

001161
1es.
1

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES
SECCION DE ESTRUCTURAS

TESIS QUE PRESENTA EL
Ing. José Emilio del Valle Ruiz

Para obtener el grado de
MAESTRO EN ESTRUCTURAS

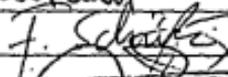
Créditos Asignados a la Tesis 9

JURADO

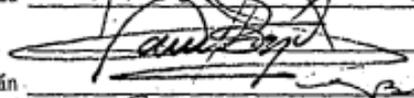
Dr. Roberto Meli Piralla



M. en I. Fernando Schutz Estrada



Dr. Enrique Bazan Zurita



M. en I. Ramón Cervantes Beltrán



Dr. Gonzalo Alduncin González

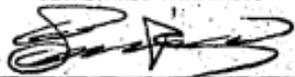


01161
1982

JEFE DE LA SECCION


Dr. Gonzalo Alduncin González

SECRETARIO ACADEMICO


M. en I. Sergio Tirado Ledezma

C. U., México, D. F. Septiembre 1982

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

OPTIMACION GEOMETRICA Y ESTRUCTURAL
PARA TORRES DE TRANSMISION

	PAG.
1. INTRODUCCION	1
2. ANTECEDENTES	5
2.a Planteamiento del Problema	8
2.b Selección del Algoritmo de Optimación	15
3. ALGORITMO SELECCIONADO PARA OPTIMACION DE CONFIGURACION GEOMETRICA	21
3.a Presentación	21
3.b Partición de Subestructuras	29
3.c Ventajas que se obtienen	35
3.d Ejemplo aclaratorio	37
4. EL ALGORITMO APLICADO A TORRES DE TRANSMISION	42
4.a Consideraciones para diseño	42
4.b— Aplicación	48
5. PROGRAMA DE COMPUTADORA	53
5.a Subrutina de optimación geométrica	55
5.b Subrutina de diseño óptimo	59
6. EJEMPLOS NUMERICOS	63
7. DISCUSIONES DE RESULTADOS	81
8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	84

	PAG.
9. REFERENCIAS	88
APENDICES	
a) Conceptos Generales y Terminología de Optimización Estructural.	92
b) Descripción del Programa General de Computadora.	103

INTRODUCCION

El objetivo principal de este estudio es desarrollar un método general para optimizar la geometría estructural de torres de transmisión, con el apoyo de las computadoras.

Las torres de transmisión se usan para soportar los conductores eléctricos -- los cuales llevan energía a lo largo de grandes distancias. Las más comúnmente usadas en nuestro país son aquellas que cuentan con un circuito compuesto por tres fases. Usualmente uno o dos cables de guarda corren sobre los conductores para proteger al sistema de descargas eléctricas naturales. Generalmente las líneas de transmisión recorren cientos de kilómetros para llegar a su destino, por lo que cada una requiere de un número elevado de torres.

Las torres de suspensión son las que se emplean en un mayor porcentaje (generalmente un ochenta por ciento) a lo largo de la línea de transmisión. Dado que este tipo de estructuras es tan repetitiva se justifica pensar en obtener una disminución en su costo, ya que esto representaría un ahorro considerable.

Por otra parte el diseño óptimo de estructuras ha adquirido gran importancia en los últimos años. El progreso significativo en este aspecto es resultado del gran desarrollo logrado en análisis estructural, computadoras digitales e investigación de operaciones. Uno de los principales problemas es el gran número de variables y restricciones que se tienen en las estructuras, aparte de que en la mayoría de los procedimientos de optimación los análisis son repetitivos.

El estado del arte en el diseño estructural óptimo es una de las principales preocupaciones de los diseñadores, los cuales han logrado establecer que existe una gran relación entre la obtención de estructuras de menor costo y la configuración geométrica; de aquí se desprende la necesidad de implantar un programa de computadora, en el cual, trabajando con estructuras discretas o esqueléticas (Armaduras y Marcos) no se limite a estructuras de geometría fija.

Muchas de las investigaciones recientes en diseño óptimo utilizan técnicas de programación matemática para la optimación de estructuras relativamente grandes, pero la mayoría de estos estudios tienen una gran limitación: sólo son aplicables a estructuras de configuración geométrica fija.

Las torres de transmisión frecuentemente se idealizan como grandes armaduras espaciales en el análisis estructural, no por su tamaño, sino por el número considerable de miembros que las constituyen y su consecuencia elevado grado de hiperestaticidad.

Debido a lo anterior, la preocupación principal en el presente estudio fue seleccionar un algoritmo para la optimación geométrica que trabaje en forma práctica y rápida, además de que garantice un óptimo local muy cercano al global. En el Apéndice I se dan algunos conceptos básicos y se presenta la terminología empleada en Optimación Estructural.

Se entenderá aquí como estructura óptima aquella que proporcione el menor peso, y que además cumpla con las especificaciones eléctricas, establecidas por la C.F.E.

El enfoque propuesto para el proceso de optimización comprende dos etapas sucesivas:

- 1) Cálculo de la estructura y determinación de las propiedades geométricas de las secciones de los miembros (diseño óptimo) en una configuración geométrica global prestablecida.
- 2) Definición de una geometría global óptima y cálculo final de las secciones de perfiles.

En la primera etapa se empleará el criterio conocido como "relación de esfuerzos" que es un método indirecto para la optimización estructural (ver capítulo 3). Este método consiste en una sucesión de análisis y diseños de la estructura bajo todas las condiciones de carga, utilizando la envolvente de esfuerzos para diseñar los elementos estructurales, este ciclo se repite hasta obtener cierta convergencia establecida entre cada iteración para el peso de la estructura.

Para establecer la solución de la etapa dos y con el fin de poder definir el algoritmo de optimización adecuado a las necesidades del presente trabajo, en el capítulo 2 se hace un estudio comparativo de diferentes algoritmos existentes. Fue importante considerar que dentro de la función objetivo, el área de los elementos y las coordenadas de los puntos nodales varían con el cambio de la configuración geométrica, por lo que en estudio comparativo se tomó en cuenta la no-linealidad del problema. Además, se considerará el gran número de restricciones, ya que son directamente proporcionales al número total de elementos en la torre.

En el capítulo 3 se presenta una solución al problema de análisis estructural cuando se tienen estructuras muy grandes, como es el caso de las torres de transmisión, como subestructuración, la cual es empleada para analizar grandes estructuras utilizando la técnica del elemento finito. Este tipo de problemas puede requerir de una gran capacidad de computadora, pero con esta técnica se reduce enormemente el esfuerzo computacional. En este mismo capítulo se -

presenta el algoritmo seleccionado para la optimación geométrica.

En los siguientes capítulos se presenta el algoritmo de optimación aplicado a torres de transmisión y se dan soluciones a diferentes problemas que surgen en la implementación del mismo. También se presentan las subrutinas del algoritmo por implementar en la computadora y algunos ejemplos de aplicación. Finalmente se dedica un capítulo a proporcionar las conclusiones de este trabajo así como algunas recomendaciones para estudios futuros.

2. ANTECEDENTES

El análisis óptimo de estructuras no ha tenido tanta aceptación en casos prácticos como otros campos de investigación. Uno de los motivos para ello ha sido la falta de conocimientos en programación matemática de los diseñadores de estructuras.

Sin embargo, como se verá a continuación, existen, desde hace mucho tiempo, trabajos sobre optimación estructural. La literatura alrededor de este tema se puede agrupar en cuatro grandes corrientes, que en cierta forma corresponden a la evolución cronológica de las investigaciones. Estas son:

- I. Teoría de "Arreglo" o "Disposición", cuyos inicios se remontan al año de 1854, fecha en que Maxwell expone las primeras ideas para el diseño de estructuras de peso mínimo que soportan cargas uniaxiales, para condiciones de carga y propiedades del material conocidas.
- II. Teoría de "Aproximación al modo de falla simultánea". Los trabajos con--

cernientes a esta teoría se efectuaron en las décadas de 1940 y 1950 y se encuentran recopilados en los escritos de Shanley, Gerard y Cox (ref 1) entre otros. Se supone que la optimización se consigue cuando todos los elementos constitutivos de una estructura fallan simultáneamente (de esta teoría se deriva la técnica conocida como "Aproximación de máximo esfuerzo").

- III. Teoría de "Criterios de Optimalidad". La mayoría de los trabajos en este campo se realizaron en 1960 y tratan con estructuras simples y condiciones de carga sencillas, basándose en principios de la mecánica estructural para obtener una estructura de peso mínimo (los más destacados en este campo fueron Prager y Talor (ref 2)).
- IV. Teoría de "Programación Matemática". Consiste en la aplicación de las técnicas desarrolladas por la Investigación de Operaciones; las cuales permiten la optimización de una "función objetivo", que se encuentra limitada por otras funciones conocidas como "restricciones". Entre los iniciadores de esta corriente, cerca del año de 1950, están Livesley y Pearson (ref 3).

Dentro del último grupo se encuentra el algoritmo de optimización geométrica -- que se eligió para la realización del presente proyecto.

Para el diseño óptimo de los perfiles de los elementos en las torres, se seleccionó un método indirecto de optimización, que corresponde a la teoría de "Aproximación de máximo esfuerzo". Los métodos y diseñando una estructura, sujeta a todas sus condiciones de carga, de modo de lograr que todos los elementos queden sometidos al máximo esfuerzo que pueden resistir. La aplicación del método es directa si existe sólo una variable de diseño para cada elemento, como en el caso en que la geometría global es fija, y solo son variables las áreas de los elementos.

En el caso de diseño de elementos de barra, éste es un procedimiento iterativo en donde los resultados obtenidos en un primer ciclo (consistiendo cada ciclo

Con base en este mismo estudio se determinaron aproximadamente las proporciones del peso total que corresponden las diferentes partes de una torre (fig 12), se obtuvo que el cuerpo inferior, el cual comprende el Botón-panel hasta el cuello de la torre, pesa más o menos 70 por ciento del peso total; al cuerpo intermedio, compuesto por los brazos de la ventana, se debe alrededor del 17 por ciento del peso total, y por último a la cruceta de la torre, donde se apoyan los cables conductores, corresponde el 13 por ciento restante. Esto hace ver que el énfasis del proceso de reducción de peso debe ponerse en el cuerpo inferior, que es el que más contribuye al peso global.

Por último se pudo comprobar que no era necesario hacer las variaciones geométricas en un intervalo continuo, ya que el peso cambia sensiblemente solo para variaciones relativamente grandes de la geometría. Basta por ello considerar un intervalo de variación discreto, cambiando las posiciones de nudos en aproximadamente 15 a 20 cm, para dimensiones normales de torres.

Para el proceso de optimación se describen a continuación las variables y restricciones del problema, así como la notación que se adoptó en este trabajo:

A_i^n	área del elemento i en la n -ésima iteración
σ_{ti}	esfuerzo permisible a tensión, para el elemento i
σ_{ci}	esfuerzo permisible a compresión; varía en cada iteración ya que depende del radio de giro r_i de la sección (que a su vez depende del área A_i) y de la longitud L_i del elemento. En el caso de geometría fija, la longitud es constante, pero r_i es variable
$S^{(n-1)}$	envolvente de la carga axial en el elemento, para todas las condiciones de carga actuantes en la estructura, en la $(n-1)$ éxima iteración
NM	número total de miembros o elementos
δ_i	peso volumétrico del material, para el elemento i
L_i	longitud del elemento i
NDS	número de dimensiones en el que se trabaja el problema
m y z	índices que se refieren a los extremos del elemento
X_m y X_z	coordenadas de los puntos nodales del elemento
E_i	módulo de elasticidad del material del elemento i

en un análisis y un diseño de la estructura) sirven de punto de partida para el siguiente, hasta llegar a una convergencia (si esta existe).

La técnica expuesta fue originalmente implantada por Rukos en el Instituto de Ingeniería (ref 4), y posteriormente modificada y adaptada en el Instituto de Investigaciones Eléctricas (ref 5).

2a. Planteamiento del problema

En este capítulo se describen en detalle los datos, variables, restricciones y consideraciones que se han hecho para tratar el problema de optimación de torres de transmisión. Un esquema típico de estas torres se muestra en la fig 12

Para examinar el efecto de la geometría global en el costo de una torre se -- realizó previamente un estudio de prueba y error con base a una geometría -- prestablecida, a partir de los catálogos de torres tipo de la Comisión Federal de Electricidad. Este estudio se hizo con el fin de identificar qué variables son importantes en el problema así como las restricciones a las que iba a estar sujeto este.

Es conveniente señalar que este estudio se llevó a cabo sobre un modelo simplificado, en el que al modelo original se le eliminaron todas las redundantes, -- que son elementos de una importancia menor, aunque si se consideraron los cambios de longitud efectiva de pandeo debidas a dichas eliminaciones en los elementos restantes, esto se hizo para economizar el tiempo de computadora, no -- obstante se logró obtener resultados y conclusiones aceptables.

También se tomaron en cuenta los requerimientos de funcionalidad, tales como -- distancias dieléctricas y todo lo requerido por especificaciones eléctricas.

Se comprobó en primer lugar que llevando a cabo variaciones geométricas se podía reducir el peso original de la torre.

A_{\min} , áreas mínima y máxima permisibles referidas a un catálogo de perfiles
 A_{\max} les
 σ_{bi} esfuerzo de pandeo de Euler
 X_K^- y X_K^+ límites inferior y superior de la k-ésima coordenada activa y pueden ser diferentes para cada coordenada independiente

I) Función objetivo

Se supone en el presente trabajo como función objetivo el peso total de la estructura W, así:

$$W = \sum_{i=1}^{NM} \delta_i A_i L_i$$

en donde:

$$L_i = \left[\sum_{r=1}^{NDS} (X_m - X_d)_r^2 \right]^{1/2}$$

II) Restricciones de diseño

Para cada geometría, se requiere que el diseño, por el método de esfuerzos permisibles, satisfaga el siguiente conjunto de restricciones:

a) Esfuerzos permisibles

$$\sigma_{ci} \leq \sigma_i \leq \sigma_{ti}$$

b) Pandeo de Euler

$$\sigma_{bi} \leq \sigma_i$$

c) Areas permisibles

$$A_{\min} \leq A_i \leq A_{\max}$$

III) Restricciones geométricas

a) Límites en coordenadas activas

$$x_K^- \leq x_K \leq x_K^+$$

Se entenderá como coordenadas:

Independientes a las correspondientes de los puntos nodales en cada una de las dimensiones dadas, por ejemplo en una estructura plana son x y y .

Activa es aquella que forma parte de un conjunto de coordenadas de puntos nodales del mismo grupo (ver siguiente inciso) y a la cual le corresponde sufrir los cambios en su localización (fig 12).

b) Agrupamiento de coordenadas variables

La coordenada variable X puede ser especificada en términos de la variable X_K de la siguiente manera lineal:

$$X_g = d_g + b_g X_K$$

Esta ecuación permite al diseñador, entre otras cosas, estipular las condiciones de simetría en la estructura.

c) Agrupamiento de áreas variables

Se puede requerir que dos o más áreas variables cualesquiera, sean las mismas en el proceso de diseño o sea:

$$A_K = A_1 = A_2 = \dots$$

d) Todas las restricciones referentes a especificaciones eléctricas (descritas

en el Capítulo 5).

IV) Variables Topológicas

Aunque es común, en este tipo de problemas, pensar en las variables topológicas, en este trabajo no se consideran ya que el problema es el seleccionar to rres de configuraciones preestablecidas y no iniciar el estudio con una localización y conexión de puntos cualquiera, que sería el caso de un estudio topológico.

2.b Selección del Algoritmo de Optimación

Para resolver el problema formulado, Vanderplaats y Moses (ref 6, fig 1) aplican un procedimiento consistente en dos etapas; la primera es una minimización con respecto a la sección variable de los elementos y la segunda es la variación de la configuración geométrica con una actualización de las secciones variables de los elementos tal que las restricciones activas (apéndices I) permanezcan satisfechas. El análisis se hace por medio del método de las flexibilidades. La optimación se lleva a cabo aplicando el método de "relación de esfuerzos" en la primer etapa y el método del "gradiente" en la segunda. Kirsch, Reiss y Shamir (ref 7, fig 2) emplean un método de optimación geométrica y de diseño por medio de "funciones de penalización", el análisis se lleva a cabo por medio de la partición de la estructura en subestructuras pequeñas, que siguen el principio de amortiguamiento, que dice que entre más alejado se encuentra el punto de interés de la partición, más real es el comportamiento y los resultados obtenidos en éste. El método es eficiente para estructuras en donde el comportamiento no es muy sensible a la distribución de rigideces.

Packia y Olani (ref 8, fig4) emplean una técnica generalizada de programación dinámica, que es un método matemático de optimación elegante y poderoso. Es la única técnica que asegura la obtención de un óptimo global. Este método puede emplearse para resolver un problema grande, dividiéndolo en varios problemas pequeños (etapas). Cada etapa puede ser optimada secuencialmente para luego obtener la combinación óptima. Esta técnica esta basada en el principio

de etapas óptimas que dice: "un conjunto de decisiones óptimas pueden ser óptimas con respecto a los resultados que aparecen para la primera decisión".

Dobbs y Felton (ref 9, fig 3) proponen el método cuyo principal objetivo es estudiar múltiples condiciones de carga sobre una estructura, para esto hacen uso del algoritmo empleado por Dorn, el cual considera variables "topológicas", en donde se propone para la variación de la configuración geométrica trabajar con la matriz de localización de puntos nodales, a los cuales se conectan todos los elementos barra posibles, procediendo luego a eliminar aquellas que no son necesarios en una armadura óptima (no trabajan). Sólo tratan con armaduras planas estáticamente determinadas y en donde el número de puntos nodales no es muy grande. Su método usa conceptos de programación no lineal para el diseño elástico incluyendo restricciones al pandeo elástico.

En el presente informe se examinan los trabajos antes mencionados y otros más, efectuando una comparación de las características de los algoritmos empleados en cada uno de ellos (ver Tablas 1 y 2).

Para seleccionar el algoritmo a emplear en el presente estudio, se consideró que el mismo tenía que cumplir con los siguientes requisitos:

1. Trabajar con elemento del tipo barra
2. Ser eficiente cuando el número de variables es grande
3. Trabajar eficientemente con estructuras grandes
(ya que en torres el número de elementos y puntos nodales es elevado)
4. Considerar el peso como función objetivo
5. Considerar múltiples condiciones de carga
6. Proporcionar una solución general (para cualquier tipo de restricciones o números de variables)
7. Considerar restricciones no lineales
8. Emplear un tiempo aceptable de computadora; que sea fácil de implantar
9. En general que pueda trabajar en un espacio no lineal

Estas características son las más importantes, pero no las únicas, ya que la selección también depende de la capacidad de la computadora y del grado de -

aproximación al óptimo global de los valores resultantes que se desee lograr.

Para los fines de este estudio, tanto el diseño como la geometría óptima se definen como aquéllos que conducen a la estructura de menor peso, sujeta a un conjunto prescrito de restricciones.

De la tabla 1 podemos observar que sólo tres de los algoritmos aquí estudiados cumplen con todos los requisitos; de estos tres, dos de ellos: el de Vanderplaats y Moses (ref 6) y el de Kirsch, Reiss y Shamir (ref 7) no aseguran un óptimo global, ni con certeza un óptimo local cercano al global. En ambos se recomienda realizar el diseño de perfiles por medio del método de esfuerzo - máximo que es el que se ha adoptado aquí.

En el tercer algoritmo Packia y Olani emplean una técnica generalizada de programación dinámica, ésta asegura un óptimo global o un óptimo local muy próximo a este, dependiendo del grado de convergencia entre cada una de las iteraciones realizadas. El problema principal de esta técnica, es que cuando la estructura tiene un número de elementos muy grande, como es el caso de las torres de transmisión, el algoritmo consume mucho tiempo de computadora, sin embargo, este problema se puede evitar trabajando con subestructuras, lo cual presenta la gran ventaja de que, como se verá en el siguiente capítulo, se trabaja por etapas que no dependen directamente de los resultados de las etapas posteriores, como sucede en las otras técnicas.

Podría haberse empleado aquí cualquiera de estos tres algoritmos, sin embargo, los dos primeros trabajan con el método de flexibilidades, el cual es ineficiente en este tipo de problemas, por lo cual los programas actuales en su mayoría emplean el método de los desplazamientos, que es más eficiente.

Al comparar la programación dinámica con la programación lineal, se puede notar que la característica básica de la programación dinámica comprende un proceso de toma de decisiones en etapas múltiples. Por otra parte, la programación lineal da una solución basada en ciertas restricciones de capacidad, cantidad y costo.

