión de laboratorio, es del mismo orden que la precisión requerida excepto para el grado de saturación en que ésta es mayor.

3.1.7 Referencias

- ..Armand & Mckanis (1975) "Effects of Storage and Extrusion on Sample Properties", ASTM, Special Technical Publication 599
- ..Henkel y Gilbert (1952) "The effect of the Rubber Membrane on the Measured Triaxial Compression Strength of Clay Samples", Geotechnique, vol-3
- ..Hvorslev J.M. (1960) "Physical Components of the Shear Strength of Saturated Clays", ASCE, Boulder, Colo.
- ..Lambe W.T. (1949) "How Dry is a Dry Soil?", Proceedings of the Highway Research Board.
- ..Lambe W.T. (1962) "Soil Testing for Engineers", John Wiley and Sons Inc., New York
- ..Marsal R.J. y Mazari M. (1969) "El subsuelo de la Cd. de México", Instituto de Ingeniería, UNAM, México
- ..La Rochele P., Sarrailh J. y Tavenas F.A. (1975) "Effect of Storage and Reconsolidation on the Properties of Champlain Clays", ASTM, Special

Technical Publication 599

..NAVFAC, DM-7 (1971) "Soil Mechanics Foundations and Earth Structures"

3.2 Densidad de sólidos

3.2.1 Definición

La densidad de sólidos de un suelo se define como la relación entre el peso específico de la fase sólida del suelo y el peso específico del agua destilada a una temperatura de 4°C. Este valor se obtiene en la práctica relacionando el peso de los sólidos del suelo secado a 105°C con el peso del volumen de agua que desalojan a la temperatura de la prueba. El valor obtenido se corrige por temperatura.

La densidad de sólidos de suelos finos se determina con el empleo de matraces y la densidad de sólidos de grava por medio de picnómetros. El detalle de esta prueba se puede ver en el manual de laboratorio de mecánica de suelos de SARH (1970).

3.2.2 Objetivos

La densidad de sólidos encuentra su principal aplicación en el cálculo de propiedades físicas básicas (sección 3.1) y en particular de la relación de vacíos y el grado de saturación. Su determinación es fundamental, pues tales relaciones intervienen en la mayoría de los cálculos que se realizan en mecánica de suelos.

3.2.3 Aproximación requerida

Para la determinación de la densidad de sólidos de suelos finos, se recomienda la siguiente práctica (SARH, 1970): "La prueba de la densidad de sólidos debe hacerse simultáneamente en dos matraces a fin de tener una comprobación. Si los valores no difieren en más de 1%, se calcula el promedio; si la diferencia es mayor se repite la prueba". Lo anterior significa que, la desviación en los resultados de cualquiera de ambas determinaciones deberá tener un error relativo, con respecto a su promedio, menor que 0.5%.

Bowles (1970), adopta el criterio siguiente para acotar la aproximación de los resultados de un ensaye por duplicado:

$$\frac{s_{s_{\text{mayor}}} - s_{s_{\text{menor}}}}{s_{s_{\text{mayor}}}} \leq 0.02$$

es decir:

$$\frac{\Delta s_s}{s_{s_{\text{mayor}}}} \leq 0.02$$

Lo cual significa que, en un ensaye por duplicado, la diferencia obtenida entre ambos valores de la densidad de sólidos debe ser, igual o menor que 2% del mayor valor obtenido o de lo contrario se debe repetir el ensaye. El criterio anterior corresponde a un error relativo máximo de 1% en cada determinación.

En rigor, cuando la densidad de sólidos se va a emplear para calcular otras propiedades físicas del suelo, su desviación tolerable estará dada en función de la aproximación con que se desean conocer esas propiedades físicas, quedando representada por expresiones en las que aparece la densidad de sólidos en función de las variables que interesa.

Aplicando las fórmulas presentadas en la tabla 3.1.4, es posible verificar que la densidad de sólidos es el factor de error mas importante en la determinación de la relación de vacíos y un factor con poco peso en la de terminación del grado de saturación. Esta última conclusión contradice una opinión común de acuerdo con la cual el grado de saturación se obtiene con poca precisión debido a la incertidumbre que afecta a la densidad de sólidos.

En resumen, una aproximación de 1% en la determinación de la densidad de sólidos resultará generalmente aceptable.

3.2.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

El suelo esta constituido por numerosos sustratos de propiedades físicas variables. En la figura 3.2.1 aparecen los valores de la densidad de sólidos para dos perfiles estratigráficos distintos en los que cada de terminación se efectuó, en promedio, a cada 20cm de profundidad.

Dada la proximidad con que se hicieron las determinaciones, varias de ellas se localizan en un mismo estrato, por lo que algunos de los cambios

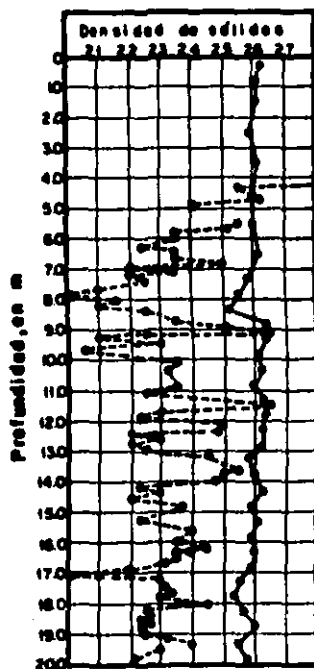


Fig 3.2.1 Valores de S_s vs la profundidad
 ----○ (Marsal y Mezari, 1969)
 —●— (C.F.E., 1961)

bruscos de esta característica son indicativos de las diferencias entre capas sucesivas adyacentes que constituyen los substratos de un estrato principal. Los valores de la densidad de sólidos unidos con línea punteada corresponden al suelo arcilloso del Valle de México. Los valores de esta propiedad física que están unidos con línea continua, son los correspondientes a un depósito arcilloso de origen aluvial. El promedio, \bar{S}_s , la desviación estándar, σ_s , y el coeficiente de variación, v_s , de esta propie

dad física aparecen en la tabla 3.2.1. Como se puede apreciar, los coeficientes de variación son de 6% para el suelo del Valle de México y de 1.2% para el suelo aluvial.

La dispersión natural, correspondiente a esta propiedad física del suelo, es en general menor que la dispersión natural de las propiedades físicas básicas analizadas en el sub-capítulo anterior, con excepción hecha para el peso volumétrico del suelo del que su dispersión es muy parecida a ésta.

Tabla 3.2.1 Dispersión natural de la densidad de sólidos de los suelos de la figura 3.2.1

Suelo	Promedio \bar{a}_s	Desviación estándar $\sigma(a_s)$	Coefficiente de variación $V(a_s)$
Arcilla del Valle de México	2.32	0.139	0.060
Arcilla limosa	2.60	0.031	0.012

Un aspecto que resulta interesante comentar es el que se refiere al cambio de valores de esta propiedad física con algunos cambios ambientales. Tal es el caso de la consolidación de estratos de arcilla que puede provocar variaciones en la concentración salina del agua (Marsal y Graue, 1969). Según estos autores, los gradientes hidráulicos producidos por la consolidación de un suelo cuya agua intersticial está cargada con sales, no son capaces de provocar un acarreo notable de éstas, y quedan incorporadas a la matriz sólida del suelo cuando se seca en el horno. El aumento de la

densidad de sólidos con la concentración salina se define mediante la ecuación (Harsal y Graue, 1969).

$$s_s = s'_s (1 + c w')$$

en la que s'_s y w' son respectivamente la densidad de sólidos y el contenido de agua del suelo desprovisto de sales y c la concentración de sales disueltas en el agua.

Como ejemplo considérase que $s'_s = 2.40$ y $w' = 300\%$; si por consolidación del suelo el agua intersticial se satura con agua salina con $c = 5\%$, entonces la densidad de sólidos crece hasta alcanzar el valor $s_s = 2.76$. El efecto contrario se puede presentar si por ejemplo, un suelo con $c = 5\%$ y $s_s = 2.76$ se lava en el laboratorio con agua destilada y posteriormente se procede a efectuar la decantación sucesiva del mismo (como p.e. cuando se hacen ensayos granulométricos combinados) en que puede llegar a $c \approx 0$, reduciéndose teóricamente el valor de la densidad de sólidos desde $s_s = 2.76$ hasta $s'_s = 2.40$.

b) Dispersión inducida por el muestreo

Cuando se efectúa la extracción de los materiales del subsuelo, es de esperarse que las distorsiones de los estratos o capas sucesivas del suelo muestreado influyan en cierta medida en las propiedades que se determinan. El método de muestreo empleado para la recuperación de los materiales del subsuelo deberá estar acorde con el propósito del estudio (Hvorslev, 1949). El requisito mínimo que debe cumplir una muestra para ser empleada en la determinación de la densidad de sólidos es que sea representativa del ma-

terial considerado pues de no ser así, se obtendrán valores distintos a los verdaderos.

A causa de un mal muestreo, pueden existir distorsiones muy importantes de las capas del suelo (fig. 3.2.2), y es de serias consecuencias cuando se encuentran alternados estratos delgados de muy diversas características.

Estas distorsiones pueden originar una mezcla entre los distintos materiales con lo cual las muestras obtenidas dejan de ser representativas,

c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye

- Arenas y suelos finos

En el laboratorio, son esencialmente tres las causas mas comunes que pueden producir error en la determinación de esta propiedad física:

Secado del suelo

Precisión de las pesadas

Medición de la temperatura

. Secado del suelo

En el laboratorio, la densidad de sólidos de los suelos finos se puede obtener siguiendo cualquiera de los métodos siguientes: vía húmeda o vía seca.

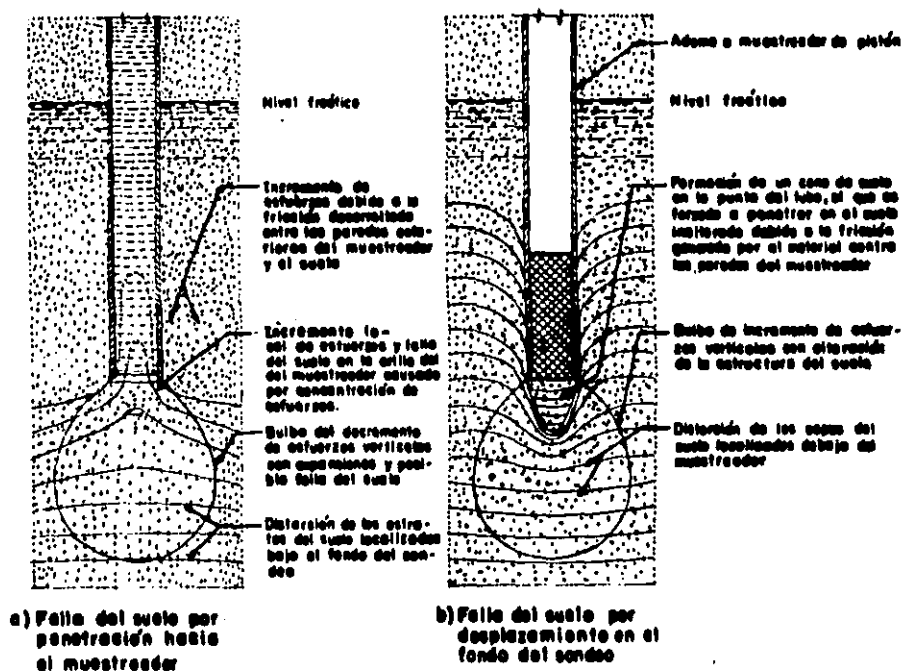


Fig 32.2 Esfuerzos y deformaciones de los estratos de suelo localizados bajo el fondo del sondeo (Hvorslev, 1949)

Esencialmente, la diferencia entre ambos métodos consiste en la forma de preparar al suelo previo al ensaye. En el procedimiento por vía húmeda, el suelo se prepara a partir de su contenido de agua original y después de realizado el ensaye se determina el peso seco del suelo. En el método por vía seca el suelo se deja secar antes del ensaye y después se muele para prepararlo para la prueba. En este caso, el peso del suelo seco se conoce antes de realizar el ensaye.

Cuando se emplean hornos comunes (hornos sin circulación forzada de aire

"controlados a 105°C") para el secado del suelo, se corre el riesgo que dentro de los mismos se produzcan temperaturas extremas que varían en varias decenas de grados centígrados (Lambe, 1949). Estas variaciones producen cambios en las densidades de sólidos, las cuales son más perceptibles en el caso de suelos finos.

Como una indicación de tales efectos, en la tabla 3.2.2 se presentan algunos valores obtenidos de la densidad de sólidos para cinco suelos distintos secados a diferentes temperaturas. En ella se puede observar que los suelos finos, constituidos por partículas coloidales, son los más susceptibles de experimentar cambios en su densidad de sólidos mientras que, en los suelos gruesos, como p.e. la arena de Ottawa, no existe ningún cambio.

Tabla 3.2.2 Efecto de la temperatura de secado en la densidad de sólidos de algunos suelos (Lambe, 1949)

SUELO METODO DE SECADO	DENSIDAD DE SOLIDOS				
	DESECADOR	90°C	105°C	140°C	190°C
Arena de Ottawa	2.67	2.67	2.67	2.67	2.67
Tierra de Diatomeas	1.91	1.99	2.00	2.08	2.56
Arcilla azul de Boston	2.76	2.78	2.78	2.78	2.79
Arcilla de la Cd. de México	2.22	2.33	2.35	2.37	2.62
Arcilla Leda	2.74	2.75	2.77	2.80	2.82

En los hornos comunes la temperatura puede llegar a ser hasta de 150°C en algunos puntos de su interior (sección 3.1). Un secado diferencial como éste produce cambios de la densidad de sólidos que provocan errores rela-

tivos en la determinación de esta propiedad física, que pueden ser hasta de 1% en arcillas como la del Valle de México (tabla 3.2.3).

Lo anterior plantea la necesidad absoluta de recurrir siempre al método de ensaye por vía húmeda en el caso de suelos finos dejando para los suelos mas gruesos el método de ensaye por vía seca.

. Precisión de las pesadas

La influencia de los errores de pesaje sobre la precisión con que se obtiene la densidad de sólidos se puede evaluar mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{ds_s}{s_s} = \frac{dw_s}{w_s} - \frac{dw_s + dw_{bw} - dw_{bw_s}}{w_s + w_{bw} - w_{bw_s}}$$

en donde w_s es el peso del suelo seco, w_{bw} es el peso del matraz con agua (aproximadamente 650g) y w_{bw_s} es el peso del matraz con agua mas suelo (aproximadamente 700g).

Como se observa, el error relativo cometido en la determinación de la densidad de sólidos es igual a la suma de dos errores relativos, correspondientes al pesaje del suelo en el laboratorio. Según se vió en el subcapítulo anterior, esta clase de errores es menor que 0.05% por lo que, su influencia es imperceptible en la densidad de sólidos. Al respecto, Habib (1958) señala que, el error experimental es inferior que 0.5%.

Cuando la temperatura del agua del matraz es elevada se producen intercambios térmicos elevados entre ésta y la atmósfera, y se generan corrientes de convección de aire alrededor del matraz con lo cual el platillo de la

balanza oscila constantemente. Esta oscilación provoca cambios en los pesos hasta de $\pm 0.05g$ cuando el gradiente de temperaturas es muy grande. Además de esto, el volumen del agua cambia constantemente (disminuye) por lo que el aforo se pierde rápidamente.

Durante el pesaje, la temperatura óptima del agua será igual a la del medio ambiente.

. Medición de la temperatura

Aunque la precisión con que se mide la temperatura es buena ($\pm 0.1^{\circ}C$) debe procurarse que ésta sea uniforme en el bulbo del matraz. Si la temperatura del agua es elevada, se producen corrientes de convección en el agua junto con cambios rápidos de temperatura que producen incertidumbre en la medición de esta última. El registro mas confiable de la temperatura se realiza cuando la temperatura del agua es igual a la del medio ambiente.

Además de estos errores se producen los siguientes:

. Remoción incompleta del aire no disuelto

Esta es la fuente de error mas común y es mas importante en la medida en que las partículas del suelo son mas finas porque las burbujas de aire en atrapado son mas difíciles de remover y porque estas constituyen un volumen considerable con relación al de las partículas. Este error produce reducciones de las densidades de sólidos hasta de 2%.

. Defecto en el secado del interior del cuello del matraz.

Debe tenerse cuidado de secarlo hasta la marca de aforo.

. Llenado incompleto hasta la marca de aforo del matraz.

El llenado deberá efectuarse hasta que la parte inferior del menisco quede tangente a la marca de aforo. Este error se comete debido a errores de paralelaje al aforar el matraz y produce cambios en el peso del matraz con agua y suelo hasta $\pm 0.05g$.

. Pérdidas de material durante la prueba.

Esta causa es común en los ensayos realizados por vía seca ya que el material seco se pesa antes de la prueba. Si se aplica vacío, debe tenerse cuidado que el matraz no este muy lleno pues existe peligro de que el suelo emigre por los tubos de vacío.

. Pérdidas de material durante el secado.

Si el ensayo se hace por vía húmeda, el suelo se seca después de realizada la prueba. Cualquier pérdida de material durante el secado produce errores de esta clase.

- Gravas

En el caso de gravas los errores de procedimiento comunes son los siguientes:

. Defectos en la saturación de los granos.

Deben estar saturados y superficialmente secos antes de iniciar el ensayo.

. Imprecisión al medir el volumen de agua desalojada.

. Errores de pesaje.

Estos dos últimos errores se pueden evaluar con la siguiente fórmula:

$$\frac{d\alpha_s}{\alpha_s} = \frac{dw_s}{w_s} - \frac{dv_s}{V_s}$$

Debido a que las balanzas en que se pesan las gravas tienen buena precisión comparada con el peso del suelo usado en el ensayo, el error introducido por este concepto en el primer término del miembro de la derecha de la fórmula es de pequeña magnitud (menor que 0.1%). El segundo miembro se obtiene pesando o midiendo el agua desplazada por los granos. En este último caso, la precisión de medición del volumen de los granos hace que el error cometido pueda ser hasta de un 2%, (un volumen de 250cm³ de grava se mide con ± 5cm³ de aproximación en una probeta graduada de 1000cc de capacidad). Si se pesa el agua desalojada el error es de poca importancia.

d) Dispersión total

En la tabla 3.2.3 se resumen los errores significativos de laboratorio que afectan a la densidad de sólidos del suelo.

Tabla 3.2.3 Dispersión de resultados de laboratorio de la densidad de sólidos

Arenas y suelos finos		Gravas
Horno* (%)	Aire no disuelto* (%)	Medición del volumen* (%)
0 a 1**	hasta 2	0.1 (por pesaje) 2 (en bureta)

* Error relativo

** Producido en la arcilla del Valle de México.

3.2.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados.

Los valores de la aproximación requerida y de la dispersión de resultados de laboratorio se muestran en la tabla 3.2.4. Se puede apreciar que la dispersión natural de la densidad de sólidos puede ser importante en relación con la aproximación requerida en su determinación. También resulta interesante observar que en los ensayos de laboratorio se obtiene una buena precisión, la cual resulta del mismo orden que la aproximación requerida.

Tabla 3.2.4 Aproximación requerida y dispersión de resultados

Aproximación requerida* (%)	Dispersión de resultados		
	natural** (%)	muestreo (%)	laboratorio* (%)
2	1 a 6	No cuantificable	0 a 2

* Error relativo

** Coeficiente de variación

La dispersión natural de la densidad de sólidos es en general menor que la dispersión natural de las propiedades físicas básicas del suelo (tabla 3.1.4), salvo excepción hecha para el peso volumétrico del suelo en que son del mismo orden.

En lo que se refiere al laboratorio, la dispersión de las propiedades físicas básicas y la dispersión de la densidad de sólidos son similares excepto para el grado de saturación ya que la dispersión de este último es mayor.

Si se observa la fórmula dada en la tabla 3.1.4 para el cálculo del error relativo del grado de saturación, se podrá apreciar que, debido a la menor dispersión de valores de la densidad de sólidos en comparación con la dispersión de las propiedades físicas básicas, éste parámetro provoca menos error en la obtención del grado de saturación del suelo que aquéllas.

3.2.6 Conclusiones

1. La aproximación requerida, usualmente aceptada en la determinación de la densidad de sólidos, es del orden de 0.5 a 1% pero podría ser de hasta 2%.
2. La dispersión de los resultados de la prueba es del mismo orden que la aproximación requerida.
3. El error cometido en la determinación de la densidad de sólidos afecta poco la precisión con la que se obtiene el grado de saturación pero tiene mas influencia en la determinación de la relación de vacíos.

3.2.7 Referencias

..Bowles, J. (1970) "Engineering Properties of Soils and their Measurement", Mc Graw Hill, Co.

..Habib, M.P. (1958) "La Dispersion des Resultats des Essais de Soils", Annales de L' Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics.

..Hvorslev, J. (1949) "Subsurface Exploration and Sampling of Soils for Civil Engineering Purposes", ASCE.

..Lambe, W.T. (1949) "How Dry is a Dry Soil?", Proceedings of the Highway Research Board.

..Marsal, R.J. y Graue, R. (1969) "El Subsuelo del Lago de Texcoco", Vol. Nabor Carrillo, México.

..Marsal, R.J. y Mazari, M. (1969) "El Subsuelo de la Cd. de México", Instituto de Ingeniería, UNAM, México.

..SARH (1970) "Manual de Mecánica de Suelos", 2-a Ed. México.

3.3 Análisis granulométrico por mallas

3.3.1 Introducción

El análisis granulométrico de un suelo consiste en separar y clasificar por tamaños los granos que lo componen. En el laboratorio existen dos procedimientos para medir el tamaño de los granos: cribado por mallas y sedimentación (SARH; 1970).

Las partículas gruesas, mayores que 0.074mm (abertura de malla No. 200) y hasta 3 pulgadas, se separan mediante mallas. Generalmente se determina el tamaño de las partículas finas, o sea aquellas menores que 0.074mm (partículas que pasan la malla 200), con base en la ley de Stokes.

En el análisis granulométrico por mallas, el tamaño de partícula o diámetro nominal, se define como la dimensión ortogonal de un agujero cuadrado a través del cual pasa la partícula de suelo. El diámetro nominal de partícula determinado de acuerdo con la ley de Stokes es: el diámetro equivalente al de una esfera de la misma densidad que la partícula, y que se precipitaría en el mismo fluido a la misma velocidad.

3.3.2 Objetivos

Los resultados obtenidos mediante los ensayos granulométricos, presentan principalmente las siguientes aplicaciones:

Clasificación de suelos

Estimación burda de la permeabilidad de suelos granulares

Diseño de filtros

3.3.3 Aproximación requerida

a) En la clasificación de suelos.

Casi todos los sistemas de clasificación se basan en el tamaño y la abundancia relativa de los granos. El Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS), emplea parcialmente este criterio al considerar los tamaños de grano y su graduación además de otras características (Casagrande, 1948). El sistema divide a los suelos en gruesos y finos, aceptando como frontera entre ambos el diámetro correspondiente a la abertura de la malla No. 200. Los suelos gruesos se clasifican mediante ensayos granulométricos y los suelos finos mediante los límites de Atterberg. En la clasificación de los suelos finos no se emplea la granulometría porque ésta no posee ningún significado referente a sus propiedades físicas. Por tal razón, los análisis granulométricos con fines de clasificación, se efectúan generalmente en suelos cuyo tamaño de grano es mayor que 0.074mm.

Para clasificar un suelo se consideran los tamaños de grano y su graduación. Para ello se usan dos coeficientes:

El coeficiente de uniformidad, C_u y el de curvatura, C_c , definidos a partir de los diámetros D_{10} , D_{30} y D_{60} que se obtienen de la curva granulométrica y cuyo subíndice corresponde al porcentaje por peso de suelo que es igual o menor que ese diámetro. Estos parámetros son empíricos pues la base de su obtención no ha sido otra que la experiencia, y dadas las características aleatorias de los suelos, dos curvas granulométricas que a

simple vista parecen distintas pueden resultar iguales para fines de clasificación, siempre y cuando cumplan con la condición de pertenecer al mismo grupo y de tener tres puntos en común, que son precisamente el D_{10} , D_{30} y D_{60} del gráfico porcentaje de suelo que pasa vs diámetro de partícula. Este procedimiento hace que por principio exista cierta inexactitud para clasificar un suelo a partir de su curva granulométrica, pues la frecuencia con que pueden presentarse las partículas del mismo tamaño será diferente en cada caso, aún cuando posean valores idénticos de C_u y de C_c .

La regla empleada para clasificar un suelo se basa en el porcentaje por peso de material que pasa cada criba o bien en el porcentaje de pesos acumulados que quedan retenidos en cada malla, y los diámetros D_{10} , D_{30} y D_{60} se obtienen de la curva granulométrica dibujada; por lo anterior resulta que, los valores mencionados son una consecuencia de los porcentajes retenidos en las mallas y su aproximación dependerá de la aproximación con que se separen y pesen los granos de cada uno de los retenidos parciales.

Tomando en cuenta el carácter algo cualitativo de los coeficientes de curvatura y uniformidad, la aproximación requerida en la obtención de D_{10} , D_{30} y D_{60} podrá ser baja. Sin embargo errores de más de 10% en la determinación de estos diámetros le quitarían mucha utilidad a los coeficientes de uniformidad y sobre todo al de curvatura.

b) Aproximación requerida en la estimación del coeficiente de permeabilidad.

Cuando se trata de conocer de manera aproximada el coeficiente de permeabilidad de un suelo granular limpio, generalmente se recurre a la relación bien conocida como fórmula de Hazen que se expresa según la ecuación:

$$k = c D_e^2$$

en que k es la permeabilidad, c una constante experimental y $D_e = D_{10}$ el diámetro efectivo del suelo.

Allen Hazen desarrolló la relación anterior durante sus experimentos efectuados con arenas para filtros. Tales experimentos se llevaron a cabo con arenas uniformes de tamaños de grano comprendidos entre 0.1 y 3.0mm, y coeficientes de uniformidad siempre menores que 5. Los valores del coeficiente c que Hazen obtuvo en sus experimentos variaron de 41 a 146, pero la mayoría de ellos oscilaron entre 81 y 117 (Taylor, 1966). En consecuencia, esta fórmula puede ser aceptada solo como una aproximación de las condiciones promedio para el intervalo representado por un suelo granular (fig. 3.3.1).

En la práctica ingenieril, el coeficiente de permeabilidad se utiliza principalmente para conocer el gasto que ocurre a través de los suelos y se representa según la ecuación (ley de

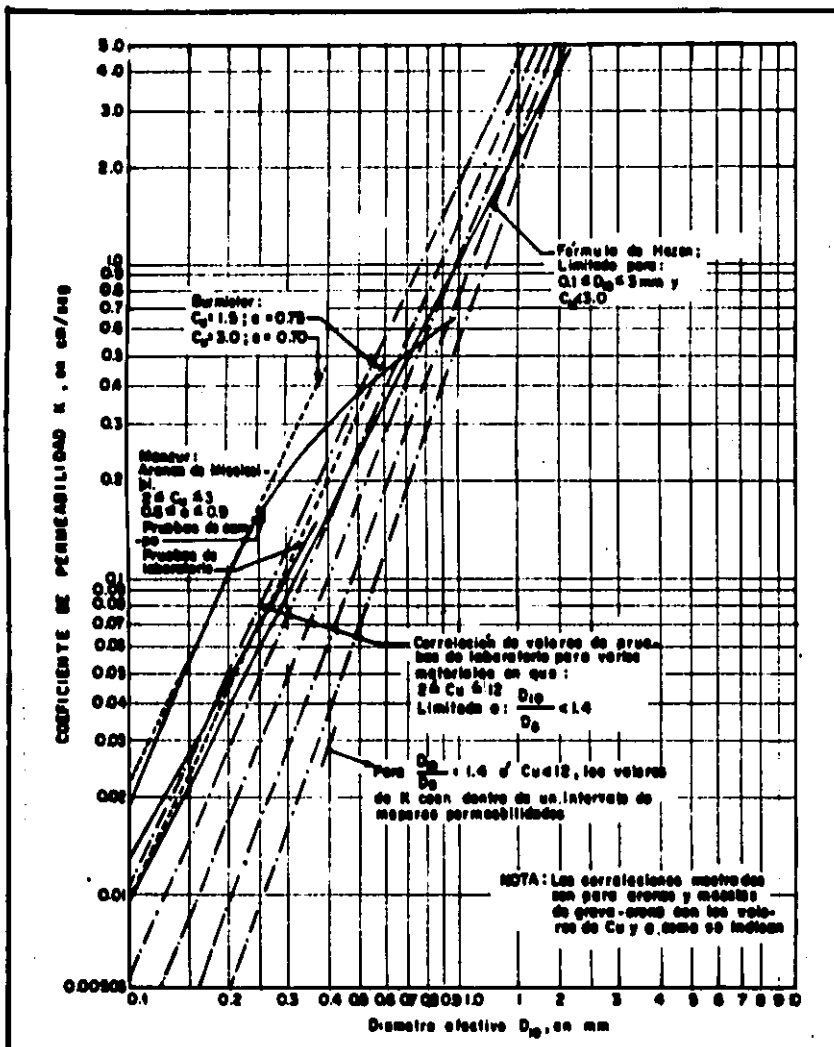


Fig. 3.34 Permeabilidad de arenas y de mezclas de grava-arena (NAV FAC, DM-7, 1971)

Darcy):

$$q = KiA$$

en la que q es el gasto, k el coeficiente de permeabilidad del suelo, i el gradiente hidráulico y A el área de la sección a través de la que ocurre el flujo. En la ecuación se observa que el gasto es directamente proporcional al coeficiente de permeabilidad y cualquier desviación ocurrida en aquél se deberá a los cambios de éste. Lo anterior significa que: en un problema dado, la aproximación con la que debe conocerse el coeficiente de permeabilidad dependerá de las desviaciones que se permitan en la estimación del gasto.

En un problema dado (i y A constantes) se tendrá, de acuerdo en la expresión anterior:

$$\frac{dq}{q} = \frac{dk}{k}$$

Por otra parte, la fórmula de Hazen implica que:

$$\frac{dk}{k} = \frac{2dD_e}{D_e}$$

Para obtener un gasto con aproximación de $n\%$, el diámetro efectivo deberá obtenerse con precisión de $n/2\%$.

En lo anterior, no se tomó en cuenta la incertidumbre relativa al coeficiente c , la cual puede ser mayor que la debida a D_e , ni la validez misma de la fórmula de Hazen (poco precisa

para suelos finos).

Para fines prácticos, una precisión de 10% en la determinación de d_u será nuevamente ampliamente suficiente tomando en cuenta las limitaciones de la fórmula.

c) Aproximación requerida en el diseño de filtros.

El diseño eficiente de cualquier filtro debe observar dos principios esenciales: 1) las características de drenaje deben ser tales que proporcionen un rápido desagüe y 11) su granulometría debe cumplir con el requisito de evitar la migración de las partículas finas del material protegido.

El primer aspecto se logra proporcionándole una permeabilidad tal que sea por lo menos 50 veces mayor que la del suelo por proteger; aunque usualmente se pretende que la permeabilidad del filtro sea 100 o más veces mayor. Para cumplir con esta condición es necesario que las partículas más finas del filtro sean mayores en cierta proporción a las partículas más finas del suelo protegido. Experimentalmente se sabe que lo anterior se cumple si D_{15} (filtro) es mayor o igual que 4 ó 5 veces D_{15} (suelo). También es un hecho experimental que si un filtro es capaz de retener las partículas más gruesas del suelo, estas forman una malla que, a su vez retiene el resto. Puesto que las partículas finas del filtro también serían las encargadas de retener a las gruesas del suelo, se ha investigado la relación entre ambas obteniéndose que este segundo as

pecto se cumple si D_{15} (filtro) es menor o igual que 4 ó 5 veces D_{85} (suelo). Entonces, para que ambas condiciones sean satisfechas simultáneamente debe cumplirse:

$$\frac{D_{15} \text{ (filtro)}}{D_{85} \text{ (suelo)}} \leq 4 \text{ a } 5 \leq \frac{D_{15} \text{ (filtro)}}{D_{15} \text{ (suelo)}}$$

Sin embargo, en la práctica existe una amplia diversidad de criterios en la selección y diseño de filtros. Como ejemplo, a continuación se lista una serie de criterios de amplia difusión (Sherman, 1980) Tabla 3.3.1.

En estas condiciones, pretender fijar un límite estricto de la precisión con la que deben determinarse los diámetros D_{15} y D_{85} del filtro y del material por proteger es algo ilusorio. En general, una aproximación de 10% será nuevamente ampliamente aceptable.

Esta aproximación será también suficiente en la verificación de la limpieza del filtro, la cual consiste generalmente en verificar que el D_5 es mayor que la malla No. 200.

3.3.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

En la naturaleza, los principales agentes de depositación de los suelos granulares son el agua y el viento. Estos presen-

TABLA 3.3.1 RESUMEN DE CRITERIOS PARA EL DISEÑO DE FILTROS (Según Corps of Engineers, 1953)

INVESTIGADORES	MATERIAL DE BASE	MATERIAL DE FILTRO	CRITERIOS DESARROLLADOS
Torzaghi 1922	Se desconoce si los criterios están basados en experimentos o en razonamientos conservadores		$\frac{D_{15}F}{D_{85}B} < 4 < \frac{D_{15}F}{D_{15}B}$
Bertram 1939	Arenas uniformes cuarzosas y de Ottava	Arenas uniformes cuarzosas y de Ottava	$\frac{D_{15}F}{D_{85}B} < 6, \frac{D_{15}F}{D_{15}B} < 9$
Newton y Hurley 1940	Arena con gravas bien graduada	Gravas de bancos de préstamo. Los tamaños mas finos se van eliminando por cribado. Filtros bastante uniformes	$\frac{D_{15}F}{D_{15}B} < 32; \frac{D_{15}F}{D_{30}B} < 15$
Waterways Experiment Station 1941 1948	Tipos aleatorios de material. Arenas de finas a gruesas	Tipos aleatorios incluyendo gravas de bancos de préstamo	$\frac{D_{15}F}{D_{15}B} > 4, < 20$ $\frac{D_{15}F}{D_{30}B} < 25, \frac{D_{15}F}{D_{85}B} < 5$ La granulometría de los filtros debe ser más o menos paralela a la de la base. El filtro debe ser bien graduado
Office, Chief of Engineers	Todo tipo	Se recomiendan en general arenas para concreto y agregados gruesos	$\frac{D_{15}F}{D_{85}B} > 5, \frac{D_{15}F}{D_{15}B} > 5$
U.S. Bureau of Reclamation 1947	Materiales procesados de diferentes tamaños incluyendo material uniforme	Filtros uniformes procesados Filtros bien graduados procesados	$\frac{D_{30}F}{D_{85}B} > 5, < 10$ $\frac{D_{30}F}{D_{50}B} > 12, < 50$ $\frac{D_{15}F}{D_{15}B} > 12, < 40$
District Providence Corps of Engineers 1942	Todo tipo	Se recomiendan ciertos tipos generales	Curva de diseño del filtro Cu de la base vs $\frac{D_{15}F}{D_{15}B}$

tan condiciones variables en función de cambios estacionales o de cambios de las condiciones ambientales que originan cambios en la potencialidad de arrastre de las partículas. Así, se producen depósitos diversos en los que fragmentos de roca, gravas, arenas, limos y arcillas se hallan solos o mezclados en diversas proporciones dependiendo del proceso geológico seguido en la historia de su depositación.

La extensión de cualquier región o volumen del medio que se considera que puede ser representada por cierta distribución granulométrica, dependerá del tipo de depósito de que se trate. Como ejemplo de la variabilidad esperada de esta característica en la figura 3.3.2 se muestra el aspecto anterior con las curvas granulométricas a diferentes elevaciones correspondientes a un depósito de río (SRH, CFE, UNAM, 1976) y en la figura 3.3.3 con las de un depósito costero, considerando un forme desde el punto de vista ingenieril (CFE, 1979).

En la tabla 3.3.2 se presentan valores típicos del promedio, de la desviación estándar y del coeficiente de variación de un depósito fluvial y del depósito costero de la figura 3.3.3. Estos parámetros se proporcionan para los diámetros D_{10} , D_{30} y D_{60} de las curvas granulométricas obtenidas en el laboratorio y para los coeficientes de uniformidad y de curvatura de dichas curvas.

Si se observan los coeficientes de variación obtenidos para ambos depósitos, se puede parecer que, la dispersión relativa

del tamaño de granos es mayor para el depósito de origen fluvial que para el costero. En el depósito fluvial, los coeficientes de variación para el tamaño de grano son de 2 a 2.5 veces mayor que los coeficientes de variación correspondientes a los del depósito costero. Además, en el depósito fluvial los coeficientes de variación son extremadamente grandes.

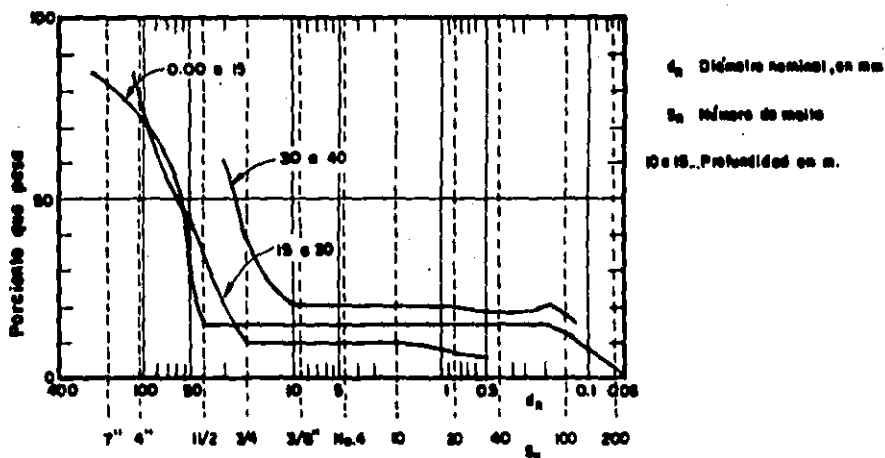
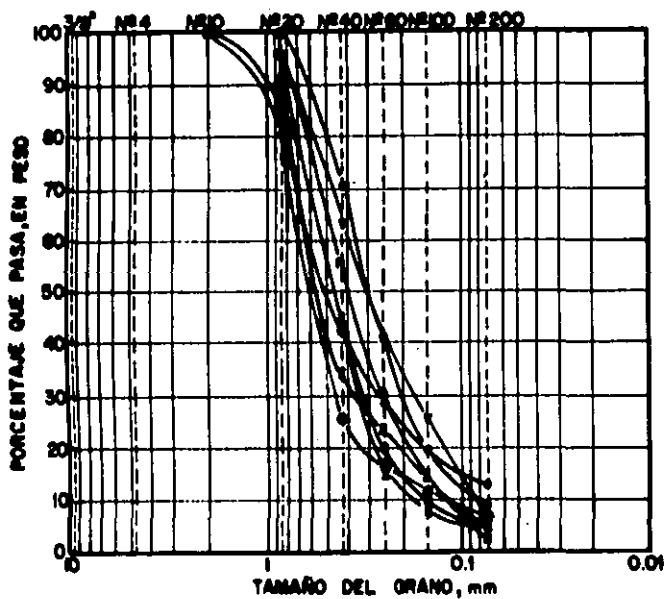


Fig 3.3.2 Curvas granulométricas de un suelo arcilloso en un corte vertical a distintas profundidades. (SRM, CFE, UNAM, 1976)



PROF. m	SIMBOLO	D_{np} mm			C_u	C_c	GRUPO SCS
		D_{10}	D_{30}	D_{60}			
10-15	x	0.18	0.33	0.60	2.8	2.2	SP
60-65	e						SM
11.5-12.0	o	0.12	0.45	0.78	6.5	2.6	SW-SM
35-340	x	0.12	0.32	0.60	5.0	1.7	SP
50-385	n	0.11	0.23	0.43	3.9	1.1	SP-SM
170-17.5	e	0.16	0.31	0.57	3.5	1.1	SP
22.5-23	e	0.065	0.20	0.32	3.8	1.5	SP-SM
28-28.5	v	0.080	0.17	0.40	4.7	0.9	SP-SM

Fig 3.3.3 Curvas granulométricas a diversas profundidades obtenidas en un sondeo de la P.T. Manzanillo, Col. (CFE, 1979)

Tabla 3.3.2 Valores estadísticos para las distribuciones granulométricas de un depósito fluvial y de un depósito costero (fig 3.3.3)

Depósito	Promedio					Desviación estándar					Coeficiente de variación				
	\bar{D}_{10} mm	\bar{D}_{30} mm	\bar{D}_{60} mm	\bar{C}_u	\bar{C}_c	$\sigma_{D_{10}}$ mm	$\sigma_{D_{30}}$ mm	$\sigma_{D_{60}}$ mm	σ_{C_u}	σ_{C_c}	$v_{D_{10}}$	$v_{D_{30}}$	$v_{D_{60}}$	v_{C_u}	v_{C_c}
Fluvial*	0.74	4.41	24.7	39.6	1.12	0.52	3.69	14.3	23.1	0.85	0.710	0.836	0.580	0.584	0.763
Costero (fig 3.3.4)	0.12	0.29	0.53	4.31	1.59	0.04	0.10	0.15	1.21	0.63	0.291	0.332	0.294	0.280	0.396

* Este depósito corresponde al del lecho del Rfo Balsas en el sitio de la presa El "Caracol", Gro.

