UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

TESIS

ANÁLISIS PROBABILÍSTICO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE SISTEMAS NO LINEALES

PARA OBTENER EL TÍTULO DE :

MAESTRO EN INGENIERIA

DAVID DE LEÓN ESCOBEDO

MEXICO, D.F. 1983

RESUMEN

El presente estudio es parte de un proyecto en desarrollo en el Instituto de Ingeniería, UNAM, cuyo objetivo último es la estimación de la confiabilidad de sistemas estructurales ante solicitación sísmica.

El trabajo consta de dos partes: la primera tiene por objeto desarrollar, implantar y calibrar un algoritmo para el análisis probabilístico de la respuesta dinámica de sistemas no lineales con un grado de libertad ante perturbaciones transitorias, en particular a cargas sísmicas. La segunda parte tiene como objetivos proponer y aplicar una formulación para estimar la confiabilidad de estos sistemas bajo solicitaciones sísmicas.

El algoritmo propuesto en la primera parte, que se denominó de linealización equivalente paso a paso, toma en cuenta las características no estacionarias de la excitación y de la respuesta, y es aplicable a sistemas en los que no sean importantes la degradación de propiedades mecánicas por influencia de cargas cíclicas ni los efectos de esbeltez.

El algoritmo se aplicó a sistemas de cortante de un grado de libertad con rigidez no lineal sujetas a excitación estacionaria. Los resultados obtenidos mostraron una aproximación (respecto a la solución exacta) igual o mejor que la de los modelos de linealización de Iwan y de Atalik y Utku.

La formulación propuesta en la segunda parte permite el tratamiento explícito de la incertidumbre en la resistencia de los sistemas estructurales y en la solicitación sísmica en un sitio de interés. La formulación se aplicó a la estimación de la probabilidad de falla de marcos de concreto reforzado de un grado de libertad diseñados de acuerdo con el Reglamento del Distrito Federal; se consideró que los marcos se localizaban en la zona de suelo blando del D.F.

De los resultados obtenidos en esta segunda parte se concluye que las probabilidades de falla de los sistemas estudiados muestran gran sensibilidad a las distribuciones de probabilidades de la resistencia de los sistemas estructurales y de la intensidad máxima esperada en el sitio de interés para un lapso dado.

PARTE I

CONFIABILIDAD DE MARCOS ESTRUCTURALES:
MODELO DE LINEALIZACION EQUIVALENTE PASO A PASO

1. INTRODUCCION

La observación de estructuras sometidas a temblores intensos y los resultados experimentales en prototipos y elementos estructurales ante solicitación cíclica permiten afirmar que ciertas construcciones experimentan deformaciones inelásticas cuando la solicitación sísmica es importante {1,2}. Por consiguiente, para representar y estudiar adecuadamente el comportamiento no lineal de dichos sistemas estructurales es necesario utilizar modelos que reflejen ese comportamiento, así como las características no deterministas de la excitación sísmica.

En general la ecuación de movimiento correspondiente a una estructura de comportamiento no lineal sujeta a excitación sísmica se representa mediante ecuaciones diferenciales estocásticas no lineales de segundo orden {2}. El primer miembro de dichas ecuaciones contiene fuerzas inerciales, disipativas y elásticas de la estructura mientras que el segundo contiene las fuerzas perturbadoras.

La solución de las ecuaciones mencionadas es difícil de obtener y se cuenta con soluciones analíticas exactas sólo para casos particulares. La dificultad se debe a que dichas ecuaciones contienen en su primer miembro, términos no lineales, y el segundo presenta características aleatorias no estacionarias. Debido a lo anterior se han propuesto algunas soluciones aproximadas al problema, ya sea ignorando la naturaleza no lineal o no estacionaria del problema (3).

En este trabajo se propone un algoritmo para estudiar el comportamiento de sistemas estructurales no lineales ante excitación sísmica. El algoritmo toma en cuenta la no linealidad en el comportamiento del material y las características no estacionarias de la excitación. Además, es de tipo híbrido porque combina una formulación analítica con la simulación de Monte Carlo.

Antes de plantear el algoritmo mencionado, en el Cap 2 se hace una breve revisión de las técnicas propuestas por algunos autores para obtener la solución de la ecuación de movimiento de sistemas no lineales sujetos a excitaciones aleatorias. En el Cap 3 se presenta el algoritmo propuesto en este trabajo para el mismo fin. En el Cap 4 se aplica el algoritmo al estudio del comportamiento de sistemas estructurales de cortante no lineales ante excitación sísmica. El estudio incluye la calibración del algoritmo con los propuestos por Iwan y Atalik-Utku (4,5). Finalmente, en el Cap 5 se presentan las conclusiones y recomendaciones de este trabajo.

2. REVISION BIBLIOGRAFICA DE TECNICAS PARA LA SOLUCION DE LA ECUACION DE MOVIMIENTO DE SISTEMAS NO LINEALES SUJETOS A EXCITACION ALEATORIA

La solución de ecuaciones diferenciales no lineales determinísticas fué estudiada por Poincaré (6), por medio de la técnica de perturbaciones. Esta técnica, que Crandall (6) aplicó al caso en el que el segundo miembro de la ecuación es aleatorio, impone fuertes restricciones a la no linealidad (que sea débil) y son muy difíciles de aplicar a ecuaciones de movimiento de estructuras cuya relación carga-deformación exhiba un comportamiento histerético*.

Existe otro método para el caso de excitación aleatoria, que consiste en resolver la ecuación de Fokker-Planck asociada al problema (7). Esta ecuación predice la distribución de probabilidades de la respuesta estacionaria. Este método es exacto pero se cuenta con soluciones para casos muy particulares, por ejemplo, para cuando la excitación es ruido blanco gaussiano.

* Un sistema tiene comportamiento histerético si es capaz de disipar energía mediante deformación inelástica ante ciclos de carga y descarga.

Otra contribución en el análisis no lineal determinístico fue el de Krylov y Bogoliubov {8,9} quienes, basados en la hipótesis de variación lenta de parámetros, desarrollaron aproximaciones de primer orden para la solución de sistemas sujetos a excitación armónica. Posteriormente ellos y Mitropolsky {10} extendieron las bases matemáticas del método y desarrollaron aproximaciones de orden superior. Así surgieron los llamados métodos asintoticos, como los de balance armónico y balance de energía (que son, en el fondo, lo mismo) que generan aproximaciones de 1er. orden {3}. Estos métodos implican la adopción de un sistema equivalente cuyos parámetros varían lentamente en cada ciclo de oscilación, lo cual constituye una restricción seria para algunos sistemas.

También se tienen los métodos de linealización equivalente {3} para el análisis no lineal determinístico, los cuales se basan en establecer un sistema lineal, equivalente al original. La definición de equivalencia no es absoluta, puede variar según el problema, pero en general el objetivo del método es ajustar la respuesta del sistema original con la del sistema linealizado, calculando las propiedades equivalentes que minimicen alguna medida especificada del error. El error es el vector que resulta de restar las fuerzas calculadas en cada instante para el sistema real y el equivalente, dada una solución aproximada que son los desplazamientos del sistema en función del tiempo. El criterio de minimización consiste en que la esperanza de la suma de los errores cuadráticos de cada componente del vector diferencia es mínima, es decir que la derivada de la esperanza respecto a cada parámetro del sistema equivalente es nula.

La adaptación de las técnicas de linealización equivalente al caso en que la excitación es aleatoria estacionaria fue propuesta por Foster {11}, Lutes {12} y Booton y Caughey {13, 14, 15}. Con dichas propuestas se logró salvar algunas de las restricciones de los métodos mencionados anteriormente. Foster {11}, propuso expresiones matriciales para valuar los parámetros óptimos del sistema lineal equivalente, cuando la excitación es estacionaria con media cero. Sin embargo para el caso general se debe invertir una matriz de 2n x 2n, donde n es el número de grados de libertad del sistema. Lutes {12} trató el concepto de equivalencia y propuso varias definiciones del error, para excitación de ruido blanco gaussiano estacionario y sistemas con comportamiento bilineal histerético. Booton y Caughey {13, 14, 15} extendieron los métodos de Krylov y Bogoliubov al caso en que la excitación es aleatoria y el sistema posee no linealidad hereditaria* pero suponen que la respuesta es aproximadamente senoidal con modulaciones aleatorias suaves en la amplitud y la frecuencia.

Iwan presentó una aplicación de la técnica de la linealización equivalente a sistemas no lineales con varios grados de libertad (4) y en (16) una revisión del estado del arte de las técnicas aproximadas de análisis dinámico de sistemas no lineales.

En (4) propuso expresiones escalares sencillas para valuar los parámetros del sistema lineal equivalente (Apéndice 2 del presente trabajo) y las aplicó para obtener la respuesta estacionaria de sistemas no lineales de cortante con varios grados de libertad, sujetos a excitación gaussiana estacionaria. En (16) revisó las técnicas de análisis no lineal enfatizando las que pueden aplicarse en ingeniería sísmica.

Atalik y Utku (5) presentaron un método de linealización con el cual obtuvieron expresiones cerradas para los parámetros equivalentes de sistemas no lineales cuya excitación sea gaussiana estacionaria. El método se deriva del uso de las propiedades de procesos gaussianos estacionarias y reduce la linealización a la aplicación de los operadores diferenciación parcial y esperanza a los términos no lineales (Apéndice 2 del presente trabajo).

Spanos (17) aplicó los criterios de Iwan para analizar la amplitud de la respuesta estacionaria de sistemas no lineales con varios grados de libertad sujetos a excitación gaussiana estacionaria, también aplicó estos criterios para determinar la respuesta transitoria de los mismos sistemas cuando la excitación es un proceso de ruido blanco gaussiano estacionario.

* Se denominan sistemas hereditarios a los sistemas histeréticos cuyo comportamiento depende de toda la historia previa de la respuesta del sistema.

En ambos casos la solución se basa en la hipótesis de que la respuesta es de tipo "pseudo-senoidal" cuya amplitud y fase varían lentamente de manera aleatoria.

Vanmarcke (18) presentó una expresión para valuar, de manera aproximada, la variancia de la respuesta transitoria de sistemas lineales con varios grados de libertad sujetos a excitación estacionaria. Dicha expresión se basa en la propiedad que dicho autor determinó en (18) para la respuesta de sistemas lineales sujetos a excitación estacionaria, por la cual, los momentos espectrales de la respuesta de un sistema lineal con varios grados de libertad se pueden expresar en términos de los momentos espectrales de la respuesta de osciladores de un grado de libertad. En el apéndice 1 de este trabajo se aplica lo anterior.

Takemiya y Lutes (19) presentaron dos criterios de linealización equivalente para valuar la variancia de la respuesta estacionaria de un sistema no lineal de un grado de libertad, para los casos en que el comportamiento histerético del sistema es bilineal, trilineal o de Ramberg-Osgood. El primer criterio se basa en la minimización media cuadrática del error, y el segundo se basa en un balance de energía, que considera la equivalencia entre la energía disipada por el sistema histerético y la generada por la excitación. Los autores presentaron varios ejemplos de aplicación.

Spanos y Iwan (20) estudiaron la existencia y unicidad de las soluciones obtenidas con los métodos de linealización equivalente y llegaron a lo siguiente:

a) El sistema es único si y solo si el número de soluciones linealmente independientes (considerando la respuesta y su velocidad), es mayor o igual que 2n, donde n es el número de grados de libertad del sistema.

b) Cuando no exista un sistema equivalente único, el valor de la norma promedio de la diferencia entre las fuerzas del sistema real y el equivalente (es decir del error), será el mismo para todos los sistemas lineales que se puedan construir utilizando el mismo criterio de minimización.

c) Cuando el sistema consiste de varios elementos no lineales aislados conectados entre puntos nodales, se puede construir un sistema lineal equivalente mediante una técnica de sustitución simple aplicada a cada elemento.

Iyengar N. e Iyengar J. {21} derivaron expresiones para la distribución probabilidades instantánea de la deformación inelástica de un sistema no lineal de un grado de libertad sometido a excitación gaussiana, así como para la deformación inelástica acumulada del mismo sistema. Finalmente propusieron gráficas de la media y la desviación estándar de la deformación inelástica del sistema para excitaciones estacionarias no blancas.

Spanos {22} analizó la respuesta estacionaria y transitoria de un oscilador con amortiguamiento no lineal sujeto a excitación gaussiana estacionaria de banda ancha. El análisis que hizo consiste en suponer que la respuesta es un proceso de banda angosta; para lo cual expresó el amortiguamiento equivalente siguiendo los criterios de Iwan, es decir, en función de la amplitud de la respuesta. Finalmente, estableció la ecuación asociada de Fokker-Planck y determinó la densidad de probabilidad de la amplitud de la respuesta.

Gasparini {23} obtuvo las covariancias de los desplazamientos asociados con los diferentes grados de libertad de un sistema lineal de cortante sujeto a excitación no estacionaria expresada como el producto de un proceso estacionario de ruido blanco gaussiano por una función determinística de modulación. Los resultados los comparó con las respuestas (estacionaria y no estacionaria) a ruido blanco estacionario y con la respuesta no estacionaria a ruido blanco con densidad espectral variable en el tiempo. También calculó las razones medias de excedencia de un umbral (hipótesis de ocurrencia de Poisson) evolutivas (es decir que varían con el tiempo) y las probabilidades de exceder por primera vez este umbral.

Gasparini y Deb Chaudhury (24) desarrollaron expresiones para la matriz de covariancias evolutivas de la respuesta de un sistema lineal de varios grados de libertad sujeto a excitación no estacionaria no blanca y presentaron expresiones para calcular probabilidades de excedencia de un umbral. Para producir el efecto de excitación no blanca se sometió a un sistema con un grado de libertad a una excitación de ruido blanco, y su respuesta se consideró como excitación del sistema real.

De la breve revisión bibliográfica presentada en este capítulo sobre la obtención de la respuesta dinámica de sistemas no lineales sujetos a excitación no estacionaria se concluye lo siguiente:

Algunos autores estudiaron la no linealidad haciendo la hipótesis de que la respuesta tiene ciertas características, por ejemplo, que es aproximadamente senoidal y de variación lenta en cada ciclo; otros autores consideraron a la excitación como un proceso estacionario y al sistema como no lineal; mientras que otros determinaron la respuesta para el caso en que el sistema es lineal y la excitación es no estacionaria. Por lo tanto, se puede afirmar que el problema de la respuesta de sistemas no lineales sujetos a excitación no estacionaria requiere más investigación. Tomando en cuenta lo anterior en este trabajo se propone un modelo de linealización paso a paso que permite eliminar algunas de las restricciones de los modelos propuestos por otros autores como se verá en los siguientes capítulos.

3. MODELO DE LINEALIZACION EQUIVALENTE PASO A PASO

3.1 Ecuación de movimiento

La ecuación de movimiento de un sistema de cortante de N grados de libertad con amortiguamiento y rigidez no lineales, empotrado en la base y sujeto a excitación sísmica ., puede expresarse como sigue:

$$\underset{\sim}{M}\, \ddot{\underline{x}} + \underset{\sim}{C}\, \dot{x} + \underset{\sim}{K}\, \underline{x} + \underline{g}(x,\dot{x}) = - \underset{\sim}{M}\ddot{u}_g \qquad (1)$$

donde $\underset{\sim}{M}$, $\underset{\sim}{C}$ y $\underset{\sim}{K}$ son las matrices de masas (matriz diagonal), amortiguamiento viscoso y rigideces lineales de la estructura, respectivamente. $\ddot{\underline{x}}$, $\dot{\underline{x}}$ y $\underline{x}$ son los vectores de aceleraciones, velocidades y desplazamientos relativos de las masas respecto a la base. El vector $\underline{g}(x,\dot{x})$ representa las fuerzas de amortiguamiento y elásticas asociadas a las características no lineales de la estructura. El término $- \underset{\sim}{M}\ddot{u}_g$ representa la excitación sísmica, que se supondrá que actúa en la dirección indicada en la fig 1. En lo que sigue se aceptan las siguientes hipótesis: los efectos de esbeltez son despreciables, y no ocurre degradación de las propiedades de los materiales por efectos de fatiga.

3.2 Solución de la ecuación de movimiento

Como el presente trabajo está orientado hacia estudios de confiabilidad estructural, en los cuales la seguridad estructural se mide por la probabilidad de falla, es decir, la probabilidad de que se exceda un cierto nivel de respuesta del sistema (que es función de las covariancias de la respuesta) la solución que se obtiene está dada por las matrices de covariancias de la respuesta y también de la velocidad de la respuesta. Lo anterior se debe a que la probabilidad de que se exceda un cierto nivel de respuesta depende del número medio de veces por unidad de tiempo, en que se excede esta respuesta, y este promedio depende a su vez de la velocidad de la respuesta {25}. En particular, para sistemas en los que se considera como falla a la excedencia de un cierto nivel de desplazamiento, interesa calcular las variancias tanto del desplazamiento como de la velocidad.

Dado que el análisis modal ofrece ventajas importantes en la obtención de la respuesta de sistemas lineales ante carga fluctuante (suponiendo la existencia de modos clásicos de vibración) se procede, para poderlo aplicar a la ec 1, a linealizar dicha ecuación mediante la técnica de linealización equivalente {4}, la cual consiste en lo siguiente:

a) Se obtiene un sistema lineal equivalente tal que se encuentra con él, una respuesta aproximada a la del real. Dicho sistema sería de la forma:

$$\underset{\sim}{M}\,\ddot{\underline{x}} + (\underset{\sim}{C} + \underset{\sim}{C}_e)\dot{\underline{x}} + (\underset{\sim}{K} + \underset{\sim}{K}_e)\underline{x} = -\underset{\sim}{M}\ddot{u}_g \tag{2}$$

donde $\underset{\sim}{C}_e$ y $\underset{\sim}{K}_e$ son las matrices de amortiguamiento y rigidez lineales equivalentes a las fuerzas no lineales del sistema real, es decir, las fuerzas representadas por el vector $g(x,\dot{x})$ en la ecuación (1).

Llamando $\underline{d}$ a la diferencia entre (1) y (2):

$$\underline{d} = \underline{g}(x,\dot{x}) - \underset{\sim}{C}_e \, \dot{\underline{x}} - \underset{\sim}{K}_e \, \underline{x} \tag{3}$$

b) Un criterio de equivalencia queda especificado por:

$$A(\underline{d}^T\underline{d}) = \text{mínimo} \quad , \quad A \equiv \text{operador promedio} \tag{4}$$

c) Las expresiones (3) y (4) implican lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial c_{e_{ij}}} A(\underline{d}^T\underline{d}) = \frac{\partial}{\partial k_{e_{ij}}} A(\underline{d}^T\underline{d}) = 0 \tag{5}$$

siendo $c_{e_{ij}}$ y $k_{e_{ij}}$ los elementos de las matrices $\underset{\sim}{C}_e$ y $\underset{\sim}{K}_e$, respectivamente.

d) Si A es el operador esperanza, se puede cambiar, en (5), el orden de aplicación de los operadores esperanza y derivación. Del producto $\underline{d}^T\underline{d}$ resulta una función escalar que, al ser derivada respecto a cada elemento de las matrices equivalentes $\underset{\sim}{C}_e$ y $\underset{\sim}{K}_e$, se transforma en dos sistemas de ecuaciones. Y si a estas ecuaciones se les aplica el operador esperanza, se tienen dos sistemas de ecuaciones en donde las variables son los elementos de las matrices equivalentes $\underset{\sim}{C}_e$ y $\underset{\sim}{K}_e$, las cuales se pueden despejar en función de las covariancias de la respuesta y las de la velocidad de la respuesta.