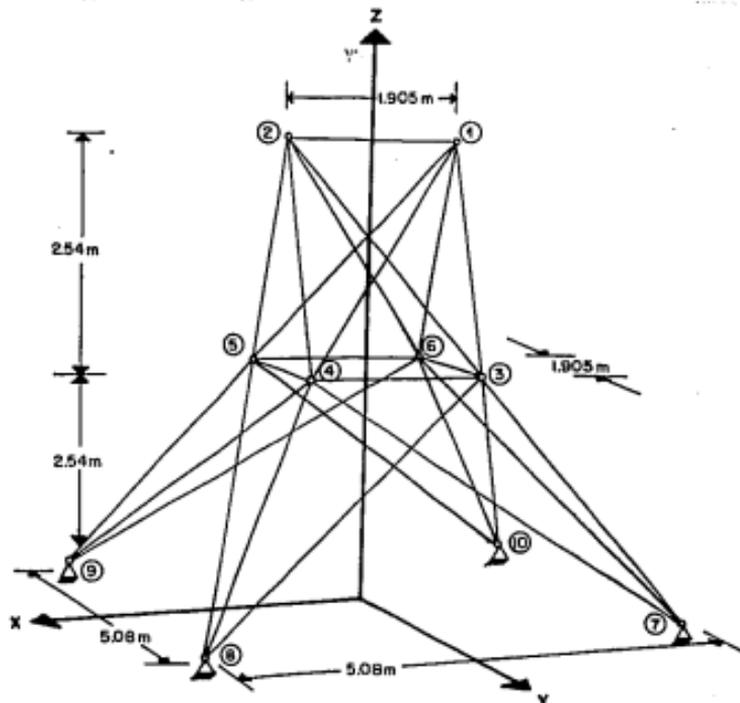


FIG. 1 ESTRUCTURA TRIDIMENSIONAL ESTUDIADA POR VANDERPLAATS Y MOSES
(UTILIZAN EL CONCEPTO DE GRADIENTE)

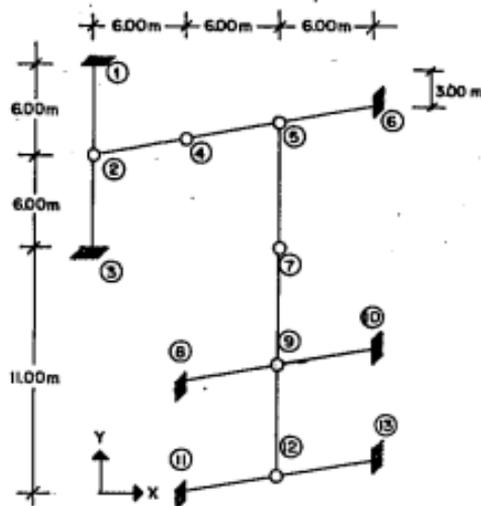


FIG. 2 ESTRUCTURA PLANA ESTUDIADA POR KIRSCH, REISS Y SCHAMIR

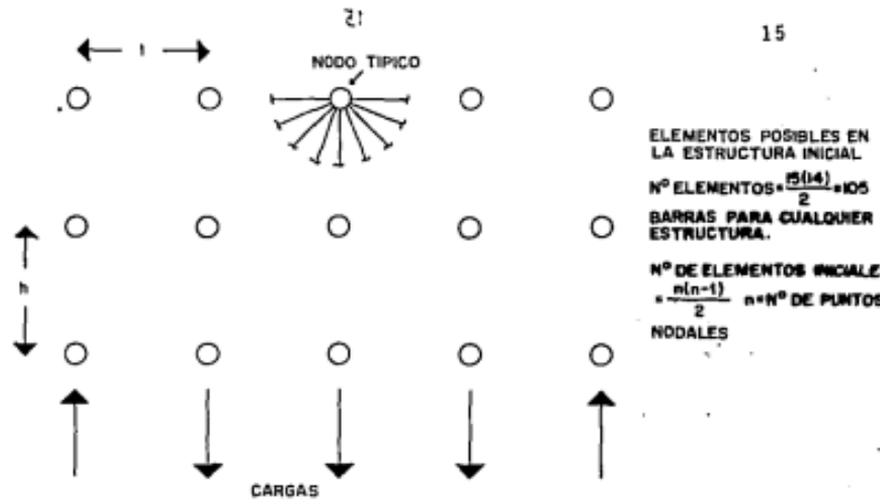


FIG. 3 ARREGLO DE PUNTOS NODALES CONSIDERADOS POR DOBBS Y FELTON

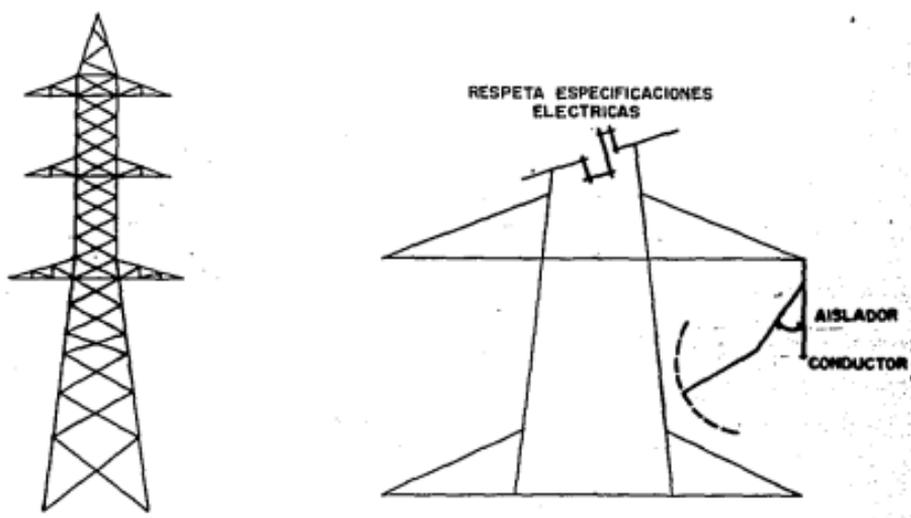


FIG. 4 TORRE DE TRANSMISION ELECTRICA ESTUDIADA POR PACKIA Y OLANI

TABLA 1. TECNICAS DE OPTIMACION COMPARADAS.

TRABAJO	ELEMENTO ARMADURA	NUMERO DE VARIABLES MULTIPLES	RESTRICCIONES LINEALES	RESTRICCIONES NO LINEALES	RESTRICCIONES DE DESIGUALDAD	ESTRUCTURAS GRANDES	ARMADURAS TRIDIMENSIONALES	ARMADURAS PLANAS	FUNCION OBJETIVO EL PESO	EMPEZAR CON UNA GEOMETRIA ESPECIFICA	TIEMPO DE COMPUTADORA CORTO	OPTIMACION EN DISEÑO	OPTIMACION DE GEOMETRIA	GARANTIZA OPTIMO GLOBAL	CARGAS MULTIPLES	SOLUCION GENERAL
1. Kunar-Chan	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x
2. Vanderplaats & Fed Moses	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x
3. Kirch, Reiss & Shamer	x	x	x	x	x			x	x	x		x	x		x	x
4. Chan & Torlea	x	x	x	x	x			x	x	x		x			x	
5. Packia & Olan	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x
6. Bennett	x	x	x	x	x				x			x				
7. Spillers	x		x					x	x	x	x	x	x			
8. Lo, Andrew & Surendra	x	x				x	x	x	x	x	x	x			x	
9. Vitiello	x	x	x	x	x		x	x	x			x	x			x
10. Mustafa Isreb	x	x	x	x	x	x	x		x	x	x	x			x	
11. Kenneth, Reinhardt, Cornell & Brotschle	x	x	x		x			x	x	x		x				
12. Kavlie & Moe	x	x					x	x	x	x	x	x			x	
13. Willian & Gable	x	x	x	x	x		x	x	x	x		x			x	
14. Palmer	x											x				
15. Dobbs & Felton	x							x	x		x	x	x			

TRABAJO	SIMPLEX	POWELL (Dirección Conjugada)	FLETCHER-REEVES (Gradiente Conjugado)	METODO -- DIRECTO	DORN (Topología)	PROGRAMACION DINAMICA	FULLY STRESS	PENALTY FUNCTION	SECUENCIA DE PROGRAMACION LINEAL
1. Kunar-Chan		x	x				x		
2. Vandrplaats & Fed Moses				x			x		
3. Kirsch, Reiss & Shaner				x				x	
4. Chan & Torlea	x								x
5. Packia & -- Olani						x			
6. Bennett				x			x		
7. Spillers							x		x
8. Lo, Andrew -- & Surendra							x		
9. Vitiello				x		x			
10. Mustafa Isreb							x		
11. Kenneth, Reinshmidt, Cornell & Brotschie							x		
12. Kavlie & Moe								x	
13. William & Gable								x	
14. Palmer								x	
15. Dobbs & Felton					x		x		

En la programación dinámica, los errores de las decisiones pasadas no impiden que se tomen decisiones correctas, tanto en la etapa actual como en etapas futuras. El método de programación dinámica permite encontrar las decisiones óptimas para las etapas venideras. Sin embargo, la programación lineal requiere cambios constantes para reflejar las verdaderas restricciones del problema, a fin de poder llegar a una solución óptima. En concepto, la programación dinámica es más potente, aunque desde el punto de vista de los cálculos no lo es tanto como la programación lineal. La programación dinámica es semejante al cálculo, mientras que la programación lineal es análoga a la solución de series de ecuaciones lineales simultáneas. En la programación dinámica se puede emplear cualquier técnica necesaria para la solución del problema, mientras que en la programación lineal hay que seguir ciertas reglas en el proceso iterativo.

Es conveniente mencionar que los problemas con restricciones no lineales, -- son más difíciles de resolver que los que tienen restricciones lineales. En estos casos se han utilizado en diferentes estudios los siguientes tres procedimientos: el algoritmo Simplex, la programación dinámica y el método del gradiente.

El método del gradiente, como el Simplex, es un proceso iterativo en el que se pasa de una posible solución a otra, a fin de mejorar el valor de la función objetivo. El método del gradiente es distinto del método Simplex, porque no garantiza que cada solución sucesiva este más cercana a la solución óptima, y, puede no ser convergente. Por otro lado para aplicar el método -- Simplex se tendría que transformar el problema no lineal a una forma lineal que resulte aceptable, y de cualquier manera se requeriría de una gran capacidad de memoria en la computadora, por ser un problema con muchas restricciones.

En resumen se puede decir que la programación dinámica permite resolver problemas de carácter más general que los que permite la programación lineal.

Al comparar la programación dinámica con el cálculo diferencial se encontró

que este último tendrá aún más desventajas con respecto a la primera, ya que las fuertes suposiciones que lo definen hacen que en problemas de optimización sea una herramienta matemática de uso limitado. Como el requisito impuesto - por éste, de que la función que describe un problema sea continua y con derivadas continuas en todos los puntos, esto no es común en un problema real.

Otra limitación del cálculo diferencial es de que no distingue directamente entre un mínimo y un máximo, a menos que se aplique un criterio secundario, como que la segunda derivada de la función sea mayor que cero para el mínimo y menor que cero para un máximo. Además puede ocurrir que en la frontera del intervalo de la función considerada (ver fig 5) no sea posible localizar puntos óptimos, ya que puede suceder que los puntos óptimos en estos lugares no cumplan la condición de que la primera derivada sea cero. Tampoco son mínimos y máximos globales.

Todas estas limitaciones son superadas por la programación dinámica, la cual realiza una búsqueda sistemática a través del conjunto de combinaciones posibles de los valores de las variables que definen una función objetivo del problema considerado, hasta determinar la solución óptima.

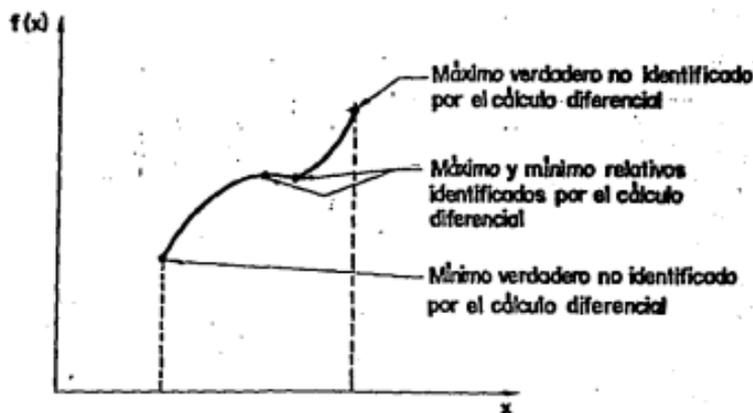


Fig. 5 Localización de los puntos óptimos por medio del cálculo diferencial.

Por lo expuesto, el algoritmo elegido fue el de programación dinámica empleado por Packia y Olaní, combinado con la técnica de subestructuración para representar y estudiar las torres de transmisión.

3. ALGORITMO SELECCIONADO PARA OPTIMACION DE CONFIGURACION GEOMETRICA

3a. Presentación

La eficacia del algoritmo seleccionado de optimación de configuración geométrica se manifiesta en multiestados o procesos secuenciales de decisión (ref B). En el presente caso podría ser aplicado primeramente a situaciones en -- donde se tienen que tomar múltiples decisiones para optimar el funcionamiento completo de un sistema. Este sistema (torre de transmisión) puede ser tal que pueden recomendarse distintas etapas y tomar decisiones para una sola, - pero mientras que éstas pueden afectar las etapas subsecuentes, no afectan - las etapas previas.

Al aplicar la programación dinámica a problemas físicos, es necesario inicialmente reducir o idealizar el problema físico en un modelo matemático, sabiendo que éste es la representación simbólica de las relaciones entre las variables y factores que afectan cualquier problema.

Se emplean los siguientes términos en la presentación de esta técnica, sus definiciones se proporcionan con mayor precisión en el apéndice A1:

- a. Variables cantidades que pueden ser manejadas por quien toma la decisión para conseguir los resultados deseados
- b. Parámetros aquellos factores que en cualquier proceso de decisión afectan los objetivos pero no son controlados por quien decide
- c. Función el valor real escalar asociado con valores particulares de las variables y parámetros en cualquier proceso de decisión
- d. Restricciones limitaciones dadas a las variables o parámetros
- e. Vector conjunto ordenado de cantidades, usualmente: variables, parámetros, funciones objetivo o una combinación de éstos

Formulación del problema

El sistema en estudio puede ser definido por un vector, X_i . Es deseable cambiar las características iniciales del sistema (para la obtención del peso óptimo) representándolo con un vector diferente, X_f . Denominando T a esta transformación (ver fig B), simbólicamente queda:

$$X_f = T(X_i) \quad (1)$$

donde:

X_i y X_f representan las etapas inicial y final, respectivamente, y se llaman vector de etapa inicial y vector de etapa final

Una transformación es usualmente gobernada o dirigida por un conjunto de decisiones. Estas se representan por un vector de decisiones, D , quedando la transformación como:

$$X_f = T(X_i, D) \quad (2)$$



FIG. 6 TRANSFORMACION REQUERIDA A OBTENER x_f PARA x_i

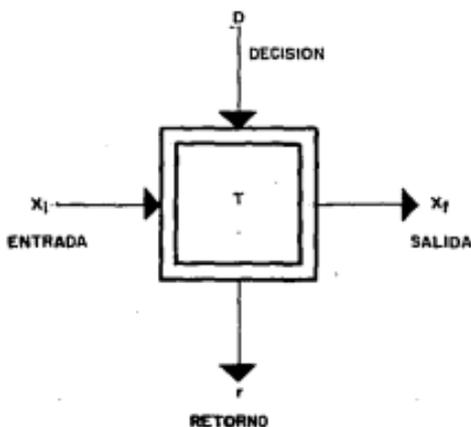


FIG. 7a PROBLEMA CON UN SOLO VECTOR DE ENTRADA Y DE SALIDA

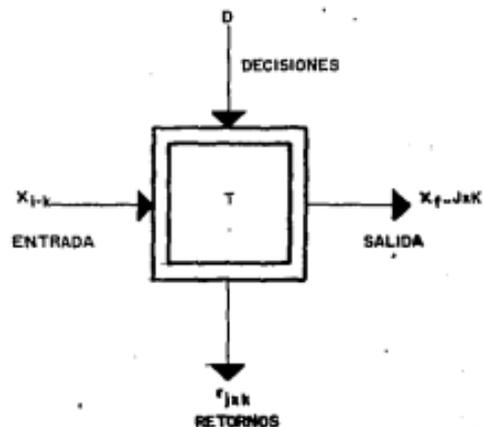


FIG. 7b PROBLEMA CON MAS DE UN VECTOR DE ENTRADA Y DE SALIDA

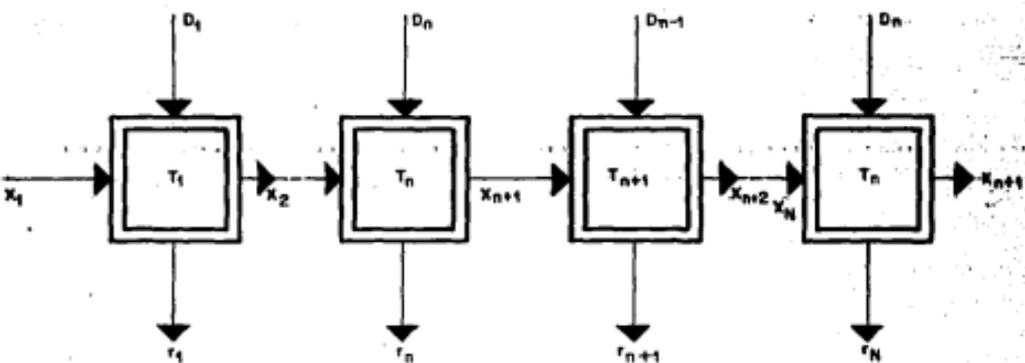


FIG. 8 PROBLEMA DE PROGRAMACION DINAMICA PARA N ETAPAS

La transformación se requiere para obtener algún resultado específico o retorno, r , dado que puede ser una función de X_i , X_f y D ; pero X_f es función de X_i y D , por lo tanto, el retorno, r , a su vez es una función de X_i y D únicamente, quedando (ver fig 6):

$$r = r (X_i, D) \quad (3)$$

Es posible también tener un sistema simple de decisión múltiple con diferentes k vectores de entrada y j vectores de decisión. Si se forma un conjunto compuesto por un vector de entrada y un vector de decisiones, hay un vector de salida y otro de retorno. Por lo tanto, existirán $k \times j$ salidas y retornos. Esto se representa en la fig 7.

Para el caso de torres de transmisión se usará el modelo matemático para un sistema de N etapas, mostrado en la fig 8, en donde el vector de entrada inicial del sistema es X_1 , y en la etapa final el vector de salida del sistema es X_{N+1} . Para cualquier etapa intermedia n , el vector de entrada se denota por X_n y el vector de salida por X_{n+1} .

Si aplicamos la ecuación 2 y 3 al n -ésimo estado, obtenemos:

$$X_{n+1} = T_n (X_n, D_n) \quad (4)$$

$$r_n = r_n (X_n, D_n) \quad (5)$$

Si sustituimos n por $n-1$, $n-2$, ..., 2, 1 en la ec 4:

$$X_n = T_{n-1} (X_{n-1}, D_{n-1})$$

$$X_{n-1} = T_{n-2} (X_{n-2}, D_{n-2}) \quad (6)$$

$$X_3 = T_2 (X_2, D_2)$$

$$X_2 = T_1 (X_1, D_1)$$

Sustituyendo X_n en la ec 4:

$$X_{n+1} = T_n ((T_{n-1}, D_{n-1}), D_n)$$

Si se sustituye respectivamente $X_{n-1}, X_{n-2}, \dots, X_m$, en donde $m = n-i$ siendo i menor que n :

$$\begin{aligned} X_{n+1} = T_n (T_{n-1} T_{n-2} \dots (T_m (X_m, D_m) \dots \\ \dots D_{n-2}) D_{n-1} D_n) \end{aligned} \quad (7)$$

entonces representando con T_{nm} la transformación total requerida para obtener X_{n+1} con X_m la ec 7 queda:

$$X_{n+1} = T_{nm} (X_m, D_m, D_{m+1}), \dots, D_n) \quad (8)$$

De una manera similar usando las ecs 5 y 6 se tiene:

$$r_n = T_{R_{nm}} (X_m, D_m, D_{m+1}), \dots, D_n) \quad (9)$$

donde:

$T_{R_{nm}}$ transformación total requerida para obtener r_n

En el presenta caso es de interés para el problema de multietapas, el retorno total del sistema (en este caso el peso total de la estructura), antes que el retorno de cualquier etapa. El retorno total será igual a la suma de todos los retornos para todas las etapas. Este se conoce como "retorno aditivo", -- que será el único utilizado en este estudio. Por tanto, de la ec 5 el retorno aditivo será para los estados de 1 a n , mostrados en la fig 8:

$$\begin{aligned} R_n = r_n (X_n, D_n) + r_{n-1} (X_{n-1}, D_{n-1}) + \dots \\ \dots r_1 (X_1, D_1) \end{aligned} \quad (10)$$

Sujeto a:

$$X_{n+1} = T_n (X_n, D_n), \quad n = 1, 2, \dots, n$$

Entonces el retorno total para un proceso de decisión múltiple con N estados es

$$R_N = r_N (X_N, D_N) + r_{N-1} (X_{N-1}, D_{N-1}) + \dots \\ \dots r_2 (X_2, D_2) + r_1 (X_1, D_1) \quad (11)$$

Para obtener el retorno óptimo del sistema completo se puede optimar la ecuación 11, que en el presente caso corresponde a minimizar el peso total de la estructura.

Por tanto, considerando al problema con N estados, el valor del retorno total, R_N , denotado por O_N ; será

$$O_N = \min_{X_N, D_N, \dots, X_1, D_1} [r_N (X_N, D_N) + \dots \\ \dots + r_1 (X_1, D_1)] \quad (12)$$

sujeto a:

$$X_{n+1} = T_n (X_n, D_n) \quad \text{para } n = 1, 2, \dots, N$$

sabiendo que para dos funciones $h(x)$ y $g(x, y)$:

$$\min_{x,y} (h(x) + g(x, y)) = \min_x (h(x) + \\ + \min_y [g(x, y)]) \quad (13)$$

y si además en la ec 12 se sustituye N por N-1 se obtiene:

$$O_{N-1} = X_{N-1}, D_{N-1} \dots X_1, D_1 \quad r_{N-1}, D_{N-1} + \dots$$

$$\dots + r_1 (X_1, D_1) \quad (14)$$

sujeto a:

$$X_{n+1} = T_n (X_n, D_n) \quad \text{para } n = 1, \dots, N$$

reemplazando la ec 13 en la ec 12 queda:

$$O_B = \underset{X_N, D_N}{\text{mfn}} \quad r_N (X_N, D_N) + \underset{X_{N-1}, D_{N-1}}{\text{mfn}} \dots X_1, D_1 \dots$$

$$\dots \quad r_{N-1} (X_{N-1}, D_{N-1}) + r_1 (X_1, D_1) \quad (15)$$

sujeto a $X_{n+1} = T_n (X_n, D_n)$ para $n = 1, \dots, N$

Sustituyendo la ec 14 en la ec 15:

$$O_N = \underset{X_N, D_N}{\text{mfn}} \quad |r_N (X_N, D_N) + O_{N-1}| \quad (16)$$

sujeto a $X_{n+1} = T_n (X_n, D_n)$ para $n = 1, 2, \dots, N$

De la ec 16 se puede concluir que la N etapa óptima se obtiene por medio de la optimización de la etapa N-1, o sea por O_{N-1} , y en seguida calcular la etapa optimizada dada por la ec 16. Por lo tanto, N-ésima etapa optimizada puede ser "descompuesta" en (N-1) etapas de optimización, esto es:

$$O_N = \underset{X_N, D_N}{\text{mfn}} \quad |r_N (X_N, D_N) + O_{N-1}|$$

$$O_{N-1} = \underset{X_{N-1}, D_{N-1}}{\text{mfn}} \quad |r_{N-1} (X_{N-1}, D_{N-1}) + O_{N-2}|$$

=====

$$O_2 = \min_{x_2, D_2} r_2(x_2, D_2) + O_1$$

$$O_1 = \min_{x_1, D_1} r_1(x_1, D_1)$$

En resumen, esta idea de decisiones secuenciales facilita un problema complejo de muchas decisiones o variables, al permitir particionarlo en una secuencia de pequeños problemas con pocas variables. Cada problema pequeño termina una etapa con sus decisiones óptimas resultantes en un retorno del total de la función objetivo del sistema.

Este procedimiento está basado en el principio de optimización de etapas dado por Richard Bellman (ref 9). Este principio relaciona las propiedades de decisión formuladas en secuencia.

En el caso de torres de transmisión se puede lograr que todas las etapas estén en secuencia directa, teniéndose así un problema seriado.