Para obtener una aproximación adecuada en situaciones típicas como ésta, será necesario efectuar un número elevado de determinaciones a fin de reducir el coeficiente de variación y obtener, mediante algún promedio, los valores de los diámetros D_{10} , D_{30} y D_{60} representativos del depósito.

Cuando el material se va a mezclar (homogeneizar), el promedio representativo de la mezcla podría ser el promedio "homogéneo" que se representa como sigue:

$$\% R_i = 100 \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{sij}}{\sum_{i=1}^n w_{sij}}$$

En donde $\% R_i$ es el por ciento acumulado en la malla i por peso del suelo utilizado en m ensayos, n es el número de mallas correspondiente a la gama usada de aberturas y w_{sij} es el peso de suelo retenido en la malla i durante el ensayo j .

Se puede apreciar que, con la fórmula anterior, es posible construir la curva granulométrica que representa la distribución de granos de un suelo, que va a ser mezclado u homogeneizado, a partir de una serie de curvas granulométricas individuales.

b) Dispersión debida al muestreo

Es requisito indispensable de toda muestra que va a ser utilizada en ensayos granulométricos que sea representativa del material en estudio.

Cuando se extrae una porción de suelo de su medio natural éste sufre cierta

alteración de sus propiedades originales. Tratándose de suelos granulares sin cohesión, la alteración puede consistir en la destrucción parcial o total de su estructura original y el cambio en la posición relativa de los granos así como en la contaminación con otros materiales. Si el muestreo se realiza bajo el agua, puede ocurrir segregación de los granos y lavado de la fracción fina (SARH, 1970).

En los suelos granulares, es común que aparezcan granos de tamaño tal que no pueden ser obtenidos con los muestreadores; en estos casos, cambia la distribución granulométrica del suelo ya que deja de muestrearse la gama completa de partículas.

La dispersión debida a los efectos anteriores es difícilmente cuantificable y dependerá del cuidado con el que se realice el muestreo. Sin embargo, salvo casos difíciles (muestreo abajo del nivel freático o a gran profundidad), el error por este concepto no será generalmente muy importante.

c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye

La dispersión de resultados de los análisis granulométricos por mallas se puede deber principalmente a errores cometidos en el pesaje del suelo retenido por cada criba. Sin embargo, debido a que la precisión de las balanzas de laboratorio es alta en comparación con el peso de materiales usados en cada ensaye, existe poca incertidumbre en relación con el pesaje del suelo. Con base en esto, se deduce que la dispersión inducida por el equipo de pruebas no representa prácticamente ningún cambio, es decir que tal dispersión es mínima como para ser detectada. Al respecto, Habib (1958) señala que los ensayos granulométricos son reproducibles con exacti

tud. Sin embargo existen otros agentes de dispersión de las curvas granulométricas cuya influencia es difícil de cuantificar:

Mal estado de las mallas. Si estas están deformadas o rotas, los puntos correspondientes a su abertura se desplazan verticalmente en la curva granulométrica del suelo debido al cambio aparente de pesos retenidos en dichas mallas.

Sobrecarga de las mallas. Debe evitarse sobrecargar las mallas con suelo, pues el sobrepeso obliga a pasar granos de tamaño mayor que el de la abertura correspondiente y el resultado es un incremento aparente del porcentaje de granos finos en la curva granulométrica.

Tiempo insuficiente de agitado. Deben agitarse las mallas el tiempo suficiente para permitir pasar todos los granos correspondientes a las aberturas de las mallas.

Obstrucción de las mallas. Este es una causa muy común en suelos de grano anguloso ya que sus partículas se acufian en los orificios de las mallas y obstruyen el paso de los otros granos. Esta causa produce un incremento del peso retenido en estas mallas.

Pérdidas de material. El material que queda entre las aberturas de las mallas debe recuperarse al final del ensayo para considerarlo en el peso retenido.

3.1.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados

Según se ha visto, la principal fuente de dispersión de la graduación del suelo es la natural; ésta produce distribuciones granulométricas que varían en intervalos muy amplios en función del origen del depósito. En la tabla 3.3.2 se puede apreciar la importancia de la dispersión natural de la graduación del suelo para dos depósitos distintos. Aún el depósito de arenas uniformes posee una fuerte dispersión natural de sus características granulométricas en comparación con la aproximación requerida.

Los coeficientes de variación representativos de la dispersión natural del tamaño de granos son, en general, un orden de magnitud mayores que cualquiera de los coeficientes de variación correspondientes a las propiedades físicas anteriormente tratadas (secciones 3.1.1 y 3.1.2).

La dispersión natural puede con frecuencia ser excesiva para poder clasificar un suelo con precisión o usar sus parámetros granulométricos para fines de diseño de filtros o estimación de permeabilidad. Convendrá recurrir a una zonificación muy fina de los estratos y a la repetición de pruebas en un número grande de muestras o al uso de materiales seleccionados.

3.3.6 Conclusiones

La granulometría de un suelo natural no cohesivo es una propiedad que a pesar de la buena precisión con la que se puede obtener en el laboratorio, es de poca utilidad para fines ingenieriles debido a la gran dispersión natural que presenta además de las incertidumbres existentes en los cr

rios de diseño que usan los parámetros granulométricos.

Un diseño de filtros o una estimación de permabilidad a partir de la granulometría deben basarse en un número de pruebas suficiente para reducir dicha dispersión a un valor aceptable. En el caso de materiales de préstamo explotados en forma integral, convendrá recurrir al concepto de promedio "homogéneo".

3.3.7 Referencias

..Casagrande, A. (1948) "Classification and Identification of Soils", Transactions of the ASCE., Vol. 113

..CFE (1979) "Reporte Interno"

..Habib, M.P. (1958) "La Dispersión des Résultats des Essais de Sols", Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics.

..NAVFAC, DM-7 (1971) "Soil Mechanics Foundations, and Earth Structures".

..SARH (1970) "Manual de Mecánica de Suelos", 2-a Ed., México.

..SARH, CFE, UNAM (1976) "Comportamiento de Presas Construidas en México", Cap. 5, XII Congreso Internacional de Grandes Presas, México.

..Sherman, W.C. (1980) "Conceptos Sobre Filtros", Apuntes no publicados.

..Taylor, D.M. (1966) "Fundamentals of Soil Mechanics", John Wiley and Sons.

3.4 Límites de consistencia

3.4.1 Introducción

Los suelos finos plásticos en su condición remoldeada presentan varios estados dependiendo de la cantidad de agua que poseen. Esta propiedad fue estudiada por A. Atterberg quien definió fronteras para estos estados.

El Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS) utiliza las fronteras siguientes: a) El límite líquido (LL) que es el contenido de agua que delimita al estado líquido del plástico; b) El límite plástico (LP) que se para al estado plástico del semisólido y c) El límite de contracción (LC) que divide al estado semisólido del estado sólido.

Existen técnicas bien definidas para determinar el límite líquido, límite plástico y límite de contracción (SARH, 1970), pero debido a la importancia que poseen dentro del SUCS (Casagrande, 1948) los dos primeros, son los que se utilizan más frecuentemente.

3.4.2 Objetivos

Entre las aplicaciones más importantes de los límites de consistencia, destacan las siguientes:

Clasificación de suelos finos

Identificación de suelos potencialmente expansivos

Aplicación de correlaciones estadísticas con algunas propiedades del suelo, como la bien conocida del límite líquido con el índice de compresibilidad.

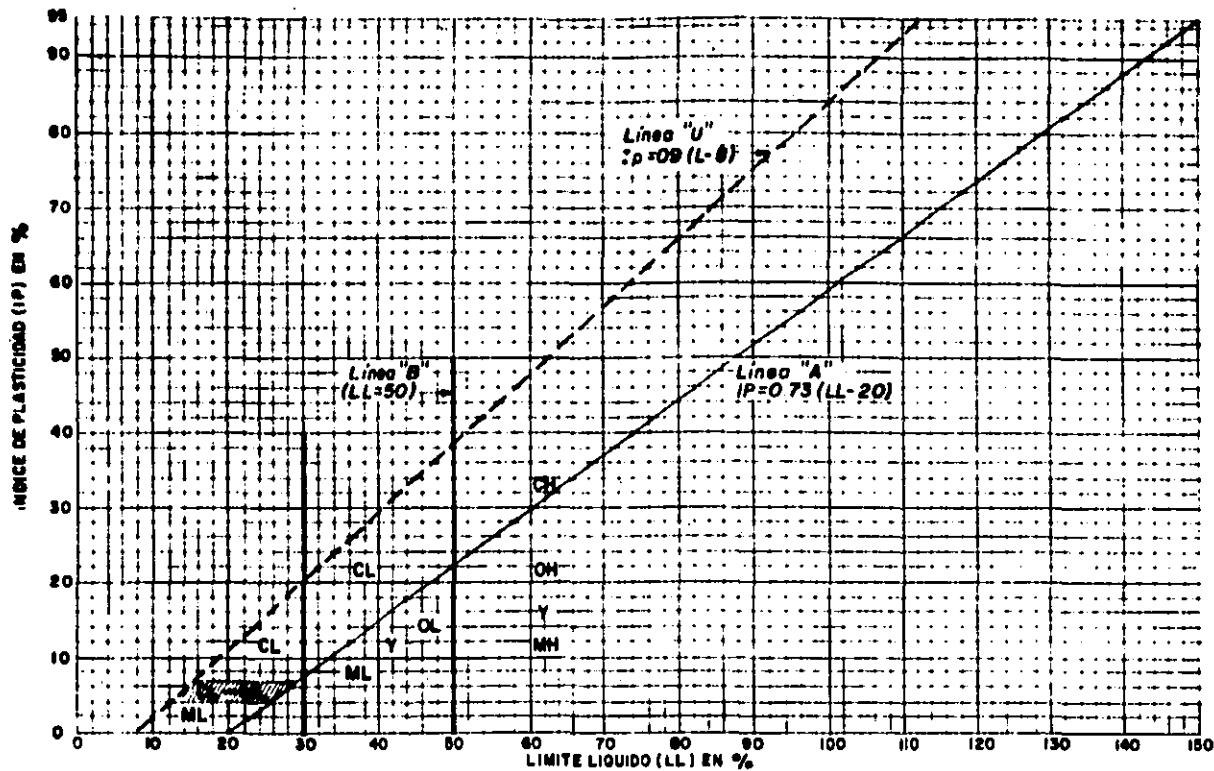
3.4.3 Aproximación requerida

a) En la clasificación

Casagrande (1948) estableció las bases para la clasificación de suelos finos por medio de la carta de plasticidad. Este método consiste en obtener los límites líquido y plástico de un suelo y con la ayuda de la carta de plasticidad determinar el grupo a que pertenece.

Para el desarrollo de la carta Casagrande ensayó suelos de diversas clases, y a partir de sus estudios definió las fronteras empíricas que en ella aparecen (fig 3.4.1). En ella se observa que el intervalo completo de plasticidad se divide en dos grupos principales, designándose con la letra L a los suelos de baja y mediana compresibilidad y con H a los suelos de alta compresibilidad, frontera que queda establecida por medio de la línea $LL=50$. Para diferenciar a los suelos inorgánicos de los orgánicos y limosos, se establece la frontera conocida como línea "A". Casagrande en sus estudios acepta que estas fronteras no son rigurosas ya que son zonas de traslape de varios tipos de suelos en donde se pueden emplear símbolos dobles, pertenecientes a los utilizados a cada lado de la frontera. Esta situación ha sido comprobada por Seed, Woodward y Lundgren (1964), quienes han demostrado que algunos suelos orgánicos y limosos caen francamente por encima de la línea "A", así como algunas arcillas francas (p.e. los caolines) se localizan por debajo de ella.

Ante el panorama anterior, y dado el objetivo de la carta de plasticidad se considera que, determinar los límites de consistencia con una aproximación de 5% será suficiente para utilizarlos para fines de clasificación.



ML.- Líneas inorgánicas y arenas muy finas, polvo de roca, arenas finas limosas o arcillosas ligeramente plásticas
 CL.- Arcillas inorgánicas de plasticidad bajo o medio, arcillas arcillosas e limosas OL.- Líneas orgánicas y arcillas limosas orgánicas de baja plasticidad
 MH.- Líneas inorgánicas, líneas "estricadas", suelos micáceos o diatomáceos, arcillosos finos e limosos CH.- Arcillas inorgánicas de alta plasticidad
 OH.- Arcillas orgánicas de mediana o alta plasticidad

Fig 3.4.1 CARTA DE PLASTICIDAD DE SUELOS FINOS

b) Identificación de suelos potencialmente expansivos.

Los límites de consistencia en combinación con la actividad de las arcillas (Skempton, 1953) se pueden usar para evaluar el potencial de expansión de suelos arcillosos (Seed, Woodward y Lundgren, 1962). Al respecto se considera que, para fines de identificación de esta clase de suelos y para la evaluación cualitativa del potencial de expansión, es suficiente el grado requerido de aproximación de 5% indicado arriba para clasificación ya que, usualmente las estimaciones hechas del potencial de expansión considerando los límites de consistencia, dan valores que resultan muy diferentes a los obtenidos cuando se realizan mediciones directas.

c) En el índice de compresibilidad.

Es ampliamente conocido el hecho de que la compresibilidad de las arcillas aumenta con el límite líquido. Tratándose de arcillas remoldeadas, su índice de compresibilidad, C'_c , se puede estimar con la siguiente correlación (Terzaghi y Peck, 1968).

$$C'_c = 0.007 (LL-10)$$

Para arcillas normalmente consolidadas de mediana a baja sensibilidad el índice de compresibilidad, C_c , in situ es aproximadamente 30% mayor que el obtenido en su estado remoldeado, por lo que la correlación anterior resulta:

$$C_c = 0.009 (LL-10)$$

Los valores del índice de compresibilidad así obtenidos, exhiben una dispersión de resultados con respecto al real de $\pm 30\%$, por lo que se juzga que para fines de estimación de esta característica, será suficiente obtener el límite líquido del suelo con una aproximación igual a la descrita en la parte correspondiente a aproximación requerida de los límites de consistencia para fines de clasificación.

Así, si un suelo tiene un límite líquido igual 68%, el índice de compresibilidad calculado con esta correlación resulta:

$$C_c = 0.009 (68-10) = 0.522$$

Considerando que la dispersión exhibida por la correlación es igual a:

$$\frac{dC_c}{C_c} = \pm 0.30$$

La desviación asociada del límite líquido es, según la ecuación:

$$\begin{aligned} d(LL) &= \frac{dC_c}{0.009} \\ &= \frac{\pm 0.30 C_c}{0.009} \\ &= \pm 17.4\% \end{aligned}$$

Lo anterior significa que, la dispersión con que funciona la correlación con respecto a los valores reales de C_c es tal que, en sentido inverso, es como si los límites líquidos tuvieran un grado de aproximación en su determinación de ± 17.4 unidades; como consecuencia, el orden de aproximación

requerido de 5% ya mencionado se considera ampliamente suficiente para el límite líquido en la correlación anterior.

3.4.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

Los límites de consistencia representan los contenidos de agua del suelo con diferentes consistencias y se expresan en las mismas unidades. Tal situación conduce a suponer que, por similitud, gran parte de los efectos que se puedan presentar en los contenidos de agua también existirán en los límites de consistencia.

En la figura 3.4.2 se presenta la variación del contenido natural de agua y de los límites líquido y plástico con la profundidad para materiales de dos depósitos distintos. El primer perfil corresponde al de la formación arcillosa superior del Valle de México y el segundo a un depósito arcilloso de origen aluvial. Se observa que la tendencia a variar de éstos límites es similar a la que presentan los contenidos naturales de agua, y que para sentido de variación dado, el límite plástico exhibe un cambio atenuado en el sentido correspondiente del contenido natural de agua y el límite líquido un cambio amplificado análogo. Con base en esta consideración, se deduce que, en un perfil estratigráfico, los límites de consistencia presentan una correlación alta con los contenidos naturales de agua.

Las desviaciones de los límites líquido y plástico son similares a la que presentan los contenidos naturales de agua pero en diferente escala, dependiendo del tipo y composición de los materiales. Así, en suelos muy acti

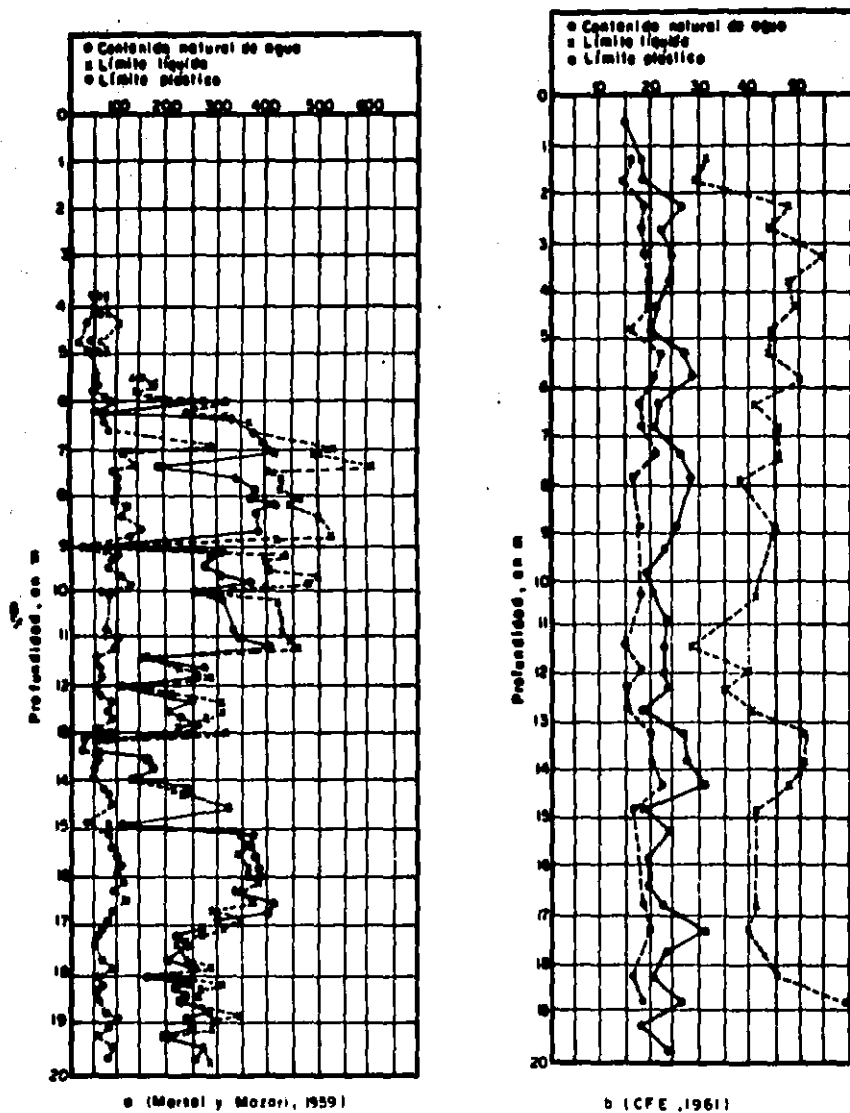


Fig 3.4.2 Variación de los contenidos de agua y los límites de consistencia con la profundidad

vos es de esperarse que los contenidos de agua sean altos y también los límites de consistencia, al compararlos con los obtenidos en suelos menos activos.

En la tabla 3.4.1 se presentan los parámetros estadísticos de ambos perfiles. Según se puede apreciar, los coeficientes de variación para las arcillas del Valle de México muestran una tremenda dispersión de ambos límites de consistencia, lo cual se puede comprobar en la figura 3.4.2.a. La dispersión relativa es mayor en el límite plástico que en el límite líquido. Las arcillas del depósito aluvial (fig 3.4.2.b), presentan una menor dispersión de sus límites de consistencia (límite líquido y límite plástico). En este suelo, los coeficientes de variación son sensiblemente iguales para ambos límites de consistencia lo cual manifiesta que su dispersión natural es similar.

Tabla 3.4.1 Dispersión natural de los límites de consistencia de los suelos mostrados en la fig 3.4.2

Suelo	Media (%)		Desviación estandar (%)		Coeficiente de Variación	
	μ_{LL}	μ_{LP}	σ_{LL}	σ_{LP}	V _{LL}	V _{LP}
Arcilla del Valle de México	316.7	102.7	94.8	49.0	0.300	0.477
Arcilla aluvial	43.6	18.4	7.1	2.4	0.163	0.131

Si se comparan los resultados de esta tabla con la aproximación requerida en la determinación de los límites de consistencia se puede apreciar que, esta dispersión rebasa por mucho cualquier aproximación requerida.

b) Dispersión inducida por el muestreo

Con el muestreo se produce migración del agua intersticial desde o hacia las zonas alteradas del suelo (sección 2.2, capítulo 2). Cuando esto sucede, hay arrastre de iones disueltos que hace que en aquellos sitios en los que el contenido de agua aumenta, también exista un incremento de la cantidad de iones y que el efecto contrario se presente en los sitios donde el agua emigra. Esto produce la consolidación del suelo y un cambio de los límites de consistencia.

En la tabla 3.4.2 se presentan resultados relativos a la dispersión de los límites de consistencia debida al muestreo y en la figura 3.4.3 se muestra la distribución de éstos en la sección transversal del tubo de muestreo. Según se puede apreciar, el muestreo puede producir una dispersión muy importante de los límites de consistencia del suelo, la cual se refleja principalmente en las diferencias entre el centro y la orilla de la muestra.

En el caso particular del suelo mostrado en la tabla (arcilla del Valle de México), el efecto resultó ser mayor en los límites plásticos que en los límites líquidos correspondientes.

Debe reconocerse que una parte de la dispersión observada debe probablemente atribuirse a la dispersión natural.

Tabla 3.4.2 Dispersión de los límites de consistencia en sentido horizontal producida por el muestreo

Muestra	Elevación	Error relativo	
		c_{LL} (%)	c_{LP} (%)
P_c -28	- 8.62	7.4	4.1
P_c -22	-11.58	5.5	13.7
	-11.66	6.5	31.4
P_c -35	-25.30	10.0	
	-25.37	13.3	
	-25.90	3.8	
	-25.95	8.1	
P_c -30	-30.08	5.1	22.9
	-30.16	11.9	22.4
P_c -29	-42.37	14.2	25.3
	-42.45	16.3	19.9

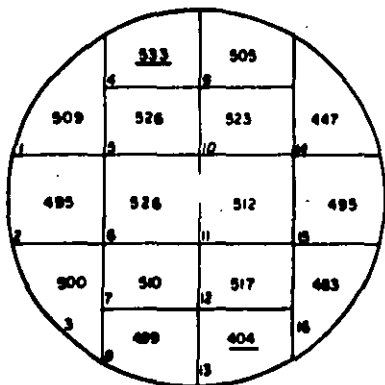
c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye.

Los factores mas importantes que influyen en los resultados de los límites de consistencia son los siguientes:

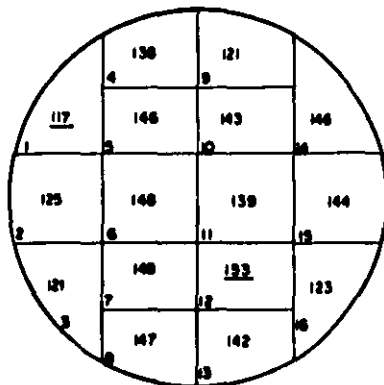
Método de preparación del suelo

Equipo de pruebas

Procedimiento gráfico para estimar el límite líquido

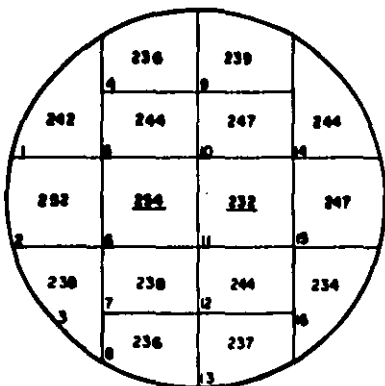


Promedio, LL = 498.4 %
 Desviaciones, $\Delta LL \begin{cases} = +38.6 \% \\ = -92.4 \% \end{cases}$

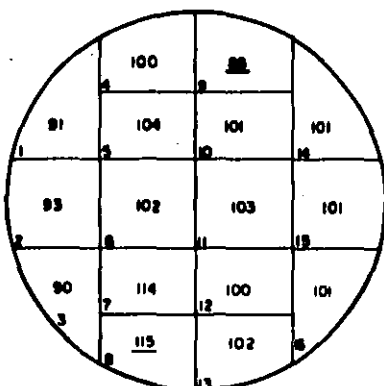


Promedio, LP = 148.0 %
 Desviaciones, $\Delta LP \begin{cases} = +5.9 \% \\ = -30.9 \% \end{cases}$

Nota: los valores subrayados son los máximos y mínimos



Promedio, LL = 241.6 %
 Desviaciones, $\Delta LL \begin{cases} = +12.7 \% \\ = -9.6 \% \end{cases}$



Promedio, LP = 94.4 %
 Desviaciones, $\Delta LP \begin{cases} = +21.3 \% \\ = -9.2 \% \end{cases}$

Fig 3.4.3 Variaciones de los límites líquido y plástico en sentido horizontal en muestreadores de 12.7 cm de diámetro (Marsel y Mazzeri, 1959)

- Método de reparación del suelo

En general, el procedimiento recomendado para preparar un suelo para someterlo a ensayos de límites de consistencia, no contempla el efecto probable que dicha preparación tiene sobre los resultados finales. Esta preparación, esencialmente, sigue dos caminos: 1) a partir del contenido natural de agua del suelo, añadiéndole o quitándole el agua necesaria para poder iniciar la prueba; o 11) secando el suelo al horno y desmenuzándolo para posteriormente volver a hidratarlo hasta dejarlo en condiciones para efectuar el ensayo. En el segundo caso, se efectúa un ciclo de deshidratación-rehidratación que afecta las características estructurales de la relación suelo-agua provocando cambios irreversibles en el valor de los límites de Atterberg (Casagrande, 1948; Sangrey, Noonan y Webb, 1975). Estos cambios dependen del tipo de suelo y para un método de preparación que incluya secado-humedecimiento, los límites varían con el tiempo de rehidratación como se aprecia en la figura 3.4.4.

La magnitud de los cambios que se originan en los límites de consistencia, dependerá del tipo de suelo y de la intensidad del secado. Tal hecho se observa en las figuras 3.4.5.a) y 3.4.5.b), en las que se han graficado las distintas curvas de fluidez correspondientes a la arcilla del Valle de México, obtenidas secando bruscamente el suelo en diversas etapas y a las cuales se les añadió agua a partir del punto más seco para definir los otros puntos de la curva. La gráfica de la figura 3.4.5.c) corresponde a la curva de fluidez determinada secando el suelo paulatinamente al aire a partir de su contenido natural de agua. Además, en todos los casos, se han graficado los puntos correspondientes al contenido natural de agua del suelo, cuyos valores, son en particular mayores que sus límites líquidos respectivos.

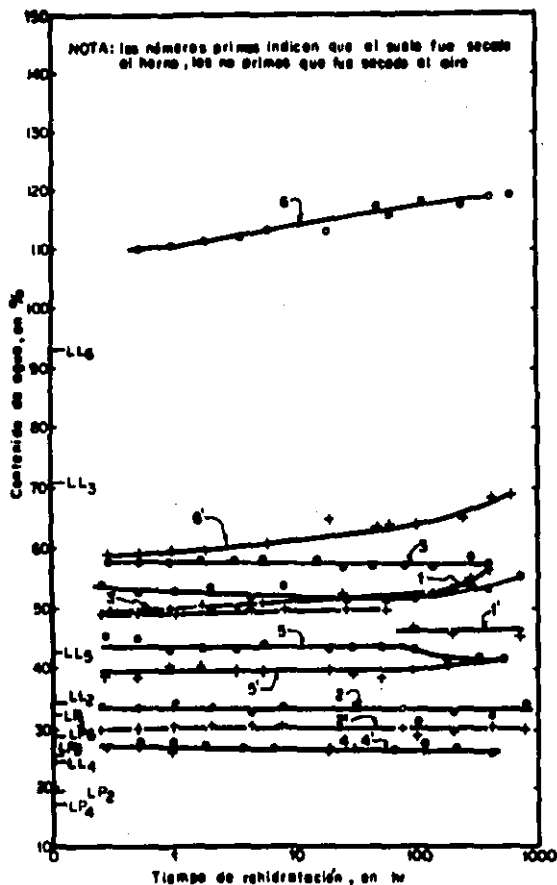
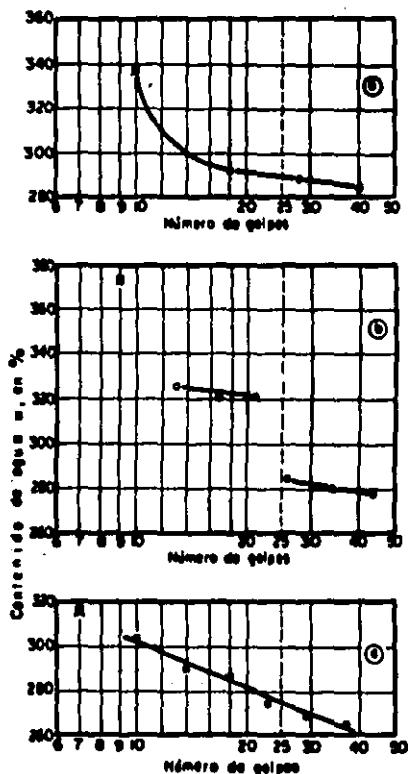


Fig 3.4.4 Efecto del procedimiento de secado en los límites líquidos y su evolución con el tiempo de rehidratación (Sangrey, Nooman y Weeb, 1975)

Estrésimen	Límite líquido	Límite plástico	Contenido nat de agua %	Contenido de ovilla %	Actividad
1	69.5	30.3	70.5	72	0.94
2	34.2	18.8	44.4	55	0.28
3	74.0	27.5	82.4	80	0.99
4	24.5	18.9	22.4	27	0.27
5	42.4	22.3	43.5	55	0.37
6	99.0	27.6	22.0	40	1.68



Nota: En los casos a y b se secó demasiado el espécimen y fue necesario reponer agua para obtener los puntos siguientes. En el ejemplo c el secado de la muestra se hizo en forma gradual, determinando el número de golpes correspondiente a cada humedad, pero sin añadir agua.

ii Puntos correspondientes al contenido natural de agua

Fig 34.5 Efecto del secado en la determinación del límite líquido (Marsal y Mozzi, 1959)

Comparando las dos primeras gráficas con la tercera se concluye que, un procedimiento brusco de secado da lugar a mayores cambios en los límites líquidos que los producidos con el secado gradual y que, las diferencias se incrementan con la intensidad de la deshidratación del suelo. Aunque el último procedimiento proporciona valores uniformes de la curva de fluidez, solo es constante dentro de cierto intervalo, según se aprecia en los resultados graficados en la figura 3.4.6. De dicha figura se desprende que, en un amplio margen, el secado gradual no altera a los límites líquido y plástico sino solo a partir de cierta reducción del contenido natural de agua. Aunque estas experiencias fueron obtenidas con las arcillas de origen volcánico de la Cd. de México (Marsal y Mazari, 1959), no debe desecharse la posibilidad de que resultados similares, aunque en diferente escala, se pudieran obtener con otro tipo de suelos.

En la tabla que sigue se presentan los errores relativos producidos por el efecto de secado sobre los suelos de la figura 3.4.4.

Tabla 3.4.3 Dispersión de los límites líquidos por efecto de secado

Suelo	LL (%)	LP (%)	w (%)	Error relativo c_{LL} (%)
1	70	30	70.5	32.4
2	34	19	44.4	12.3
3	74	28	82.4	32.4
4	25	17	22.4	14.3
5	42	22	43.5	5.7
6	95	28	22.0	31.5

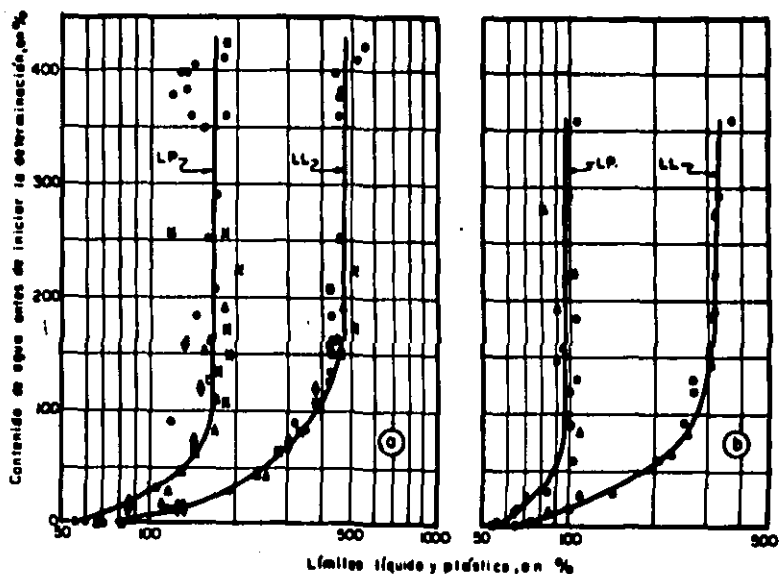


Fig 3.4.6 Variación de los límites de consistencia con el contenido de agua (Secado gradual, Marsal y Mazeri, 1959)

De la tabla se desprende que, el procedimiento de secado del suelo previo al ensayo, puede producir una dispersión importante de valores de los límites de consistencia.

- Equipo de pruebas.

La dispersión de resultados ocasionada por el equipo de pruebas se puede deber a las siguientes causas:

Defectos en el aparato de Casagrande y/o en la determinación del límite

plástico.

Por efecto del procedimiento de secado del suelo después del ensaye.

. Defectos en el aparato de Casagrande y/o en la determinación del límite plástico.

Este punto se refiere sustancialmente a los valores disímboles de los límites de consistencia que podrían obtenerse, causados principalmente por diferencias entre el equipo original (reconocido y aceptado de manera institucional) y los equipos fabricados por las diversas firmas comerciales. Debe hacerse hincapié que la estandarización del aparato de Casagrande (Casagrande, 1958), se hizo con el fin de garantizar, en forma razonable, la repetibilidad de resultados obtenidos con un solo aparato o entre dos aparatos diferentes, evitando así que cualquier variante de los equipos motivara cambios en los límites líquidos, como los reportados por Norman (1958) en términos de la dureza de la base empleada por dos instituciones distintas (en que los límites líquidos diferían hasta en 3 y 4 unidades para los distintos suelos ensayados, y las actividades de las arcillas arrojaban diferencias del 9% al 16% de las obtenidas empleando el equipo estándar).

Los ensayos anteriores dieron como resultado que el error relativo estuviera comprendido entre 5% y 10%.

En relación con el límite plástico, no existe un estándar para efectuar el ensaye, ya que mientras algunos autores recomiendan procedimientos basados en la frecuencia con que debe rodarse el suelo (ASTM, 1975), otros no lo

mencionan (SARH, 1970; Bowles, 1970). Empero, esta determinación queda respaldada por el hecho de que se hace por duplicado, existiendo, en cierta medida, una verificación de la repetibilidad de los resultados.

. Efecto del procedimiento de secado del suelo.

Puesto que los límites de consistencia poseen, para diversos estados del suelo, el mismo significado físico que los contenidos de agua, se desprende de que cualquier método de secado del suelo, afecta por igual a ambas determinaciones. Así, un procedimiento de secado que elimine mayor cantidad de agua, dará un valor más alto tanto del contenido de agua como de los límites líquido y plástico respectivamente (Lambe, 1949). Ante este panorama, se considera que lo referido en la sección 3.1 con relación a este tema, resulta aplicable para el caso de los límites de consistencia.

- Procedimiento gráfico para estimar el límite líquido.

Para obtener el límite líquido se emplea la copa de Casagrande (ver procedimiento de prueba en el manual SARH de mecánica de suelos). Generalmente se realizan cuatro determinaciones a contenidos de agua diferentes, y los resultados se grafican en un rayado semilogarítmico en donde se traza la curva que mejor se ajuste a los puntos obtenidos (curva de fluidez), y la ordenada correspondiente a una abscisa de 25 golpes es el límite líquido. La ecuación de la curva es:

$$w = F_w \log N + C$$

en la que w es el contenido de agua correspondiente a un número dado de golpes, n ; F_w el índice de fluidez (pendiente de la curva) y c una constante.

Diferenciando la ecuación en términos de w y n se tiene:

$$\begin{aligned} dw &= \frac{F_w \log e}{N} dn \\ &= 0.434 F_w \frac{dn}{N} \end{aligned}$$

dado que para el límite líquido $N = 25$ resulta:

$$d(LL) = 0.0174 F_w dn$$

ecuación que proporciona la aproximación con que se conoce el límite de un suelo, en función de la aproximación con que se ha graficado su curva de fluidez.

La pendiente de las curvas de fluidez usualmente es menor que 100%, y dentro de este intervalo, la mayor pendiente corresponde a suelos con mayor límite líquido. La aproximación con que se traza la curva es de $N = 2$, por lo que se considera que el error relativo ocasionado en el límite líquido por esta causa es inferior que 2%.

Además de las causas anteriores, los errores de laboratorio siguientes también son fuentes de dispersión de los límites de consistencia:

- Límite líquido

. Aparato de Casagrande mal construido (no cumple con los estándares) y/o descalibrado.

. Copa y ranurador gastados. El desgaste de la copa puede ser en su punto de percusión o por pérdida de peso. El desgaste del ranurador provoca una ranura mas ancha y una altura menor del talud del suelo.

. Uso de ranurador curvo. Este tipo de ranurador no acota la altura del talud del suelo formado en la copa.

