

01161



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
SECCION DE ESTRUCTURAS

**RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS PLANOS  
AYUDAS DE DISEÑO**

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERIA  
P R E S E N T A  
RAUL JULIAN IZQUIERDO ORTEGA

01161  
1983

MEXICO, D. F. 1983

TESIS CON  
FALSA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

CAPITULO I	INTRODUCCION
CAPITULO II	CONSIDERACIONES GENERALES
CAPITULO III	GRAFICAS PARA CALCULO DE RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS PLANOS
CAPITULO III A	FORMULAS PARA CALCULO DE RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS PLANOS
CAPITULO IV	INTERPRETACION DE RESULTADOS Y EJEMPLOS
CAPITULO V	CONCLUSIONES
REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFIA	
ANEXO 1	TABLAS DE SECCIONES DE COLUMNAS Y TRABES
ANEXO 2	ESTUDIO DEL EFECTO DE VARIACION DE SECCIONES EN LOS VALORES DE LA RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS CON ALTURAS DE ENTREPISO CONSTANTES
ANEXO 3	ESTUDIO DE LA VARIACION EN RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS POR EFECTO DE LAS DEFORMACIONES POR CARGA AXIAL EN COLUMNAS
APENDICE	METODO DE RIGIDECES

## CAPITULO I

### INTRODUCCION.-

El proceso global de diseño estructural se compone de varias fases. Estas comprenden la elección del sistema estructural por emplear, los materiales y especificaciones de cargas permanentes y accidentales, así como el análisis, diseño, elaboración de planos y normas o procedimientos para la construcción.

En cada una de las fases indicadas existe una serie de datos exactos, aproximados o aleatorios, lo cuál ha motivado la necesidad del desarrollo de investigaciones con el objeto de intentar conocer con suficiente aproximación los parámetros y valores que conviene utilizar al modelar una estructura.

El comportamiento de ésta dependerá en gran medida de la congruencia que tengan las suposiciones empleadas en el modelo matemático con la construcción y sus solicitaciones.

En general las estructuras son tridimensionales, pero se ha buscado simplificar el análisis elaborando modelos matemáticos más simples, como el descomponerlas en estructuras planas, intentando acercarse a la solución del lado conservador. Se ha encontrado que ésto es más o menos correcto en los casos en que las columnas son verticales y están dispuestas de manera que se formen marcos en dos direcciones ortogonales . 1

En edificios de altura moderada ( hasta de  $\pm 20$  niveles ), la estructuración más común es la formada por columnas y trabes de concreto o

acero que corresponden al modelo antes descrito.

Si consideramos válida la descomposición de la estructura tridimensional en marcos planos (en direcciones ortogonales en ambos sentidos) el siguiente paso en el contexto del diseño de la estructura consiste en el análisis estructural de ellos. De acuerdo con el enfoque de la mayoría de los reglamentos actuales se permite el análisis elástico de los marcos, tomando en cuenta de manera simplificada el comportamiento no lineal que puede presentarse, pero cuidando de manera especial las fallas de tipo frágil en traveses, columnas y juntas.

Por otra parte, en todas las estructuras se deben satisfacer requisitos de seguridad y resistencia, que se reflejan básicamente en soportar - los efectos producidos por las cargas permanentes, vivas y accidentales, así como cumplir con condiciones de servicio. 2 En edificios localizados en zonas sísmicas uno de los más importantes requisitos de servicio se refiere al control de los desplazamientos horizontales relativos y/o totales de los entrepisos que forman su estructura, por su relación con el comportamiento de elementos "no estructurales", y con problemas de inestabilidad de conjunto de la estructura.

Considerando que el costo de la estructura de la gran mayoría de los edificios no es superior al 30 % del costo total de una edificación - resalta la importancia de cuidar el resto de las partidas "no estructurales" como son muros divisorios, cancelas, vidrios, instalaciones, etc. En todos los reglamentos modernos de Ingeniería Sísmica se establecen valores máximos permisibles de desplazamientos horizontales relativos y totales, con los cuales se supone que el comportamiento de la

estructura como conjunto será aceptable, durante la ocurrencia de un sismo de "diseño".

Tomando en cuenta que en este tipo de estructuras los mismos elementos, columnas y trabes, deben proporcionar los requisitos de seguridad y resistencia así como los de servicio, reviste particular importancia el dimensionamiento de las secciones. Por lo general ésta se realiza por medio de procesos repetitivos, esto es, se fijan unas secciones, se efectúa el análisis y se revisa si se cumplen los requisitos de seguridad y servicio. Si no es así, deberán modificarse las dimensiones de columnas y/o trabes y repetir el proceso. Aún cuando con ciertas medidas se cumplan esos requisitos, siempre podrá el diseñador quedarse con la duda si la combinación de dimensiones de columnas y trabes es la mejor para el proyecto en particular.

En general la determinación de secciones para cumplir con los requisitos de resistencia es sencilla, principalmente en estructuras de concreto reforzado, ya que es posible utilizar diferentes cantidades de refuerzo para una misma sección, sin necesidad de alterar sus dimensiones. No lo es tanto cuando se pretenden tomar en cuenta las condiciones de servicio.

En el proceso de dimensionamiento preliminar de secciones para calcular los desplazamientos relativos de entrepiso en marcos planos se utiliza comúnmente el concepto de "rigidez de entrepiso". Este concepto es el resultado de idealizar una estructura plana, en este caso formada por

marcos, como una estructura lineal formada por un conjunto de masas y resortes no acoplados sujeta a fuerzas horizontales en cada nivel. Aunque a primera vista puede pensarse que lo anterior es una aproximación demasiado burda para este tipo de sistemas estructurales, ya que al se obtiene la matriz de rigideces completa del mismo marco se encuentra que es "llena", ésto es, que un desplazamiento en cualquier parte de la estructura origina desplazamientos y elementos mecánicos en todas las barras de la estructura y no sólo en los niveles contiguos, pero hay que tomar en cuenta que los marcos tienden a ser estructuras de " - - " cortante ", en las que la rigidez es independiente del sistema de cargas al cual se encuentran sometidos, y que si se analizan bajo cargas parecidas a las que supuestamente se verán solicitadas, la falta de precisión en la determinación de la rigidez lateral no es significativa. . Esto se logra utilizando fuerzas horizontales en cada nivel obtenidas por medio del método estático equivalente. 2

En la ingeniería práctica es de uso generalizado el empleo de las fórmulas de Wilbur para obtener los valores de rigideces de entrepiso y consecuentemente los valores estimados de desplazamientos horizontales de marcos planos. Estas fórmulas se desarrollaron a partir de ciertas suposiciones, por ejemplo la presencia de puntos de inflexión en todos los tramos de columnas, y en general se infiere que son válidas para estructuras donde las rigideces relativas  $I/L$  de traves respecto a las de columnas son altas. De acuerdo a la definición de Elumbe 3 del índice

de rotación nodal "ra", que es el cociente de la suma de rigideces  $I/l$

de todas las trabes del entrepiso medio de un marco y la suma de rigideces  $I/h$  de todas las columnas inferiores, el valor límite es 0,10. Sin embargo gran parte de las estructuras modernas presentan valores sensiblemente menores al indicado, teniendo los diseñadores - que utilizar criterios como los siguientes: definir las secciones según su experiencia, hacer varios tanteos utilizando métodos exactos de análisis o utilizar las fórmulas de Wilbur, sabiendo que se obtienen valores inexactos y verificar los resultados obtenidos después de efectuar el análisis completo.

Sabido es que el diseñador cuenta en general con reducidos recursos económicos y tiempo para el desarrollo de los proyectos. Esto justifica la necesidad de disponer de métodos o ayudas que permitan la simplificación del trabajo.

Los objetivos de este estudio están encaminados a lo anterior, distinguiéndose los siguientes enfoques:

- 1.- Determinar las secciones en columnas y trabes con buena aproximación en marcos donde sea necesario controlar las deformaciones laterales, independientemente del modelo matemático que se pretenda utilizar para efectuar el análisis definitivo de la estructura.
- 2.- Calibrar la factibilidad del uso de fórmulas de Wilbur en marcos que no cumplan cabalmente sus suposiciones.



## CAPITULO II

### CONSIDERACIONES GENERALES.-

El estudio consistió en el análisis estructural, realizado por computadora, de 444 marcos planos sujetos a fuerzas horizontales. El rango utilizado fue de 2 a 15 niveles y de 1 a 6 crujeas.

Se consideró adecuado fijar la topología (o forma) del marco, escogiendo un claro entre columnas de 8,0 m. y una altura básica de entrepiso de 3,50 m., dimensiones típicas de edificios modernos.

Se definieron 2 partes en el estudio, una en la que se consideraron todas las alturas de entrepiso iguales y otra en la que se varió la altura del primer entrepiso, dejando los otros con la altura básica.

En éste se mantuvieron constantes las secciones de columnas y trabes en toda la altura, con el objeto de no incluir demasiadas variables.

Dado que es usual en proyectos prácticos variar las secciones de columnas y trabes a través de la altura se efectuó un estudio complementario.

Ver anexo 2.

Además se utilizó el criterio de considerar las propiedades geométricas de trabes y columnas concentradas en los ejes de las mismas.

Esto hace que los resultados que se obtengan sean válidos sólo en los casos donde el efecto de "nudo" o sea el aumento de inercia en las intersecciones de columnas y trabes, no origine cambios drásticos en el comportamiento del marco. En general éste se considera válido - cuando el peralte de las trabes es menor a 1/4 de la altura del entrepiso y las dimensiones de las columnas sean del orden de 1/10 del - claro entre ejes,

Para la obtención de la rigidez lateral de entrepiso, definida como

$$R_i = \frac{V_i}{\Delta_{i+1} - \Delta_i}$$

donde:

$R_i$  = Rigidez lateral de entrepiso

$V_i$  = Cortante en el entrepiso

$\Delta_{i+1}$  = Desplazamiento lateral de entrepiso  $i + 1$

$\Delta_i$  = Desplazamiento lateral del entrepiso  $i$

se partió de fuerzas laterales calculadas según un análisis sísmico estático equivalente, para cada tipo de marco, considerando una dimensión de cruzía perpendicular de 8 m. y una carga uniforme de 1 T/m<sup>2</sup>.

Esto se hizo con el objeto de utilizar fuerzas parecidas a las del diseño, con lo cual la variación de rigidez lateral es mínima, tomando en cuenta que el concepto de rigidez lateral definido de la manera indicada es función de las propiedades geométricas de las secciones y de la distribución de fuerzas.

Así los resultados que se obtengan serán válidos en marcos que sujetos a fuerzas dinámicas tengan una alta participación del 1er. modo. En marcos con  $\Gamma_a$  reducidos (voladizos disfrazados de marcos) esto puede no ser cierto. Las dimensiones de las columnas fueron escogidas de acuerdo a la experiencia particular del suscrito y la variación de las dimensiones de traveses se definió utilizando una gama de secciones que se pueden considerar como de uso común o prácticas.

El parámetro que se utilizó para considerar la interacción de traveses y columnas fue el "índice de rotación nodal", definido por Blume y que en este estudio se denominará "rigidez angular" por simplificación y se indicará - " $\Gamma_a$ " y que vale:

$$r_{a_k} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{I_{t_i}}{L_t}}{\sum_{j=1}^m \frac{I_{c_j}}{h}} = \frac{\sum (I/L)_T}{\sum (I/h)_C}$$

donde:

$r_{a_k}$  = Rigidez angular del entrepiso k

k = Entrepiso en que se calcula la rigidez angular

$I_t$  = Inercia de trabe

n = Número de trabes del entrepiso = Número de crujeas

$L_t$  = Claro de crujea

$I_c$  = Inercia de columnas

h = Altura de entrepiso

m = Número de columnas = número de crujeas + 1.

En el caso del estudio, se utilizó una variación de  $r_{a_k}$ , para marcos de 2 a 10 niveles, desde 0,04 hasta 1,00. Para marcos de 12 a 15 niveles se varió ese rango, considerando que las columnas requieran una sección mayor y las dimensiones de las trabes podían seguir dentro del orden de las utilizadas en marcos con menos niveles. Esto ocasionó emplear un rango desde 0,01 hasta 0,1 para la rigidez angular.

Estos valores están calculados en base a la altura de entrepiso, variando en los casos en los que se incrementó la altura del primer nivel.

En las tablas del anexo 1, se indican las dimensiones de columnas y trabes utilizadas para los diferentes marcos, así como el valor de rigidez angular correspondiente.

El programa de computadora utilizado está basado en el método directo de rigideces elásticas. Ver Apéndice. Se tomaron en cuenta defor-

maciones axiales en las barras, así como deformaciones por cortante, además de las deformaciones por flexión, considerando que en los marcos con más niveles ya podrían tener importancia. Ver anexo 3.

Las hipótesis para el análisis estructural fueron las usuales, a saber:

1. Se cumplen las leyes de la elasticidad lineal.
2. El material es homogéneo e isótropo.

Así mismo, para cada marco se calcularon los valores de rigidez lateral obtenidos mediante el empleo de las fórmulas de Wilbur, con el objeto de encontrar la variación de los valores respecto a la rigidez "exacta" y hacer comentarios al respecto. Esto se indica en el Capítulo IV.

Las gráficas que se presentan en el Capítulo III, para los 2 casos indicados, reflejan la relación encontrada entre la "rigidez angular" y la rigidez de cota superior del entrepiso, que llamaremos "rigidez total" en el estudio, definida como

$$R_t = \sum_{i=1}^m \frac{12 E I_{c_i}}{h^3}$$

Donde:

$R_t$  = Rigidez total de entrepiso

$m$  = Número de columnas = Número de crujeas + 1.

$E$  = Módulo de elasticidad

$I_c$  = Inercia de la columna

$h$  = Altura de entrepiso

y que es igual a la fuerza cortante que produce un desplazamiento lateral de entrepiso unitario, con columnas conectadas a traves de

inercia infinita.

Se graficaron los valores discretos de las relaciones encontradas, según el entrepiso indicado y el número de crujeas correspondiente y se unieron por medio de una línea continua, considerando que la variación es de esa forma.