Finalmente, se presenta un resumen del procedimiento que sigue al algoritmo aquí implementado, (fig 8):

- I Se definen los valores de los límites superior e inferior para las restricciones
- II Empezando en el límite inferior de la etapa X_1 , se encuentra la función objetivo óptima sobre el intervalo de decisiones D_1 :

$$O_1(x_1) = \min_{D_1}^{opt} r_1(x_1, D_1)$$

- III Se incrementa el valor de X_1 y se encuentra el óptimo para este incremento
- IV Se repite el paso 3 hasta que se alcanza el límite superior en X_1
- V Empezando con la siguiente etapa el proceso se repite según la secuencia anterior, de tal forma que se evalúan los límites para cada X_n
- VI Se encuentra la función objetivo óptima para cada valor de X_n por la fórmula:

$$O_n(X) = \text{opt} \{r_n(X_n, D_n) + O_{n-1}(X_n, D_n)\}$$

- VII Todo el proceso se repite hasta que se alcanza la etapa n y se encuentra el óptimo para todos los valores de X_n
- VIII El algoritmo entonces muestra la trayectoria óptima, esto es recobrar -- las decisiones óptimas
- IX Una vez que la trayectoria óptima y todos los valores fueron determina-- dos, se imprimen los valores de etapa, función objetivo, y decisiones.

3.b Partición en Subestructuras.

Como se mencionó en capítulos anteriores el problema principal que se puede presentar al emplear el algoritmo de programación dinámica, es que en general para torres de transmisión se requiere analizar estructuras grandes, lo cual puede necesitar de un gran esfuerzo computacional, tales como capacidad de memoria (la que puede excederse), un gran tiempo de computadora y además una elaboración más detallada de los datos de entrada y una mayor dificultad al interpretar los resultados. Aunado a todos estos problemas, en el presente caso se requiere reanalizar la estructura debido a cambios en geometría y diseño, de toda o una cierta parte pequeña de la estructura.

En tales circunstancias es ventajoso particionar el problema en un número de pequeños problemas, para que finalmente relacionando éstos se obtenga la solución correcta.

La partición de estructuras consiste en dividir la estructura completa en un número de subestructuras, cuyas condiciones de frontera estarán dadas conforme a la partición física efectuada. El método de subestructuración, consiste básicamente de cuatro pasos para llegar a la solución del problema:

- I Selección de la forma en que se va a subestructurar
- II Crear un superelemento rígido para cada subestructura
- III La sección principal se analiza usando los superelementos previamente -- creados

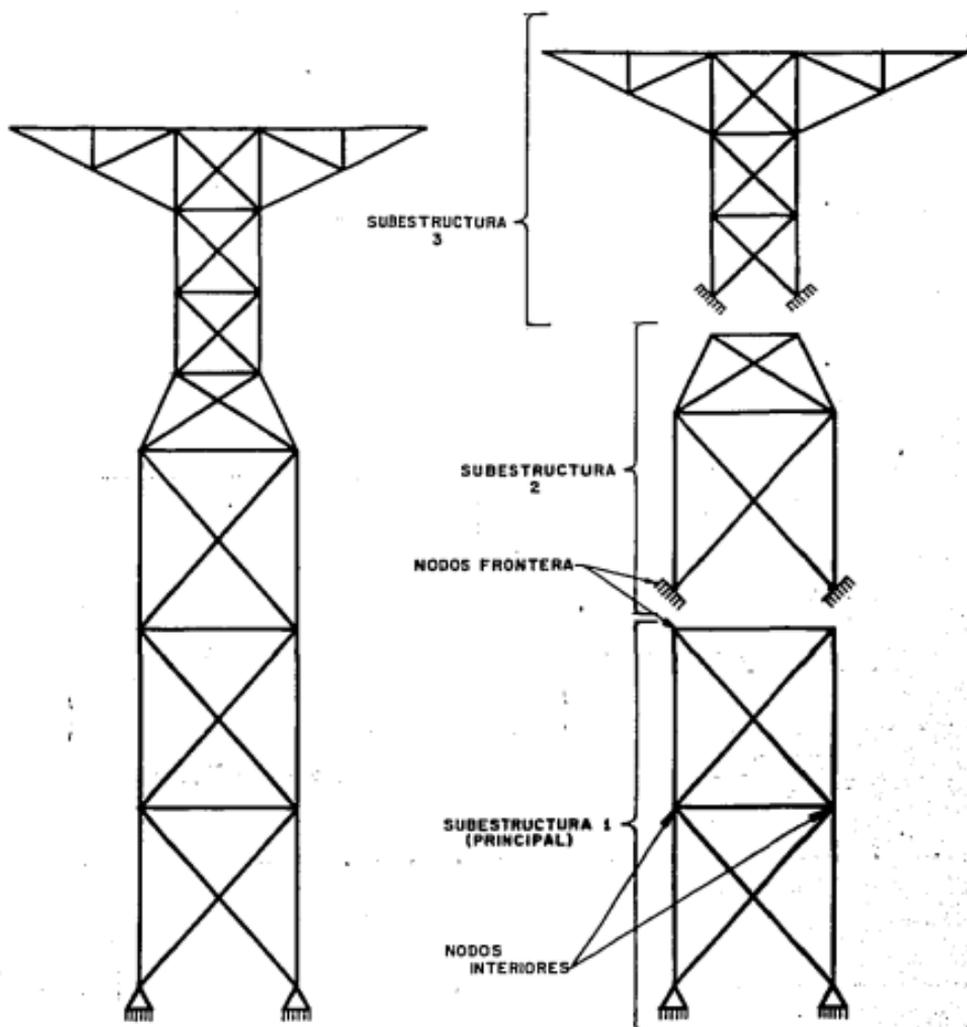


FIG. 9 TORRE DE TRANSMISION AUTOSOPORTADA ... FIG. 10 ESTRUCTURA PARTICIONADA O SUBESTRUCTURAS

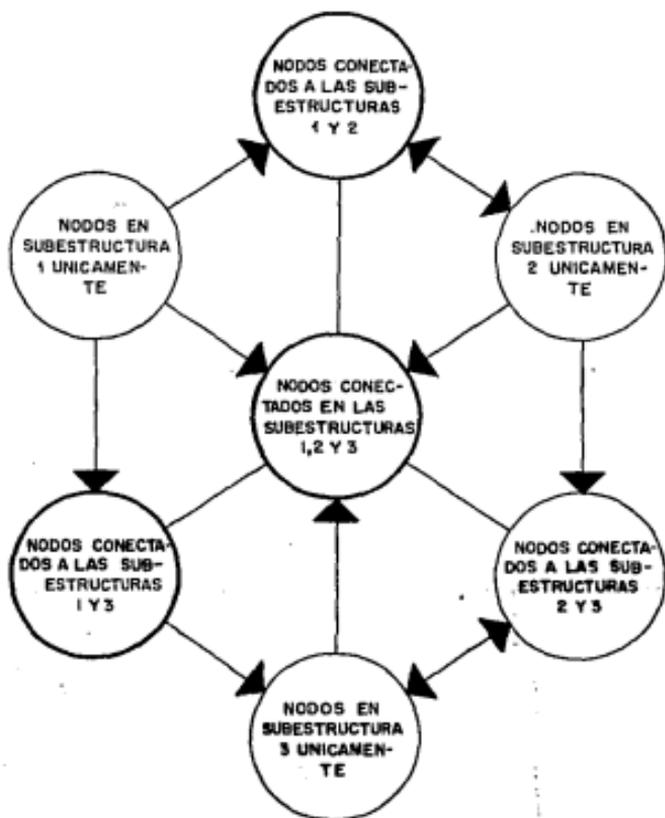


FIG. 11- DIAGRAMA DE CONECCION PARA TRES SUBESTRUCTURAS EN TORRES DE TRANSMISION

IV Los esfuerzos en las subestructuras se calculan analizando una subestructura a la vez y haciendo uso de los desplazamientos obtenidos en el paso previo

A continuación se comentan con más amplitud estos pasos, para el caso que -- aquí se trata.

1. Partición y Selección de Subestructuras. La subestructuración de la torre de transmisión tendrá una subestructura principal, y dependiendo de la proximidad a ésta de las demás subestructuras habrá una jerarquía entre ellas.

Esta jerarquía será reconocida a través de niveles para condensar sistemáticamente por separado desde las subestructuras en niveles más altos hasta la estructura principal (ver figs 9, 10 y 11).

Teniendo definidas las fronteras, las subestructuras se modelan usando elementos finitos (elemento armadura en el caso de torres de transmisión). Como se puede observar de la fig 10 en general los nodos frontera de la estructura completa se eligen como nodos frontera de las subestructuras, sin desechar la posibilidad de que un nodo interior en una subestructura pueda también ser tomado como un nodo frontera.

2. Creación de los superelementos. Teniendo en cuenta que un superelemento es en general un elemento finito que abarca cualquier tamaño y forma del dominio de un continuo; en éste puede existir cualquier variación en cuanto a cargas internas, restricciones internas, variación en las propiedades de los materiales y cualquier número de grados de libertad externos e internos (generalmente grande).

En sí, la subestructura se modela como un superelemento formado por nodos que unen a la subestructura con otra parte de la estructura o con otras -- subestructuras. Por lo tanto, la rigidez de un superelemento es la rigidez de la subestructura con los nodos interiores condensados:

En forma matricial, conociendo que la relación fuerzas-desplazamientos para la subestructura considerándola como un todo está dada por:

$$\{F\} = [K] \{\mu\} \quad (1)$$

donde:

- {F} fuerzas externas aplicadas a la subestructura
- { μ } desplazamientos en los puntos nodales
- [K] matriz de rigideces ensamblada

Esta ecuación puede escribirse de otra forma por medio de la selección numérica de los nodos que ligan las ecuaciones asociadas con los nodos frontera quedando:

$$\begin{bmatrix} F^I \\ F^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K^{II} & K^{IB} \\ K^{BI} & K^{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^I \\ U^B \end{bmatrix} \quad (2)$$

en que:

- I denota cantidades asociadas con los nodos interiores (fig 10)
- B denota cantidades asociadas con los nodos frontera
- BI o IB se usan para los términos que van acoplar los nodos internos con los de frontera

De la ec 2 se pueden obtener los desplazamientos de los nodos interiores - en función de las fuerzas en los nodos interiores y de los desplazamientos en los nodos frontera:

$$\{U^I\} = [K^{II}]^{-1} \{F^I\} - [K^{II}]^{-1} [K^{IB}] \{U^B\} \quad (3)$$

sustituyendo la ec 3 en la 2, se tiene:

$$\begin{aligned} \{F^B\} &= \left[K^{BI} \right] \left[K^{II} \right]^{-1} \{F^I\} = \\ &= \left[K^{BB} \right] \{U^B\} - \left[K^{BI} \right] \left[K^{II} \right]^{-1} \left[K^{IB} \right] \{U^B\} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\{F^B\}^* = \left[K^{BB} \right]^* \{U^B\} \quad (5)$$

La ec 5 da la relación fuerzas-desplazamientos para la subestructura con los nodos interiores condensados.

En esta ecuación se tiene:

K^{BB*}	matriz de rigidez del superelemento
F^B^*	vector de fuerzas del superelemento
U^B	desplazamientos en los nudos frontera del superelemento

Para la solución numérica de este problema se estudió el programa SAP-IV, el cual tiene implementada la técnica de subestructuración, empleando para la obtención de las matrices reducidas la eliminación básica Gaussiana (ver ref 27).

Las matrices de rigidez de los superelementos en los niveles inferiores se crean para ligar éstos con los superelementos de niveles superiores que les son conectados. Las matrices de rigidez y los vectores de carga son sistemáticamente condensados en forma descendente de la numeración de los niveles.

3. Análisis de la estructura principal. Previamente se han condensado las matrices de rigidez y vectores de carga de todas las subestructuras. El resultado de esto son las matrices de rigidez de superelementos expresadas en términos de condiciones de frontera de las subestructuras que se encuentran ligadas a la estructura principal.

El análisis de la estructura principal se formula por el ensamble de la matriz de rigideces de los elementos que forman la estructura principal y por la unión de las rigideces de los superelementos a lo largo de la frontera.

Por lo tanto, el análisis se realiza para obtener los desplazamientos en la estructura principal y de los nodos conectados de la subestructura a la estructura principal.

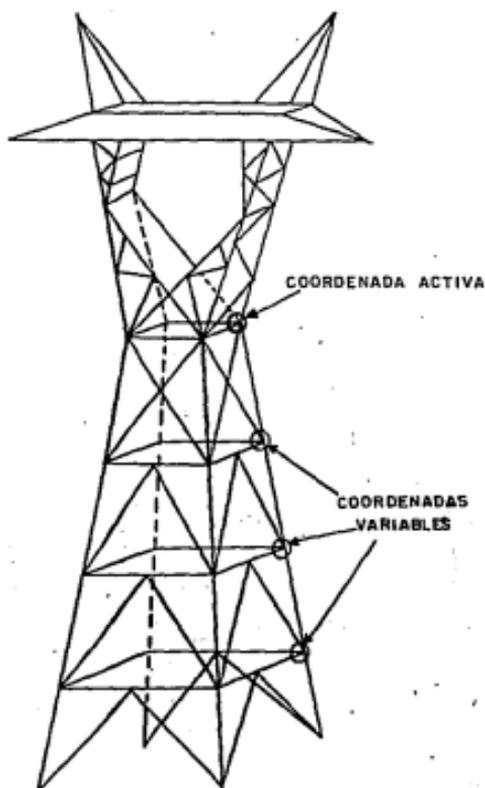
4. Valores de los esfuerzos y desplazamientos de las subestructuras. Obteniendo el valor de los desplazamientos en los nodos frontera de la estructura principal, el último paso es calcular el valor de los esfuerzos y desplazamientos en las subestructuras. Este se iniciará en orden contrario al usado en la creación de los superelementos. Primero deberá realizarse lo anterior para el nivel cero y después para los siguientes niveles superiores. En orden a seguir en la solución para subestructuras en el mismo nivel es indiferente, y se puede iniciar con cualquiera de ellas.

3.c Ventajas.

El problema aquí planteado es obtener la geometría óptima de las torres de -- transmisión, que como se mencionó anteriormente, son estructuras con un gran número de elementos y puntos nodales (fig 12), lo cual representa un gran esfuerzo computacional para la obtención de su geometría óptima. Sin embargo, - al combinar el algoritmo de optimación con la técnica de subestructuración se obtienen las siguientes ventajas:

- I Se asegura una convergencia a un óptimo local muy cercano al óptimo global.-Debido a que la técnica de programación dinámica se aplica a lo largo de todo el espacio de diseño a la optimación de cada una de las etapas que componen el problema, ésta es una técnica de búsqueda secuencial.
- II El empleo de técnicas de subestructuración combinadas con el uso del algoritmo de programación dinámica, para optimización de configuraciones geométricas, simplifica el problema, ya que el algoritmo se aplica por etapas, en las cuales las etapas anteriores no sufren ningún cambio debido a los cambios en la etapa presente, cada subestructura corresponde a una etapa dentro de la optimación.

FIG. 12 TORRE DE TRANSMISION TIPO "ESPAÑOLA"



- III El lograr descomponer un problema con un número muy grande de elementos, puntos nodales y restricciones, a uno de menor magnitud, reditúa en un menor tiempo de computadora, y también reduce el tamaño de la memoria -- utilizada.
- IV Se pueden hacer cambios en una sola parte de la estructura por pequeña -- que esta sea, sin necesidad de tener que modificar la estructura total.
- V En el caso de que alguno de los superelementos llegara a repetirse no se tendrá que duplicar tanto la información como los resultados correspondientes al mismo, logrando así reducir más el tiempo de computadora.
- VI El utilizar esta técnica de subestructuración asegura el considerar todos los efectos de las condiciones de carga en la estructura completa, sin -- que haya cambios con respecto a los resultados que se lograrían al trabajar con la estructura completa.

El contar con un programa de computadora que realice todas las operaciones -- aquí señaladas con respecto a la subestructuración constituye una gran ventaja. En el presente estudio esto se logra con SAP-VI (ref.27), el cual ya cuenta con esta opción.

3.d. Ejemplo Aclaratorio

Para un mejor entendimiento de la aplicación del algoritmo de programación dinámica, el diseño óptimo de estructuras se describe a continuación en caso simple consistente en un marco plano, se identificarán las variables que corresponden a una solución por medio de esta técnica.

Se trata de definir el sistema óptimo, para el marco plano mostrado en la fig. 12.a, considerando los siguientes tipos de elementos.

Losa	a) Concreto reforzado	Vigas	a) Concreto reforzado
	b) Concreto presforzado		b) Concreto presforzado.

c) Acero

c) Acero

Columnas

a) Concreto reforzado

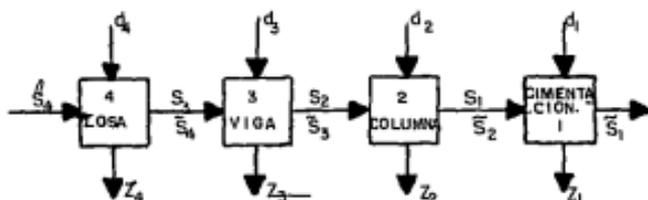
Cimentaciones

a) Zapatas

b) Acero

b) Pilas

Se considera que la carga inicial sobre la losa está especificada. En este ejemplo se tiene que con respecto a lo expuesto anteriormente:



donde:

- S_4 carga especificada sobre la losa
- S_n carga transmitida de un elemento a otro
- D_n tipo de elemento seleccionado
- Z_n costo del n-ésimo elemento en el sistema
- T_n diseño y cálculo del elemento correspondiente

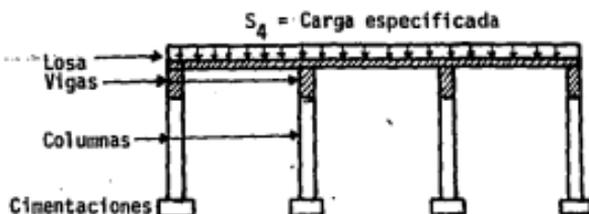


Fig. 12.a Ejemplo Aclaratorio

Los estados para cada etapa serán el número de posibilidades de tipo de sistema en cada una de ellas, por ejemplo: la losa tiene tres estados ya que -- puede ser de concreto reforzado, concreto presforzado y acero.

Aplicando la ec recursiva:

$$O_N (S_N) = \min_{X_N, D_N} |r_N (X_N, D_N) + O_{N-1} (S_N, D_N)|$$

Con base en un procedimiento de análisis y diseño, se puede definir los pesos y costos de todos los elementos (Tabla 7) para todas las condiciones de carga. Con estos datos se aplica la ec 1 para llevar a cabo el proceso de optimación (Tabla 8).

Se empieza por suboptimizar la cimentación, esta tiene cuatro estados, se selecciona el costo óptimo (b) para S_1 , en seguida se optimiza la etapa dos que es la columna considerando los costos de la etapa anterior y así sucesivamente hasta llegar a la etapa cuatro que es la losa, los resultados finales se muestran en la Tabla 8, siguiendo la Tabla 8 fácilmente se entiende el proceso.

					40	
	Tipo d_4	S_4 (cargas)	Peso del elemento	$S_3 = S_4 =$ $S_4 + \text{Peso}$	Z_4 (Costo)	
Losa	a) CR	1000	4000	5000	10 000	
	b) CP	1000	3000	4000	10 500	
	c) Acero	1000	2000	3000	14 000	
	Tipo d_3	S_3 (cargas)	Peso del elemento	$S_2 = S_3 =$ $S_3 + \text{Peso}$	Z_3 (Costo)	
Vigas	a) CR	5000	800	5800	3 000	
		4000	700	4700	2 500	
		3000	600	3600	2 000	
	b) CP	5000	600	5600	4 000	
		4000	500	4500	3 500	
		3000	400	3400	3 000	
	c) Acero	5000	300	5300	4 500	
		4000	200	4200	4 000	
		3000	100	3100	3 500	
	Tipo d_2	S_2 (cargas)	Peso del elemento	$S_1 = S_2 =$ $S_2 + \text{Peso}$	Z_2 (Costo)	
Columnas	a) CR	5800	600	6400	2 500	
		4700	500	5200	2 200	
		4200	450	4650	1 900	
	b) Acero	3100	400	3500	1 500	
		5800	400	6200	3 500	
		4700	300	5000	2 700	
			4200	250	4450	2 200
			3100	200	3300	1 500
	Tipo d_1	S_1 (cargas)	Peso del elemento	$S_1 = S_1 =$ $S_1 + \text{Peso}$	Z_1 (Costo)	
Cimentación	a) Cuadrada	6400	550	6950	4 500	
		5200	500	5700	4 000	
		4300	450	4750	2 400	
	b) Pilotes	3300	400	3700	2 000	
		6400	450	6850	4 000	
		5200	400	5600	3 600	
			4300	350	4650	3 200
			3300	300	3600	3 000

TABLA 7 PESOS Y COSTOS DE TODOS LOS ELEMENTOS

		d_1	Z_1						$d_1(S_1)$	
	6400	a	4500	6950						
	5200	b	4000	6850				4000	b	
		a	4000	5700						
	4300	b	3600	5600				3600	b	
		a	2400	4760				2400	a	
	3300	b	3200	4650						
a		2000	3700				2000	a		
	b	3000	3600							
		d_2	Z_2	$S_2 = S_1$	d_2^*	$f_1(S_1)$	$Z_2 + f_1(S_1)$	$f_2(S_2)$	d_2^*	
	5800	a	2500	6400	b	4000	6500	6500	a	
	4700	b	3500	6200	b	3930	7430			
		a	2200	5200	b	3600	5800	5800	a	
	4200	b	2700	5000	b	3330	6030			
		a	1900	4650	a	2870	4770	4770	a	
	3100	b	2200	4450	a	2600	4800			
a		1500	3500	a	2080	3580				
	b	1500	3300	a	2000	3500	3500	b		
		d_3	Z_3	$S_3 = S_2$	d_3^*	$f_2(S_2)$	$Z_3 + f_2(S_2)$	$f_3(S_3)$	d_3^*	
	5000	a	3000	5800	a	6500	9500	9500	a	
	4000	b	4000	5600	a	6370	10370			
		c	4500	5300	a	6180	10680			
	3000	a	2500	4700	a	5800	8300	8300	a	
		b	3500	4500	a	5390	8890			
	1000	c	4000	4200	a	4770	8770			
a		2000	3600	b	4080	6080	6080	a		
	b	3000	3400	b	3845	6845				
	c	3500	3100	b	3500	7000				
		d_4	Z_4	$S_4 = S_3$	d_4^*	$f_3(S_3)$	$Z_4 + f_3(S_3)$	$f_4(S_4)$	d_4^*	
	1000	a	10000	5000	a	9500	19500			
		b	10500	4000	a	8300	18800	18800	b	
		c	14000	3000	a	6080	20080			

RESULTADOS

- d_1^* = b (losa, concreto presforzado)
- d_2^* = a (vigas, concreto reforzado)
- d_3^* = a (columnas, concreto reforzado)
- d_4^* = b (pilotes)

4. EL ALGORITMO APLICADO A TORRES DE TRANSMISION

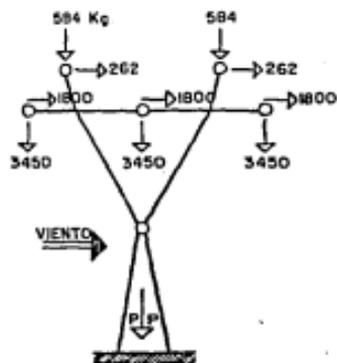
Procede señalar que en el diseño de instalaciones de transmisión, aunque el aspecto eléctrico es el más importante, las torres de transmisión ocupan un lugar relevante por su elevado costo. Además, el número de torres en una línea es considerable y que salvo ligeras variantes, tienen el mismo diseño. En consecuencia se justifica ampliamente su optimización tanto geométrica como de diseño.