. Corte incorrecto de la ranura. El corte debe ser central y el ranurador debe permanecer normal a la superficie de la copa en todo momento.

. Falla del suelo en la interfase suelo-copa. La ranura debe cerrarse por falla de talud en el suelo.

. Defectos en el remoldeo y enrasado del suelo. Existencia de burbujas dentro del suelo a la hora del ensayo y falta de precaución al enrasar el suelo en la copa (la superficie de enrasado deberá ser horizontal). Además, el remoldeo debe proporcionar una mezcla homogénea suelo-agua.

. Pérdidas de agua durante el pesaje.

. Muestra no representativa. Deberá tomarse la muestra de la zona fallada del talud para determinar su contenido de agua.

- Límite plástico

. Rodado del cilindro con los dedos. Esto causa un rompimiento prematuro del suelo ya que la presión ejercida no es uniforme.

. Diámetro final de los rollitos incorrecto. El diámetro debe ser de 3mm (1/8 de pulgada).

. Suspensión de la operación antes de tiempo. La operación debe suspenderse en el momento del fracturamiento y desmoronamiento incipiente del suelo.

En la tabla siguiente se presenta un resumen de la dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye en el límite líquido. En ella se aprecia que la causa mas importante de la dispersión es el secado previo del suelo, ya que este procedimiento motiva cambios en su estructura química. En segundo término de importancia esta el aparato para determinar el límite líquido y en último lugar el procedimiento gráfico empleado para obtener este límite.

No se tienen datos suficientes para establecer una tabla semejante para el límite plástico.

Tabla 3.4.4 Dispersión del límite líquido causada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye de laboratorio.

Factor	Dispersión e_{LL}^* (%)
secado previo del suelo	6 a 32
Aparatos de límite líquido con base de distinta dureza	5 a 10
Procedimiento gráfico	2

* Error relativo

Como se puede ver, el procedimiento gráfico produce un error relativo que es menor que el orden de aproximación requerido en la determinación de este límite. En cambio, el error relativo producido por el secado previo del suelo o por el uso de aparatos no estandarizados puede ser igual o mayor que la aproximación requerida.

3.4.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados

Con base en lo anteriormente expuesto, se ha construido la tabla 3.4.5 en donde se resumen los datos de la aproximación requerida y de dispersión de resultados de los límites de consistencia.

Tabla 3.4.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados de los límites de consistencia.

Aproximación requerida	Dispersión de resultados					
	natural (%)		muestreo (%)		laboratorio (%)	
$c_{LL} = c_{LP}(\%)$	V_{LL}^*	V_{LP}^*	c_{LL}^{**}	c_{LP}^{**}	c_{LL}^{**}	c_{LP}^{**}
5	*** 16 a 30	*** 13 a 48	5 a 16	4 a 31	**** 2 a 32	

* Coeficiente de variación

** Error relativo

*** En arcillas del Valle de México

**** Este error es debido al secado previo del suelo

En la tabla se observa que la dispersión natural es la mayor fuente de error en la obtención de los límites de consistencia, y que es mayor, por un margen muy amplio, que el orden de aproximación requerido.

El muestreo produce una dispersión de resultados que puede ser igual o mayor que la precisión requerida en la determinación de estos límites.

La dispersión que puede introducir el secado previo del suelo (práctica común en nuestro medio), pone en evidencia la importancia de realizar la prueba en muestras que se encuentran con su contenido de agua natural, y no permitir que el contenido de agua baje mas allá del límite plástico o del contenido natural durante la preparación del material.

3.4.6 Conclusiones

1. Para la utilidad que usualmente se da a los límites de consistencia, es apropiado determinarlos con un orden de aproximación de 5%.
2. La dispersión de resultados puede ser mayor que el orden de aproximación requerido en la obtención de los límites de consistencia, principalmente debido a la dispersión natural, usual de estas propiedades. Una de finición mas fina de la estratigrafía y la repetición de las pruebas en un número grande de muestras, puede ser necesario en muchas situaciones típicas para llegar a una dispersión aceptable.
3. El secado previo de los suelos es una práctica que debe eliminarse si se pretende obtener una precisión adecuada en la determinación de estas propiedades.

3.4.7 Referencias

- ..ASTM, (1975) "Annual Standard". Parte 19, abril, pp 78-83
- ..Bowles, J. E. (1970) "Engineering Properties of Soils and Their Measurement", Mac Graw Hill, Co.
- ..Casagrande, A., (1948) "Classification and Identification of Soils", Transactions ASCE, vol. 113 pp 901-991.
- ..Casagrande, A., (1958) "Notes on the Design of the Liquid Limit Device", Geotechnique vol. VIII, pp 84-91.

..CFE (1961) "Estudio de Mecánica de Suelos y Recomendaciones para las Cimentaciones de la Planta Termoeléctrica de Delicias, Chih.", Informe interno, México, D.F.

..Lmabe (1949) "How Dry Is a Dry Soil?", Proceedings HRB, vol. 29, pp491-496, diciembre

..Marsal R. y Mazari M. (1959) "El subsuelo de la Ciudad de México". Contribución al Ier. Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos y Cimentaciones.

..Norman, L. E. (1958) "A Comparison of Values of Liquid Limit Determined With Apparatus Having Bases of Different Hardness", Geotechnique vol. VIII, pp 79-83.

..Sangrey, D., Noonan, D. y Weeb, G. (1975) "Variation in Atterberg Limits of Soils Due to Hydration History and Specimen Preparation", Special Technical Publication 599. ASTM

..SARH, (1970) "Manual de Mecánica de Suelos", 2a Ed., México.

..Seed, B., Woodward, R. y Lundgren, R. (1962) "Prediction of Swelling Potential for Compacted Clays", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, junio, pp 53-87.

..Seed, B., Woodward, R. y Lundgren, R. (1964) "Fundamental Aspects of the Atterberg Limits", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, noviembre, pp 75-105.

..Seed, B., Woodward, R. y Lundgren, R. (1964.a) "Clay Mineralogical Aspects of the Atterberg Limits", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, julio, pp 107-131.

..Skempton, A. W. (1953) "The Colloidal Activity of Clays", Proc. III ICOSOMEF, Zurich, vol. I, pp 57-61.

..Terzaghi, K. y Peck, R. (1968) "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica" Ed. El Ateneo, 3-a Ed., pp 74-81.

3.5 Compactación de suelos finos.

3.5.1 Introducción.

Se llama compactación al procedimiento empleado para densificar un suelo mediante la aplicación de cargas transitorias de corta duración.

En este proceso, el contenido de agua del suelo tiene un efecto determinante por la lubricación que se presenta entre sus partículas. Para una energía de compactación dada, el incremento progresivo del contenido de agua de compactación produce un aumento en el peso volumétrico seco del suelo compactado, hasta cierto límite, después del cual el peso volumétrico decrece.

Para el estudio de las diversas variables que afectan a la compactación, para el control de la compactación de campo y para la producción de especímenes en los que se reproduzcan el peso volumétrico seco, γ_d , el contenido de agua, w , y la estructura del suelo compactado en el campo, que permitan

el estudio de sus propiedades mecánicas, se han desarrollado diversos procedimientos de compactación de laboratorio. Los tres mas comunes son el de compactación por impactos, por amasado y por carga estática. Sin embargo, se ha hecho costumbre que en los laboratorios de mecánica de suelos se trabaje con una sola prueba patrón, y a partir de sus resultados se deriven especificaciones para la compactación en el campo de toda clase de suelos finos o de un gran número de ellos (Marsal y Reséndiz, 1975). La prueba patrón que ha alcanzado una enorme aceptación, es la Próctor Estándar (SARH, 1970) y es la más utilizada comúnmente. Cuando se requiere mayor energía de compactación, algunos laboratorios recurren a la prueba Próctor Modificada o a variantes de la Próctor Estándar en las que se incrementa la energía aplicada.

3.5.2 Objetivos

La principal utilidad de la prueba de compactación de laboratorio, es la especificación y el control de la compactación de campo, sin atender el aspecto relativo a tratar de reproducir las relaciones peso volumétrico seco contenido de agua y la estructura del suelo compactado de campo.

En algunas ocasiones, se requiere especificar y controlar únicamente el contenido de agua de compactación, como es el caso cuando se construyen recubrimientos impermeables de arcilla para almacenamientos de agua (Auvinet y Espinoza, 1981) en que importa mas la estructura final del suelo que su grado de compactación.

3.5.3 Aproximación requerida.

a) En la especificación y control de la compactación.

Para la especificación y el control de la compactación de campo, se hace uso de ciertas normas que derivan de la prueba patrón seleccionada. Estas normas definen algunas tolerancias con respecto al peso volumétrico seco máximo y al contenido de agua medio deseable de compactación.

Dado que es función de la compactación mejorar las propiedades mecánicas de los suelos y minimizar los posibles cambios volumétricos, cualquier especificación de compactación debe abarcar ambos aspectos. Se estipula que el peso volumétrico seco del suelo compactado en el campo, sea igual, con mas o menos alguna desviación a cierto porcentaje del peso volumétrico seco máximo obtenido con la prueba patrón, y para el contenido de agua de compactación se especifica un intervalo tolerable de variación, el cual define las desviaciones máximas con respecto a su valor medio requerido.

La selección de valores apropiados de γ_d y w que servirán para especificar la compactación de campo, debería hacerse tomando en cuenta resultados como los mostrados en las figuras 3.5.1 y 3.5.2, y no a partir de normas fijas que no poseen un significado preciso en relación con el tipo y propiedades de los suelos compactados. Desgraciadamente, esta última práctica es actualmente común. Las desviaciones máximas permitidas $\Delta\gamma_d$ y Δw , deberían en rigor definirse en función de la uniformidad en cuanto a estabilidad volumétrica y resistencia al corte que desee obtenerse para el suelo compactado en el campo.

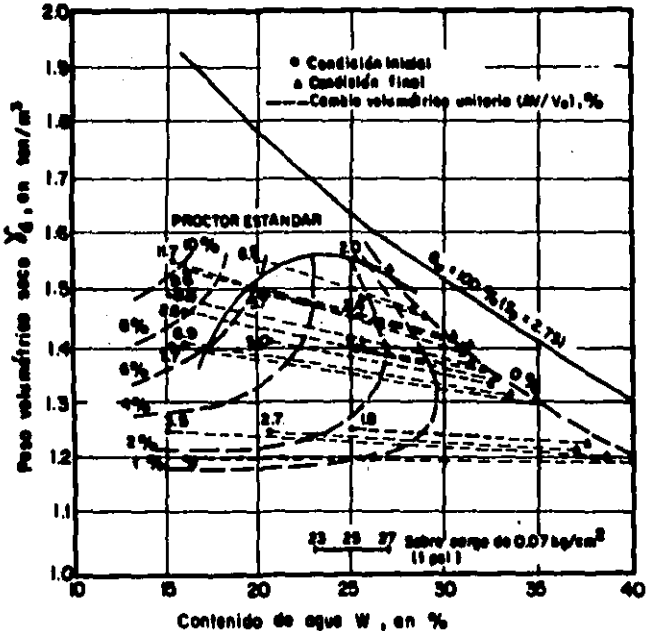


Fig 3.5. Expansividad de diversos especímenes de un suelo para distintos pesos volumétricos y contenidos de agua de compactación (Grazos, 1976)

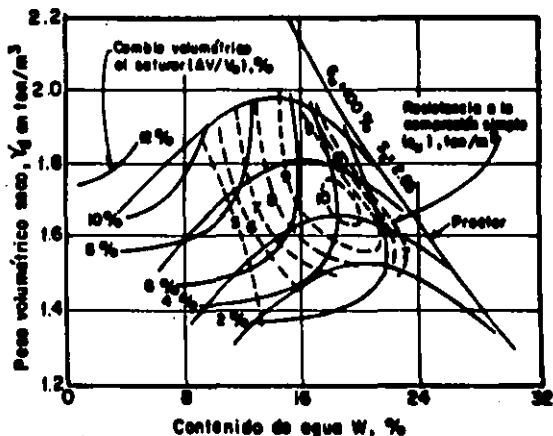


Fig 3.5.2 Expansividad y resistencia a la compresión simple de un suelo para distintos pesos volumétricos secos y contenidos de agua de compactación (Orazco, 1976)

Tomando como base relaciones como las mostradas en las figuras 3.5.1 y 3.5.2 se considera que, para la especificación y control de la compactación, será suficiente obtener los pesos volumétricos secos compactados y los contenidos de agua de compactación con un orden de aproximación respectivamente de 2% y de 5%.

b) En la especificación y control del contenido de agua de compactación de recubrimientos impermeables de arcilla.

En la figura 3.5.3 se muestra la importancia que tiene el contenido de agua de compactación en la permeabilidad del suelo compactado. Un pequeño incremento del contenido de agua de compactación puede producir cambios en la permeabilidad del suelo compactado de varios ordenes de magnitud

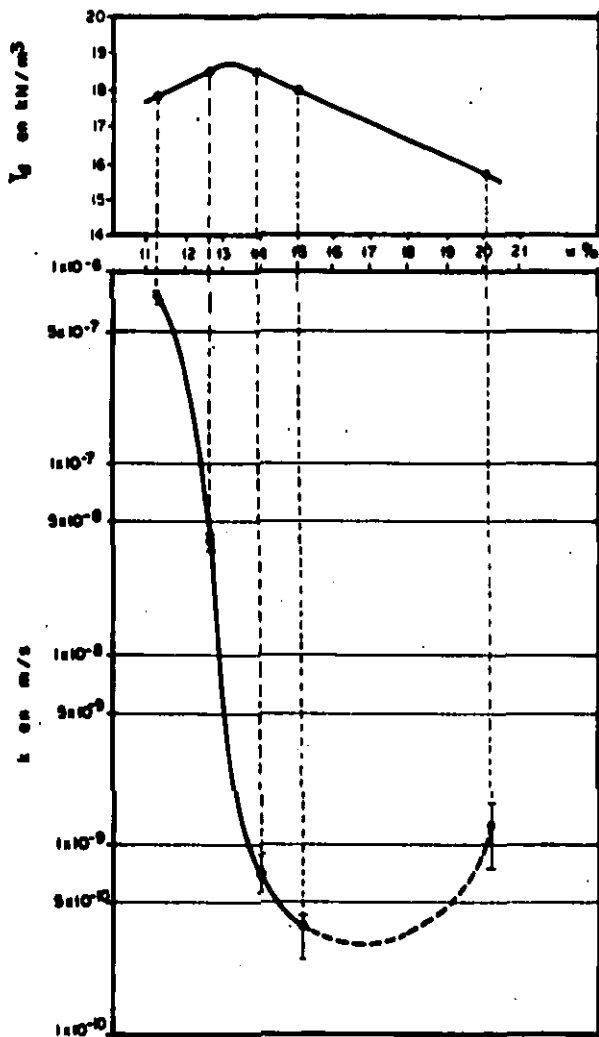


Fig 3.5.3 Curvas de compactación y permeabilidad

En las situaciones como la anterior, el contenido de agua de compactación deberá obtenerse con un orden de aproximación también de 5%.

3.5.4 Dispersión de resultados.

a) Dispersión natural

El suelo empleado como material de compactación se extrae usualmente de bancos de préstamo. Debido a la extensión que generalmente tienen estos bancos, cabe esperar que la dispersión natural que acusan los parámetros de compactación dependa del grado de uniformidad del suelo.

En figura 3.5.4 aparece la sección en planta de un banco de préstamo compuesto por un suelo arcilloso residual en donde se muestran los valores del peso volumétrico seco máximo y del contenido de agua óptimo de compactación obtenidos en cada uno de los sitios allí mostrados. En la figura 3.5.5 se muestran los histogramas correspondientes al análisis estadístico efectuado con los resultados de compactación con un suelo también residual correspondiente a otro banco de préstamo. En la tabla que sigue se presentan los valores del promedio, de la desviación estándar y del coeficiente de variación correspondientes a los parámetros de compactación obtenidos en ambos bancos de préstamo.

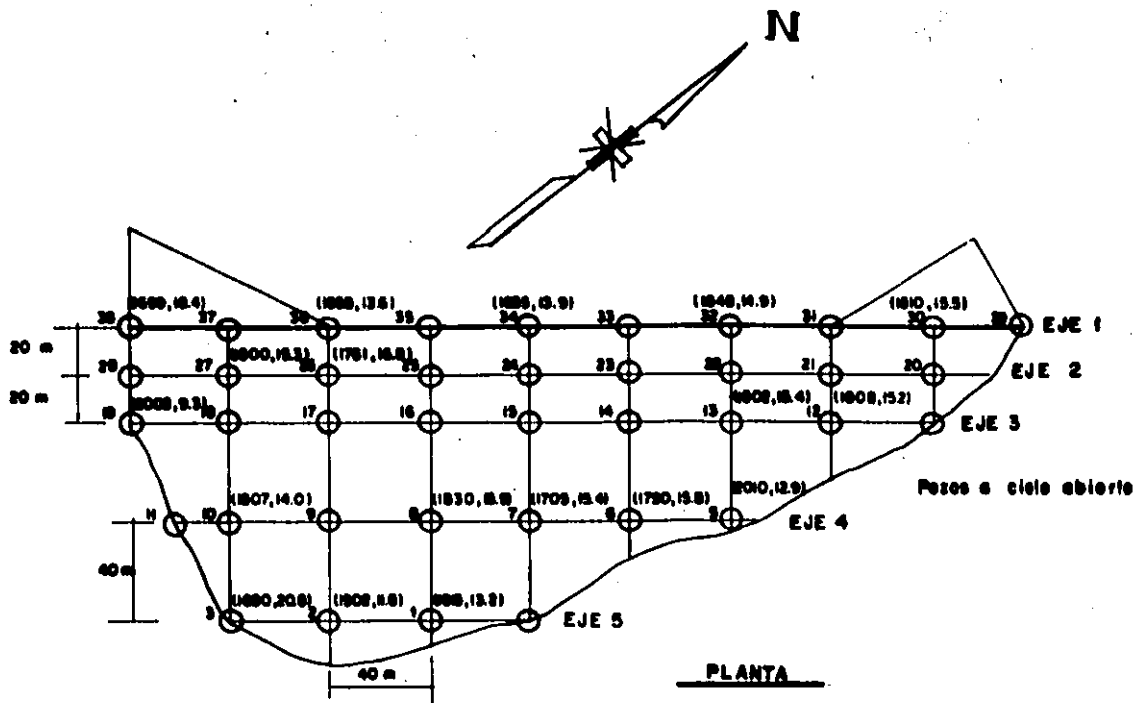


Fig.3.5.4 Valores de $(\delta_{d_{max}} \cdot W_n)$ obtenidos con la prueba próctor para un banco de préstamo en el P.H. Caracol, Gro. (C.F.E. 1980)

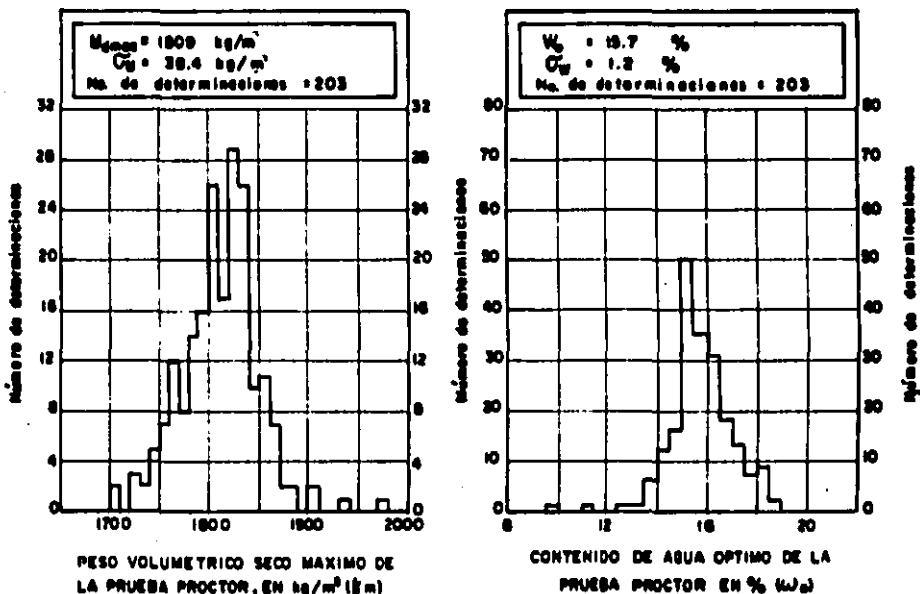


Fig 3.5.5 Resultados estadísticos de compactación para lo ategua aguas arriba del P.H. La Angostura, Chis. (C.F.E. 1970)

Tabla 3.5.1 Resultados estadísticos de los valores óptimos de las pruebas de compactación de los suelos de las figuras 3.5.4 y 3.5.5

Suelo	Promedio		Desviación estándar		Coeficiente de variación	
	Y_d (kg/m^3)	w_o (%)	σ_{Y_d} (kg/m^3)	σ_{w_o} (%)	v_{Y_d}	v_{w_o}
Fig 3.5.4	1,826	15.1	91.4	2.4	0.050	0.162
Fig 3.5.5	1,809	15.7	38.4	1.2	0.021	0.080

De los resultados de la tabla se aprecia que, en el primer caso (fig 3.5.4) el suelo presenta una dispersión mayor de los valores óptimos de compactación que los que presenta el segundo suelo tratado (fig 3.5.5), y que la dispersión natural de los pesos volumétricos secos máximos, es menor que la dispersión natural de los contenidos de agua óptimos.

Se observa que, la dispersión natural de los parámetros de compactación es mayor que el orden de aproximación requerido en la determinación de éstos.

b) Dispersión debida al muestreo.

La exploración de algún banco de material para emplearlo en un relleno o el muestreo en ese banco se hacen por diversos procedimientos (SARH, 1970). Ello da lugar a una mezcla de materiales con diferentes características debido al cambio de posición relativa entre ellos. Esta mezcla modifica la dispersión natural del suelo y resulta prácticamente imposible deslindar hasta donde influye este cambio en los valores del peso volumétrico seco y del contenido de agua de compactación. Sin embargo se considera que su efecto es poco importante para fines prácticos.

c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye.

La dispersión de resultados de las pruebas de compactación de laboratorio se debe principalmente a las siguientes causas:

Eliminación de la fracción gruesa del suelo

Uso de una base inadecuada de compactación

Reutilización del suelo

Procedimiento de humectación inadecuado

- Efecto de la fracción gruesa

. En el peso volumétrico seco máximo.

Antes de compactar un material en el laboratorio, se requiere prepararlo. Esta preparación se efectúa generalmente: i) con la fracción del suelo que ha pasado la malla No. 4, o ii) con la fracción del suelo que incluya partículas hasta de 3/4 de pulgada de diámetro (la fracción de diámetro mayor que éste se sustituye por el mismo peso de suelo con diámetros comprendidos entre 3/4 de pulgada y el de la malla No. 4 - técnica de eliminación y reemplazo de partículas).

Es bien sabido que cualquier cambio de la distribución gruesa de un suelo por compactar, produce un cambio en su curva de compactación. La figura 3.5.6 muestra las curvas de compactación obtenidas para un material bien graduado con varios límites superiores en el tamaño máximo de partículas; si mejora la distribución granulométrica, el peso volumétrico seco aumenta. Sucede lo mismo cuando aumenta el porcentaje de partículas gruesas en el suelo. En ambos casos las curvas de compactación se desplazan hacia arriba y hacia la izquierda del diagrama γ_d vs w , ocasionando un aumento en los pesos volumétricos secos máximos y un decremento en los contenidos de agua óptimos. El incremento de los pesos volumétricos secos con el aumento en proporción de la fracción gruesa llega hasta cierto límite, y cuando se rebasa, cualquier incremento en el porcentaje de partículas gruesas se

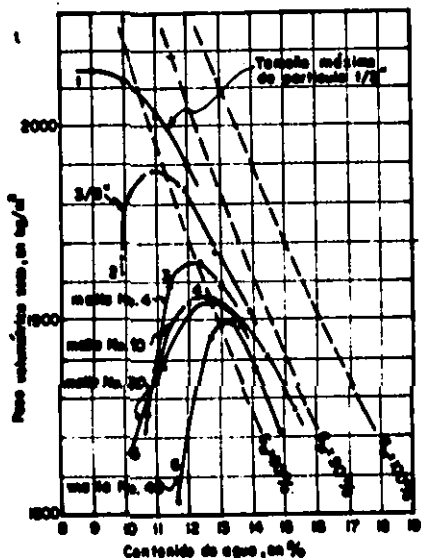


Fig. 3.5.6 Efecto del tamaño máximo del agregado grueso en las curvas de compactación (Lambe, 1962)

traduce en un decremento de los γ_{dmax} . Así, el peso volumétrico seco máximo maximum, es función característica del suelo empleado (Donaghe y Townsend, 1976). En las figuras 3.5.7 y 3.5.8 se muestra lo anterior para dos mezclas bien graduadas de arena grava y arcilla.

Al mejorar la distribución granulométrica del suelo, los óptimos de las curvas de compactación se desplazan hacia arriba y hacia la izquierda del diagrama γ_d vs w , debido a que la compactación es más eficiente porque se permite un reacomodo de los granos pequeños entre los huecos dejados por los granos más gruesos. Con la técnica de eliminación y reemplazo, este efecto no se produce ya que, a causa de la granulometría más uniforme del suelo, existe interferencia entre las partículas, lo cual motiva que la com-

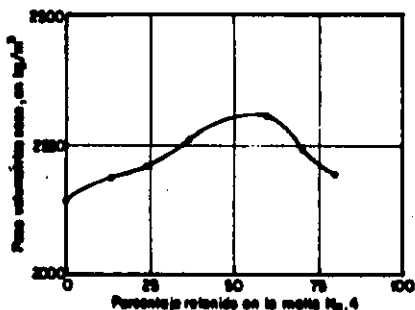


Fig 3.5.7 Efecto del contenido de grava en el peso volumétrico seco máximo de una mezcla compactada por impactos (Marsal y Roséndiz, 1975)

compactación no se verifique de manera uniforme. Esta técnica produce una caída de los pesos volumétricos secos máximos y un aumento de los contenidos de agua óptimos con relación a los obtenidos empleando una gama más amplia de partículas.

Como se observa de la figura 3.5.8, son dos los efectos que se producen con la técnica de eliminación y reemplazo de partículas. En primer término, el peso volumétrico seco máximo *maximorum* se registra con un porcentaje menor del agregado grueso que en el caso de haberse empleado una gama más amplia de partículas. Y en segundo lugar, a igualdad de proporciones de la fracción gruesa, los pesos volumétricos secos son sistemáticamente mayores para el caso de una mejor distribución granulométrica. Las diferencias encontradas en este suelo, se traducen en una reducción de los pesos volumétricos secos cuyo error relativo varía de 2% a 5% con respecto al valor obtenido de los pesos volumétricos secos empleando la gama completa de partículas.

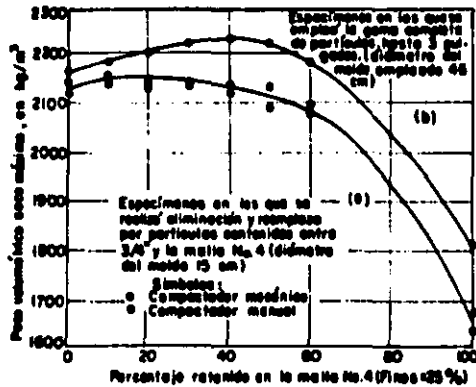


Fig. 3.5.8 Variación de los pesos volumétricos secos máximos contra el porcentaje de grava, en un suelo arcilloso compactado (Donaghy y Townsend, 1976)

El decremento de los pesos volumétricos secos máximos debido a la eliminación de partículas mayores que la malla 4, podría resultar en errores relativos cometidos con respecto al máximo máximo hasta de 7% para un suelo como el señalado en la figura 3.5.7 y de 4% para el de la figura 3.5.8.

. En el contenido de agua óptimo

El agua añadida, es parte importante en el proceso de compactación de la parte fina del suelo, pero al incrementarse la fracción gruesa, existe interferencia entre los granos durante el proceso de densificación y esta pierde su significado. Lo anterior sucede cuando se emplea el método de sustitución y reemplazo de granos, ya que se produce un suelo de granulometría mas uniforme, y en el que, al existir interferencias de las gravas

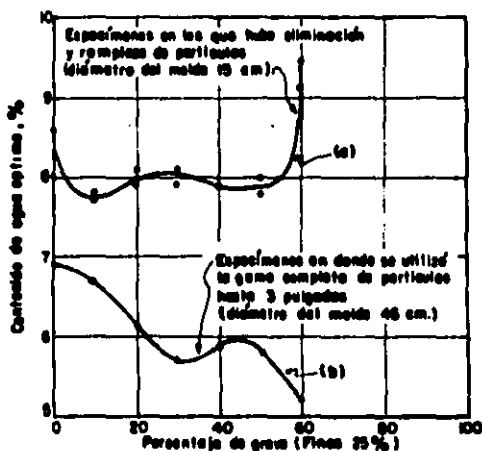


Fig. 3.5.9 Relación entre los contenidos de agua óptimos con los porcentajes de grava de una arcilla compactada (Donaghe y Townsend, 1976)

en la compactación de los finos, se originan contenidos de agua mayores que los obtenidos con una mejor distribución granulométrica (Donaghe y Townsend, 1976).

En figura 3.5.9 aparecen graficados los contenidos de agua óptimos contra el porcentaje de grava utilizada en un suelo compactado. En ella se observa que los especímenes preparados mediante la técnica de eliminación y reemplazo de partículas, muestran pequeñas variaciones del contenido de agua óptimo para un amplio intervalo de porcentajes de grava mientras que, el contenido de agua óptimo de aquellos especímenes que fueron compactados utilizando una gama más amplia de granos, presenta una tendencia sistemática a disminuir al incrementarse el porcentaje de grava. Para el suelo compactado empleando la gama completa de partículas, la reducción

máxima del contenido de agua al aumentar el porcentaje de gravas de 0% a 60% fue de 2 unidades, lo cual equivale, aproximadamente, a un cambio de 30% en relación con el contenido de agua óptimo.

- Efecto de la base de compactación.

Los resultados de la prueba de compactación dependen en cierta medida de la base sobre la cual se coloca el molde. Las especificaciones señalan que el requisito mínimo que debe cumplir tal base es que sea de concreto y que posea un peso mínimo de 90 kg (200 lb según ASTM Standards, 1975); algunos otros manuales indican una base de más de 300 kg de peso (SARH, 1970). Para que la prueba sea estándar debe haber repetibilidad de resultados, esto se logra efectuando los ensayos en igualdad de circunstancias.

Cuando se compacta un suelo colocando el molde sobre distintas bases, existe un cambio de posición de los óptimos de las curvas de compactación. Estos cambios dependen de la masa de la base de compactación (Ray y Chapman, 1954). En la figura 3.5.10 se aprecia lo anterior al observar como tienden a desplazarse hacia arriba los óptimos de las curvas de compactación en el diagrama γ_d vs w en la medida en que aumenta la masa de la base sobre la que se apoya el molde de compactación. Es decir, que la energía entregada por el martillo de compactación, produce mejores efectos sobre el suelo cuando aumenta la masa de la base sobre la que se apoya el molde.

Los suelos ensayados fueron arcillas de mediana y alta plasticidad y mez-

- Compactación efectuada en una mesa de madera
 - x Compactación efectuada sobre piso de cemento
 - Compactación efectuada en una mesa de madera
 - △ Compactación efectuada sobre piso de concreto
- Compactación hecha después de 5 días de reposo del suelo humectado
Suelo compactado inmediatamente después de añadirle agua

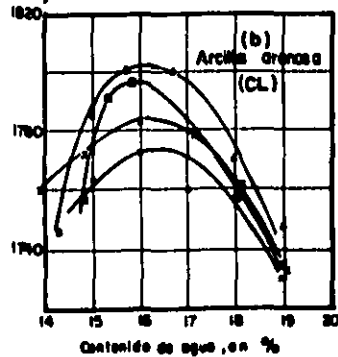
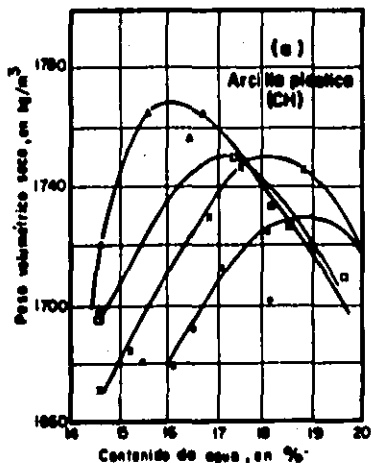


Fig 3.5.10 Efectos del procedimiento de humectación y de la base de compactación en el suelo compactado (Ray y Chapman, 1954)

clas de estos materiales con arena y grava. El incremento de los pesos volumétricos secos máximos fue del orden de 0.5% a 1.5% cuando se empleó una base de compactación adecuada (con un peso no menor que 90 kg) y la reducción del contenido de agua óptimo tuvo una diferencia relativa comprendida entre 0% y 6%.

- Efecto de la reutilización del suelo.

Quando se utiliza el mismo material para determinar varios puntos de la curva de compactación, se crean pequeños paquetes aglutinados de suelo que producen un aumento del peso volumétrico seco y una distribución no homogénea del agua en la masa del suelo compactado. El efecto es más notorio en suelos de alta plasticidad, pues se producen diferencias significativas en la forma de las curvas de compactación. Algunas investigaciones muestran que, tales diferencias se localizan principalmente en la zona de bajo contenido de agua (Lee, 1976). El incremento de los pesos volumétricos secos llega a ser hasta de 130 kg/m³ en algunos suelos (Sowers y Nelson, 1949; Lamba, 1962), pudiéndose acotar su variación dentro del intervalo comprendido entre 80 y 130 kg/m³ (Bowles, 1970). Las diferencias anteriores pueden provocar errores relativos que van desde 5% hasta 10% y más con relación a los pesos volumétricos que debían obtenerse.

- Efecto del procedimiento de humectación.

Para que exista homogeneidad en la distribución de humedades del suelo, se debe permitir el reposo de éste después de agregarle el agua necesaria para su compactación. Lo anterior es más importante tratándose de suelos arcillosos. Cuando esto no se hace, es decir, cuando se compacta el suelo inmediatamente después de que se le ha agregado el agua, se producen en él pequeños nódulos de arcilla dura cuya tendencia es actuar como un agregado.

Este comportamiento hace que se obtengan mayores pesos volumétricos secos y menores contenidos de agua siguiendo este procedimiento. En suelos de alta plasticidad, las diferencias han llegado a representar un error relativo de 5% a 10% del valor del peso volumétrico seco máximo, y de 10% del valor del contenido de agua óptimo (Ray y Chapman, 1954).

El tiempo de reposo necesario para obtener uniformidad satisfactoria en la distribución de humedades, dependerá del tipo de suelo por compactar, requiriéndose períodos cortos de reposo para suelos poco plásticos hasta varios días de homogeneización en suelos cuyo índice de plasticidad es mayor que 20.

Otras causas adicionales que producen dispersión de valores de los parámetros de compactación son los errores de ensaye que se enumeran a continuación:

- Desagregación incompleta de los grumos del suelo seco.

Causa un aumento de los pesos volumétricos secos máximos y una reducción de los contenidos de agua óptimos del suelo, pues los grumos actúan como agregado.

- Distribución no uniforme del esfuerzo de compactación sobre la superficie de cada capa.
- Contenido de agua no representativo del suelo compactado. El contenido de agua representativo es el de todo el material contenido en el molde.
- Número insuficiente de puntos de la curva de compactación. Deben haber al menos tres puntos en una de las ramas y dos en la otra para poder definir la parábola.

3.5.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados.

Tomando en consideración lo expuesto anteriormente con relación a este ensaye, se ha construido la tabla que sigue en donde se presenta un resumen de resultados correspondientes a la aproximación requerida y a la dispersión de resultados.

Tabla 3.5.2 Aproximación requerida y dispersión de resultados en ensayos de compactación.

Aproximación requerida (1)		Dispersión de resultados					
		natural (2)		muestreo (2)		laboratorio (1)	
c_{y_d} (%)	c_{w_o} (%)	v_{y_d} (%)	v_{w_o} (%)	v_{y_d} (%)	v_{w_o} (%)	c_{y_d} (%)	c_{w_o} (%)
2	5	2 a 5	8 a 16	-----	-----	2 a 7 (3)	30 (3)
						0.5 a 1.5 (4)	0 a 6 (4)
						5 a 10 (5)	
						5 a 10 (5)	10 a 15 (6)

(1) Error relativo

(2) Coeficiente de variación

(3) Eliminación de la fracción gruesa

(4) Base inadecuada de compactación

(5) Reutilización del suelo

(6) Deficiencia en la humectación del suelo

Según los resultados mostrados en la tabla, la dispersión natural de los parámetros de compactación es mayor para el contenido de agua óptimo que para el peso volumétrico seco máximo. Esta dispersión supera al orden de aproximación requerido en la determinación de los parámetros de compactación.

Los procedimientos de ensayo de laboratorio producen errores sobre los parámetros de compactación que son mayores que la precisión requerida. Los errores mayores se detectan en la determinación del contenido de agua óptimo que sobre el peso volumétrico seco máximo. Los errores mas importantes,

y prácticamente del mismo orden de magnitud entre ellos, son el procedimiento de eliminación de la fracción gruesa del suelo, la reutilización del suelo en cada ensayo y la deficiencia en la humectación del suelo. En este último caso, el tiempo de curado del suelo es importante para materiales cuyo índice de plasticidad es mayor que 20 (Ray y Chapman, 1954).

Los errores menores de laboratorio se deben al uso de bases inadecuadas para apoyar el molde de compactación. Estos errores son menores que la precisión requerida en la compactación.

3.5.6 Conclusiones

1. La dispersión natural y la dispersión producida por el equipo y procedimientos de laboratorio son mayores que el orden de aproximación deseable en la determinación de los parámetros de compactación. Esta prueba puede por tanto considerarse como poco confiable.
2. En los ensayos de compactación no debe eliminarse la fracción gruesa a menos que se haga una corrección por este factor.
3. La compactación de laboratorio debe efectuarse sobre una base adecuada y fija.
4. Debe evitarse reutilizar el suelo en la determinación de los diversos puntos de la curva de compactación.
5. Los suelos cuyo índice de plasticidad sea mayor que 20 deben dejarse curar con su contenido de agua de compactación antes de ensayarlos, duran

te un tiempo equivalente al que se deja en el campo.

3.5.7 Referencias

..Auvinet, G. y Espinoza, J. (1981) "Impermeabilization of a 300 Hectare Cooling Pond", ASTM, STP 746 pp 151-167.

..ASTM Standards (1975) "Moisture Density Relations of Soils", D 69870 Annual Book of ASTM Standards.

..Bowles, J. (1970) "Engineering Properties of Soils and Their Measurement", Mc Graw-Hill.

..Donaghe, R.T. y Townsend, F.C. (1976) "Scalping and Replacement Effects on the Compaction Characteristics of Earth Rock Mixtures", Publicación Técnica Especial No. 599 de la ASTM pp 248-275

..Lambe, W. T. (1962) "Soil Testing for Engineers", MIT

..Lee, P. Y. (1976) "Study of Irregular Compaction Curves", Publicación Técnica Especial No. 599 de la ASTM pp 278-288

..Marsal R. y Reséndiz D. (1975) "Presas de Tierra y Enrocamiento", Ed. Limusa.

..Orozco, R. (1976) "Compactación y Control de Calidad", IX Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, México.