En los marcos donde se incrementó la altura del 1er. entrepiso, sólo se estudió el caso de marcos de 3 crujeas, considerando que los marcos con otro número de crujeas son similares a éste. Las dimensiones de columnas y trabes se conservaron como en los marcos con alturas constantes. La interpretación de las gráficas se puede encontrar en el Capítulo IV.

GRAFICAS PARA CALCULO DE RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS PLANOS.-

El siguiente conjunto de gráficas permite el cálculo de la rigidez lateral de marcos planos del 1° al 3° entrepiso, 2 a 15 niveles y 1 a 6 crujeas. Las hipótesis empleadas fueron las siguientes:

1. La estructura es elástica lineal.
  2. Las fuerzas horizontales son producidas por sismo, con variación triangular de la aceleración con vértice en la base.
  3. Las columnas están empotradas en la base.
  4. Las columnas y traveses son iguales en sección en toda la altura.
- Ver comentarios en anexo 2.

El planzamiento de las gráficas permite obtener la rigidez lateral en base a dimensiones conocidas de traveses y columnas, ó calcular las dimensiones de traveses a partir de las dimensiones de columnas y el requerimiento de rigidez lateral en algún entrepiso.

Caso 1.- Si se conocen las dimensiones de traveses y columnas, la obtención de la rigidez lateral se efectúa de la siguiente manera:

1. Se calcula la rigidez angular "  $r_a$  " del entrepiso

$$r_a = \frac{\sum_{i=1}^{n1} \frac{I_{ci}}{L_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{I_{cj}}{h}}$$

2. Se escoge la gráfica adecuada, basándose en el entrepiso que se quiere encontrar la rigidez lateral y el número de crujeas del marco.
3. En cada gráfica se encuentran varias curvas, y junto a cada

una de ellas aparece un número que corresponde al número total de niveles del marco.

4. El valor de  $h_0$  corresponde a las abscisas; por medio de una línea vertical se llega a la curva correspondiente al número de niveles y el valor del porcentaje de rigidez total  $R_T$  se lee en las ordenadas.
5. Se calcula el valor de rigidez lateral del entrepiso, multiplicando el porcentaje encontrado por la rigidez total del entrepiso.

$$R_L = \% R_T$$

Caso 2 .- Si se conocen las dimensiones de las columnas y el requerimiento de rigidez lateral en alguno de los entrepisos considerados, se procede de la siguiente forma:

1. Se calcula la rigidez total del entrepiso

$$R_T = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_{c_i}}{h^3}$$

2. Se obtiene el porcentaje de rigidez total en base a la rigidez lateral solicitada

$$\% = \frac{R_L}{R_T}$$

3. Se escoge la gráfica adecuada con el número de crujeas y el nivel correspondiente.

4. El valor del % corresponde a las ordenadas. Por medio de una línea horizontal se encuentra la curva de niveles totales del marco y con ayuda de una línea vertical se encuentra la rigidez angular  $r_a$  requerida.

5. Se despeja la suma de rigideces  $I/l$  de las traveses .

$$\sum_{i=1}^n \frac{I_i}{l_i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{I_{c_i}}{h}}{r_a}$$

6. Se encuentra el valor de la inercia de traveses .

Ver comentarios adicionales en el anexo 2.

Las figuras 1 a 36 muestran los resultados encontrados para el caso en que todas las alturas de entrepiso son iguales. Se consideró adecuado hacer las gráficas sólo hasta el 3er. entrepiso, tomando en cuenta que los resultados en entrepisos superiores, aunque menores, son sensiblemente parecidos a ese nivel.

En las figuras 37 a 48 se presenta una serie de gráficas que sirve para ilustrar la variación de los valores encontrados con las Fórmulas de Wilbur respecto a los "exactos".

Las gráficas muestran en las ordenadas el cociente  $R_w / R_e$  ( rigidez obtenida por medio de las Fórmulas de Wilbur / rigidez lateral "exacta" ) y en las abscisas los valores de rigidez angular  $r_a$  .

En cada gráfica se indica el entrepiso de la estructura en que se calculó la rigidez lateral y el número de crujeas del marco.

Será necesario buscar la curva correspondiente al número total de niveles del marco y así encontrar el valor adecuado. Es de mencionarse —



que sólo se obtuvieron las gráficas para marcos hasta de 4 crujeas, ya que se encontró que la variación para marcos con más crujeas, en %, es mínima con respecto a los valores de esos marcos.

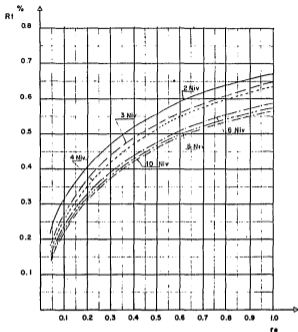
Los casos estudiados para el cálculo de rigideces laterales en marcos que tengan el 1er. entrepiso con mayor altura que los restantes se graficaron en las figuras 49 a 72.

Las figuras son similares en su presentación a las obtenidas para los marcos con alturas de entrepiso iguales, añadiéndose en cada una la altura del primer entrepiso, como factor de la altura tipo.

Cabe hacer notar que la rigidez lateral del 1er. entrepiso está relacionada con la altura real de las columnas, debiéndose obtener así dos valores de rigideces totales para el marco.

De manera similar a lo obtenido para el caso de alturas de entrepiso iguales, se dibujaron gráficas para las relaciones  $R_w/R_e$  hasta el 3er. entrepiso.

Otro tipo de gráficas que se realizaron y que sirven para visualizar el efecto en la rigidez lateral, a través de la altura del marco, debido al cambio de altura del 1er. entrepiso son las que se presentan en las figuras 85 a 89. Así se observa como influye una altura mayor en el 1er. entrepiso, siendo más sensible en estructuras con  $\bar{I}_0$  grande. Además el efecto en sentido vertical decrece rápidamente, afectando sólo a los primeros niveles.



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n 12 E I_c}{h^3}$$

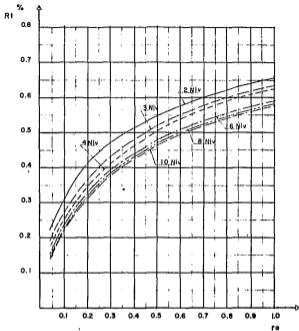
RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

Entrepiso,  $l^*$   
No. de crujeas  $l$

- $E$  = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- $I_c$  = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- $I_t$  = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- $h$  = Altura de entrepiso (cm)
- $l$  = Claro entre ejes de columna (cm)
- $n$  = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 1



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{E}{h^3} \sum_{i=1}^n \frac{12 E_i I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{E}{h} \sum_{i=1}^n \frac{I_c}{h}$$

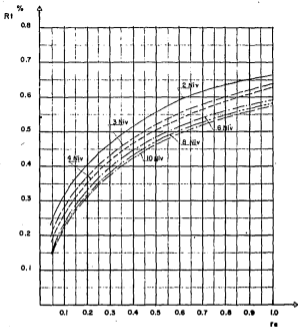
RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 2

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
 I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
 I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
 h = Altura de entrepiso (cm)  
 j = Claro entre ejes de columna (cm)  
 n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 2



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{n}{h} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

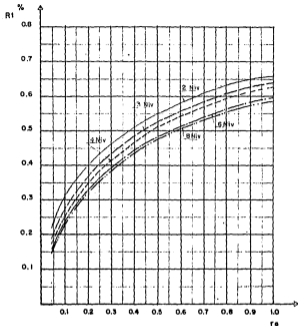
$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

- E \* Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> \* Inercia de columnas (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> \* Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h \* Altura de entrepiso (cm)
- l \* Claro entre ejes de columna (cm)
- n \* Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°  
No. de crujeas 3

FIGURA No. 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{E}{h^3} \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c I_t}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{E}{h} \sum_{i=1}^n \frac{I_t}{I_c}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 4

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

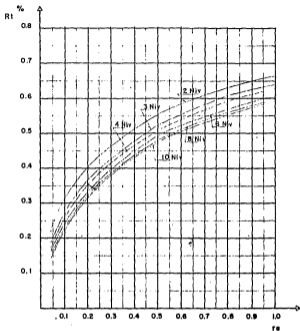
I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 4



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{D}{M} \frac{12 E I_c}{a^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

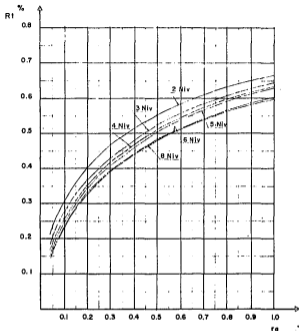
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{I_t}{l^3}}{\sum_{i=1}^n \frac{I_c}{h^3}}$$

Entrepiso 1°

No. de crujeas 5

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No 8



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum \frac{12 E I_c}{h^3}$$

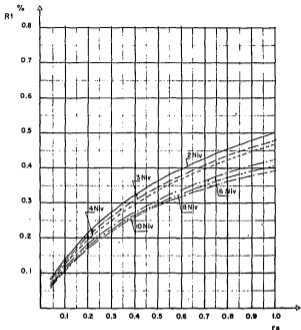
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum I_t}{\sum I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°  
No. de crujeas 6

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 6



$$R_1 = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{12EI_c i^3}{h^3}}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{I_t i^3}{h}}$$

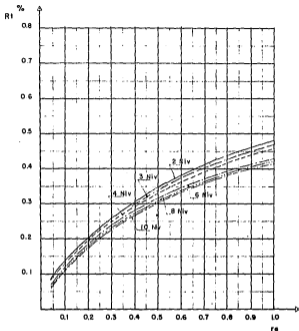
RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2

No de cruçías 1

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso





$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c l_i}{h^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

Entrepiso 2°

No. de crujeas 2

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

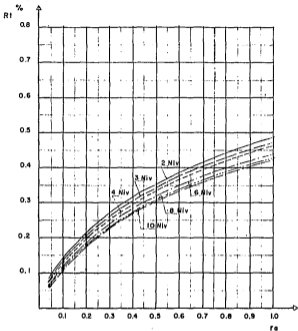
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12EJ_c l_i}{h^3}$$

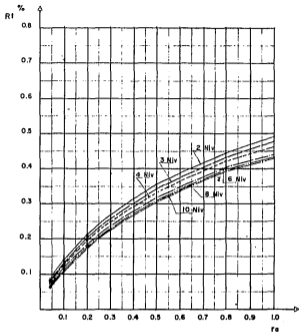
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} J_t / l_i}{\sum_{i=1}^n J_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°  
No. de crujiás 3

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- J<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- J<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 9



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i_c}{h^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

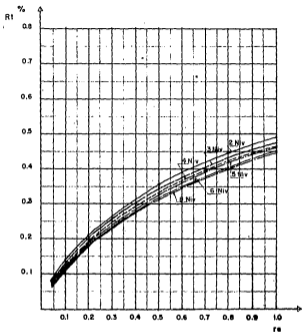
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

Entrepiso 2°

No. de crujeas 4

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 10



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{1}{h} \frac{12 E \sum c_i}{n^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (I_c / h)}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 5

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

c = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

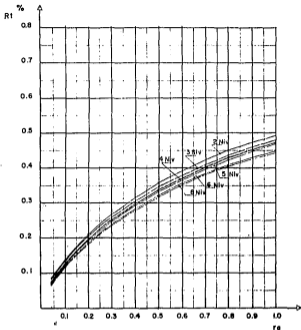
I = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. II



$$R1 = \text{Rigidez total} = \frac{n}{m} \frac{12E(c_i)}{h^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

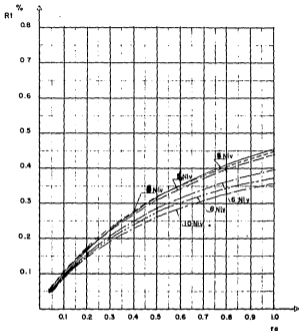
$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} I_t / I_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

Entrepiso 2°

No. de crujeas 8

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 18



$$R_l = \text{Rigidez total} = \frac{h}{(n)} \frac{12 E I_c I_t}{h^3}$$

$$r_o = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / h}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 1

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

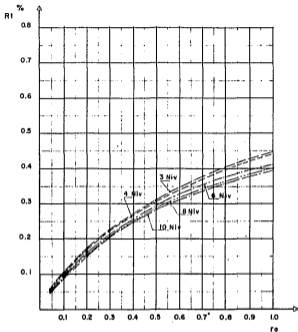
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$R1 = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} (I_t / l_i)}{\sum_{i=1}^{n_i} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3'

No. de crujeas 2

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

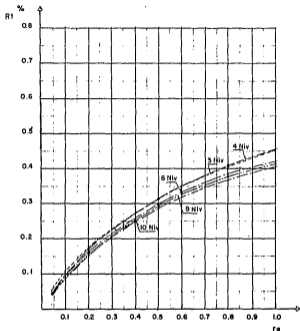
I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 14



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{n}{h^3} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (I_i/h)}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c/h}$$

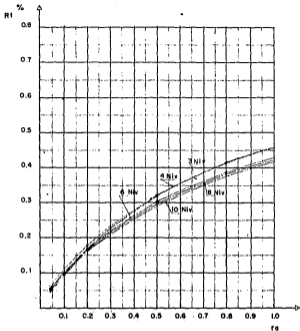
RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3'

No. de crujeas 3

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
 I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
 I<sub>i</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
 h = Altura de entrepiso (cm)  
 l = Claro entre ejes de columna (cm)  
 n = Número de columnas del entrepiso





$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n I_c E_i c_i}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / h}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeos 4

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

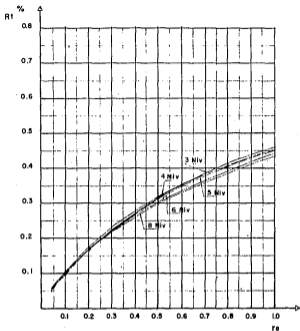
I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 16



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n 12 E I_c i}{h^3}$$

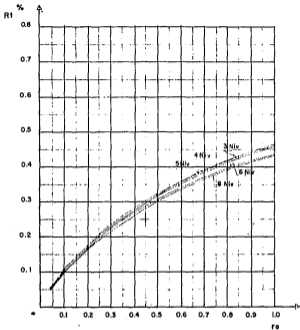
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_b / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

- E** = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
**I<sub>c</sub>** = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
**I<sub>b</sub>** = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l** = Claro entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3'