Conocidas las matrices $\underset{\sim}{C}_e$ y $\underset{\sim}{K}_e$ la ec (2) puede resolverse aplicando el método de análisis modal (26 y 27) para evaluar las covariancias de las respuestas de interés mencionadas anteriormente.

Puede recurrirse, para analizar el planteamiento general, a la ref 17 y, para ver las operaciones algebraicas de la aplicación en éste trabajo, a los apéndices 1 y 2.

Puesto que el objetivo que interesa es calcular la probabilidad de que el sistema exceda un cierto nivel de respuesta, y ésta puede ser excedida no sólo al final de la acción de la excitación sino también mientras actúa, se hace necesario calcular la matriz evolutiva de las covariancias de la respuesta. Por ello sería deseable contar con un procedimiento en el cual la linealización se realice por tramos. Es lo que se propone en este trabajo.

3.3 Método de linealización equivalente paso a paso

El método de linealización equivalente paso a paso consiste en lo siguiente:

1) Se subdivide la excitación en varios intervalos (los cuales pueden ser de longitud variable) y se considera que dicha excitación es estacionaria en cada intervalo.

2) Se obtienen, para cada paso, las covariancias de la respuesta tomando como condiciones iniciales las finales del anterior. Así, la respuesta al final de un paso es función de la intensidad de la excitación en ése paso, y de la respuesta al final del anterior.

3) Las características del sistema linealizado son función de las respuestas y evolucionan, como ellas, de un paso a otro. El proceso es, por tanto, iterativo, y puede sintetizarse en el siguiente algoritmo:

   a) Se asignan valores iniciales a las covariancias de la respuesta (en el primer paso se suponen, y en los siguientes se toman las finales del paso anterior),
   b) Se calculan los parámetros del sistema lineal equivalente,
   c) Se valúan las covariancias de respuesta de este sistema.
   d) Se itera hasta que estén suficientemente próximas las covariancias de a)

y e). Se avanza al siguiente paso.

El paso b) consiste en evaluar los elementos de las matrices $\underset{\sim}{K}_e$ y $\underset{\sim}{C}_e$ de acuerdo con la ecuación (5), tomando como operador A a la esperanza del término entre paréntesis es decir:

$$\frac{\partial}{\partial k_{e_{ij}}} E(\underline{d}^T \underline{d}) = 0 \qquad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial c_{e_{ij}}} E(\underline{d}^T \underline{d}) = 0 \qquad (7)$$

Puede demostrarse (ref 5) que, para sistemas con un grado de libertad cuya no linealidad involucra sólo a x, las ecuaciones (6) y (7) conducen a lo siguiente:

$$k_{e_i} = E\left\{ \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right\} \Big|_{\sigma_{x_{i-1}}} \quad , \quad i = \text{número de paso} \qquad (8)$$

donde $E\{\ \}\Big|_{\sigma_{x_{i-1}}}$ significa que la esperanza es evaluada para la desviación estándar de la respuesta al final del paso anterior.

Si el sistema también es no lineal en la variable de velocidad, $\dot{x}$, (como, por ejemplo, sucede en sistemas histeréticos), las ecuaciones (6) y (7) permiten determinar $c_{e_{ij}}$

$$c_{e_i} = E\left\{ \frac{\partial g(x,\dot{x})}{\partial \dot{x}} \right\} \Big|_{\sigma_{\dot{x}_{i-1}}} \quad , \quad i = \text{número de paso} \qquad (9)$$

Para calcular estas esperanzas se utilizará el método de Monte Carlo en la siguiente forma:

a) Dados una semilla y el número de simulaciones, se genera un conjunto de números aleatorios con distribución normal estándar, esto es con media cero y desviación estándar 1, N(0,1).

b) Se transforman estos números en otros que tengan distribución $N(0,\sigma_{x_{i-1}})$, simplemente multiplicándolos por $\sigma_{x_{i-1}}$.

c) Se valúa (8) con las siguiente expresión:

$$k_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\partial g(x)}{\partial x} \right]_{x_i} \tag{10}$$

n = número de simulaciones
x_i = número aleatorio transformado en b)

puesto que la no linealidad involucra sólo a x, la fuerza de amortiguamiento es lineal y $c_e = 0$.

3.4 Modelación de la excitación

Por las características erráticas que exhiben los acelerogramas de los sismos, suelen modelarse con procesos estocásticos. Además, dichos acelerogramas muestran características no estacionarias y media = 0.

El proceso estocástico que más se ha utilizado para modelar acelerogramas es el de ruido blanco, que es un proceso cuyo espectro de potencia es constante {2}. Por otra parte, en virtud del teorema del límite central y para aprovechar las propiedades de simplificación de los momentos estadísticos gaussianos, muchos investigadores han modelado los acelerogramas con procesos de ruido blanco gaussiano estacionario {2}. Puesto que un proceso de este tipo fue utilizado en las referencias (4 y 5) para representar la excitación y dado que los resultados del planteamiento propuesto en este trabajo son calibrados contra los obtenidos en esas referencias, aquí también se adopta este proceso para modelar la excitación en la aplicación que se presenta en el siguiente capítulo.

4. APLICACION A SISTEMAS DE CORTANTE

Con el fin de calibrar el modelo de linealización equivalente paso a paso, se programó el algoritmo mencionado en 3.3 de acuerdo al diagrama de flujo de la fig 3.

El modelo se aplicó para representar un sistema elástico no lineal de cortante de un grado de libertad (fig 1) sujeto a excitación estacionaria con comportamiento no lineal sólo en la rigidez: un caso de endurecimiento y otro de ablandamiento (ver fig 2). Para estos casos existen expresiones cerradas de las soluciones exactas a la ecuación de Fokker-Planck (4, 5). Con estas soluciones exactas y con aproximaciones dadas por otros investigadores se compararon los resultados obtenidos con el modelo propuesto en éste trabajo.

Como en las soluciones de la ecuación de Fokker-Planck (FP) se consideró a la excitación como un proceso de ruido blanco gaussiano estacionario, se hizo la misma hipótesis al aplicar el algoritmo propuesto en este trabajo.

4.1 *Ecuación de movimiento*

Para el sistema de cortante mencionado en el párrafo anterior la ec (1) se convierte en:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + g(x) = F(t) \tag{11}$$

donde m, c y k representan la masa, el amortiguamiento y la rigidez lineal del sistema respectivamente, g(x) representan la fuerza elástica no lineal del sistema considerado.

F(t) es la excitación mencionada anteriormente, la cual tiene una función de autocorrelación $R_F(\tau) = 2\,dc\,\delta(\tau) = \pi\,S_0\delta(\tau)$, donde d es un parámetro que indica la intensidad de la excitación, y S_0 es la amplitud de la función de densidad espectral de potencia correspondiente a $R_F(\tau)$; la función de densidad espectral está definida para frecuencias mayores o iguales a cero.

Para fines de la aplicación se consideró que m = 1 y k = 0 en el sistema estudiado; de acuerdo con la relación carga-deformación usada, y la técnica empleada en el cálculo de los parámetros equivalentes se presentan los casos siguientes: 1A, 1I, 2A, 2I; donde el 1 corresponde a la relación de la fig 2a), el 2 a la de la fig 2b), la letra A a la técnica de Atalik y Utku (14) (apéndice 2) y la I a la de Iwan (12) (apéndice 2). En la tabla 7 se muestran las características de los casos analizados.

4.2 *Relación carga-deformación* $g(x) = \alpha x^3$

Atalik y Utku expresan el parámetro de rigidez equivalente k_e y la solución, de manera cerrada, tanto para la solución de Fokker-Planck (FP), como para la aproximación presentada por ellos (AU).

Para la solución de FP (5)

$$\sigma^2_{FP} = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\, p(x)\, dx = 0.676\sqrt{\frac{d}{\alpha}} \tag{12}$$

Para la solución de AU (5):

$$k_e = E\left\{\frac{\partial}{\partial x}(\alpha x^3)\right\} = 3\alpha\; E\{x^2\}$$

$$E\{x^2\} = d/k_e \;\therefore\; E\{x^2\} = \sigma^2_{AU} = 0.5776\sqrt{\frac{d}{\alpha}} \tag{13}$$

Para el método de linealización equivalente paso a paso (LPP), propuesto en este trabajo, los resultados se organizaron de la siguiente manera:

En la tabla 1 se muestra la comparación de las respuestas para un intervalo de valores del parámetro α entre .01 y 20: en las columnas 1 a 3 se ven. la rigidez y frecuencia equivalente k_e y ω_e y la variancia obtenida por el método (LPP) σ^2_{LPP}; los tres parámetros obtenidos del modelo de linealización paso a paso para un paso. En la columna 4, la variancia obtenida con la ecuación 13; en la columna 5, la obtenida con la ecuación 12 y finalmente los errores E_{3-4} y E_{3-5} en porcentaje, y que se calcularon así:

$$E_{3-4} = \frac{|\sigma^2_{AU} - \sigma^2_{LPP}|}{\sigma^2_{AU}} \times 100 \quad ; \qquad E_{3-5} = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP}|}{\sigma^2_{FP}} \times 100$$

Los resultados del modelo de linealización paso a paso se obtuvieron hasta un tiempo final t_F = 40 segs, para el cual la respuesta del sistema ya era estacionaria. El número de simulaciones para calcular k_e fué de 200 y el método utilizado para calcularla fue el de AU.

En la tabla 2, las 3 primeras columnas muestran lo mismo que la tabla anterior, pero ahora el método usado para calcular k_e fue el de Iwan (I). La columna 4 contiene la solución encontrada con la ecuación (12), y finalmente la última columna muestra el error entre σ^2_{FP} y σ^2_{LPP}, el cual se calculó así:

$$E_{3-4} = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP}|}{\sigma^2_{FP}} \cdot x\ 100$$

Aquí el valor t_F fue de 50 segs.

En la tabla 3 se muestran los resultados para la variancia final cuando se calcula en varios pasos. Las columnas 1, 2 y 3 contienen k_e, ω_e y σ^2_{LPP} para 2 pasos, las columnas 4, 5 y 6 contienen lo mismo que 1, 2 y 3, ahora para 10 pasos, k_e se calculó con el método AU. La columna 7 contiene la solución exacta de {11} Y las últimas los errores E_{3-7} y E_{6-7} calculados así:

$$E_{3-7} = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP\ 2PASOS}|}{\sigma^2_{FP}}\ x\ 100 \quad ; \quad E_{6-7} = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP\ 10PASOS}|}{\sigma^2_{FP}}\ x\ 100$$

4.3 *Relación carga-deformación* $g(x) = \frac{2}{\pi} f_u \ tg^{-1} \left(\frac{\pi}{2} \ \frac{k}{f_u} X \right)$

Iwan (I) presenta en (4) expresiones cerradas para evaluar la solución exacta de FP y la aproximación que se obtiene siguiendo su método.

Para la solución de FP {4}

$$\sigma_{FP}\ e^{\alpha^2}\ erfc(\alpha) = \sqrt{2}\ \frac{\lambda}{2cf_u} \tag{14}$$

donde

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}\ f_u}{\pi\ k\ \sigma_{FP}}$$

Para la solución de I {4}:

$$\sigma_I\ e^{\alpha^2}\ erfc(\alpha) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{\lambda}{2cf_u} \tag{15}$$

donde

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}\ f_u}{\pi'\ k\ \sigma_I}$$

, erfc = función complementaria de error y $\lambda = \pi S_0$

En las tablas 5 y 6 se muestran los resultados (columnas 1, 2 y 3) obtenidos con el modelo de linealización paso a paso, para un paso, calculando k_e con el método de Iwan y el de AU, respectivamente.

También se muestran las variancias obtenidas con los criterios de FP y de Iwan, así como las comparaciones en por ciento, las que se calcularon así:

$$E_1 = \frac{|\sigma^2_{LPP} - \sigma^2_I|}{\sigma^2_I} \times 100 \quad ; \quad E_2 = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_I|}{\sigma^2_I} \times 100$$

$$E_3 = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP}|}{\sigma^2_{LPP}} \times 100 \quad ; \quad E_4 = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP}|}{\sigma^2_{FP}} \times 100 \text{ (AU)}$$

$$E_5 = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_I|}{\sigma^2_{FP}} \times 100 \text{ (AU)}$$

En todo esto, t_F = 50 segs; f_u = 1 y el número de simulaciones para calcular k_e fue de 500.

La tabla 4 muestra variancias finales calculadas en 2 y 5 pasos, con t_F = 50 segs, número de simulaciones = 500 (k_e del método AU) y f_u = 1. La columna 3 muestra la solución FP y la última columna es

$$E_{1-3} = \frac{|\sigma^2_{FP} - \sigma^2_{LPP\ 2pasos}|}{\sigma^2_{FP}} \times 100$$

En la fig 4 se grafican los resultados obtenidos, utilizando la relación $g(x) = \alpha x^3$, con los siguientes modelos: de linealización paso a paso, de Atalik y Utku y de Fokker-Planck. Se observa que la solución usando FP fue consistentemente mayor que las otras para los valores de α analizados. También se observa que las soluciones AU y LPP casi coinciden, lo que indica que el modelo LPP produce resultados con la misma aproximación que AU (el mismo error respecto a FP).

En la fig 5 se grafican los resultados obtenidos, utilizando la relación $g(x) = \frac{2}{\pi} f_u \, tg^{-1} \left(\frac{\pi}{2} \frac{k}{f_u} x \right)$, con los mismos modelos, calculando k_e según Iwan o segun AU. En el primer caso (k_e de Iwan) las soluciones conservaron siempre este orden: FP, LPP, Iwan de mayor a menor; éste indica que el modelo LPP produjo resultados más próximos a los del modelo FP, que los de Iwan. En el segundo (k_e de AU), para $k < 10$ el orden fue: FP, LPP y I, y para $k \geq 10$ fue: FP, Iwan y LPP, lo cual indica que en el primer intervalo los resultados del modelo LPP se aproximan más a los del FP que los de Iwan, y en el segundo ocurre lo contrario.

4.4 *Análisis de resultados*

Si se le llama error a las diferencias obtenidas con los diferentes métodos (AU, I, LPP) respecto a la solución exacta (FP) y se comparan los resultados mostrados en las tablas 1 a 6 y figuras 4 y 5 se concluye que, para los casos estudiados:

a) Para los casos 1A y 1I el modelo propuesto en este trabajo (LPP) conduce a un error menor o igual que el que se obtiene con las aproximaciones de AU y de I

b) Para el caso 2A y $\frac{k}{f_u} < 10$ el modelo propuesto (LPP) lleva a errores menores que los del método de I. Para $\frac{k}{f_u} > 10$ los errores obtenidos con LPP son mayores que los correspondientes a I.

c) Para el caso 2I el modelo LPP conduce a errores menores que los obtenidos con el método de I. Es necesario mencionar que con el método LPP se llega al mismo resultado cuando se utilizan uno o varios pasos.

d) Las diferencias de todas las aproximaciones (I, AU, LPP), respecto a FP se deben a que la distribución de la respuesta no es gaussiana, sino de otro tipo.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. El modelo de linealización equivalente paso a paso propuesto en este trabajo permite obtener la respuesta de sistemas de cortante no lineales sujetos a excitación no estacionaria.

2. Los resultados para los casos estudiados permiten afirmar que el algoritmo propuesto conduce a una aproximación igual o mayor que la proporcionada por los modelos de Iwan y de Atalik y Utku.

3. En vista de que para sistemas de un grado de libertad los resultados pueden considerarse aceptables se propone estudiar el problema en sistemas con varios grados de libertad.

4. También sería recomendable el adaptar el modelo para relaciones carga-deformación del tipo histerético.

6. REFERENCIAS

1. Blume, J., "Structural Dynamics in Earthquake Resistant Design". Trans. ASCE 125 (1960), pp 1088-1139

2. Newmark N. y Rosenblueth E., "Fundamentals of Earthquake Engineering". Prentice Hall. 1971

3. Spanos, P-T.D., "Stochastic Linearization in Structural Dynamics", Applied Mechanics Reviews, Vol. 34, No. 1 (ene 1981)

4. Iwan, W.D. and Yang, I., "Application of Statistical Linearization Techniques to Non-Linear Multi-Degree-of-Freedom Systems", Journal of Applied Mechanics, Vol. 39 (1972), pp 545-550

5. Atalik, T.S. and Utku, T., "Stochastic Linearization of Multi-Degree-of-Freedom Non-Linear Systems", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 4 (1976), pp 411-420

6. Crandall, S.H., "Perturbation Techniques for Random Vibration of Nonlinear Systems", Journal of the Acoustical Society of America, v. 35 (1973), pp 1700-1705

7. Caughey, T.K., "Derivation and Application of the Fokker-Plank Equation to Discrete Nonlinear Dynamical Systems Subjected to White Random Excitation", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 35, No. 11, pp 1683-1692

8. Krylov, N. y Bogoliubov, N., "Introduction to Nonlinear Mechanics", Princeton Uniersity Press, 1943

9. Minorsky, N., "Nonlinear Oscillations", D. Van Nostrand Company Inc., 1962

10. Bogoliubov, N. and Mitropolsky, A., "Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations", 2nd edition, Gordon and Breach, New York, 1961

11. Foster, E.T., "Semilinear Random Vibrations in Discrete Systems", Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, No. 3, pp. 560-564

12. Lutes, Loren D., "Equivalent Linearization for Random Vibration", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 96, pp 227-242, 1970, AMR 24 (1971) Rev. 246

13. Booton, R.C., Jr., "Nonlinear Control Systems with Random Inputs", IRE Transaction in Circuit Theory, CT-1 (1954), pp. 9-18

14. Caughey, T.K., "Equivalent Linearization Techniques", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 35, (1963), pp 1706-1711

15. Caughey, T.K., "Random Excitation of a System with Bilinear Hysteresis", Journal of Applied Mechanics, Vol. 27, pp 649-652

16. Iwan, W.D., "Application of Nonlinear Analysis Techniques", in Applied Mechanics in Earthquake Engineering, W.D. Iwan, Ed., ASME Symposium, AMD Vol. 8, 1974

17. Spanos, P-T.D., "Linearization Techniques for Nonlinear Dynamical Systems", EERL 76-04 (sept. 1976), California Institute of Technology

18. Vanmarcke, E.H., "Structural Response to Earthquakes". Cap. 8 del libro "Seismic Risk and Engineering Decisions", editado por C. Lomnitz y E. Rosenblueth, Elsevier Scientific Pub., Amsterdam, Netherlands, 1977

19. Takemiya, Hirokazu y Lutes, Loren D., "Stationary Random Vibration of Hysteretic Systems", ASCE, EM Division, Vol. 103, No. 4 (ago 1977), pp 673-687

20. Spanos, P-T.D. y Iwan, W.D., "On the Existance and Uniqueness of Solutions Generated by Equivalent Linearization", Int. Journal of Nonlinear Mechanics, Vol 13 (1978), pp. 71-78

21. Iyengar, Narayana R. e Iyengar, Janardhan K., "Stochastic Analysis of Yielding Systems", ASCE, EM Division, Vol. 104, No. 2 (abril 1978), pp 383-398

22. Spanos, P-T.D., "Stochastic Analysis of Oscillators with Nonlinear Damping", Int. Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 13 (1978), pp. 249-259

23. Gasparini, D.A., "Response of MDOF Systems to Nonstationary Random Excitation", ASCE, EM Division, Vol. 105, No. 1, (feb 1979), pp 13-27

24. Gasparini, D.A. y Deb Chaudhury, Amitabha, "Dynamic Response to Nonstationary Nonwhite Excitation", ASCE, EM Division, Vol. 106, No. 6 (dic 1980), pp 1233-1248

25. Crandall, Stephen H., "Zero Crossings, Peaks and Other Statistical Measures of Random Responses". Journal of the Acoustical Society of America. Vol. 35, No. 11, pp 1693-1699, nov 1963

26. Clough, W.C. and Penzien, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, 1975

27. Hurty, Walter C., and Rubinstein, Moshe F., "Dynamics of Structures", Prentice Hall, 1964

28. Esteva L., Chávez M. y Téllez F., "Confiabilidad de Estructuras Sujetas a Cargas Fluctuantes. Aplicación a Plataformas Marinas". Reporte interno del Instituto de Ingeniería. UNAM. Enero de 1981

	1	2	3	4	5	6	7
	linealización paso a paso			σ^2_{AU}	σ^2_{FP}	$E_{3-4}\%$	$E_{3-5}\%$
α	ke	we	σ^2 LPP				
20	3,79	1,94	,063	,063	,074	,27	17,46
10	2,87	1,69	,096	,096	,112	,28	14,28
5	2.17	1,47	,147	,145	,170	,77	13,53
3	1,77	1,33	,199	,198	,232	,62	14,22
1	1,14	1,06	,385	,383	,448	,26	14,06
,5	,86	,93	,583	,581	,680	,45	14,26
,1	,45	,67	1,531	1,527	1,787	,28	14,32
,01	,17	,42	6,016	6,100	7,139	1,37	15,73

Tabla 1. Comparación entre las variancias, σ^2, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para un paso), de Atalik-Utku (AU) y la solución exacta de Fokker-Planck (FP); caso 1A.