..Ray, R. M. y Chapman, T. S. (1954) "The British Standard Compaction Test for Soils: A Study of Some Factors Affecting the Test Results", Geotechnique vol. IV.

..Sowers, G. F. y Nelson, P. (1949) "Effect of Reusing Soil on Compaction Curves", Proc. Highway Research Board.

..SARH (1970) "Manual de Mecánica de Suelos", México.

3.6 Permeabilidad

3.6.1 Introducción

La permeabilidad de los suelos representa la mayor o menor rapidez con que fluye el agua a través de sus poros. En el laboratorio se obtiene esta propiedad empleando métodos directos e indirectos y los resultados se expresan en términos de un coeficiente denominado de permeabilidad. En la tabla 3.6.1 se presentan los métodos usuales para determinar la permeabilidad de los suelos de acuerdo con sus características de drenaje.

De los procedimientos directos que se emplean en el laboratorio dos son los mas comunes: la prueba de permeabilidad bajo carga constante y la prueba de permeabilidad bajo carga variable (SARH, 1970).

Por otra parte, el coeficiente de permeabilidad puede determinarse indirectamente a partir del diámetro efectivo del suelo; este procedimiento se circunscribe únicamente a materiales de carácter granular con poca o ninguna cantidad de finos (ver sección 3.3).

TABLA 3.6.1 - PERMEABILIDAD Y CONDICIONES DE DRENAJE DE LOS SUELOS

Coficiente de permeabilidad K en cm/seg (escala logarítmica)

		10 ⁻²	10	10 ⁰	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷
DRENAJE		BUENO					POBRE				PRACTIC
TIPO DE SUELO	GRAVA LIMPIA	ARENAS LIMPIAS Y MEZCLAS LIMPIAS DE ARENA Y GRAVA				ARENAS MUY FINAS, LIMOS ORGANICOS E INORGANICOS, MEZCLAS DE ARENA, LIMO Y ARCILLA, MORENAS GLACIARES, DEPOSITOS DE ARCILLA ESTRATIFICADA				SUELOS IMPERMEABLES MODIFICADOS POR LA VEGETACION O POR DESCOMPOSICION	
DETERMINACION DIRECTA DE K	ENSAYO DIRECTO DEL SUELO "IN SITU" POR ENSAYOS DE BOMBEO. SE REQUIERE MUCHA EXPERIENCIA, PERO BIEN REALIZADOS SON BASTANTE EXACTOS										
	PERMEAMETRO DE CARGA HIDRAULICA CONSTANTE. NO SE REQUIERE MAYOR EXPERIENCIA.										
DETERMINACION INDIRECTA DE K	PERMEAMETRO DE CARGA HIDRAULICA DECRECIENTE. NO SE REQUIERE MAYOR EXPERIENCIA Y SE OBTIENEN BUENOS RESULTADOS.				PERMEAMETRO DE CARGA HIDRAULICA DECRECIENTE. RESULTADOS DUDOSOS SE REQUIERE MUCHA EXPERIENCIA.				PERMEAMETRO DE CARGA HIDRAULICA DECRECIENTE. RESULTADOS DUDOSOS SE REQUIERE MUCHA EXPERIENCIA.		
	POR CALCULO PARTIENDO DE LA CURVA GRANULOMETRICA SOLO APLICABLE EN EL CASO DE ARENAS Y GRAVAS LIMPIAS SIN COHESION.										

3.6.2 Objetivos

Esencialmente, el coeficiente de permeabilidad se emplea para calcular el gasto de agua que, bajo determinado gradiente de carga hidráulica, se presenta a través de una determinada masa de suelo.

3.6.3 Aproximación requerida

El flujo de agua a través del suelo está gobernado por la ley de Darcy y se expresa como:

$$q = KIA$$

donde q es el gasto que ocurre a través de una sección de área transversal, A , del suelo, K el coeficiente de permeabilidad e i el gradiente hidráulico.

Si se desprecian las incertidumbres relativas al gradiente hidráulico y al área de flujo, el error relativo cometido en la estimación del gasto es igual al error relativo cometido en la determinación del coeficiente de permeabilidad.

En los problemas en los que interviene la permeabilidad, se establecen cotas para el coeficiente de permeabilidad requerido. Así por ejemplo, se fija una cota superior del coeficiente de permeabilidad cuando se calcula el flujo en presas, en recubrimientos impermeables, etc. En otras ocasiones, se fija una cota inferior como es en el caso de filtros.

En general, la prueba de permeabilidad es por tanto una verificación de que este parámetro no excede o no es inferior a determinado valor. Es usual buscar en esta verificación un margen de seguridad que puede alcanzar hasta un orden de magnitud.

Para la mayor parte de las aplicaciones, disponer de la permeabilidad con una aproximación de 250% será aceptable.

3.6.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

El coeficiente de permeabilidad es una de las propiedades del suelo con mayor dispersión natural. En la figura 3.6.1 aparece un perfil de permeabilidad obtenido en un depósito deltaico relativamente homogéneo (Terzaghi y Peck, 1958). Como se ve, la dispersión natural del coeficiente de permeabilidad cubre un intervalo hasta de tres ordenes de magnitud. Sin embargo, en este caso parece posible una zonificación que permitiría reducir la dispersión natural a valores sensiblemente menores.

En la tabla 3.6.2 se presentan unos resultados del coeficiente de permeabilidad obtenidos con pruebas de campo efectuadas en materiales finos del delta del Rfo Colorado (Auvinet, 1980).

Pruebas semejantes, realizadas en un depósito notablemente homogéneo de arcilla calichosa en el Norte de Coahuila, dieron resultados comprendidos entre 2×10^{-7} m/s y 8×10^{-6} m/s con un valor medio de 2.2×10^{-6} m/s (Auvinet, 1981). En este caso, la dispersión resulta algo mayor que en el

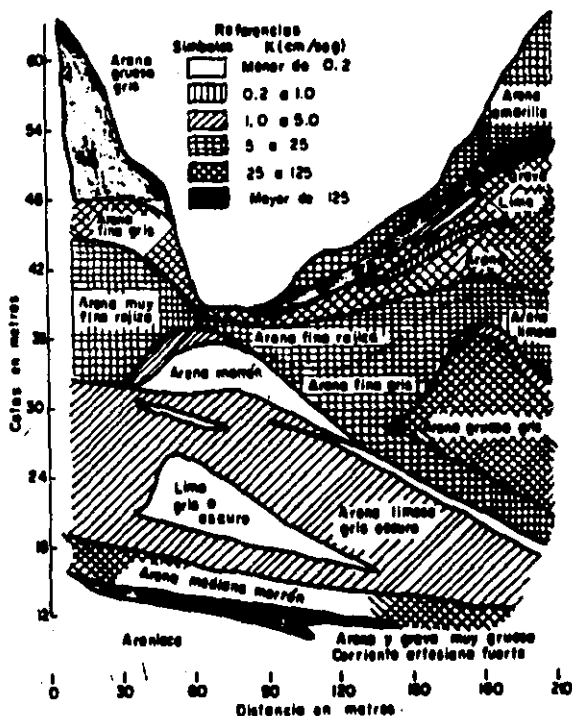


fig 3.6.1. Perfil de permeabilidad de un depósito deltaico relativamente homogéneo (Terzaghi y Peck, 1968)

caso anterior. Un coeficiente de variación del orden de 100% en un depósito natural aparentemente homogéneo parece por tanto común.

Otro aspecto importante de la distribución de la permeabilidad dentro de un estrato es su anisotropía, la cual introduce una incertidumbre adicional.

En la figura 3.6.2 se muestra la diferencia que puede existir entre el coeficiente de permeabilidad vertical y el horizontal. Según se observa, en el sentido horizontal el suelo puede tener un coeficiente de permeabi-

TABLA 3.6.2 Dispersión natural de los coeficientes de permeabilidad en un depósito de suelos finos aluviales.

Prueba	Coefficiente de permeabilidad K en m/seg.
1	2.7×10^{-5}
2	3.0×10^{-6}
3	5.7×10^{-6}
4	8.0×10^{-6}
5	4.7×10^{-6}
6	7.5×10^{-6}
7	2.2×10^{-5}
8	7.5×10^{-6}
9	8.4×10^{-6}
10	3.9×10^{-6}

Promedio: 9.77×10^{-6} m/s

Desviación estándar: 8.06×10^{-6} m/s

Coefficiente de variación: 0.825

Intervalo: 3×10^{-6} a 2.7×10^{-5}

lidad hasta de un orden de magnitud mayor que el coeficiente de permeabilidad vertical.

Para reducir la incertidumbre relativa a la permeabilidad de un estrato, convendría realizar un número suficiente de pruebas para definir una zonificación fina del mismo. La selección de un parámetro representativo deberá hacerse tomando en cuenta los fines perseguidos. Generalmente, se adoptará un valor "pesimista" del coeficiente de permeabilidad para fines de diseño. Para una evaluación realista del gasto se recurrirá a algún prome

dio. En suelos estratificados, el promedio armónico o el promedio pesado podrían ser, para ciertas aplicaciones, preferibles al promedio aritmético.

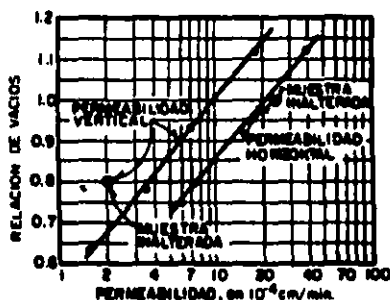


fig 3.6.2 Comparación de las permeabilidades obtenidas con un mismo suelo en sentido vertical y horizontal (Taylor, 1906)

b) Dispersión debida al muestreo

- En suelos granulares

La estructura de los suelos granulares, caracterizados por su alta permeabilidad, puede alterarse fácilmente a consecuencia del muestreo, por cuidado que éste sea. Esta particularidad se debe a que carecen de cohesión, por lo cual se segregan o cambian de compacidad durante el muestreo.

Dado que la permeabilidad en estos suelos depende tanto de la oquedad, como de la forma, tamaño y distribución de poros, todo cambio de compacidad relativa y/o estructura inicial, originará un cambio en el valor del coeficiente de permeabilidad.

La fórmula de Kozeny (Lambe y Whitman, 1969), muestra sin embargo que, las variaciones de la relación de vacíos por muestreo implican cambios relativamente reducidos de la permeabilidad ($\Delta k/k = 2.6 \frac{\Delta a}{a}$).

Los efectos estructurales pueden ser mas importantes pero son difícilmente cuantificables.

- En suelos arcillosos

La permeabilidad de los suelos finos sufre cambios importantes debido a cualquier alteración estructural del suelo. Si una arcilla es amasada a contenido de agua constante, su coeficiente de permeabilidad generalmente disminuye del valor original k_1 a un valor menor k_2 (Auvinet y Espinosa, 1979). Para la mayoría de las arcillas inorgánicas la relación k_1/k_2 no es mayor de dos, pero para algunos tipos de arcillas orgánicas e inorgánicas con estructura de conglomerado esta relación alcanza valores hasta de 30 (Terzaghi y Peck, 1968).

Una ligera alteración de la estructura de suelos estratificados, formados por capas delgadas permeables alternadas con otras relativamente impermeables, puede causar un decremento de la permeabilidad horizontal y un incremento de la permeabilidad vertical (Hvorslev, 1965).

Todo lo anterior, se aplica a muestras reconstituidas en el laboratorio donde difícilmente la muestra tendrá la misma estructura que el suelo natural.

c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de en-

saye.

Los principales errores que se cometen en esta clase de ensayos son los siguientes:

- Permeámetro de carga constante
- . Falta de precisión al medir el gasto.

- . Saturación incompleta del espécimen. La saturación del suelo aumenta el coeficiente de permeabilidad hasta en 4 ó 5 veces (Mitchel, Hooper y Campanella, 1965).

- . Aplicación de gradientes excesivos. Si se produce un gradiente intenso durante un tiempo prolongado y el suelo es compresible, se induce la consolidación del espécimen y se produce un decremento de la permeabilidad del suelo. La magnitud del decremento depende del gradiente utilizado en el ensaye, de la duración del ensaye y de la compresibilidad del suelo.

- . Deficiencia en el sello lateral del espécimen. Esta es una fuente muy común de error. En suelos de baja permeabilidad, las filtraciones en la interfase suelo-sello lateral pueden llegar a ser mayores que la filtración a través del suelo.

- . Falta de uniformidad en la compactación del espécimen. La diferencia en permeabilidad puede ser muy grande entre una parte y otra de la muestra.

- Permeámetro de carga variable
- . Uso de agua no desaerada o con sólidos en suspensión. Esto ocasiona una reducción de la permeabilidad del suelo debido a que se obstruye el pa

so del agua por los poros del suelo a causa de la oclusión de éstos por burbujas de aire o por sedimentos. Este concepto puede reducir hasta en tres o cuatro veces la permeabilidad del suelo.

- . Fugas de agua por conexiones. Este error hace que se sobreestime la permeabilidad del suelo y ocasiona una incertidumbre de magnitud desconocida.

- . Mala calibración de la bureta. Hace que se reduzca o que aumente en forma virtual la permeabilidad.

Además de los errores anteriores, los siguientes errores son comunes a los cometidos en el permeámetro de carga constante.

- . Incompleta saturación del suelo.
- . Aplicación de gradientes excesivos.
- . Defectos en el sello lateral.
- . No uniformidad en la preparación del espécimen.

En el anexo B se presenta el desarrollo de un permeámetro de carga variable en el que es posible ensayar especímenes hasta de 15 cm de diámetro. Entre las características más importantes de este aparato, es que permite medir el flujo de agua que entra y sale del espécimen; además es posible aplicar contrapresión al suelo para saturarlo.

En la tabla siguiente se presenta el intervalo de aproximación obtenido con este permeámetro en la obtención del coeficiente de permeabilidad. En términos generales, se obtiene una buena repetibilidad de los resultados, aún para permeabilidades bajas. La precisión parece ser del orden de 30%.

TABLA 3.6.3 Resultados de las pruebas en arcillas

Tipo de material	γ_d kN/m ³	w_c %	Presión confinante MPa	Contra-presión MPa	k_{min}	k_{max}	k_{prom}
					m/s		
1	17.18	11.35	0.50	0.40	7.4×10^{-7}	8.2×10^{-7}	7.8×10^{-7}
	18.48	12.55	0.50	0.40	3.4×10^{-8}	4.2×10^{-8}	3.7×10^{-8}
	18.40	13.95	0.50	0.40	5.5×10^{-10}	8.8×10^{-9}	6.9×10^{-10}
	18.06	15.03	0.48	0.40	2.5×10^{-10}	4.3×10^{-10}	3.6×10^{-10}
	15.48	20.16	0.48	0.40	7.4×10^{-10}	1.7×10^{-9}	1.2×10^{-9}
11	14.94	13.56	0.50	0.40	2.5×10^{-7}	3.0×10^{-7}	2.6×10^{-7}
	15.82	14.70	0.55	0.45	6.4×10^{-8}	8.8×10^{-8}	7.5×10^{-8}
	16.22	17.20	0.55	0.45	2.7×10^{-9}	3.6×10^{-9}	3.1×10^{-9}
	16.05	19.16	0.55	0.45	3.7×10^{-10}	6.0×10^{-10}	4.6×10^{-10}
	15.75	20.17	0.55	0.45	3.0×10^{-10}	4.0×10^{-10}	3.6×10^{-10}
	15.25	21.90	0.55	0.45	2.2×10^{-10}	4.6×10^{-10}	3.6×10^{-10}

3.6.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados.

En la tabla 3.6.4, se han tratado de presentar los ordenes de magnitud de la aproximación requerida y de la dispersión de resultados del coeficiente de permeabilidad.

TABLA 3.6.4 Aproximación requerida y dispersión del coeficiente de permeabilidad del suelo.

Aproximación requerida. (error relativo) (%)	Dispersión de resultados			
	natural (coeficiente de variación) (%)	muestreo	laboratorio (error relativo) (%) (usual)	laboratorio (error relativo) (%) (Anexo B)
250	100	Hasta un orden de magnitud*	400 a 500** 300 a 400***	30

* Este efecto sería causado por remoldeo total del suelo

** Por defectos en la saturación del suelo

*** Por oclusión de los poros debido a defectos en desaerado del agua de filtración.

La dispersión más importante del coeficiente de permeabilidad del suelo la puede ocasionar el muestreo y en segundo término la variabilidad natural y el laboratorio, que son de importancia similar. Esta última puede reducirse considerablemente si se recurre a un procedimiento de prueba cuidadoso (uso de contrapresión para saturación, Anexo B).

Tomando en cuenta los resultados de la tabla anterior, se concluye que el muestreo y el laboratorio es el aspecto que más debe cuidarse para obtener coeficientes de permeabilidad representativos del suelo inalterado. En suelos recompactados en el laboratorio, el error más importante derivará generalmente de la simulación inadecuada de la estructura del suelo de campo. Según se puede apreciar, la alteración del suelo producida por el laboratorio induce cambios en el coeficiente de permeabilidad cuya disper

sión puede ser bastante mayor que el orden de aproximación requerido.

3.6.6 Conclusiones

1. La dispersión natural de los coeficientes de permeabilidad en estratos homogéneos, es generalmente compatible con la aproximación requerida.
2. La dispersión producida por el muestreo o por la reconstitución de la estructura del suelo en el laboratorio es un aspecto que permanece en el intervalo de aproximación requerida.
3. La dispersión de valores inducida en el laboratorio es en general mayor que la aproximación requerida del coeficiente de permeabilidad.
4. Con el empleo de un permeámetro con características como las que se indican en el Anexo B, la incertidumbre de laboratorio sobre el coeficiente de permeabilidad se reduce notablemente en la proporción indicada en la tabla 3.6.4. Además, es posible medir coeficientes de permeabilidad tan bajos como los mostrados en la tabla 3.6.3.

3.6.7 Referencias

- ..Auvinet, G. (1981) "Impermeabilization of a 300-Hectare Cooling Pond", ASTM. STP-746
- ..Auvinet, G. y Espinosa, J. (1979) "Compaction of Clay Linings for Impermeabilization of Reservoirs", VI Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones, Lima, Perú.

- ..Auvinet, G. (1980) "Laguna de Evaporación de Cerro Prieto, B.C.", Estudio de Factibilidad, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- ..Hvorslev, J. (1965) "Subsurface Exploration and Sampling for Civil Engineering Purposes", ASTM
- ..Lambe, T.W. y Whitman, R.V. (1969) "Soil Mechanics", Ed. John Wiley, MIT.
- ..Mitchell, S., Hooper, D. y Campanella, R. (1965) "Permeability of Compacted Clay", Journal, ASCE, julio, pp 41-65
- ..SARH (1970) "Manual de Mecánica de Suelos", México.
- ..Taylor, D.W. (1966) "Fundamentals of Soil Mechanics", Ed. John Wiley and Sons.
- ..Terzaghi, K. y Peck, R. (1968) "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica", Ed. El Ateneo.

3.7 Consolidación Unidimensional

3.7.1 Introducción

La consolidación es el proceso gradual de deformación volumétrica que presenta un suelo sometido a carga, a consecuencia del drenaje, y de la transferencia interna de esfuerzos. La compresión o reducción de volumen se acompaña con expulsión del agua y/o gases contenidos en los poros del suelo. En los suelos saturados, la velocidad y magnitud de las deformaciones

dependen del coeficiente de permeabilidad y de su compresibilidad; en los no saturados éstas dependen únicamente de su compresibilidad.

3.7.2 Objetivos

Esta prueba se utiliza principalmente para estimar los asentamientos total les ocasionados por la aplicación de cargas al medio y su evolución con el tiempo.

Son dos los elementos que principalmente interesa conocer mediante un ensayo de compresión unidimensional:

- a) La curva de compresibilidad (relación de vacíos vs presión) y/o los parámetros que permiten describirla en forma simplificada, tales como el módulo unitario de compresibilidad volumétrica, m_v , los índices de compresión c_c , y de recompresión, c_r , así como la magnitud de la carga de pre-consolidación, σ_c , del suelo.
- b) El coeficiente de consolidación, c_v .

3.7.3 Aproximación requerida

- a) En la obtención de la curva de compresibilidad.

Para el cálculo de asentamientos se utiliza la siguiente expresión ligada a la curva de compresibilidad del suelo.

$$\frac{\delta}{H} = \frac{\Delta e}{1+e_0}$$

donde δ es la deformación del suelo en el campo, H es el espesor del estrato compresible, Δe la correspondiente reducción de relación de vacíos y $(1+e_0)$ el volumen inicial del suelo.

En el laboratorio se simula el efecto anterior en un ensaye de consolidación de donde se obtiene:

$$\frac{\delta'}{H'} = \frac{\Delta e}{1+e_0}$$

en que δ' es la deformación del espécimen, H' su espesor y los demás términos son los definidos antes.

Bajo la hipótesis de que con la consolidación de laboratorio se está representando correctamente la consolidación del campo, se tiene:

$$\frac{\delta'}{H'} = \frac{\delta}{H}$$

Si se calcula el error relativo sobre δ resulta:

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{d\delta'}{\delta'} - \frac{dH'}{H'}$$

Generalmente, un error relativo de 10% sobre δ (asentamiento) será tolerable para fines prácticos. La curva de compresibilidad deberá, por tanto, determinarse con una precisión suficiente para que el error combinado en la determinación de la deformación y del espesor del espécimen no sea superior al valor indicado.

Es interesante observar que en la cuantificación de los errores anteriores, no interviene la precisión con que se determina la relación de vacíos.

Si en el cálculo de δ se usan el módulo o los índices de compresibilidad en lugar de recurrir directamente a la curva, la precisión con la que se obtienen estos parámetros deberá garantizar en la estimación de δ un error no mayor que el que se deduce de las consideraciones anteriores.

Así, si se aplica una carga a un suelo normalmente consolidado y se emplea para el cálculo del asentamiento la expresión:

$$\delta = C_c \frac{H}{1+e_0} \log \frac{\sigma_{\text{final}}}{\sigma_{\text{inicial}}}$$

donde e_0 es la relación de vacíos inicial, se tendrá:

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{dC_c}{C_c}$$

es decir que C_c debe obtenerse por lo menos con la misma precisión con la que se pretende calcular el asentamiento.

b) En la obtención del coeficiente de consolidación, C_v .

Para estimar la evolución de los asentamientos con el tiempo se usa el coeficiente de consolidación que se representa como sigue:

$$C_v = \frac{T_v}{t} H^2$$

donde T_v es el factor tiempo definido por Terzaghi (1943), t es el tiempo en que tarda en verificarse cierto porcentaje de consolidación y H el espesor considerado del suelo.

Calculando el error relativo sobre c_v (considerando a t como variable) resulta:

$$\frac{dc_v}{c_v} = \frac{-dt}{t}$$

Es decir que, el error relativo cometido sobre el coeficiente de consolidación resulta igual al error relativo obtenido en la estimación del tiempo que tarda en verificarse cierto porcentaje de consolidación.

Se considera que, para fines prácticos, un error relativo cometido en la estimación del coeficiente de consolidación de 10% resultaría aceptable, sobre todo tomando en cuenta otras incertidumbres importantes implícitas en este tipo de estimación, en particular respecto al espesor drenado a considerar cuando la estratigrafía es compleja.

3.7.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

Casagrande y Fadum (1944) señalaron que existe una amplia dispersión de las curvas de compresibilidad para muestras obtenidas de planos de deposición muy cercanos entre sí. Como ejemplo de dicha dispersión, en la figura 3.7.1 se muestra esquemáticamente este aspecto para muestras que han sido obtenidas en el mismo plano de deposición y en especímenes que

guardan aproximadamente la misma relación de vacíos inicial y que fueron preparados y ensayados en igualdad de circunstancias (Van Zelst, 1948). Como se observa, aún y cuando todos los especímenes son de la misma altura, sus características de compresibilidad difieren por las propias variaciones naturales de la compresibilidad del suelo.

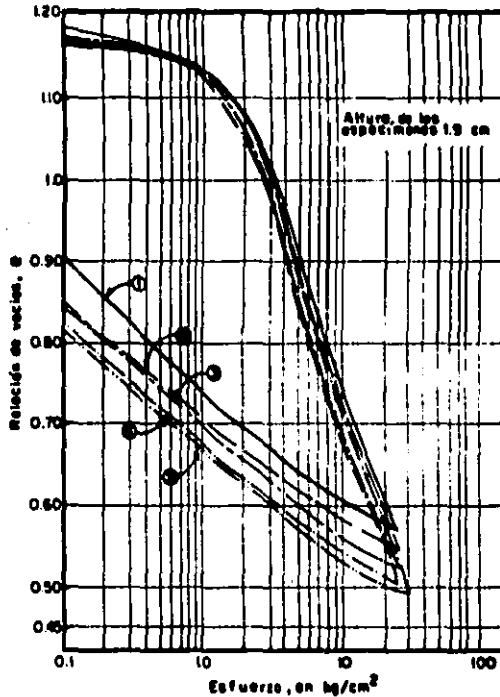


fig 3.7.1 Curvas de compresibilidad obtenidas para un mismo plano de deposición (Van Zelst, 1948)

La dispersión natural de la compresibilidad del suelo se puede apreciar a través de las fórmulas de correlación que ligan a ésta con sus propiedades

índice. Una de éstas podría ser la fórmula que liga al límite líquido, LL, con el índice de compresión, C_c , (sección 3.4) y que se expresa como sigue:

$$C_c = 0.009 (LL - 10)$$

Calculando el error relativo sobre C_c se tiene:

$$\frac{dC_c}{C_c} = \frac{d(LL)}{(LL - 10)}$$

De aquí se puede apreciar que, lo dicho anteriormente con respecto a la dispersión natural de los límites líquidos es prácticamente aplicable al índice de compresibilidad.

Según se indicó en la sección 3.4, el coeficiente de variación del límite líquido resultó de 10% para un suelo arcilloso de origen aluvial y 30% para la arcilla del Valle de México. Es de esperarse entonces que, el índice de compresibilidad presente una dispersión natural semejante de los valores anteriores.

En la tabla 3.7.1 se presentan algunos valores de la dispersión natural de los parámetros de consolidación obtenidos para algunos depósitos de suelo.

TABLA 3.7.1 Dispersión natural de los parámetros de consolidación de algunos depósitos de suelo (tomados de Lambe y Whitman, 1969).

Parámetro	Dispersión natural		
	Promedio	Desviación estándar	Coefficiente de variación
$m_v, \frac{cm^2}{kg}$	0.0045 (1)	0.00085 (1)	0.190 (1)
c_α	0.40 (2)	0.010 (2)	0.025 (2)
$\sigma, kg/cm^2$	3.50 (2)	0.83 (2)	0.235 (2)
	1.90 (3)	0.240 (3)	0.125 (3)
	1.15 (4)	0.120 (4)	0.105 (4)

(1) Arcilla de Londres

(2) Arcilla de Boston

(3) Arcilla de Canadá

(4) Arcilla del Valle de México

Se puede observar que, la dispersión natural que posee el índice de compresibilidad del suelo es menor que la aproximación requerida de este parámetro y que la dispersión natural del módulo m_v puede ser mayor que dicha aproximación.

b) Dispersión debida al muestreo

Es requisito indispensable de una muestra que va a ser sometida a ensayos de consolidación, que no pierda ninguna de las propiedades físicas que posee in situ. Para lograr lo anterior deberá efectuarse un muestreo que

produzca las mínimas alteraciones posibles del suelo. Aunque la mayoría de las alteraciones pueden ser eliminadas o reducidas en gran parte mediante el uso de técnicas adecuadas de muestreo y trabajo cuidadoso de campo, existen cambios inevitables en el suelo antes, durante y después del muestreo que van de ligeras a graves dependiendo del método empleado y de las características del material (Hvorslev, 1965). Dichas alteraciones se clasifican de acuerdo con las siguientes categorías (capítulo 2):

Cambio del estado de esfuerzos

Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos

Alteración de la estructura del suelo

Cambios químicos.

- Cambio del estado de esfuerzos

Cuando un espécimen de suelo se somete a un ensayo de consolidación, con ciclos de carga y descarga a esfuerzos mayores que el de preconsolidación, describe una trayectoria como la mostrada con trazos continuos en la figura 3.7.2. La primera porción, II, de la gráfica, representa la curva de compresión del suelo para los primeros incrementos de carga e intercepta a la rama virgen i_b para después continuar en esa trayectoria. Si se efectúa la descarga a cero desde el punto A se obtiene la curva III de expansión. Volviendo a cargar el suelo de manera similar a la inicial, se obtendrá la curva IV de recompresión que intercepta al tramo virgen i_c para continuar sobre esta trayectoria recta. Como podrá observarse, este ciclo de histéresis ocasiona una caída de la rama virgen inicial i_b hacia la i_c . Comparando la forma del tramo de recompresión II y su posición

con respecto a la rama virgen i_b , con la forma del tramo de recompresión iv y la posición relativa de éste con respecto a la curva virgen i_c , se deduce que, por similitud, el tramo ix es de recompresión debido a que hubo expansión del suelo por el alivio de esfuerzos a causa del muestreo, y que la rama virgen i_a , que es la que representa las condiciones natura-

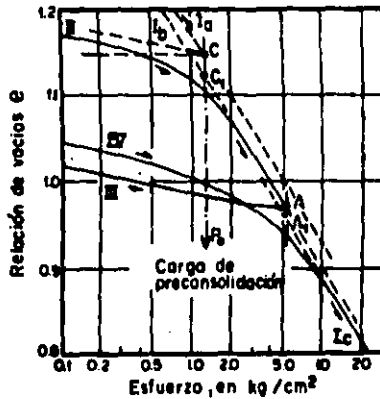


fig 3.7.2 Curva de compresibilidad con un ciclo de histéresis (Casagrande, 1936)

les del suelo, pasó a ser la i_b a causa de este ciclo de histéresis. El desplazamiento relativo de la rama virgen del ensayo, i_b , con respecto a la del campo, i_a , dependerá de las características estructurales del suelo y no cambia la posición de la carga de preconsolidación determinada por el método gráfico (Casagrande, 1936).

- Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos

Los cambios del contenido de agua y de la relación de vacíos que ocurren

por el muestreo, están íntimamente ligados con la expansión del suelo. Estos cambios, disminuyen en suelos cohesivos y saturados si el muestreador se introduce rápidamente, aunque los suelos permeables y los parcialmente saturados están sujetos a cambios apreciables de volumen en esta etapa (Hvorslev, 1965).

- Alteración de la estructura del suelo

Las operaciones del muestreo generalmente distorsionan la estructura del suelo. Cuando el muestreo se hace con sondeos, las operaciones de extracción y muestreo ocasionan la alteración del suelo antes durante y después del muestreo. La alteración del suelo antes del muestreo se localiza en la parte superior de la muestra. Con un muestreo cuidadoso se logra evitar, en gran medida, la perturbación que pudiera sufrir la estructura del suelo hacia el centro de la muestra, sin embargo, la parte inferior de la misma se altera después del muestreo a causa de las fuerzas de tensión y torsión que se producen al separarla del subsuelo. Estas fuerzas provocan distorsiones estructurales en la vecindad del plano de separación del suelo que se difunden hacia la parte inferior de la muestra y hacia el suelo intacto. Esta última operación afectará la parte superior de la siguiente muestra y así sucesivamente.

La alteración del suelo durante el muestreo, se produce en la vecindad del muestreador a causa de las fuerzas de fricción que el suelo desarrolla contra éste, y que le impiden deslizar libremente por sus paredes. Estas fuerzas, ocasionan distorsiones angulares en una faja anular en contacto con las paredes del tubo que se manifiestan en toda la longitud de la muestra. La proporción de suelo alterado depende del tipo de material

y del índice de áreas, λ_r , del muestreador (Hvorslev, 1965).

$$\lambda_r (\%) = \frac{D_o^2 - D_i^2}{D_i^2} 100$$

en donde D_o es el diámetro exterior del muestreador y D_i su diámetro interno. A mayor diámetro del muestreador, menor es la proporción de suelo alterado.

El método de muestreo que produce menos alteración del suelo es el que se realiza por acceso directo, en túneles o en excavaciones, ya que las muestras son labradas manualmente. Con esto, se evita la alteración del suelo provocada por los sondeos.

En suelos normalmente consolidados, la alteración de su estructura provoca un incremento de la consolidación y un desplazamiento hacia abajo de las curvas de compresibilidad. Además, la pendiente de la rama virgen resulta algo menor que en estado "inalterado". Para el caso de muestras de tubo obtenidas en esta clase de suelos, la relación del esfuerzo de preconsolidación al esfuerzo efectivo se reduce a valores que oscilan entre 0.3 y 0.7 dependiendo de la sensibilidad del suelo y de la posición que ocupa el espécimen dentro del tubo muestreador (Terzaghi y Peck, 1955). Esta reducción equivale a la disminución de la carga de preconsolidación a un valor de 30% a 70% de su valor original.

En la figura 3.7.3 se muestra el aspecto anterior y se aprecia que el muestreo realizado con tubo produce una reducción muy importante de la carga de preconsolidación del suelo. En este caso, la reducción de la carga de preconsolidación fue de 0.5kg/cm², que corresponde a un decremen

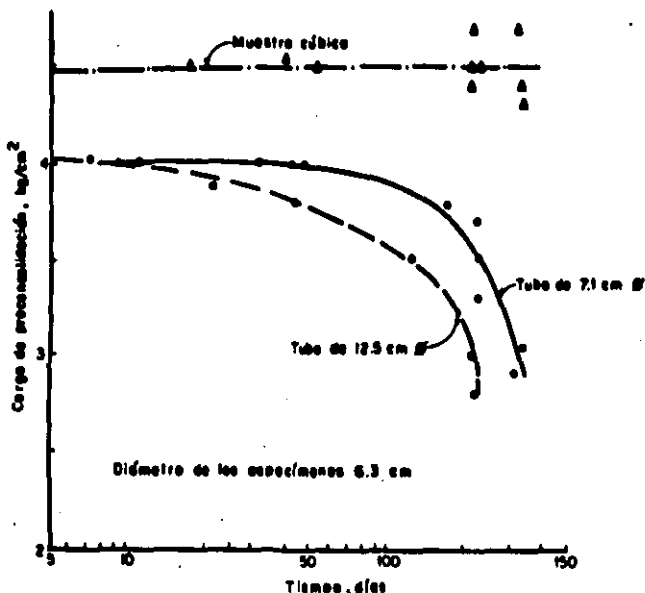


Fig 3.7.3 Efecto del tiempo de almacenamiento en la carga de preconsolidación (Armond y McManis, 1975)

to relativo de la misma del orden de 10%.

La alteración estructural del suelo produce también una reducción notable de su permeabilidad, k , (sección 3.6) y un aumento de su módulo de compresibilidad que afecta en forma muy importante al coeficiente de consolidación que se expresa como sigue:

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w}$$

En donde m_v es el módulo de compresibilidad volumétrico y γ_w el peso volumétrico del agua.

El remoldeo del suelo puede dar lugar a una reducción de la permeabilidad desde la mitad hasta más de un orden de magnitud (sección 3.6), y en suelos sensitivos, puede producir un incremento del módulo de compresibilidad también hasta de un orden de magnitud (Zeevaert, 1972). En arcillas de sensibilidad media o baja, el remoldeo produce un cambio en el coeficiente de compresibilidad del suelo del orden de 30% y una reducción igual del índice de compresión (Van Zelst, 1948). Lo anterior muestra que en c_v es posible equivocarse en cerca de dos ordenes de magnitud.

- Cambios químicos

Estos cambios se originan principalmente en el agua intersticial del suelo y son dos las fuentes más probables que lo causan.

El fluido de perforación

Tiempo de almacenaje prolongado

. Fluido de perforación

Durante la etapa de perforación y muestreo, el fondo del sondeo y sus paredes normalmente se hallan en contacto con agua extraña a la que posee el suelo. La diferencia en la composición química del fluido de perforación y del agua del subsuelo, afecta la parte superior de la muestra. La importancia de la alteración química es prácticamente nula en suelos de baja permeabilidad, pues por el período de tiempo relativamente corto en que se lleva a cabo el muestreo, este fluido no penetra en su interior. En suelos de permeabilidad intermedia el efecto anterior puede ser de importancia.

. Almacenaje prolongado

El peligro mayor de cambios químicos se produce cuando las muestras se dejan almacenadas por largos periodos de tiempo y sin protección alguna en los mismos tubos de muestreo. La situación se agrava por la presencia de ácidos o bases en el agua intersticial y se manifiesta de varias maneras como es: cambio de tonalidad o aparición de manchas en el suelo, cambio de la consistencia, fuerte adherencia con el tubo de muestreo, etc. Algunos suelos sufren cambios químicos aun y cuando se encuentren protegidos contra éstos, (Torrance, 1975).

En la figura 3.7.3 también se muestra como influye el tiempo de almacenaje en la carga de preconsolidación del suelo. Según se observa, en las muestras de tubo existe un efecto progresivo de reducción del esfuerzo de preconsolidación con el tiempo, mientras que, el suelo de la muestra cúbica no exhibe ningún cambio de este esfuerzo. La reducción del esfuerzo de preconsolidación puede llegar a ser tan importante como la producida por la alteración estructural del suelo a causa del muestreo.

En la tabla que sigue, se encuentran resumidos algunos de los factores que causan la dispersión por el muestreo de los parámetros de compresibilidad del suelo.

TABLA 3.7.2 Dispersión de los parámetros de consolidación del suelo causada por el muestreo

Parámetro de consolidación	Alteración estructural (error relativo) (%)	Almacenaje prolongado (error relativo) (%)
C_c	30*	
σ_c	10 a 70	10
a_v	30*	
C_v	hasta 2 ord. de * magnitud	

* Para remoldeo total

c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye.

Las causas más importantes que afectan los resultados de los ensayos de consolidación son las siguientes:

Alteración del suelo

Proceso de aplicación de las cargas

- Alteración del suelo

La alteración estructural se origina durante el labrado del espécimen. Este, produce una película de suelo remoldeado sobre las caras de la probeta que ocasiona un aumento aparente de la compresibilidad del suelo. El volumen ocupado por la película varía ligeramente con la altura del espécimen

(Van Zelst, 1948), y afecta principalmente a las pastillas mas delgadas, según se puede ver en la figura 3.7.4. Esta causa produce un aumento notable de la compresibilidad del suelo que da como consecuencia que la transición entre la rama de recompresión y la rama virgen de la curva de compresibilidad sea poco clara y que la determinación de la carga de preconsolidación se torne muy imprecisa.

La alteración de la estructura del suelo por el labrado del espécimen en el laboratorio, reduce en un 20% el índice de compresión y el coeficiente de compresibilidad, mientras que la carga de preconsolidación permanece sensiblemente igual (Van Zelst, 1948).

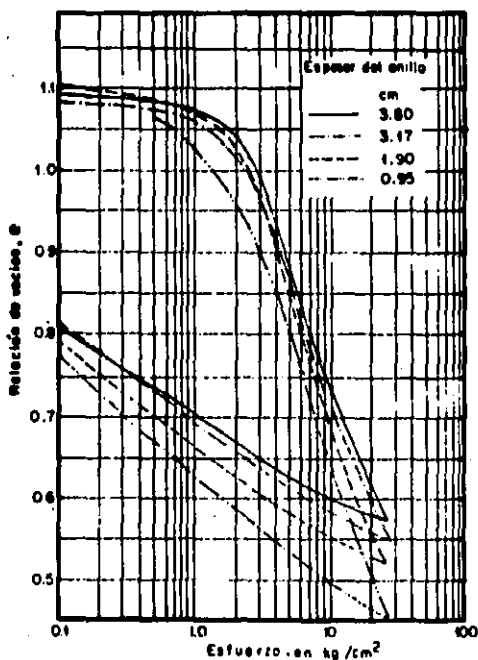


Fig 3.7.4 Curvas de compresibilidad en especímenes de diversas alturas (Van Zelst, 1948)

- Proceso de aplicación de las cargas

La velocidad con que se aplican las cargas al suelo influye de manera definitiva en sus parámetros de compresibilidad y puede dar lugar a variantes muy importantes si no es debidamente considerada (Terzaghi, 1941). Normalmente las cargas que se aplican en los laboratorios se dan en razón geométrica de los incrementos de carga anteriores, lo cual se traduce en velocidades de aplicación de cargas excesivamente grandes en relación con las que ocurren en el campo. Esto explica que existan serias diferencias entre los valores calculados con los observados.