No. de crujeas 5



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{(i)} \frac{12 E [c_i]}{h^3}$$

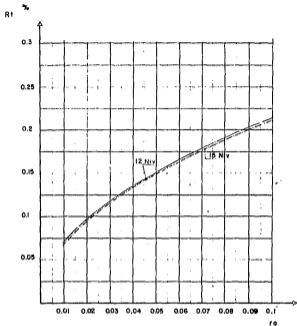
$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{(i)} [I_c / l_i]}{\sum_{(i)} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3'

No. de crujeas 6

- E = M6dulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- [c = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- [t = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = N6mero de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c}{h^3}$$

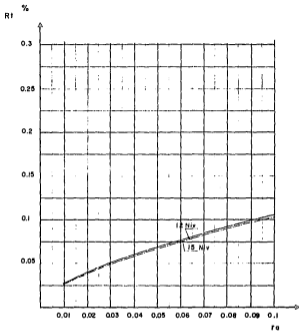
$$ra = \text{Rigidez angular} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{I_t/E_t}{I_c/h}$$

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 1



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{n}{m} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

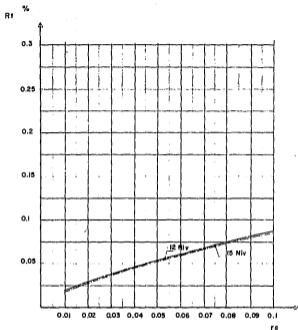
$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (I_b / l_i)}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

- E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>b</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 1



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum \frac{12 E I_c}{m h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum I_t / l^3}{\sum I_c / h^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (l/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 1

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

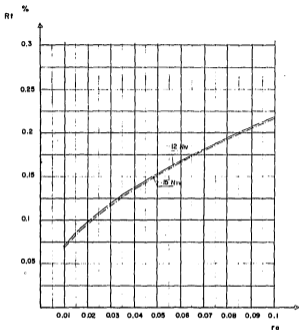
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$Rl = \text{Rigidez total} = \frac{E}{m} \frac{12 E_c I_c}{h^3}$$

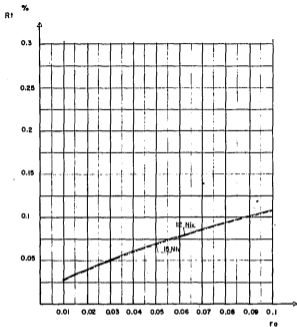
$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1\*

No. de crujeas 2

- \*  
 E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
 I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
 I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
 h = Altura de entrepiso (cm)  
 l = Claro entre ejes de columna (cm)  
 n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{(n)} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

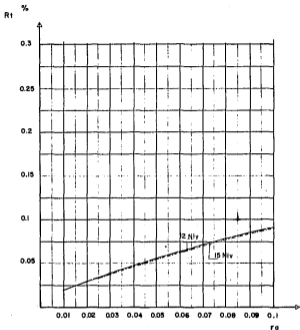
$$ra = \text{Rigidez angular} = \sum_{(n)} \frac{I_t / l}{I_c / h}$$

Entrepiso 2°

No. de crujeas 2

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso





$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{E}{h^3} \sum_{i=1}^n 12 I_c I_t$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / I_t}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 2

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

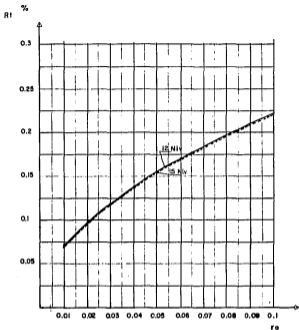
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

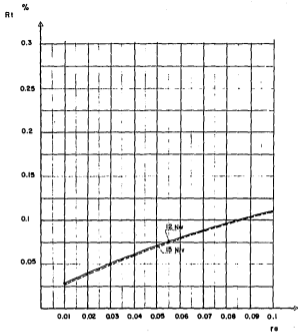
l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujiás 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{2}{3} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\frac{1}{3} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 3

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

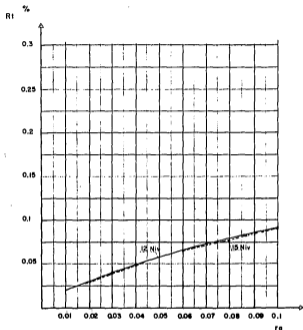
I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 28



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

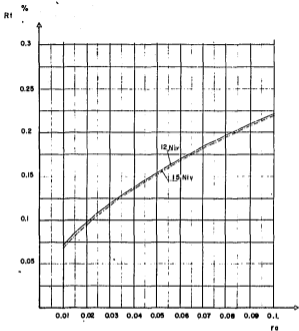
n = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3

FIGURA No. 27



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 4

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

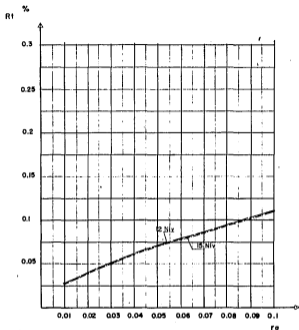
I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

FIGURA No. 28



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{r}{(n)} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

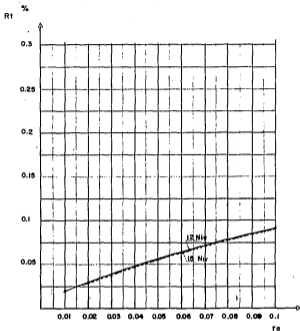
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_i / l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (1/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 4

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>i</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso



$$Rl = \text{Rigidez total} = \frac{1}{(n)} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 4

E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

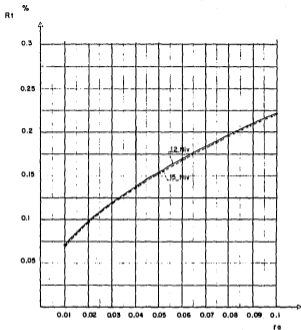
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{(n)} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \sum_{(n)} \frac{I_t / l}{I_c / h}$$

**Entrepiso 1°**

**No. de crujeas 6**

$E$  = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

$I_c$  = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

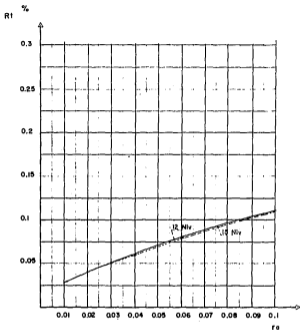
$I_t$  = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

$h$  = Altura de entrepiso (cm)

$l$  = Claro entre ejes de columna (cm)

$n$  = Numero de columnas del  
entrepiso





$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{n}{m} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 5

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

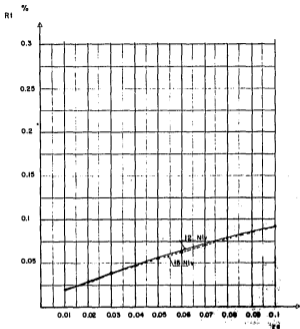
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del  
entrepiso



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \frac{R_i E_i I_i}{h^3}$$

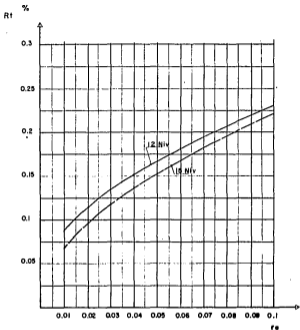
$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_i / E_i}{\sum_{i=1}^n I_i / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 5

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c l_i}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (I_t / l_i)}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

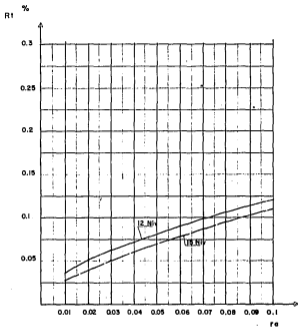
l<sub>i</sub> = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 6



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n 12 E I_c l_i}{h^3}$$

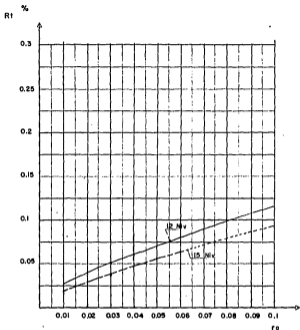
$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

- E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 6



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c l_i}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 6

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

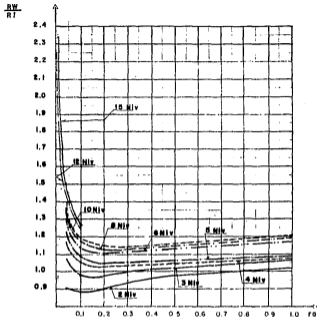
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del  
entrepiso



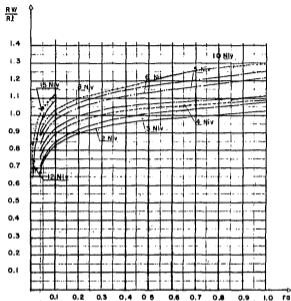
$R_W$  = Rigidez lateral según formulas de Witbur

$R_T$  = Rigidez lateral "exacta"

$r_a$  = rigidez angular

Entrepiso 1<sup>o</sup>  
No. de crujeas 1

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



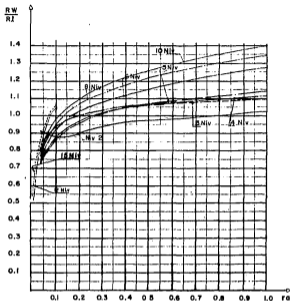
$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rl$  = Rigidez lateral "exacto"

$ra$  = rigidez angular

Entrepiso 2°  
No. de crujiás 1

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

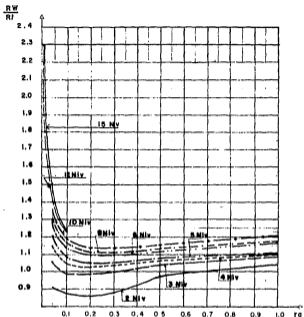
$RJ$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

Entrepiso 3°  
No. de crucijas 1

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL





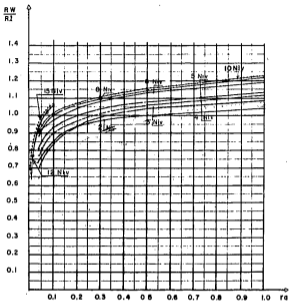
RW = Rigidez lateral según formulas de Witbur

Rl = Rigidez lateral "exacta"

ra = rigidez angular

Entrepiso 1°  
No. de crujeas 2

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

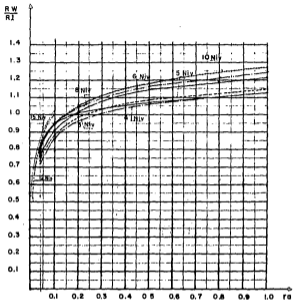
$RJ$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

Entre piso 2°  
No. de cruces 2

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

FIGURA No. 41



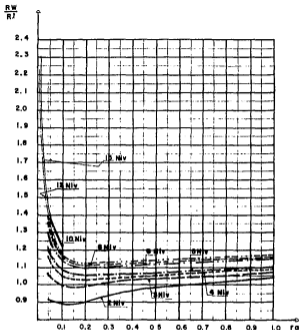
$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$RJ$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

Entre piso 3°  
No. de cruces 2

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



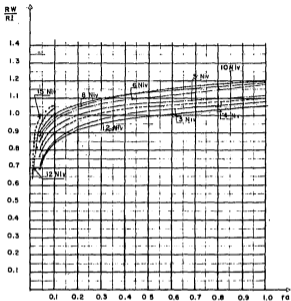
RW = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

Rf = Rigidez lateral "exacta"

ra = rigidez angular

Entrepiso 1°  
No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



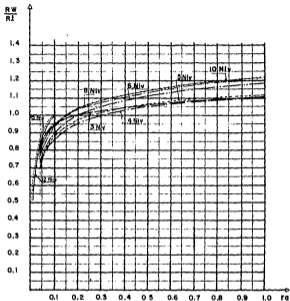
RW = Rigidez lateral según formulas de Witbur

Rf = Rigidez lateral "exacta"

ra = rigidez angular

Entrepiso 2°  
No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



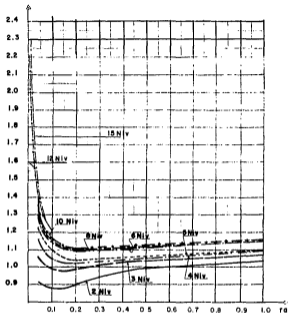
$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rf$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

Entre piso 3°  
No. de crujeles 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

$\frac{R_W}{R_I}$ 

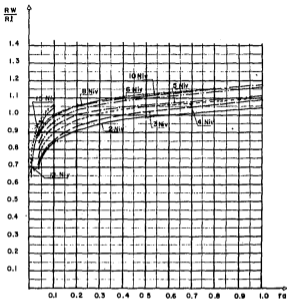
$R_W$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$R_I$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

Entrepiso 1°  
No. de crujeas 4

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



RW = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

Rl = Rigidez lateral "exacta"

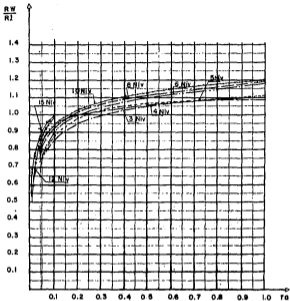
ra = rigidez angular

Entrepiso 2°  
No. de crujeas 4

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

FIGURA No. 47





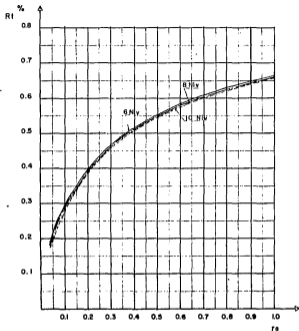
$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rl$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

Entrepiso 3°  
No. de crujeles 4

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{n}{(1)} \frac{12 E I_c l}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n/2} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^{n/2} I_c / h}$$