Como se mencionó anteriormente para el diseño óptimo de las torres se seleccionó en este trabajo el criterio de optimización de máximo esfuerzo o de relación de esfuerzos.

4.a Consideraciones para diseño

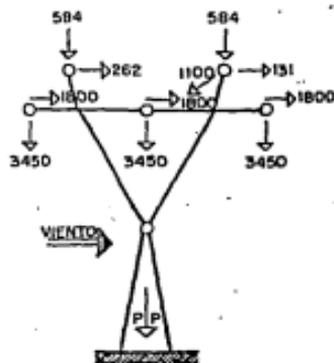
Para el diseño de los elementos se adoptaron las fórmulas recomendadas en el Manual de la Comisión Federal de Electricidad (ref 28), las cuales se resumen

Fig. 13 CONDICIONES DE CARGA

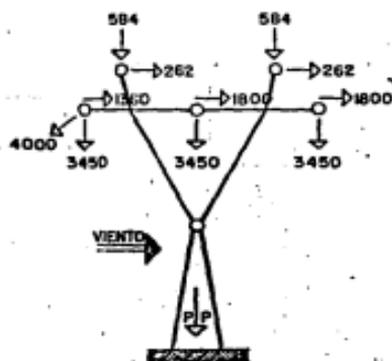


CONDICION I (FSC=2.0)

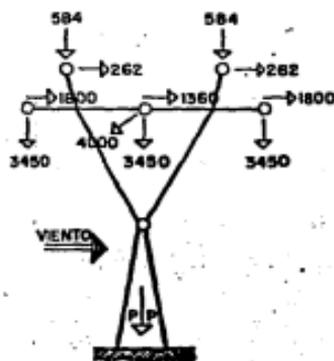
PP= Peso propio
FSC = Factor de sobrecarga



CONDICION II (FSC=1.25)



CONDICION III (FSC=1.25)



CONDICION IV (FSC=1.25)

NOTAS:

- 1) En todos los casos se considera peso propio de la estructura. (PP)
- 2) En todos los casos actúa una presión de viento de 110 kg/m^2 actuando en 1.5 veces el área expuesta. El viento es transversal a la línea.
- 3) El factor de sobrecarga (FSC) está referido al esfuerzo admisible del material (F_y para diseño en tensión y F_a para diseño en compresión).

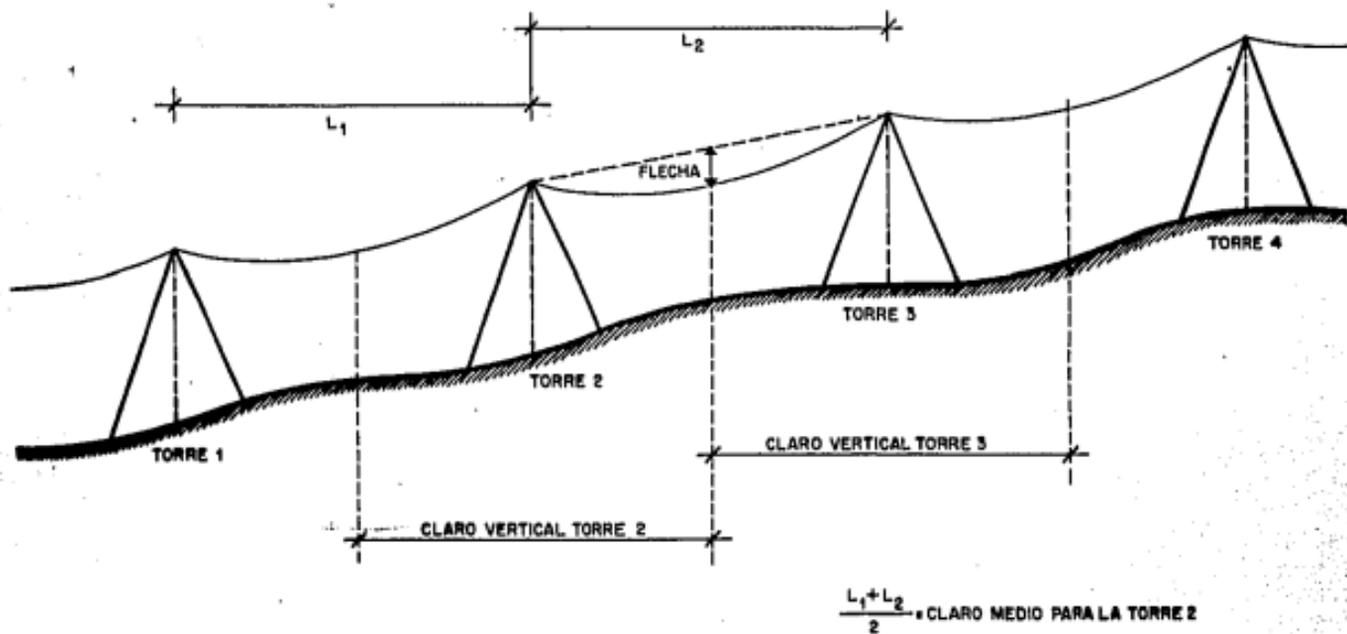


FIG. 14. CLAROS CONSIDERADOS EN TORRES DE TRANSMISION

en la tabla 3 y se encuentran programadas en una forma simple. En la tabla citada hay que tomar los factores de largo efectivo, k_L , para compresión según las condiciones de frontera generales de los elementos estructurales, como -- uno para todos los elementos, debido a que es aceptable idealizarlos como articulados en sus extremos.

Tanto el diseño como la geometría que pueda adoptar la torre, están en función de las fuerzas internas de compresión y tensión que son producidas por las -- fuerzas actuantes sobre ella.

Las torres de transmisión del tipo de suspensión están sujetas, según lo estipulado por CFE, a las siguientes cargas (fig 13):

- I Cargas horizontales. Debidas a viento sobre los conductores y a la componente de tensión en conductores causada por alguna desviación horizontal, en la línea de transmisión. Dentro de estas cargas también se encuentra la carga de viento sobre el cuerpo de la torre. Todas estas cargas actúan perpendicularmente a la línea de transmisión.
- II Cargas verticales. Debidas a los pesos del conductor, cables de guarda, aisladores, accesorios, de la torre y cargas posibles durante la construcción.
- III Cargas horizontales longitudinales, debidas a ruptura de cables, y a tensión desbalanceada de los mismos.

Se pueden considerar varias combinaciones de estas cargas para diseño. La probabilidad de ocurrencia de cargas longitudinales es mucho menor que la de las otras dos condiciones en torres de suspensión.

En las especificaciones de CFE se estipulan las siguientes recomendaciones para las cargas anteriormente señaladas (ref 22):

- 1a. Suposición: Ningún cable roto

ELEMENTOS SUJETOS A	CAPACIDAD NOMINAL	RELACION DE ESBELTEZ MAXIMA
TENSION COMPRESION	F_y	500
a) Columna Corta ($Re < C_c$) b) Columna Larga	$(1 - 1/2 \lambda^2) F_y Q_s$ $F_y/2 \lambda^2$	Principal 150 Secundario 200 Auxiliar 250
$Re = kl/r$ $C_c = \sqrt{2\pi^2 E/F_y Q_s}$ $\lambda = Re/C_c$		
<p>En donde Q_s = En el diseño de piezas en compresión que tengan elementos planos no atiesados comprimidos con relación ancho/grueso mayores que las mostradas, se introduce un factor Q_s siendo:</p>		
<p>Para ángulos aislados:</p>		
<p>si $640/\sqrt{f_y} < b/t < 1300/\sqrt{f_y} + Q_s = 1.34 - 0.00052 (b/t)\sqrt{f_y}$</p>		
<p>si $b/t \geq 1300/\sqrt{f_y} + Q_s = 1090000/[f_y \cdot (b/t)^2]$</p>		

TABLA 3. Fórmulas de Diseño para Elementos Sujetos a Carga Axial.

a) Carga vertical. Igual al peso de los conductores y los cables de guarda, según el claro vertical considerado (fig 14), más 250 kg por el peso del equipo de montaje actuando en cada extremo de la cruceta de los conductores y de los cables de guarda, más el peso propio de la torre y el de los aisladores y herrajes.

b) Carga transversal. Igual a la carga máxima de viento sobre los cables completos, aisladores y herrajes, más la carga máxima de viento sobre la torre.

2a. Suposición. Un cable roto considerando 2 hipótesis

I. Un cable de guarda roto

II Un conductor roto (conductor extremo o conductor central)

Las cargas simultáneas serán:

a) Carga vertical. Igual que en la 1a. suposición.

b) Carga transversal. Igual a la carga máxima de viento que actúa sobre los cables, considerando medio claro horizontal para el cable roto, - aisladores y herrajes, más la carga máxima de viento sobre la torre.

c) Carga longitudinal. Igual al 100 por ciento de la tensión máxima no contrarrestada por el cable roto.

Estas combinaciones de cargas deben multiplicarse por un factor de sobrecarga y luego hay que verificar que así se induzcan en los miembros esfuerzos iguales a los máximos resistentes del material. El factor de sobrecarga tendrá un valor, referido al límite elástico del material, de 2 (dos) cuando no haya cables rotos y de 1.25 cuando existan cables rotos.

Las especificaciones para cargas, mencionadas anteriormente, son estipuladas por CFE sólo para torres de suspensión, ya que para efectos de este estudio, considerando que en una línea de transmisión el 80 por ciento de las torres son de suspensión, únicamente se tratará con ellas. Para otro tipo de torres, las condiciones de diseño son similares, sólo difieren en cuanto a condicio-

nes de carga y detalles menores.

El resultado del análisis estructural para cada elemento es una carga axial - correspondiente a cada combinación de carga.

Es necesario obtener la envolvente de las fuerzas internas, esto es, la fuerza máxima de tensión y la fuerza máxima de compresión a que está sometido cada elemento. En el caso de que se decida que un grupo de elementos sea diseñado con un mismo perfil es necesario encontrar las fuerzas máximas entre todos los elementos que componen este grupo.

Una vez que se han obtenido estas fuerzas, se diseña el grupo de elementos o - elemento estructural con el perfil que resista estas condiciones de carga en - forma óptima (perfil con resistencia adecuada y peso mínimo). Para realizar el diseño se consideran únicamente aquellos perfiles existentes en el mercado.

Además, se tienen que considerar algunas especificaciones que restringen las - distancias de los conductores al cuerpo de la torre.

4.b. Aplicación de algoritmos

Para el desarrollo de este estudio se respetaron las especificaciones eléctricas a las cuales se encuentran sujetas las torres de transmisión; de éstas se las más importantes son: (ver fig 14 y 15)

- Los conductores deben tener una distancia mínima al cuerpo de la torre -- C_1 . También deben cumplir con un ángulo de inclinación con respecto al -- cable de guarda (ϕ) y una distancia a éste (L).
- Existe una distancia mínima entre el conductor y el nivel del terreno (H).
- Hay una separación mínima entre fases (E).
- Longitud de la cadena de aisladores (C_2).

En cuanto al algoritmo de programación dinámica aplicado a la optimización geométrica, es conveniente antes de proceder a la variación geométrica, contar con

diseño óptimo de una geometría fija inicial, y posteriormente empezar a realizar los cambios en las coordenadas de los puntos nodales, hasta encontrar una configuración óptima.

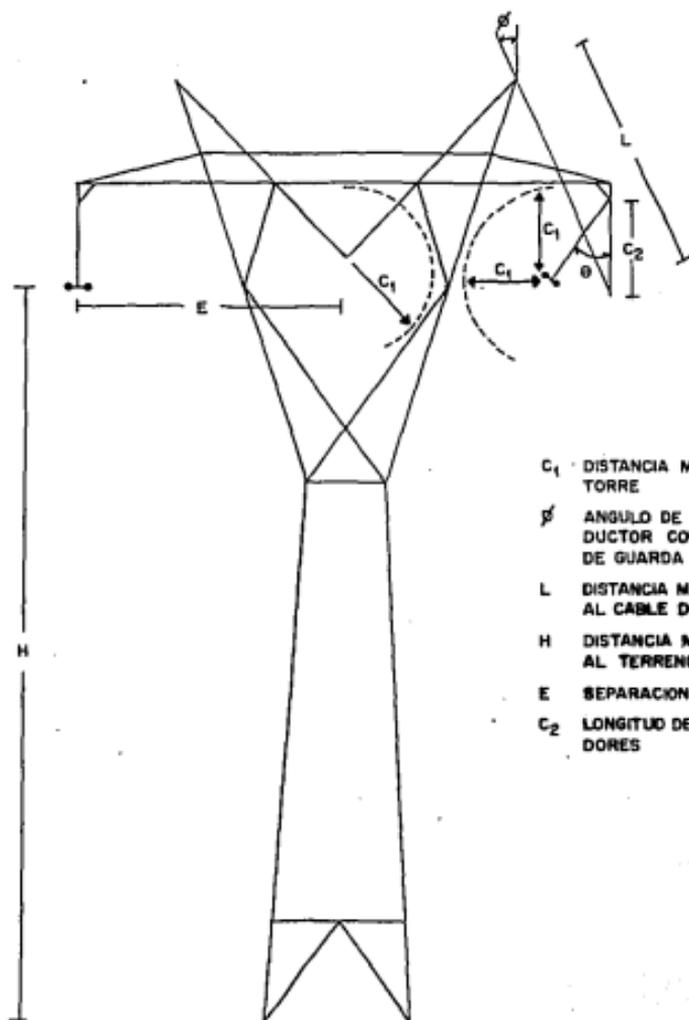
Para cada una de las geometrías óptimas es necesario encontrar su diseño óptimo, ya que el algoritmo no logrará abarcar la estructura global en una sola aplicación.

Es importante también mencionar que sólo se harán variaciones de las coordenadas en las dos direcciones horizontales perpendiculares a la torre ya que la dirección vertical se encuentra restringida por la distancia mínima entre los conductores y el terreno, pudiendo variar verticalmente solo los puntos intermedios no así la altura total de la torre.

Para la optimización geométrica es necesario conservar las mismas restricciones que se tenían en el diseño óptimo y añadir las restricciones aplicadas a las coordenadas variables, entre estas está que la estructura tiene que ser dimétrica con respecto a dos planos verticales. También es posible variar las coordenadas nodales, siempre y cuando se conserve la simetría con respecto a alguno de los planos de referencia. Como consecuencia de esto, es posible generar puntos nodales con sólo variar las coordenadas de uno de los nodos de cierto grupo.

Como se mencionó anteriormente, el algoritmo de programación dinámica trabaja por etapas lo cual lo hace más eficiente, ya que dependiendo del número de variables se descompone el problema en varios más pequeños. Si a esto le añadimos que el problema puede particionarse, se logra tener problemas aún más reducidos, y entonces, el que las torres de transmisión cuenten con muchos elementos estructurales y muchos puntos nodales no representan una limitación en cuanto a la rapidez del algoritmo y a la capacidad de memoria de la computadora.

Debido a que estas especificaciones eléctricas restringen más que nada a las dimensiones de la cruceta, es conveniente comenzar la optimización geométrica



- C_1 DISTANCIA MINIMA AL CUERPO DE LA TORRE
- ϕ ANGULO DE INCLINACION DEL CONDUCTOR CON RESPECTO AL CABLE DE GUARDA
- L DISTANCIA MINIMA DEL CONDUCTOR AL CABLE DE GUARDA
- H DISTANCIA MINIMA DEL CONDUCTOR AL TERRENO
- E SEPARACION MINIMA ENTRE FASES
- C_2 LONGITUD DE LA CADENA DE AISLADORES

FIG. 1 5 ESPECIFICACIONES ELECTRICAS EN LAS TORRES DE TRANSMISION

por ésta, ya que, como se mencionó en programación dinámica, una etapa subsecuente no afecta a una etapa previa.

El criterio que se siguió para la selección del algoritmo consideró las siguientes aseveraciones:

- I Para la optimación de torres de transmisión éstas se pueden dividir en varias partes, para cada una existen varias configuraciones, correspondientes a la variación de la configuración inicial de la subestructura en esta etapa. Esto representa una ventaja ya que la programación dinámica es una técnica matemática de optimación es especialmente aplicable a resolver problemas que contienen diversas alternativas que se establecen en un proceso de etapas o pasos múltiples.
- II Cada etapa consta de un cierto número de estados, los cuales corresponden a cada una de las variaciones geométricas consideradas para la subestructura de esta etapa.
- III El efecto de una decisión en cada etapa es transformar el estado que se analiza en otro estado asociado con la siguiente etapa.
- IV El conocimiento del peso asociado a cada uno de los estados de cada etapa contiene toda la información acerca del comportamiento del problema y permite determinar la mejor decisión a partir de cualquiera de estos estados.

Las características de la solución de este criterio aplicado a torres de transmisión son:

- I La solución se inicia encontrando la configuración óptima para cada uno de los estados de la etapa más alejada al nivel del terreno (ver fig 16), y en donde se define una ecuación recurrente con la cual se identificará la decisión óptima para cada una de las variaciones de configuración para esa subestructura, cuando faltan n etapas por recorrer. En este problema la ecuación recurrente es de la siguiente forma:

$$O_n(X) = \text{opt} \{ r_n(X_n, D_n) + O_{n-1}(X_n, D_n) \}$$

en donde:

- C_{sxn} peso de cada uno de los estados
 f_{n-1} pesos acumulados para cada estado
 $f_n^*(s)$ costo mínimo total de todas las configuraciones

- II Utilizando la ecuación recurrente, se inicia el proceso de la parte más alta de la torre, pasando por las diferentes etapas o subestructuras, - encontrando en cada una de ellas las variables de decisión y la función de costo correspondiente a cada estado; se continúa así hasta determinar la configuración óptima a partir de la comparación entre los pesos de - los estados de la etapa más cercana al nivel del suelo.

En este caso la variable de decisión representa la configuración por la que se opta, cuando todavía faltan n etapas por recorrer.

* El peso acumulado de las estructuras sobre el nivel K para cada posición - del punto nodal $f_n(s)$.

5. PROGRAMA DE COMPUTADORA

El programa de computadora que ayuda a la optimación de la configuración geométrica de torres de transmisión está escrito en FORTRAN. Para iniciar con la variación de geometría en la torre, el programa requiere los datos de una configuración inicial ya establecida antes de empezar con el proceso.

Para la geometría preestablecida, se somete a las subestructuras de la torre - de los sistemas de cargas dados por especificación; primeramente el programa asignará un dimensionamiento inicial a los elementos estructurales, para posteriormente obtener los esfuerzos en estos mismos y para cada uno de ellos -- propone el perfil de área mínima capaz de resistir dichos esfuerzos, calculando al mismo tiempo en cada una de las estructuras resultantes. Con este nuevo dimensionamiento se repetirá el proceso de análisis y diseño hasta lograr la subestructura de peso mínimo sin cambiar la geometría global.

Este procedimiento se seguirá con una de las subestructuras, la primera característica del programa, es que al escoger la subestructura más ligera, al sa-

lir y pasar de subestructura en subestructura hasta llegar al final, no necesariamente determina la configuración total más ligera, ya que la combinación de las diferentes subestructuras variando cada una en su configuración puede dar una estructura global más ligera aún.

Una de las formas de resolver este problema es analizar todas las combinaciones posibles de configuraciones de subestructuras, lo cual representa una tarea muy laboriosa. En el presente trabajo la técnica de programación dinámica principia examinando la primera subestructura, la cual se optimiza. A partir de esta solución se amplía el problema, el cual se vuelve a optimar y así sucesivamente hasta resolver completamente el problema original sin examinar todas las combinaciones posibles. Como ejemplo a este criterio en la estructura mostrada en la fig 16 en lugar de examinar las $5 \times 5 \times 5 = 625$ (son 5 estados por cada etapa) configuraciones posibles, sólo se examinan 75.

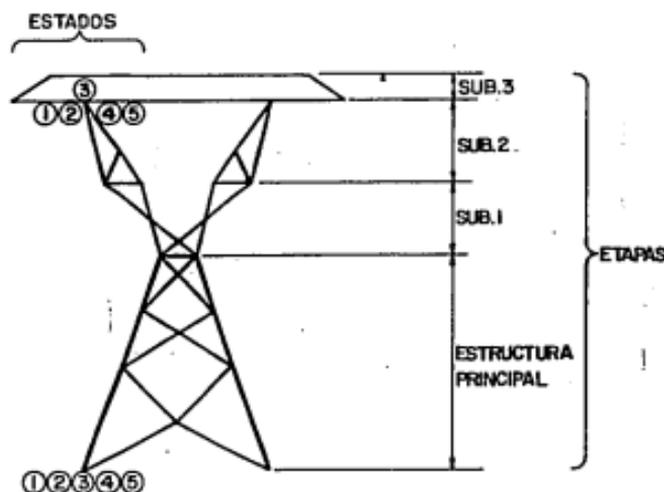


Fig. 16 TORRE AUTOSOPORTADA

En esta parte del problema se aprovecha la subrutina DI-SAP, que efectúa el diseño estructural, combinando dichos resultados se obtiene la configuración óptima.

5.2 Subrutina de optimación geométrica

En esta subrutina se obtiene la configuración geométrica óptima, para lo cual se vale de los resultados obtenidos de diseñar óptimamente las subestructuras en las que ha sido particionada la estructura completa. Cada una de estas subestructuras toma diferentes configuraciones las cuales son diseñadas óptimamente y el peso correspondiente es almacenado en una matriz de pesos, este procedimiento se lleva a cabo con todas las subestructuras hasta completar esta matriz.

La matriz de pesos entra a la subrutina de optimación geométrica en donde el número de subestructuras es considerado igual al número de etapas, en cada una de las cuales se requiere dar una decisión de geometría óptima de acuerdo a ciertas restricciones.

Cada etapa consta de un cierto número de estados, los cuales representan las posibles configuraciones geométricas que pueden adquirir el problema en dicha etapa.