En la medida en que se aplican más rápidamente las cargas al suelo se obtienen mayores deformaciones, según se puede ver en la figura 3.7.5, en comparación con las deformaciones obtenidas bajo una velocidad de aplicación de cargas lenta. La diferencia es mayor en suelos de alta plasticidad que en suelos de baja y mediana plasticidad (Langer, 1936). En general, las cargas que se aplican al espécimen llevan una velocidad mayor que las que se aplican en el campo por lo que, las predicciones de asentamientos se sobreestiman.

El proceso de aplicación de cargas, tiene también una influencia muy importante en la carga de preconsolidación del suelo, pues la transición observada entre la rama de recompresión y la rama virgen, prácticamente se agudiza en la medida en que es menor el incremento de cargas aplicado (Marsal y Mazari, 1959).

Las curvas de consolidación también se ven afectadas por la velocidad con que se aplican las cargas. En la figura 3.7.6 se ilustra el efecto que

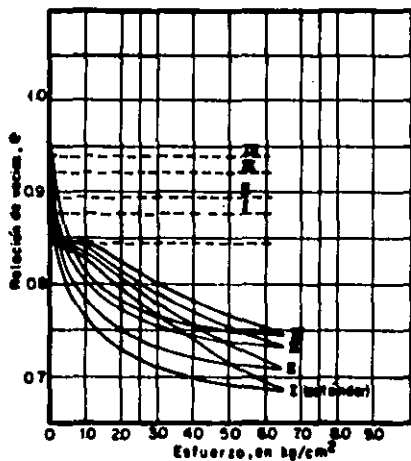
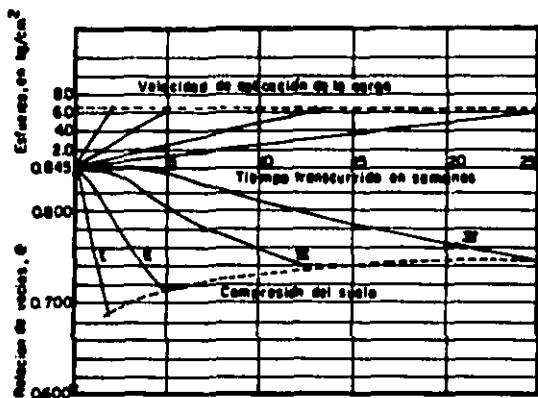


fig 3.75 Diferencias en las curvas de compresibilidad para distintas velocidades de aplicación de cargas (Langer, 1936)

produce la relación de incrementos de carga aplicada al suelo en el tiempo de consolidación. Para relaciones de incrementos de carga grandes (velocidad grande de aplicación de cargas), las curvas de consolidación obtenidas se caracterizan por ser semejantes (con excepción de la compresión secundaria) a las predichas por la teoría de Terzaghi (curva tipo I). Para relaciones de incremento de carga pequeños, se obtienen curvas semejantes a la tipo III, mientras que, para relaciones incrementales intermedias se obtienen curvas de transición como la tipo II (Leonard y Girault, 1961). En la medida en que la relación de incrementos de cargas aplicadas al suelo disminuye, la relación de compresión secundaria a consolidación primaria aumenta y las curvas de consolidación tienden a parecerse más a la tipo III. En función de lo anterior se puede prever que, el coeficiente de consolidación obtenido, puede no estar asociado con el de campo en virtud de las diferencias de velocidad de aplicación de cargas en el prototipo y en el laboratorio.

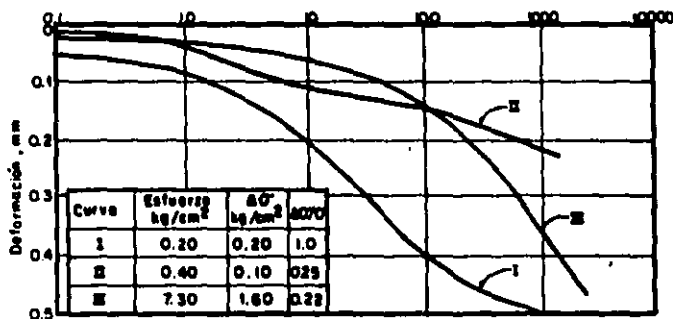


fig 3.7.6 Efecto de la relación de cargas aplicadas en la forma de las curvas de consolidación (Leonard y Girault, 1961)

Además de las causas de dispersión anteriormente tratadas, algunos de los errores mas importantes cometidos en el laboratorio de manera sistemática o casual y que pueden introducir incertidumbre en los resultados se resumen a continuación:

- Acción de corrientes galvánicas en el consolidómetro.

Da lugar a posibles cambios químicos del suelo. Estas se impiden cuando las partes del equipo en contacto con el suelo no son corrosivas (p.e. plástico o acero inoxidable).

- Fricción de la muestra con el anillo. Esta es proporcional al espesor del anillo y llega a tomar hasta el 10% de la carga axial.

- Rozamiento de las piedras porosas y en anillo.

- Diferencias de orientación del espécimen con el medio. Se obtienen otros parámetros de compresibilidad debido a la anisotropía del suelo.

- Extrusión del suelo entre las piedras porosas y el anillo de consolidación.

- Permeabilidad insuficiente de los discos porosos. Da lugar a que se subestime el coeficiente de consolidación.

- Cambios importantes de temperatura durante el ensayo.

Se provocan errores por dilataciones y contracciones diferenciales de los

diversos elementos del equipo.

- Impactos al espécimen. Produce alteración estructural del suelo con las consecuencias tratadas en el cuerpo de esta sección.
- Relación de incrementos de carga inapropiada. Debe ser tal que se logre definir con claridad la transición entre la rama de recompresión y la rama virgen de la curva de compresibilidad. Además, debería simularse la velocidad de aplicación de cargas real.
- Altura inadecuada de la probeta. La altura debe ser tal que, en el intervalo de tiempo que dura el incremento de carga se pueda definir con claridad el 100% de consolidación y un tramo de la compresión secundaria de la curva de consolidación.

3.7.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados.

De acuerdo con lo tratado en esta sección, en la tabla siguiente se proporciona un resumen de ordenes de magnitud de la aproximación requerida y de la dispersión de valores de parámetros de consolidación.

La dispersión de resultados dada por los tres conceptos expuestos en la tabla puede ser mayor que el orden de aproximación deseable. La dispersión producida por el muestreo es mayor que la dispersión causada por el laboratorio y que la debida a la variación natural de los parámetros de compresibilidad.

TABLA 3.7.3 Aproximación requerida y dispersión de los parámetros de consolidación.

Parámetro	Aproximación requerida (error relativo) (%)	Dispersión de resultados		
		natural (Coeficiente de variación) (%)	muestreo (error relativo) (%)	Laboratorio (error relativo) (%)
C_v	10		hasta 2 ord. de magnitud*	
C_c	10	1 a 3	30*	20
a_v	10		30*	20
m_v	10	20		
σ_c		10 a 25	10 a 70	

* Para remoldeo total

3.7.6 Conclusiones

1. La dispersión de resultados es, en general, mayor que el orden de aproximación deseable de los parámetros de consolidación. Ello implica que los cálculos de asentamientos no puedan ser precisos.
2. La dispersión producida de éstos por el muestreo es mayor que la dispersión causada por el laboratorio y que la debida a la variabilidad natural.
3. El parámetro mas susceptible de error es el coeficiente de consolidación, c_v , lo que contribuye a explicar que los cálculos de evaluación de asentamientos con el tiempo sean todavía menos confiables que la estimación del asentamiento total.

3.7.7 Referencias

- ..Armand A. y Mc Manis, K.L. (1976) "Effect of Storage and Extrusion on Sample Properties" ASTM STP 599, pp 66-87.
- ..Casagrande, A. (1936) "The Determination of the Preconsolidation Load and It's Practical Significance", Proc. I ICOSOMEF, vol III, pp 60-64.
- ..Casagrande, A. y Fadum, R.E. (1944) "Application of Soil Mechanics in Designing Building Foundations", Transactions, ASCE, vol 71, pp 471-472.
- ..Hvorslev, J. (1965) "Subsurface Exploration and Sampling of Soils for Civil Engineering Purposes", ASTM.

..Langer, K. (1936) "The Influence of the Speed Loading Increment on the Pressure-Void Ratio Diagram of Undisturbed Soil Samples", Proc. I ICOSOMEF, vol II, pp 116-120.

..Leonards, G.A. y Girault, P. (1961) "A Estudy of the One-Dimensional Consolidation Test", Proc. V ICOSOMEF, pp 213-222.

..Marsal, R.J. y Hazari, M. (1959) "El Subsuelo de la Ciudad de México" Parte A, cap. IX, UNAM.

..Terzaghi, K. (1941) "Undisturbed Clay Samples and Undisturbed Clays", Journal of the Boston Society of Civil Engineers.

..Terzaghi, K. (1943) "Theoretical Soil Mechanics", Ed. John Wiley and Sons Inc.

..Terzaghi, K. y Peck, R. (1955) "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica", Ed. El Ateneo.

..Torrance, J.K. (1976) "Pore Water Extraction and the Effect of Sample Storage on the Pore Water Chemistry of Leda Clay", ASTM, STP 599, pp 147-157.

..Van Zelst, T. (1948) "An Investigation of the Factors Affecting Laboratory Consolidation of Clay", Proc. II ICOSOMEF, vol VII, pp 52-61.

..Zeevaert, L. (1972) "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions" Ed. Van Nostrand Reinhold Ltd.

3.8 Resistencia al corte

3.8.1 Introducción

En los problemas en que se plantea la estabilidad de las masas de tierra, se requiere conocer la resistencia al esfuerzo cortante del suelo. Este valor se determina usualmente efectuando ensayos de compresión triaxial o de compresión simple. Mediante estas pruebas, se pretende restablecer el estado de esfuerzos al que se encuentra sometido el suelo en su medio, y llevarlo a la falla reproduciendo las condiciones de carga y drenaje que ocurrieran de presentarse ésta.

En suelos granulares, la resistencia depende de la compactación, distribución y forma de los granos y método de aplicación de las cargas. En suelos cohesivos, ésta depende del tipo de suelo, estructura inicial, estado inicial de esfuerzos y método de aplicación de las cargas.

En los suelos granulares, la resistencia es proporcional al esfuerzo normal efectivo actuante en el plano de falla en el momento de falla y se expresa según la ley de Coulomb:

$$s = \sigma \tan \phi \quad (3.8.1)$$

en donde s es la resistencia al esfuerzo cortante, σ el esfuerzo normal efectivo actuante en el plano de falla y ϕ el ángulo de fricción aparente del material.

En los suelos cohesivos existen dos enfoques para evaluar la resistencia

al esfuerzo cortante: el principio de los esfuerzos totales y el principio de los esfuerzos efectivos. El primer principio expresa la ley de Coulomb como sigue:

$$s = c + p \tan \phi \quad (3.8.2)$$

en que c y p son, respectivamente, la cohesión aparente (en términos de esfuerzos totales) y el esfuerzo normal total actuante en el plano de falla en el momento de la falla.

El segundo enfoque modifica esta ley de la siguiente manera:

$$s = c' + (p - u) \tan \phi' \quad (3.8.3)$$

en donde u es la presión de poro y los superíndices indican que los parámetros c y ϕ quedan expresados en términos de esfuerzos efectivos.

Según se desprende de las ecuaciones anteriores, dos son los parámetros que interesa definir con los ensayos de laboratorio: la cohesión del suelo y su ángulo de fricción interna. Ambos se podrán expresar en términos de esfuerzos totales o en términos de esfuerzos efectivos. Por lo tanto, la resistencia al esfuerzo cortante de un suelo se puede representar por medio de la ecuación 3.8.1 y es igualmente válida si se representa con cualquiera de las ecuaciones 3.8.2 ó 3.8.3.

3.8.2 Objetivos

En los problemas en donde se trata con la resistencia al corte del sue

lo, se requiere el cálculo de la estabilidad. Este se basa en la comparación de dos conjuntos de fuerzas: las fuerzas actuantes, que son las que tienden a producir la falla del suelo, con las fuerzas resistentes, que son las que tratan de impedirlo. Esta comparación se efectúa usualmente a través de un factor de seguridad, r , el cual se expresa en términos de la proporción en que la cantidad de resistencia al esfuerzo cortante, hasta cierto momento movilizada, deberá incrementarse para llegar al equilibrio límite. Cuando se alcanza esta condición el valor de r es igual a la unidad.

Para hacer un cálculo de la estabilidad se necesita determinar la posición de la superficie potencial de deslizamiento y computar la resistencia del suelo a lo largo de dicha superficie. Comparando acciones y reacciones a través de r se obtiene la solución.

Son problemas clásicos de este tipo:

Empujes de tierra

Capacidad de carga

Estabilidad de taludes

3.8.3 Aproximación requerida

a) En problemas de empujes de tierra

Dentro del capítulo de empujes de tierra, las teorías de Rankine y de Coulomb son clásicas para resolver esta clase de problemas. De acuerdo con Rankine, el empuje activo de tierra correspondiente a suelos puramente

cohesivos y con la superficie del medio horizontal vale:

$$E_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 - 2 c H \quad (3.8.4)$$

en que E_A es el empuje activo, γ el peso volumétrico del suelo H su altura o espesor y c la cohesión. Si se hace $E_A = 0$ y se despeja H , se obtiene la altura máxima a que puede llegar un corte vertical en un material cohesivo sin que falle ni se derrumbe. Es decir:

$$H = \frac{4c}{\gamma} \quad (3.8.5)$$

Introduciendo en la ecuación 3.8.5 el factor de seguridad contra la falla se tiene:

$$F = \frac{4c}{\gamma H} \quad (3.8.6)$$

Efectuando el cálculo del error relativo de F se llega a:

$$\frac{dF}{F} = \frac{dc}{c} \quad (3.8.7)$$

Esta ecuación proporciona el orden de aproximación con que se conoce el factor de seguridad cuando la cohesión del suelo ha sido obtenida en ensayos de laboratorio con una precisión $\frac{dc}{c}$.

En el caso de suelos con cohesión y fricción, Rankine proporciona la siguiente fórmula:

$$E_A = \frac{1}{2N\phi} \gamma H^2 - \frac{2c}{\sqrt{N\phi}} H \quad (3.8.8)$$

donde:

$$N_\phi = \tan^2 (45^\circ + \phi/2)$$

Repitiendo con la ecuación 3.8.8 la secuencia seguida para la ecuación 3.8.4 se llega al factor de seguridad que vale:

$$F = \frac{4c}{\gamma H} \sqrt{N\phi} \quad (3.8.9)$$

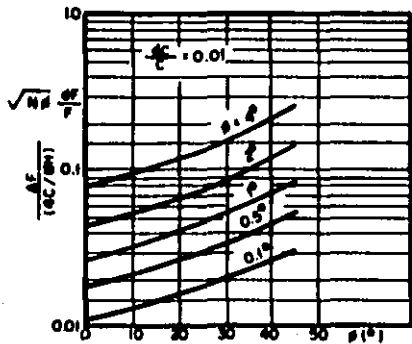
sustituyendo a N_ϕ por su valor y diferenciando la ecuación 3.8.9 se tiene después de factorizar:

$$\frac{dF}{F} = \frac{dc}{c} + \frac{(1 + N\phi)}{\sqrt{N\phi}} \frac{d\phi}{2} \quad (3.8.10)$$

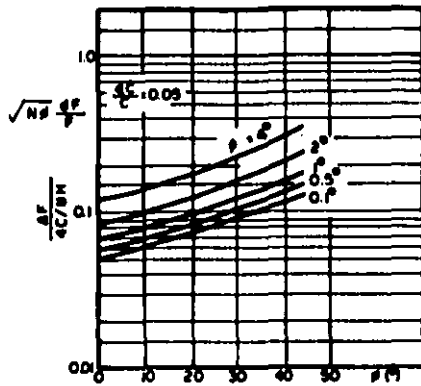
expresión que define la aproximación con que debe proporcionarse el valor de la cohesión y del ángulo de fricción del suelo para que el factor de seguridad permanezca con una aproximación dada $\frac{dF}{F}$.

En la figura 3.8.1 ha sido graficada la ecuación 3.8.10 para diversos valores de $d\phi$ y de $\frac{dc}{c}$.

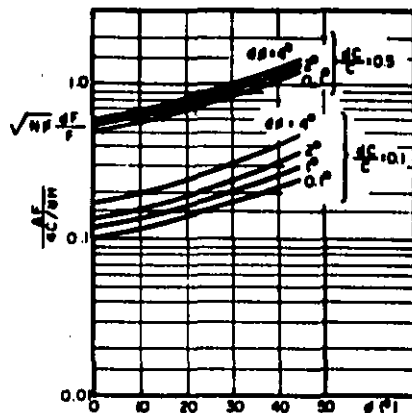
Para ilustrar el uso de la ecuación 3.8.10, supóngase que se ha efectuado un corte vertical en una masa de suelo con superficie límite horizontal y cuya resistencia al corte viene dada por la ecuación de Coulomb, en la que $c = 0.2 \text{ kg/cm}^2$ y $\phi = 30^\circ$. Si los parámetros de cohesión y fricción han sido obtenidos en el laboratorio con una aproximación de $dc = 0.1 \text{ kg/cm}^2$ y



(a)



(b)



(c)

Fig. 3.8.1 Representación gráfica de la ecuación 3.8.10 para diferentes valores de d/d y de $\frac{d}{C}$

$d\phi = 2^\circ$ respectivamente, la precisión con que se conoce el factor de seguridad se obtiene como sigue:

Calculando la relación $\frac{dc}{c}$ haciendo uso de la figura 3.8.1c o bien de la ecuación 3.8.10 para $d\phi = 2^\circ$ y $\phi = 30^\circ$ se tiene:

$$\sqrt{N\phi} \frac{dF}{F} = 0.936$$

de donde resulta al sustituir valores:

$$\frac{dF}{F} = 0.54$$

Aquí, $\frac{dF}{F}$ representa la incertidumbre implícita en el cálculo del factor de seguridad debido a las desviaciones involucradas en la obtención de los parámetros c y ϕ .

Si el factor de seguridad fuera, por ejemplo, $F=3$ su valor real se reduce a $F'=3(1-0.54)=1.38$ a causa de la incertidumbre asociada con la obtención de c y de ϕ .

Para fines prácticos, se considera que el ángulo de fricción del suelo puede ser requerido con una desviación máxima de 2° y la cohesión del suelo con un error relativo máximo de 10% para que el error relativo ocasionado sobre el factor de seguridad no exceda de 15%.

b) Capacidad de carga

Las fórmulas desarrolladas para calcular la capacidad de carga en suelos se basan en el equilibrio plástico. El trabajo de suponer una superficie de falla y de analizar comparativamente las fuerzas actuantes con las resistentes ha sido superado en este capítulo de la mecánica de suelos con

el uso de los factores de capacidad de carga.

Para calcular la capacidad de carga en suelos, se han desarrollado varias fórmulas que, sin embargo, presentan formas similares entre sí. Todas ellas son una consecuencia de la solución de Prandtl relativa al problema de indentación de un medio semi-infinito, isotropo y rígido plástico perfecto por un elemento rígido de longitud infinita, de base plana. Con base en estos estudios Terzaghi propone un mecanismo de falla para el caso de un medio cohesivo y friccionante, y su solución es de tal trascendencia en la mecánica de suelos que prácticamente es usada de manera casi universal en el cálculo de capacidad de carga. La expresión definida por Terzaghi (1943) es la siguiente:

$$Q_D = 2B (cN_c + \gamma D_f N_q + \gamma B N_\gamma) \quad (3.8.11)$$

en donde Q_D es la capacidad de carga del suelo por unidad de longitud para una zapata de ancho $2B$ e infinitamente larga, c es la cohesión, γ el peso volumétrico, D_f la profundidad de apoyo del cimiento y N_c , N_q , N_γ son los factores de capacidad de carga del suelo.

La ecuación 3.8.11 también se puede escribir:

$$q_d = cN_c + \gamma D_f N_q + \gamma B N_\gamma \quad (3.8.12)$$

en que q_d es la capacidad de carga por unidad de área del cimiento.

Debe destacarse el hecho de que, para cimientos cuadrados o rectangulares no existe ni siquiera una teoría aproximada que proporcione una solución

exacta al problema de capacidad de carga. Para salvar esta deficiencia Terzaghi propone el uso de factores de forma empíricos a fin de ajustar las ecuaciones desarrolladas.

Hasta la actualidad han sido desarrolladas diversas teorías que presentan factores de capacidad de carga muy diversos (Vésic, 1965) y su empleo por parte de los ingenieros en cimentaciones responde a un impulso de confianza en la misma o en el respaldo que da su autor (De Mello, 1969). En tales casos surge la pregunta: ¿Cómo pueden ser válidas simultáneamente todas las fórmulas de capacidad de carga si no son iguales?; y tal vez la respuesta sea que, tratándose de ecuaciones similares pueden ser válidas si no se rebasa cierto grado de dispersión dentro del conjunto de resultados afectados por el factor de seguridad F , ya que éste cubre algunas hipótesis e incertidumbres involucradas en el desarrollo de las fórmulas, además de la incertidumbre asociada con el conocimiento exacto de las propiedades físicas del suelo.

Tomando en consideración lo anterior, se puede proponer como válido el empleo de la expresión 3.8.12, o cualquier otra similar, para que la aproximación requerida en la obtención de " c " y " ϕ " se haga en términos de dicha fórmula de referencia.

Por facilidad, en este caso se empleará la fórmula de Brinch Hansen (De Mello, 1969) pues, además de presentar expresiones para N_c y N_q mas simples que las de Terzaghi, proporciona una relación empírica para el factor N_γ (el cual no tiene ninguna solución rigurosa disponible, en ninguna teoría, que involucre las consideraciones estáticas y cinemáticas del caso). Según Brinch Hansen se tiene:

$$q_d = cN_c^* + \sigma_z N_q^* + \gamma B N_y^* \quad (3.8.13)$$

en que:

$$N_c^* = (N_q^* - 1) \cot \phi$$

$$N_q^* = N_\phi e^{\pi \tan \phi}$$

$$N_y^* = 1.8 (N_q^* - 1) \tan \phi$$

$$N_\phi = \tan^2 (45^\circ + \phi/2)$$

Diferenciando la expresión 3.8.13 en términos de c y de ϕ resulta:

$$dq_d = dc N_c^* + c dN_c^* + \sigma_z dN_q^* + \gamma B dN_y^* \quad (3.8.14)$$

en donde:

$$dN_c^* = dN_q^* \cot \phi - (N_q^* - 1) \operatorname{csc}^2 \phi d\phi$$

$$dN_q^* = N_\phi^* \left(\pi \sec^2 \phi + \frac{(1 + N_\phi^*)}{\sqrt{N_\phi^*}} \right) d\phi$$

$$dN_y^* = 1.8 \left(\tan \phi dN_q^* + (N_q^* - 1) \sec^2 \phi d\phi \right)$$

la expresión 3.8.14 proporciona la relación que debe de cumplirse al obtener los valores de la cohesión y del ángulo de fricción del suelo con aproximación dc y $d\phi$ respectivamente, para que al valorar la capacidad de carga ésta resulte con una desviación máxima acotada por dq_d .

Dividiendo la ecuación 3.8.14 entre la 3.8.13 resulta

$$\frac{dq_d}{q_d} = \frac{c \left(\frac{dc}{c} N_C^* + dN_C^* \right) + \sigma_z \frac{dN_Q^*}{N_Q^*} + \gamma B dN_Y^*}{c N_C^* + \sigma_z \frac{N_Q^*}{B} + \gamma B N_Y^*}$$

multiplicando el numerador y el denominador por $\frac{1}{\gamma B}$ y considerando que $\sigma_z = \gamma D_F$ se tiene:

$$\frac{dq_d}{q_d} = \frac{\frac{c}{\gamma B} \left(\frac{dc}{c} N_C^* + dN_C^* \right) + \frac{D_F}{B} \frac{dN_Q^*}{N_Q^*} + \frac{dN_Y^*}{N_Y^*}}{\frac{c}{\gamma B} N_C^* + \frac{D_F}{B} \frac{N_Q^*}{B} + N_Y^*} \quad (3.8.15)$$

esta última ecuación representa el error relativo que se comete al evaluar la capacidad de carga del suelo cuando los parámetros de cohesión y fricción se obtienen con desviaciones dc y $d\phi$ respectivamente.

Los valores de los factores de capacidad de carga N_C^* y dN_C^* se encuentran graficados en la figura 3.8.2

Para ejemplificar el uso de las ecuaciones anteriores, considerése un cimiento continuo de 2.0 m de ancho situado sobre un suelo para el cual $c = 0.2$ kg por centímetro cuadrado, $\phi = 20^\circ$ y $\gamma = 2000$ kg por metro cúbico. La profundidad de contacto suelo-cimiento es de $D_F = 2.0$ m y los parámetros c y ϕ se han determinado respectivamente con una aproximación de $dc = 0.02$ kg/cm² y $d\phi = 2^\circ$.

Efectuando el cálculo de las relaciones siguientes resulta:

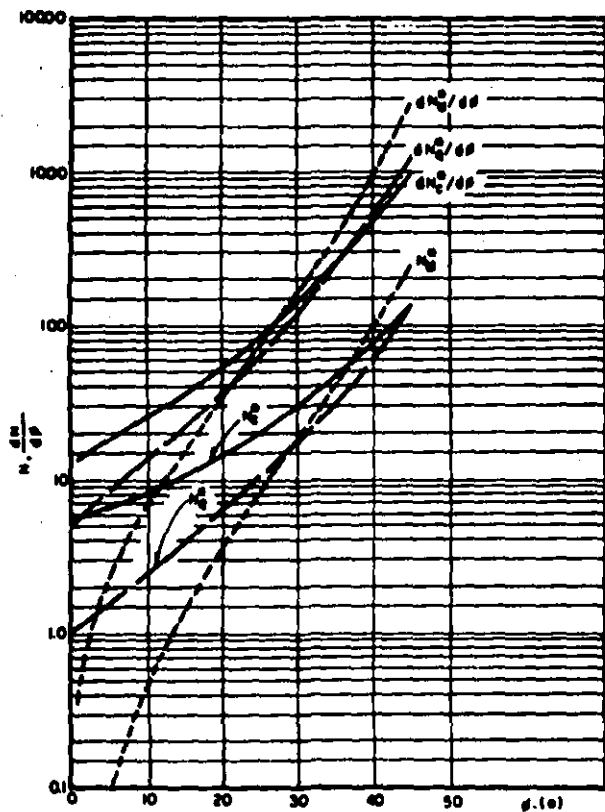


Fig. 3.8.2 Valores de $\frac{dN}{dp}$ y de los factores de capacidad de carga de las ecuaciones 3.8.13 y 3.8.14

$$\frac{D_p}{B} = 2$$

$$\frac{dc}{c} = 0.1$$

$$\frac{c}{\gamma B} = 1.0$$

con ayuda de las gráficas de la figura 3.8.2 o bien de las ecuaciones correspondientes se tiene:

$$N_c^* = 14.8 ; dN_c^* = 53.8 d\phi$$

$$N_q^* = 6.4 ; dN_q^* = 36.4 d\phi$$

$$N_\gamma^* = 3.5 ; dN_\gamma^* = 34.9 d\phi$$

sustituyendo los valores en la ecuación 3.8.15 resulta:

$$\frac{dq_d}{q_d} = \frac{1.0 (0.1 \times 14.8 + 53.8 \times 0.035) + 2 \times 34.4 \times 0.035 + 34.9 \times 0.035}{1.0 \times 14.8 + 2.0 \times 64.0 + 3.5}$$

$$\frac{dq_d}{q_d} = 0.229$$

Si se considera un factor de seguridad $F = 3$, la incertidumbre involucrada por la falta de determinación precisa de la cohesión y del ángulo de fricción del suelo hacen que el factor de seguridad de trabajo oscile entre:

$$2.31 \leq F' = F \left(1 \pm \frac{dq_d}{q_d} \right) \leq 3.69$$

Si $d\phi$ se obtuviera con una aproximación de 0.5° se tendría:

$$\frac{dq_d}{q_d} = 0.093$$

y

$$2.72 \leq F' \leq 3.28$$

Según se puede apreciar, los factores de capacidad de carga son función exponencial del ángulo de fricción del suelo, por lo que son muy sensibles a variar con cualquier cambio de este ángulo. Con base en esto, se considera que el orden de aproximación requerido del ángulo de fricción del suelo podrá ser de $d\phi = 1^\circ$ y que la cohesión deberá obtenerse con una precisión de $\frac{dc}{c} = 5\%$, para que el error relativo implícito en el cálculo de la capacidad de carga no exceda de 15%.

c) Estabilidad de taludes

En los métodos de equilibrio al límite empleados en los análisis de estabilidad de taludes, se considera que el material constituyente se comporta como un sólido rígido plástico. Es decir, el talud no se deformará si no hasta alcanzar el estado de esfuerzos en que se produce la falla.

Existen dos grupos principales de métodos basados en el equilibrio límite:

i) Los que consideran a la masa deslizante como un cuerpo libre en conjunto, haciendo ciertas suposiciones respecto a la distribución de esfuerzos normales a través de la superficie de falla. A este grupo pertenecen el de Culmann de falla plana, el del círculo de fricción y el de cuñas de falla por traslación.

if) Los que dividen al cuerpo deslizante en un conjunto de dovelas verticales considerando el equilibrio de cada una. Los métodos mas difundidos son el de Fellenius (sueco) y el de Bishop.

De entre todos los métodos simples, los mencionados en el segundo grupo son los mejores para efectuar análisis de estabilidad pues toman en cuenta las irregularidades del terreno y la estratigrafía del subsuelo, además por su relativa facilidad de cálculo.

El método sueco o de dovelas es el mas común de todos los procedimientos de cálculo utilizados para determinar la estabilidad de taludes. Aunque la mayor objeción a este procedimiento es la no consideración de las fuerzas laterales actuando sobre las dovelas, es apropiado su empleo en casos en que ϕ es igual a cero o pequeño, ya que proporciona resultados similares a los obtenidos empleando procedimientos mas detallados. Cuando ϕ es apreciablemente mayor que cero, este procedimiento es demasiado conservador y es de poca justificación su empleo, excepto para verificaciones rápidas de estabilidad o para comparar diseños alternos.

El análisis simplificado de Bishop puede considerarse como el procedimiento mas satisfactorio para problemas rutinarios, a pesar de que no satisface todos los requisitos de equilibrio. Este método proporciona resultados tan cercanos a los que se obtienen con el empleo de métodos rigurosos, y que requieren la utilización de computadoras, que resulta práctico para propósitos de diseño.

La ecuación correspondiente al Método Simplificado de Bishop que permite calcular el factor de seguridad para determinar el crítico de un conjunto

de círculos analizados por tanteos, es:

$$F = \frac{1}{\sum w \operatorname{sen} \alpha} \left[\sum (c' l + w \tan \phi' (\cos \alpha - r_u \operatorname{sen} \alpha)) \right] \quad (3.8.16)$$

donde l es la longitud de la base de la dovela considerada (ver figura 3.8.3), α es el ángulo que forma la base de ésta con la horizontal, w su peso y $r_u = \frac{u}{\gamma H}$ es el parámetro denominado relación de presión de poro.

Calculando el error relativo de la ecuación 3.8.16 empleando como variables a c' y a ϕ' se tiene:

$$\frac{dF}{F} = \frac{\sum (l dc' + w \sec^2 \phi' d\phi' (\cos \alpha - r_u \operatorname{sen} \alpha))}{\sum (c' l + w \tan \phi' (\cos \alpha - r_u \operatorname{sen} \alpha))} \quad (3.8.17)$$

Esta expresión condiciona las desviaciones máximas permitidas en la obtención de c' y ϕ' para cálculo del factor de seguridad con el método simplificado de Bishop resulte con una aproximación $\frac{dF}{F}$.

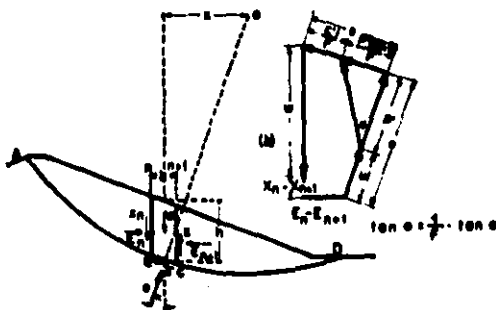


fig 3.8.3 Método de Bishop de análisis de estabilidad de taludes

Como se podrá apreciar, esta expresión tiene un aspecto similar a la expresión 3.8.10 por lo que se considera que, el orden de aproximación requerido en la obtención del ángulo de fricción del suelo podrá ser de $d\phi = 2^\circ$ y el error relativo tolerable en la obtención de la cohesión será de $\frac{dc}{c} = 10\%$.

3.8.4 Dispersión de resultados

a) Dispersión natural

Los parámetros de resistencia del suelo al igual que sus demás propiedades físicas, presentan una variabilidad natural muy importante. Como ejemplo de ello, en la figura 3.8.4 se encuentran graficados los valores de la resistencia a la compresión simple contra la profundidad obtenidos de muestras de suelo de dos sondeos cercanos entre sí. Como podrá apreciarse, los ensayos de resistencia se han efectuado en cada sondeo a distancias cortas y se muestra una dispersión importante de la resistencia de suelo. En sentido horizontal también se aprecia lo anterior al comparar los resultados de un sondeo con otro. En la tabla 3.8.1 se presentan algunos datos de dispersión natural de ciertos depósitos típicos de suelo.

Según se puede apreciar, los parámetros de resistencia del suelo varían en intervalos que pueden ser muy amplios, dependiendo del carácter del depósito. Las arcillas del Valle de México, pertenecen a la clase de suelos que exhiben menor dispersión natural de la resistencia al corte pues, como se podrá observar, su coeficiente de variación es de los más pequeños ($V = 0.135$).

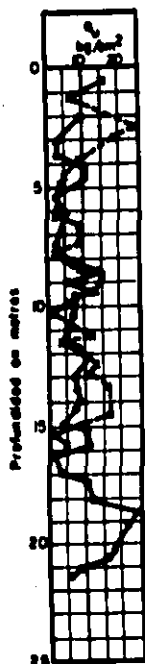


fig 3.8.4 Variación de la resistencia a la compresión simple contra la profundidad (Viellet y Soto, 1970)

b) Dispersión debida al muestreo

El suelo, cuando es extraído de su medio, sufre una serie de alteraciones que dependen del método de muestreo empleado. Independientemente de la calidad de las técnicas de muestreo, las muestras extraídas son afectadas por alteraciones provocadas antes, durante y después del muestreo (Hvorslev, 1965). La influencia que presentan estas alteraciones en los resultados, quedan sujetas a variaciones extremas.

El grado de alteración que experimenta el suelo durante el muestreo, puede ser clasificado en cualquiera de los tipos básicos siguientes, que van desde los comunes y ligeros hasta los graves y que en gran parte se pueden evitar empleando una técnica adecuada de muestreo y trabajo cuidadoso

Tabla 3.8.1 Dispersión natural de los parámetros de resistencia de algunos depósitos típicos de suelo (Lambe y Whitman, 1969)

Parámetro	Dispersión natural		
	Promedio ton/m ²	Desviación estándar ton/m ²	Coefficiente de variación
c, $\frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$	1.78 (1)	0.13 (1)	0.070 (1)
	3.20 (2)	0.62 (2)	0.190 (2)
	18.15 (3)	4.32 (3)	0.240 (3)
	21.15 (3)	7.11 (3)	0.335 (3)
	4.0 (4)	1.17 (4)	0.293 (4)
	6.84 (5)	0.40 (5)	0.060 (5)
	3.79 (6)	0.52 (6)	0.135 (6)
	3.50 (7)	0.96 (7)	0.275 (7)
4 grados	17.5 (6)	0.89 (6)	0.051 (6)

- (1) Arcilla de Drammen (Noruega)
- (2) Arcilla de Oslo
- (3) Arcilla de Londres
- (4) Arcilla de Boston
- (5) Arcilla de Ottawa
- (6) Arcilla del Valle de México
- (7) Arcilla de Chicago

de campo:

Cambio de las condiciones de esfuerzo

Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos

Alteración de la estructura del suelo

Cambios químicos

- Cambios de las condiciones de esfuerzo.

Las muestras extraídas del subsuelo permanecen sujetas a incrementos y de cre men tos de esfuerzos por las operaciones propias del sondeo y la extra cción del suelo. Con el empleo de métodos y equipo apropiado de muestreo, los incrementos de esfuerzos pueden ser evitados por lo menos en una gran parte de la muestra, aunque la reducción de los esfuerzos totales hasta la presión atmosférica es inevitable cuando el suelo es extraído del mues treo y durante la preparación del espécimen para su ensaye.

El alivio de esfuerzos produce la reducción de la presión de poro y un in cre men to de volumen de la muestra. Esta causa da lugar a un ciclo de his té sis del suelo que se completa cuando el espécimen se somete a cargas en el laboratorio. El cambio de las condiciones de esfuerzo causa in du da ble men te un decremento de la resistencia al corte del suelo aunque es pro ba ble que este decremento sea pequeño en muchos casos. Este efecto puede ser despreciable cuando la muestra se somete a esfuerzos mayores que los originales del campo.

- Cambio del contenido de agua y de la relación de vacíos

El incremento de volumen del suelo debido al alivio de esfuerzos provocado por el muestreo, viene acompañado con un aumento de su relación de vacíos y la correspondiente migración del agua intersticial desde o hacia zonas alteradas de la muestra. Este efecto depende del estado inicial de esfuerzos en el subsuelo y del carácter del depósito.

En suelos preconsolidados, la migración del agua intersticial ocurre hacia las zonas alteradas ya que estos presentan un efecto dilatante (Poulos, 1971) y en sentido contrario ocurre para los suelos normalmente consolidados. Un incremento del contenido de agua y de la relación de va cios en un suelo cohesivo, produce un decremento de la resistencia al cor te, mientras que, la causa contraria produce el efecto inverso.

- Alteración de la estructura del suelo

La alteración del suelo es causada antes durante y después del muestreo. En las operaciones de muestreo realizadas por medio de sondeos, la alteración del suelo antes de muestrearlo se desarrolla en la parte superior de la muestra. Aunque con un muestreo cuidadoso se reduce apreciablemente cualquier perturbación hacia el centro de la muestra, la parte inferior de la misma también se altera debido a las fuerzas de tensión y torsión que se producen al separarla del subsuelo. Esta última operación afecta la parte superior de la siguiente muestra y así sucesivamente.

En los muestreos con tubo, se trasmite al suelo un incremento de esfuerzos debido a las fuerzas de fricción que éste desarrolla contra las paredes del muestreador al ser obligado a penetrar en su interior. Estas fuerzas se oponen al deslizamiento del suelo en el tubo y producen desplazamientos relativos del material en la vecindad de las paredes del muestreador. La proporción de suelo alterado depende del tipo de suelo y del índice de áreas, A_r , del muestreador que se expresa como sigue:

$$A_r (\%) = \frac{D_o^2 - D_i^2}{D_i^2} 100$$

en donde D_o es el diámetro exterior del tubo de muestreo y D_i su diámetro interior.