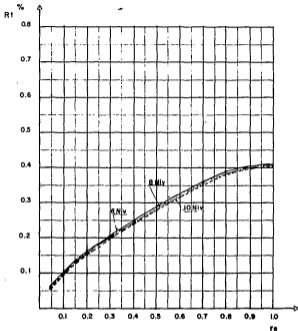
**E** = Módulo de elasticidad ( $t/cm^2$ )  
**I<sub>c</sub>** = Inercia de columna ( $cm^4$ )  
**I<sub>t</sub>** = Inercia de trabe ( $cm^4$ )  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l** = Círculo entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 1.25 h$$

RIGIDEZ LATERAL ( $t/cm$ )

Entrepiso 1°

No. de crujeas 3



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{\sum (n) \cdot 12 E I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{(n)} 3 I_t / l}{\sum_{(n)} I_c / h}$$

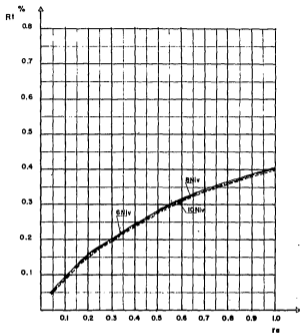
- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

$$h^* = 1.25 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 3



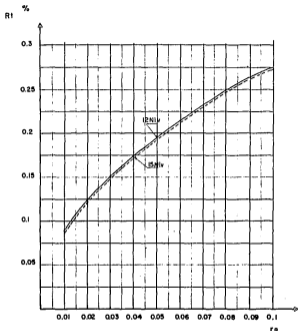
$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{n}{h^3} \frac{12 E I_c}{n^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / h}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

- E** = Módulo de elasticidad ( $t/cm^2$ )  
**I<sub>c</sub>** = Inercia de columna ( $cm^4$ )  
**I<sub>t</sub>** = Inercia de trabe ( $cm^4$ )  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l** = Claro entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

$h' = 1.25 h$   
 RIGIDEZ LATERAL ( $t/cm$ )

Entrepiso 3°  
 No. de crujeas 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{E}{h^3} \sum_{i=1}^n \frac{12 E_i I_i}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{E}{h} \frac{\sum_{i=1}^n I_i / h}{\sum_{i=1}^n I_i / h}$$

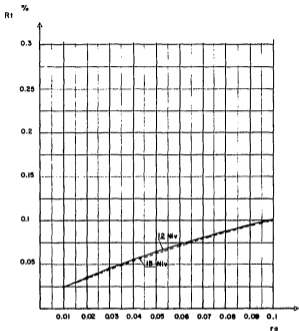
- E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 1.25 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujiás 3



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$n' = 1.25 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h_i}$$

Entrepiso 2°

No. de crujeas 3

E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

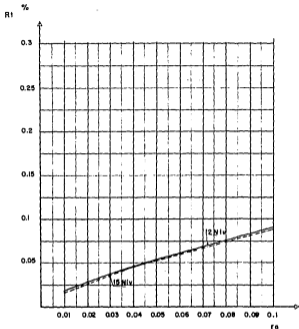
I<sub>c</sub> = inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

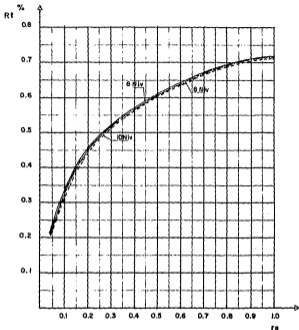
**E** = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
**I<sub>c</sub>** = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
**I<sub>t</sub>** = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l** = Claro entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 1.25h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{h}{10} \frac{12EJc}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum \frac{2I_t/l_t}{h}}{\sum \frac{I_c}{h}}$$

E \* Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> \* Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> \* Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h \* Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n \* Número de columnas del entrepiso

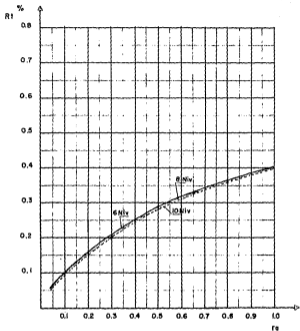
**h' = 1.50h**

**RIGIDEZ LATERAL (t/cm)**

**Entrepiso 1\***

**No. de crujeas 3**





$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$h^3 = 1.50 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_f / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

Entrepiso 2°

No. de crujeos 3

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

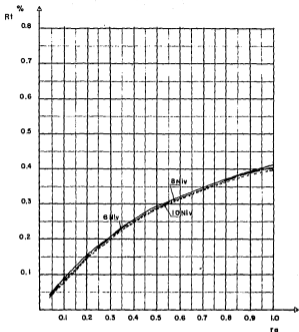
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>f</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

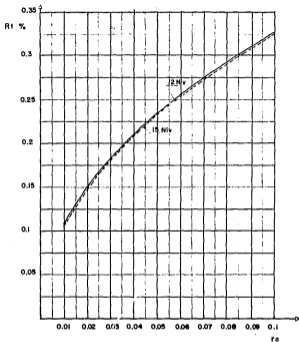
- E** = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
**I<sub>c</sub>** = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
**I<sub>t</sub>** = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l** = Claro entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 1.50 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujiás 3



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_t / l)}{\sum_{i=1}^n (I_c / h)}$$

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

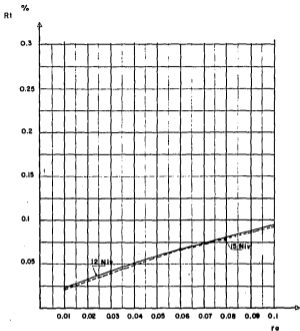
n = Número de columnas del entrepiso

**h' = 1.50 h**

**RIGIDEZ LATERAL (t/cm)**

**Entrepiso 1°**

**No. de crujeas 3**



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{E}{h} \sum_{i=1}^n \frac{12 I_c I_t}{b^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_c / I_t}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

$E$  = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

$I_c$  = inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

$I_t$  = inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

$h$  = Altura de entrepiso (cm)

$\bar{l}$  = Claro entre ejes de columna (cm)

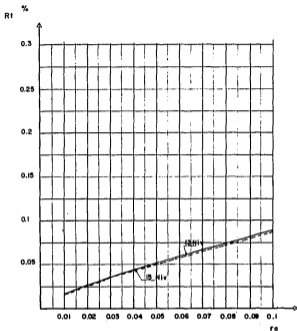
$n$  = Número de columnas del entrepiso

$h = 1.50 h$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{6}{(n)} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$h' = 1.50h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_b / l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3

E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

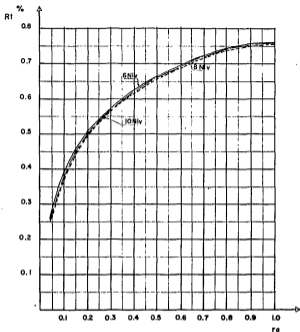
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>b</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{n}{\sum (n)} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

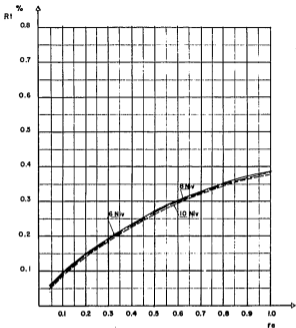
$$h' = 1.75 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^{n-1} I_c / h}$$

Entrepiso 1°  
No. de crujeas 3

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso



$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n} \frac{12 E I_c l_i}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

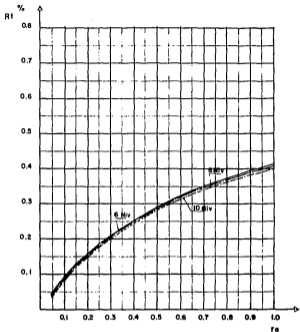
**E** = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
**I<sub>c</sub>** = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
**I<sub>t</sub>** = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l<sub>i</sub>** = Clara entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 1.75 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeas 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{P}{\sum \frac{1}{h}} - \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum \frac{I_t}{h}}{\frac{E I_c}{h}}$$

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Clara entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

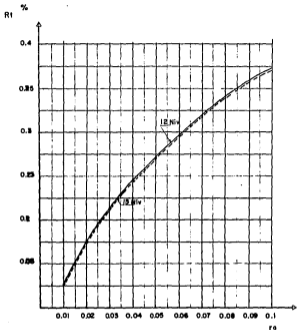
$$h^3 = 1.75 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3





$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{\pi}{32} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{I_t}{l_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{I_c}{h}}$$

$$n^2 = 1.75 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 3

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

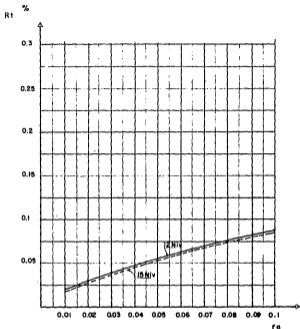
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Clara entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c L}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

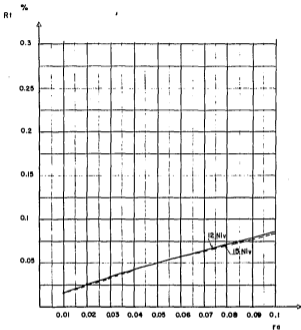
**E** = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)  
**I<sub>c</sub>** = inercia de columna (cm<sup>4</sup>)  
**I<sub>t</sub>** = inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)  
**h** = Altura de entrepiso (cm)  
**l** = Claro entre ejes de columna (cm)  
**n** = Número de columnas del entrepiso

**h<sup>3</sup> = 1.75 h**

**RIGIDEZ LATERAL (t/cm)**

**En trapeso 2°**

**No. de crujeas 3**



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{(i)} 12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{(i)} 12 I_t}{12 I_c / h}$$

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

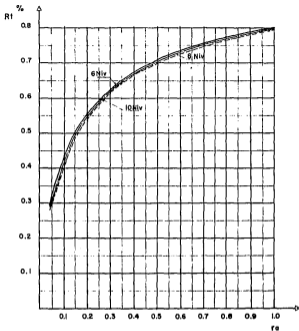
n = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 1.75 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

**Entrepiso 3°**

No. de crujiás 3



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

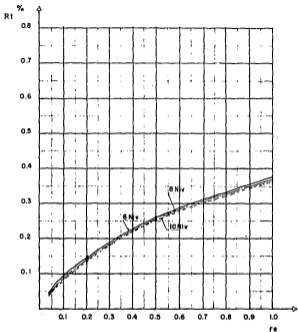
$$h = 2.0 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 3

- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{1}{n} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} I_t / l_i}{\sum_{i=1}^{n+1} I_c / h}$$

$$h' = 2.0 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeos 3

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

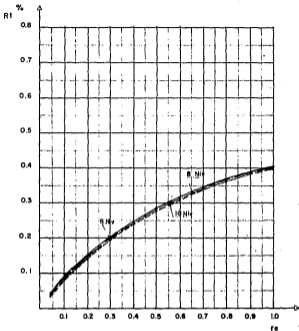
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$$R_t = \text{Rigidez total} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E I_c i}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} I_y / l}{\sum_{i=1}^{n+1} I_c / h}$$

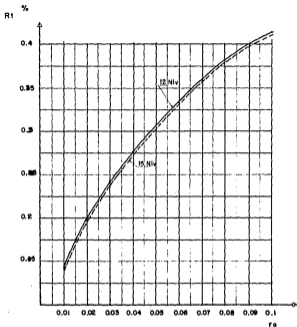
- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

$$h' = 2.0 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n 12 E_i I_i}{n^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} I_i / I_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

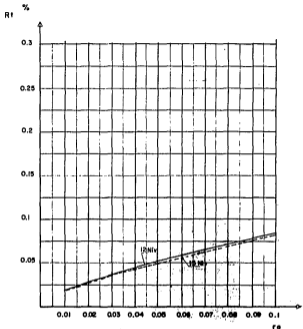
- E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

$$h^* = 2.0 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 1°

No. de crujeas 3



$$Rt = \text{Rigidez total} = \frac{1}{14} \frac{12 E I_c}{h^3}$$

$$ra = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n I_t / l_i}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

- E = Modulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)
- I<sub>c</sub> = inercia de columna (cm<sup>4</sup>)
- I<sub>t</sub> = inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)
- h = Altura de entrepiso (cm)
- l = Claro entre ejes de columna (cm)
- n = Número de columnas del entrepiso

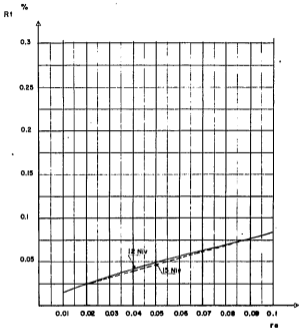
$$h = 2.0h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 2°

No. de crujeños 3





$$R_t = \text{Rigidez total} = \frac{\sum_{i=1}^n 12 E I_c}{h^3}$$

$$r_a = \text{Rigidez angular} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_t / I_i)}{\sum_{i=1}^n I_c / h}$$

$$h' = 2.0 h$$

RIGIDEZ LATERAL (t/cm)

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3

E = Módulo de elasticidad (t/cm<sup>2</sup>)

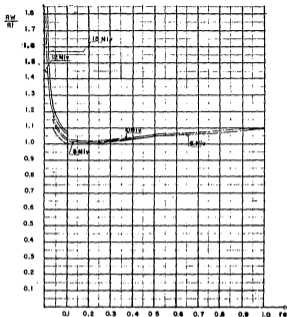
I<sub>c</sub> = Inercia de columna (cm<sup>4</sup>)

I<sub>t</sub> = Inercia de trabe (cm<sup>4</sup>)

h = Altura de entrepiso (cm)

l = Claro entre ejes de columna (cm)

n = Número de columnas del entrepiso



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rl$  = Rigidez lateral "exacta"

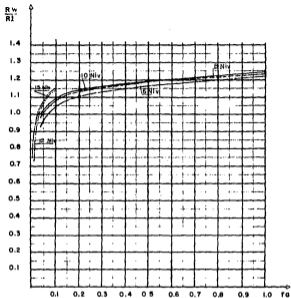
$ra$  = rigidez angular

$h' = 1.25h$

Entrepiso 1°

No. de cruces 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$R_w$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$R_l$  = Rigidez lateral "exacta"

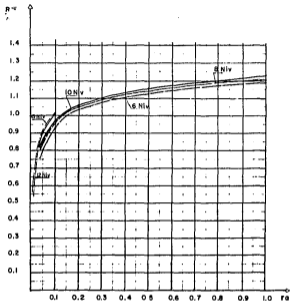
$F_a$  = rigidez angular

$h' = 1.25 h$

Entrepiso 2°

No. de cruces 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rf$  = Rigidez lateral "exacta"