El resultado de una decisión en cada etapa es el de transformar el estado -- que se examina en un estado asociado con la siguiente etapa.

En la fig. 27 se muestra una red que consiste de columnas formadas por nodos, en donde cada columna de nodos corresponde a una etapa y en cada decisión se cambia de etapa, esto es, se avanza de columna.

Una de las ventajas más importantes que se obtienen al aplicar esta técnica, propia de la programación dinámica, es que no importa en que estado se esté, siempre se puede determinar la configuración óptima.

El método de solución consiste en ir recorriendo la estructura de arriba hacia abajo, pasando por las diferentes etapas (subestructuras) y encontrando en cada etapa las variables de decisión y la función de costo correspondiente a cada estado; se continúa así sucesivamente hasta encontrar la configuración óptima.

Como resultados el programa da igual número de configuraciones óptimas que el número de estados que se tengan en la última etapa, pudiendo ser opcional la selección de la geometría más ligera entre estas, ya que esta decisión se deja a criterio del diseñador quien toma en cuenta cuestiones más que nada de estética.

Para la obtención de estos resultados se tienen que proporcionar primeramente puntos de localización dentro del intervalo que se quiere analizar la variación de configuración, para cada una de las subestructuras. Con esto, a diferencia de los algoritmos matemáticos, el proceso de análisis no se detiene al llegar a un óptimo local, que es lo más probable en estos casos ya que para obtener buenos resultados se tienen que proponer intervalos pequeños de variación y además que para éstos sólo se podrían analizar por subestructuras o estructuras planas, ya que la aplicación de estos métodos requieren mucho tiempo de computadora, en cada análisis.

En esta subrutina se pretende llegar a un óptimo muy cercano al óptimo global lo que es posible porque aquí sí se abarca todo el espacio de diseño y al final se obtiene la combinación de geometría de cada una de las subestructuras ya optimadas.

En el presente estudio debido a que no se contó con un programa de análisis por subestructuración, se procedió a realizar la subestructuración manualmente; se recomienda hacer la partición en donde existan discontinuidades o en donde se consideren zonas de cambio de perfiles principales.

Uno de los beneficios de la subestructuración en este tipo de problemas es de que la solución para estas estructuras es mucho más rápida que para toda

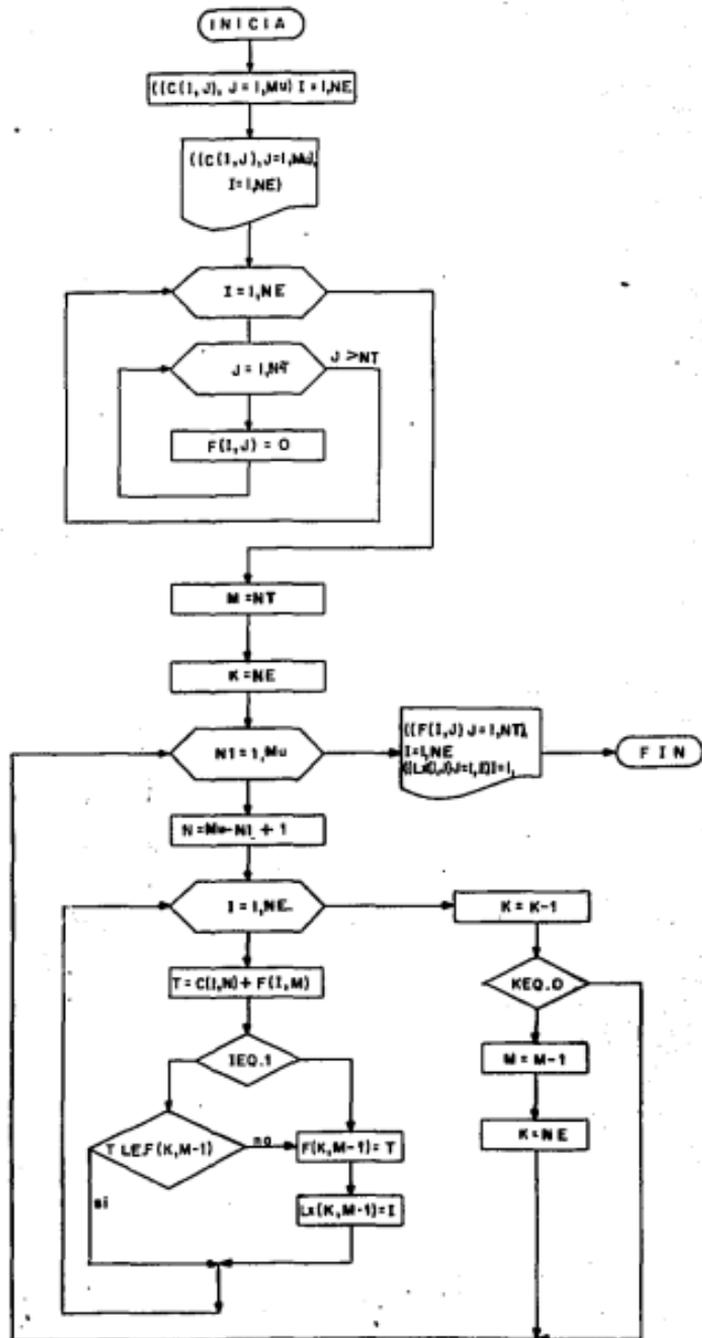


FIG.17 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL ALGORITMO SELECCIONADO.

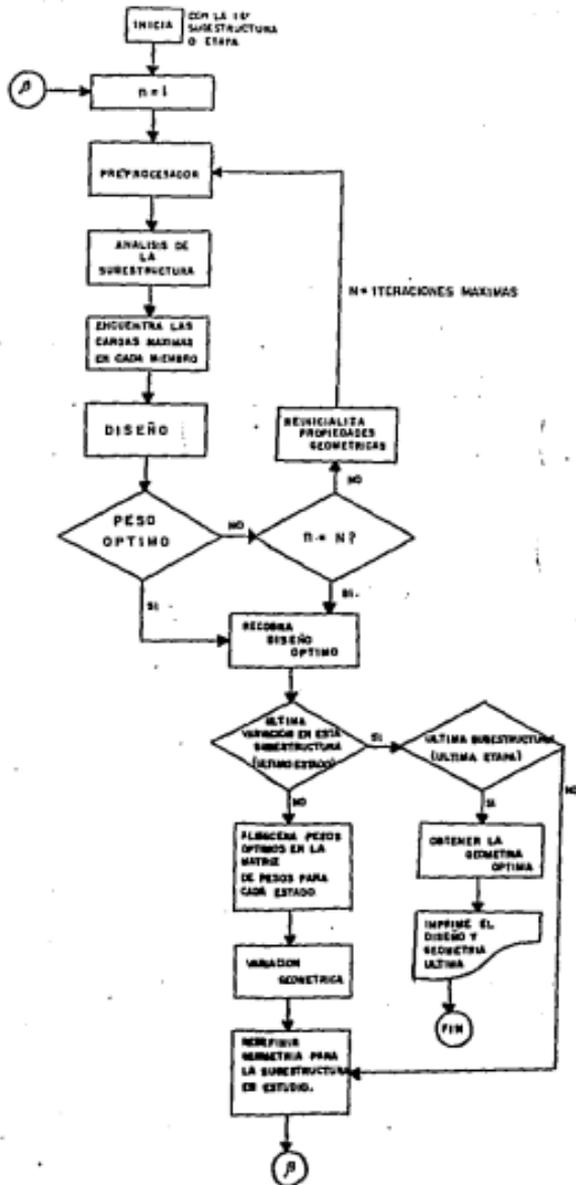


FIG. 17a DIAGRAMA DE BLOQUES DEL ALGORITMO EMPLEADO

la torre completa.

Para la solución de las subestructuras se supone que las fuerzas que son transferidas de una a otra subestructura pueden calcularse por simple estática. Las subestructuras se analizan considerando siempre los puntos nodales de las interfaces inferiores como restringidos.

Para la solución de todos estos problemas se requiere de una configuración inicial, la cual será tomada en el caso de las torres de transmisión del catálogo de torres tipo de CFE (ref 19).

Debido a que la altura de las torres de transmisión está restringida a especificaciones eléctricas, lo mismo que las distancias de los conductores al cuerpo no se consideran variables la altura de la torre ni el tamaño de la cruceta.

No habría inconveniente si se quisieran considerar las tres coordenadas como variables, ya que sólo se altera una variable de estado, y las demás permanecen con su valor inicial. De esta forma se lleva a cabo un simple procedimiento de programación dinámica con respecto a esta variable. El proceso entonces se continúa; se retienen los nuevos valores de la primera variable y se altera una de las otras variables de estado. Todas las variables se llevan por este camino, el primer ciclo se completa cuando todas las variables de estado han sido alteradas. Todos los ciclos subsecuentes se solucionan por el mismo camino.

5.6 Subrutina de diseño óptimo

En esta parte del programa de computadora se cumple con todas las restricciones impuestas, en cuanto al diseño se refiere; su principal objetivo es el de llevar a cabo el diseño de todos los elementos estructurales, para lo cual se consideraron las normas de CFE (ref 22) y las recomendaciones del ASCE - (ref 23) para el diseño de las torres de transmisión; se cumplen también las especificaciones dadas por AISC (ref 24) para estructuras de acero.

Como se explica en la ref. 21, antes de entrar a la subrutina de diseño,

se proporciona un dimensionamiento inicial para todos los elementos que componen la geometría dada; con esto se realiza un primer análisis, obteniéndose los esfuerzos máximos de tensión y compresión a los que se encuentra sometido cada elemento, bajo las distintas condiciones de carga, dadas como datos de entrada del programa.

Para el diseño se requiere proporcionar al programa un catálogo de perfiles, del cual se seleccionará el perfil de área mínima el cual sea capaz de soportar los esfuerzos máximos, y además de que cumpla con las especificaciones de diseño; esto se realiza para cada grupo de elementos, los cuales han sido agrupados según criterio del diseñador, de cada uno de estos grupos sólo se designará el miembro más esforzado y el perfil seleccionado se asigna a todos los elementos del grupo. Al hacer estos agrupamientos se logra simplificar el número de perfiles diferentes en la torre, aunque esto tenga como consecuencia el incremento del peso de la misma, aunque no en forma considerable.

El peso total que se obtiene del diseño realizado se compara dentro del programa principal con el peso obtenido en la iteración anterior. Si la diferencia de pesos de cada una de estas iteraciones es mayor que un valor previamente establecido, y si no se haya excedido el número de iteraciones permisibles, se procede a una nueva iteración. Se termina este procedimiento cuando en dos iteraciones sucesivas no se exceda el límite fijado en la diferencia de pesos.

En las figs 18a y 18b se muestra el diagrama de bloques del programa de computadora, en el que se ilustra la secuencia a seguir en el proceso de análisis y diseño hasta que se converge a una estructura de peso mínimo. Como consecuencia de este proceso el programa da como resultado el que se obtenga el perfil óptimo para cada elemento estructural, teniendo como limitación únicamente la disponibilidad de perfiles, según el catálogo de perfiles que se ha ya proporcionado al programa.

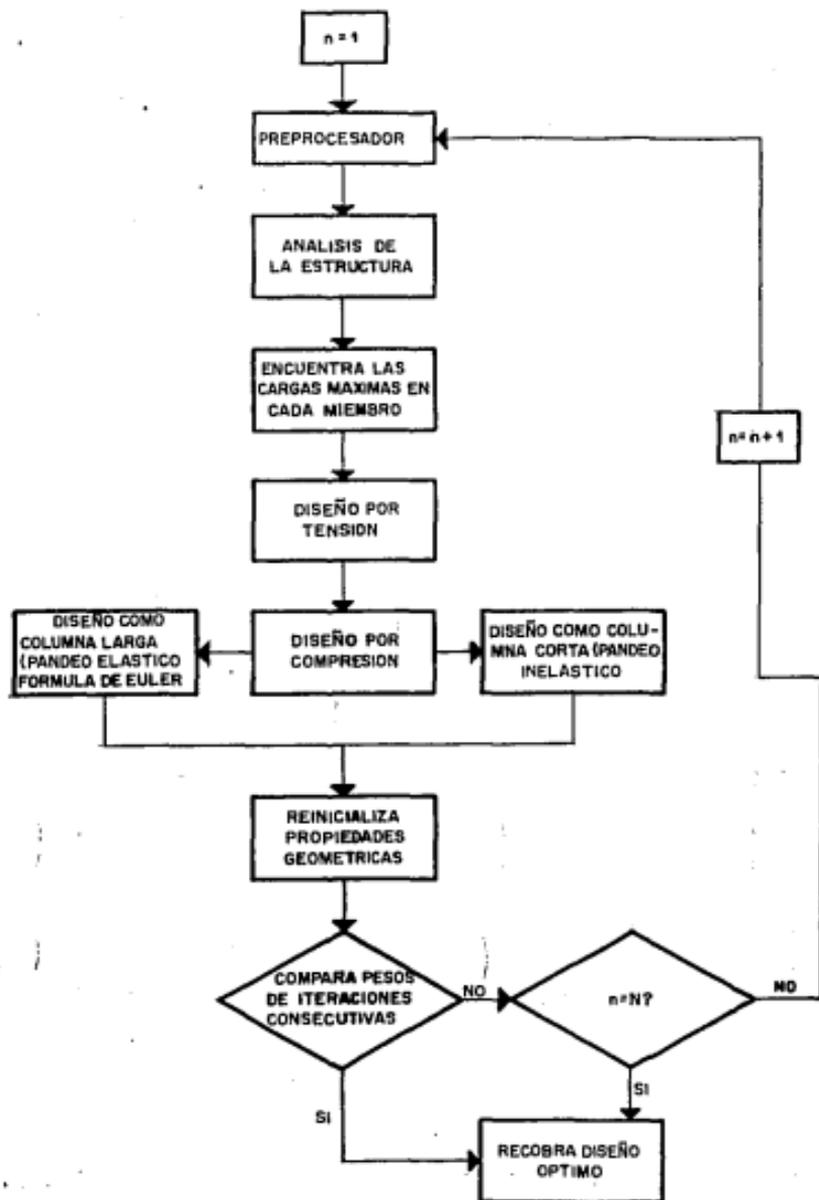
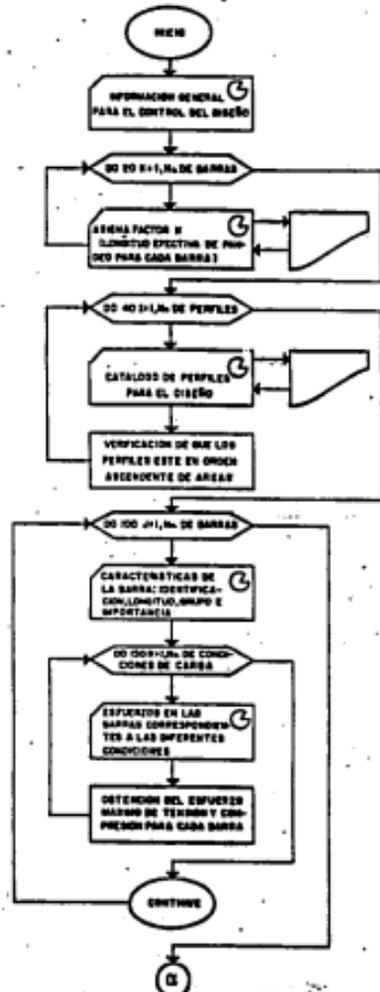
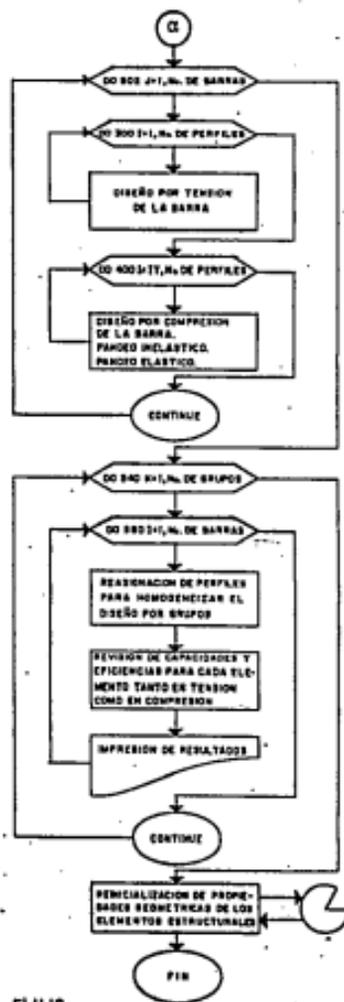


FIG.18o DIAGRAMA DE BLOQUES DE LA SUBROUTINA DISAP



DATOS PARA LA SUJETIVA DE DISEÑO

SE OBTIENE PARA CADA BARRA LOS EMPUJES MAXIMOS DE TENSION Y COMPRESION CONSIDERANDO TODAS LAS CONDICIONES DE CARGA



APLICACION DE LAS FORMULAS DE DISEÑO POR TENSION Y COMPRESION PARA CADA BARRA

ARUPAMIENTO REVISION DE CAPACIDADES E IMPRESION DE RESULTADOS

FIG. 16. GUINETINA DE DISEÑO - DIAGRAMA DE FLUJO

6. EJEMPLOS NUMERICOS

En este capítulo se presentan dos ejemplos numéricos, los cuales demuestran la eficiencia de la aplicación de la técnica de programación dinámica y la validez de considerar el área de los miembros como variables dependientes de la geometría.

Torre tridimensional - cuarente y ocho elementos

Este ejemplo se seleccionó debido a que ya ha sido estudiado por otros autores (ref 6), ya que representa el cuerpo inferior de una torre autosoportada (fig 19) la cual es la parte de la torre de transmisión que más cambios puede sufrir, ya que la parte de la cruceta así como el cuerpo intermedio de la torre están restringidos en sus posibles cambios por las especificaciones eléctricas.

Esta torre fue sometida a una sola condición de carga, porque así se trata en la ref 1. Se consideran las restricciones en los esfuerzos de los miembros así