Para obtener muestras inalteradas de buena calidad, se recomiendan muestreadores que tengan un índice de áreas que no exceda de 20% (Terzaghi y Peck, 1973).

En la figura 3.8.5 se muestra como varía la distribución de resistencias relativas al esfuerzo cortante del suelo en una muestra de tubo. Según se puede apreciar, en los extremos de la misma el suelo sufre una reducción notable de su resistencia a causa de las distorsiones provocadas por las operaciones de extracción del subsuelo. También se ilustra la reducción de la resistencia en el sentido transversal de la muestra. Como se observa, la alteración estructural del suelo produce en las fronteras de la muestra, una reducción hasta de 50% de la resistencia al corte en relación con la obtenida en zonas no alteradas.

La alteración de la estructura del suelo es causa de que las curvas esfuerzo-deformación registradas en ensayos de resistencia, muestren una curvatura apreciable desde el principio y de que la resistencia al corte se vea disminuida (fig 3.8.6). Esta reducción es causada, probablemente, por un debilitamiento de las ligas que existen entre las partículas del suelo al recomodarse estructuralmente y por la tendencia a disminuir su oquedad, la cual causa un incremento en la presión de poro y consecuentemente un decremento de los esfuerzos efectivos.

La resistencia a la compresión simple y la obtenida en ensayos triaxiales no consolidados no drenados, se reduce a causa de la alteración de la es-

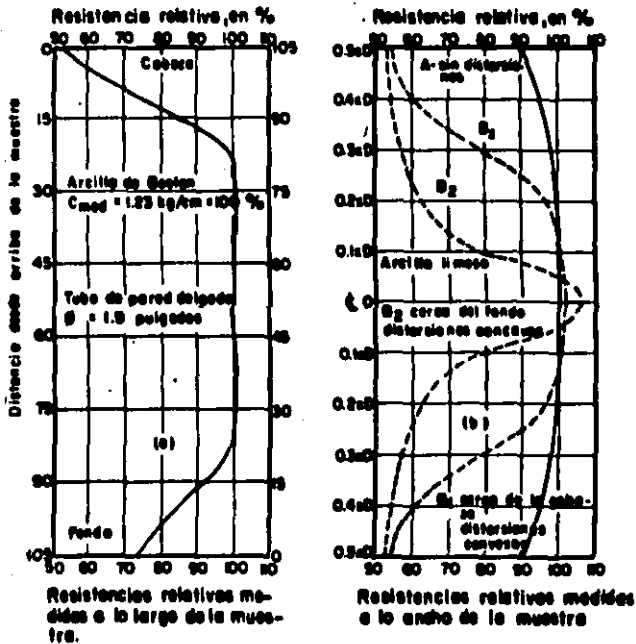


fig 3.8.5 Diferencias de la resistencia al esfuerzo cortante en varios puntos de la muestra (Hvorslev, 1965)

estructura del suelo. Sin embargo, en ensayos triaxiales consolidados no drenados y drenados, el decremento adicional de la relación de vacíos durante la etapa de consolidación y de la prueba misma, provoca un aumento de la resistencia al corte que contrarresta, y aún excede, a la pérdida de resistencia provocada por la alteración estructural del suelo y por el debilitamiento de las ligas entre partículas (Hvorslev, 1965).

Mientras que en las muestras de tubo existen diversos grados de altera-

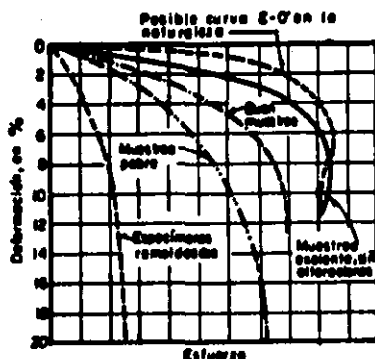


fig 3.8.6 Influencia de la alteración del suelo en las curvas esfuerzo-deformación (Hvorslev, 1965)

ción, tanto en sentido longitudinal como transversal, en aquellas muestras obtenidas por acceso directo (a través de túneles o pozos a cielo abierto), la alteración que se presenta se reduce al mínimo ya que, solo existe la reducción de esfuerzos producida por su extracción del subsuelo con los consecuentes cambios de la relación de vacíos y del contenido de agua.

En la figura 3.8.7 se puede apreciar el aspecto anterior al observar como varía la resistencia al esfuerzo cortante del suelo con el tiempo en función del método de muestreo. Según se observa, el muestreo con tubo origina una reducción inmediata y otra diferida de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo. También se aprecia como se reduce la alteración del suelo al aumentar el diámetro del muestreador, llegando inclusive a obtener resultados comparables de la resistencia al corte con los obtenidos en muestras cúbicas, cuando el diámetro del muestreador es suficientemente grande. La reducción de la resistencia del suelo debido al empleo

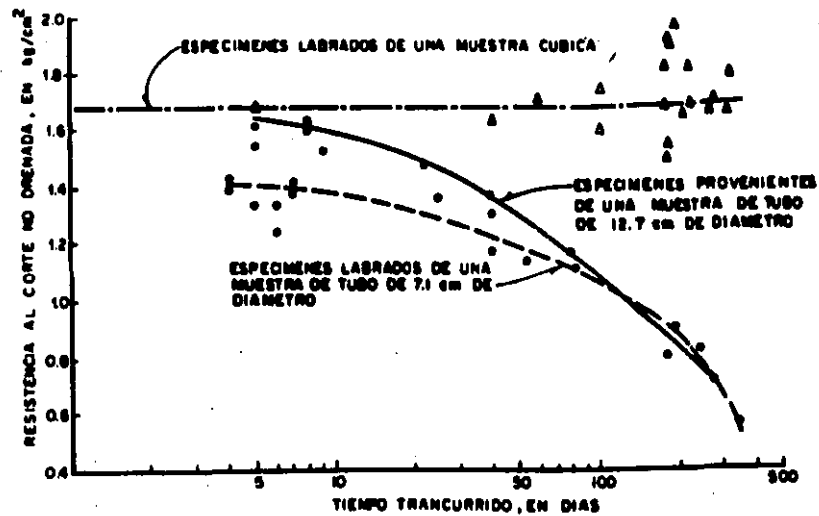


fig 3.6.7 Efecto del tiempo transcurrido desde el muestreo en la resistencia del suelo (Armand y McManis, 1975)

de tubos de muestreo de diámetro pequeño, puede ser muy importante y dependerá esencialmente del diámetro del tubo, de su índice de áreas, del tipo de suelo muestreado y de la técnica de muestreo empleada. Para el caso mostrado en la figura, la resistencia se redujo un 18% para el suelo muestreado con un tubo de diámetro pequeño en relación con la resistencia obtenida a partir del suelo muestreado por acceso directo.

En el caso de arcillas con fisuras, juntas o slickensides, el remoldeo del suelo puede ocasionar el efecto contrario al sellar este tipo de estructura secundaria que suele presentarse principalmente en suelos fuertemente preconsolidados. Mientras que la alteración del suelo disminuye su resistencia del 5% al 20%, el efecto que se produce al sellarse las juntas de un suelo fisurado puede incrementar este valor del 25 al 1000% (Johnson, 1974).

- Cambios químicos.

Estos cambios se producen normalmente cuando las muestras del suelo son almacenadas sin ser extraídas de sus tubos o por largos períodos de tiempo. Los cambios químicos serán diferentes para cada suelo y dependerán de la clase de ácidos o bases presentes en el agua intersticial. La misma figura 3.8.7 muestra como cambia la resistencia del suelo con el tiempo de almacenaje. En general, independientemente del método que se emplee para almacenar el suelo éste sufrirá cambios químicos con el tiempo que no serán los mismos ocurridos en su estado natural (Torrance, 1975).

Como se observa, el suelo muestreado por acceso directo no sufre una degradación de su resistencia al esfuerzo cortante con el tiempo, lo cual

es índice de su menor alteración. Por el contrario, las muestras obtenidas de sondeos pueden presentar una reducción de su resistencia con el tiempo, la cual puede ser comparable con la alteración estructural del suelo a causa de un muestreo pobre.

Con base en lo anteriormente expuesto se ha construido la tabla 3.8.2, en donde se presenta un resumen de la dispersión de resultados de la resistencia del suelo producida por el muestreo.

Tabla 3.8.2 Dispersión de resultados de la resistencia del suelo producida por el muestreo

Factor	Dispersión (error relativo) (%)
Alteración estructural	5 a 50
Cierre de fisuras por remoldeo	25 a 1000
Cambios químicos (por almacenaje prolongado)	20

c) Dispersión ocasionada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye

Adicionalmente a los cambios de resistencia que se registran en el suelo por causa del muestreo, aparecen los debidos al equipo y al procedimiento de pruebas de laboratorio. Ambos se componen de los factores siguientes:

- Equipo de pruebas

Fricción en el vástago de las celdas triaxiales

Efecto de la membrana y del papel filtro

Dimensiones del espécimen

- Procedimiento de ensaye.

Velocidad de aplicación de las cargas

- * Fricción en el vástago

En cualquier tipo de ensaye triaxial, la carga axial se aplica al espécimen por medio de un pistón que pasa a través de la cabeza de la cámara.

El movimiento descendente del émbolo ocasiona fuerzas de fricción que provocan un aumento virtual de la carga transmitida al suelo. Cuando no se considera debidamente este efecto, se registra un valor del esfuerzo desviador superior al que realmente se transmite al espécimen, y en consecuencia se sobreestima la resistencia al corte del suelo.

Existe en los laboratorios un número muy diverso de cámaras triaxiales, cada una con características peculiares en cuanto al sello que se ofrece entre la cabeza de la celda triaxial y el pistón. En general, cada diseño se desarrolla para que la fricción que existe entre el vástago y el bushing de la cabeza de la cámara se reduzca al mínimo.

La fricción desarrollada por el vástago aumenta proporcionalmente con la presión confinante (fig 3.8.8) y con la fuerza horizontal aplicada al pis

tón. Debido a la anisotropía que presentan los suelos, los especímenes ensayados en prueba triaxial tienden a desplazarse horizontalmente, dependiendo de la dirección del plano de falla en relación con la depositación del suelo (Saada y Bianchini, 1977). Esta tendencia desarrolla fuerzas cortantes suelo-placa superior y transmite fuerzas horizontales al vástago de la cámara. La magnitud hasta la que se pueden desarrollar estas fuerzas, es función de la orientación relativa que existe entre el plano de falla y el de depositación del suelo.

Al presentarse fuerzas horizontales sobre el émbolo de la cámara triaxial, se propicia el desarrollo de fuerzas de fricción entre éste y el bushing de sello. Estas fuerzas dependerán del tipo de sello utilizado según se puede apreciar en la figura 3.8.9.

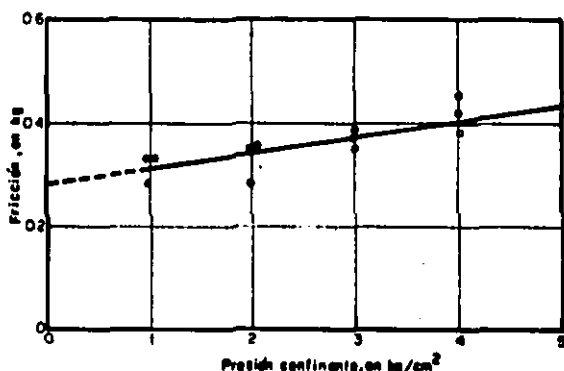


Fig 3.8.8 Variación de fuerza de fricción en el émbolo con la presión de confinamiento (Duncan y Seed, 1967)

La magnitud de las fuerzas de fricción deberá ser determinada individual-

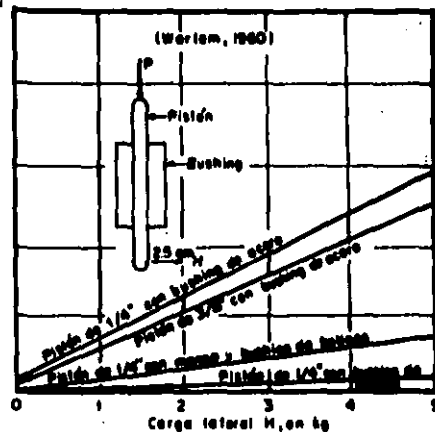
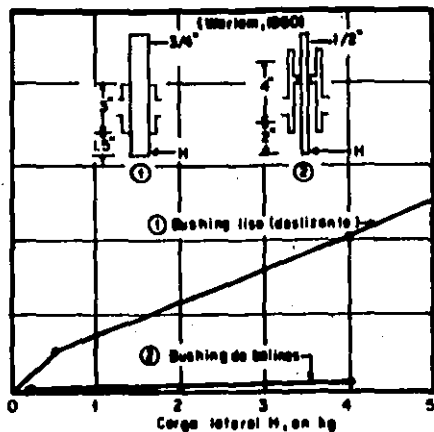
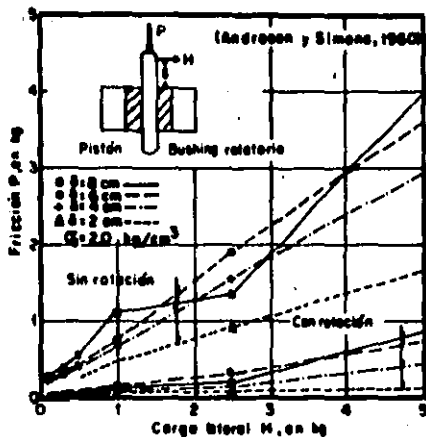


fig 38.9 Fricción desarrollada por el pistón con distintas clases de bushings

mente para cada tipo de sello, a fin de ser utilizada como factor de corrección en el cálculo de la resistencia. En cada caso, la fricción desarrollada por el vástago dependerá de cuatro factores principales (Olson y Campbell, 1967): de la fuerza lateral desarrollada, de la presión de confinamiento, del tipo de sello utilizado y de la velocidad de desplazamiento del pistón.

Dependiendo del sello empleado, la fricción desarrollada por el vástago podría variar entre 0.2% y 5% de la carga axial aplicada (Warlam, 1960), lo cual es importante cuando se mide la resistencia al corte de suelos blandos. En especímenes cuya falla se lleva a cabo con poca deformación, las pérdidas por fricción son en general menores del 1% de la carga axial (Olson y Campbell, 1967) y aumenta con la deformación del suelo. La fricción se incrementa rápidamente para especímenes que fallan a lo largo de un plano, que son excéntricos al pistón o que están restringidos al desplazamiento lateral en sus cabezas.

* Membranas y papel filtro

En los ensayos triaxiales, la membrana que envuelve a los especímenes produce un incremento del valor de la resistencia al corte el cual es proporcional al módulo de deformación de la misma (Henkel y Gilbert, 1952). De estudios analíticos y resultados experimentales, se han desarrollado fórmulas de corrección a los esfuerzos aplicados bajo la suposición de que la membrana se comporta como un cilindro elástico cuya forma simplificada es (Duncan Seed, 1967):

$$\Delta \sigma_{am} = - C_{am} \left(\frac{2}{3}\right) E_m \frac{4T_{om}}{D_{os}}$$

$$\Delta \sigma_{lm} = - C_{lm} \left(\frac{2}{3}\right) E_m \frac{2T_{om}}{D_{os}}$$

en donde los coeficientes C_{am} y C_{lm} se obtienen de las gráficas 3.8.10; $\Delta \sigma_{am}$ y $\Delta \sigma_{lm}$ son respectivamente la corrección al esfuerzo axial y lateral debido a la resistencia de la membrana; E_m es el módulo de deformación de la membrana y T_{om} y D_{os} son respectivamente el espesor de la membrana y el diámetro del espécimen.

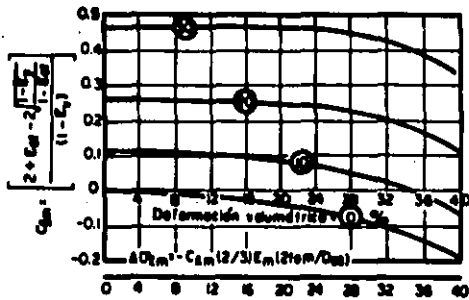
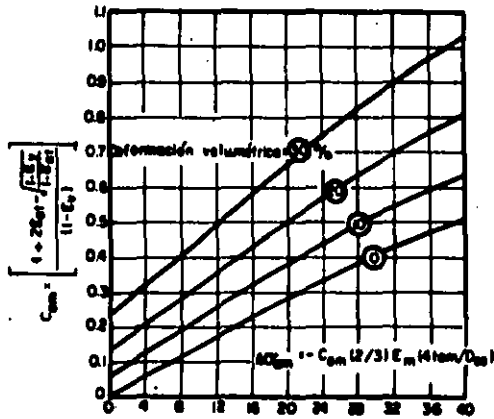
El papel filtro produce un efecto similar al de la membrana en la resistencia del suelo. En ensayos de compresión triaxial, las correcciones necesarias para las cargas que toma el papel filtro son expresadas por medio de la fórmula siguiente (Duncan y Seed, 1967):

$$\Delta \sigma_{afp} = -k_{fp} \frac{P}{A_s}$$

donde $\Delta \sigma_{afp}$ es la corrección del esfuerzo axial, k_{fp} es la carga soportada por el papel filtro por unidad de longitud en el perímetro del espécimen y P y A_s son el perímetro y el área transversal del espécimen respectivamente. Según los autores, el valor de k_{fp} oscila de 0.13 a 0.19 kg/cm.

• Dimensiones del espécimen

Idealmente, el tamaño de los especímenes del suelo por ensayar debería ser lo suficientemente grande para contener una selección representativa de todas las partículas y discontinuidades que posee. En suelos arcillosos,



Deformación total unitaria durante la consolidación y/o corte

fig 3.8.10 Factores de corrección C_{sm} y C_{sm} para esfuerzo axial y lateral producto de la resistencia de la membrana (Duncan y Seed, 1987)

el tamaño ordinario de los especímenes utilizados es adecuado, aunque en arcillas fisuradas este puede representar un aspecto importante. En casos como éste, la resistencia al corte obtenida con especímenes de tamaño mayor que el ordinario (en especímenes que consideran una selección representativa de las discontinuidades del suelo), se reduce hasta ser del orden del 65% al 75% de la obtenida con ensayos convencionales (Skempton y Hutchinson, 1969). Esto produce una dispersión relativa de resultados de 25% a 35%.

En materiales granulares, como gravas y arenas gruesas, solo se obtienen buenos resultados si no se rebasan ciertos límites en la relación de tamaño de grano/especimen (Holtz y Gibbs, 1956).

• Velocidad de aplicación de las cargas.

De manera rutinaria e irrestricta, los ensayos de corte realizados en los laboratorios de mecánica de suelos se efectúan con cierta velocidad de aplicación de cargas, la cual es excesivamente grande para simular el proceso de cargas que se desarrolla en el campo. Este hecho conduce a una sobreestimación de las resistencias al corte exhibida por el suelo.

Cuando la velocidad de corte es lenta, la resistencia del suelo en ensayos no drenados decrece, ya que se permite la migración del agua intersticial desde las zonas menos deformadas hacia la zona de falla y se incrementa en ésta la presión de poro (Skempton y Hutchinson, 1969). La sensibilidad de cada tipo de suelo a estas acciones es distinta, y es de importancia considerarla en aquellos problemas en donde se encuentran implícitos factores de seguridad reducidos (Duncan y Buchiagnani, 1971). Para

el ángulo de fricción del suelo, obtenido en ensayos drenados, existe desacuerdo si éste aumenta o disminuye al reducirse la velocidad de las deformaciones (Lambe y Whitman, 1969). Esto se debe aparentemente a diferencias de la compresibilidad secundaria y de la tixotropía de los suelos (Bjerrum y Lo, 1963). Las velocidades de corte convencionales, producen un incremento de la resistencia del suelo que oscila entre 5% y 200% (Johnson, 1974).

Con base en lo anteriormente tratado, se ha construido la tabla 3.8.3 en donde se encuentran resumidos los factores de la dispersión causada por el equipo usado y por procedimientos de ensaye de laboratorio.

Tabla 3.8.3 Dispersión de resultados de la resistencia al corte debido al equipo usado y procedimientos de ensaye de laboratorio.

Factor	Dispersión (error relativo) (%)
Fricción en el vástago de la cámara triaxial	0,2 a 5
Dimensiones del espécimen (en suelos fisurados)	25 a 35
Velocidad de corte	5 a 200
Cálculo (suposición de que la probeta se deforma como cilindro recto)	10

Además de las causas anteriormente mencionadas, los siguientes errores de procedimiento cometidos en el laboratorio, son causa de incertidumbre en la determinación correcta de la resistencia del suelo.

* Cálculos

. Suposición de que la probeta se deforma como un cilindro circular recto. Se sobreestima la resistencia calculada hasta en más del 10% (Olson Campbell, 1967).

* Equipo

. Permeabilidad en la membrana y fugas en las conexiones. Las fugas del agua de la cámara hacia la probeta alteran sensiblemente los esfuerzos efectivos en pruebas no drenadas.

. Falta de precisión en el control de la contrapresión y de la presión confinante.

. Espécimen ensayado sin consolidarse totalmente. En el resultado de una serie de ensayos no se logra definir la envolvente de Mohr.

. Permeabilidad insuficiente de los discos porosos. Estos deben cumplir con las condiciones de un filtro en cuanto a permeabilidad.

. Dimensiones no apropiadas del espécimen. Deberá tener una relación de esbeltez mínima de dos.

• Preparación de la probeta

. Remoldeo del suelo. Deberá evitarse el remoldeo durante el labrado o la colocación de la membrana ya que con ello se produce alteración de su estructura y una reducción de la resistencia al esfuerzo cortante.

Prueba no consolidada no drenada (UU)

. Cambio apreciable de las dimensiones del espécimen al aplicar la presión confinante. Este aspecto puede ser considerable tratándose de suelos no saturados.

Prueba consolidada no drenada (C.U)

. Incrementos de contrapresión inadecuados o aplicados con excesiva rapidez. Estos deberán ser menores que la presión de confinamiento y deberán aplicarse paulatinamente (por incrementos) después de ella.

3.8.5 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados.

En la tabla 3.8.4 se presenta un resumen de la aproximación requerida y de la dispersión de resultados obtenidos en ensayos de resistencia, basado en lo tratado en esta sección.

Tabla 3.8.4 Relación entre aproximación requerida y dispersión de resultados de la resistencia al esfuerzo cortante del suelo

Aproximación requerida		Dispersión de resultados		
		natural (resistencia) (%)	muestreo (resistencia) (%)	laboratorio (resistencia) (%)
Cohesión (%)	Fricción (grados)			
5 a 10*	1 a 2**	5 a 25***	5 a 50 y 1000(a)	0 a 10** y 200(b)

* Error relativo

** Error total

*** Coeficiente de variación

(a) por remoldeo producido en arcillas fisuradas

(b) por efecto de escala en arcillas fisuradas

En la tabla se puede observar que la mayor incertidumbre asociada con la correcta obtención de la resistencia del suelo se debe al muestreo, y en sentido decreciente a la dispersión de la resistencia ocasionada por la variabilidad natural y a la dispersión inducida por el equipo de ensayos de laboratorio. Asimismo, también se puede apreciar que la dispersión debida a cualquiera de las tres causas anteriores es mayor que la aproximación requerida. La dispersión debida al equipo usado y procedimientos de ensayo de laboratorio, puede ser la mas próxima a la precisión requerida de la resistencia del suelo cuando no existe ningún efecto de escala como los mencionados en esta sección.

Las comparaciones entre aproximación requerida y dispersión obtenida plan

teadas arriba, no dan una imagen totalmente correcta de los errores que se pueden cometer, puesto que el concepto de error relativo no toma en cuenta el carácter no lineal que tienen las expresiones usadas en muchos algoritmos que involucran la resistencia al corte.

Lo anterior resulta claro si se analiza a título de ilustración un problema muy simple de capacidad de carga de punta de pilas tanto por el enfoque determinista como por el enfoque probabilista planteado en el Anexo A.

Se admite que una pila tiene una sección transversal de 1 m^2 y descansa en un estrato granular para el cual se han obtenido ángulos de fricción de 33° a 37° . Por sencillez, despreciando algunos términos se supondrá que la fórmula aplicable es:

$$q_d = \gamma D_p N_q$$

donde $\gamma D_p = 30 \text{ T/m}^2$

a) enfoque determinista.

Se adopta para ϕ el ángulo medio de 35° y se tiene, usando el coeficiente N_q de Brinch Hansen.

$$q_d = 30 \times 33.3 \approx 1000 \text{ T}$$

El error posible en la determinación anterior se evalúa con la expresión:

$$\frac{dq_d}{q_d} = \frac{dN}{N} = \left(n \sec^2 \phi + \frac{1 + N\phi}{\sqrt{N\phi}} \right) d\phi$$

con $d\phi \pm 2^\circ$

$$\frac{dq_d}{q_d} = 0.25 = 25\%$$

b) Enfoque probabilista (Método de primeros momentos)

Se considera que ϕ tiene una densidad de probabilidad uniforme entre 33° y 37° . Con esta hipótesis:

$$E|\phi| = 35^\circ$$

$$\text{Var}|\phi| = 1.33$$

Aplicando las relaciones del Anexo A, se tiene

$$E|q_d| = Y_{DF} E|N_q| + \frac{1}{2} \left| \frac{\partial^2 q_d}{\partial \phi^2} \right| \text{Var}|\phi|$$

$$\pm 1000 + 48.8$$

$$\pm 1049 \text{ T}$$

Por otra parte:

$$\text{Var}|q_d| = \left(\frac{\partial q_d}{\partial \phi} \right)^2 \text{Var}|\phi|$$

$$\pm 6618 \text{ T}^2$$

Se obtiene así un coeficiente de variación de

$$v | q_d | = \frac{\sqrt{\text{Var} | q_d |}}{E | q_d |} = \frac{92}{1049} = 0.087$$

Se observa que el valor esperado de q_d es diferente del que se obtiene usando el valor medio de ϕ en la fórmula de obtención de q_d .

Un planteamiento similar al anterior puede hacerse cuando en el algoritmo empleado intervienen dos parámetros de resistencia en vez de uno solo (c, ϕ).

Así, en el caso del factor de seguridad obtenido en empujes de tierra se tiene:

$$F = \frac{4c}{\gamma H} \sqrt{N\phi}$$

el ejemplo analizado en el inciso 3.8.3 se puede analizar considerando c y ϕ como variables aleatorias correlacionadas o no.

Si en este ejemplo se admite que ϕ es una variable aleatoria uniformemente distribuida entre 29° y 31° , que c tiene el mismo tipo de distribución entre 1 y 3 t/m² y que entre los dos existe un coeficiente de correlación negativo de -0.70, se tendrá, considerando $c = 2$ ton/m², $H = 6$ m y $\gamma = 1.92$ ton/m³:

$$E | F | = \frac{4E(c)}{\gamma H} \sqrt{N E | \phi |} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial c^2} \text{Var} | c | + \frac{\partial^2 F}{\partial c \partial \phi} \text{Cov} | c, \phi | + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} \text{Var} | \phi |$$

$$E | F | = 1.20 - 0.162 + 0.401 = 1.439$$

y en la misma forma:

$$\text{Var}|F| = \left| \frac{\partial F}{\partial c} \right|^2 \text{Var}|c| + 2 \left| \frac{\partial F}{\partial c} \right| \left| \frac{\partial F}{\partial \phi} \right| \text{Cov} |c, \phi| + \left| \frac{\partial F}{\partial \phi} \right|^2 \text{Var}|\phi|$$

$$\text{Var}|F| = 0.569$$

con lo que el coeficiente de variación resulta:

$$v|F| = 0.524$$

Este planteamiento, que toma en cuenta la no linealidad de la ecuación que expresa F en función de ϕ , muestra que el error sobre F que implica usar dicha fórmula con el valor medio de F es del orden de 20% y podría ser de 33% si no se hubiera considerado correlación entre c y ϕ .

Por otra parte, al presentar F una distribución fuertemente asimétrica, la dispersión es mayor que la que deja suponer el cálculo del error relativo.

3.8.6 Conclusiones

1. La mayor incertidumbre implícita en la obtención de la resistencia del suelo se debe a la dispersión causada por el muestreo. En segundo término se debe a su propia variabilidad natural y por último a la dispersión ocasionada por el equipo usado y procedimientos de ensaye de laboratorio.

2. La dispersión natural y la dispersión debida al muestreo son mayores respectivamente que la precisión requerida de la cohesión del suelo. La dispersión producida en el laboratorio puede ser similar a dicha aproximación requerida.

3. Mediante muestreos realizados por acceso directo o con el empleo de muestreadores de sección transversal grande e índice de áreas menor que 20%, la incertidumbre debida al muestreo puede ser disminuida en una gran proporción.

4. El uso de planteamientos de análisis que toman en cuenta la no linealidad de las funciones, es importante cuando la dispersión de resultados es grande y cuando la distribución de la dispersión es no simétrica.

3.8.7 Referencias

..Armand, A. y Mc Hanis, K.L. (1975) "Effects of Storage and Extrusion on Sample Properties" ASTM, Special Technical Publication 599.

..Bishop, A.W. y Henkel, D.J. (1962) "The Triaxial Test", Ed. Edward Arnold Ltd, London, 2-a ed.

..Bjerrum, L. y Lo, K.Y. (1963) "Effect of Aging on the Shear Strength Properties of a Normally Consolidated Clay", Geotechnique V-XIII

..De Helleo, V. (1969) "Foundations of Buildings in Clay", Estado actual del Conocimiento, VII ICOSOMEF, México.

- ..Duncan, J. y Buchignani, A. (1971) "Failure of Underwater Slope in San Francisco Bay", Journal of Soil Mech. and Found. Div. ASCE septiembre.
- ..Duncan, M. y Seed, B. (1967) "Corrections for Strength Data", Journal of the Soil Mechanics and Found. Div. ASCE.
- ..Henkel, J. y Gilbert, G. (1952) "The Effect of the Rubber Membrane on the Measured Triaxial Compression Strength of Clay Samples", Geotechnique vol. 3 pp 20-29.
- ..Holtz, W. y Gibbs, H. (1956) "Shear Strength of Pervious Gravelly Soils", Journal of the ASCE.
- ..Hvorslev, J. (1965) "Subsurface Exploration and Sampling of Soils for Civil Engineering Purposes" ASCE WES Vicksburg Miss.
- ..Johnson, S. J. (1974) "Analysis and Design Relating to Embankments", Analysis and Design in Geotechnical Eng., Vol. II, junio.
- ..Lambe, T.W. y Whitman, R.V. (1969) "Soil Mechanics", Ed. John Wiley and Sons Inc. pp 314.
- ..Olson, R.E. y Campbell, L.H. (1967) "Bushing Friction in Triaxial Shear Testing" ASTM, Material Research and Standards, vol. 7, No. 2 feb.
- ..Poulos, S. (1971) "The Stress Strain Curves of Soils", Apuntes

- ..Saada, A. y Bianchini, G. (1977) "Strength of One Dimensionally Consolidated Clays", Discusión, Journal of The Soil Mech. and Found. Div. ASCE.
- ..Skempton, W. y Hutchinson, J. (1969) "Stability of Natural Slopes and Embankment Foundations", Edo. del Conocimiento, VII ICOSOMEF, México.
- ..Terzaghi, K. (1943) "Theoretical Soil Mechanics", Ed. John Wiley and Sons.
- ..Terzaghi, K. y Peck, R. (1973) "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica", Trad. Oreste Moretto, Ed. El Ateneo 2-a Ed.
- ..Torrance, J.K. (1975) "Pore Water Extraction and the Effect of Sample Storage on the Pore Water of Leda Clay", ASTM, Special Technical Publication 599.
- ..Véšic, A. (1965) "Ultimate Loads and Settlements of Deep Foundations in Sand", Symp. on Bearing Capacity and Settlements of Found., Duke Univ.
- ..Vieitez, L. y Soto, Y.E. (1970) "El Subsuelo y la Ingeniería de Cimentaciones en la Región Minatitlán Coatzacoalcos y Pajaritos, Ver.", 5-a Reunión Nacional de Mecánica de Suelos.
- ..Warlam, A. (1960) "Recent Progress in Triaxial Apparatus Design" Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils, Boulder, Colo.

4 CONCLUSIONES GENERALES

En este trabajo, se han tratado de reunir experiencias diversas respecto a errores comunes que causan la dispersión de resultados en el laboratorio, y se ha pretendido evaluar la aproximación con que se requieren estos resultados en los análisis clásicos de ingeniería, a fin de efectuar comparaciones y sacar a luz las fuentes más importantes de error. Lo anterior se ha hecho con objeto de mejorar las técnicas de muestreo y de procedimientos de ensaye de laboratorio, así como del uso que se hace de los resultados. Con base en lo anterior se llegó a las siguientes conclusiones:

- La dispersión natural es, en general, la fuente de mayor incertidumbre en la obtención de las propiedades físicas del suelo.
- El muestreo realizado mediante sondeos produce dispersión de cualquier propiedad física del suelo. La menor alteración se tiene en muestras de

suelo extraídas por acceso directo. En muestras de tubo, la alteración del suelo se reduce al aumentar el diámetro del muestreador, por lo que, es recomendable usar muestreadores de diámetro grande y con índice de áreas menor que 20%.

- El laboratorio produce una dispersión de resultados que es en general menor que la dispersión producida por el muestreo, aunque este aspecto puede mejorarse si se modifican algunos procedimientos usuales como es el de secar el suelo previamente a la realización de algunos ensayos.
- La incertidumbre implícita en la obtención de las propiedades físicas del suelo causada por la dispersión, se podrá reducir aumentando el número de ensayos y definiendo una estratificación fina del suelo.
- Entre las propiedades físicas comunes del suelo, las más confiables son el peso volumétrico y la densidad de sólidos y, por lo contrario, las menos confiables son la permeabilidad y el coeficiente de consolidación.
- En la asignación de los parámetros representativos deberá tomarse en cuenta el objetivo, para ello, el ingeniero deberá estimar que promedio es el que mejor representa las condiciones del suelo en la región considerada.
- Las incertidumbres puestas en evidencia en este trabajo muestran que, el ingeniero debe asociar, para ser honesto, una estimación del error probable en sus resultados.
- En relaciones no lineales, la estimación de los errores probables en los resultados, para que de una imagen correcta, se hará tomando en cuen-

ta la forma de la función.

- En situaciones usuales, el concepto de error relativo es útil para conocer la incertidumbre implícita en los resultados.
- Si la dispersión es grande, un planteamiento más preciso se puede hacer por medio de la teoría de la probabilidad.
- Es conveniente establecer una tradición ingenieril en mecánica de suelos, que con base en datos estadísticos de la dispersión de las propiedades físicas, derive factores de seguridad para usarse en los métodos de cálculo usuales.

A N E X O A

CONCEPTOS DE ERROR Y DE VARIABLE ALEATORIA

A CONCEPTOS DE ERROR Y DE VARIABLE ALEATORIA

A.1 Introducción

En los problemas con los cuales trabaja el ingeniero de mecánica de suelos, existe algún grado de incertidumbre causada principalmente por el desconocimiento del valor exacto de las propiedades físicas del suelo. Puesto que el funcionamiento o comportamiento futuro de las obras que analiza o diseña dependen en gran parte de estos valores, el ingeniero debe reconocer y tratar la incertidumbre de manera realista.

Cuando los valores que suministran la base para el cálculo de las propiedades físicas del suelo poseen desviaciones insignificantes (debidas a variaciones naturales, a alteración producida por el muestreo, a errores experimentales o de medición o a pequeñas desviaciones causadas por cualquier otra índole), se puede estimar el cambio que dichas desviaciones producen en las propiedades físicas representativas, utilizando los conceptos del cálculo diferencial conocidos como incremento de función y error. Este procedimiento va asociado con la formulación determinística del problema.

De la misma manera, cuando las propiedades físicas del suelo intervienen en algunas relaciones o fórmulas, y prácticamente no existe incertidumbre alguna asociada con su determinación, se puede estimar el cambio producido en el resultado con el concepto anterior.

Si la dispersión de las propiedades físicas del suelo es importante, se recurre a formulaciones probabilísticas; esto es, a modelos matemáticos

en donde las variables se consideran aleatorias; es decir, a variables numéricas cuyo comportamiento está definido por su ley de probabilidad y cuyo valor específico no puede ser predicho de manera exacta antes de ocurrir un experimento. Bajo estas circunstancias, este enfoque será de mayor utilidad que el determinista para analizar los cambios sufridos de las propiedades físicas representativas, ya que considera la forma de la función de transformación para estimar el cambio que se produce en los resultados. (ver sección 2.4.3, capítulo 2). Es decir, que con este procedimiento es posible obtener la función de probabilidad de resultados a partir de la función de probabilidades de los parámetros del suelo.

A.2 Incrementos de función y error

Si la dispersión de valores de los que depende una propiedad física del suelo es reducida, y si las consecuencias de esta pequeña variabilidad no son significativas, se puede analizar la sensibilidad al cambio de dicha propiedad con cualquier cambio de los valores que sirven de base para su cálculo, o la sensibilidad al cambio de ciertos cálculos que se realizan en función de ella, empleando el concepto de error del cálculo diferencial.

A.2.1 Derivada y diferencial

Considerese a la derivada de una función $y = f(x)$ representada por la notación:

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Si $z'(x)$ es la derivada de $z(x)$ para un valor particular de x y Δx es el incremento de x , arbitrariamente elegido, la diferencial de $z(x)$ que se representa con el símbolo $dz(x)$, se define por la igualdad:

$$dz(x) = z'(x) \Delta x = \frac{dy}{dx} \Delta x \quad (\text{A.1})$$

Si $z(x) = x$, entonces $z'(x) = 1$ y la ecuación A.1 se reduce a

$$dz = \Delta x$$

Así, cuando x es la variable independiente, la diferencial de x (dx) es idéntica a Δx . Por tanto, si $y = z(x)$ la ecuación A.1 puede escribirse en la forma:

$$dy = z'(x) dx = \frac{dy}{dx} dx \quad (\text{A.2})$$

de donde se observa que la diferencial de una función es igual al producto de su derivada por la diferencial de la variable independiente.

A.2.2 Incremento de la función

Sea la curva $y = z(x)$ de la figura A.1 y $z'(x)$ el valor de su derivada en el punto P. Entonces:

$$\begin{aligned} dy &= z'(x) dx = \tan \theta PQ \\ &= \frac{QT}{PQ} PQ = QT \end{aligned}$$

Luego dy , o sea, $dz(x)$, es el incremento (= qr) de la ordenada de la tangente correspondiente a dx .

Esto da la siguiente interpretación de la derivada como fracción:

Sea dx un incremento arbitrario de la variable independiente x para el punto $P(x, y)$ de la curva $y = f(x)$; entonces la derivada:

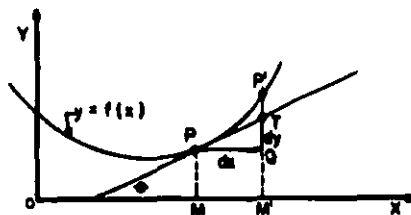


fig A.1 Derivada de la función $f(x)$ en $P(x, y)$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = \tan \theta$$

representa el incremento correspondiente de la ordenada de la tangente en P .