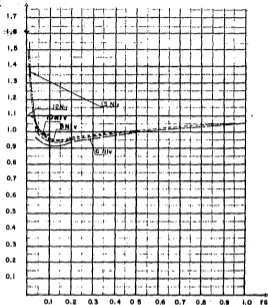
$ra$  = rigidez angular

$h' = 1.25 h$

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3

VARIACIÓN DE RIGIDEZ LATERAL

$\frac{RW}{R}$ 

$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$R$  = Rigidez lateral "exacta"

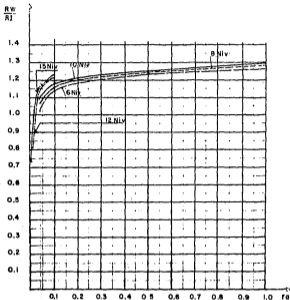
$Ra$  = rigidez angular

$h' = 1.50 h$

Entrepiso 1°

No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$R_w$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$R_1$  = Rigidez lateral "exacta"

$r_a$  = rigidez angular

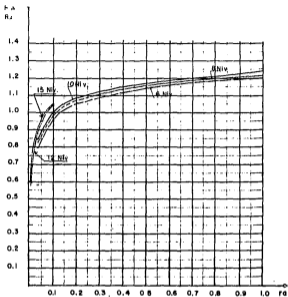
$h' = 1.50 h$

Entrepiso 2°

No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

FIGURA No. 77



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rf$  = Rigidez lateral "exacta"

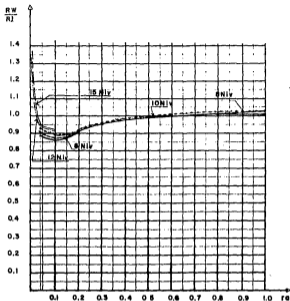
$ra$  = rigidez angular

$h' = 1.50 h$

Entrepiso 3°

No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$RJ$  = Rigidez lateral "exacta"

$r_a$  = rigidez regular

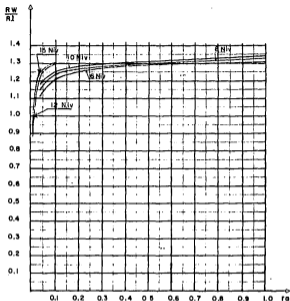
$h' = 1.75 h$

Entrepiso 1°

No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL





$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rl$  = Rigidez lateral "exacta"

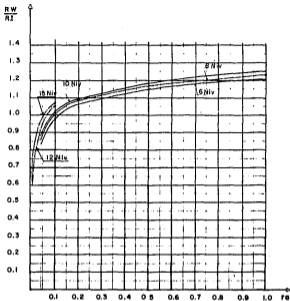
$ra$  = rigidez angular

$h' = 1.75h$

Entre piso 2°

No. de cruces 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rl$  = Rigidez lateral "exacta"

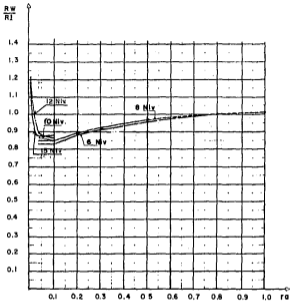
$ra$  = rigidez angular

$h = 1.75 h$

Entrepiso 3°

No. de cruces 3

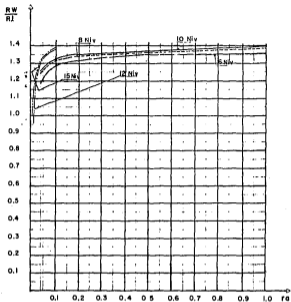
VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$R_w$  = Rigidez lateral según formulas de Witbur  
 $R_l$  = Rigidez lateral "exacta"  
 $r_a$  = rigidez angular

$h^1 = 2.0 h$   
 En trépico 1°  
 No. de crujeas 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



RW = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

Rl = Rigidez lateral "exacta"

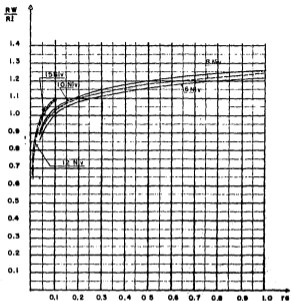
ra = rigidez angular

$h' = 2.0h$

Entrepiso 2°

No. de cruces 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL



$RW$  = Rigidez lateral según formulas de Wilbur

$Rl$  = Rigidez lateral "exacta"

$ra$  = rigidez angular

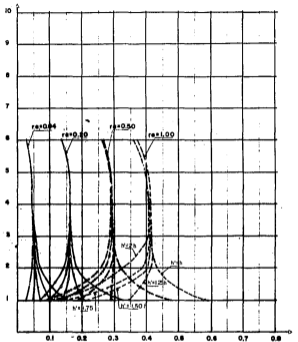
$h = 2.0h$

Entrepiso 3°

No. de cruces 3

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

NIVEL



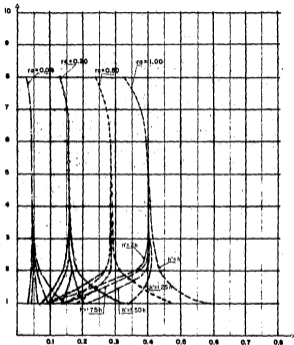
R1 = Rigidez total  
 $r_a$  = rigidez angular  
 $N$  = altura lateral  
 $h$  = altura tipo

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

6 Niveles

FIGURA No. 88

NIVEL

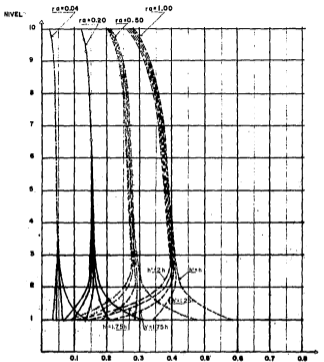


$R_1$  = Rigidez total  
 $r_a$  = rigidez angular  
 $N$  = altura de nivel  
 $h$  = altura tipo

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

8 Niveles

FIGURA No. 88

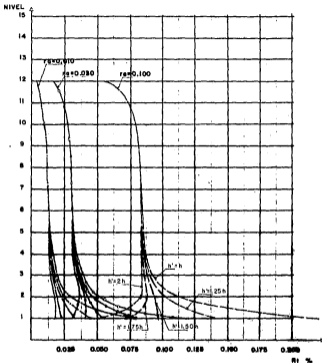


$R_1$  = rigidez total  
 $r_a$  = rigidez angular  
 $M$  = altura  $i^o$  nivel  
 $h$  = altura tipo

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

10 Niveles



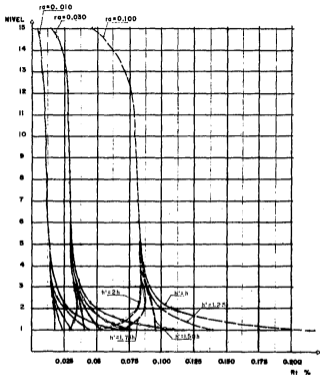


$R_t$  = Rigidez total  
 $r_a$  = rigidez angular  
 $h'$  = altura al nivel  
 $h$  = altura tipo

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

12 Niveles

FIGURA No. 88



$R_t$  = Rigidez total  
 $ra$  = rigidez angular  
 $N'$  = altura al nivel  
 $h$  = altura tipo

VARIACION DE RIGIDEZ LATERAL

15 Niveles

FIGURA No. 88

## CAPITULO III A

## FORMULAS PARA CALCULO DE RIGIDEZ LATERAL EN MARCOS PLANOS.-

Las siguientes fórmulas se desarrollaron a partir de los resultados obtenidos en puntos discretos de las gráficas % R<sub>c</sub> = " r<sub>α</sub> ", para los casos indicados, y aproximadas por medio del Método de Mínimos Cuadrados y la fórmula básica  $y = a + b \ln x$ , donde  $y = \% R_c$  y  $x = " r_{\alpha} "$ .

Sólo en los valores mínimos extremos se encontró falta de aproximación, por lo que se deberá restringir su aplicación a los siguientes rangos:

$$\text{Marcos de 2 a 10 niveles} \quad " r_{\alpha} " \geq 0.08$$

$$\text{Marcos de 12 a 15 niveles} \quad " r_{\alpha} " \geq 0.02$$

MARCOS DE 2 a 5 NIVELES

$$h^i = h$$

## 1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0.615 + 0.0125 (5 - N) + [0.15 - (0.00078 (5 - N))] \ln " r_{\alpha} "$$

## 2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0.42 + 0.01 (5 - N) + [0.1224 + 0.0015 (5 - N)^{1.5}] \ln " r_{\alpha} "$$

## 3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0.40 + 0.01 (5 - N) + [0.1218 + 0.03 (5 - N)] \ln " r_{\alpha} "$$

N = Número de niveles

MARCOS DE 8 A 10 NIVELES

$h' = h$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,551 + 0,0053 ( 10 - N ) + 0,1373 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,367 + 0,0062 ( 10 - N ) + \left[ 0,107 + 0,0014 ( 10 - N ) \right] \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,333 + 0,0073 ( 10 - N ) + \left[ 0,10 + 0,0018 ( 10 - N ) \right] \ln " f_a "$$

$h' = 1,25 h$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,656 + 0,002 ( 10 - N ) + 0,154 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,376 + 0,003 ( 10 - N ) + 0,114 \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,37 + 0,003 ( 10 - N ) + \left[ 0,114 + 0,0007 ( 10 - N ) \right] \ln " f_a "$$

$h' = 1,50 h$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,718 + 0,002 ( 10 - N ) + 0,161 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,366 + 0,0018 ( 10 - N ) + 0,111 \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,372 + 0,0026 ( 10 - N ) + \left[ 0,115 + 0,0008 ( 10 - N ) \right] \ln " f_a "$$

MARCOS DE 6 A 10 NIVELES

$h' = 1,75 h$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,769 + 0,0017 (10 - N) + \left[ 0,164 + 0,00065 (10 - N) \right] \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,347 + 0,002 (10 - N) + \left[ 0,105 + 0,00045 (10 - N) \right] \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,399 + 0,003 (10 - N) + \left[ 0,115 + 0,0009 (10 - N) \right] \ln " f_a "$$

$h' = 2,00 h$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,807 + 0,0018 (10 - N) + 0,162 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,333 + 0,0023 (10 - N) + \left[ 0,102 + 0,0005 (10 - N) \right] \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,364 + 0,0034 (10 - N) + \left[ 0,114 + 0,001 (10 - N) \right] \ln " f_a "$$

MARCOS DE 12 A 15 NIVELES

$h' = h$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,361 + 0,0683 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,1876 + 0,037 \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,1693 + 0,0325 \ln " f_a "$$

MARCOS DE 12 A 15 NIVELES

$h' = 1,25 \text{ h}$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,454 + 0,0831 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,1724 + 0,0343 \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,1538 + 0,0316 \ln " f_a "$$

$h' = 1,50 \text{ h}$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,5332 + 0,0964 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,1809 + 0,03117 \ln " f_a "$$

$h' = 1,75 \text{ h}$

1° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,6149 + 0,111 \ln " f_a "$$

2° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,6149 + 0,111 \ln " f_a "$$

3° ENTREPISO

$$\% R_c = 0,1463 + 0,03 \ln " f_a "$$

MARCOS DE 12 A 15 NIVELES

$h' = 2'00 h$

1° ENTREPISO

$\% R_c = 0,0813 + 0,1212 \ln " f_a "$

2° ENTREPISO

$\% R_c = 0,1421 + 0,0278 \ln " f_a "$

3° ENTREPISO

$\% R_c = 0,143 + 0,03 \ln " f_a "$

## INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS Y EJEMPLOS.-

La interpretación de los resultados se dividirá en secciones, de acuerdo a los grupos de figuras que se desarrollaron,

1. Marcos con altura de entrepisos iguales (Figuras 1 a 36),  
En estos casos se aprecia que la variación de rigidez lateral para  $n$  nivel y número de crujeas dados se incrementa en función de la rigidez angular  $\bar{r}_a$ , con curvas de tipo hiperbólico. Esto significa que para valores de  $\bar{r}_a$  creciente se tenderá a un valor máximo, que en este tipo de problemas es el 100% de rigidez total, considerando que las columnas estuvieran conectadas arriba y abajo a trabes infinitamente rígidas.

Es importante mencionar que incrementos reducidos de  $\bar{r}_a$  en el rango de 0,05 a 0,25 conducen a un incremento alto de rigidez lateral. Tomando en cuenta que  $\bar{r}_a$  es proporcional en razón lineal a la inercia de las trabes y ésta a su vez proporcional al cubo del peralte de las mismas, se entenderá que un aumento reducido en peralte para las trabes en el rango de  $\bar{r}_a$  mencionado produce efectos muy favorables para la rigidez lateral del marco.

Siempre ha existido la interrogante de saber, cuando se utilizan las Fórmulas de Wilbur, que será más conveniente para incrementar la rigidez lateral de un marco, si aumentar las dimensiones de columnas o trabes e las dos. Aunque se puede inducir de forma indirecta manejando los términos de las fórmulas por separado, ésto se tiene que hacer por tanteos.



Manejando las figuras desarrolladas se podrá mejorar la exactitud en estos aspectos.

De acuerdo a los resultados obtenidos en las diferentes figuras presentadas para los marcos de diferentes niveles y número de crujeas, se encuentra que el valor crítico de rigidez lateral se encuentra al menos en el segundo o tercer nivel, según el caso, pero nunca en el 1er. nivel.

Cuando se hace disminución de dimensiones a través de la altura del marco los entrepisos críticos tienden a ser los superiores. Ver - anexo 2.

(Recordemos que estamos trabajando con marcos de alturas de entrepiso constante).

Comparando las gráficas equivalentes para 1° y 2° nivel, se aprecia una disminución notable en rigidez lateral, siendo que para el tipo de fuerzas horizontales con que se está operando la disminución en fuerza cortante del 1° al 2° nivel es mínima.

También es de observarse que las gráficas para marcos con diferentes niveles son prácticamente equidistantes, lo que facilita y avala las extrapolaciones para marcos con un número diferente de niveles.