	1	2	3	4	
	linealización paso a paso			σ^2_{FP}	$E_{3-4}\%$
α	ke	we	σ^2 LPP		
20	3,79	1,94	,063	,074	14,86
10	2,86	1,69	,097	,112	13,39
5	2,17	1,47	,147	,170	13,53
3	1,77	1,33	,199	,232	14,22
1	1,14	1,06	,385	,448	14,06
,5	,86	,93	,584	,680	14,11
,1	,45	,67	1,533	1,786	14,16
,01	,18	,42	6,077	7,121	14,66

$$E_{ij} = \frac{|\sigma_j^2 - \sigma_i^2|}{\sigma_j^2} \times 100$$

i,j = número de columna

Tabla 2. Comparación entre las variancias, $\sigma^2_{\cdot}$, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para un paso), y la solución exacta de Fokker-Planck (FP); caso 1I.

	1	2	3	4	5	6	7		
	2 pasos			10 pasos					
α	ke	we	σ^2 LPP	ke	we	σ^2 LPP	σ^2_{FP}	E_{3-7}%	E_{6-7}%
10	2.87	1,69	,096	2,86	1.69	,097	.112	14.28	13.39
3	1.77	1.33	,199	1,77	1.33	,199	.232	14.22	14.22
1	1.14	1,06	.385	1,14	1,06	.385	.448	14.06	14.06
.01	.17	.42	6.026	.18	.42	6.073	7.136	15.73	14.89

Tabla 3. Comparación de las variancias, σ^2, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para 2 y 10 pasos), y la solución exacta de Fokker-Planck (FP); caso 1A.

	1	2	3	
Δt / k	σ^2 LPP 25 segs	10 segs	σ^2_{FP}	E_{1-3}%
40	.112	.109	.175	36,00
30	.136	.133	.205	33.66
20	.177	.174	.245	27.75
10	.270	.268	.344	21.51
6	.365	.365	.443	17.61
4	.476	.476	.550	13.45

$$E_{ij} = \frac{|\sigma_j^2 - \sigma_i^2|}{\sigma_j^2} \times 100$$

i,j = número de columna

Tabla 4. Comparación de las variancias, σ^2, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para 2 y 5 pasos), y la solución exacta de Fokker-Planck (FP); caso 2A.

k	linealización paso a paso					Comparaciones %		
	ke	we	σ^2 LPP	σ_I^2	σ_{FP}^2	E_1	E_2	E_3
40	1,58	1,25	.235	,224	,285	5.35	27,20	20,77
30	1,53	1,23	,247	,238	,302	3,92	26,89	22.10
25	1.50	1,22	,255	,246	,311	4,06	26,7	21,77
20	1.50	1,22	,254	,249	,314	2,25	26.3	23.52
10	1,25	1,11	,335	,317	,399	5,98	25.87	18.76
9	1,21	1.10	.350	,331	,410	6.01	23,87	16.84
8	1,18	1,08	,365	,339	,426	7,83	25.66	16.54
7	1,12	1,06	,393	,362	,452	8.67	25,08	15,10
6	1.07	1,03	,425	,392	,485	8.34	23.47	13.96
4	,91	,95	.536	.476	.593	12,60	24.58	10.60

Tabla 5. Comparación entre las variancias, σ^2, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para un paso), de Iwan (I) y la solución exacta de Fokker-Planck (FP); caso 2I.

	linealización paso a paso					Comparaciones %	
k	ke	we	σ^2 LPP	σ^2_I	σ^2_{FP}	E_4	E_5
40	2.63	1.62	,110	,138	,175	37,43	21.22
30	2.28	1.51	,136	,162	,205	33.33	20.97
25	2.10	1.45	.154	.176	.223	31.17	21.35
20	1.93	1.39	,174	,194	.245	29.00	20.99
10	1.44	1.20	,271	.274	,344	21.17	20.20
9	1.38	1.17	,289	.288	.363	20.41	20.66
8	1.33	1.15	,306	.304	.381	19.54	20.21
7	1.25	1.12	.336	.322	,410	18.10	21.46
6	1,17	1.08	,368	.355	.443	16.86	19.95
4	.99	.99	.477	.442	.550	13.30	19.54

Tabla 6. Comparación entre las variancias, σ^2, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para un paso), de Iwan y, la solución exacta de Fokker-Planck (FP); caso 2A.

CASOS	Ley carga-deformación	Método para calcular ke	Duración excitación: t_F (segs.)	Número de simulaciones NSIM
1 A	Cúbica	Atalik - Utku	40	200
1 I	Cúbica	Iwan	50	200
2 A	arc tg	Atalik - Utku	50	500
2 I	arc tg	Iwan	50	500

Tabla 7. Descripción de las características de los casos estudiados.

Fig. 1 Sistema estructural de cortante sujeto a excitación sísmica y su idealización

Fig 2. Leyes carga-deformación: a) endurecimiento, b) ablandamiento

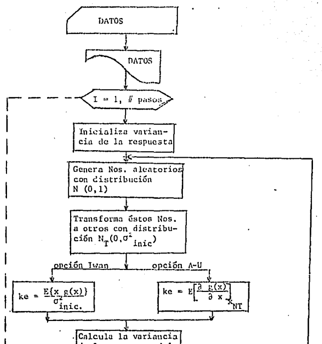

Fig. 3 Diagrama de bloques del algoritmo de linealización equivalente paso a paso, para sistemas con 1 grado de libertad y relación carga-deformación que sólo depende de x.

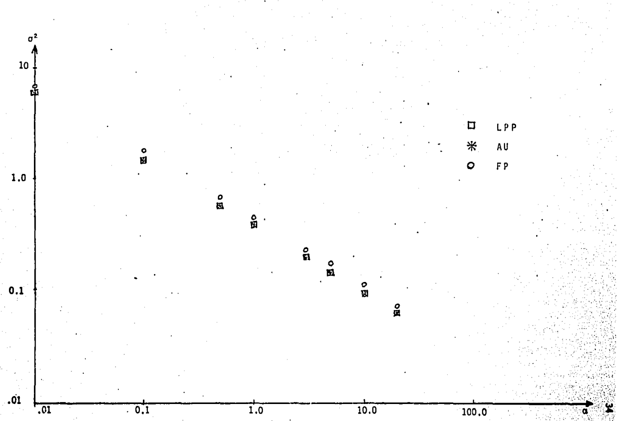

Fig. 4. Comparación entre las variancias, σ^2, obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para un paso), de Atalik-Utku (AU) y la solución exacta de Fokker-Plank (FP); casos 1A y 1I (coinciden).

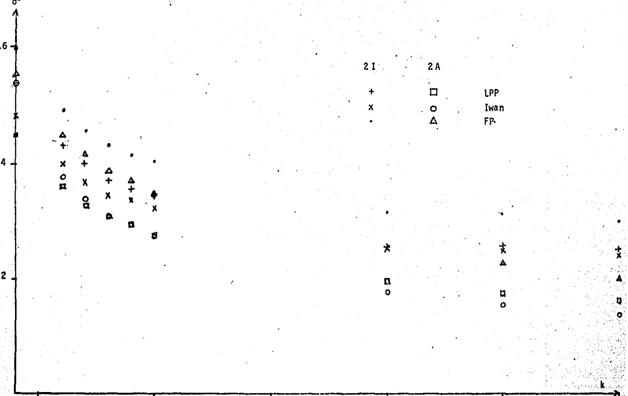

Fig. 5. Comparación entre las variancias, σ², obtenidas con los modelos: de linealización paso a paso (LPP) (para un paso), de Iwan (I) y la solución exacta de Fokker-Plank (FP). Casos 2A y 2I.

APENDICE 1

Análisis modal de la respuesta sísmica de un sistema lineal con N grados de libertad

Los desarrollos que siguen se basan en la ref (28)

La ec (2) del capítulo 3 es de la forma:

$$\underset{\sim}{M}(\ddot{\underline{q}} + \underline{J}\ddot{X}_o(t)) + \underset{\sim}{C}\dot{\underline{q}} + \underset{\sim}{K}\underline{q} = \underline{0} \tag{1.1}$$

o bién,

$$\underset{\sim}{M}\ddot{\underline{q}} + \underset{\sim}{C}\dot{\underline{q}} + \underset{\sim}{K}\underline{q} = -\underset{\sim}{M}\underline{J}\ddot{X}_o(t) \tag{1.2}$$

donde

$\underline{J} = \begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix}$, y si se supone la existencia de modos clásicos de vibración, la respuesta $\underline{q}$ puede expresarse en términos de las respuestas modales $\underline{\phi}$:

$$\underline{q} = \underset{\sim}{Z}\,\underline{\phi} \tag{1.3}$$

Si se supone que las formas modales no cambian en el paso considerado:

$$\dot{\underline{q}} = \underset{\sim}{Z}\,\dot{\underline{\phi}} \quad , \text{y} \quad \ddot{\underline{q}} = \underset{\sim}{Z}\,\ddot{\underline{\phi}} \tag{1.4}$$

Sustituyendo 1.3 y 1.4 en 1.2 y premultiplicando por $Z_{\underline{k}}^T$:

$$Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{Z}\,\ddot{\underline{\phi}} + Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{Z}\,\dot{\underline{\phi}} + Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{Z}\,\underline{\phi} = Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{M}\,\underline{J}\,X_o\,(t) \tag{1.5}$$

Suponiendo que $\underset{\sim}{M}$, $\underset{\sim}{C}$ y $\underset{\sim}{K}$ cumplen la condición de ortogonalidad

$$Z_{\underline{j}}^T \underset{\sim}{M} Z_{\underline{k}} = Z_{\underline{j}}^T \underset{\sim}{C} Z_{\underline{k}} = Z_{\underline{j}}^T \underset{\sim}{K} Z_{\underline{k}} = 0 \quad \text{si} \quad j \neq k \quad \text{y}$$

$$Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{M} Z_{\underline{k}} = m_k \;;\; Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{C} Z_{\underline{k}} = c_k \;;\; Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{K} Z_{\underline{k}} = K_k \;;\; \frac{Z_{\underline{k}}^T \underset{\sim}{M}\,\underline{J}}{m_k} = c_k$$

y si $c_k / m_k = 2\,\zeta_k\,\omega_k$ y $\omega_k^2 = K_k / m_k$:

$$\ddot{\phi}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{\phi}_k + \omega_k^2 \phi_k = c_k \ddot{x}_o(t) \qquad (1.6)$$

La solución de esta ecuación, puede expresarse como sigue:

$$\phi_k (t) = \phi_{k_{C.I.}} + \phi_{k_{\ddot{x}_o}} = \phi_k (0)\, h_{k_{11}}(t) + \dot{\phi}_k (0)\, h_{k_{12}}(t) + c_k \int_o^t \ddot{x}_o (\tau)\, h_k (t-\tau)\, d\tau \qquad (1.7)$$

$$\dot{\phi}_k (t) = \dot{\phi}_{k_{C.I.}} + \dot{\phi}_{k_{\ddot{x}_o}} = \phi_k (0)\, h_{k_{21}}(t) + \dot{\phi}_k (0)\, h_{k_{22}}(t) + c_k \int_o^t \ddot{x}_o (\tau)\, \dot{h}_k (t-\tau)\, d\tau \qquad (1.8)$$

$$h_{k_{11}}(t) = \left[\frac{\zeta_k \omega_k}{\omega_k'} \operatorname{sen} \omega_k' t + \cos \omega_k' t\right] \exp (-\zeta_k \omega_k t)$$

$$h_{k_{12}}(t) = \frac{\operatorname{sen} \omega_k' t}{\omega_k'} \exp (-\zeta_k \omega_k t)$$

$$h_{k_{21}}(t) = \frac{-\omega_k^2}{\omega_k'} (\operatorname{sen} \omega_k' t) \exp (-\zeta_k \omega_k t)$$

$$h_{k_{22}}(t) = \left[\frac{-\zeta_k \omega_k}{\omega_k'} \operatorname{sen} \omega_k' t + \cos \omega_k' t\right] \exp (-\zeta_k \omega_k t)$$

$$\omega_k' = \omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2}$$

Si estamos en el paso t_i, t_{i+1}, 1.7 y 1.8 se convierten en:

$$\phi_k\,(t_i < t \leq t_{i+1}) = \phi_k\,(t_i)\,h_{k_{11}}(t-t_i) + \dot{\phi}_k\,(t_i)\,h_{k_{12}}(t-t_i) + + c_k \int_{t_i}^{t} \ddot{x}_o(\tau) h_k(t-\tau)\,d\tau \qquad (1.9)$$

$$\dot{\phi}_k\,(t_i < t \leq t_{i+1}) = \phi_k\,(t_i)\,h_{k_{21}}(t-t_i) + \dot{\phi}_k\,(t_i)\,h_{k_{22}}(t-t_i) + + c_k \int_{t_i}^{t} \ddot{x}_o(\tau) \dot{h}_k(t-\tau)\,d\tau \qquad (1.10)$$

Para obtener

$\phi_k\,(t_i)$ y $\dot{\phi}_k\,(t_i)$ se premultiplica 1.3 por $\underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}$:

$$\underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}\, \underline{q} = \underline{Z}_k^T M \underset{\sim}{Z}\, \underline{\phi}$$

Evaluando en $t=t_i$, y aplicando la condición de ortogonalidad:

$$\underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}\, \underline{q}\,(t_i) = \phi_k\,(t_i)\, m_k \qquad \phi_k\,(t_i) = \frac{\underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}\, \underline{q}\,(t_i)}{m_k} \qquad (1.11)$$

De manera similar:

$$\underline{\dot{q}} = \underset{\sim}{Z}\, \underline{\dot{\phi}} \quad , \quad \underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}\, \underline{\dot{q}}\,(t_i) = m_k\, \dot{\phi}_k\,(t_i)$$

$$\dot{\phi}_k\,(t_i) = \frac{\underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}\, \underline{\dot{q}}\,(t_i)}{m_k} \qquad (1.12)$$

Por otra parte, 1.3 puede escribirse:

$$q_r\,(t_{i+1}) = q_{r_{i+1}} = \sum_{j=1}^{NM} Z_{rj}\, \phi_j\,(t_{i+1}) \qquad (1.13)$$

donde NM = número de modos.