Como se puede apreciar, la diferencial dy y el incremento Δy no son en general iguales, ya que de la figura se tiene que: $dy = qr$ mientras que $\Delta y = qp'$. La única ocasión en que dy y Δy son iguales es cuando la función $y = f(x)$ es lineal.

A.2.3 Concepto de error

Cuando $dx = \Delta x$ es pequeño, la diferencial dy y el incremento Δy son aproximadamente iguales. Si solamente se desea un valor aproximado del incremento de una función, es más fácil, la mayor parte de las veces, calcular el valor de la diferencial correspondiente y emplear este valor. Al incremento Δy se le llama usualmente error absoluto.

Si Δu es el error absoluto de u , la razón

$$\frac{\Delta u}{u}$$

se llama error relativo.

A.2.4 Diferencial total

Cuando una función depende de varias variables, el valor aproximado del incremento total (error absoluto) se determina haciendo uso de la diferencial total de la función. En efecto, si $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ es una función de n variables independientes, su diferencial total vale:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial u}{\partial x_n} dx_n \quad (\text{A.3})$$

en que $\frac{\partial u}{\partial x_1}$ es la derivada parcial de la función con respecto a x_1 .

La ecuación A.3 se emplea para calcular un valor aproximado de Δu cuando los valores de x_1, x_2, \dots, x_n se han determinado por medición o expe

rimentalmente y, por tanto, están sujetos a pequeños errores $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$.

El error relativo, c , se obtiene, como ya se indicó, con la siguiente relación (que frecuentemente se expresa en por ciento):

$$c = 100 \frac{du}{u}$$

Como ilustración, supongase que se quiere estimar cual es el error cometido al calcular el grado de saturación de un suelo para el cual se conocen los siguientes valores: $w = 35\%$, $e = 1.15$. Si por un error cometido en el laboratorio, la densidad de sólidos resultó $s_s = 2.64$ en vez de $s_s = 2.60$ que es el valor real.

En primer término deberá buscarse alguna expresión que ligue las variables indicadas con el grado de saturación.

Esta expresión es:

$$G_w = \frac{w s_s}{e}$$

puesto que, para este caso la única variable a considerar sería s_s se tiene que la derivada parcial de G_w con respecto a s_s resulta:

$$\frac{\partial G_w}{\partial s_s} = \frac{w}{e}$$

y su diferencial total se simplifica como sigue:

$$d(G_w) = \frac{\partial G_w}{\partial s_s} ds_s = \frac{w}{e} ds_s$$

como el error cometido al obtener s_s es pequeño se puede suponer que para este caso la diferencial de la función es aproximadamente igual al incremento de la misma. Sustituyendo valores queda

$$dG_w = \frac{35}{1.15} (2.64 - 2.60) = 1.26$$

Calculando el incremento resulta

$$\Delta G_w = (G_{w2} - G_{w1})$$

en que

$$G_{w2} = \frac{w}{e} s_{s2} \quad \text{y} \quad G_{w1} = \frac{w}{e} s_{s1}$$

y

$$\Delta G_w = \frac{w}{e} (s_{s1} - s_{s2}) = 1.26$$

valor que es exactamente igual al de la diferencial.

El error relativo calculado es

$$c = 100 \frac{d(G_w)}{G_w} = 100 \frac{ds_s}{s_s}$$

$$c = 1.5\%$$

En este caso la diferencial de la función y su incremento resultaron iguales porque las variables siguen una ley lineal. Cuando la ley es no lineal ambos valores son distintos, p.e. si e es variable se tiene:

$$dG_w = \frac{ws_s}{e^2} de$$

Si en el laboratorio se obtiene que la relación de vacíos del suelo es $e = 1.05$ cuando en realidad tiene una relación de vacíos $e = 1.15$, resulta un error absoluto en la estimación del grado de saturación calculado con la diferencial

$$dG_w = \frac{35 \times 2.6}{(1.15)^2} (1.15 - 1.05) = 6.9\%$$

y para el error calculado con el incremento

$$G_{w_1} = \frac{35 \times 2.6}{1.15} = 79.1\%$$

$$G_{w_2} = \frac{35 \times 2.6}{1.05} = 86.7\%$$

$$\Delta G_w = 7.6\% > dG_w$$

De aquí se observa que, necesariamente, las desviaciones de los datos que sirven de base para el cálculo deben ser pequeñas, pues de otra manera, los valores del incremento y la diferencial se alejan entre sí.

A.3 Variable aleatoria

Cuando la dispersión de las propiedades físicas del suelo es importante, y las consecuencias de esta variabilidad son significativas, es más conveniente analizar la relación entre aproximación requerida y dispersión de estas propiedades, empleando el concepto probabilístico de variable aleatoria. Con este procedimiento es posible analizar, en forma objetiva, la sensibilidad del cambio de los resultados de los cálculos que se efectúan, con el cambio de los valores adoptados por las propiedades físicas del suelo puesto que, toma en consideración la forma del algoritmo de cálculo.

Los valores adoptados por las variables aleatorias son función de los resultados observados. Para el caso, existe un valor numérico de la variable aleatoria asociado con cada valor de la propiedad física considerada. Así por ejemplo, conociendo la gama de valores de la resistencia a la compresión simple, q_u , que posee un estrato, y la frecuencia relativa con que aparece cada valor, se puede establecer una ley que asocie, en un momento dado, un valor numérico con cada valor obtenido de la resistencia a la compresión simple. A la gama de valores de q_u se le denomina resultados de un experimento (que en este caso sería el ensayo), cada resultado es un evento (aunque varios resultados también pueden pertenecer a un evento, aún y cuando sus valores no sean iguales) y el valor numérico asociado con un resultado del experimento sería el valor de la variable alea

toria en ese resultado.

A.3.1 Variables aleatorias discretas y continuas

Existen dos clases de variables aleatorias, variables aleatorias discretas y variables aleatorias continuas. Las variables aleatorias discretas son aquellas definidas para un experimento cuyo número de resultado es finito o infinito contable; es decir, los posibles valores de la variable aleatoria X pueden ser listados p.e. $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. En el caso finito la lista termina, y en el infinito contable continúa indefinidamente. Los valores de la resistencia a la compresión simple del suelo como podrían ser 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0 kg/cm² quedarían representados por variables aleatorias discretas.

Mientras que las variables aleatorias discretas adoptan valores específicos, las variables aleatorias continuas son libres de tomar cualquier valor en el intervalo de resultados de un experimento.

A.3.2 Función de probabilidad de las variables aleatorias

El comportamiento de una variable aleatoria está definido por su ley de probabilidad, la cual se puede representar en varias formas. La forma más común es, para las variables aleatorias discretas, a través de su distribución de probabilidad y, para las variables aleatorias continuas, a través de su densidad de probabilidad. En el caso más simple, la distribución de probabilidad de las variables aleatorias discretas se puede reducir a un simple listado de la serie de valores que la variable puede tomar (los posibles resultados de un experimento) y sus probabilidades res-

pectivas.

4 Distribución de probabilidad

Sea x una variable aleatoria discreta del espacio Ω (los posibles resultados de un experimento), de manera tal que $x(\omega) = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$.

La probabilidad de que la variable resulte $p(x = x_1)$ y que se escribe $p_x(x_1)$ se denomina distribución de probabilidad o función de probabilidad de x y usualmente se da en una tabla:

x_1	x_2	...	x_n
$p_x(x_1)$	$p_x(x_2)$...	$p_x(x_n)$

La distribución satisface las condiciones siguientes:

$$a) p_x(x_i) \geq 0 \quad \text{y} \quad b) \sum_{i=1}^n p_x(x_i) = 1$$

en que

$$p_x(x_i) = P(X = x_i)$$

Por ejemplo, habiendo definido la variable aleatoria, Q_u , como los posibles valores de la resistencia a la compresión simple, q_{u1} , del suelo, se podrían asignar probabilidades a los eventos como sigue:

$q_{u_i} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$P_Q(q_u)$	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

esta distribución de probabilidad se muestra en la figura A.2.

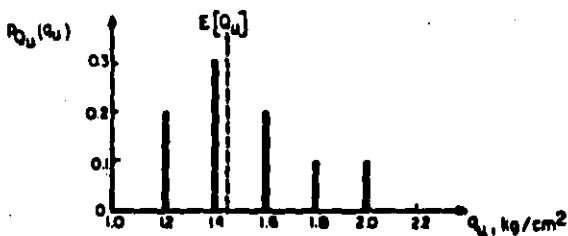


Fig A.2 Representación gráfica de la distribución de probabilidad de la tabla anterior

en donde se observa que la altura de cada barra es proporcional a la probabilidad de que la variable aleatoria, resistencia a la compresión simple, Q_u , sea igual al resultado q_{u_i} es decir:

$$P_Q(q_{u_i}) = P(Q_u = q_{u_i})$$

a Densidad de probabilidad

Cuando la variable es continua en un intervalo ($a \leq x \leq b$) del espacio ω , la probabilidad $P(a \leq x \leq b)$ está bien definida y es igual al área bajo la curva f_x entre $x = a$ y $x = b$ (ver figura A.3), y se escribe:

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f_x(x) dx$$

En que x es la variable aleatoria continua y $f_x(x)$ es la densidad de probabilidad de x que satisface las condiciones siguientes:

$$a) f_x(x) \geq 0 \quad \text{y} \quad b) \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1$$

esto es $f_x(x)$ es positiva y el área total bajo la curva es unitaria.

Como ejemplo supóngase que en un banco de arcilla que va a utilizarse para construir el corazón impermeable de una presa, se han efectuado una gran cantidad de determinaciones del contenido natural de agua. Estos se hallaron variando entre 35 y 55%. De acuerdo con las observaciones hechas

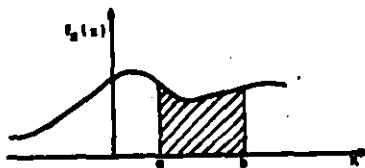


fig A.3 Función de densidad de probabilidad.
Representación gráfica

en el experimento, se deduce que la densidad de probabilidad de la variable aleatoria, que en este caso es el contenido de agua, queda bien representada por una función triangular como la mostrada en la figura A.4 y que se expresa matemáticamente como sigue:

$$f_w(w) = \begin{cases} \frac{2}{55-35} \frac{w-35}{41-35}, & \text{para } 35 \leq w \leq 41 \\ \frac{2}{55-35} \left(1 - \frac{w-41}{55-41}\right), & \text{para } 41 \leq w \leq 55 \\ 0 & \text{en cualquier otra parte} \end{cases}$$

El área sombreada entre w_2 y w_3 representa la probabilidad de que el contenido de agua quede en este intervalo y el área sombreada entre $w = 35\%$ y w_1 , es igual a la probabilidad de que el contenido de agua sea menor que w_1 . Para este último caso se tiene que la función de densidad de probabilidad vale:

$$P(w \leq w_1) = \frac{2}{120} \int_{35}^{w_1} (w-35) dw = \frac{(w_1-35)^2}{120}, \quad 35 \leq w_1 \leq 41$$

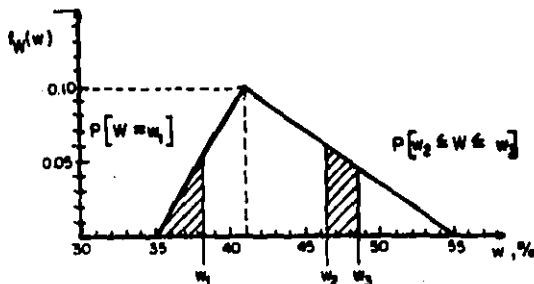


Fig. A4 Función de probabilidad del contenido de agua del ejemplo

Como se podrá notar, el área de la figura que define la densidad de probabilidad es unitaria.

A.3.3 Estimadores de las funciones de probabilidad.

La ley de probabilidad de una variable aleatoria proporciona una descripción completa de su comportamiento aunque, por su naturaleza, no es posible predecir que valor adoptará para un experimento en particular. Para el propósito que aquí se persigue, se requiere representar a esta ley por medio de estimadores simples que contengan los aspectos dominantes acerca del comportamiento de la variable aleatoria. Uno o mas estimadores simples se emplean en lugar de la probabilidad completa. Estos, usualmente son función de promedios pesados con relación a la ley de probabilidad de la variable aleatoria. El estimador que representa la tendencia central de la variable aleatoria es la media y el que proporciona una medida de su dispersión es la variancia. Ellos representan el primer paso dado mas allá de la evaluación determinística del problema, pues además de considerar un valor típico, como en el planteamiento tradicional determinístico se establece, toman en cuenta también la dispersión.

* Media

Si x posee una distribución de probabilidad dada, entonces la media, esperanza o valor esperado de x que se escribe $E(x)$ o μ_x o simplemente E o μ se define para el caso de variables discretas como:

$$E(x) = x_1 P_X(x_1) + x_2 P_X(x_2) + \dots + x_n P_X(x_n) = \sum_{i=1}^n x_i P_X(x_i)$$

Esto es $E(x)$ es el promedio pesado de los posibles valores de x , cada valor pesado por su probabilidad.

La media al igual que la diferenciación o integración es una operación lineal.

Cuando la variable aleatoria x es continua y posee una densidad de probabilidad, $f_X(x)$, dada, la media $E(x)$ se define:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)$$

* Variancia

La media de una variable aleatoria x mide, en cierto sentido, el valor promedio de x . El siguiente concepto, la variancia, mide la dispersión de x .

Sea x una variable aleatoria discreta; entonces, la variancia de x representada por $\text{var}(x)$ o σ_x^2 se expresa como sigue:

$$\sigma_x^2 = \text{Var}(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 P_X(x_i) = E\{(x - \mu)^2\}$$

en que μ es la media de x .

Una fórmula alternativa para calcular $\text{Var}(X)$ es:

$$\text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P_X(x_i) - \mu^2 = E(X^2) - \mu^2$$

La variancia posee las propiedades siguientes:

$$a) \text{Var}(X + k) = \text{Var}(X)$$

$$b) \text{Var}(kX) = k^2 \text{Var}(X)$$

en las que x es una variable aleatoria y k un número real.

La media y la variancia poseen una interpretación física. Supóngase que en cada punto x_i del eje de las x se coloca una masa unitaria $p_X(x_i)$. Entonces la media es el centro de gravedad del sistema, y la variancia su momento de inercia.

Cuando x es una variable aleatoria continua, su variancia se define como:

$$\text{Var}(X) = E\{(X - \mu)^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f_X(x) dx$$

$$\text{Var}(X) = E\{X^2\} - \mu^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx - \mu^2$$

La $\text{Var}(X)$ existe si y solo si $\mu = E\{X\}$ y $E\{X^2\}$ existen.

* Desviación estándar

La desviación estándar de x es la raíz cuadrada positiva de la variancia

de x y se escribe σ_x ; esto es:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

• Coeficiente de variación.

Una característica adimensional que resulta útil en la comparación entre variables aleatorias con diferentes unidades es el coeficiente de variación, y se expresa como la relación de la desviación estándar dividida entre la media correspondiente.

$$v_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x}$$

A fin de ilustrar los conceptos anteriores, considérense los valores proporcionados anteriormente de las resistencias a la compresión simple y sus probabilidades asignadas. Se desea entonces estimar cual es la tendencia central y cual es la dispersión con relación a ella de los valores de la resistencia a la compresión simple del suelo.

La media o tendencia central y la dispersión o variancia se han calculado en la tabla siguiente:

$q_{U_i} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$P_Q(q_{U_i})$	$q_{U_i} P_Q(q_{U_i})$	$(q_{U_i} - \mu)^2$	$E((q_{U_i} - \mu)^2)$
1.0	0.1	0.10	0.2116	0.02116
1.2	0.2	0.24	0.0676	0.01352
1.4	0.3	0.42	0.0036	0.0018
1.6	0.2	0.32	0.0196	0.00392
1.8	0.1	0.18	0.1156	0.01156
2.0	0.1	0.20	0.2916	0.02916
	suma	1.46 kg/cm^2	suma	0.0804 $(\text{kg/cm}^2)^2$

De donde se tiene:

$$\text{media: } E(Q_U) = 1.46 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{variancia: } \text{Var}(Q_U) = 0.0804 (\text{kg/cm}^2)^2$$

La desviación estándar vale:

$$\sigma_{Q_U} = \sqrt{\text{Var}(Q_U)} = 0.28 \text{ kg/cm}^2$$

y el coeficiente de variación:

$$v_{Q_U} = \frac{\sigma_{Q_U}}{E(Q_U)} = 0.194$$

A.3.4 Función conjunta de probabilidad

Hasta ahora se han venido tratando las funciones de probabilidad en términos de una sola variable aleatoria, sin embargo, es común que dos o más variables aleatorias deban ser consideradas simultáneamente, como podría ser por ejemplo la cohesión y el ángulo de fricción del suelo.

Cuando es así, su comportamiento está determinado por su ley conjunta de probabilidad.

Si x y y son variables aleatorias del espacio s tales que $x(s) = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ y $y(s) = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ la función del par ordenado $p_{xy}(x_i, y_j)$ definida por $p_{xy}(x_i, y_j) = P((X = x_i) \cap (Y = y_j))$ se llama distribución conjunta de probabilidad o función conjunta de probabilidad de x y y y se presenta esquemáticamente en la siguiente tabla.

$x \backslash y$	y_1	y_2	...	y_m	suma
x_1	$p_{xy}(x_1, y_1)$	$p_{xy}(x_1, y_2)$...	$p_{xy}(x_1, y_m)$	$p_x(x_1)$
x_2	$p_{xy}(x_2, y_1)$	$p_{xy}(x_2, y_2)$...	$p_{xy}(x_2, y_m)$	$p_x(x_2)$
\vdots
x_n	$p_{xy}(x_n, y_1)$	$p_{xy}(x_n, y_2)$...	$p_{xy}(x_n, y_m)$	$p_x(x_n)$
suma	$p_y(y_1)$	$p_y(y_2)$...	$p_y(y_m)$	

en que las funciones p_x y p_y se definen

$$p_x(x_i) = \sum_{j=1}^m p_{xy}(x_i, y_j) \quad \text{y} \quad p_y(y_j) = \sum_{i=1}^n p_{xy}(x_i, y_j)$$

y

$$p_{xy}(x_i, y_j) = P(X = x_i \text{ y } Y = y_j)$$

esto es, $p_x(x_i)$ es la suma de todos los valores p_{xy} en el renglón i y $p_y(y_j)$ es la suma de todos los valores p_{xy} en la columna j . Estas son distribuciones marginales de probabilidad.

La distribución conjunta p_{xy} debe satisfacer las condiciones siguientes:

$$p_{xy}(x_i, y_j) \geq 0 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{xy}(x_i, y_j) = 1$$

Para ilustrar la aplicación de la función conjunta de probabilidad, supón gase que en un banco de préstamo destinado para la construcción de la base de una aeropista, se han efectuado ensayos de compactación para obtener valores representativos de los parámetros de esta prueba para diversas energías. Esto es, se han obtenido pares ordenados de valores, (w_o, γ_{dmax}) , de los contenidos de agua óptimos y de los pesos volumétricos secos máximos. Con base en los resultados, se ha construido la distribución conjunta de probabilidad que se muestra en la tabla siguiente y en la figura A.5.

$w_{os} \backslash \gamma \frac{P}{M_j}$	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00	$P_w(w_i)$
10.0	0	0	0	0.035	0.095	0.130
12.0	0	0.015	0.030	0.135	0.005	0.185
14.0	0	0.069	0.150	0.066	0	0.285
16.0	0.020	0.180	0.030	0.035	0	0.265
18.0	0.115	0.020	0	0	0	0.135
$P_Y(\gamma_{d_j})$	0.135	0.284	0.210	0.271	0.100	

Notese que, debido a la fuerte concentración de distribución de probabilidad sobre la diagonal, se considera que, usualmente existe buena correspondencia entre los óptimos de las curvas de compactación. Entonces, la

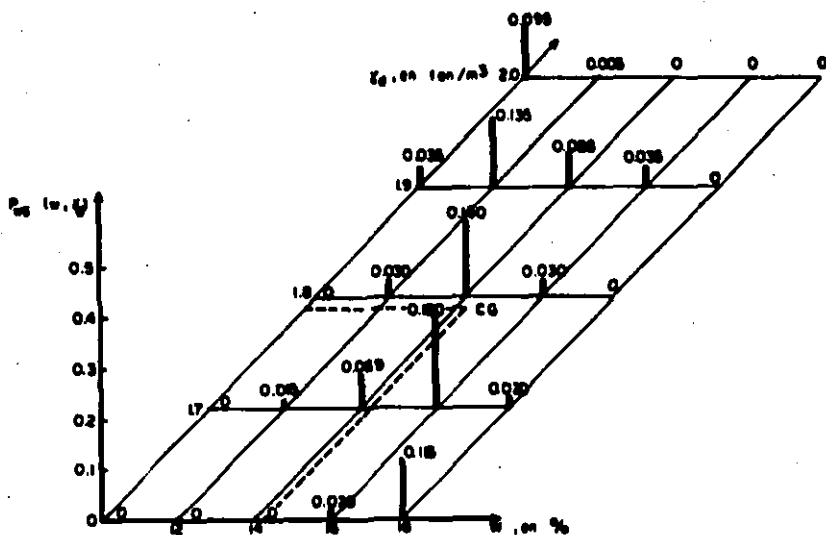


fig A.5 Distribución conjunta de probabilidad de resultados de compactación del ejemplo anterior

probabilidad de que esta correspondencia se cumpla en todo momento es igual a la probabilidad de que los parámetros de compactación, (w_o, γ_{dmax}) , queden sobre la diagonal, esto es:

$$\begin{aligned} P[\sigma_w^2 = 0, \sigma_d^2 = 0] &= P_{wy}(18, 1.6) + P_{wy}(16, 1.7) + P_{wy}(14, 1.8) \\ &\quad + P_{wy}(12, 1.9) + P_{wy}(10, 2.0) \\ &= 0.115 + 0.180 + 0.150 + 0.135 + 0.095 \\ &= 0.675 \end{aligned}$$

La probabilidad de que esto no ocurra es

$$P[\sigma_w^2 \neq 0, \sigma_d^2 \neq 0] = 0.325$$

La tendencia central de estos parámetros es

$$\begin{aligned} E[w] &= \sum_{i=1}^5 w_i P(w_i) = 10(0.130) + 12(0.185) + 14(0.285) \\ &\quad + 16(0.265) + 18(0.135) \\ &= 14.18\% \end{aligned}$$

para el contenido de agua óptimo

$$\begin{aligned} E[\gamma_d] &= \sum_{j=1}^5 \gamma_{dj} P(\gamma_{dj}) = 1.6(0.135) + 1.7(0.284) + 1.8(0.21) \\ &\quad + 1.9(0.271) + 2.0(0.100) \\ &= 1.79 \text{ T/m}^3 \end{aligned}$$

para el peso volumétrico seco máximo.

La dispersión queda dada por sus variancias

$$\begin{aligned}\sigma_w^2 &= \sum_{i=1}^5 (w_i - \mu_w)^2 p_w(w_i) = (10 - 14.2)^2(0.130) + (12 - 14.2)^2(0.185) \\ &+ (14 - 14.2)^2(0.285) + (16 - 14.2)^2(0.265) + (18 - 14.2)^2(0.135) \\ &= 6.0 (s)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{Yd}^2 &= \sum_{j=1}^5 (Y_{dj} - \mu_{Yd})^2 p_{Yd}(Y_{dj}) = (1.6 - 1.79)^2(0.135) + (1.7 - 1.79)^2 \\ &(0.284) + (1.8 - 1.79)^2(0.210) + (1.9 - 1.79)^2(0.271) + \\ &(2.0 - 1.79)^2(0.100) \\ &= 0.015 \left(\frac{\pi}{m}\right)^2\end{aligned}$$

= Covariancia

Si x y y son variables aleatorias de una distribución conjunta de probabilidad con medias respectivas μ_x y μ_y , la covariancia de x y y representada por $\text{Cov}[x, y]$ o σ_{xy} se define

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} = \text{Cov}[x, y] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (x_i - \mu_x)(y_j - \mu_y) p_{xy}(x_i, y_j) \\ &= E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)]\end{aligned}$$

o en forma equivalente

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Y) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_i y_j p_{xy}(x_i, y_j) - \mu_x \mu_y \\ &= E(XY) - \mu_x \mu_y \end{aligned}$$

Una versión normalizada de la covarianza es el coeficiente llamado de correlación y que se define como sigue

$$\rho_{xy} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

este coeficiente posee las siguientes propiedades

- a) $\rho_{xy} = \rho_{yx}$ c) $\rho(X, X) = 1$; $\rho(Y, Y) = 1$
 b) $-1 \leq \rho \leq 1$ d) $\rho(aX + b, cY + d) = \rho(X, Y)$

si a y $c \neq 0$

Para el ejemplo anterior, la covarianza vale

$$\begin{aligned} \text{Cov}(w_o, Y_d) &= \sigma_{wY} = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 (w_i - \mu_w)(Y_{dj} - \mu_{Yd}) p_{wY}(w_i, Y_{dj}) \\ &= (10-14,2)(1,9-1,79)0,035 + (10-14,2)(2,0-1,79)0,095 \\ &+ (12-14,2)(1,7-1,79)0,015 + (12-14,2)(1,8-1,79)0,030 \\ &+ (12-14,2)(1,9-1,79)0,135 + (12-14,2)(2,0-1,79)0,005 \\ &+ (14-14,2)(1,7-1,79)0,069 + (14-14,2)(1,8-1,79)0,150 \\ &+ (14-14,2)(1,9-1,79)0,066 + (16-14,2)(1,6-1,79)0,020 \\ &+ (16-14,2)(1,7-1,79)0,180 + (16-14,2)(1,8-1,79)0,030 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ (16-14.2)(1.9-1.79)0.035+(18-14.2)(1.6-1.79)0.115 \\
 &+ (18-14.2)(1.7-1.79)0.020 \\
 &= - 0.252 \text{ T/m}^3
 \end{aligned}$$

y el coeficiente de correlación calculado resulta

$$\rho_{wy} = \frac{\text{Cov}(w, \gamma_d)}{\sigma_w \sigma_{\gamma_d}} = \frac{- 0.252}{\sqrt{6.0} \sqrt{0.015}} = - 0.84$$

Se observa de la expresión de la covariancia que si, sistemáticamente se presentan contenidos de agua mayores que su media asociados con pesos volumétricos secos menores que su media respectiva, entonces la covariancia y el coeficiente de correlación serán negativos. La covariancia será positiva, y por tanto el coeficiente de correlación, si los valores de las variables aleatorias asociadas son mayores o menores simultáneamente que sus medias respectivas; los valores extremos (± 1) del coeficiente de correlación se obtienen si y solo si existe una perfecta relación lineal entre las dos variables. Entonces, en la medida en que ρ tiende a la unidad, en valor absoluto, la dependencia estocástica entre las variables es fuerte y como consecuencia, exhiben una tendencia lineal adjunta mientras que, un pequeño valor de ρ implica solamente una relación lineal débil y no necesariamente debilidad de la dependencia estocástica.

Cuando las variables aleatorias x y y son continuas, se tienen, por similitud, las siguientes funciones de densidad de probabilidad:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) \cap (y_1 \leq y \leq y_2) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f_{xy}(x, y) dy dx$$

para la función de densidad conjunta de probabilidad y

$$f_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) dy \quad \text{y} \quad f_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) dx$$

para la función de densidad marginal de probabilidad en las que

$$f_{xy}(x, y) \geq 0 \quad \text{y} \quad \iint_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) dy dx = 1$$

La covariancia resulta en este caso

$$\text{Cov}[X, Y] = \iint_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)(y - \mu_y) f_{xy}(x, y) dy dx$$

A.3.5 Funciones de variables aleatorias

Supóngase que en un ensayo de compresión simple, el esfuerzo vertical, σ , aplicado a la probeta se considera una variable aleatoria en que

$$q_u = \sigma_{\max}$$

es la resistencia a la compresión no confinada del suelo. Es evidente que, si el valor de σ es un resultado aleatorio del experimento, el valor de q_u también lo es. Esto es, q_u es una variable aleatoria.

Sean x y Y variables aleatorias del espacio S ; se dice que y es función de x si se puede representar por $y = g(x)$. Por ejemplo, kx , x^2 , $x + k$ y $(x + k)^2$ son funciones de x con $g(x) = kx$, x^2 , $x + k$ y $(x + k)^2$ respectivamente. Entonces, para una función de variables aleatorias discretas se tiene que la media de la función es

$$E|g(x)| = \sum_{i=1}^n g(x_i) P_x(x_i)$$

y análogamente para las variables aleatorias continuas resulta

$$E|g(x)| = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_x(x) dx$$

De estas expresiones se deduce que, la media y la variancia de una variable aleatoria, pueden ser interpretadas como un caso especial de función de variables aleatorias con $g(x) = x$ para la media y $g(x) = (x - \mu_x)^2$ para la variancia.

A.3.6 Función de dos variables conjuntas.

Si ahora se considera que la resistencia a la compresión simple, q_u es función de las variables aleatorias carga aplicada a la probeta, Q , y área transversal de la probeta, A ; es decir, si se considera al par de valores (q, a) como un resultado del experimento, se pueden generalizar las expresiones anteriores para una función $z = g(x, y)$ de dos variables aleatorias.

Sea entonces $z = g(x, y)$ una función bidimensional de variables aleatorias a la cual se asocia un valor numérico $p_{xy}(x_i, y_j)$ representando la probabilidad $P|x = x_i, y = y_j|$ para cada posible resultado (x_i, y_j) del experimento. La media de la función es, por extensión de lo anteriormente expresado.

$$E|z| = E|g(x, y)|$$

que variables aleatorias discretas resulta:

$$E|z| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g(x_i, y_j) p_{xy}(x_i, y_j)$$

y para variables aleatorias continuas

$$E|z| = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) f_{xy}(x, y) dx dy$$

en que p_{xy} y f_{xy} son funciones conjuntas de probabilidad.

Supóngase la variable aleatoria discreta resistencia a la compresión simple q_u asociada con una distribución de probabilidad $p_{q_u}(q_{u_i})$ como se ve en la tabla de abajo

$q_{u_i} \frac{Kg}{cm^2}$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$p_{q_u}(q_{u_i})$	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

si la cohesión del suelo se define mediante la función $c = g(q_u) = \frac{q_u}{2}$ en

que

$$c = \frac{q_u}{2}$$

se pregunta: ¿Cuál es el valor esperado y la variancia de c si q_u es conocida y también su distribución de probabilidad?

Por definición, el valor medio de c es:

$$\begin{aligned}
 E|g(q_u)| &= E|c| = \sum_{i=1}^6 g(q_{u_i}) p_{q_u}(q_{u_i}) \\
 &= \left(\frac{1.0}{2}\right) 0.1 + \left(\frac{1.2}{2}\right) 0.2 + \left(\frac{1.4}{2}\right) 0.3 + \left(\frac{1.6}{2}\right) 0.2 \\
 &\quad + \left(\frac{1.8}{2}\right) 0.1 + \left(\frac{2.0}{2}\right) 0.1 \\
 &= 0.73 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

valor que debido a la linealidad de la función, es exactamente igual a la mitad del valor esperado de la resistencia a la compresión simple obtenido anteriormente con el mismo ejemplo.

La variancia se obtiene como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}|c| &= E|(c - \mu_c)^2| = E|(g(q_u) - \mu_c)^2| \\
 &= \sum_{i=1}^6 |g(q_{u_i}) - \mu_c|^2 p_c(c_i)
 \end{aligned}$$

en donde por ser la función lineal se tiene

$$p_c(c_i) = p_{q_u}(q_{u_i})$$

$$\begin{aligned}
 \text{Var}|c| &= \left(\frac{1.0}{2} - 0.73\right)^2 0.1 + \left(\frac{1.2}{2} - 0.73\right)^2 0.2 + \dots + \left(\frac{2.0}{2} - 0.73\right)^2 0.1 \\
 &= 0.0201 \text{ (kg/cm}^2\text{)}^2
 \end{aligned}$$

Otra forma para calcular la esperanza de c es como sigue:

$$E|c| = g(E|q_u|)$$

en que:

$$\begin{aligned}
 E|q_u| &= \sum_{i=1}^6 q_{u_i} P_{q_u}(q_{u_i}) \\
 &= 1.0(0.1)+1.2(0.2)+1.4(0.3)+1.6(0.2)+1.8(0.1) \\
 &\quad + 2.0(0.1) \\
 &= 1.46 \text{ kg/cm}^2
 \end{aligned}$$

valor que sustituido en la ecuación anterior da:

$$E|c| = \frac{1}{2} (1.46) = 0.73 \text{ kg/cm}^2$$

que es el mismo valor que el obtenido anteriormente.

Debido a la linealidad de la función dió como resultado que la media de la función es igual a la función de la media, pero en general no se puede encontrar la esperanza de una función de x sustituyendo en la función x por $E|x|$, o sea que para funciones no lineales resulta:

$$E|g(x)| \neq g(E|x|)$$

La propiedad de linealidad de la media no puede aplicarse a la variancia ya que $\text{Var}|c|$ no es igual a $\frac{1}{2} \text{Var}|q_u|$. En efecto:

$$\text{Var}|c| = \text{Var}|g(q_u)| = \text{Var}\left|\frac{q_u}{2}\right|$$

desarrollando la expresión

$$\begin{aligned}
 \text{Var}\left|\frac{q_u}{2}\right| &= E\left|\left(\frac{q_u}{2} - E\left|\frac{q_u}{2}\right|\right)^2\right| \\
 &= E\left|\frac{q_u^2}{4} - 2\frac{q_u}{2} E\left|\frac{q_u}{2}\right| + E^2\left|\frac{q_u}{2}\right|\right| \\
 &= E\left|\frac{q_u^2}{4}\right| - E|q_u| E\left|\frac{q_u}{2}\right| + E^2\left|\frac{q_u}{2}\right| \\
 &= \frac{1}{4} E|q_u^2| - \frac{1}{2} E^2|q_u| + \frac{1}{4} E^2|q_u| \\
 &= \frac{1}{4} (E|q_u^2| - E^2|q_u|) = \frac{1}{4} \text{Var}|q_u|
 \end{aligned}$$

sustituyendo los valores se llega a:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}|c| &= \text{Var}\left|\frac{q_u}{2}\right| = \frac{1}{4} \text{Var}|q_u| \\
 &= \frac{0.0804}{4} = 0.0201 \text{ (kg/cm}^2\text{)}^2
 \end{aligned}$$

que es el mismo valor anteriormente obtenido para la variancia.

A.3.7 Relación entre error relativo y variable aleatoria.

En un principio se estableció que si el grado de variabilidad de los valores que adopta una variable es reducido, éste se podría ignorar y el planteamiento de los problemas se podía hacer con el enfoque determinístico. También se estableció que, cuando la dispersión de valores es sig

nificativa, ésta debía tomarse en cuenta en el planteamiento y tratar a los problemas con un enfoque probabilístico. Conceptualmente los dos enfoques se ligan a través de la función de probabilidad de las variables. Para apreciar sus aspectos comunes se ha planteado el siguiente ejemplo:

Considérese a la siguiente correlación que liga al índice de compresibilidad con el contenido de agua:

$$w = \frac{1}{2.6} \left(\frac{C_c}{0.0054} + 35 \right)$$

Calculando el error relativo de esta función resulta:

$$dw = \frac{1}{2.6} \frac{dC_c}{0.0054}$$

$$\frac{dw}{w} = \frac{dC_c}{C_c + 0.189}$$

Por otra parte, efectuando el cálculo del coeficiente de variación de w se tiene:

$$V_w = \frac{\sigma_w}{E|w|}$$

en donde

$$\sigma_w = \sqrt{\text{Var}|w|}$$

y

$$\begin{aligned}\text{Var}|w| &= \text{Var}|g(C_c)| \\ &= \text{Var}\left|\frac{1}{2.6}\left(\frac{C_c}{0.0054} + 35\right)\right|\end{aligned}$$

Haciendo:

$$A = \frac{1}{2.6 \times 0.0054} \quad \text{y} \quad B = \frac{35}{2.6}$$

se tiene para la variancia de w:

$$\text{Var}|w| = \text{Var}|AC_c + B|$$

y de acuerdo con las propiedades de la variancia resulta:

$$\text{Var}|w| = A^2 \text{Var}|C_c|$$

Sustituyendo en vw resulta:

$$vw = \frac{A \sigma_{C_c}}{E|w|}$$

Si el valor medio del contenido de agua es:

$$E|w| = w = \frac{1}{2.6} \left| \frac{C_c}{0.0054} + 35 \right|$$

y la desviación estándar del índice de compresión, σ_{C_c} es igual a σ_{C_c} se obtiene:

$$v_w = \frac{A \delta C_c}{w} = \frac{\delta C_c}{C_c + 0.189}$$

expresión que es idéntica a la que se obtuvo siguiendo el procedimiento de calcular el error relativo en términos de la diferencial de la función.

A partir de esta simple deducción se puede apreciar la semejanza conceptual que existe entre el error relativo, c_x , y el coeficiente de variación, v_x ; entre el incremento, δx , y la desviación estándar, σ_x , y entre el promedio y el valor medio de una variable.

A.3.8 Función lineal de varias variables.

Cuando la variable y es función lineal de dos o mas variables aleatorias distribuidas conjuntamente:

$$Y = g(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n a_i x_i$$

Se tiene para la media:

$$E|Y| = E\left|\sum_{i=1}^n a_i x_i\right| = \sum_{i=1}^n a_i E|x_i|$$

expresión en que se establece que la media de la suma es igual a la suma de las medias. Este resultado es válido sean o no independientes las x_i .

La variancia se define:

$$\text{Var}|Y| = \sum_{i=1}^n a_i \text{Var}|x_i| + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \text{Cov}|x_i, x_j|$$

que se reduce para variables aleatorias sin correlación a:

$$\text{Var}|Y| = \sum_{i=1}^n a_i^2 \text{Var}|x_i|$$

A.3.9 Momentos de primer orden

Si se observan las fórmulas con las que se calcula la media y se comparan con las que en física se emplean para calcular momentos estáticos de primer orden o primeros momentos, se concluye que, por similitud la media representa el primer momento de una función de probabilidad.

Si la media y la variancia representan casos especiales de la función $g(x)$, entonces, de esta equivalencia se desprende que para la media de la función $\Sigma|g(x)|$ existen dos interpretaciones distintas. Una es tratarla como si $\Sigma|g(x)|$ representara a la media de la variable aleatoria $Y = g(x)$. Esta interpretación es común cuando el interés se centra en $Y = g(x)$ como una variable dependiente relacionada con otra variable aleatoria x cuya función de distribución es conocida. En cambio, si la atención recae en la variable independiente x , entonces la media de $g(x)$ se interpreta como el promedio pesado de $g(x)$ en x ; es decir, como la suma de los valores de la función $g(x)$ evaluados para los posibles valores de x y pesados por la probabilidad de ocurrencia de x . La variancia de x por ejemplo, se relaciona conceptualmente con esta interpretación y no con la media de la variable aleatoria:

$$y = g(x) = (x - \mu_x)^2$$

Sea la función $z = g(x, y)$ interpretada como el promedio pesado de las variables aleatorias x y y evaluadas en x , y . El momento de primer orden de esta función es:

$$E|g(x, y)| = E|z| = \iint_{-\infty}^{\infty} x f_{xy}(x, y) dx dy$$

que puede escribirse

$$E|x| = \int_{-\infty}^{\infty} x dx \left| \int_{-\infty}^{\infty} f_{xy}(x, y) dy \right|$$

en donde la segunda integral es simplemente la densidad marginal de probabilidad $f_x(x)$. Sustituyendo resulta:

$$E|x| = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \mu_x$$

para la otra variable se tiene por similitud

$$E|y| = \int_{-\infty}^{\infty} y f_y(y) dy = \mu_y$$

La analogía física de lo anterior consiste en concebir a μ_x y μ_y como las coordenadas del centro de masa de una "colina" o terreno cuyas elevaciones superficiales están dadas por $f_{xy}(x, y)$. Esto se desprende de la definición de esos términos y del hecho de que el volumen bajo la función $f_{xy}(x, y)$ es igual a la unidad. Como ilustración vease el ejemplo relacionado con la figura A.5.

