

00576
2ej.
2

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NUCLEARES
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE QUIMICA**



FISICA DE NEUTRONES ULTRAFRIOS

TRABAJO DE INVESTIGACION

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRIA EN CIENCIAS NUCLEARES**

P R E S E N T A:

JORGE ALBERTO VILLALOBOS MONTALVO

1 9 8 2

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE.

Resumen ... 1

Introducción ... 3

Parte I.- Teoría del Transporte de Neutrones Ultrafríos ... 11

Parte II.- Diseño Conceptual de un Espectrómetro de Neutrones Ultrafríos ... 75

Parte III.- ¿Es posible hacer investigación con neutrones ultrafríos en México? ... 109

Referencias: Partes I, II y III ... 118

Apéndice A: Física de Neutrones Ultrafríos ... 127

Capítulo 1.- Aspectos fundamentales ... 128

Capítulo 2.- Producción de Neutrones Ultrafríos ... 166

Capítulo 3.- Confinamiento de Neutrones Ultrafríos ... 183

Capítulo 4.- Teoría de las secciones eficaces de dispersión a bajas energías. ... 205

Capítulo 5.- Teoría elemental de las reacciones nucleares a muy bajas energías. ... 216

Capítulo 6.- Importancia teórica y experimental de los neutrones ultrafríos. Aplicaciones. ... 238

Apéndice B: Referencias. ... 286

Apéndice C: Nomenclatura. ... 298

Anexo 1.- Método de Síntesis Variacional con colapsamiento de grupos para el cálculo aproximado de distribuciones de flujo

neutrónico en dos dimensiones para reactores BWR ... 304

Referencias (Anexo 1) ... 330

RESUMEN

El presente trabajo trata sobre el comportamiento de los NUF*, es decir neutrones con energías menores de 2×10^{-7} eV en una gran variedad de situaciones. El autor desarrolla la teoría del transporte de NUF, la cual es singular debido a la aparición de un término de fuerza y a la naturaleza del kernel de dispersión. Desarrolla también el diseño conceptual de un espectrómetro de NUF y de su sistema de detección asociado. El autor plantea también la factibilidad de desarrollar en México investigación con NUF, llegando a la conclusión de que tal cosa es posible por lo cual se desarrolla un organigrama para planificar tal investigación.

Un trabajo de investigación bibliográfica, síntesis, cálculo y redacción dió por resultado un texto de física de NUF. En tal trabajo se desarrollan los siguientes temas: propiedades generales de los neutrones, concentración de los NUF en el espectro lento de los reactores térmicos, comportamiento clásico y cuántico de los NUF en campos gravitacionales, confinamiento mecánico y magnético de los NUF, dispersión a muy bajas energías, reacciones nucleares a muy bajas energías y una gran cantidad de aplicaciones, entre las que

* Neutrones ultrafríos.

destacan la medición del tiempo de vida media del neutrón y de su momento eléctrico dipolar, aplicaciones en física del estado sólido, en física nuclear, y en física teórica, entre éstas últimas particularmente las relacionadas con la gravitación y la óptica de neutrones.

INTRODUCCION

El presente trabajo trata sobre el comportamiento, en una gran variedad de situaciones, de los neutrones ultrafríos*, es decir neutrones con energías menores de 2×10^{-7} eV. La exposición se ha dividido en cuatro partes, las tres primeras corresponden a contribuciones originales del autor y por ello se han destacado sobre las otras. La última parte, que aparece como Apéndice A, constituye una revisión bibliográfica completa del tema de física de neutrones ultrafríos y de la información que le es colateral. El autor juzga que las cuatro partes son igualmente valiosas, de hecho todas han requerido para su elaboración de una cantidad de tiempo proporcional a su extensión. Esta advertencia es importante: el lector no debe creer que lo que aparece como Apéndice A es material menos importante, de hecho sin este material difícilmente se puede entender el restante. La única razón para que al material del apéndice se le haya separado es que el material en sí mismo no constituye una contribución original del autor, aunque el trabajo de investigación, de síntesis, de cálculo y de presentación si lo sea.

* Se usará frecuentemente NUF como abreviatura de neutrones ultrafríos.

El conjunto de las cuatro partes en que está dividido - este trabajo constituyen un texto de física de NUF que es de utilidad para estudiantes de los posgrados de Física y de -- Ciencias Nucleares, así que un objetivo primordial de este - trabajo es que quien lo lea aprenda. Usado como texto el tra- bajo debe leerse en la siguiente forma*:

Apéndice A.- Física de Neutrones Ultrafríos. Los capítulos- 1 a 3.

Parte I.- Teoría del Transporte de Neutrones Ultrafríos. To- da.

Apéndice A.- Física de Neutrones Ultrafríos. Los capítulos- 4 y 5.

Parte II.- Diseño Conceptual de un Espectrómetro de Neutro- nes Ultrafríos y de un Detector de Neutrones Ultrafríos. To- da.

Apéndice A.- Física de Neutrones Ultrafríos. El capítulo 6.

Parte III.- ¿ Es posible hacer investigación con neutrones-- ultrafríos en México?

Este es el orden en que el trabajo debe leerse para aprender sobre física de neutrones ultrafríos lo más posible y aún pa- ra entender adecuadamente las contribuciones originales del-

* Recurrir al Índice para ver los detalles.

autor.