## 2. Variación de rigideces laterales, calculadas según Fórmulas de "Wilbur" y valores "exactos". (Figuras 37 a 48).-

Este grupo de gráficas permite calibrar los valores obtenidos de rigidez lateral, en marcos con las mismas características que lo explicado en la sección 1, calculados según las Fórmulas de Wilbur, con los -

valores encontrados según la manera " exacta " .

Según se observa en las diferentes gráficas, las fórmulas de Wilbur tienden a proporcionar valores cercanos a los exactos en el rango de  $f_a$  de 0,2 a 0,8, y contrario a la creencia general, al aumentar el valor de  $f_a$  la discrepancia de los valores también aumenta.

En cambio para valores de  $f_a$  menores a 0,2 la variación es muy notoria, sobrevaluándose la rigidez para el 1er. nivel y subvaluándose en el 2º y 3er. nivel. Para marcos de 2 a 10 niveles y en cualquiera de los 3 primeros niveles, en marcos de 12 a 15 niveles, los valores que se obtienen por medio de la fórmula de Wilbur para el 1er. entrepiso, en el rango estudiado, tienen diferencias significativas, en el 2º entrepiso el rango con buena aproximación ( $\pm 20\%$ ) es de 0,025 a 0,10 y para el 3er. entrepiso el rango de utilización se encuentra de 0,08 a 0,10.

3. Marcos con altura de 1er. entrepiso mayor a la altura tipo. (Fig. 49 a 72).-

Según se puede observar en las diferentes gráficas la forma de variación de la rigidez lateral es enteramente similar a lo expuesto en la sección 1, pero debiéndose tomar en cuenta la variable adicional, que implica tener que manejar dos alturas de entrepiso diferentes y - consecuentemente dos valores de rigidez lateral " completa ". Esto hace que no se pueda saber a priori en que nivel se presenta la rigi-

dez lateral "crítica" del marco,

En cada marco en particular deberá hacerse una serie de tanteos para definir que nivel será el crítico y ahí hacer los ajustes que se consideren necesarios. En general debe considerarse que a mayor altura del 1er. nivel tenderá a volverse crítico ese nivel. (Ver comentarios de sección 5).

4. Variación de rigideces laterales, calculadas según fórmulas de Wilbur y valores exactos, para marcos con altura de 1er. nivel mayor a la altura tipo (Fig. 73 a 84).-

Este conjunto de gráficas, similares en su contexto a las descritas en la sección 2, nos permite observar la variación en exactitud en el cálculo de la rigidez lateral por medio de las fórmulas de Wilbur, con relación a la "exacta", según la altura del 1er. nivel respecto a la altura tipo.

Según puede apreciarse, los valores obtenidos para el 1er. nivel son sensiblemente iguales con los dos métodos, independientemente de los valores de  $\bar{h}_1$ , habiendo discrepancias sólo para valores de  $\bar{h}_1$  muy reducidos.

En los valores para el 2º ó 3er. nivel sí hay diferencias que tienden a ser crecientes en razón directa con  $\bar{h}_1$ , pero sin llegar a 1,3 .

5. Variación de rigidez lateral a través de la altura del marco (Marcos con la altura del 1er. nivel mayor a la altura tipo) (Fig. 85 a 89).-

Estas gráficas permiten apreciar la variación de la rigidez lateral de los marcos con el número de niveles indicados, a través de su altura.

Se graficaron los valores obtenidos con un cálculo "exacto".

Según se puede observar, la variación de rigidez lateral en cada marco, considerando que se varió la altura del 1er. nivel en la proporción indicada, sólo se hace notoria en los primeros 2 ó 3 niveles, permaneciendo prácticamente sin alteración en los niveles superiores y por otro lado, casi constante el valor de rigidez lateral, decreciendo sólo en los últimos niveles. Esto justifica, por cierto, el usar los valores de rigidez lateral hasta el 3er. nivel exclusivamente.

Esto es válido cuando no se modifican las dimensiones de columnas y trabes a través de la altura. Ver anexo 2 .

#### 6. Ejemplos de aplicación de las gráficas.-

A continuación se presenta una serie de ejemplos para los cuales se hace uso de las gráficas desarrolladas. Se hace necesario mencionar que los marcos referidos pertenecen a proyectos reales, desarrollados por el suscrito a través de un desempeño profesional.

En estos marcos existen variaciones en las dimensiones de columnas y trabes en la altura del edificio.

EJEMPLO N° 1 .-

Descripción: Marco de 18 niveles, con 1 sótano, 3 crujeas, con el 1° nivel más alto que los demás (Ver Fig. A)

Las columnas en los niveles inferiores tienen una sección de 70x105 cms,  $I_c = \frac{70 \times 105^3}{12} = 6,752,812 \text{ cm}^4$   $E = 173,205 \text{ kg/cm}^2$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{440}{300} = 1.47 \sim 1.50$$

Cálculo de rigideces completas de los diferentes entrepisos

$$R_{C_1} = \frac{4 \times I_c E I}{h^3} = 659,065.1 \text{ kg/cm}$$

$$R_{C_2} = \frac{4 \times I_c E I}{h^3} = 2,079,376 \text{ kg/cm} = R_{C_3}$$

Cálculo de los valores de "  $r_0$  " de los entrepisos

$$\sum \frac{I}{L} \text{ traves} = 6,332 \quad \sum \frac{I}{h} \text{ columnas} = 61,389 \quad \sum \frac{I}{h} \text{ crujeas} = 90,037$$

$$r_{01} = \frac{6,332}{61,389} = 0.103$$

$$r_{02} = \frac{6,332}{90,037} = 0.070$$

Aplicando las gráficas desarrolladas

1° entrepiso Fig. 58  $R_1 = 0.325 R_{C_1}$

2° entrepiso Fig. 59  $R_2 = 0.075 R_{C_2}$

3° entrepiso Fig. 60  $R_3 = 0.066 R_{C_3}$

Comparación de resultados:

	Valores calculados con el método (t/cm)	Valores " exactos " (t/cm)	%
R 1	214,2	133,5 ( * )	160,5
R 2	155,9	143,9	108,4
R 3	137,2	133,2	103,0

( \* ) En el marco de comparación existe un sótano que altera las condiciones del 1° nivel.

EJEMPLO N°2 .-

Descripción: Marco de 9 niveles, sin sótano, 1 cruzía, con el 1° nivel más alto que los demás ( Ver fig. B )

Las columnas inferiores tienen una inercia de 832,000 cm<sup>4</sup>,

$$I_T = 1,353,000 \text{ cm}^4 \quad E = 158,100 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{538}{310} = 1.735 \approx 1.75$$

Cálculo de rigideces completas de los diferentes entrepisos

$$R_{C1} = \frac{2 \cdot 12 \cdot EI}{h_1^3} = 20,273 \text{ kg/cm}$$

$$R_{C2} = \frac{2 \cdot 12 \cdot EI}{h_2^3} = 105,969 \text{ kg/cm} = R_{C3}$$

Cálculo de los valores de "f<sub>0</sub>" de los entrepisos

$$f_{01} = \frac{1257.4}{1546.5 \cdot 2} = 0.4065 \quad f_{02} = \frac{1257.4}{2683.9 \cdot 2} = 0.2343$$

Aplicando las gráficas desarrolladas

1° nivel	Fig. 61	R <sub>1</sub> = 0.625 R <sub>T1</sub>
2° nivel	Fig. 62	R <sub>2</sub> = 0.16 R <sub>T2</sub>
3° nivel	Fig. 63	R <sub>3</sub> = 0.175 R <sub>T3</sub>

Comparación de resultados:

	Valores calculados con el método (t/cm)	Valores " exactos " (t/cm)	%
R <sub>1</sub>	12.67	10.78	117.8
R <sub>2</sub>	16.66	17.23	98.4
R <sub>3</sub>	18.54	17.71	104.72

Los valores obtenidos por medio de las Fórmulas de Wilbur

fueron :		%
R <sub>1</sub> = 11.23 t/cm		102.4
R <sub>2</sub> = 19.07 t/cm		110.7
R <sub>3</sub> = 20.11 t/cm		113.6

EJEMPLO N°3 .-

Descripción: Marco de 10 niveles, sin sótano, 2 crujeas, con el 1° nivel de doble altura ( Ver fig. C )

Las columnas en los niveles inferiores tienen una inercia de 5,841,214 cm<sup>4</sup> y las trabes 1,199,000 cm<sup>4</sup>.

$$E = 158,100 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de rigideces completas de los diferentes entrepisos

$$R_{c1} = \frac{3 \times R_{EF}}{h_1^3} = 84,762 \text{ kg/cm}$$

$$R_{c2} = \frac{3 \times 12 EI}{h_2^3} = 678,100 \text{ kg/cm} = R_{c3}$$

Cálculo de los valores de "f<sub>a</sub>" de los entrepisos

$$f_{a1} = \frac{2 \times 1310}{3 \times 7979.8} = 0.109 \quad f_{a2} = \frac{2 \times 1310}{3 \times 15959.6} = 0.0547$$

Aplicando las gráficas desarrolladas

1er nivel	Fig. 67	R <sub>1</sub> = 0.415 R <sub>c1</sub>
2º nivel	Fig. 68	R <sub>2</sub> = 0.05 R <sub>c2</sub>
3º nivel	Fig. 69	R <sub>3</sub> = 0.012 R <sub>c3</sub>

Comparación de resultados:

	Valores calculados con el método (t/cm)	Valores " exactos " (t/cm)	%
R <sub>1</sub>	35.18	42.98 ( * )	81.8
R <sub>2</sub>	33.9	37.90	89.4
R <sub>3</sub>	28.5	35.8	79.6

Los valores obtenidos por medio de las Fórmulas de Wilbur

fueron :

R <sub>1</sub>	= 28.78 t/cm	67.0%
R <sub>2</sub>	= 37.84 t/cm	91.8%
R <sub>3</sub>	= 35.18 t/cm	98.3%

( \* ) Estos valores se obtuvieron con fuerzas horizontales debidas a viento.

EJEMPLO N°4 ,-

Descripción: Marco de 10 niveles, sin sótano, 3 crujeas, con trabes muy penalizadas, 1° nivel igual de altura - que los otros ( Ver fig. D )

Las columnas tienen una inercia de 8,333,333 cm<sup>4</sup> ( 100x100) y las trabes 13,398,437 cm<sup>4</sup> ( 30x175 ). Se revisó el efecto de deformaciones por carga axial considerando en una " corrida " para las columnas  $A = 1000 A_c$ , así como en otra se revisó el efecto de " nudo " , tanto en columnas como trabes.

$$E = 200,000 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de rigidez completa " a ejes "

$$R_{C1} = R_{Cn} = \frac{4 \times I_c \times E}{320} = 1065.9 \text{ t/cm}$$

Cálculo del valor de "  $r_a$  "

$$r_a = \frac{13,398.4 \times 3}{2 \times 108.5 \times 4} = 0.42$$

Aplicando las gráficas desarrolladas

$$\begin{array}{lll} 1^{\text{er}} \text{ nivel} & \text{Fig. 3} & R_1 = 0.43 R_{C1} \\ 2^{\text{er}} \text{ nivel} & \text{Fig. 9} & R_2 = 0.275 R_{C2} \\ 3^{\text{er}} \text{ nivel} & \text{Fig. 15} & R_3 = 0.26 R_{C3} \end{array}$$

Comperación de resultados:

	Valores calc. método (t/cm)	Valores "exactos" a ejes (t/cm)	%	Val. "ex." $A = 1000 A_c$ (t/cm)	Val. "ex" "nudo" (t/cm)
R	802.3	903.1	88.8	915.5	2722.1
R	513.1	562.4	91.2	577.1	879.8
R	485.1	526.1	92.2	547.2	1057.8

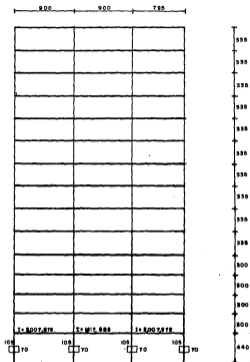
Según puede apreciarse, no tiene influencia significativa el efecto de deformaciones por carga axial en columnas ( máx. 4%), pero sí el efecto de " nudo " en la rigidez lateral, con diferencias de hasta 340% en el 1° nivel y 218% en el 3°.



Si se obtienen las rigideces laterales en los 3 primeros entrepisos utilizando unas inercias equivalentes de trabes y columnas considerando el efecto de nudo por medio de integración numérica con inercia en nudo = 50 veces la inercia nominal se obtienen los siguientes resultados, tomando en cuenta el valor correspondiente de  $f_a$  modificado

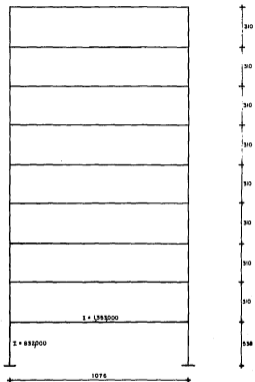
R 1 =	2782.4 T/cm	102.2 %	-L
R 2 =	1289.4 T/cm	145.6	
R 3 =	1153.7 T/cm	109.1	

Según puede apreciarse, los resultados son adecuados en el 1er. y 3er. entrepisos.