Pero, como lo que interesa es la matriz de covariancias de la respuesta, se toma , en la ec 1.13, las covariancias:

$$E\left[q_{r_{i+1}} q_{s_{i+1}}\right] = \sum_k \sum_L Z_{rk} Z_{sL} E\left[\phi_k(t_{i+1}) \phi_L(t_{i+1})\right] \quad (1.14)$$

De manera similar:

$$E\left[\dot{q}_{r_{i+1}} \dot{q}_{s_{i+1}}\right] = \sum_k \sum_L Z_{rk} Z_{sL} E\left[\dot{\phi}_k(t_{i+1}) \dot{\phi}_L(t_{i+1})\right] \quad (1.15)$$

$$E\left[q_{r_{i+1}} \dot{q}_{s_{i+1}}\right] = \sum_k \sum_L Z_{rk} Z_{sL} E\left[\phi_k(t_{i+1}) \dot{\phi}_L(t_{i+1})\right] \quad (1.16)$$

Haciendo lo mismo con 1.9 y 1.10:

$$\begin{aligned} E\left[\phi_k(t_{i+1}) \phi_L(t_{i+1})\right] &= h_{k_{11}} h_{L_{11}} E\left[\phi_k(t_i) \phi_L(t_i)\right] + \\ &+ h_{k_{12}} h_{L_{12}} E\left[\dot{\phi}_k(t_i) \dot{\phi}_L(t_i)\right] + h_{k_{11}} h_{L_{12}} E\left[\phi_k(t_i) \dot{\phi}_L(t_i)\right] + \\ &+ h_{L_{11}} h_{k_{12}} E\left[\phi_L(t_i) \dot{\phi}_k(t_i)\right] + \\ &c_k c_L \iint_{t_i}^{t_{i+1}} E\left[\ddot{x}_o(\tau') \ddot{x}_o(\tau'')\right] h_k(t-\tau') h_L(t-\tau'') d\tau' d\tau'' \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} E\left[\dot{\phi}_k(t_{i+1}) \dot{\phi}_L(t_{i+1})\right] &= h_{k_{21}} h_{L_{21}} E\left[\phi_k(t_i) \phi_L(t_i)\right] + \\ &+ h_{k_{22}} h_{L_{22}} E\left[\dot{\phi}_k(t_i) \dot{\phi}_L(t_i)\right] + h_{k_{21}} h_{L_{22}} E\left[\phi_k(t_i) \dot{\phi}_L(t_i)\right] + \\ &+ h_{L_{21}} h_{k_{22}} E\left[\phi_L(t_i) \dot{\phi}_k(t_i)\right] + \\ &c_k c_L \iint_{t_i}^{t_{i+1}} E\left[\ddot{x}_o(\tau') \ddot{x}_o(\tau'')\right] \dot{h}_k(t-\tau') \dot{h}_L(t-\tau'') d\tau' d\tau'' \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$E\left[\phi_k(t_{i+1})\,\dot{\phi}_L(t_{i+1})\right] = h_{k_{11}} h_{L_{21}} E\left[\phi_k(t_i)\,\phi_L(t_i)\right] +$$

$$+ h_{k_{12}} h_{L_{22}} E\left[\dot{\phi}_k(t_i)\,\dot{\phi}_L(t_i)\right] + h_{k_{11}} h_{L_{22}} E\left[\phi_k(t_i)\,\dot{\phi}_L(t_i)\right] +$$

$$+ h_{k_{12}} h_{L_{21}} E\left[\phi_L(t_i)\,\dot{\phi}_k(t_i)\right] +$$

$$c_k\, c_L \iint_{t_i}^{t_{i+1}} E\left[\ddot{x}_o(\tau')\,\ddot{x}_o(\tau'')\right] h_k(t-\tau')\,\dot{h}_L(t-\tau'')\,d\tau'\,d\tau'' \tag{1.19}$$

Si se llaman a_{jk} a los elementos de $\frac{1}{m_k} \underline{Z}_k^T \underset{\sim}{M}$ en 1.11 y 1.12, se puede escribir:

$$E\left[\phi_k(t_i)\,\phi_L(t_i)\right] = \sum_m \sum_n a_{mk}\, a_{nL}\, E\left[q_{m_i}\, q_{n_i}\right] \tag{1.20}$$

$$E\left[\dot{\phi}_k(t_i)\,\dot{\phi}_L(t_i)\right] = \sum_m \sum_n a_{mk}\, a_{nL}\, E\left[\dot{q}_{m_i}\, \dot{q}_{n_i}\right] \tag{1.21}$$

$$E\left[\phi_k(t_i)\,\dot{\phi}_L(t_i)\right] = \sum_m \sum_n a_{mk}\, a_{nL}\, E\left[q_{m_i}\, \dot{q}_{n_i}\right] \tag{1.22}$$

Las integrales dobles en 1.17, 1.18 y 1.19, que corresponden a los valores finales de la covariancia de la respuesta modal ante un segmento de excitación de duración t_i, t_{i+1}, pueden aproximarse, según Vanmarcke {18} con:

$$\sigma_{\phi_j\,\phi_k} = \sigma_{\phi_k\,\phi_j} = \frac{1}{2}\left[A_{kj}\,\sigma^2_{\phi_k} + A_{jk}\,\sigma^2_{\phi_j}\right] \tag{1.23}$$

$$\sigma_{\phi_j\,\dot{\phi}_k} = \sigma_{\dot{\phi}_k\,\dot{\phi}_j} = \frac{1}{2}\left[A_{kj}\,\sigma^2_{\dot{\phi}_k} + A_{jk}\,\sigma^2_{\dot{\phi}_j}\right] \tag{1.24}$$

$$\sigma_{\phi_k \dot{\phi}_j} = \frac{1}{2} \left[A_{kj} \, \sigma^2_{\phi_k} + A_{jk} \, \sigma^2_{\dot{\phi}_j} \right] \tag{1.25}$$

Y si la excitación es ruido blanco podemos escribir, también según Vanmarcke { 18 } :

$$\sigma^2_{\phi_i} = \frac{\pi \, S_a \, (\omega_i)}{4 \, \zeta_i' \, \omega_i^3} \tag{1.26}$$

Y, de acuerdo con Clough y Penzien { 26 },

$$\sigma^2_{\dot{\phi}_i} = \frac{\pi \, S_a \, (\omega_i)}{4 \, \zeta_i' \, \omega_i} \tag{1.27}$$

En 1.26 y 1.27 S_a es la densidad espectral de las aceleraciones del terreno.

APENDICE 2

Método de Iwan (4) y de Atalik y Utku (5) para calcular el parámetro equivalente k_e.

En la aplicación que se hará en este trabajo, para fines de calibración, se considera un sistema no lineal de cortante con un grado de libertad cuya no linealidad se refiere solamente a la fuerza restitutiva en el resorte, y el amortiguamiento conserva un comportamiento lineal. Si se considera que el valor de la masa es unitario, las ecuaciones diferenciales que representan el movimiento del sistema real y el equivalente se pueden escribir como:

$$\ddot{x} + c\dot{x} + g(x) = F(t) \quad (2.1)$$

$$\ddot{x} + c\dot{x} + k_e x + d = F(t) \quad (2.2)$$

donde:

- k coeficiente de rigidez lineal equivalente
- c coeficiente de amortiguamiento lineal
- $g(x)$ fuerza restitutiva elástica no lineal
- d diferencia entre las fuerzas calculadas en cada instante para el sistema real y el equivalente
- $F(t)$ fuerza excitadora
- x respuesta de desplazamiento del sistema

restando (2.2) de (2.1):

$$d = g(x) - k_e x \quad (2.3)$$

2.1 Método de Iwan para calcular k_e

La condición de minimización consiste en hacer mínima la esperanza de la diferencia al cuadrado, $E\{d^2\}$, respecto al parámetro equivalente k_e, es decir:

$$\frac{\partial}{\partial k_e} E\{d^2\} = 0 \qquad (2.4)$$

Sustituyendo (2.3) en (2.4) y haciendo operaciones:

$$\frac{\partial}{\partial k_e} E\{[g(x) - k_e x]^2\} = E\{\frac{\partial}{\partial k_e}[g(x) - k_e x]^2\} = 0 \quad (2.5)$$

$$E\{2[g(x) - k_e x](-x)\} = 0 \qquad (2.6)$$

$$E\{x\, g(x)\} = E\{x^2\} \qquad (2.7)$$

de donde resulta:

$$k_e = \frac{E\{x\, g(x)\}}{E\{x^2\}} \qquad (2.8)$$

2.2 Método de Atalik y Utku para calcular k_e

La condición de minimización para el criterio de equivalencia, consiste en lo siguiente:

$$E\{\frac{\partial d}{\partial x}\} = 0 \qquad (2.9)$$

Sustituyendo (2.3) en (2.9):

$$E\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[g(x) - k_e x \right] \right\} = 0 \qquad (2.10)$$

Haciendo operaciones:

$$E\left\{ \frac{\partial g(x)}{\partial x} - k_e \right\} = 0 \qquad (2.11)$$

De aquí, resulta:

$$k_e = E\left\{ \frac{\partial g(x)}{\partial x} \right\} \qquad (2.12)$$

Las expresiones 2.8 y 2.12 se valúan utilizando técnicas de Monte Carlo.

PARTE II

CONFIABILIDAD DE MARCOS DE CONCRETO CON PARAMETROS ESTRUCTURALES INCIERTOS ANTE EXCITACION SISMICA

1. INTRODUCCION

En su planteamiento más general la confiabilidad* de un sistema estructural se estima a partir de su probabilidad de falla (p_f) correspondiente a un lapso de interés, es decir la confiabilidad del sistema se define como $(1 - p_f)$ {1}. p_f se calcula a partir de la función de densidad de probabilidad conjunta de la resistencia y la solicitación del sistema, o si estas no estan correlacionadas, a partir de las funciones de densidad de probabilidad de dichas variables aleatorias (no-deterministas). Esta formulación requiere la determinación de las funciones de densidad mencionadas (según sea el caso) así como su integración en el dominio de las variables aleatorias involucradas {1}. En la práctica la obtención de las funciones de densidad y su correspondiente integración es un problema complejo pues el número de variables aleatorias que expresan la resistencia y la solicitación en un sistema estructural definen un espacio multidimensional con las implicaciones correspondientes. Debido a lo anterior se han propuesto formatos mas sencillos en los que la confiabilidad de una estructura se expre

* Probabilidad de que un sistema desarrolle adecuadamente durante un lapso de interés, las funciones que motivaron su diseño y construcción.

sa en términos del llamado índice de seguridad β. Dicho índice depende de los dos primeros momentos estadísticos de las variables de solicitación y de resistencia {2, 3, 4}, con lo cual se puede evitar el cálculo de la distribución de probabilidad correspondientes.

Para estimar la confiabilidad de un sistema estructural sujeto a cargas sísmicas se deben tomar en cuenta las características aleatorias de la solicitación, así como las incertidumbres asociadas al comportamiento y la resistencia del sistema ante este tipo de excitación.

El carácter aleatorio de la solicitación sísmica se deriva de las incertidumbres relacionadas con la ocurrencia, localización e intensidad de los temblores que la originan {5}, así como a los efectos que las condiciones geológicas y locales producen en las ondas sísmicas {6, 7} hasta que éstas llegan a la superficie al sitio donde se localiza el sistema estructural.

Las incertidumbres en el comportamiento y la resistencia de los sistemas estructurales cuando se les sujeta a temblores se deben principalmente a lo siguiente: variabilidad de las propiedades mecánicas de los materiales y de la geometría de los elementos que forman al sistema, errores implícitos en las fórmulas utilizadas para cálcular la resistencia de dichos elementos ante carga cíclica y modelos utilizados para predecir la respuesta sísmica del sistema {3}.

En este trabajo se propone y aplica una formulación para estimar la confiabilidad de sistemas estructurales no lineales localizados en una región sísmica. Esta formulación permite el tratamiento explícito de las incertidumbres en la resistencia y la respuesta sísmica de los mencionados sistemas, así como la incorporación de las incertidumbres en la solicitación sísmica. En la formulación se hace uso de conceptos de la confiabilidad estructural combinados con técnicas de riesgo sísmico, de respuesta dinámica paso a paso y de simulación de Monte Carlo.

El trabajo se ha dividido en la siguiente forma: en el capítulo 2 se hace el planteamiento general para la estimación de la probabilidad de falla de sistemas estructurales no-lineales ante carga sísmica; en el cap 3 se trata lo relacionado con las incertidumbres correspondientes a la resistencia de los mencionados sistemas; por otro lado en el capítulo 4 se presenta el tratamiento a las incertidumbres de la excitación sísmica; en el capítulo 5 se hace una aplicación de la formulación para evaluar la confiabilidad nominal implícita en las estructuras de concreto reforzado diseñadas de acuerdo con el reglamento sísmico del Distrito Federal, y localizadas en la zona blanda del mismo. En el capítulo 6 se analizan los resultados de la aplicación y finalmente en el capítulo 7 se presentan algunas conclusiones y recomendaciones del estudio.

2. PROBABILIDAD DE FALLA DE SISTEMAS ESTRUCTURALES

2.1 Formulación general

Cuando se trata de calcular la probabilidad de falla de un sistema, es necesario definir claramente en qué consiste el evento falla para poder valuar la probabilidad de que ocurra dicho evento. Generalmente se establece que la falla sea el colapso parcial o total de la estructura (estados límite de falla), aunque también suele interpretarse como falla la excedencia de cierto nivel de respuesta especialmente para fines de control de daños o para garantizar la funcionalidad de la estructura (estados límite de servicio).

Posteriormente se definen las variables de solicitación y resistencia y se plantea la probabilidad de falla como la probabilidad de que el valor de la solicitación exceda al de la resistencia. En general las dos variables se consideran aleatorias y su caracterización completa requiere el conocimiento de la función de densidad de probabilidad de cada una de ellas si son independientes, y de la conjunta si están correlacionadas.

Además, se deben identificar todas las diferentes formas o modos en que se puede alcanzar la falla. Y, puesto que el evento "falla" es la unión de todos los eventos en los que se alcanza la falla en modos distintos, la probabilidad de falla resulta ser la suma de todas las probabilidades condicionales de falla en un modo y sobrevivencia en los demás. También aquí debe considerarse la posible correlación entre los modos {3}.

2.2 Probabilidad de falla de estructuras no lineales de cortante de un grado de libertad ante excitación sísmica.

Cuando se pretende valuar la probabilidad de falla de una estructura sujeta a condiciones dinámicas aleatorias (como es la excitación sísmica), la variable de solicitación es aleatoria y asume los valores de la respuesta dinámica de la estructura. Para estructuras no lineales de cortante con un grado de libertad es conveniente el considerar que la respuesta es la máxima ductilidad desarrollada por la estructura. Este valor máximo de la ductilidad demandada por la excitación sísmica se puede obtener del análisis paso a paso de la respuesta dinámica de la estructura con algoritmos como los propuestos en las ref 9 y 10.

Si la variable de solicitación se mide por la demanda de ductilidad, la medida comparable que le correspondería a la variable de resistencia es la ductilidad que podría desarrollar la estructura por las propiedades de las secciones de sus miembros. Puesto que el objetivo último de este estudio es valuar la probabilidad de falla implícita en las normas {11}, la ductilidad que se considera como medida de la resistencia es la correspondiente a una estructura diseñada de acuerdo a estas normas. Al tomar en cuenta las características aleatorias de las propiedades de la estructura, la variable que mide la resistencia es también aleatoria.

Generalmente se acepta que el evento falla es aquel en el cual algún valor de la solicitación excede a los de la resistencia, y que la probabilidad de falla es la probabilidad de que la solicitación exceda a la resistencia (1,2,3,4). Si se supone que la solicitación y la resistencia (medidas por las ductilidades antes descritas) son estadísticamente independientes, se pueden obtener de manera independiente las distribuciones de probabilidad de dichas ductilidades.

Si el modo de falla considerado es único, y corresponde al mecanismo que se muestra en la figura 1, la probabilidad de falla del sistema estructural considerado se puede valuar, en términos de las distribuciones mencionadas, en la siguiente manera (1, 12):

$$p_f = P(S > R) = \int_0^{\infty} \bar{F}_S(\delta)\, f_R(\delta)\, d\delta \tag{1}$$

donde :

S	=	variable aleatoria de solicitación
R	=	variable aleatoria de resistencia
$\bar{F}_S(\delta)$	=	distribución acumulada complementaria de las ductilidades demandadas
$f_R(\delta)$	=	función de densidad de probabilidad de las ductilidades resistentes

En el capítulo 5 se obtienen las funciones $\bar{F}_S$ y f_R para el caso de estructuras de cortante, de concreto reforzado, con un grado de libertad, construídas en la zona blanda del D. F., y se describe el procedimiento para calcular las probabilidades de falla correspondientes.

3. INCERTIDUMBRE EN LOS PARAMETROS DEL SISTEMA ESTRUCTURAL

3.1 Incertidumbres en los parámetros de estructuras de concreto.

Estudios de laboratorio han revelado la existencia de variabilidad en las propiedades geométricas y mecánicas de los materiales con que se construyen las estructuras y de los miembros que las forman. Lo anterior se puede atribuir a diferencias en la fabricación y en el proceso constructivo. Si esta variabilidad se interpreta como evidencia de la incertidumbre inherente en las propiedades mencionadas, podremos considerar a los parámetros que representan a dichas propiedades en el diseño como variables aleatorias.

En el caso de estructuras de concreto reforzado la variabilidad mencionada ha sido reportada en términos de la media y el coeficiente de variación de los parámetros que definen la resistencia de sus elementos estructurales. Por ejemplo, en elementos a flexión subreforzados la resistencia de fluencia de la sección se expresa como {11}

$$M_y = f(\phi, f_y, d, f'_c, A_s, b) \qquad (2)$$

donde,

- ϕ una medida del error en la fórmula utilizada para calcular la resistencia a flexión de la sección
- f_y esfuerzo de fluencia en el acero de refuerzo
- d peralte efectivo de la sección
- f'_c resistencia del concreto
- A_s área transversal de refuerzo en la sección
- b ancho de la sección

De estos parámetros sólo ϕ, f_y, f'_c y d se consideran aleatorios ya que la incertidumbre de A_s se acostumbra asociarla con la de f_y, y la de b se desprecia debido a que las variaciones en su valor son pequeñas.

Los estudios reportados por Allen (13), que se refieren a pruebas de la resistencia a flexión de vigas subreforzadas permiten conocer la incertidumbre en los parámetros ϕ y f_y.

En lo que se refiere a las incertidumbres en el parámetro d se tienen los valores determinados por Johnson (14). Finalmente, en cuanto a f'_c, de los estudios de Peterson (15) y Trejo (16) se puede determinar su variabilidad.

3.2 Incertidumbres en estructuras de cortante de un grado de libertad.

El sistema estructural que se estudia consiste en un marco dúctil de concreto reforzado con un grado de libertad, sujeto a solicitación sísmica, esta última representada por la carga horizontal V_y (fig 1). Para simplificar el tratamiento se considera un solo modo de falla, que es el mostrado en la fig 1. Este mecanismo corresponde a la aparición simultánea de articulaciones plásticas en los extremos de las columnas.

El comportamiento carga-deformación típico de un elemento de concreto reforzado sujeto a carga cíclica de flexión es de tipo histerético (17); como la elastoplástica histerética es la más sencilla de las relaciones carga deformación con las que se puede representar el comportamiento del elemento mencionado, en este trabajo se supone que el comportamiento de las columnas de marco de la fig 1 es de este tipo (fig 2).

La relación carga-deformación elastoplástica histerética se caracteriza por dos parámetros, la rigidez inicial K y el cortante de fluencia V_y (fig 2). Como se verá a continuación, K y V_y son variables aleatorias, dado que dependen de los parámetros mencionados en 3.1.

3.2.1 Incertidumbre en la rigidez inicial K

La rigidez inicial a una traslación normal al eje, para cada columna del marco considerado (fig 1), se expresa como: $K_c = 12\ EI\ /\ L^3$ y como se tienen dos columnas

$$K = 2\ K_c = 24\ EI\ /\ L^3 \qquad (3)$$

es decir K, depende del módulo de elasticidad E del concreto, del momento de inercia I de la sección y de la longitud L de las columnas. Si se acepta tomar a L como determinística, y si se considera que E depende de la resistencia f'_c del concreto e I de las dimensiones de la sección, se puede ver que K depende, de manera aleatoria, de f'_c y del peralte d puesto que el ancho b se considera determinístico, como se indicó en la sección 3.1.

El planteamiento formal de la caracterización de una función aleatoria, en términos de las variables aleatorias de las que depende, implica la búsqueda de la función de densidad de probabilidad conjunta, la cual depende de la distribución de probabilidad de cada variable y de la correlación que existe entre ellas. Como no se cuenta con información suficiente para determinar dicha función conjunta, en este trabajo se recurre al planteamiento aproximado que define la incertidumbre de la función en términos de sus dos primeros momentos estadísticos, como se muestra en las refs 2,3,4, 12 y 18.

Siguiendo lo planteado en dichas referencias se obtienen las siguientes expresiones para la esperanza de la rigidez inicial, $\bar{K}$ y su variancia σ_k^2 :

$$\bar{K} = \frac{24}{L^3} \bar{E} \bar{I} \tag{4}$$

$$\sigma_K^2 = \left(\frac{24 \bar{I}}{L^3}\right)^2 \sigma_E^2 + \left(\frac{24 \bar{E}}{L^3}\right)^2 \sigma_I^2 \tag{5}$$

donde

$$\bar{E} = 10000 \sqrt{\bar{f}'_c} - \frac{1250}{\bar{f}'^{3/2}_c} \sigma^2_{f'_c} \tag{6}$$

$$\sigma_E^2 = \left(\frac{5000}{\bar{f}'^{1/2}_c}\right)^2 \sigma^2_{f'_c} \tag{7}$$

$$\bar{I} = \frac{b\bar{d}^3}{12} + \frac{b\bar{d}}{4} \sigma_d^2 \tag{8}$$

$$\sigma_I^2 = \left(\frac{b\bar{d}^2}{4}\right)^2 \sigma_d^2 \tag{9}$$

El desarrollo para obtener éstas expresiones se encuentra en el apéndice B.