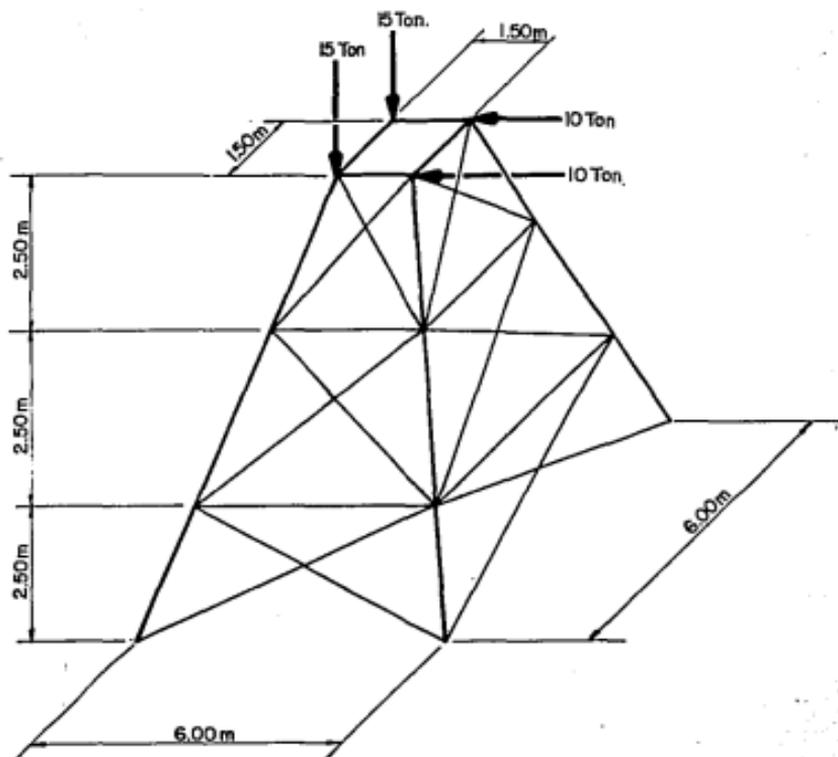


Fig.19 CUERPO INFERIOR DE TORRE AUTOSOPORTADA EJEMPLO I

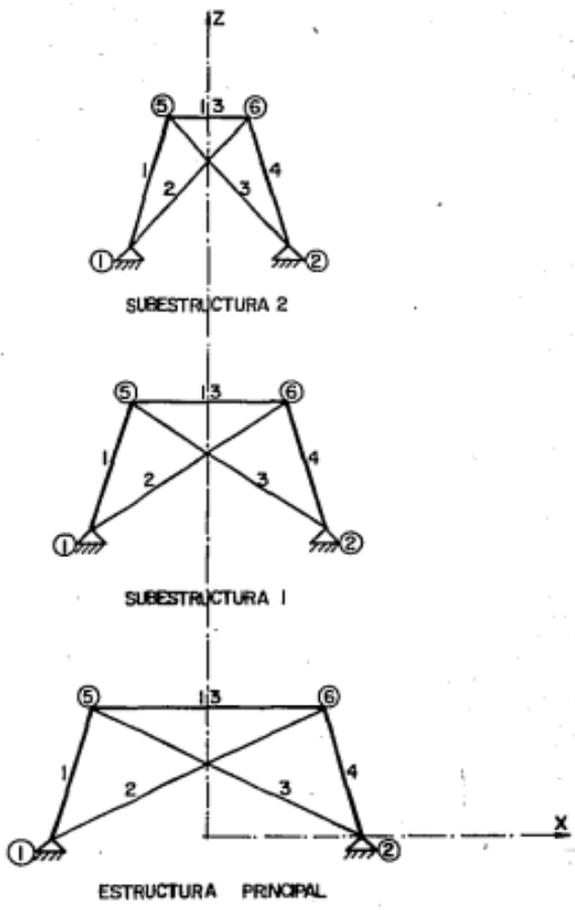


Fig. 20 SUBESTRUCTURACION EN EL EJEMPLO I

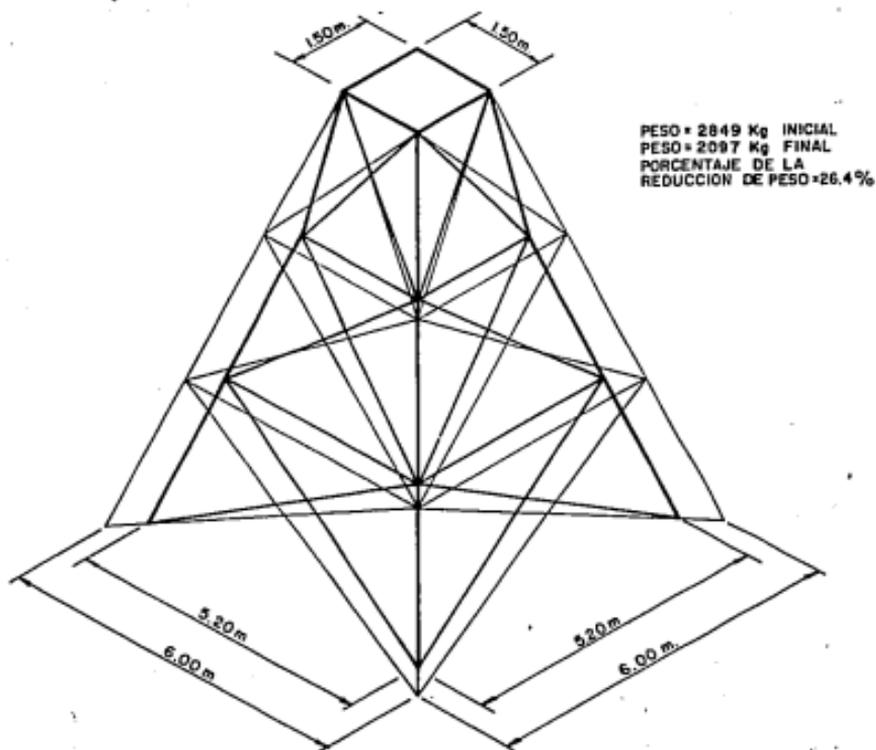


Fig. 21. RESULTADOS FINALES EJEMPLO 1

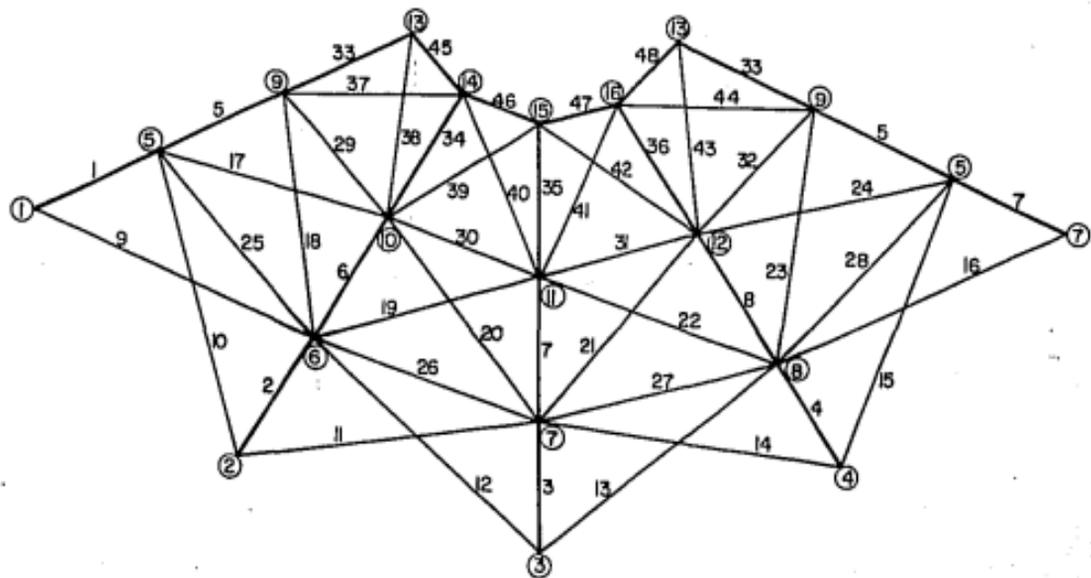


Fig. 2 2 NUMERACION DE PUNTOS NODALES Y BARRAS, TORRE COMPLETA EJEMPLO I

como el pandeo. Se especificó un área inicial de 20 cm^2 para miembros principales y 10 cm^2 para miembros secundarios. Se empleó el catálogo de perfiles de AESA. (ref 27).

Para el estudio de esta torre se requirió de subestructuración, para esto la estructura se dividió en tres subestructuras como se muestra en la fig (20). Se realizó la variación geométrica moviendo los puntos nodales fronteras superiores en cada subestructura. La variación se realizó requiriendo de simetría con respecto a la sección transversal de la torre.

Los resultados del procedimiento de optimación se dan en la tabla 3a. El peso de la torre fue reducido un 26.4 por ciento, obteniéndose un peso final de 2097 kg, mientras que el peso inicial fue de 2849 kg; en la figura 21 se muestran algunos resultados obtenidos al aplicar la técnica directa en este trabajo.

Como se podrá notar a diferencia de los algoritmos matemáticos esta técnica equivale a analizar todas las posibles combinaciones de configuraciones de -- subestructuras dentro de todo el espacio de diseño y con esto se puede asegurar que el resultado obtenido será un óptimo muy cercano global.

Torre tridimensional - ciento treinta y seis elementos

Al igual que el ejemplo anterior éste se seleccionó debido a que ya fue estudiado por otros autores (ref 8) esto se hizo para poder partir de alguna configuración inicial ya dada. Esta estructura fue diseñada para la geometría óptima sujeta a tres condiciones de carga independientes dadas en la tabla 4. - También fue sujeta a restricciones de esfuerzos de los miembros así como el pandeo. El área inicial de los miembros fue la misma que en el ejemplo anterior, también se empleó para el diseño el catálogo de perfiles de AESA.

En ambos ejemplos se agrupan los elementos dependiendo de su importancia y de el perfil que se requiere sea el mismo para un determinado nivel. Se dividió a la torre en cuatro subestructuras, lo cual se realizó siguiendo el criterio

de particionar la estructura completa en donde existiera una discontinuidad, fig 24. La variación geométrica también fue considerada en los puntos notables frontera superiores de cada una de las subestructuras.

Los resultados del procedimiento de optimación se dan en la Tabla 5. El peso de la torre se redujo un 17.4 por ciento, desde peso inicial de 6429 kg a un peso final de 5312 kg; en la fig 26 se muestran algunos resultados.

Este ejemplo permite notar la importancia de la iteración hombre-máquina, ya que en la parte de la cruceta se pueden eliminar algunas barras, haciéndolo se obtiene el resultado mostrado en la fig 26.

En la fig 27 se presenta un diagrama de redes que ilustra el procedimiento - que se lleva a cabo al aplicar la técnica de optimación, en esta figura se - muestran los conceptos de variable de decisión, junto con el de la función de peso $f_n(s, x_n)$, así como los conceptos de etapa y estado que son los términos de uso común en la programación dinámica. En esta misma figura se puede ver - la forma en que se cumple el principio de optimalidad, que es la base de la - programación dinámica; éste establece que cualquier posición de una trayectoria óptima es también óptima y hasta permite asegurar que la solución óptima se encuentra de las trayectorias analizadas.

Este problema en lugar de haber analizado 1024 estructuras completas que son el número de estructuras que se obtienen de las variaciones que se dan a la - estructura original solo se analizaron 64 subestructuras lo cual significa -- ahorros en tiempo de computadora y de esfuerzo humano muy grandes.

s_2	d_1	z_1	s_1	d_1^*	$f_1(s_1)$			
190	- 155	611	35					
	- 115	532	75	- 115	532			
	- 75	560	115					
150	- 115	326	35					
	- 75	326	75	- 75	326			
	- 35	459	115					
(110)	- 75	271	35					
	- 35	244	(75)	- 35	244			
	5	277	115					
s_3	d_1	z_2	s_2	d_1^*	$f_1(s_1)$	$z_2+f_1(s_1)$	$f_2(s_2)$	d_2^*
265	- 75	1248	190	- 115	532	1780		
	- 115	941	150	- 75	326	1267		
	- 155	963	110	- 35	244	1207	1207	- 35
225	- 35	963	190	- 115	532	1495		
	- 75	868	150	- 75	326	1194		
	- 115	814	110	- 35	244	1058	1058	- 35
(185)	5	911	190	- 115	532	1443		
	- 35	747	150	- 75	326	1073		
	- 75	551	110	- 35	244	795	795	- 35
s_4	d_1	z_3	s_3	d_2^*	$f_2(s_2)$	$z_3+f_2(s_2)$	$f_3(s_3)$	d_3^*
300	- 35	1600	265	- 35	1207	2807		
	- 75	1502	225	- 35	1058	2560		
	- 115	1315	185	- 35	795	2110	2110	- 115
(260)	5	1567	265	- 35	1207	2774		
	- 35	1366	225	- 35	1058	2424		
	- 75	1229	185	- 35	795	2023	2023	- 75
225	35	1530	265	- 35	1207	2737		
	0	1308	225	- 35	1058	2366		
	- 45	1412	185	- 35	795	2207	2207	- 45

TABLA 3a. Resultados del procedimiento de optimaci3n.

(Ejemplo 1)

PUNTO NODAL	CARGAS APLICADAS EN KG. ^m											
	CONDICION DE CARGA 1				CONDICION DE CARGA 2				CONDICION DE CARGA 3			
	33	34	43	44	33	34	43	44	33	34	43	44
F_x	-2722	-2722	0.00	0.00	0.00	0.00	-2722	-2722	-2722	-2722	-2722	-2722
F_z	6350	-6350	0.00	0.00	0.00	0.00	-6350	-6350	-6350	-6350	-6350	-6350

^m En todas las condiciones de carga se considera el peso propio

TABLA 4 CONDICIONES DE CARGA PARA EL EJEMPLO 2

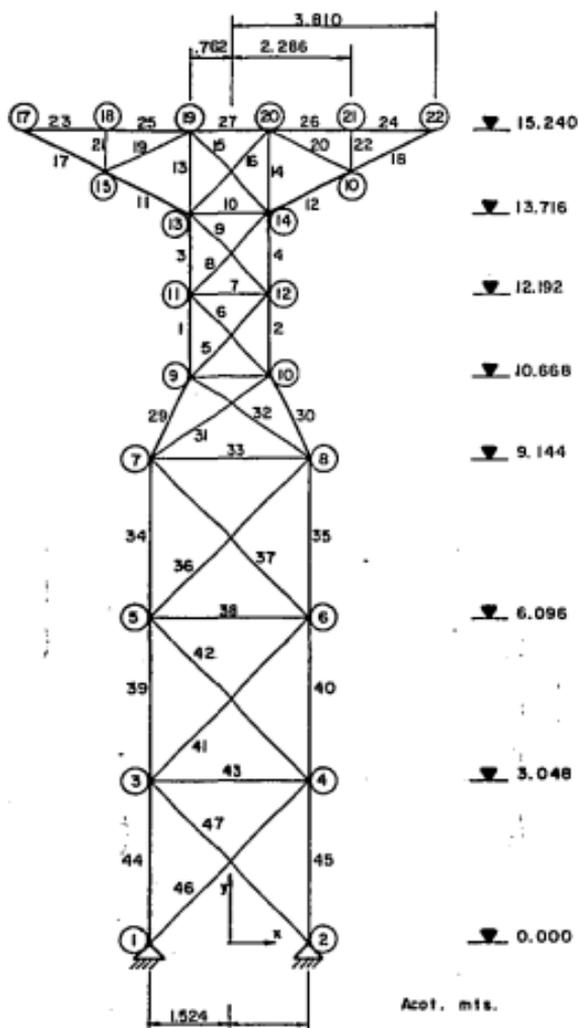
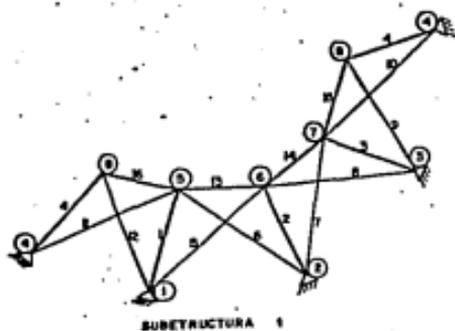
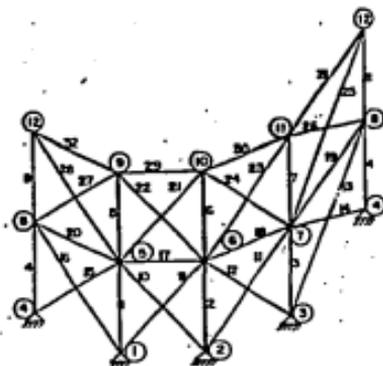


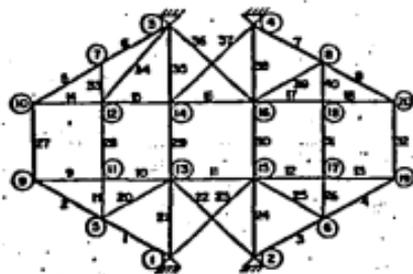
FIG. 23 EJEMPLO 2. 136 BARRAS Y 44 PUNTOS NODALES
PESO INICIAL 1447 Kg.



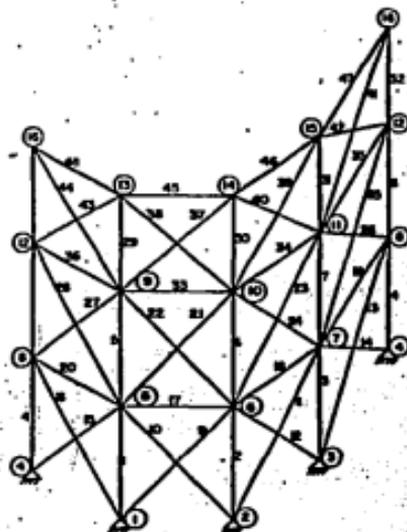
SUBESTRUCTURA 1



SUBESTRUCTURA 2



SUBESTRUCTURA 3



ESTRUCTURA PRINCIPAL

Fig. 24a. ESTRUCTURA COMPLETA SUBESTRUCTURADA

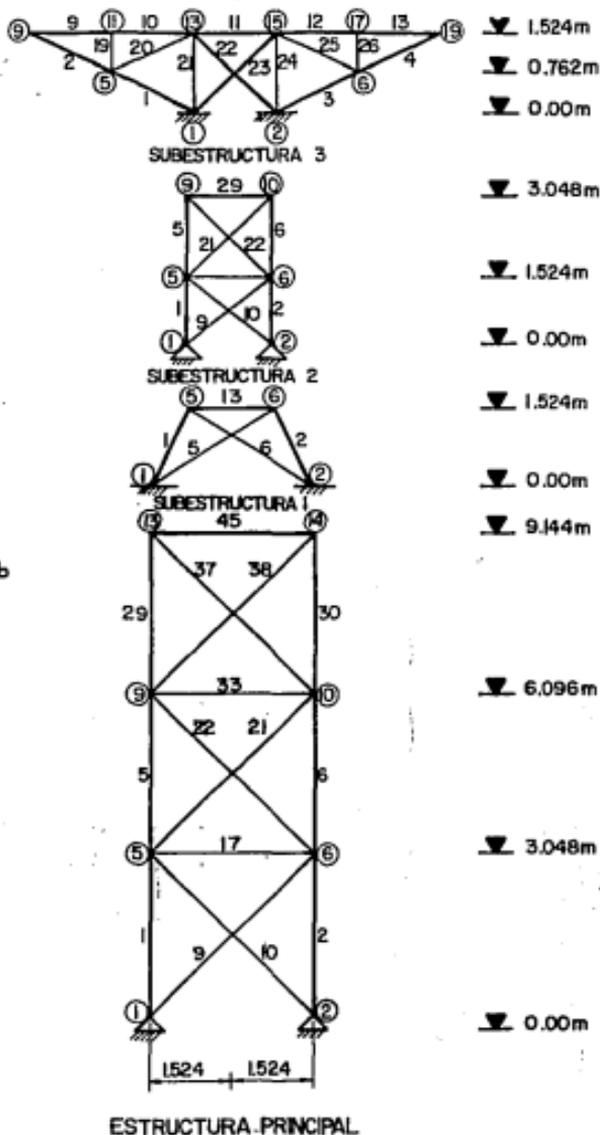


FIG. 24 b

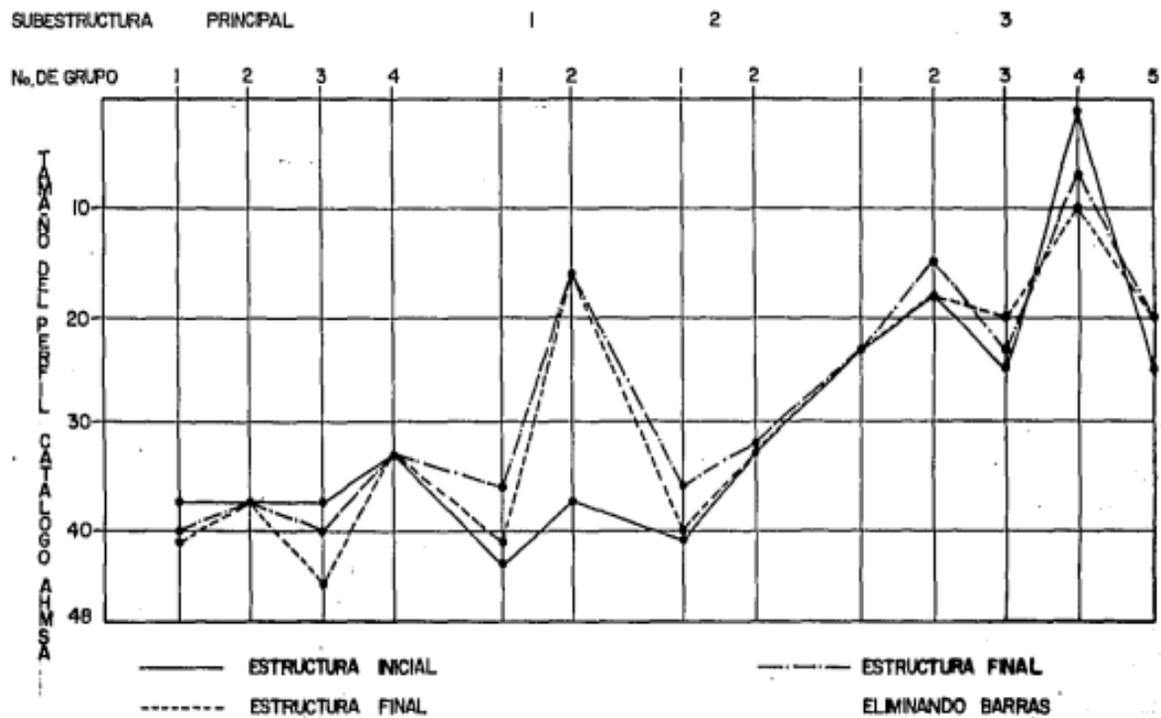


TABLA 5 RESULTADOS OBTENIDOS DEL DISEÑO DE LA TORRE
EJEMPLO 2

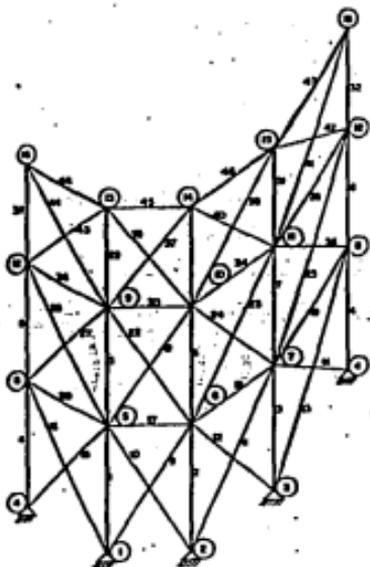
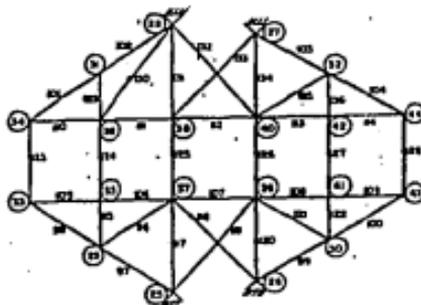
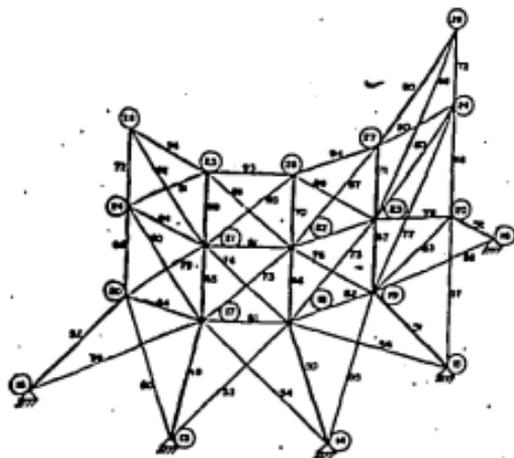


FIG. 20 - TORRE COMPLETA, EJEMPLO 2
 44 PUNTOS NODALES
 84 ELEMENTOS
 (INDICACION DE PUNTOS NODALES Y BARRAS)