A.3.10 Transformación de variables

Es común que se quiera conocer la ley de probabilidad de una variable aleatoria funcionalmente dependiente, cuando es conocida la ley de probabilidad de la variable independiente. Por ejemplo, si en un ensayo de compresión simple se considera que el esfuerzo vertical, σ , es una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad f_{σ} conocida y

$$c = \frac{\sigma_{MAX}}{2}$$

es la cohesión del suelo para la cual se desea obtener la función de densidad de probabilidad correspondiente, f_c . Es de esperarse, ya que c es función de σ , que la función de densidad de probabilidad f_c sea de alguna manera derivable de la función de densidad de probabilidad f_{σ} conocida.

Sea la función $y = g(x)$ cuya densidad de probabilidad es conocida para la variable independiente e igual a $f_x(x)$, y sea la densidad de probabilidad de la variable dependiente $f_y(y)$ la que se desea conocer. Se puede resolver la función para x , únicamente encontrando el inverso de la función $x = g^{-1}(y)$. Con esta base se obtiene (la demostración permanece fuera del enfoque del trabajo):

$$f_y(y) = \left| \frac{dx}{dy} \right| f_x(x)$$

$$f_y(y) = \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| = f_x(g^{-1}(y))$$

entonces, dada la densidad de probabilidad $f_x(x)$ de la variable independiente, se obtiene la densidad correspondiente de probabilidad $f_y(y)$, de la variable dependiente, multiplicando el valor absoluto de la derivada $\frac{dx}{dy} = \frac{dg^{-1}(y)}{dy}$ por la función $f_x(x) = f_x(g^{-1}(y))$ conocida.

A fin de ilustrar este procedimiento, considerese la función siguiente:

$$N_\phi = g(\phi) = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$$

en donde N_ϕ es el número de flujo y ϕ el ángulo de fricción del suelo para el cual la función de densidad de probabilidad es conocida e igual a:

$$f_\phi(\phi) = 0.0767\phi - 2.463; \text{ para } 35^\circ \leq \phi \leq 38^\circ$$

La función de densidad de probabilidad de N_ϕ será:

$$f_{N_\phi}(N_\phi) = \frac{d\phi}{dN_\phi} f_\phi(\phi) = \frac{dg^{-1}(N_\phi)}{dN_\phi} f_\phi(g^{-1}(N_\phi))$$

en donde:

$$g^{-1}(N_\phi) = 2 \arctan \sqrt{N_\phi} - 90^\circ = 2 \arctan \sqrt{\frac{\pi}{180^\circ} N_\phi} - \frac{\pi}{2}$$

y

$$\frac{dg^{-1}(N_\phi)}{dN_\phi} = \frac{180^\circ}{\pi \sqrt{N_\phi} (1 + N_\phi)}$$

Sustituyendo en la función $f_N(N_\phi)$ resulta:

$$f_N(N_\phi) = \frac{180^\circ}{\pi \sqrt{N_\phi} (1 + N_\phi)} f_\phi(2 \arctan \sqrt{N_\phi} - 90^\circ)$$

pero

$$f_\phi(g^{-1}(N_\phi)) = f_\phi(\phi) = 0.0767 (2 \arctan \sqrt{N_\phi} - 90^\circ) - 2.463$$

que incorporada a la igualdad anterior da:

$$\begin{aligned} f_N(N_\phi) &= \frac{180^\circ}{\pi \sqrt{N_\phi} (1 + N_\phi)} [0.0767 (2 \arctan \sqrt{N_\phi} - 90^\circ) - 2.463] \\ &= \frac{180^\circ}{\pi \sqrt{N_\phi} (1 + N_\phi)} [0.0767 (2(45^\circ + \phi/2) - 90^\circ) - 2.463] \\ &= \frac{180^\circ}{\pi \sqrt{N_\phi} (1 + N_\phi)} [0.0767\phi - 2.463] ; \text{ para } 3.69 \leq N_\phi \leq 4.20 \end{aligned}$$

que es la densidad de probabilidad de N_ϕ buscada.

Las dos funciones de densidad de probabilidad aparecen graficadas en la figura A.6. Allí también se encuentra la función de la variable aleatoria N_ϕ . Nótese que el área bajo la curva de las funciones $f_\phi(\phi)$ y $f_N(N_\phi)$ es unitaria. Observando las áreas sombreadas de la figura se deduce que: la probabilidad de que N_ϕ tome un valor en un intervalo de amplitud dN_ϕ con centro en el valor N_ϕ es igual a la probabilidad de que ϕ tome un valor en un intervalo con centro en el valor correspondiente $\phi = g^{-1}(N_\phi)$

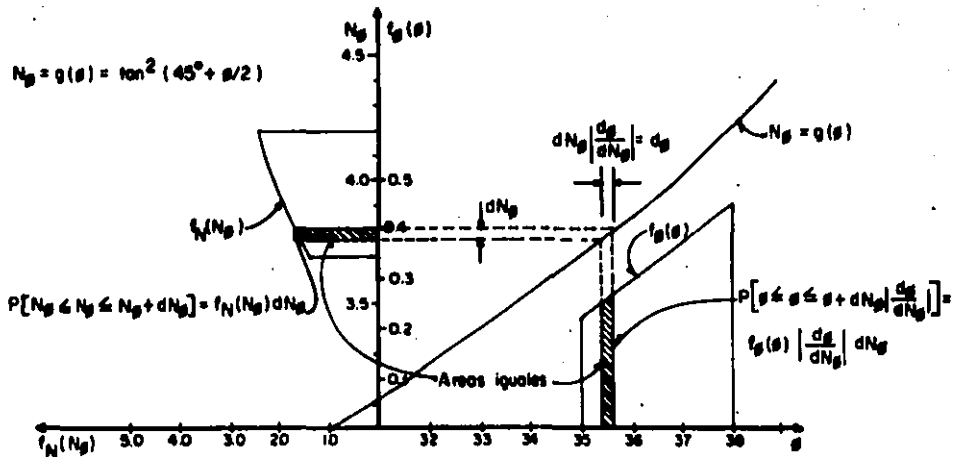


Fig. A6 Transformación de la función de probabilidad $f_\theta(\theta)$ en $f_{N_B}(N_B)$ a través del algoritmo de cálculo $N_B = g(\theta)$

pero de amplitud $d\phi = d g^{-1}(N_\phi)$. Como se muestra en la figura, las amplitudes de esos intervalos dependen de la pendiente de la función $g(\phi)$ o $g^{-1}(N_\phi)$ calculada en N_ϕ . Entonces, para una función cualquiera $y = g(x)$ las amplitudes dx y dy de los intervalos dependen del tipo de función de que se trate y son en general diferentes debido a la pendiente de la función $g(x)$ o $g^{-1}(y)$ calculada en y . Esta pendiente, y por lo tanto la razón $\frac{dx}{dy}$, puede no ser la misma para todos los valores de y siendo mayor la discrepancia cuando la no linealidad de la función es mas acusada. De la figura también se observa que se ha obtenido una densidad de probabilidad, $f_N(N_\phi)$, no lineal a partir de otra densidad conocida, $f_\phi(\phi)$, lineal con lo cual se deduce que la media de la función es distinta de la función de la media, es decir:

$$E[g(\phi)] = E[N_\phi] \neq g(E[\phi]) = \tan^2(45^\circ + \phi/2)$$

A.3.11 Momentos aproximados

Para definir el comportamiento de variables aleatorias dependientes, es común usar soluciones aproximadas. Esta clase de soluciones tiene la ventaja de dar siempre momentos de las variables dependientes, solo en términos de funciones de momentos de las variables independientes.

Sea la función $y = g(x)$, si esta relación exhibe buen comportamiento y si el coeficiente de variación, v_x , de x no es muy grande, son válidas las siguientes aproximaciones:

$$E[y] = E[g(x)] \approx g(E[x])$$

en que:

$$E[g(x)] = g(\mu_x) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \right|_{\mu_x} \sigma_x^2$$

Para la variancia:

$$\sigma_y^2 = \text{Var}|Y| = \text{Var}|g(x)| = \text{Var}|x| \left. \left(\frac{d g(x)}{dx} \right) \right|_{\mu_x}^2$$

y finalmente:

$$\sigma_y = \left. \left(\frac{d g(x)}{dx} \right) \right|_{\mu_x} \sigma_x$$

donde $\left. \frac{d g(x)}{dx} \right|_{\mu_x}$ es la derivada de $g(x)$ con respecto a x evaluada para μ_x .

Si la función involucra mas de una variable independiente de manera tal que

$$Y = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

se tiene para la media

$$E|Y| = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{\mu} \text{Cov}|x_i, x_j|$$

en donde $\left. \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{\mu}$ es la derivada parcial de $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ con respecto a x_i y x_j valorada para $\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}$. El segundo término de la ecuación es despreciable si los coeficientes de variación de x_i y la no linealidad de la función no son muy grandes.

La expresión de aproximación de la variancia de y es:

$$\text{Var}|y| = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{\mu} \left. \frac{\partial g}{\partial x_j} \right|_{\mu} \text{Cov}|x_i, x_j|$$

la cual si las x_i no están correlacionadas es:

$$\text{Var}|y| = \sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{\mu} \right)^2 \text{Var}|x_i|$$

esta ecuación se puede interpretar como la manera en que cada una de las variables aleatorias x_i contribuye a la dispersión de y en forma proporcional a su propia variancia $\text{Var}|x_i|$ y al factor $\left| \left. \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{\mu} \right|^2$, el cual está relacionado con la sensibilidad de los cambios en y con los cambios en x . Entonces, esta ecuación puede ser utilizada para establecer el criterio a seguir para resolver algún problema. En muchos casos es suficientemente preciso tratar algunas variables independientes como determinísticas en vez de estocásticas. Esta fórmula indica que el efecto resultante es omitir una contribución a la variancia de y y que la simplificación es una aproximación justificada, si la variancia o el factor de "sensibilidad" de esa variable es lo suficientemente pequeño para que su producto sea despreciable en comparación con la contribución de las otras variables del problema.

ANEXO B

DESARROLLO DE UN PERMEAMETRO DE CARGA VARIABLE

B.1 Introducción

En una gran parte de las obras civiles con las que tiene que ver el ingeniero, se requiere conocer la permeabilidad del suelo. Tal es el caso, por ejemplo, de presas, de canales, etc.

En los suelos finos, se requiere una gran precisión para determinar su coeficiente de permeabilidad de manera directa. En general, es recomendable en estos casos el uso de permeámetros de carga variable.

En suelos compactados, el contenido de agua de compactación es la variable más importante que gobierna la permeabilidad, pues es la que determina su estructura.

A fin de estudiar el efecto que presenta el contenido de agua de compactación en la permeabilidad del suelo, se desarrolló un permeámetro de carga variable con el que se pretenden resolver algunos problemas comunes a estos aparatos, como son: la saturación del suelo y el confinamiento lateral del espécimen. En este anexo se trata con el desarrollo del permeámetro mencionado.

B.2 Constantes de diseño

El diseño del permeámetro se planteó para ensayar suelos con coeficientes de permeabilidad del orden de 1×10^{-6} cm/seg. En función de esto, se fijó que el permeámetro tuviera las siguientes características.

- a) Que permitiera ensayar especímenes con un diámetro aproximado de 15cm.

- b) Que la velocidad de descenso de la columna de agua en la bureta quedara comprendida entre 1.0cm/min y 1.0cm/seg.
- c) Que el gradiente medio aplicado al espécimen fuera del orden de 10.

B.3 Desarrollo del permeámetro

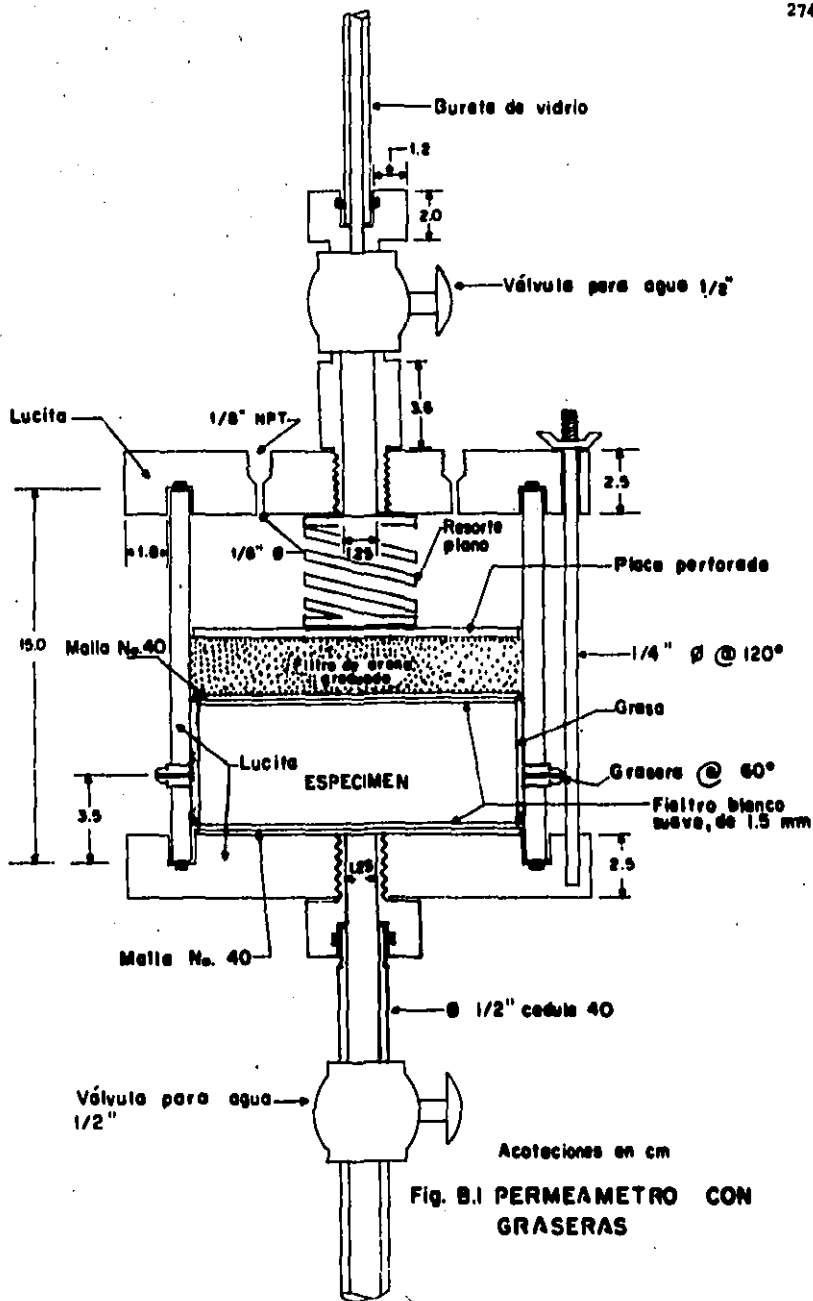
De acuerdo con las constantes de diseño propuestas, se construyó un permeámetro, en el cual se trataron de resolver los siguientes defectos, comunes a estos aparatos:

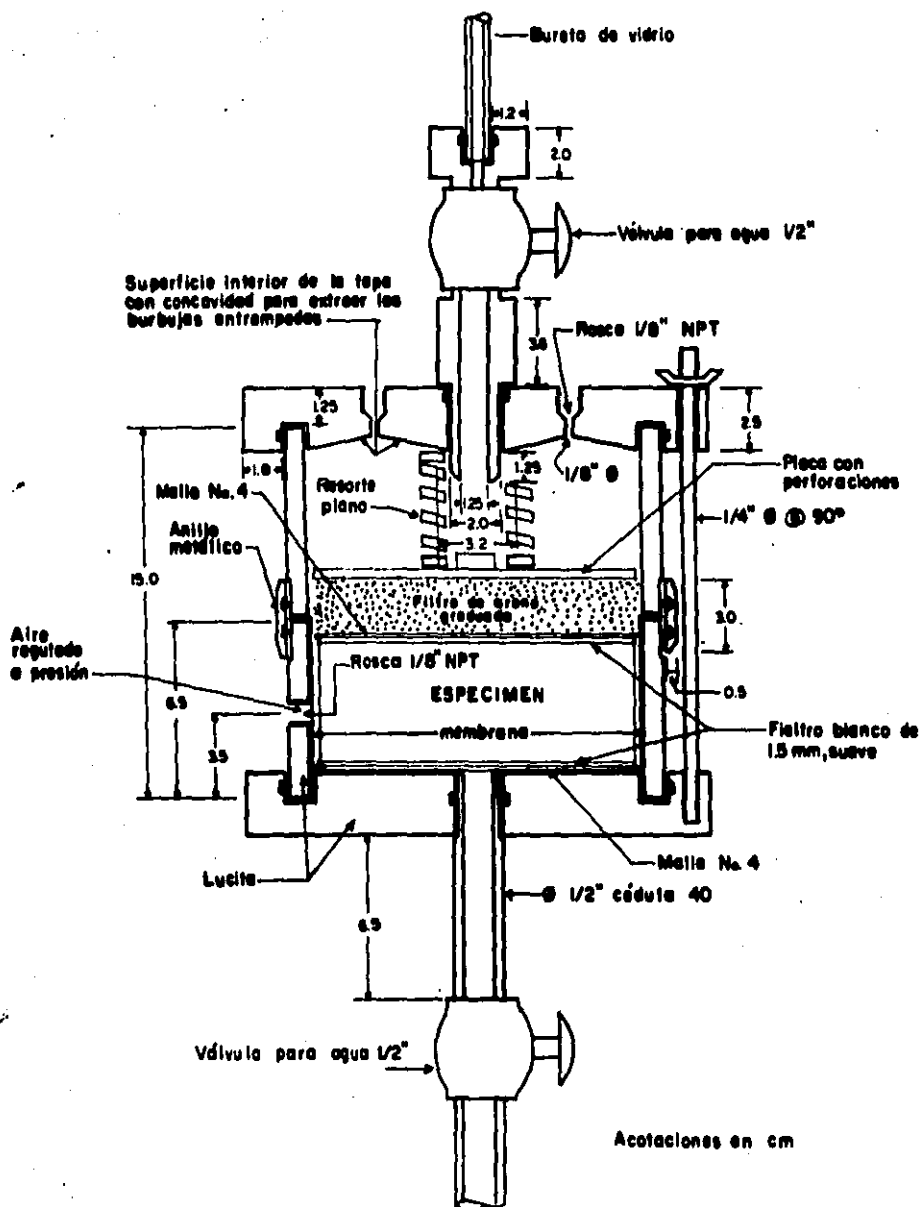
- a) Sello lateral entre las paredes del permeámetro y el espécimen.

Esta es una de las fuentes de error más común en estos ensayos; para tratar de solucionarlo, se diseñó el permeámetro mostrado en la fig. B-1, en el cual se buscó confinar al espécimen rodeándolo de grasa inyectada a través de seis graseras colocadas diametralmente opuestas y uniformemente espaciadas a la altura medida del espécimen.

Durante la ejecución de las pruebas con este aparato, se pudo observar que la grasa inyectada penetraba en la interfase arena espécimen, reduciendo el área expuesta de la muestra en una faja anular perimetral hasta de 0.5cm de ancho.

Buscando eliminar el defecto anterior, se diseñó el permeámetro mostrado en la fig. B-2, en el cual se cortó en dos partes el cilindro que contiene el espécimen para permitir la colocación de una membrana de hule de 0.3mm de espesor en la parte inferior del mismo. El confinamiento de la





muestra se logró con la introducción de aire a presión entre la cámara y la membrana. Con este procedimiento se obtuvieron resultados satisfactorios por lo que toca a lograr el sello lateral entre las paredes del permeómetro y el espécimen.

En la fig. B-3 se muestra un permeómetro en el cual se ha simplificado el sello de la membrana.

b) Sistema de vacío

En la fig. B-4 aparece esquemáticamente el arreglo del sistema diseñado inicialmente para realizar las pruebas de permeabilidad, en él aparece el circuito periférico de vacío que tenía por objeto desairear el agua utilizada en los ensayos, e induciéndole flujo por succión, saturar al espécimen y llenar todos los huecos de la cámara y la bureta antes de iniciar la prueba (Casagrande 1940).

Sin embargo este procedimiento, no resultó práctico tanto por el tiempo requerido para filtrar el agua necesaria a través de la muestra, como por la alta permeabilidad al aire que poseen las válvulas y conexiones comunes, lo que hace disminuir notablemente la eficiencia del sistema.

c) Aplicación de contrapresión y medición del gasto a la salida.

Para mejorar la saturación del espécimen, se utilizó el procedimiento de aplicar contrapresión a la muestra mediante el dispositivo mostrado esquemáticamente en la fig B-5, y que consiste en una cámara cilíndrica en cuyo interior se coloca el recipiente de descarga al que se le aplica la misma presión de aire que la ejercida en la bureta de entrada.

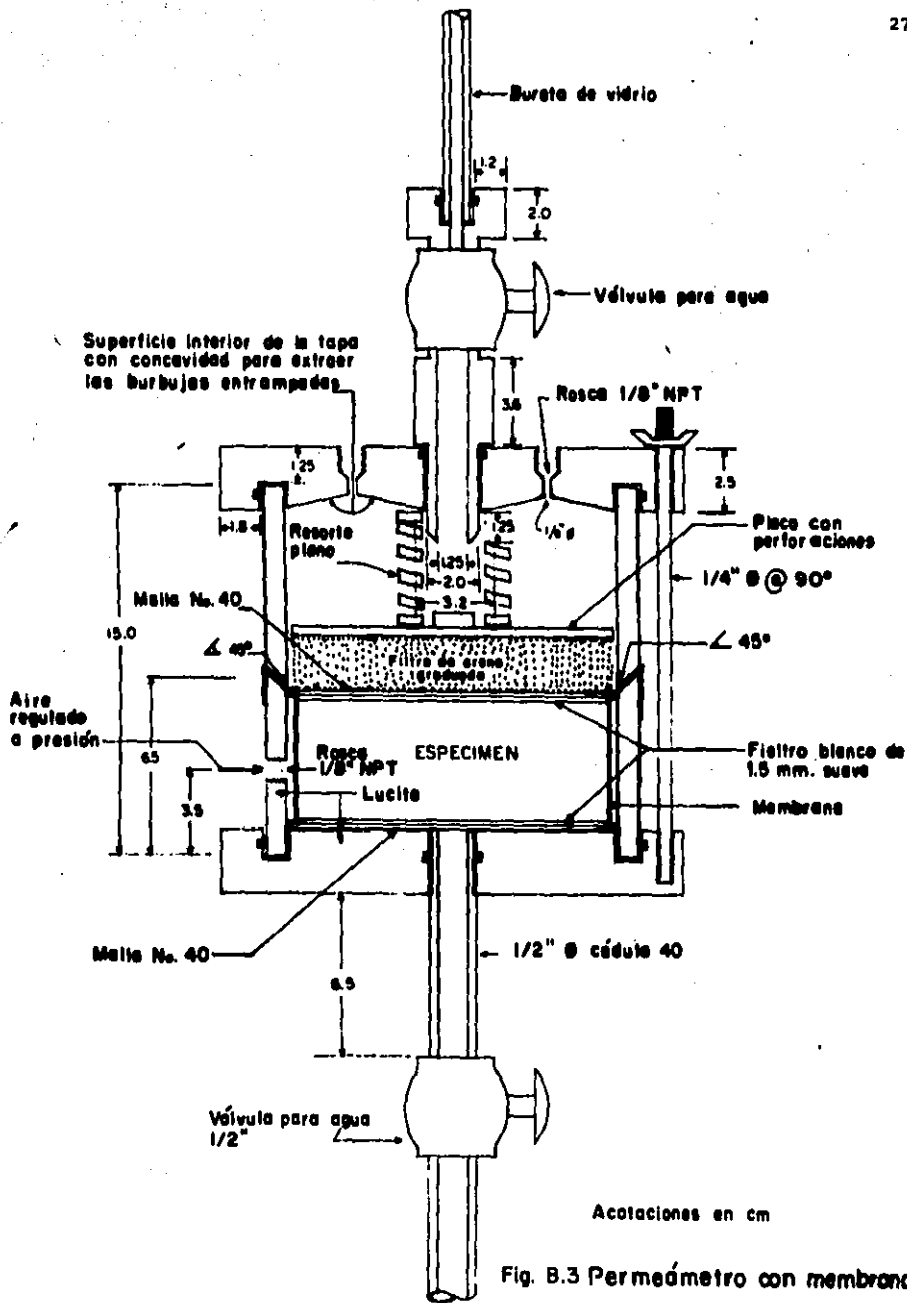


Fig. B.3 Permeómetro con membrana

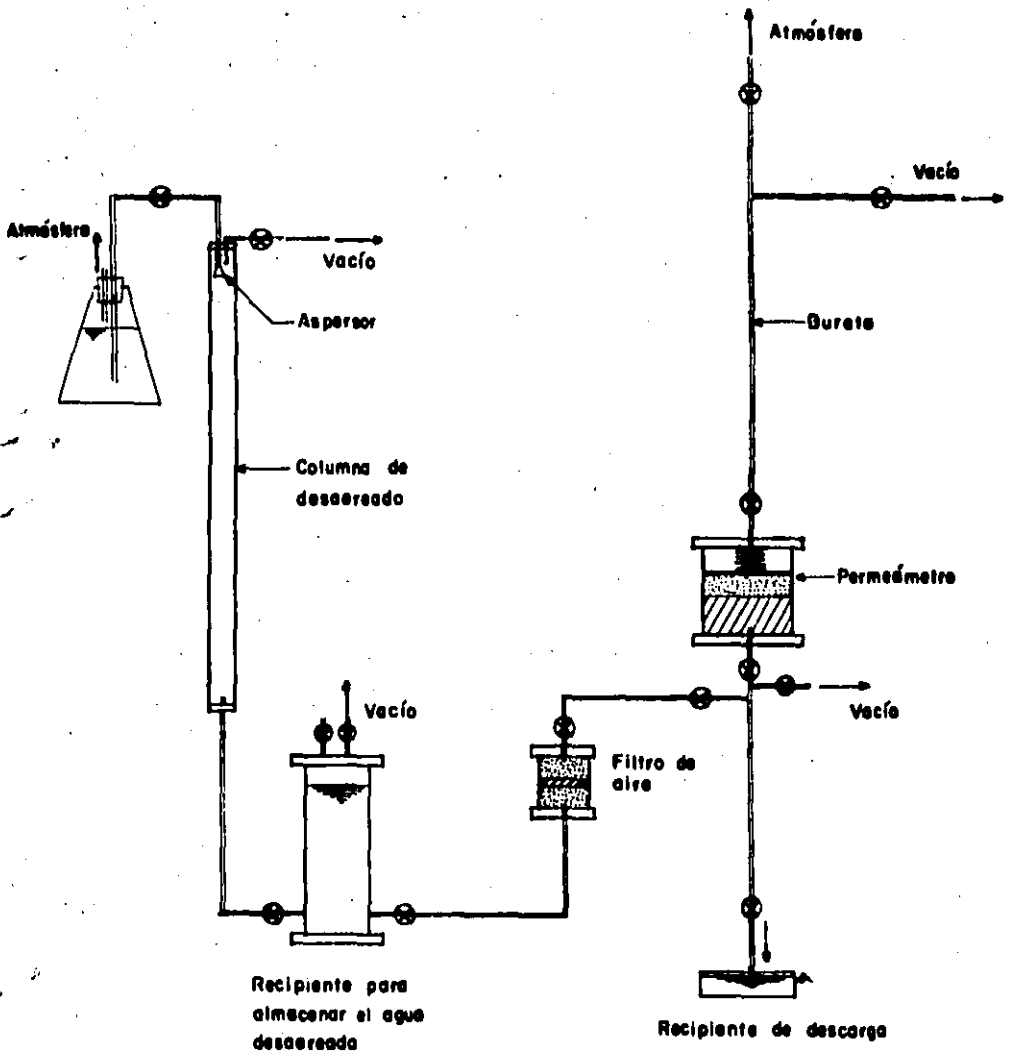


Fig. B.4 SISTEMA DE VACÍO PARA EL DESAERADO DEL AGUA Y SATURACION DEL ESPECIMEN

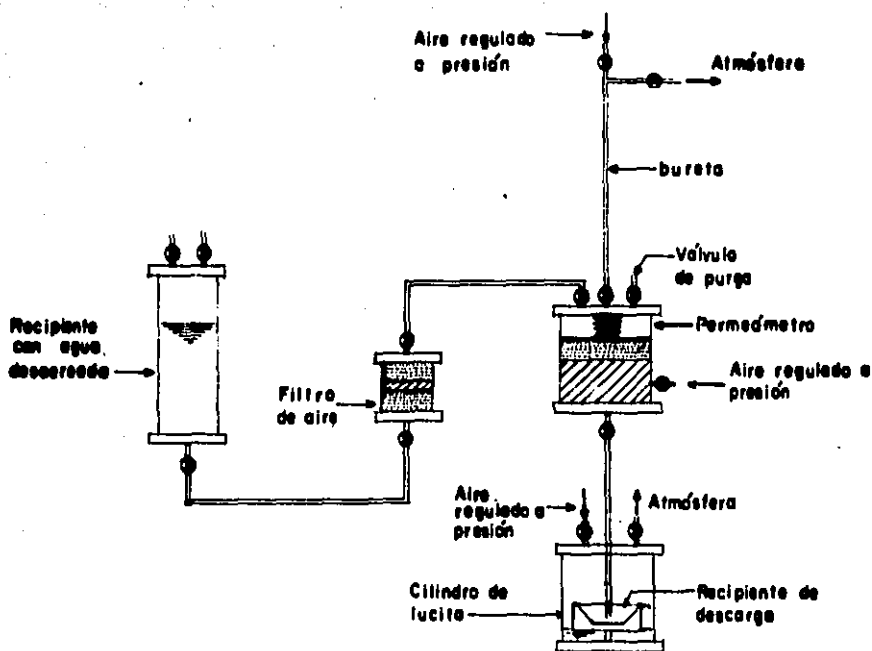


Fig. B.5 DISPOSITIVO PARA APLICAR CONTRAPRESION

Posteriormente el cilindro antes mencionado se substituyó por una bureta graduada, colocada a la salida del permeámetro (fig. B-6), que sirvió también para medir el volumen real de agua filtrado a través del espécimen.

B.4. Preparación de especímenes

La preparación y fabricación de los especímenes se llevó a cabo como se indica a continuación:

a) Muestras compactadas en el laboratorio

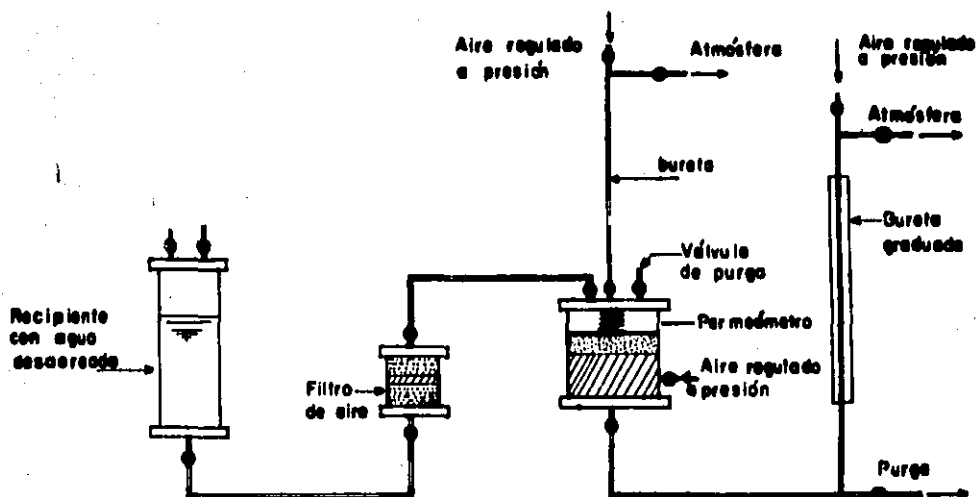


Fig. B.6 ESQUEMA DE FUNCIONAMIENTO DE LA CONTRAPRESION Y MEDICION DEL GASTO DE SALIDA

Estas muestras se compactaron en un molde cilíndrico de 15.4cm de diámetro y 17.9cm de altura, por el procedimiento Próctor, con energía de compactación $E = 7.0 \text{ kgcm/cm}^2$. Dicha compactación se efectuó con contenidos de agua iguales al óptimo y menores que él para observar el efecto de esta característica en el valor de la permeabilidad. La fabricación de las probetas se hizo labrando la muestra compactada en un anillo metálico de 5.1cm de altura y 13.5cm de diámetro interior. La curva de compactación del suelo se muestra en la figura B-7.

b) Muestras compactadas en el campo.

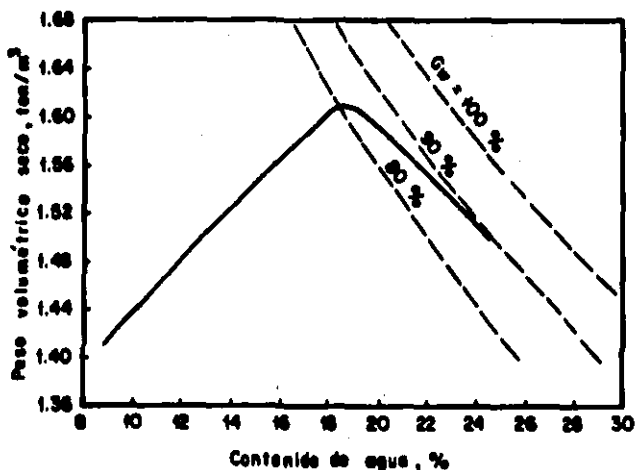


Fig. B.7 CURVA DE COMPACTACION DEL SUELO UTILIZADO EN LOS ENSAYES

La preparación del suelo en el campo, consistió en compactarlo con tractor agrícola con contenidos de agua mayores en un 2 ó 3 % que el óptimo Próctor, hasta obtener la estructura deseada del material; una vez logrado esto, se extrajeron muestras cúbicas con las cuales se fabricaron los especímenes de ensaye labrando el suelo en el anillo metálico mencionado anteriormente.

B.5 Resultados obtenidos

En la fig. B-8 se encuentran graficados los valores obtenidos del coeficiente de permeabilidad contra el contenido de agua de compactación de los especímenes ensayados. Como podrá observarse, para las muestras compactadas en el laboratorio los valores de K disminuyen desde $1.0 \times 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$

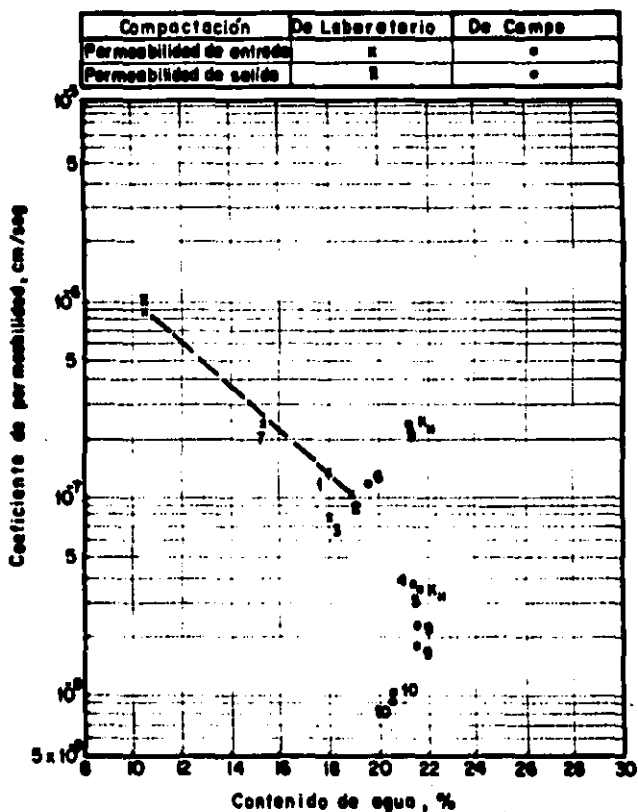


Fig. B.8 EFECTO DEL CONTENIDO DE AGUA DE COMPACTACION EN LA PERMEABILIDAD DEL SUELO

hasta 1.0×10^{-7} cm/seg conforme el contenido de agua de compactación aumenta, lo cual concuerda con las investigaciones realizadas por Mitchel, Hooper y Campanella (1965). Para los especímenes compactados en el campo se observa una disminución apreciable de su permeabilidad con relación a la obtenida con el suelo compactado en el laboratorio, pues este procedimiento de compactación produce mayores distorsiones al suelo que la prueba Próctor lo que da como consecuencia un material menos permeable.

Comparando los resultados de las pruebas efectuadas con las muestras compactadas en el laboratorio con las compactadas en el campo se deduce que el aumento del contenido de agua de compactación produce un decremento de la permeabilidad del suelo compactado en el laboratorio y que a igualdad de contenidos de agua de compactación el procedimiento de compactación de campo reduce aún mas la permeabilidad (hasta en un orden de magnitud) debido a la intensidad de distorsiones producidas en el suelo.

B.6 Conclusiones

En función de los resultados obtenidos se concluye lo siguiente:

1. La estructura del suelo compactado es la variable mas importante que afecta la permeabilidad.
2. A igualdad de contenidos de agua, un proceso de compactación que produzca mayores distorsiones que otro en el suelo, provocará una reducción adicional de la permeabilidad.
3. Para suelos compactados en la rama seca de la curva de compactación,

la permeabilidad disminuye al aumentar el contenido de agua de compactación. Esta reducción llega a ser hasta de dos ordenes de magnitud.

4. Es posible medir con precisión coeficientes de permeabilidad hasta del orden de 10^{-8} cm/seg sin recurrir a la prueba de consolidación.

5. El coeficiente de permeabilidad se reduce con el tiempo debido a migración de partículas, a cambios estructurales del suelo causados por las fuerzas de filtración y a la presión de confinamiento. Esta reducción llegó a ser hasta de más de 100% para gradientes del orden de 10 y presiones de confinamiento de 0.25 a 0.50kg/cm².

6. La correspondencia que existe entre el coeficiente de permeabilidad calculado considerando el flujo de entrada al espécimen y el calculado considerando el flujo de salida es razonablemente buena.

7. El permeámetro tiene un funcionamiento adecuado, aunque puede mejorarse en aspectos como presiones aplicadas (contrapresión y presión de confinamiento), precisión de las lecturas y cambios volumétricos causados por diferencias de temperatura.

Reconocimientos

El permeámetro y su equipo auxiliar se fabricaron en el Taller de Instrumentación de CFE. En las diferentes etapas de diseño del permeámetro se contó con los valiosos comentarios y sugerencias del Ing. G. Auvinet G.

Referencias

..Casagrande, A. y Fadum, R.E. (1940) "Notes on Soil Testing for Engineering Purposes" Soil Mechanics Series No. 8 Harvard University (Determination of the Coefficient of Permeability)

..Mitchel, J.K.; Hooper, D.R. y Campanella, R.G. (1965) "Permeability of Compacted Clay" Journal ASCE vol. 91 SM 4, Julio.