3.2.2 Incertidumbre en el cortante de fluencia V_y

Del equilibrio del trabajo interno con el trabajo externo para el mecanismo mostrado en la fig 1 se obtiene:

$$V_y = \frac{4}{L} M_y \tag{10}$$

donde la resistencia a flexión de las columnas del marco, es decir el momento de fluencia M_y se puede calcular con la siguiente expresión

$$M_y = \phi A_s f_y d (1 - A_s f_y/2 b d f''_c) \tag{11}$$

donde todos los parámetros de (11)se definieron en 3.1, excepto f''_c que es un valor específico de f'_c que se valúa de acuerdo a {11}.

Las incertidumbres en V_y se expresan en términos de su valor esperado $\bar{V}_y$ y de su variancia $\sigma^2_{V_y}$, los cuales se pueden estimar en función de los dos primeros momentos de M_y, es decir

$$\bar{V}_y = \frac{4}{L} \bar{M}_y \tag{12}$$

$$\sigma^2_{V_y} = \frac{16}{L^2} \sigma^2_{M_y} \tag{13}$$

donde

$$\bar{M}_y = \bar{\phi} A_s \bar{f}_y \bar{d} (1 - A_s \bar{f}_y / 2 b \bar{d} \bar{f}''_c) - \bar{\phi} A_s^2 \sigma^2_{f_y} / 2 b \bar{f}''_c - \bar{\phi} A_s^2 \bar{f}_y^2 / 2 b \bar{f}''^3_c \sigma^2_{f''_c} \tag{14}$$

$$\sigma^2_{M_y} = [A_s \bar{f}_y \bar{d} (1 - A_s \bar{f}_y / 2 b \bar{d} \bar{f}''_c)]^2 \sigma^2_\phi + [\bar{\phi} A_s \bar{d} - \bar{\phi} A_s^2 \bar{f}_y / b \bar{f}''_c]^2 \sigma^2_{f_y} + [\bar{\phi} A_s \bar{f}_y]^2 \sigma^2_d + [\bar{\phi} A_s^2 \bar{f}_y^2 / 2 b \bar{f}''^2_c]^2 \sigma^2_{f''_c} \tag{15}$$

Los desarrollos para obtener estas expresiones se encuentran en el apéndice B.

3.3 Simulación de sistemas estructurales de cortante

Si se supone que K y V_y son estadísticamente independientes y que tienen una distribución de probabilidades de tipo lognormal, se pueden simular n parejas de números K, V_y que representan comportamientos carga-deformación de n sistemas de cortante con un grado de libertad, es decir, que las n parejas aleatorias K, V_y representan n estructuras con propiedades inciertas.

Por ejemplo, para K dicha simulación se puede sintetizar en la siguiente forma:

Con las expresiones para los dos primeros momentos estadísticos de K obtenidos en 3.2.1, se calculan la media y la desviación estándar del logaritmo natural de K, $\bar{K}_{ln}$ y σk_{ln}; a continuación se generan n números aleatorios Z_i con distribución normal estandarizada (media cero y desviación estándar uno) que se transforman en n números aleatorios Z_i' con distribución normal con media $\bar{K}_{ln}$ y desviación estándar σk_{ln}, simplemente aplicando la relación lineal siguiente:

$$Z_i' = Z_i \sigma k_{ln} + \bar{K}_{ln} \qquad (16)$$

Finalmente los n valores K simulados se obtienen aplicando la relación:

$$K_i = e^{Z_i'} \qquad i = 1, \ldots, n \qquad (17)$$

Para simular los n valores de V_y se repite el algoritmo descrito utilizando los primeros dos momentos estadísticos de V_y y una nueva semilla para la simulación de los números Z_i correspondientes.

En la tabla 6 se presentan los resultados de la simulación descrita para 40 estructuras, con un periodo fundamental de 2.5 seg., correspondientes a la rigidez inicial y el cortante de fluencias esperados mostrados en la tabla 4.

4. INCERTIDUMBRE EN LA SOLICITACION SISMICA

Las incertidumbres asociadas a la solicitación sísmica son mayores que las correspondientes a las propiedades del sistema estructural; esto se debe a la complejidad del fenómeno de liberación de energía en el interior de la corteza terrestre, así como a la trasmisión de dicha energía hasta la superficie. En el caso de sitios localizados en la zona blanda del D. F., aparte de lo mencionado, se presentan los llamados efectos locales, que por lo general amplifican las intensidades de las ondas sísmicas y modifican su contenido de frecuencias al pasar dichas ondas por los estratos superficiales del Valle de México.

Para los fines del presente estudio se requiere utilizar acelerogramas registrados en la zona blanda del D. F. Aunque se cuenta con una muestra de acelerogramas registrados en la zona mencionada durante los útimos 20 años (tabla 1), dicho periodo de observación es mucho menor que los lapsos de interés, que son 50 y 100 años. Con el fin de obtener muestras de los acelerogramas esperados para esos lapsos se seleccionan ocho acelerogramas de la muestra de 20 años, (tabla 1), escalados convenientemente para representar los temblores esperados en el Valle de México durante los lapsos de interés. Los acelerogramas seleccionados corresponden a temblores con magnitudes mayores que 6.5 y que causaron daños a construcciones en el D. F. recientemente.

4.1 Distribución de probabilidades de las intensidades máximas esperadas en el D. F.

De acuerdo con la ref. 17 para periodos estructurales intermedios (de 0.5 a 3.0 seg.) la seudovelocidad máxima espectral es proporcional a la velocidad máxima del terreno. Lo anterior se cumple aceptablemente para los espectros correspondientes a los acelerogramas registrados en la zona blanda del D. F.(refs. 19 a 21). Es decir, para el intervalo de periodos mencionado, las ordenadas espectrales muestran la máxima amplificación de las ondas sísmicas asociadas a los efectos locales de los estratos superiores del suelo de dicha zona. Por esto es conveniente que se tome como medida de la intensidad máxima de los movimientos del terreno en la zona blanda del D. F. a la seudovelocidad espectral.

Lo anterior lleva a la conclusión de que los factores de escala de los acelerogramas seleccionados podrían ser calculados a partir de las ordenadas máximas de los espectros de seudovelocidades, S_v, asociados a los acelerogramas registrados y de las ordenadas máximas de los espectros de seudovelocidades esperadas, S_v^*, para 50 y 100 años. Se define el factor de escala como el cociente que resulte de dividir S_v^* entre S_v.

Para obtener las S_v^* es necesario estimar las distribuciones de probabilidades acumuladas de las mismas para 50 y 100 años. El procedimiento seguido para tal fin consiste en lo siguiente:

a) Se supone que la ocurrencia de temblores es un proceso de Poisson, de lo cual se sigue que la probabilidad de que se exceda una S_v esta dada por

$$P = e^{-\nu T_0} \qquad (18)$$

donde ν es la tasa de ocurrencia y T_0 es el lapso de interés.

b) El parámetro ν de (18) se valúa con la siguiente expresión

$$\nu = \nu_0(S_v^{-r} - S_{v_1}^{-r}) \qquad (19)$$

donde ν_0 y r son parámetros que dependen de la sismicidad del Valle de México y S_{v_1} es la S_v asociada a la velocidad máxima del terreno que se puede presentar en el suelo blando del D. F.. La ec (19) se obtiene a partir de las ordenadas S_{v_i} máximas (para un porcentaje de amortiguamiento crítico ξ = 0.10) asociados a acelerogramas registrados en los últimos 20 años en el D.F..

Los valores de S_v de los acelerogramas que se utilizan en el presente estudio se muestran en la tabla 1.

Como se supone que las S_{v_i} son las intensidades máximas correspondientes a eventos independientes es razonable asumir que la distribución de probabilidad acumulada de los S_{v_i} para el lapso de 20 años es de tipo extrema. De cuerdo con el criterio de Gumbel, la probabilidad de exceder una intensidad S_{v_i}, P_i, se valúa como sigue: se ordenan en forma creciente las S_{v_i} de la tabla 1 y se calcula el P_i correspondiente a una S_{v_i} como el cociente $j/n+1$, donde j es el número correspondiente a la posición de la S_{v_i} ordenada y n es el tamaño de la muestra. Los P_i resultantes se presentan en la tabla 2.

Para calcular la tasa media de excedencia ν de las intensidades S_v correspondiente a los temblores de la muestra de 20 años, de la ec. (18) se puede escribir

$$\nu_i = \frac{-L_n \, P_i}{T_0} \qquad (20)$$

donde las P_i son las de la tabla 2 y T_0 es igual a 20 años; los ν_i que resultan son los mostrados en la misma tabla. Con el objeto de definir el valor de ν_i para cualquier intensidad S_{v_i} se grafican las parejas (S_{v_i}, ν_i) como se muestra en la fig. 3 y se les ajustan las curvas mostradas en la misma fig. que corresponden a la forma de la ec. (19) con parámetros $\nu_0 = 25$, $r = 2$, $S_{v_i} = 412$ (cm/s) y $\nu_0 = 150$, $r = 2.5$, $S_{v_i} = 200$ (cm/s). La forma en que se determinan los valores de S_{v_i} se describe en el Apéndice A.

c) Las distribuciones de probabilidades acumuladas de S_v^* para 50 y 100 años y para $S_{v_1} = 200$ y 412 cm/s se estiman con la ec (18) para $\nu = 150\ (S_v^{-2.5} - 200^{-2.5})$, $\nu = 25\ (S_v^{-2} - 412^{-2})$ y $T_0 = 50$ y 100 años. Esto significa que la tasa media de excedencia de los temblores que pueden ocurrir en ésos lapsos corresponde a la de la muestra de 20 años. Además, que las intensidades esperadas, S_v^*, tienen como cota superior el valor S_{v_1}, estimado en 200 cm/s para temblores de intensidad alta y en 412cm/s para eventos excepcionales. En ambos casos se supone que los temblores tienen epicentros cercanos al D. F. (Apendice A). Las curvas resultantes se muestran en la fig. 4.

4.2 Simulación de la solicitación sísmica esperada en el D. F.

Como se mencionó al principio de este capítulo para obtener los acelerogramas esperados en la zona blanda del D. F. para los lapsos de interés, se multiplican las ordenadas de los acelerogramas seleccionados de la muestra de 20 años (de la tabla 1) por factores de escala F_e.

En lo que se refiere a utilizar los mencionados acelerogramas, con ello se trata de incluir las características típicas esenciales de los movimientos del terreno en el sitio de interés, como son su contenido de frecuencias y su duración. Se supone que al multiplicar las ordenadas de cada acelerograma por F_e, dichas características son todavía representaciones de las correspondientes a los movimientos del terreno esperados en el sitio para lapsos dados.

En cuanto a los factores de escala con ellos se trata de representar y sintetizar las características sismotectónicas de la zona blanda del D. F.. Es decir los aspectos relacionados con la tasa de ocurrencia de temblores, con las intensidades máximas esperadas asociadas a dichos temblores, así como con la localización de eventos de gran magnitud en la vecindad del D. F.. Los aspectos mencionados son representados por las curvas de las distribuciones de probabilidades acumuladas de S_v^* para 50 y 100 años mostradas en la fig. 4. Como cada punto de las curvas mencionadas representa la intensidad máxima $S_{v_i}^*$ asociada a un temblor que tiene una probabilidad de ocurrir P_i en un lapso T_0, el factor de escala, Fe_i, correspondiente se define como el cociente que resulta de dividir la intensidad esperada S_{vi}^* entre una intensidad observada S_{v_i}.

Para obtener los F_{e_i} se aplica el procedimiento de simulación que se describe a continuación: se simulan M números aleatorios con distribución uniforme en la que cada número representa la probabilidad acumulada P (fig. 4) de que ocurra un temblor que produzca una intensidad espectral menor o igual a S_v^* para un lapso T_0 en la zona blanda del D.F., es decir en cada simulación se obtiene una S_v^* de la fig. 4. Por otro lado a los acelerogramas seleccionados de la muestra de 20 años, tabla 1, se les asignan números del 1 al 10 y se simulan otros M números asignados a los mencionados acelerogramas, por lo cual a cada número simulado le corresponde una S_v de la tabla

1. A continuación se forman parejas, ($S^*_{v_j}$ y S_{v_j}) donde j es el orden en que se obtienen de las respectivas simulaciones y el cociente $S^*_{v_j}/S_{v_j}$ es el F_{e_j} resultante.

Finalmente el acelerograma esperado en el lapso T_0 se obtiene multiplicando F_{e_j} por las ordenadas del acelerograma asociado a S_{v_j}. En la fig. 5, se presentan histogramas típicos de F_e para M = 40, T_0 = 50, 100 años y en la tabla 3 se muestra la simulación correspondiente.

5. DETERMINACION DE LAS PROBABILIDADES DE FALLA DE MARCOS DE CONCRETO DE UN GRADO DE LIBERTAD ANTE SOLICITACION SISMICA

De acuerdo con lo establecido en el cap 2 la probabilidad de falla de sistemas estructurales de cortante de un grado de libertad ante solicitación sísmica puede valuarse con la expresión 1. En esta expresión se requiere conocer la función de distribución acumulada complementaria de las ductilidades demandadas, $\bar{F}_S(\delta)$, y la función de densidad de probabilidad de las ductilidades resistentes $f_R(\delta)$. A continuación se obtienen dichas funciones para el caso de estructuras de cortante de concreto reforzado con un grado de libertad construidas sobre terreno blando del D.F.

5.1 Función de densidad de probabilidad de la resistencia $f_R(\delta)$

Para el caso que se estudia la ductilidad resistente corresponde a la ductilidad, μ, implícita en los marcos de concreto reforzado diseñados de acuerdo con las normas sísmicas del D.F. (11,22). Si se considera que el μ mínimo de interés es 1 conviene utilizar en los desarrollos que siguen a la variable aleatoria δ definida como $\delta = \mu - 1$. De acuerdo con la ref 12 se supone que δ tiene distribución lognormal.

De acuerdo con las refs (12) y (18), suele definirse al valor característico δ^* como el percentil 2% el cual, para distribuciones lognormales, se expresa de la siguiente manera

$$\delta^* = \bar{\delta} e^{-2V_\delta}$$

en donde

$\bar{\delta} = \bar{\mu} - 1$, valor medio de la variable δ
V_δ = coeficiente de variación de la variable δ

Como uno de los objetivos del presente estudio es determinar la influencia de la variabilidad de la resistencia en la probabilidad de falla del sistema estructural considerado se supone que el coeficiente de variación de μ, V_μ, adopta los siguientes valores: 0.05, 0.15, 0.25, 0.40. También se toma el valor característico de μ (que llamaremos μ^*) igual a 4.

En el apéndice C se presentan las expresiones que permiten valuar los parámetros de la función $f_R(\delta)$. En la tabla 5 se muestran la media y desviación estándar del parámetro δ y de su logaritmo natural, para los valores de V_μ mencionados. Finalmente en la fig 6 se tienen las cuatro curvas de $f_R(\delta)$ correspondientes.

5.2 Función de distribución acumulada de la solicitación $F_S(\delta)$

Para obtener $F_S(\delta)$ se efectúa lo siguiente:

a) Se genera un conjunto aleatorio de M estructuras y un conjunto aleatorio de M acelerogramas (como se describió en los caps 3 y 4) conteniendo ambos las incertidumbres propias de las estructuras y los temblores, respectivamente.

   Un ejemplo de lo anterior se presenta en las tablas 3 y 6

b) Se asigna a cada estructura un acelerograma, de manera aleatoria, y se obtiene su respuesta dinámica paso a paso (23). El porcentaje de amortiguamiento crítico de la estructura se supuso igual a 0.05, de acuerdo con la ref (22). La respuesta de interés para el caso que se estudia es la ductilidad máxima demandada por la solicitación sísmica. Para obtener esta respuesta se utiliza el algoritmo propuesto en la ref 23.

En la tabla 7 se muestran las respuestas obtenidas para estructuras con un periodo de 2.5 seg.

c) Se obtiene la distribución acumulada de las respuestas calculadas en b), de acuerdo con el criterio de Gumbel

d) Finalmente se obtiene $F_s(\delta)$ ajustando una distribución extrema a los datos calculados en c.

La simulación de estructuras se realiza para periodos estructurales de 0.5, 0.8, 1.5, 2.5 y 3.5 seg definiendo, para cada uno de ellos, un conjunto de estructuras. Además, de acuerdo con lo descrito en la sección 4.2, se simulan acelerogramas para lapsos de 50 y 100 años ocurridos en la zona blanda del D.F. Se hizo M igual a 40. Se obtienen doce curvas de $F_s(\delta)$. Diez de ellas corresponden a los periodos estructurales y los lapsos mencionados para S_{v_1} = 412 cm/s (fig 7 a 19). Las otras dos curvas de $F_s(\delta)$ corresponden a un periodo estructural de 2.5 seg y los dos lapsos, para S_{v_1} = 200 cm/s (figs 20 y 21).

5.3 Probabilidades de falla para varios conjuntos de estructuras

Para valuar la p_F de los sistemas estructurales estudiados, es necesario calcular la integral mostrada en la ec 1. Este cálculo puede efectuarse aplicando la regla de Simpson con incrementos $\Delta\delta$ suficientemente pequeños y acotando el límite superior a un valor tal que las contribuciones a la suma resultan insignificantes.

Para el caso en estudio, también se puede calcular la integral mediante técnicas de Monte Carlo, aprovechando la forma lognormal de la función de densidad $f_R(\delta)$. Es decir, el cálculo de la integral se reduce a valuar la esperanza de $\bar{F}_s(\delta)$ con la siguiente expresión:

$$p_F \doteq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_s(\delta_i)$$

donde N es el número de simulaciones, y δ_i es un número aleatorio generado con distribución lognormal.

Para el caso considerado, los resultados de las dos alternativas son significativamente próximos y dado que el procedimiento de simulación requiere menos tiempo de computadora se utilizó esta técnica para calcular p_F.

Para los casos en estudio se obtienen los resultados mostrados en la tabla 8 y en las figs 22 y 23.

6. ANALISIS DE RESULTADOS

En relación con la simulación de la excitación sísmica se tiene lo siguiente: a) De la tabla 3 y la figura 5 se observa que los factores de escala F_e obtenidos para los lapsos de 50 y 100 años incluye valores comprendidos entre 0.4 y 6, lo cual significa que se esperan eventos de moderada, mediana y alta intensidad en el sitio de interés para los mencionados lapsos. Esto último corresponde aceptablemente a las intensidades observadas en los últimos veinte años en el sitio de interés (Tabla 1).

b) Tambien se observa en la tabla 3 que en la simulación del número α aparecen todos los acelerogramas de la muestra seleccionada de la tabla 1 (que como se mencionó en el capítulo 4 se les asignó un número del uno al diez). Lo anterior significa que eventos con diferentes amplitudes, contenido de frecuencias y duración son incluidos en la simulación de la excitación sísmica.