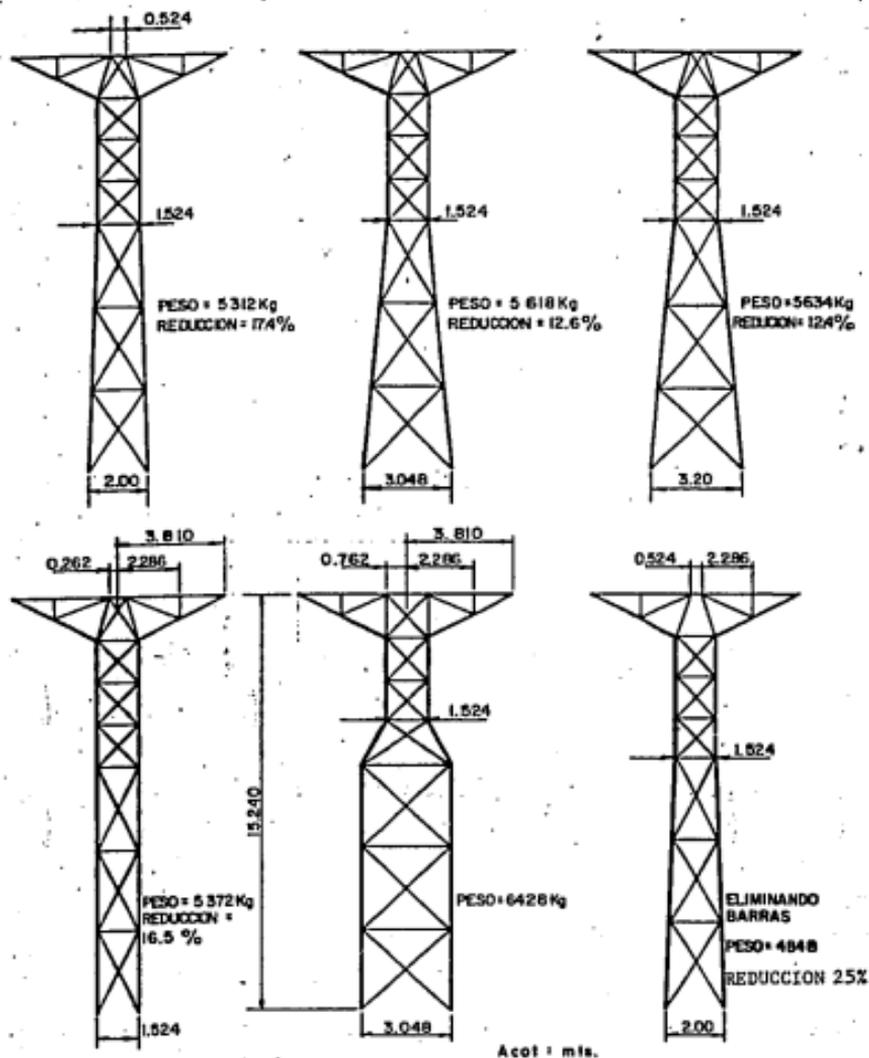
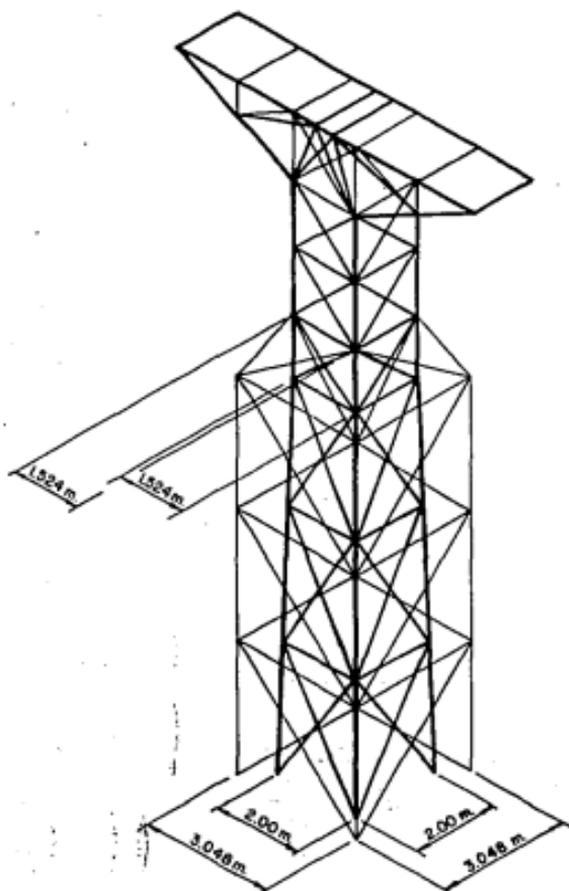


FIG. 26 • RESULTADOS EJEMPLO 2



EJEMPLO 2
3 CONDICIONES DE CARGA
PESO = 5312 Kg FINAL
PESO = 6429 Kg INICIAL
PORCENTAJE DE LA REDUCCION
DE PESO = 17.4 %

Fig. 26b COMPARACION DE RESULTADOS

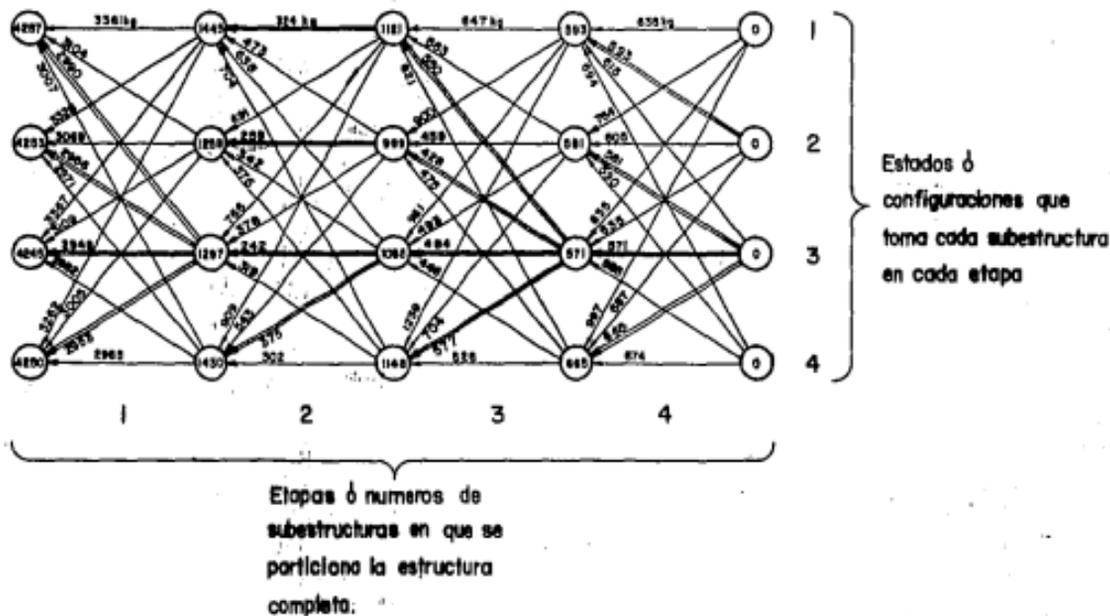


Fig. 27 Representación de los resultados obtenidos por la técnica de programación dinámica, mediante una red.

MATRIZ DE PESOS DE LAS CONFIGURACIONES

1247-001249-001249-01	324.00	491.00	756.00	917.00	647.00	302.00	261.00	237.00	636.00	764.00	839.00	907.00
1137-003867-003157-373771-02	473.00	254.00	578.00	842.00	562.00	459.00	443.00	704.00	593.00	693.00	835.00	687.00
7840-312984-023076-312977-03	426.00	242.00	242.00	375.00	385.00	431.00	446.00	677.00	611.00	741.00	771.00	648.00
1657-002371-001762-012940-03	704.00	376.00	319.00	357.00	821.00	475.00	448.00	526.00	854.00	490.00	549.00	674.00

MATRIZ DE PESOS OPTIMOS

*247-001449-001001-01	140.00	0.00
*251-011940-00	444.00	0.00
*137-001574-001758-01	271.00	0.00
*137-001430-001199-01	845.00	0.00

MATRIZ DE LAS CONFIGURACIONES OPTIMAS

1	1	1	1
1	2	3	1
1	2	3	1
1	2	3	1

TABLA 1: RESULTADOS FINALES DE COMPUTADORA

7. RESULTADOS

En este capítulo se tratarán los resultados más relevantes obtenidos, para lograr un criterio uniforme acerca de la aplicación de la técnica de programación dinámica con respecto a la aplicación de algún otro algoritmo matemático.

En el ejemplo uno, como se puede notar la parte estudiada corresponde al cuerpo inferior de una torre autosoportada; esto se puede ver en la torre tipo española que se muestra en la fig 12. El haber obtenido un ahorro de un 26.4 por ciento en esta parte del cuerpo, representa un 20.0 por ciento de ahorro en la torre completa puesto que de la experiencia que se tiene en cuanto a torres se puede decir que la cruceta representa cerca de un 11 por ciento del peso total de la torre, el cuerpo intermedio representa un 13 por ciento del peso total y finalmente el cuerpo inferior de la torre representa un 76 por ciento del peso total; todos estos porcentajes se refieren a una torre con la extensión más grande (cuerpo + 20).

Como se puede notar en los ejemplos planteados el cuerpo inferior de la torre tiende a cambiar de pendiente en el tramo final, este mismo resultado se encontró con los reportados por le ref. 1

El tiempo de computadora fue de 26 segundos por cada subestructura, se analizaron 27 subestructuras lo que representa un tiempo de 11.7 minutos más el tiempo de la corrida de la torre completa con la configuración óptima, que fue de 1.10 minutos, dan un total de 12.80 minutos. De haberse realizado el análisis de todas las combinaciones posibles de configuraciones, es decir, de haberse hecho una búsqueda exhaustiva, tendrían que haberse analizado 81 estructuras completas que representarían un tiempo de 1.48 horas que representa 1.27 horas de más tiempo.

De estos resultados se puede notar que para obtener resultados más exactos sería conveniente dividir el intervalo de variación en más puntos, sin embargo en problemas prácticos no es de importancia una variación de 10 ó 20 Kg ya que no representan un porcentaje significativo con respecto a las varias toneladas que pesan las torres.

En el ejemplo 2, se consideraron tres condiciones de carga, lo que no representó ningún problema, dado que el programa sólo diseña los elementos estructurales para la condición de carga más desfavorable en cada uno de ellos y esto sólo trae como consecuencia un poco más de tiempo de computadora.

Dado que en este ejemplo sí se analizó la torre completa el ahorro fue en un 17.4 por ciento que es cercano al 20 por ciento que resulta en el primer ejemplo, sin embargo en ambos ejemplos el porcentaje de ahorro en peso es considerable, y de esto se puede decir que los resultados son positivos.

El tiempo promedio de computadora por subestructura fue de 29 segundos más 1.3 minutos del tiempo de la corrida de la estructura con la configuración óptima final, representa un tiempo total de 32.2 minutos. De haberse realizado la búsqueda exhaustiva se tendrían que haber analizado 1024 estructuras completas lo cual representaría un tiempo total de 22 horas es decir, 21.5 horas de más tiempo.

En la aplicación de algoritmos matemáticos estos tiempos no son tan elevados como en el caso de la técnica de búsqueda exhaustiva, dado que en estos se requiere de intervalos de variación pequeños para la obtención de resultados confiables, estos terminan sus iteraciones en un tiempo menor que el de la técnica de búsqueda exhaustiva, ya que estos detienen la búsqueda al encontrar cualquier óptimo local (por lo general estos quedan lejos del óptimo global). A diferencia de la técnica de optimización dinámica estos no abarcan todo el intervalo de variación dado que dentro de este intervalo existen un gran número de óptimos locales.

En la tabla 5 se muestra la variación del tipo de perfiles así como la variación en longitudes, en esta tabla se comparan los resultados iniciales con los resultados de la configuración final. De la comparación se puede notar que la cruceta de la torre no puede sufrir grandes cambios, dado que ésta se encuentra restringida a las especificaciones eléctricas. Sin embargo se puede observar que se pueden eliminar dos de las barras de la cruceta, esto se podrá realizar a consideración del diseñador, por eso es importante la iteración hombre-máquina.

En este caso se eliminaron las cuatro barras y se logró obtener un peso de 4848 kg lo que representa una disminución en peso de un 25 por ciento, es importante hacer notar que con tan sólo eliminar estas cuatro barras se logró una distribución de esfuerzos más favorable que la que se tenía, por lo tanto es de importancia el que el diseñador tome este tipo de decisiones.

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- La técnica de programación dinámica combinada con el criterio de relación de esfuerzos, para la optimación geométrica y diseño óptimo respectivamente son de utilidad práctica para este tipo de torres de transmisión, ya que además de ser de fácil acceso y rápido entendimiento, reducen el tiempo de computadora con respecto a los algoritmos matemáticos (el del gradiente, búsqueda exhaustiva, etc), esto especialmente en problemas grandes, como es el caso que aquí se trata.
- A diferencia de los algoritmos matemáticos, al aplicar la técnica de programación dinámica se garantiza que obtendrá una solución óptima, - cercano al óptimo global aún cuando la región de soluciones factibles - no sea convexa.
- Como se ha visto esta técnica no se encuentra restringida a variables - continuas, y no representa problemas el que se tengan variables discretas.

- La técnica de programación dinámica presenta la ventaja de que no importa en que subestructura o etapa se esté, siempre se podrá encontrar la mejor configuración.
- Una recomendación muy importante acerca de la aplicación de esta técnica es la de realizar el análisis de las subestructuras de las torres, empezando de la parte superior de éstas, hasta llegar al nivel inferior.
- El método generalizado de programación dinámica presentado aquí provee de una poderosa técnica matemática de optimación, que puede ser empleada para obtener geometrías estructurales óptimas dividiendo la estructura completa en un número conveniente de estados y etapas, cada uno de estos estados podrá ser optimizado secuencialmente y para luego obtener la combinación óptima.
- Por las características de la propia técnica su aplicación puede ser extendida tanto para el diseño como para la optimación geométrica; y puede ser aplicada a diseño de edificios, puentes u otras áreas de ingeniería estructural.
- Como se ha manifestado anteriormente es conveniente realizar los primeros estudios de variación geométrica en el cuerpo inferior de las torres, ya que éste representa un porcentaje mucho mayor en peso que el cuerpo intermedio o la cruceta de estas. Además de que este estudio se tendrá que realizar en la extensión más grande de las torres (cuerpo + 20), dado que es el que rige el diseño de todas las demás extensiones.
- Es importante la iteración hombre-máquina ya que en la actualidad no es posible que un programa elimine puntos nodales y barras con base a criterios que sólo el hombre puede aportar.
- Al variar la configuración geométrica en los dos ejemplos aquí presentados se obtuvo una reducción de peso del orden de un 20 por ciento, en la práctica en torres con más condiciones de carga se obtendrán resultados positivos, de un rango menor.

- Se pone de manifiesto que en realidad para lograr un ahorro considerable, tanto al realizar el diseño óptimo como al encontrar una geometría óptima, se requerirá la revisión de especificaciones y de condiciones que prevalecen hasta ahora para torres de transmisión.
- Es recomendable la continuación del estudio del programa de computadora para el análisis por medio de subestructuración, ya que con esto se lograría realizar todas estas operaciones automáticamente.
- También es de suma importancia seguir trabajando para mejorar la generación de puntos nodales, ya que con esto se lograría reducir la información de entrada al programa, y sería más sencillo hacer la variación geométrica.
- En el apéndice I se muestra el algoritmo "complex" con el cual se pretendía examinar los efectos de las variaciones geométricas, sin embargo al realizar algunas pruebas con funciones matemáticas se encontró que el tiempo de convergencia era excesivo, por lo que se recomienda si es que se va a combinar la técnica de programación dinámica con algún algoritmo matemático, tratar de buscar una forma para hacer éstos más eficientes. Sin embargo como se demostró en este estudio con la sola aplicación de la técnica de programación dinámica se obtienen resultados positivos.
- Para la obtención de una mejor aproximación se podría recomendar realizar una variación más amplia dentro del intervalo permisible.
- Es importante, después de haber obtenido la geometría y diseño óptimos por medio de la subestructuración, realizar una última corrida con esta geometría de la estructura completa para obtener el peso óptimo real, dado que al emplear la simplificación del problema por medio de subestructuración simplificada se tiene una aproximación del orden de un 80 por ciento con respecto al peso real debido a la naturaleza del método de análisis aquí presentado. Si se utiliza un método más refinado de subestructuración como el empleado en el programa SAP-VI, se obtendrían resultados exactos (ref 2?).

- Los métodos que emplean técnicas directas, como SUMT y funciones de penalización, no son adecuados para los problemas prácticos estructurales y su aplicación debe restringirse aquellos donde su naturaleza y número reducido de variables los justifiquen. Por otros lados los métodos directos tienen el inconveniente de ser muy lentos y en consecuencia poco prácticos para sistemas grandes.

Todos éstos métodos no garantizan buena aproximación al mínimo.

REFERENCIAS

1. G. Gerard, Minimum Weight Analysis of Compression Structures, New York University Press 1956.
2. W. Prager and P. Marcal, Optimality Criteria in Structural Design, AFFDL-TR 70-166 May 1971.
3. C. Pearson, "Structural design by high-speed computing machines", Proc. of ASCE Conf. on electronic Computation, Kansas city, Misson.
4. Diseño con Computadora de Torres de Transmisión
Reporte del Instituto de Ingenieria a C.F.E. (1975)
Eduardo A. Rukos y Mendoza O.E.
5. Optimización Preliminar de una Torre de Transmisión Autosoportada de Suspensión (400 KV), Reporte del IIE a C.F.E. (1979).
6. Automated Design of Trusses for Optimum Geometry
By Garret N. Vanderplaats and Fred Moses (ASCE)
March 1972, Journal of the Structural División.
7. Optimum Design by Partitioning into Substructures
By Uri Kirsch, Max Reiss, and Uri Shamir
January 1972, Journal of the Structural División
8. Optimum Structural Design by Dynamic Programming
By P. Packia and S. Olani Durrant (ASCE)
January 1977, Computer & Structures Vol. 8 pp 717-721.
9. Optimization of Truss Geometry
By Michael W. Dobbs, and Lewis P. Felton (ASCE)
March 1970, Journal of the Structural División.

10. An Approximate Method for Structural Optimization
By A.S.L. Chan and E. Turlea
January 1978, Computer & Structures Vol. 8 pp 357-363.
11. Automated Design of Truss and Frame Geometry
by James A. Bennett
February 1977.
12. Iterative Design for Optimal Geometry
By Willan R. Spillers (ASCE)
December 1975, Journal of the Structural Division.
13. Use of Computers in Transmissions Tower Design
By David L.C.Lo., Andrew Marcos, M. ASCE, and Surendra K. Goel (ASCE)
April 1974, Journal of the Structural Division.
14. Standarization & Optimum Structural Design by Dynamic
Programming, Journal of Optimum. Theory & Applications
By E. Vitiello
Seet. 1977, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 23,
No.1
15. A.S.O. Chan and R. Kunar "A method for the Configurational
Optimization of Structures. Comp. Meth. Appl. Mech. Engineering
1975.
16. Desapl: A Structural Synthesis with Stress and Local Instability
Constraints
By Mustafa Isreb
March 1976, Computer & Structures Vol. 8, pp 243-256.
17. Dynamic Programming and the Calculus of Variations Stuart E.
Dreyfus. Academic Press. New York and London (1965).

18. Métodos de Optimización Estructural
Eduardo A. Rukos.
1er. Congreso Nacional sobre Ingeniería Estructural (1977).
19. Catálogo de Torres de Transmisión
C.F.E.
20. Métodos Numéricos
Luthe - Olevera - Schutz
Editorial Limusa, S.A. (1978).
21. Estudios Preliminares para la Optimización de Torres de Transmisión II,
Reporte del IIE, a CFE (1979).
22. CFE Especificaciones Generales para el Diseño y Construcción de Torres
Autosoportadas para Líneas de Transmisión, Especificación N° 15772,
Rev. III.
23. AISC (American Institute of Steel Construction)
Manual of Steel Construction.
24. ASCE. Task Committee on Tower Design Electrical Transmission Line
and Tower Design Guide, Journal American Society of Civil Engineers
ST 4, 1967.
25. Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas, Normas Técnicas
Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito
Federal, Publ. 402.
26. Computer Program for Structural Analysis Willan Weaver
VAN NOSTRAND COMPANY
Princeton New Jersey (1967).

27. SAP VI "A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Analysis"
Linear Version
SAP USERS GROUP
University of Southern California (1980).

28. CFE Gerencia General de Construcción
Oficina de Líneas de Subestaciones
Catálogo de Torres para Líneas de Transmisión de 230 KV, 1 Circuito
Sección "B"

29. Optimum Structural Design
Theory and Applications
By R.H. Gallagher and O.C. Zienkiewicz
1973.

APENDICE I. TERMINOLOGIA Y CONCEPTOS BASICOS DE OPTIMACION ESTRUCTURAL

En este apéndice se establecen los conceptos fundamentales y la terminología más usual empleada en los algoritmos de programación matemática examinados - en el curso de este trabajo.

VARIABLES DE DISEÑO. Son aquellos parámetros considerados de mayor importancia al realizar el diseño óptimo de una estructura, como dimensiones de los miembros estructurales, propiedades físicas y mecánicas de los materiales y configuración geométrica.

Al conjunto de variables de optimación, se las puede trasladar a un sistema coordinado, donde se representa como un "eje" a cada una de ellas, construyéndose así lo que se conoce como "Espacio de Diseño" (fig AI-1). Como normalmente este espacio suele ser mayor a 3 dimensiones, constituye un "Hiperespacio".

FUNCIÓN OBJETIVO. También conocida como función costo o función de mérito. Es la función que se desea optimar, y en general, se denomina con la letra W por

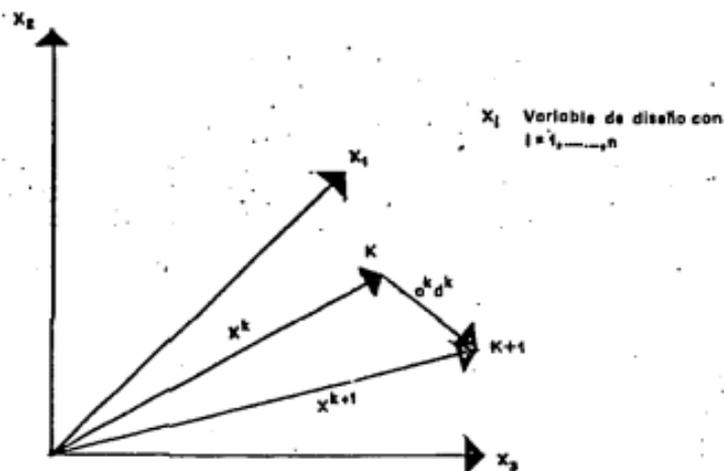


FIG. A1.1 SE MUESTRAN TRES VARIABLES (x_1, x_2, x_3) Y COMO CONSECUENCIA TRES DIMENSIONES, ESTO ES EL ESPACIO DE DISEÑO.

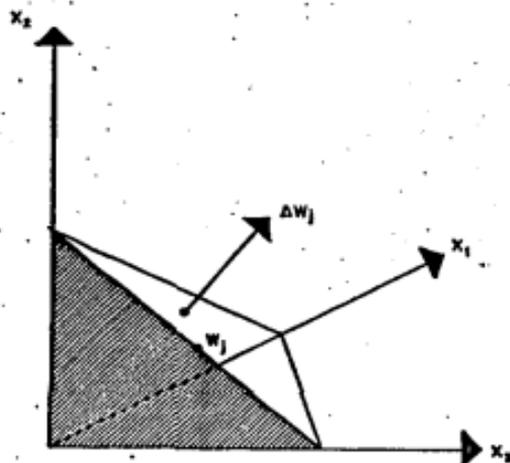


FIG. A1.2 FUNCION OBJETIVO LINEAL EN EL ESPACIO DE DISEÑO

que usualmente se trata del peso de la estructura, que se trata de minimizar.

La función objetivo es una relación entre las variables de diseño que representa a una medida del funcionamiento del sistema, cuyo valor óptimo se busca.

Cuando la función objetivo es lineal en las variables de diseño, forma un hiperplano (fig AI-2) en el espacio de diseño; en caso contrario se forma una hipersuperficie.

Dos conceptos muy importantes son el de solución factible y el de solución óptima. En forma general se puede decir que la solución factible es un punto (x_1, x_2, \dots, x_n) que cumple con todas las restricciones del problema, y la solución óptima es aquella solución factible que hace que la función objetivo adquiera un valor extremo (máximo o mínimo).

Otro de los conceptos que también tiene importancia, es el de "gradiente" -- que físicamente representa un vector normal a la función de la cual proviene y que matemáticamente, se expresa:

$$\nabla W = \left[\frac{\delta W}{\delta x_1} \dots \frac{\delta W}{\delta x_n} \right]^T$$

donde:

$\delta W = c$ cuando es una función lineal

$\delta W = c(x_i)$ cuando es una función no lineal

La utilidad principal del gradiente es que determina la mejor dirección en la que se puede desplazar la función objetivo para que se optime más rápidamente.