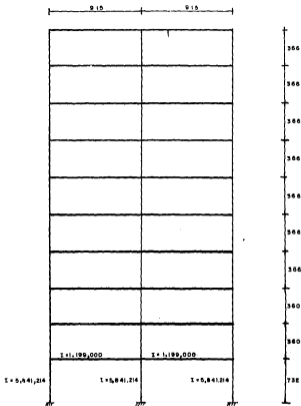
**MARCO DE EJEMPLO 1**

Fig. - A



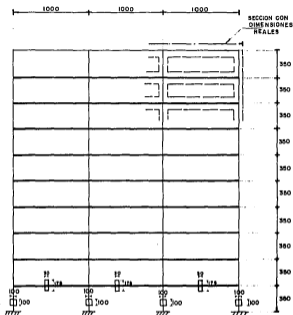
MARCO EJEMPLO 2

Fig. n. B



MARCO DE EJEMPLO 3

Fig. C



MARCO DE EJEMPLO 4

Fig. D

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES.-

En base al trabajo efectuado se llega a las siguientes conclusiones:

- 1.- Para los rangos estudiados de " $f_a$ " y número de niveles, la rigidez lateral considerada como porcentaje de la "rigidez total" de entrepiso, es independiente del número de crujeas de que se compone el marco y sólo en los casos donde afectan las deformaciones - por carga axial se pierde exactitud. Esto facilita el uso de las gráficas, ya que es posible utilizar sólo un grupo de ellas y obtener - valores representativos.
- 2.- En los casos de marcos sin variación de dimensiones en columnas y trabes en su altura los valores de rigidez lateral obtenidos para el 3er. entrepiso son representativos del comportamiento del marco, ya que el entrepiso crítico (el que tiene más desplazamiento relativo) se localiza en el 3° ó 4° entrepiso.
- 3.- En marcos donde se disminuyen gradualmente las dimensiones de columnas y trabes a través de su altura, los valores de rigidez lateral de los tres primeros niveles permanecen prácticamente iguales a los obtenidos para marcos con columnas y trabes constantes. Sin embargo el entrepiso crítico del marco se localiza en los niveles superiores, y su posición dependerá de la forma de disminución de secciones.

Se pueden calcular los valores de rigidez lateral de los entrepisos superiores, utilizando las gráficas desarrolladas para el 3er. entrepiso, si los valores de " $f_a$ " se conservan al menos como los va-

lores de los 2<sup>o</sup> primeros entrepisos, bajo las siguientes consideraciones:

A. En marcos con valores de "  $f_a$  " reducidos, podrá usarse el valor de la gráfica directamente. Los rangos son los siguientes:

Marcos de 2 a 10 niveles       $f_a \leq 0,10$

Marcos de 12 a 15 niveles       $f_a \leq 0,04$

B. En marcos con "  $f_a$  " mayores a los indicados en el punto A, la rigidez lateral de los entrepisos superiores se calculará utilizando el % de rigidez total de la "  $f_a$  " del 3er. entrapiso y la rigidez total correspondiente a las columnas del entrapiso respectivo.

Sólo se perderá aproximación en los últimos entrepisos.

4.- La influencia de las deformaciones por carga axial en los valores de rigidez lateral en marcos, se encontró como función no sólo de la relación de esbeltez del marco, sino también del valor de "  $f_a$  ". Deberán tomarse en cuenta estos efectos cuando se cumpla simultáneamente lo siguiente:

Marcos hasta de 10 niveles       $r.c. > 4,0$  y       $f_a > 0,0$

Marcos de 12 a 15 niveles       $r.c. > 5,0$  y       $f_a > 0,1$

5.- En marcos con altura de 1er. nivel mayor a la típica, la variación de los valores de rigidez lateral respecto a marcos con alturas de

entrepiso constantes se manifiesta sólo en los primeros niveles, conservándose valores similares en los superiores. Sin embargo cuando la altura de ese nivel es muy grande respecto a la tipo puede presentarse el efecto de " piso suave " que puede alterar la distribución de fuerzas horizontales calculadas con criterios estáticos, al utilizar - criterios dinámicos.

6.- Según puede apreciarse en las gráficas que relacionen los valores de rigidez lateral calculados con las fórmulas de Wilbur con los obtenidos de manera exacta, se obtienen variaciones importantes, unas veces del lado de la inseguridad y otra del lado de la seguridad.

Los rangos que se encontraron donde la aproximación de la rigidez lateral usando las Fórmulas de Wilbur es adecuada son los siguientes:

Marcos de 2 a 10 niveles  $0.15 \leq r_a \leq 0.6$

Marcos de 12 a 15 niveles  $0.04 \leq r_a$

7.- Para los marcos con la altura del 1er. nivel mayor a la altura tipo, las variaciones observadas en los resultados de rigidez lateral obtenidos utilizando las Fórmulas de Wilbur contra las " exactas " en los tres primeros entrepisos, sugieren no utilizarlas, restringiendo su empleo para los niveles superiores y los rangos propuestos en el punto 6 .



#### REFERENCIAS.-

- 1.- Del Valle, Enrique. " El Modelo Matemático de la Estructura " Memorias del III Congreso Nacional de Ingeniería Estructural. 24 a 27 de marzo de 1982. Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A. C.
- 2.- Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Título IV. Requisitos de Seguridad o Servicio para las Estructuras, Art. 242 1978.
- 3.- "DYNAMIC CHARACTERISTICS OF MULTYSTORY BUILDINGS", Blume John A. Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Feb. 1968 .

#### BIBLIOGRAFIA.-

- 1.- Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal. Folleto complementario Diseño Sísmico de edificios. E. Rosenblueth y L. Esteva 1982 .
- 2.- Mismos que Referencias 1, 2 y 3 .

A N E X O      1

TABLAS DE SECCIONES DE COLUMNAS Y TRABES

# MARCOS DE 2 a 5 NIVELES

SECCION COLUMNA = 60 x 60

ALTURA 1º NIVEL = 350

ALTURA TIPO = 350

## SECCION DE TRABES

### 1 CRUJIA

ra	b	h
0.04	37	40
0.1	27.4	60
0.2	25	75
0.5	30	100
0.8	28.6	110
1.0	30.3	125

### 2 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	30	40
0.1	20.6	60
0.2	21.1	75
0.5	22.2	100
0.8	24.7	110
1.0	22.75	125

### 3 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	24.7	40
0.1	18.3	60
0.2	18.7	75
0.5	19.7	100
0.8	23.7	110
1.0	20.2	125

### 4 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	23.1	40
0.1	17.1	60
0.2	17.6	75
0.5	18.5	100
0.8	22.3	110
1.0	19.0	125

### 5 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	22.2	40
0.1	16.5	60
0.2	16.9	75
0.5	17.9	100
0.8	21.4	110
1.0	18.2	125

### 6 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	21.6	40
0.1	16.0	60
0.2	16.4	75
0.5	17.3	100
0.8	20.8	110
1.0	17.7	125

# MARCOS DE 6 A 10 NIVELES

SECCION COLUMNA = 80 x 80

ALTURA 1º NIVEL = 350

ALTURA TIPO = 350

## SECCION DE TRABES

### 1 CRUJIA

ra	b	h
0.04	117	40
0.1	86.7	60
0.2	66.8	75
0.5	43.6	100
0.8	32.54	110
1.0	25.87	125

### 2 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	87.8	40
0.1	65.0	60
0.2	56.58	75
0.5	40.2	100
0.8	34.4	110
1.0	27.9	125

### 3 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	78.0	40
0.1	57.9	60
0.2	50.2	75
0.5	32.4	100
0.8	25.0	110
1.0	20.9	125

### 4 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	73.1	40
0.1	54.2	60
0.2	46.5	75
0.5	30.5	100
0.8	20.3	110
1.0	14.9	125

### 5 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	70.2	40
0.1	52.0	60
0.2	45.3	75
0.5	34.2	100
0.8	27.5	110
1.0	21.5	125

### 6 CRUJIAS

ra	b	h
0.04	68.25	40
0.1	50.6	60
0.2	41.8	75
0.5	34.6	100
0.8	28.6	110
1.0	22.9	125

# MARCOS DE 11 A 15 NIVELES

SECCION COLUMNA = 95 x 95

ALTURA 1º NIVEL = 350

ALTURA TIPO = 350

## SECCION DE TRABES

### 1 CRUJIA

ra	b	h
0.01	58	40
0.02	59.6	50
0.03	51.7	60
0.04	43.4	70
0.06	43.6	80
0.1	51.1	90

### 2 CRUJIAS

ra	b	h
0.01	43.6	40
0.02	44.7	50
0.03	38.8	60
0.04	32.6	70
0.06	32.7	80
0.1	38.3	90

### 3 CRUJIAS

ra	b	h
0.01	38.8	40
0.02	39.7	50
0.03	34.5	60
0.04	29.0	70
0.06	29.1	80
0.1	34.0	90

### 4 CRUJIAS

ra	b	h
0.01	36.4	40
0.02	37.2	50
0.03	32.3	60
0.04	27.2	70
0.06	27.3	80
0.1	31.9	90

### 5 CRUJIAS

ra	b	h
0.01	34.9	40
0.02	35.7	50
0.03	31.0	60
0.04	26.1	70
0.06	26.2	80
0.1	30.6	90

### 6 CRUJIAS

ra	b	h
0.01	33.9	40
0.02	34.7	50
0.03	30.1	60
0.04	25.4	70
0.06	25.5	80
0.1	29.8	90

## ANEXO 2

### ESTUDIO DEL EFECTO DE LA VARIACION DE SECCIONES EN LOS VALORES DE LA RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS CON ALTURA DE ENTREPISO CONSTANTES.

Para este estudio se eligió un marco de 10 niveles y 2 crujeas.

El criterio utilizado consistió en conservar en el desplante las dimensiones de columnas iguales a las del marco con secciones constantes, o sea 80 x 80 cm., e ir modificándolas a través de la altura, con 2 ó 3 tramos iguales y disminuyendo 10 cm. en cada lado cada vez, según se acostumbra en proyectos prácticos.

En el caso de las trabes se utilizaron varios criterios, dejando en uno de los casos el peralte constante y modificando en otros su ancho.

#### Caso 1

Se utilizaron las dimensiones de trabes para el marco estudiado con " $f_d$ " menor, o sea 0,04. No se modificaron sus dimensiones en toda la altura. La disminución de columnas se hizo en tramos de 3 en 3. Ver fig. I

Esto hace que los valores de  $f_d$  para los niveles superiores aumenten, según se indica en la figura.

Asimismo se tabularon los valores de rigideces laterales calculadas - según las Fórmulas de Willbur, método "exacto" con columnas sin variación en la altura, y método "exacto" con variación en altura.

#### Caso 2

Este caso es similar al Caso 1, pero considerando variación en columnas en tramos de 2 en 2. Ver fig. II

### Caso 3

Se utilizaron las dimensiones de trabes en los primeros niveles para  $f_a = 0,80$  y se modificaron las columnas en tramos de 3 en 3. El cambio en dimensiones de trabes se hizo únicamente en el ancho y arbitrariamente se fijaron para conservar de " $f_a$ " constante en toda la altura del marco. Se tabularon los mismos valores que en los otros casos. Ver Fig. III. En este caso, así como los 4, 5 y 6 el penalte de las trabes es mayor a 0,25 h. con lo cual deberían de incluirse los efectos de "nudo" en el cálculo de la rigidez lateral. No se utilizó este criterio con el objeto de simplificar los ejemplos.

### Caso 4

Caso similar al caso 3, pero variando las columnas en tramos de 2 en 2. Ver. fig. IV.

### Caso 5

Se utilizaron las dimensiones de trabes en los primeros niveles para  $f_a = 0,80$  y se modificaron las columnas en tramos de 3 en 3. Al cambiar los anchos de trabes, se fijaron unos valores de  $f_a$  crecientes en 0,1 cada vez para cada grupo. Ver fig. V.

### Caso 6

Similar al caso 5, pero modificando las columnas en tramos de 2 en 2. Ver. fig. VI

### INTERPRETACION DE RESULTADOS.-

Los casos 1 y 2 son marcos que debido a su bajo valor de  $f_a$  ( en los primeros niveles) tienen una deformación parecida a columnas en vo-

ladizo, o sea que la deformación de los niveles inferiores dependen en gran medida de la deformación y giros de los niveles inferiores. Esto hace que aunque se disminuyan las dimensiones de columnas a través de la altura se conserve sensiblemente la tendencia de la deformación. En este caso el marco tiende a ser una estructura de "flexión". A esto contribuye el aumento de los valores de  $f_a$  para los entrepisos superiores. Esto se puede observar al comparar los valores de rigideces laterales obtenidos por el método "exacto" y para los marcos en dimensiones de columnas iguales en toda la altura.

Al disminuir más veces las dimensiones de columnas, lo que se modifica es la posición del "entrepiso crítico", éste es, el entrepiso con mayor deformación relativa entre 2 niveles, aumentando ligeramente el valor de la deformación.

Los casos 3 a 6, son marcos que por su valor alto de  $f_a$  tienen deformaciones de entrepiso que dependen prácticamente de las dimensiones de columnas y trabes en cada uno de ellos, o sea como función de  $f_{a2}$ .

En estos casos se puede apreciar una diferencia creciente en los cocientes de los valores de rigidez lateral de cada entrepiso entre la rigidez "total" correspondiente a las columnas, resultando valores parecidos a los calculados para los marcos con dimensiones uniformes. Esto se tabuló en la figura VIII.



CONCLUSIONES.- De acuerdo con el trabajo desarrollado en este anexo, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

1. En marcos con valores de " $\bar{r}_a$ " reducidos en los primeros niveles, aunque se disminuyan gradualmente las dimensiones de columnas y trabes, si se conserva al menos el valor de  $\bar{r}_a$  en los niveles superiores, se pueden utilizar los valores de  $\%$  que se obtienen de las gráficas presentadas, considerando el valor del 3er. entrepiso representativo de los superiores. Esto es válido en los siguientes rangos, correspondientes a los primeros entrepisos:

Marcos de 2 a 10 niveles  $r_a \geq 0,10$

Marcos de 12 a 15 niveles  $r_a \geq 0,04$

2. En marcos con valores de  $\bar{r}_a$  mayores a los indicados en el punto 1, cuando se disminuyen gradualmente las dimensiones de columnas y trabes, si se conserva al menos el valor de  $\bar{r}_a$  en los niveles superiores, la obtención de la rigidez lateral en los entrepisos se puede hacer con suficiente aproximación utilizando el valor de  $\%$   $R_t$  para el 3er. entrepiso y la rigidez total  $R_t$  correspondiente a las columnas del entrepiso en cada caso, perdiendo aproximación sólo en los niveles superiores.