En lo que se refiere a la simulación de los sistemas estructurales, en la tabla 6 (que es un resultado típico), se observa que las parejas K, V_y obtenidas para un conjunto de estructuras con periodo fundamental igual a 2.5 seg., incluyen un amplio rango de valores de dichos parámetros, en relación a sus esperanzas (mostradas en la tabla 4). Por ello se puede concluir que los conjuntos simulados incluyen una amplia gama de estructuras diseñadas de acuerdo con la ref 11.

En cuanto a las ductilidades disponibles (representadas por $f_R(\delta)$ en la figura 6) con los valores de V_μ adoptados, se intentó cubrir las variaciones observadas en la práctica .

En lo que concierne las ductilidades demandadas, μ, de la tabla 7 y de las figuras 7 a 21, se observa lo siguiente:
a) Para las estructuras con periodo fundamental 0.5 y 0.8 seg. (figs. 7 a 10) las μ son menores que 1, o sea que las estructuras permanecieron en el rango elástico. Este comportamiento se debe a que los periodos estructurales mencionados son menores que los periodos dominantes de la zona blanda del Valle de México los cuales varian entre 2 y 5 seg.

b) Para las estructuras con periodo fundamental de 1.5, 2.5 y 3.5 seg. (figs. 11 a 21), la mayoría de las μ son menores que 1 sin embargo, se tienen algunos valores mayores que 1 y en el caso de las estructuras con periodo de 3.5 seg. se tuvieron μ de hasta 5.08 (figs. 18 y 19). Lo anterior significa que estructuras flexibles localizadas en la zona blanda del Valle de México incursionarían en el rango inelástico de su comportamiento, de ocurrir eventos con intensidades altas (representadas por S_{V1} = 200 cm/s) o extremas (asociadas a S_{V1} = 412 cm/s).

c) De las figs. 11 a 21 se observa que en los ajustes de curvas efectuadas a la μ resultantes, se les dió más peso a puntos de la cola derecha. Estos puntos, aunque escasos en número, pero con valores de ductilidad altos, representan el comportamiento de las estructuras estudiadas si ocurrieran temblores con intensidades altas para los lapsos estudiados.

Por lo que se refiere a las probabilidades de falla, p_f, que se presentan en la tabla 8 y las figs. 22 y 23, se observa lo siguiente:
a) Para las estructuras con periodo fundamental 0.5 y 0.8 seg. las p_f son muy pequeñas para el lapso de 50 años y se incrementan para el de 100 años; los resultados mostrados corresponden a S_{V1} = 412 cm/s.

b) Para las estructuras con periodo fundamental 1.5, 2.5 y 3.5 seg. las p_f son mucho mayores que las correspondientes a periodos cortos.

c) Para estructuras con un periodo fundamental de 2.5 seg. y una $S_{v1} = 200$ cm/s las p_f disminuyeron comparadas con las p_f para $S_{v1} = 412$ cm/s.

d) De los estudios que se han efectuado acerca de los efectos de temblores intensos en estructuras construidas en la zona de terreno blando del D.F. (refs. 24 a 27) se concluye lo siguiente:

El objetivo principal de dichos estudios fue el estudiar los daños producidos por los temblores en elementos estructurales y solo en la ref. 24 se hizo un estudio cuantitativo de los daños en construcciones de diferentes materiales. En dicha referencia correspondiente a los daños causados por el temblor del 28 de julio de 1957 (de magnitud 7.5, distancia epicentral de 358 Km y profundidad focal de 30 Km) se reportaron daños en 1000 construcciones, de las cuales se estudiaron 523. De éstas, 500 se encontraban ubicadas en la zona de suelo blando y 162 eran de concreto reforzado, de las cuales 22% presentaron un nivel de daños tal, que se puede considerar que dichas construcciones fallaron.

Si se supone que en esa época había 100,000 construcciones de concreto reforzado en el D.F., y que el total de las construcciones dañadas correspondió a las reportadas, se puede calcular el porcentaje de las construcciones de concreto reforzado que fallaron para un lapso de aproximadamente 50 años (que es aproximadamente el lapso transcurrido desde el temblor de 1912 (Apéndice A) al de 1957). Dicho porcentaje se puede calcular en la siguiente forma

$$(1000 \times 523 \times 500 \times 162 \times 35.64) / (100{,}000 \times 1000 \times 523 \times 523 \times 162) = 0.00034$$

Si se consideran las construcciones no estudiadas en la ref. 24, su porcentaje de estructuras de concreto reforzado que fallaron se calcula como

$$(477 \times 500 \times 162 \times 35.64) / (1000 \times 523 \times 477 \times 99{,}477) = 0.000055$$

De esta manera el porcentaje total de estructuras de concreto reforzado que fallaron por efecto de temblores en 50 años es igual a 0.000395.

Este porcentaje se puede considerar como una aproximación a la probabilidad de falla observada de este tipo de construcciones para el lapso mencionado.

De los resultados de la tabla 8, se observa que la p_F obtenida en este trabajo, para un periodo estructural igual a 3.5 segs., un lapso de 100 años y una S_{v1} = 412 cm/s, es aproximadamente 60 veces la p_F observada; mientras que, si se considera un periodo estructural de 2.5 segs., un lapso de 100 años y una S_{v1} = 200 cm/s, la p_F es aproximadamente 0.06 veces de dicha p_F.

Por otra parte, en algunos reglamentos, (28), se proponen valores del índice de seguridad β entre 1.75 y 2 que implican valores de p_F de 0.04 y 0.022 respectivamente. Dichas p_F son del orden de las que se han calculado en este trabajo para los periodos estructurales de 2.5 y 3.5 segs., y un lapso de 100 años. Debe mencionarse que los índices β mencionados incluyen efectos de carga muerta, viva y sísmica.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De los resultados obtenidos en este trabajo se concluye lo siguiente:

a) La metodología propuesta para determinar la confiabilidad de sistemas no lineales ante carga sísmica permite tomar en cuenta en una forma relativamente sencilla las incertidumbres en las propiedades estructurales, así como en la solicitación sísmica.

b) Las probabilidades de falla de los sistemas estudiados muestran gran sensibilidad a: 1) las hipótesis sobre las distribuciones de probabilidades de las propiedades estructurales;

2) las distribuciones de probabilidades de la intensidad máxima esperada en el sitio de interés para un lapso dado, así como al valor de la cota superior de dicha intensidad, representada en este trabajo por S_{v1}.

c) Las probabilidades de falla de las estructuras estudiadas en este trabajo con periodo fundamental de 0.5 y 0.8 son pequeñas para los lapsos de 50 y 100 años, en relación con las observadas.

d) Las probabilidades de falla de las estructuras en periodo fundamental de 1.5, 2.5 y 3.5 seg. incluidas en el estudio son altas, en relación con las observadas.

e) Es conveniente el ampliar la metodología propuesta para incluir sistemas con varios grados de libertad y mecanismos de falla más complicados.

f) Es recomendable utilizar muestras más grandes de acelerogramas reales o simulados.

g) De acuerdo a lo descrito en el cap. anterior los valores de p_F estimados en éste trabajo para construcciones con periodos estructurales de 1.5, 2.5 y 3.5 seg. son del orden de la p_F observada para estructuras de concreto reforzado para un lapso de 50 años.

h) Sería recomendable obtener estadísticas de las estructuras que fallen en el D.F. por efecto de futuros temblores, para comparar dicha información con los resultados de estudios como los que se presentan en este trabajo.

8. BIBLIOGRAFIA

1. Freudenthal A.M., Garrelts J.M. y Shinozuka M., "The Analysis of Structural Safety". Proceedings ASCE, Vol 92, ST1, pp 267-325, Febrero de 1966.

2. Cornell C. Allin, "A Probability-based Structural Code". Journal of the ACI, Vol 66, No. 12, pp 974-985, Dic. 1969.

3. Rosenblueth E. y Esteva L., "Reliability Basis for Some Mexican Codes". American Concrete Institute SP-31 (1971).

4. Hasofer Abraham M. y Lind Niels C., "Exact and Invariant Second-Moment Code Format". Journal of the ASCE, Engineering Mechanics Division, 100, EM1, pp 111-121, Febrero de 1974.

5. Esteva L., "Seismicity". Capítulo 6 del libro "Seismic Risk and Engineering Decisions" editado por Lomnitz C. y Rosenblueth E., Elsevier, Amsterdam, 1976.

6. Faccioli E. y Reséndiz D. "Soil Dynamics Behavior Including liquefaction", cap 4 del libro "Seismic Risk and Engineering Decisions" editado por Lomnitz C. y Rosenblueth E., Elsevier, Amsterdam, 1976.

7. Ruíz S., "Influencia de las Condiciones Locales en las Características de los Sismos". Instituto de Ingeniería, UNAM, Pub. 387, Marzo de 1977.

8. L. Esteva, C. Ferregut, F. Téllez, M. Chávez, "Confiabilidad de Sistemas Estructurales Ante Cargas Estáticas". Publicación interna del Instituto de Ingeniería. UNAM. Enero de 1980.

9. Bathe K.J. y Wilson E.L. "Numerical Methods in finite element analysis". Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.

10. Guerra O.R. y Esteva L., "Equivalent Properties and Ductility

Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems". VI Word Conference on Earthquake Engineering. New Delhi, 1977.

11. Normas de Concreto. Reglamento de Construccciones para el D.F. Publicación No. 401 del Instituto de Ingeniería. UNAM, 1976.

12. Meli Roberto, "Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el D.F.". Publicación No. 375 del Instituto de Ingeniería. UNAM, Junio de 1976.

13. Allen David E., "Probabilistic Study of Reinforced Concrete in Bending". Journal of the ACI. Vol 67, No. 12, pp 989-993, Dic. 1970.

14. Johnson Arne I., "Strength, Safety and Economical Dimensions of Structures". Bulletin, Division of Building Statics and Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1953.

15. Petersons N., "Strength of Concrete in Finished Structures". Trans. Royal Institute of Technology, No. 232, Estocolmo (1964).

16. Trejo D.C., "Observaciones Estadísticas de la Variación de la Resistencia del Concreto en México, D.F.". Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM (1970).

17. Newmark N.M. y Rosenblueth E., "Fundamentals of Earthquake Engineering" Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1971.

18. Requisitos de Seguridad y Servicio, "Reglamento de Construcciones para el D.F.". Publicación No. 400 del Instituto de Ingeniería. UNAM. 1976.

19. Rascón O., Chávez M., Alonso L. y Palencia V., "Registros y Espectros de Temblores en las Ciudades de México y Acapulco, 1961-1968". Publicación No. 385 del Instituto de Ingeniería. UNAM. Febrero de 1977.

20. Muriá V. David, Mena S. Enrique y Jiménez M. Juan, "Catálogo de Resul-

tados del Procesamiento de Acelerogramas del Sismo del 14 de marzo de 1979". Publicación interna del Instituto de Ingeniería. UNAM. Abril de 1982.

21. Prince J., "Datos Básicos del Sismo del 24 de Octubre de 1980 cerca de Huajuapan de León, Oaxaca". Informe IPS-8 del Instituto de Ingeniería. UNAM. Noviembre de 1980.

22. Manual de Diseño por Sismo. "Reglamento de Construcciones para el D.F.". Publicación No. 406 del Instituto de Ingeniería. UNAM. 1976.

23. Guerra O.R. y Esteva L., "Efectos del Comportamiento No Lineal en la Respuesta Sísmica de Estructuras". Reporte interno del Instituto de Ingeniería, UNAM. Febrero de 1976.

24. Hiriart F., J. Marsal R. y Rosenblueth E., "Los Efectos del Terremoto del 28 de julio y la Consiguiente Revisión de los Criterios para el Diseño Sísmico de Estructuras". Revista Ingeniería Vol. XXVIII, No. 1. Enero de 1958.

25. Esteva L., Díaz de Cossío R. y Elorduy J., "El Temblor de Caracas, Julio 29 de 1967". Revista Ingeniería, Vol. XXXVIII, No. 3, Julio de 1968.

26. Meli R., "Evaluación de los Efectos del Sismo del 14 de Marzo de 1979 en las Edificaciones del D.F.", Publicación interna del Instituto de Ingeniería. UNAM. 2 de abril de 1979.

27. Páginas 14 a 17 de la ref 21.

28. Ellingwood B., Galambos T.V., McGregor J.G. and Cornell C.A., "Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58 Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures". NBS Special Pub. SP577, National Bureau of Standards, Developments of Commerce. Washington D.C., Junio de 1980.

Acelerograma No	fecha	M	Prof (Km)		Distancia Epicentral Aprox. (Km)	Aceleración máxima a (cm/s²)	Velocidad máxima v (cm/s)	Ord. máxima espectro seudovelocidades $S_v(\zeta=10\%)$ (cm/s)	$\frac{S_v}{v}$
1	10 dic 61	5.0	33	Alam.Centr.	35.91	17.0	3.40	6.50	1.91
2	10 dic 61	5.0	33	Alam.Centr.	35.91	20.5	3.20	5.50	1.72
3	11 may 62	6.7	--	Alam.Centr.	308.0	46.0	12.81	38.00	2.97
4	11 may 62	6.7	--	Alam.Centr.	308.0	40.0	11.00	33.00	3.00
5	19 may 62	6.5	--	Alam.Centr.	232.97	40.0	14.00	30.00	2.14
6	19 may 62	6.5	--	Alam.Centr.	232.97	30.0	11.25	33.00	2.93
7	30 nov 62	5.5	--	Alam.Centr.	232.97	6.2	1.50	2.40	1.60
8	30 nov 62	5.5	--	Alam.Centr.	232.97	5.3	1.06	2.00	1.89
9	6 jul 64	6.7	100	Edif.M.Glz.	225.36	30.0	7.70	25.00	3.25
10	6 jul 64	6.7	100	Edif.M.Glz.	225.36	30.0	7.50	20.00	2.67
11	6 jul 64	6.7	100	Patio edif.Hgo	225.36	37.5	10.00	32.00	3.20
12	6 jul 64	6.7	100	Patio edif.Hgo	225.36	42.5	12.00	47.00	3.92
13	6 jul 64	6.7	100	Cim.edif.Hgo	225.36	47.5	14.50	52.00	3.59
14	6 jul 64	6.7	100	Cim.edif.Atiz.	225.36	24.0	8.00	21.00	2.63
15	6 jul 64	6.7	100	Cim.edif.Atiz.	225.36	18.7	5.50	18.00	3.27
16	23 ago 65	6.9	--	Cim.edif.Atiz.	561.24	20.0	8.50	20.00	2.35
17	23 ago 65	6.9	--	Cim.edif.Atiz.	561.24	9.4	4.75	15.00	3.16
18	9 dic 65	6.8	35	Cim.edif.Atiz.	329.81	5.5	2.50	5.00	2.00
19	9 dic 65	6.8	35	Cim.edif.Atiz.	329.81	9.5	4.00	9.00	2.25
20	1 jul 68	5.8	--	Cim.edif.Atiz.	243.39	12.0	13.00	13.00	1.00
21	1 jul 68	5.8	--	Cim.edif.Atiz.	243.39	15.0	5.00	15.00	3.00
22	2 ago 68	6.5	--	Cim.edif.Atiz.	370.79	25.0	8.75	22.00	2.51
23	2 ago 68	6.5	--	Cim.edif.Atiz.	370.79	40.0	14.00	50.00	3.57
24	2 ago 68	6.5	--	Patio edif.Atiz	370.79	30.0	10.80	32.00	2.96
25	2 ago 68	6.5	--	Patio edif.Atiz	370.79	45.0	15.00	52.00	3.47
26*	14 mar 79	7.6	49	Edif.Lot.Nal.	283.77	32.3	9.50	30.00	3.16
27*	14 mar 79	7.6	49	Sót.edif.Atiz.	283.77	41.6	14.20	52.00	3.66
28*	14 mar 79	7.6	49	Sót.edif.Atiz.	283.77	33.2	11.30	30.00	2.65
29*	14 mar 79	7.6	49	Centro Lago T.	283.77	41.2	12.90	30.00	2.32
30*	14 mar 79	7.6	49	Centro Lago T.	283.77	48.2	16.00	30.00	1.88
31*	24 oct 80	6.5	12	Edif.Lot.Nal.	187.64	53.8	12.43	34.56	2.78
32*	24 oct 80	6.5	12	Chimalhuacán	187.64	93.4	15.44	42.20	2.73
33*	24 oct 80	6.5	12	Centro Lago T.	187.64	98.0	23.00	58.24	2.53

TABLA 1. CARACTERISTICAS PRINCIPALES DE LOS ACELEROGRAMAS REGISTRADOS EN LA ZONA BLANDA DEL D.F DE 1961 A 1980. (LOS REGISTROS CON * SON LOS SELECCIONADOS PARA ESCALARSE)

j	$S_v(\xi = 10\%)$ ordenada (cm/s)	Probabilidad de excedencia de intensidad j P_j	Tasa de excedencia de intensidad j ν_j
1	2.00	0.0294	0.1800
2	2.40	0.0588	0.1420
3	5.00	0.0882	0.1214
4	5.50	0.1176	0.1070
5	6.50	0.1470	0.0960
6	9.00	0.1765	0.0867
7	13.00	0.2059	0.0790
8	15.00	0.2353	0.0720
9	15.00	0.2647	0.0720
10	18.00	0.2941	0.0610
11	20.00	0.3235	0.0560
12	20.00	0.3529	0.0560
13	21.00	0.3823	0.0480
14	22.00	0.4117	0.0440
15	25.00	0.4412	0.0410
16	30.00	0.4706	0.0370
17	30.00	0.5000	0.0370
18	30.00	0.5294	0.0370
19	30.00	0.5588	0.0370
20	30.00	0.5882	0.0370
21	32.00	0.6176	0.0240
22	32.00	0.6471	0.0240
23	33.00	0.6765	0.0195
24	33.00	0.7059	0.0195
25	34.56	0.7353	0.0150
26	38.00	0.7647	0.0130
27	42.20	0.7941	0.0120
28	47.00	0.8235	0.0100
29	50.00	0.8529	0.0080
30	52.00	0.8823	0.0060
31	52.00	0.9118	0.0060
32	52.00	0.9412	0.0060
33	58.24	0.9706	0.0015

TABLA 2 TASA DE EXCEDENCIA ν DE $S_v(\xi=10\%)$ PARA T_0 = 20 AÑOS EN LA ZONA BLANDA DEL D.F., S_{v1}= 412 cm/s.