Restricciones. Son las condiciones que las variables de diseño deben satisfacer para que ésta sea adecuado.

Una forma de clasificar las restricciones es de acuerdo a si son igualdades o

no. Las restricciones que son representadas por igualdades se simbolizan como $g(X_i) = 0$, $i = 1, \dots, n$, teniendo como característica fundamental el presentar una oportunidad para remover una variable de diseño, con lo cual se reduce la dimensión del hiperespacio.

Otro tipo de restricciones son aquéllas que corresponden a las desigualdades que se simbolizan como $g_i(x) \geq 0$, $i = 1, \dots, n$. Estas restricciones son aún más importantes que las anteriores en el problema de optimización estructural, pues permiten que el diseño óptimo no conduzca obligadamente a un diseño directo de máximo esfuerzo, como sucede en el caso de sólo existir restricciones de igualdad, con este tipo de restricciones (de desigualdad) es posible emplear otra técnica de optimización.

También las restricciones se clasifican en de "borde" y de "comportamiento". Las primeras se dan siempre en forma explícita y representan un límite máximo o mínimo que puede tomar una variable, en tanto que las segundas pueden ser o no explícitas y suelen referirse a límites de esfuerzos y desplazamientos aunque pueden tomar otras formas, como cotas en frecuencia de vibración o de resistencia al pandeo.

Una restricción lineal se representa dentro del espacio de diseño como un -- plano, y los puntos que lo forman son aquéllos que satisfacen con la igualdad dicha restricción. Cuando se trata de un diseño elástico de una estructura -- estáticamente indeterminada, esta superficie es curva y su gradiente es:

$$\nabla g_i(x) = \left[\frac{\delta g_i}{\delta X_1} \dots \frac{\delta g_i}{\delta X_n} \right]^T$$

La curvatura de dicha superficie, sirve para determinar la singularidad de -- una solución óptima. Esto se basa en la propiedad que se conoce como "CONVEXIDAD". Geométricamente significa que el trazar una cuerda entre dos puntos de la gráfica de una función de X , ésta nunca cae por debajo de la gráfica (fig. AI-3). Descrito matemáticamente:

$$f[\epsilon x^2 + (1 - \epsilon)x^2] \leq \epsilon f(x^1) + (1 - \epsilon) f(x^2)$$

En el presente caso las restricciones son funciones no lineales de las variables de diseño. Esto se debe a que aunque el método utilizado para el análisis, el de las rigideces, lleva a un sistema de ecuaciones lineales del tipo:

$$F = KJ$$

para la solución de dicho sistema se requiere de la inversión de K (K^{-1}) (aun que matemáticamente se usen métodos más eficientes); esto significa que existe una relación no lineal entre variables de diseño y los elementos constitutivos de K . Además K no es constante cuando cambia la simetría, tanto áreas como coordenadas.

Una de las fases más importantes en los estudios de optimización estructural es el planteamiento matemático del problema, se trata esencialmente de tener un procedimiento para determinar si una solución es o no factible y una vez encontrada ésta, para buscar una mejor.

La forma de conocer si una solución es factible o no, se representa dentro de la gráfica las restricciones que intervienen en un problema, formando los "espacios de diseño" (fig A1-4); cuando la solución cae dentro de las restricciones "dominantes", entonces se tiene una solución factible y en caso contrario, se dice que es un punto no factible o interno. Una vez encontrada una solución factible, es importante seleccionar un algoritmo que optimice el movimiento en busca de una solución más adecuada. Se debe resultar el hecho de que cuando no se consigue un mejor movimiento se llega a un punto donde las pruebas analíticas indican que no hay una mejor ubicación, esto indica que se ha alcanzado "un óptimo local" que no necesariamente coincide con un "óptimo global", a no ser que se logre comprobar que la superficie formada por las restricciones sea convexa.

Óptimo local. Es un valor máximo o mínimo de la función objetivo pero que puede quedar entre el mínimo y máximo globales que puede tomar ésta.

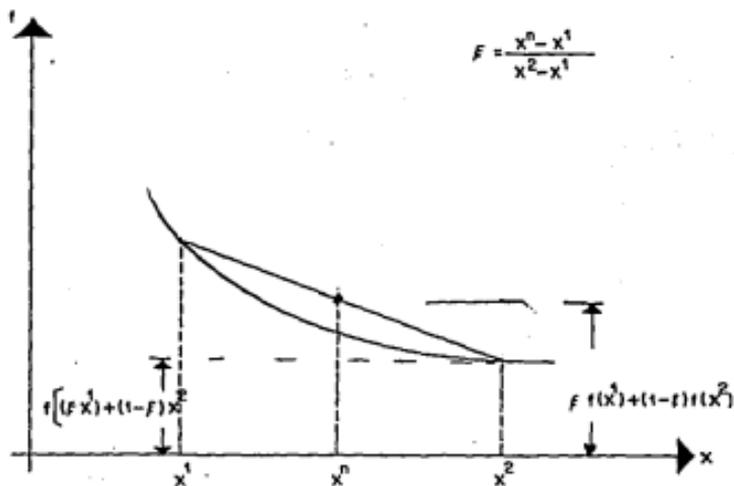


FIG.A.1.3 FUNCION "CONVEXA"

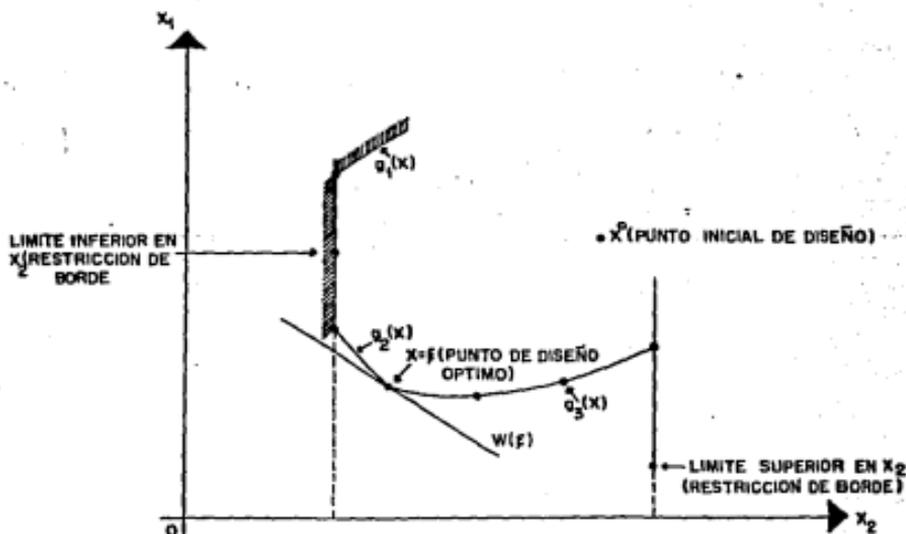


FIG.A.1.4 RESTRICCIONES DE UN PROBLEMA EN EL "ESPACIO DE DISEÑO"

Óptimo global. Es el menor o mayor valor que puede tomar la función objetivo; siempre es un valor extremo, en el presente caso interesa el mínimo peso de la estructura (fig AI-5).

Al igual que en la optimación de funciones multivariables sin restricciones, en la optimación de funciones con restricciones existen varios métodos de -- búsqueda; con evaluación de derivadas, como el método del "gradiente" antes mencionado, y métodos que no emplean el cálculo de derivadas, entre los últimos está el empleado en el algoritmo de optimación seleccionado para este -- trabajo (Programación dinámica).

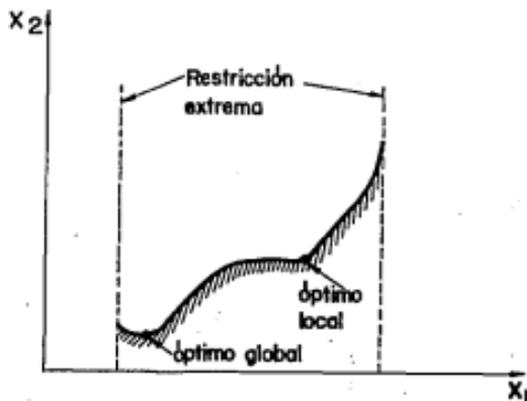


Fig. AI.5 Representación del óptimo global y el óptimo local.

A continuación se presenta el algoritmo "Complex", el cual puede emplearse en la técnica de programación dinámica para la optimación de cada una de las etapas del problema.

El método Complex fue desarrollado por Box en 1965 (ref), es una extensión del método Simplex introducido en 1962 por Spendley, Hext y Himswerth (ref) que posteriormente fue modificado por Nelder y Mead (1965 (ref). Este méto-

todo tiene la ventaja de manejar con facilidad las restricciones implícitas - en forma de desigualdad y no requiere el cálculo de cualquier derivada como - en los métodos del gradiente. Por otro lado, una de las desventajas que tiene este algoritmo es la de converger con lentitud en la cercanía del óptimo y de aquí la necesidad de realizar muchos cálculos. Sin embargo, es un método que nos asegura un óptimo global.

El método Complex requiere el uso de $K \geq (n + 1)$ vértices (fig AI-6), cada uno de los cuales debe satisfacer las restricciones impuestas. Estos vértices se deben calcular inicialmente de tal forma que satisfagan m restricciones:

$$g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

Entre estas restricciones, el método admite que las variables independientes se encuentren limitadas:

$$X_{ia} \leq X_i \leq X_{ib}$$

o que se incluyan variables dependientes adicionales (restricciones implícitas):

$$Y_i = Y_i(X) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

siendo la función objetivo:

$$f = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Procedimiento. Un Complex original de $K \geq N + 1$ puntos se genera de un punto de partida factible y $K - 1$ puntos adicionales generados por números aleatorios y restricciones para cada una de las variables independientes (fig AI-6).

$$X_{i,j} = X_{ia} + r_{i,j} (X_{ib} - X_{ia}) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

FIG. A16a COMPLEX CON a) DOS VARIABLES b) TRES VARIABLES

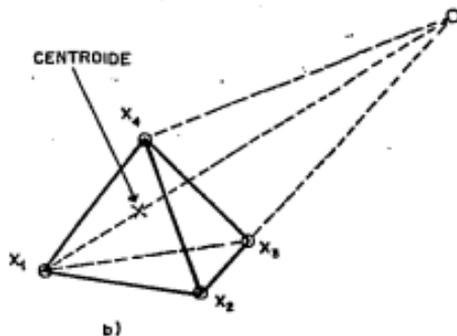
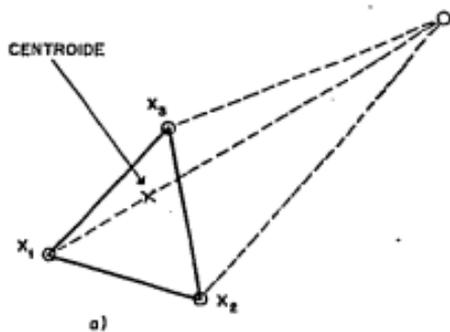
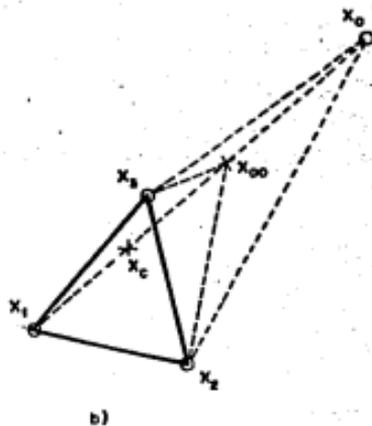
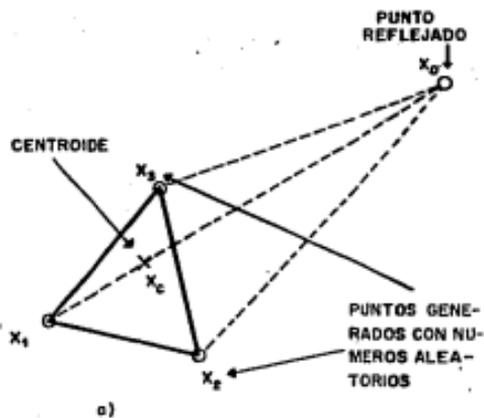


FIG. A16b COMPLEX EN a) EXPANSION DEL COMPLEX b) CONTRACCION DEL COMPLEX



donde

$X_{i,j}$	puntos adicionales
$r_{i,j}$	números generados aleatoriamente ente 0 y 1
X_{ia}, X_{ib}	restricciones inferior y superior de las variables independientes

Estos puntos forman una región en la fig. A.1.6 se ve como triangular, que no necesariamente debe satisfacer todas las restricciones implícitas. Si el punto de prueba no satisface las restricciones, éste se mueve un medio de la distancia que lo separa del centroide hacia éste último (primera regla, Boberdige y Schachter, ref.).

$$X_{i,j} \text{ (nueva)} = (X_{i,j} \text{ (anterior)} + \bar{X}_{i,c})/2 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

El procedimiento consiste en remplazar secuencialmente al vértice con el valor de la función por otro punto reflejado (fig AI-6) a una distancia α ($\alpha \geq 1$) del centroide. (segunda regla).

El punto reflejado $X_{i,n}$ es:

$$X_{i,n} = (1 + \alpha) X_{i,c} - \alpha X_{i,R}$$

donde

$X_{i,R}$ es el punto para el cual la función objetivo asume en la i -ésima iteración.

$$X_{i,c} \text{ centroide de los vértices} = \frac{1}{K-1} \left(\sum_{j=1}^R X_{i,j} - X_{i,R} \right)$$

Si $X_{i,n}$ cae dentro de la región de viabilidad, la función es evaluada ahí, y el mismo procedimiento de reflexión y remplazo se repite. Pero si este nuevo punto da el peor valor de la función, comparándola con sus valores en los otros vértices, su nueva posición de prueba se encuentra moviéndolo en medio de la distancia que lo separa del centroide (tercera regla), obteniéndose:

$$X_{i,n} = \frac{1}{2} (X_{i,n} + X_{i,c})$$

Si cualquier restricción es violada, el último punto calculado es nuevamente contraído un medio de la distancia que lo separa del centroide (cuarta regla).

Si en el cálculo de nuevos vértices, una de las restricciones no se satisface en X_i , esta variable se ajusta por una pequeña distancia dentro de los límites apropiados hasta producir un punto viable (quinta regla).

El procedimiento continúa hasta que el Complex se reduce próxima al centroide. Para valores de α mayores que la unidad producen un alargamiento continuo del Complex, que deben compensarse con movimientos hacia el centroide. El algoritmo se muestra particularmente rápido cuando X_i está alejado del óptimo (se recomienda $\alpha = 1.3$ y $\alpha = 2$ para obtener convergencia rápida aceptable).

APENDICE II. DESCRIPCION DEL PROGRAMA GENERAL DE COMPUTADORA

El programa de computadora diseñado para la obtención de la torre de transmisión óptima es una adaptación efectuada al programa de "MARCOS" realizado por el IIE, el cual es a su vez una adaptación del programa SAP-IV para análisis general de estructuras.

La lógica general del programa se muestra en el diagrama de flujo de la figura (AII-1). El proceso de reanálisis y variación geométrica es interrumpido cuando el peso de la geometría anterior es mayor en un 10%.

El programa esencialmente consiste de un módulo para el análisis, uno para diseño, otro para la variación geométrica y el último para el control de flujo del programa. El programa trabaja con memoria dinámica para el manejo de los arreglos. Con esto se reduce la demanda de memoria en la máquina haciendo con ello que para el dimensionamiento de los arreglos se trabaje con el tamaño de cada problema diferente.

El programa está codificado en "Fortran IV", y ha sido adaptado a la computadora UNIVAC de la S.C. Los cálculos son realizados en doble precisión (ésta es una recomendación explícita de los programadores de SAP-IV).

Para el análisis emplea el método de las rigideces, esto en general es por ser un método rápido y además por tener una mayor aplicabilidad que cualquier otro.

En el diagrama de flujo (fig AII.1) se puede notar que el programa principal de UYCON/TORRES (MAIN) es el que controla el flujo general de información, - en éste se establece la capacidad de memoria y el número de iteraciones máximas para la obtención de la estructura óptima. Otra de las subrutinas importantes es "Prepro" que es la que realiza la lectura de los datos de entrada, y además se encarga de completar y organizar los datos requeridos y guardarlos en un archivo.

Después de haber sido leídos los datos, el programa principal se encarga de llamar a las subrutinas pertinentes para continuar con los cálculos para obtener el diseño óptimo de la configuración inicial, la cual se define en la subrutina INICIA donde se asignan perfiles iniciales.

Estos perfiles se van variando de acuerdo a los perfiles asignados en la iteración anterior, en la subrutina DISAP (implementada en el IIE), ya con los resultados de ésta se transfiere el control al módulo de variación de configuración geométrica. El peso total obtenido se compara con el obtenido en la iteración anterior, si la diferencia es mayor que un valor prestablecido, y además no se ha excedido el número de iteraciones se procederá a realizar más iteraciones, hasta lograr la convergencia.

Para el asignamiento de perfiles sólo se consideraron perfiles fabricados en el país y además disponibles en el mercado. En la adaptación de la subrutina de diseño óptimo se elaboraron dos catálogos, uno de ellos es de perfiles rolados (AHMSA) y el segundo de placa doblada en frío (AESAS). Estos catálogos contienen la información necesaria para el programa y se considera que cubren

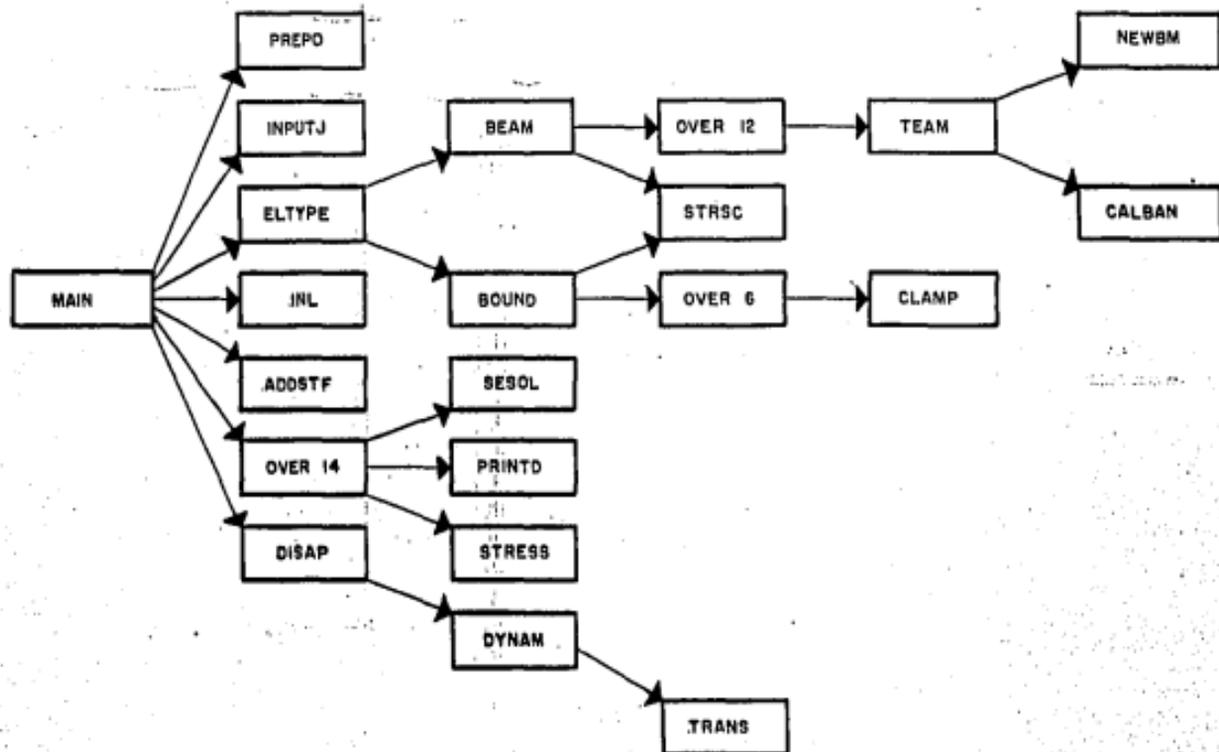


FIG. A.11.1 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA GENERAL

razonablemente todos los casos que pudieran presentarse en el dimensionamiento de las torres de líneas de transmisión.

DESCRIPCION DE LAS SUBROUTINAS DEL PROGRAMA GENERAL

- | | | |
|----|--------|---|
| 1 | MAIN | Programa principal, coordina el flujo de información y controla en general el procesamiento de toda esta información a través de las subrutinas principales del programa. |
| 2 | INPUTJ | Lectura de la información que define a los puntos nodales de la estructura. |
| 3 | ELTYPE | Selección del tipo de elemento a emplear, en este caso, -- elemento viga o elemento frontera. |
| 4 | BEAM | Guarda las fuerzas que actúan sobre los elementos viga, e un archivo de disco. |
| 5 | BOUND | Guarda las fuerzas que actúan sobre los elementos frontera, en un archivo de disco. |
| 6 | INL | Entrada de las cargas aplicadas en los nodos de la estructura. |
| 7 | ERROR | Marca error cuando se excede la capacidad del programa principal. |
| 8 | ADDSTF | Agrupar las ecuaciones de equilibrio (globales) en bloques. |
| 9 | PRINTD | Imprime los desplazamientos de los puntos nodales de la estructura. |
| 10 | STRESS | Calcula las fuerzas internas para todos los elementos y para diferentes condiciones de carga. |
| 11 | CALBAN | Calcula el ancho de semibanda y guarda la matriz de rigideces en un archivo de disco. |
| 12 | TEAM | Forma la matriz de rigidez de un elemento viga tridimensional. |
| 13 | NEWBM | Forma la matriz de rigidez del nuevo elemento. |
| 14 | CLAMP | Calcula los cosenos directores con respecto a los ejes de los elementos. |
| 15 | SESOL | Resuelve el sistema de ecuaciones |
| 16 | INICIA | Inicializa propiedades geométricas de los elementos. |
| 17 | PREPRO | Genera puntos nodales y elementos para cálculo de reacciones. |
| 18 | DISAP | Hace el diseño óptimo de todos los elementos estructurales. |

- 19 OVER 6, Subrutinas auxiliares.
14, 2
- 20 DYNAM Programa principal para el cálculo de la geometría óptima. Coordina la optimación de fases y ejecuta la recursión - para definir la dirección o trayectoria óptima, se imprimen los retornos finales, valores de decisión y valores - de fases.
- 21 TRANS Especifica la transformación de la fase