DIMENSIONES DE COLUMNAS		DIMENSIONES DE TRABES		RIGIDEZ LATERAL (T/cm)											
	T			f 0	WILSON	"EXACTO"	"EXACTO" EN COLUMNAS CONSTANTES								
50 x 50	350			0.26	18.17	14.65	14.13								
	300				20.36	16.37	15.51								
60 x 60	350					0.18	20.58	19.28	21.43						
	300						20.36	19.47	22.31						
70 x 70	350							0.068	21.47	20.91	22.78				
	300								21.47	22.06	23.70				
80 x 80	350									0.04	21.47	23.69	25.11		
	300										22.05	27.70	28.04		
	350											0.04	32.56	35.76	38.04
	300												113.42	80.88	61.53

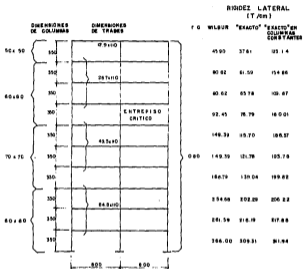
CASO I

Figura I

DIMENSIONES DE COLUMNAS	DIMENSIONES DE TRABES	F.C.	RIGIDEZ LATERAL (T/cm)		
			WILBUR	"EXACTO"	"EXACTO" EN COLUMNAS CONSTANTES
40 x 40	350	0.04	13.98	17.30	14.13
	350		13.98	12.75	19.51
50 x 50	500	0.26	16.17	16.67	21.43
	350		16.17	17.05	23.31
60 x 60	350	0.13	20.36	19.38	22.75
	350		20.36	20.30	23.70
70 x 70	350	0.088	21.47	22.98	23.11
	350 77.8 x 40 (TODAS)		21.47	26.48	23.04
80 x 80	350	0.04	32.66	33.50	36.04
	350		33.42	31.64	31.33

C A S O II

Figura II



CASO III

Figura III

DIMENSIONES DE COLUMNAS		DIMENSIONES DE TRAVES		RIGIDEZ LATERAL (T/cm)			
				$\tau$ O	WILBUR	"EXACTO"	"EXACTO" EN COLUMNAS CONSTANTES
40 x 40	350	5.28x110	ENTREPISO CRITICO	15.92	14.03	123.14	
	350			15.05	17.77	134.86	
50 x 50	350	12.86x110		38.87	33.17	182.87	
	350			45.4	40.03	180.01	
60 x 60	350	28.3x110		80.62	66.83	186.37	
	350			92.45	78.80	193.78	
70 x 70	350	49.3x110		145.39	122.28	199.92	
	350			168.79	141.73	205.22	
80 x 80	350	84.8x110		261.59	213.54	217.88	
	350			366.00	309.01	211.94	

0.80

CASO IX

Figura IX.

DIMENSIONES DE COLUMNAS		DIMENSIONES DE TRAVES		RIGIDEZ LATERAL (T/cm)			
				T.O.	WILBUR	"EXACTO"	"EXACTO" EN COLUMNAS CONSTANTES
50 x 50	350	17 x 110		L.1	51.59	41.13	123.14
	250				90.70	67.91	154.98
60 x 60	300	33 x 110		L.0	90.70	72.35	169.87
	350				100.80	82.89	180.01
	350				109.78	172.39	188.37
70 x 70	300	55 1/2 x 110	ENTRUEPISO CRITICO	0.9	159.28	128.25	193.76
	350				174.93	142.69	199.82
	350				254.08	208.75	206.23
80 x 80	300	84 x 110		0.8	261.59	218.24	217.88
	350				305.00	309.41	311.94
	200						

CASO V

Figura V

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

RIGIDEZ LATERAL  
(T/cm)

DIMENSIONES DE COLUMNAS		DIMENSIONES DE TRABES		F. D.	WLSUR	"EXACTO"	"EXACTO" EN COLUMNAS CONSTANTES
40x40	350 350	7.9x 80	ENTR EPISO CRITICO				
50x50	350	17.7x 110		1.1	45.82	38.41	188.87
	350				51.59	46.88	180.01
60x60	360	23.4x 110		1.0	90.70	74.18	188.37
	350				100.80	84.81	190.78
70x70	350	35.7x 110		0.9	159.26	129.32	199.82
	360				176.93	145.98	208.22
80x80	350	44x 110		0.8	281.59	214.25	217.88
	350				388.00	308.11	211.24

CASO VI

Figura VII

TABLA DE COMPARACION DE  $R_L/R_I$  PARA MARCO  
DE 10 NIVELES Y 2 CRUJIAS

ENTREESO	CASO IX	CASO IX	CASO IX	CASO IX	A
1	0.544	0.539	0.540	0.539	0.544
2	0.360	0.373	0.377	0.373	0.360
3	0.380	0.422	0.354	0.435	0.380
4	0.414	0.364	0.428	0.395	0.349
5	0.382	0.435	0.382	0.468	0.338
6	0.344	0.369	0.383	0.409	0.328
7	0.423	0.458	0.454	0.511	0.314
8	0.383	0.379	0.400	0.439	0.296
9	0.340	0.496	0.374	0.566	0.270
10	0.430	0.392	0.470	0.467	0.215

A = COCIENTE ENTRE RIGIDEZ LATERAL CALCULADA "EXACTA" Y  
RIGIDEZ COMPLETA  $R_I$  EN MARCO CON COLUMNAS Y TRABES  
CONSTANTES  $\rho = 0.80$ .



ESTUDIO DE LA VARIACION EN RIGIDEZ LATERAL DE MARCOS POR EFECTO DE LAS DEFORMACIONES POR CARGA AXIAL EN COLUMNAS.

Se estudió este efecto en los marcos con mayor número de niveles (10, 12 y 15) considerando aquellos que presentan la máxima relación de esbeltez, definida como la relación entre la altura máxima del marco y su dimensión horizontal.

En el caso de marcos con 15 niveles se revisaron los de 1 y 2 crujeas, que tienen relaciones de esbeltez de 6,56 y 3,28 respectivamente.

Para los marcos con 12 niveles sólo se revisó el de 1 crujía, con relación de esbeltez de 5,25.

El marco de 10 niveles considerado fue el de 1 crujía, con relación de esbeltez de 4,38.

Se obtuvieron " corridas " adicionales de los marcos con valores de  $f_c$  menor y mayor ( 0,01 y 0,10 en marcos de 12 y 15 niveles y 0,04 a 1,0 en el marco de 10 niveles) modificando con respecto a la corrida original exclusivamente el área de las columnas. En estos casos se utilizó el área original multiplicada por 1,000, ya que el programa toma en cuenta las deformaciones por carga axial y con ese factor los valores resultan despreciables.

A continuación se indican los valores de rigidez lateral calculado en los primeros 4 entrepisos para los diferentes marcos estudiados, indicando a su vez los valores encontrados al considerar el efecto de carga axial.

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,04

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	55,08	54,04	101,9
2 <sup>a</sup>	24,37	23,83	102,2
3 <sup>a</sup>	18,77	18,49	101,6
4 <sup>a</sup>	16,60	16,60	100,0

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,10

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	57,43	56,06	101,8
2 <sup>a</sup>	43,72	42,56	102,7
3 <sup>a</sup>	36,60	35,61	103,0
4 <sup>a</sup>	34,44	32,23	108,6

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,20

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	123,37	120,83	102,1
2 <sup>a</sup>	99,94	96,29	105,5
3 <sup>a</sup>	92,51	88,16	107,5
4 <sup>a</sup>	60,37	55,08	109,6

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,30

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	146,89	143,30	103,9
2 <sup>a</sup>	90,89	84,07	106,1
3 <sup>a</sup>	82,04	72,99	112,4
4 <sup>a</sup>	60,31	60,23	118,0

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,40

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	171,61	162,00	105,93
2 <sup>a</sup>	109,79	98,89	111,02
3 <sup>a</sup>	104,34	99,24	116,92
4 <sup>a</sup>	103,10	94,26	123,2

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,50

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	187,83	176,22	106,6
2 <sup>a</sup>	125,78	111,55	112,76
3 <sup>a</sup>	120,83	100,69	119,78
4 <sup>a</sup>	120,63	94,68	127,14

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 0,60

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	202,78	189,19	107,2
2 <sup>a</sup>	140,37	122,77	114,3
3 <sup>a</sup>	136,00	111,20	122,3
4 <sup>a</sup>	135,88	104,04	130,6

## 10 NIVELES

1 Crujía

ra = 1,00

re = 4,38

	SDCA	CDCA	%
1 <sup>er</sup> Ensayo	205,20	216,56	108,6
2 <sup>a</sup>	179,06	150,72	118,8
3 <sup>a</sup>	176,87	136,32	129,75
4 <sup>a</sup>	176,01	126,18	140,13

SDCA = Sin deformaciones por carga axial  
 CDCA = Con deformaciones por carga axial

re = Relación de esbeltez

## 12 NIVELES

1 Crujfa

ra = 0,01

re = 5,25

rigidez lateral

SDCA	CDCA	%
53,47	53,09	100,7
20,79	20,79	100,0
14,69	14,58	100,8
12,16	12,02	101,2

## 12 NIVELES

1 Crujfa

ra = 0,10

re = 5,25

rigidez lateral

SDCA	CDCA	%
170,40	162,82	104,7
85,56	80,12	106,8
72,67	68,39	109,5
69,09	61,38	112,5

## 15 NIVELES

2 Crujfas

ra = 0,01

re = 3,25

SDCA	CDCA	%
77,79	77,40	100,5
30,16	30,22	99,8
21,12	21,17	99,8
17,44	17,47	99,8

## 15 NIVELES

2 Crujfas

ra = 0,10

re = 3,25

SDCA	CDCA	%
257,19	247,10	104,1
126,38	122,31	103,3
107,11	102,45	104,6
101,62	95,88	106,0

## 15 NIVELES

1 Crujfa

ra = 0,01

re = 6,56

SDCA	CDCA	%
52,62	51,12	102,9
20,39	19,94	102,3
14,28	13,95	102,4
11,69	11,49	101,7

## 15 NIVELES

1 Crujfa

ra = 0,10

re = 6,56

SDCA	CDCA	%
180,90	160,08	113,0
89,06	78,31	113,7
75,56	64,51	117,1
71,67	59,29	120,9

Con base a lo anterior se incluye que para este tipo de marcos es necesario tomar en cuenta la deformación por carga axial en aquellos que tengan una relación de esbeltez mayor que 4 y a la vez que su relación  $\alpha$  sea alta.

En el caso de los marcos estudiados se encontraron los siguientes límites:

Marcos hasta de 10 niveles  $r_c > 4.0$  y  $r_a > 0.8$

Marcos de 12 a 15 niveles  $r_c > 5.0$  y  $r_a > 0.10$

En caso de presentarse relaciones de esbeltez altas, pero  $r_a$  pequeñas el efecto de deformaciones por carga axial no es significativo.

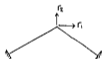
## A P E N D I C E

### Método de Rigideces.-

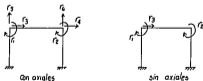
Este método de análisis estructural consiste en resolver una estructura completa con geometría y fuerzas externas definidas, para encontrar sus deformaciones globales y de ahí proceder a calcular las fuerzas internas de cada pieza componente.

En este método el concepto de grado de libertad es fundamental. Grado de libertad se define como la potencialidad que tiene un punto nodal de la estructura de moverse en forma independiente y en cierta dirección.

En una armadura en el plano cada punto nodal tiene 2 grados de libertad.



En cambio en elemento de viga, todo punto nodal tiene 3 grados de libertad si se consideran deformaciones axiales. En caso de no considerarse estas deformaciones es necesario tomar en cuenta a la estructura en conjunto. Por ejemplo en el marco siguiente se reducen 3 grados de libertad en caso de no considerarse deformaciones axiales.



La rigidez completa de la estructura no es fácil de obtener, ya que es función de la geometría de todos los miembros ( posición relativa y conectividad ) y de la rigidez individual de cada uno.

Esta rigidez individual puede obtenerse de diversas maneras; una de ellas es invertir la matriz de flexibilidades correspondiente.

De esta manera se tiene:

$$\text{Para Barras: } [k]_e = \frac{EA}{L} [1]_{1 \times 1}$$

$$\text{Para vigas ( sólo flexión ) } [k]_e = \frac{2EI}{L} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Para vigas ( flexión, axial y cortante )

$$[k]_e = \frac{EI}{(1+\nu y)} \begin{bmatrix} \frac{A}{L} (1+\beta y) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ 0 & \frac{6}{L} & 4 + \nu y \end{bmatrix}$$

Como la estructura trabaja de conjunto, es necesario encontrar una relación entre los desplazamientos externos y las deformaciones internas de cada miembro.

La forma de hacerlo es la siguiente:

Definimos un vector de deformaciones internas  $\{v\}$  que contiene -  
 cada una de las deformaciones posibles de la estructura y un vector de  
 desplazamientos externos independientes ( grados de libertad )  $\{r\}$  .  
 Llamando  $[a]$  a la matriz de transformación podemos proponer

$$\{v\} = [a] \{r\}$$

La manera de encontrar  $[a]$  es aplicar desplazamientos unitarios -  
 uno a uno a los diferentes grados de libertad contenidos en  $\{r\}$  man-  
 teniendo nulos los demás y calculando las deformaciones geométricas  
 producidas en cada barra, obteniendo así todas las columnas de  $[a]$  .

Como la matriz de rigideces de una estructura es una transformación -  
 que relaciona fuerzas externas con desplazamientos externos, esto es

$$\{R\} = [k] \{r\}$$

Procedemos a obtenerla sistemáticamente

1.- Relaciones cinemáticas (geometría)

$$\{v\} = [a] \{r\}$$

2.- Relación fuerza interna - deformación interna (rigideces individua-  
 les)

$$\{s\} = [k] \{v\}$$

3.- Relaciones estáticas,

En esta sección se relacionan las fuerzas internas  $\{s\}$  con -  
 las externas  $\{R\}$  , de esta manera

$$\{R\} = [h] \{s\}$$

Debido a que los trabajos internos y externos de la estructura deben ser iguales, se demuestra que

$$\{h\} = [a]^T$$

4.- Operando sobre las relaciones anteriores 3 y 2 queda

$$\{R\} = [a]^T [k] [a] \{r\}$$

y queda la matriz de rigideces

$$[K] = [a]^T [k] [a]$$

5.- Solución

Como se explicó antes el método opera para geometría y fuerzas externas conocidas con lo que es necesario resolver para los desplazamientos, o sea

$$\{r\} = [K]^{-1} \{R\}$$

Como es necesario conocer el estado de fuerzas internas, una vez conocido  $r$  se obtiene  $\{s\}$

$$\{S\} = [k] [a] \{r\}$$