Orden Simulación	Número aleatorio		S_v*(10%)		Orden Simulación	No. aleatorio = No. de registro α	S_v(10%)	$F_e = S_v^*/S_v$	
	50 años	100 años	50 años	100 años				50 años	100 años
1	0.80	0.45	74.69	103.75	1	5	58.24	1.28	1.78
2	0.46	0.91	40.27	56.65	2	9	30.00	1.34	1.88
3	0.04	0.12	19.91	28.13	3	1	34.56	0.57	0.81
4	0.22	0.86	28.92	40.79	4	9	30.00	0.96	1.35
5	0.44	0.15	38.90	54.74	5	2	30.00	1.29	1.82
6	0.50	0.66	42.23	59.39	6	7	52.00	0.81	1.14
7	0.70	0.65	58.96	82.45	7	7	52.00	1.13	1.58
8	0.18	0.45	27.23	38.42	8	5	58.24	0.46	0.65
9	0.25	0.19	30.03	42.34	9	2	30.00	1.00	1.41
10	0.20	0.01	28.12	39.67	10	10	30.00	0.93	1.32
11	0.47	0.03	40.98	57.64	11	10	30.00	1.36	1.92
12	0.60	0.68	49.69	69.72	12	7	52.00	0.95	1.34
13	0.66	0.10	54.82	76.78	13	1	34.56	1.58	2.22
14	0.57	0.45	47.36	66.49	14	5	58.24	0.81	1.14
15	0.69	0.66	58.25	81.48	15	7	52.00	1.12	1.56
16	0.92	0.75	118.54	160.43	16	8	30.00	3.95	5.34
17	0.90	0.75	106.60	145.45	17	8	30.00	3.55	4.84
18	0.39	0.46	36.63	51.59	18	5	58.24	0.62	0.88
19	0.88	0.76	96.42	132.39	19	8	30.00	3.21	4.41
20	0.95	0.13	145.56	192.92	20	1	34.56	4.21	5.58
21	0.75	0.46	65.04	90.74	21	5	58.24	1.11	1.55
22	0.27	0.58	31.14	43.91	22	6	52.00	0.59	0.84
23	0.90	0.69	109.21	148.75	23	7	52.00	2.10	2.86
24	0.64	0.84	52.65	73.80	24	8	30.00	1.75	2.46
25	0.21	0.15	28.35	39.98	25	2	30.00	0.94	1.33
26	0.77	0.70	68.13	94.92	26	7	52.00	1.31	1.82
27	0.66	0.88	55.08	77.13	27	9	30.00	1.83	2.57
28	0.91	0.86	113.74	154.45	28	9	30.00	3.79	5.14
29	0.46	0.37	40.06	56.36	29	4	58.24	0.68	0.96
30	0.49	0.30	41.74	58.70	30	3	42.40	0.98	1.39
31	0.81	0.88	76.13	105.69	31	9	30.00	2.53	3.52
32	0.12	0.59	24.54	34.64	32	6	52.00	0.47	0.66
33	0.74	0.34	64.87	90.50	33	3	42.40	1.53	2.14
34	0.10	0.93	23.38	33.00	34	9	30.00	0.77	1.10
35	0.93	0.02	131.67	176.48	35	10	30.00	4.38	5.88
36	0.40	0.54	37.08	52.20	36	5	58.24	0.63	0.89
37	0.03	0.91	19.55	27.61	37	9	30.00	0.65	0.92
38	0.77	0.75	68.27	95.12	38	8	30.00	2.27	3.17
39	0.82	0.63	78.61	108.99	39	6	52.00	1.51	2.09
40	0.40	0.48	37.13	52.28	40	5	58.24	0.63	0.89

TABLA 3. SIMULACION DEL FACTOR DE ESCALA, F_e, PARA LA FAMILIA CON PERIODO ESTRUCTURAL T=2.5 SEGS. Y T_0=50 Y 100 AÑOS S_{v1}= 412 cm/s.

Familia	Periodo (Segs)	Dimensiones de la columna (cmxcmxcm)	Area de acero (cm²)	Masa M (Kg seg²/cm)	Rigidez inicial $\bar{K}$ (Kg/cm)	Cortante de fluencia $\bar{V}_y$ (Kg)
1	0.5	20.5x20.5x500	3.168	0.65	102.94	1993
2	0.8	19x19x500	3.349	1.18	72.90	1377
3	1.5	17.5x17.5x500	2.240	2.84	49.90	1167
4	2.5	15.5x15.5x500	1.710	4.49	28.36	768
5	3.5	13x13x500	1.148	3.78	12.18	412

TABLA 4. CARACTERISTICAS Y PARAMETROS ESTRUCTURALES DE LAS FAMILIAS DE ESTRUCTURAS UTILIZADAS EN ESTE ESTUDIO

V_μ	μ	$\sigma_\delta = \sigma_\mu$	$\bar{\delta}$	V_δ	$\bar{\delta}_{\ell n}$	$\sigma_{\delta_{\ell n}}$
0.05	4.42	0.22	3.42	0.064	1.227	0.064
0.15	5.34	0.80	4.34	0.184	1.450	0.183
0.25	6.42	1.60	5.42	0.296	1.649	0.289
0.40	8.45	3.38	7.45	0.453	1.914	0.432

TABLA 5. MEDIA Y DESVIACION ESTANDAR DEL PARAMETRO $\delta = \mu-1$ PARA DIFERENTES VALORES DEL COEFICIENTE DE VARIACION DE LAS RESISTENCIAS V_μ

orden de simulación j	Rigidez inicial (Kg/cm)	Cortante de Fluencia V_y (Kg)
1	23.67	818.65
2	29.29	757.10
3	25.08	789.92
4	25.34	764.74
5	27.68	762.72
6	29.97	734.25
7	31.99	677.37
8	27.69	719.97
9	31.47	728.64
10	33.58	654.02
11	25.23	886.45
12	22.60	771.00
13	31.89	875.93
14	26.36	738.92
15	26.58	717.85
16	27.70	625.91
17	32.62	825.65
18	26.93	947.78
19	24.32	877.75
20	23.87	713.95
21	25.53	821.80
22	27.44	821.36
23	31.92	795.57
24	24.88	725.75
25	24.67	825.24
26	24.07	580.55
27	26.74	714.07
28	27.20	815.34
29	31.67	865.95
30	22.62	900.41
31	35.71	812.92
32	32.66	634.92
33	28.39	692.76
34	22.22	655.70
35	26.41	895.36
36	28.05	649.57
37	30.86	639.13
38	24.77	715.71
39	35.56	829.56
40	24.91	726.29

TABLA 6. PARAMETROS ESTRUCTURALES SIMULADOS, PARA LA FAMILIA CON PERIODO T = 2.5 Segs.

No. Estructura	T_0 50 años a (cm/s^2)	μ	100 años a (cm/s^2)	μ
1	205	0.426	285	0.593
2	88	0.484	125	0.683
3	57	0.162	80	0.226
4	63	0.299	90	0.423
5	106	0.396	149	0.554
6	60	0.258	84	0.364
7	83	0.412	116	0.577
8	75	0.208	106	0.294
9	82	0.351	115	0.495
10	81	0.480	113	0.674
11	117	0.396	164	0.556
12	71	0.241	99	0.337
13	157	0.529	220	0.739
14	130	0.324	183	0.457
15	82	0.326	116	0.457
16	221	1.838	283	2.734
17	223	1.520	266	1.862
18	101	2.042	141	2.851
19	284	1.119	307	1.351
20	384	1.19	444	2.200
21	179	0.389	250	0.542
22	44	0.153	62	0.214
23	155	0.652	211	0.888
24	177	0.854	221	1.089
25	77	0.234	109	0.331
26	97	0.421	134	0.585
27	121	0.663	170	0.926
28	248	1.210	297	2.526
29	111	0.292	155	0.411
30	129	0.164	182	0.231
31	168	1.071	202	2.042
32	34	0.191	49	0.273
33	201	0.406	280	0.565
34	52	0.249	73	0.351
35	373	1.219	433	1.667
36	103	0.314	143	0.437
37	43	0.298	61	0.422
38	212	1.092	235	1.161
39	111	0.494	155	0.687
40	103	0.250	143	0.347

TABLA 7. ACELERACION Y DUCTILIDAD MAXIMA DE LAS ESTRUCTURAS DE LA FAMILIA CON PERIODO T = 2.5 SEGS. PARA LAPSOS T_0 = 50 Y 100 AÑOS, S_{v1} = 412 cm/s.

T_0 (años)	50				100			
V_μ / T (s)	0.05	0.15	0.25	0.40	0.05	0.15	0.25	0.40
0.5	0.8158×10^{-9}	0.3695×10^{-9}	0.3250×10^{-9}	0.5316×10^{-9}	0.2452×10^{-5}	0.1380×10^{-5}	0.0970×10^{-5}	0.0755×10^{-5}
0.8	0.2335×10^{-8}	0.1078×10^{-8}	0.1335×10^{-8}	0.4437×10^{-8}	1.1700×10^{-5}	0.6130×10^{-5}	0.4255×10^{-5}	0.3540×10^{-5}
1.5	3.69×10^{-3}	2.63×10^{-3}	2.03×10^{-3}	1.53×10^{-3}	27.47×10^{-3}	23.35×10^{-3}	20.49×10^{-3}	17.48×10^{-3}
2.5	20.11×10^{-3}	16.20×10^{-3}	13.78×10^{-3}	11.46×10^{-3}	40.50×10^{-3}	33.37×10^{-3}	28.80×10^{-3}	24.30×10^{-3}
3.5	26.60×10^{-3}	24.30×10^{-3}	22.66×10^{-3}	20.84×10^{-3}	27.46×10^{-3}	25.0×10^{-3}	21.50×10^{-3}	21.51×10^{-3}
2.5*		0.74×10^{-7}				0.242×10^{-4}		

TABLA 8. PROBABILIDADES DE FALLA DE ESTRUCTURAS CON PERIODO NATURAL DE VIBRACION T Y COEFICIENTE DE VARIACION DE LAS RESISTENCIAS V_μ, PARA LAPSOS T_0, TODOS LOS CASOS PARA S_{v1}= 412 cm/s EXCEPTO EL QUE TIENE * QUE ES PARA S_{v1}= 200 cm/s.

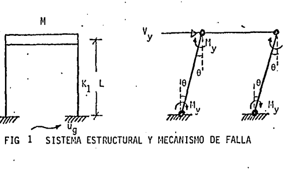

FIG 1 SISTEMA ESTRUCTURAL Y MECANISMO DE FALLA

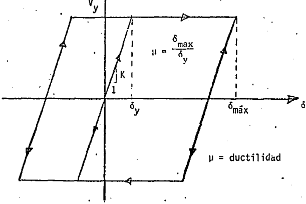

FIG 2 IDEALIZACION MEDIANTE UNA CURVA ELASTOPLASTICA DEL COMPORTAMIENTO DEL CONCRETO REFORZADO

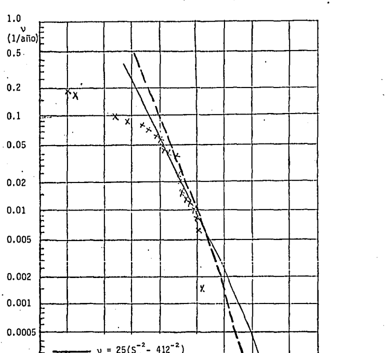

FIG 3. TASA MEDIA DE EXCEDENCIA ν VS. ORDENADAS MAXIMAS DEL ESPECTRO DE SEUDOVELOCIDADES $S_v(10\%)$ DEL TERRENO BLANDO DEL D.F. PARA UN PERIODO DE OBSERVACION DE 20 AÑOS Y SUS CURVAS DE AJUSTE.

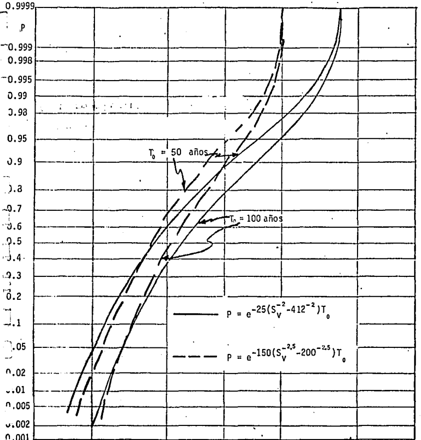

FIG 4. DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES ACUMULADAS DE LAS ORDENADAS MAXIMAS DEL ESPECTRO DE SEUDOVELOCIDADES ESPERADAS S_V^* (10%) DEL TERRENO BLANDO DEL D.F. PARA DIFERENTES LAPSOS T_0

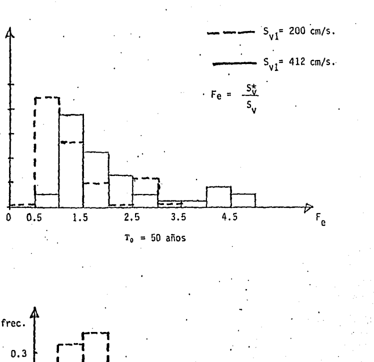

FIG 5 HISTOGRAMAS TIPICOS DE LOS FACTORES DE ESCALA F_e PARA LAPSOS T_0 DE 50 Y 100 AÑOS

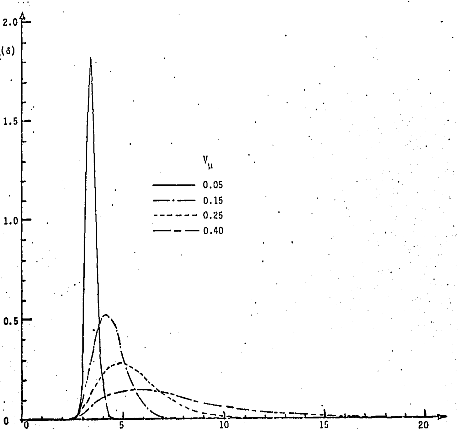

FIG 6 FUNCIONES DE DENSIDAD DE PROBABILIDAD DE LAS DUCTILIDADES DISPONIBLES PARA VARIOS COEFICIENTES DE VARIACION DE LAS RESISTENCIAS V_μ PARA UN VALOR NOMINAL DE $\mu=4$, $\delta = \mu - 1$

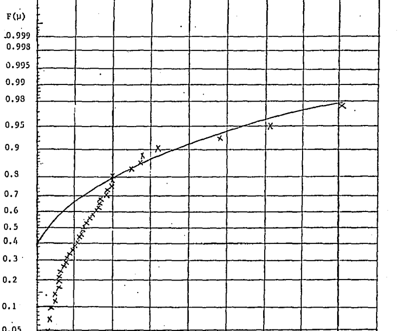

FIG 7 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 0.5 s Y LAPSO DE 50 AÑOS . S_{V1} = 412 cm/s

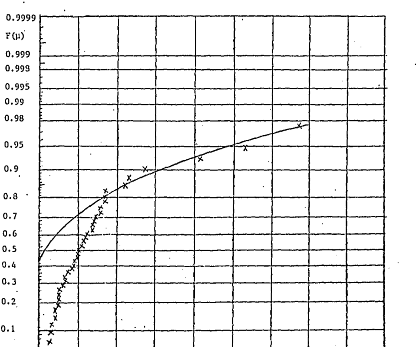

FIG 8 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X
Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 0.5 s Y LAPSO
DE 100 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s

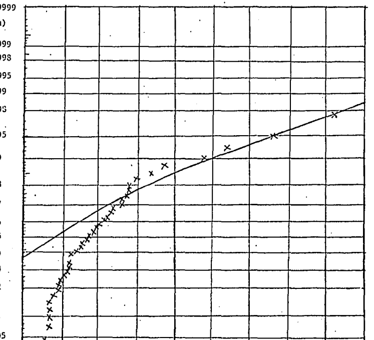

FIG 9 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X
Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 0.8 s Y LAPSO
DE 50 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s

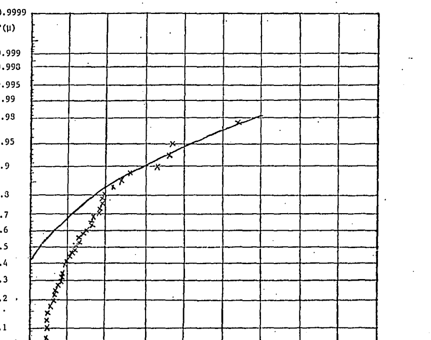

FIG 10 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 0.8 s Y LAPSO DE 100 AñOS S_{V1} = 412 cm/s

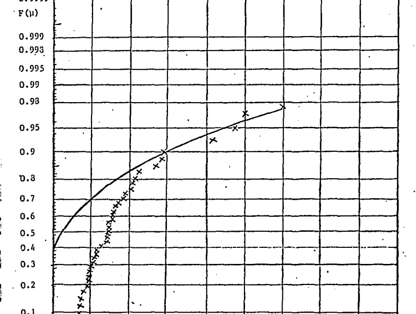

FIG 11 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS x Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 1.5 s Y LAPSO DE 50 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s

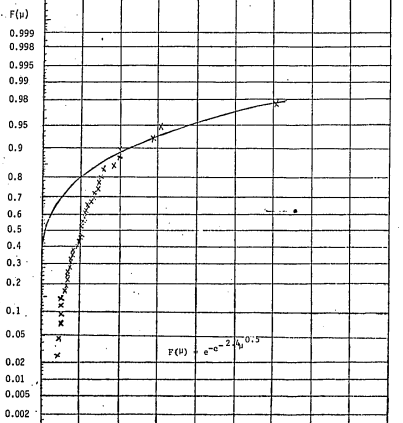

FIG 12 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 1.5 s Y LAPSO DE 100 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s

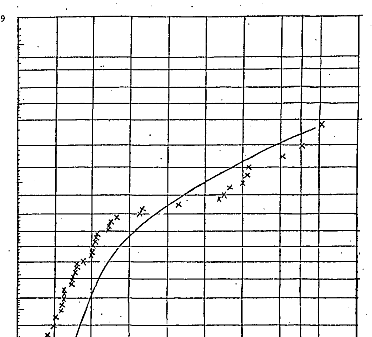

FIG 13 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 2.5 s Y LAPSO DE 50 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s

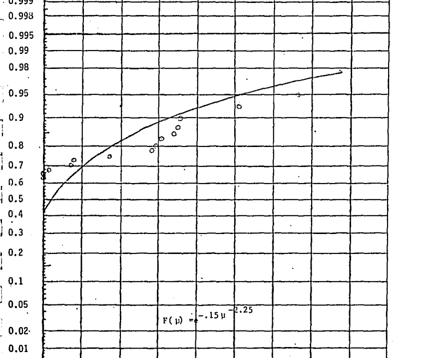

FIG 14 DETALLE DE LA DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS O Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 2.5 s Y LAPSO DE 50 AÑOS S_{V1} = 412 cm/s

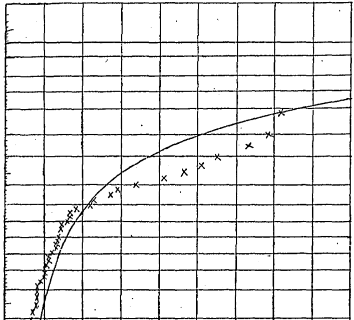

FIG 15 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X
Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 2.5 s Y LAPSO
DE 100 AÑOS $S_{v1} = 412$ cm/s.

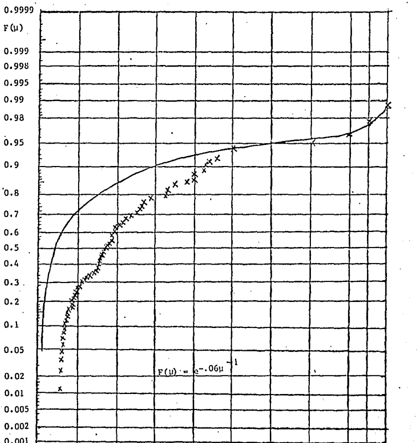

FIG 16 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS x
Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 3.5 s Y LAPSO
DE 50 AÑOS $S_{v1} = 412$ cm/s

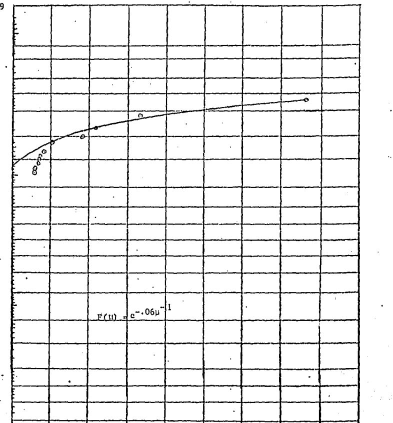

FIG 17 DETALLE DE LA DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS O Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 3.5 s Y LAPSO DE 50 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s.

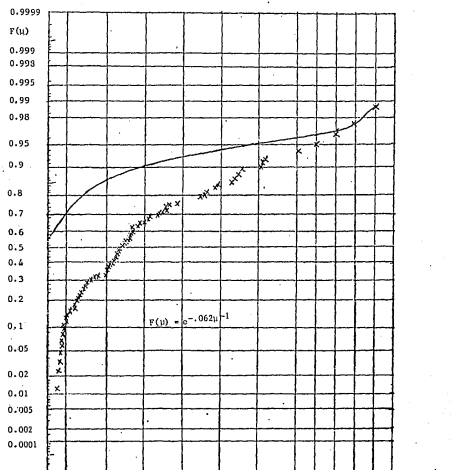

FIG 10 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS X Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 3.5 s Y LAPSO DE 100 AÑOS S_{V1} = 412 cm/s

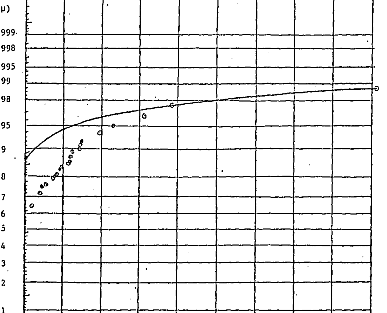

FIG 19 DETALLE DE LA DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS ○ Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 3.5 s Y LAPSO DE 100 AÑOS S_{v1} = 412 cm/s

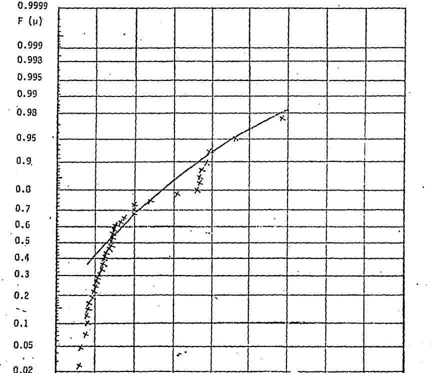

FIG 20 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES DEMANDADAS x Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 2.5 s Y LAPSO DE 50 AÑOS.

S_{v1} = 200 cm/seg

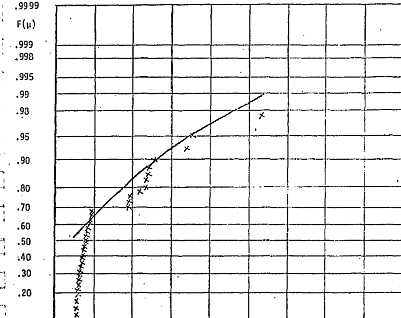

FIG 21 DISTRIBUCION ACUMULADA DE DUCTILIDADES ACUMULADAS X Y SU CURVA DE AJUSTE. PERIODO ESTRUCTURAL DE 2.5 s Y LAPSO DE 100 AÑOS. S_{V1} = 200 cm/seg

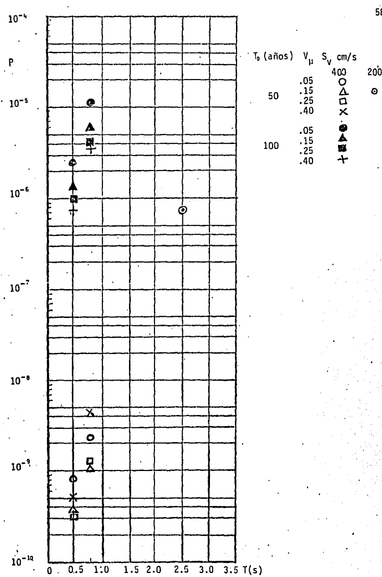

FIG. 22 PROBABILIDADES DE FALLA DE ESTRUCTURAS CON PERIODO NATURAL DE VIBRACION T=0.5, 0.8 PARA VARIOS COEFICIENTES DE VARIACION DE LAS RESITENCIAS V_μ, PARA LAPSOS T_0

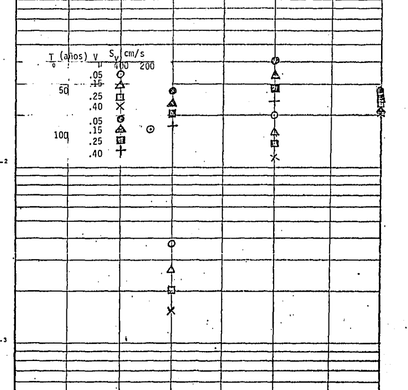

FIG 23 PROBABILIDADES DE FALLA DE ESTRUCTURAS CON PERIODO NATURAL DE VIBRACION T=1.5, 2.5, 3.5 PARA VARIOS COEFICIENTES DE VARIACION DE LAS RESISTENCIAS V_μ, PARA LAPSOS T_0

APENDICE A

ESTIMACION DE LA VELOCIDAD MAXIMA DEL TERRENO Y DE LA VELOCIDAD MAXIMA ESPECTRAL QUE PUEDEN PRESENTARSE EN LA ZONA BLANDA DEL D.F.

La estimación de las intensidades máximas del terreno así como de las ordenadas espectrales correspondientes a la zona blanda del D. F. ha sido motivo de diferentes estudios (refs RA1-RA4)

El interés en el tema se debe a las características de los suelos del Valle de México, en particular los de la zona blanda, que dan lugar a factores de amplificación dinámica altos (mayores de 1.5) y larga duración del movimiento del terreno. Esos factores generan solicitaciones sísmicas importantes y en algunos casos daños en las construcciones localizadas en dicha zona.

En la mayoría de las investigaciones (refs RA1, RA2, RA4) se ha hecho la hipótesis de que los movimientos del terreno en el D. F. se deben fundamentalmente a temblores fuertes que ocurren a distancias epicentrales de centenas de kilómetros del sitio, de acuerdo a las observaciones de los últimos 25 años.

En el presente estudio se hace la consideración de que eventos sísmicos superficiales de gran magnitud pueden ocurrir a distancia epicentrales de decenas de kilómetros del D. F. Aunque no existe evidencia geológica para sustentar lo anterior, si se tienen las observaciones de 1800 a la fecha de eventos con magnitudes mayores o iguales 7, con epicentros a menos de 200 kilómetros del D. F. y de uno ocurrido en 1912 con M = 7 con una distancia epicentral de menos de 100 kilómetros del D. F. (ref RA5) Como las características geotectónicas de las regiones donde han ocurrido los eventos mencionados son similares a las de la zona donde se localiza el D. F., se acepta en este estudio que temblores con $M \geq 7$ pueden ocurrir a distancias epicentrales cortas del D. F.

Tomando lo anterior en consideración para determinar dos valores de la intensidad espectral maxima posible en la zona blanda del D.F., S_{v1}, se hizo lo siguiente:

a) Con la ley de atenuación propuesta en la ref A6,

$$a_f = 5600\ e^{0.8M}\ (R + 40)^{-2} \tag{A1}$$

se calcularon las aceleraciones maximas en terreno firme correspondientes a dos temblores de magnitud 7 y distancias hipocentrales, R, de 30 y 60 Km del D.F.; sustituyendo estos valores en la ec. A1 , se obtuvieron: $a_{f1} = 309 cm/s^2$, y $a_{f2} = 151 cm/s^2$.

b) De la ref. RA7 se tomaron las expresiones:

$$a_b = 1.66\ a_f \tag{A2}$$

$$v_b = 0.3\ a_b \tag{A3}$$

la ec. A2 relaciona la aceleración máxima en terreno blando, a_b , con la de terreno duro, a_f ; y la ec. A3 relaciona la velocidad máxima en terreno blando con la aceleración máxima en el mismo tipo de terreno. Sustituyendo los valores de a_{f1} y a_{f2} en A2 y A3 conduce a: v_{b1} = 154 cm/s y v_{b2} = 75 cm/s.

c) Finalmente los valores de S_{v1} asociados a los temblores mencionados en a) se determinaron con la expresión

$$S_{v1} = c\ v_b \tag{A4}$$

donde c se obtuvo como la media aritmética de los cocientes S_v/v observados en los últimos 20 años en la zona blanda del Valle de México(tabla 1). El valor de c es igual a 2.68. Sustituyendo el valor de c y los de v_{b1} y v_{b2} en la ec. A4 conduce a: S_{v1} = 412 cm/s y S_{v2} = 200 cm/s.

REFERENCIAS DEL APENDICE A

RA1 Bustamante, J. "Response Spectra of Earthquakes on Very Soft Clay", Bull. Seism. Soc. of America, 54, pp 855-66, 1964.

RA2 Herrera, I., Rosenblueth, E. y Rascón, O. "Earthquake Spectrum Prediction for the Valley of Mexico", Procs III World Conf. on Earth. Eng., Auckland y Wellington, Nueva Zelandia, pp 61-74, 1965.

RA3 Martínez, B., León, J., Rascón, O. y Villareal, A., "Determinación de las Propiedades Dinámicas de la Arcilla en el Vaso de Texcoco", Instituto de Ingeniería, UNAM, 338, 1974.

RA4 Faccioli, E. y Ramirez, J., "Respuestas sísmicas máximas probables en las Arcillas de la Ciudad de México", Instituto de Ingeniería, UNAM, 359, 1975.

RA5 Singh, S.K., Astiz, L. y Havskov, J., "Seismic Gaps and Recurrence Periods of Large Earthquakes Along the Mexican Subduction Zone: a Reexamination", Instituto de Geofísica, UNAM, 9, 1980.

RA6 Esteva, L. y Villaverde, R., "Seismic Risk, Design Spectra and Structural Reliability", Proc. V World Conf. Earth. Eng., Roma, pp2586-2597, 1973.

RA7 Rascón, O. y Muñoz, C., "Recomendaciones para el Diseño Sísmico de Tuberías Enterradas con Juntas Lock-Joint y Continuas", Informe Interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, abril 1982.

APENDICE B

EXPRESIONES PARA VALUAR LA ESPERANZA Y LA VARIANCIA DE LA RIGIDEZ INICIAL K Y DEL MOMENTO DE FLUENCIA M_y.

La rigidez ante traslación normal al eje de una barra con módulo de elasticidad E, momento de inercia de la sección transversal I (considerando a la sección agrietada de acuerdo con (RB1)), y longitud L, se puede expresar de la siguiente manera

$$K_1 = \frac{12\ EI}{L^3} \tag{B.1}$$

Por lo tanto, la rigidez K del sistema considerado (fig 1) es la suma de las rigideces de las dos columnas

$$K = K_1 + K_2 = \frac{24\ EI}{L^3} \tag{B.2}$$

donde E e I son aleatorios y L se considera determinístico.

Aplicando a (B.2) la teoría de segundos momentos (RB2), se obtiene la esperanza $\bar{K}$ y la variancia σ_K^2 de K, ecuaciones B.3 y B.4 respectivamente.

$$\bar{K} = \frac{24}{L^3}\bar{E}\,\bar{I} \tag{B.3}$$

$$\sigma_K^2 = \left(\frac{24}{L^3}\bar{I}\right)^2 \sigma_E^2 + \left(\frac{24}{L^3}\bar{E}\right)^2 \sigma_I^2 \tag{B.4}$$

Donde los dos primeros momentos de E e I se obtuvieron en la siguiente forma.

De acuerdo con (RB1), E se puede expresar en términos de la resistencia a compresión f_c' del concreto.

$$E = 10{,}000\ \sqrt{f_c'} \tag{B.5}$$

Si se aproximan al esperanza $\bar{E}$ y la variancia σ_E^2 de acuerdo con la teoría de segundos momentos {RB2}, se puede escribir

$$\bar{E} = 10,000 \sqrt{\bar{f}'_c} + \frac{1}{2} (-2500/\bar{f}_c^{'3/2}) \sigma^2_{f'_c} \tag{B.6}$$

$$\sigma_E^2 = (5000/\bar{f}_c^{'1/2})^2 \sigma^2_{f'_c} \tag{B.7}$$

Para una sección rectangular con dimensiones bxd el momento de inercia se puede expresar con la ecuación (B.8), y su esperanza y su variancia como en (B.9) y (B.10).

$$I = \frac{b\ d^3}{12} \tag{B.8}$$

$$\bar{I} = \frac{b\ \bar{d}^3}{12} + \frac{b\ \bar{d}}{4} \sigma_d^2 \tag{B.9}$$

$$\sigma_I^2 = (\frac{b\ \bar{d}^2}{4})^2 \sigma_d^2 \tag{B.10}$$

De acuerdo con {RB1},el momento de fluencia M_y se puede escribir como se indica en la ecuación (B.11) en donde cada uno de los parámetros han sido definidos en el capítulo 3.

$$M_y = \phi\ A_s\ f_y\ d\ (1 - \frac{A_s\ f_y}{2\ b\ d\ f''_c}) \tag{B.11}$$

Derivando dos veces esta expresión respecto a ϕ

$$M'_\phi = A_s\ f_y\ d\ (1 - \frac{A_s\ f_y}{2\ b\ d\ f''_c}) \tag{B.12}$$

$$M''_\phi = 0 \tag{B.13}$$

Derivando (B.11) dos veces respecto a f_y

$$M'_{f_y} = \phi A_s d - \frac{\phi A_s^2 f_y}{b f''_c} \tag{B.14}$$

$$M''_{f_y} = - \frac{\phi A_s^2}{b f''_c} \tag{B.15}$$

Las dos primeras derivadas de M_y respecto a d se pueden escribir

$$M'_d = \phi A_s f_y \tag{B.16}$$

$$M''_d = 0 \tag{B.17}$$

Y las dos primeras derivadas respecto a f''_c se pueden expresar

$$M'_{f''_c} = - \frac{\phi A_s^2 f_y^2}{2b} \left(- \frac{1}{f''^2_c} \right) \tag{B.18}$$

$$M''_{f''_c} = - \frac{\phi A_s^2 f_y^2}{2b} \cdot \frac{2 f''_c}{f''^4_c} = - \frac{\phi A_s^2 f_y^2}{b f''^3_c} \tag{B.19}$$

Con las expresiones (B.12 a B.19) y aplicando la teoría de segundos momentos {RB2}, se pueden calcular la esperanza y la variancia de M_y

$$\bar{M}_y = \bar{\phi} A_s \bar{f}_y \bar{d} \left(1 - \frac{A_s \bar{f}_y}{2 b \bar{d} \bar{f}''_c} \right) - \frac{1}{2} \frac{\bar{\phi} A_s^2}{b \bar{f}''_c} \sigma^2_{f_y} - \frac{1}{2} \frac{\bar{\phi} A_s^2 \bar{f}^2_y}{b \bar{f}''^3_c} \sigma^2_{f''_c} \tag{B.20}$$

$$\sigma^2_{M_y} = [A_s \bar{f}_y \bar{d} (1 - \frac{A_s \bar{f}_y}{2 b \bar{d} \bar{f}''_c})]^2 \sigma^2_{\phi}$$

$$+ [\bar{\phi} A_s \bar{d} - \frac{\bar{\phi} A_s^2 \bar{f}_y}{b \bar{f}''_c}]^2 \sigma^2_{f_y} + [\bar{\phi} A_s \bar{f}_y]^2 \sigma^2_d$$

$$+ [\frac{\bar{\phi} A_s^2 f_y^2}{2 b f''^2_c}]^2 \sigma^2_{f''_c} \qquad (B.21)$$

REFERENCIAS DEL APENDICE B

R B 1. Referencia 11 del texto.

R B 2. Benjamin J.R. and Cornell C.A., "Probability, Statistics and Decisions for Civil Engineers". Mc. Graw Hill Book Cy. 1970.

APENDICE C

EXPRESIONES PARA VALUAR LOS PARAMETROS DE LA FUNCION DE DENSIDAD DE PROBABIBILIDAD DE LA RESISTENCIA $f_R(\delta)$.

Para distribuciones lognormales {RC1,RC2}

$$\delta^* = \bar{\delta}\, e^{-\alpha V_\delta} \tag{C.1}$$

donde

δ^* = valor característico de la distribución

$\bar{\delta}$ = valor medio

α = parámetro estadístico cuyo valor es generalmente 2

V_δ = coeficiente de variación de δ,

pero como $\delta = \mu - 1$, $\delta^* = \mu^* - 1$, y la expresión (C.1) toma la siguiente forma

$$\mu^* - 1 = \bar{\delta} e^{-2V_\delta} \tag{C.2}$$

donde

$$V_\delta = \frac{\sigma_\delta}{\bar{\delta}} \tag{C.3}$$

también de $\delta = \mu - 1$ se sigue

$$\bar{\delta} = \bar{\mu} - 1 \tag{C.4}$$

$$\sigma_\delta = \sigma_\mu \tag{C.5}$$

Sustituyendo (C.3), (C.4) y (C.5) en (C.2) resulta

$$\mu^* - 1 = (\bar{\mu} - 1)\exp\left[-2\left(\frac{\sigma_\mu}{\bar{\mu}-1}\right)\right] \qquad (C.6)$$

y si se expresa σ_μ en términos de V_μ se obtiene

$$\mu^* - 1 = (\bar{\mu} - 1)\exp\left[-2\left(\frac{\bar{\mu}V_\mu}{\bar{\mu}-1}\right)\right] \qquad (C.7)$$

Si se considera $\mu^* = 4$, resulta la siguiente ecuación trascendente

$$(\bar{\mu} - 1)\exp\left[-2\left(\frac{\bar{\mu}V_\mu}{\bar{\mu}-1}\right)\right] = 3 \qquad (C.8)$$

Si se le asignan valores a V_μ se pueden obtener los correspondientes $\bar{\mu}$ resolviendo (C.8) por tanteos, y los de σ_μ multiplicando $\bar{\mu}$ por V_μ. Sustituyendo $\bar{\mu}$ y σ_μ en (C.4) y (C.5) conduce a los valores de $\bar{\delta}$ y σ_δ.

Finalmente para obtener los parámetros de la función de densidad lognormal de la resistencia nominal de las columnas, $f_R(\delta)$, se valuan la esperanza y la desviación estándar del logaritmo natural de δ, (C.9) y (C.10) respectivamente.

$$\bar{\delta}_{ln} = \ln(\bar{\delta}/(V_\delta^2+1)^{1/2}) \qquad (C.9)$$

$$\sigma_{\delta_{ln}} = (\ln(V_\delta^2+1))^{1/2} \qquad (C.10)$$

- - - - - - - - - - - - -

REFERENCIAS DEL APENDICE C

R C 1. Ref. 3 del texto
R C 2. Ref. 12 del texto