En la Parte I se desarrolla una teoría del transporte de neutrones ultrafríos. La razón por la que se puede hacer una contribución original a este respecto es que en la ecuación de transporte de los NUF aparece el término adicional:

$$\frac{\vec{F}}{m} \cdot \frac{\partial m}{\partial \vec{v}}$$

que se debe a la acción de una fuerza externa sobre los neutrones. Los dos tipos de fuerzas externas que se tratan son la de atracción gravitacional y la debida a un campo magnético no uniforme. Tales fuerzas tienen acciones despreciables sobre los neutrones que no se encuentran en el intervalo ultrafrío de energías y por ello no se tratan explícitamente para el caso de las aplicaciones más comunes de los neutrones, así que un objetivo de este trabajo fué analizar las implicaciones de tal término de fuerza externa. Algunas de las implicaciones analizadas tienen solo un interés formal, pero el autor ha analizado los problemas más importantes del transporte de neutrones ultrafríos que tienen interés práctico.

En la Parte II se diseña conceptualmente un espectrómetro de neutrones ultrafríos y su sistema de detección asociado.

do. El autor buscó durante algún tiempo un diseño de espectrómetro que cubriera la mayor cantidad de campos de aplicación, pero descubrió que los espectrómetros se diseñaban para el estudio de problemas muy específicos por lo que diseñó uno él mismo. La motivación principal fué entonces diseñar un espectrómetro con un número máximo de aplicaciones.

En la Parte III se analiza la factibilidad de la investigación con neutrones ultrafríos en México y se propone un organigrama de tal experimentación. Es inútil tratar de entender tal parte sin haber leído atentamente los capítulos 2 y 6 del Apéndice A. Esta discusión es de utilidad pues el autor está convencido de que es posible efectuar investigación de alto nivel con NUF en México. La razón de esto es que la investigación de las muy bajas energías con neutrones no requiere de las estratosféricas inversiones monetarias requeridas para la investigación de las muy altas energías.

En el apéndice A: Física de Neutrones Ultrafríos, se sintetiza mucha información. Comenzaremos estudiando las propiedades importantes de los neutrones y situaremos a los ultrafríos dentro de su especie. Debido a que los neutrones ultrafríos solo pueden obtenerse en la actualidad de haces de neutrones lentos extraídos de reactores nucleares térmicos, será importante entonces conocer su espectro de energías en-

reactores de este tipo. Tal espectro es aproximadamente maxwelliano, de manera que usando principios de la Termodinámica Estadística, elementales, podremos calcular la fracción de neutrones ultrafríos en espectros lentos y, además, obtendremos algunos resultados de utilidad en las secciones siguientes.

Armados con nuestros conocimientos básicos sobre los neutrones ultrafríos, procederemos a estudiar su comportamiento en el campo gravitatorio terrestre, lo cual es fundamental para la comprensión de muchos de los fenómenos en que intervienen. Esto solo requiere, en la aproximación clásica, de cuestiones muy elementales de mecánica: el tiro parabólico. Debido a que los neutrones ultrafríos son tanto ondas como partículas, con una longitud de onda extremadamente grande, es decir su energía es muy pequeña en comparación a las otras partículas, presentarán comportamiento de naturaleza cuántica en fenómenos ligados con la gravitación.

En el capítulo 2 tratamos el tópico básico de como producir neutrones ultrafríos. De nada serviría hacer elucubraciones, no sustentadas por experimentos si éstos no existieran. De hecho los neutrones ultrafríos existen y son utilizados actualmente en importantes experimentos. Aunque hemos llamado a este capítulo: " Producción de Neutrones Ultrafríos " es

posible que un nombre más adecuado hubiera sido "Desaceleradores de Neutrones Lentos". El lector quedará desilusionado de lo poco "sofisticados" que son tales artefactos, por ejemplo en comparación a los grandes aceleradores de partículas. La única manera de acelerar neutrones de manera práctica es simplemente dejándolos caer, así que un acelerador de neutrones de tal naturaleza es aún más repelente para los físicos e ingenieros "sofisticados".

Los neutrones ultrafríos pueden ser guardados en botellas materiales o en campos magnéticos no uniformes, éstos últimos son más eficientes para tal propósito pero requieren, ahora sí, ciertas sofisticaciones. Un laboratorio pobre empleará botellas de cobre para guardarlos y no bobinas superconductoras. El autor se ha sorprendido de descubrir que es mucho más sencillo de explicar el confinamiento de neutrones en campos magnéticos que el confinamiento de plasmas en ellos. Así, propone que cuando se pretenda enseñar conceptos básicos sobre confinamiento se empiece por explicar el de los neutrones ultrafríos. ¿Por qué de los neutrones ultrafríos y no de otros? Todo esto lo veremos en el capítulo 3.

En el capítulo 4 se desarrollan algunos formalismos que serán de utilidad para el desarrollo de la teoría del transporte de los neutrones ultrafríos que se desarrolla en la --

Parte I. En este capítulo se estudia también el comportamiento general de las secciones eficaces de dispersión a energías muy bajas, tales energías incluyen los intervalos frío y ultrafrío así como el térmico (ver la sección 1.1)*

El capítulo 5 aplica ideas bien desarrolladas de la física nuclear y la mecánica cuántica al estudio del comportamiento de las secciones eficaces a muy bajas energías (ultrafrías). Este capítulo puede tener interés solo para físicos nucleares, pero esta es una rama de la física de neutrones demasiado hermosa e ignorada por los "tecnólogos nucleares". El autor apremia a éstos, el forma parte de ellos, para que la estudien.

En el capítulo 6 echamos a volar la imaginación. Las aplicaciones más importantes de los neutrones ultrafríos en la actualidad son: la determinación de la vida media del neutrón con un alto nivel de confianza y la determinación, si existe, de su momento dipolar eléctrico. De existir éste último, y el autor desea que esto suceda, nuestras ideas actuales sobre el mundo físico se verían grandemente afectadas. Este capítulo requiere algún conocimiento sobre partículas elementales y de las operaciones de simetría C, P y T, aun--

* Notar que los números arábigos se referirán siempre al Apéndice A con el fin de evitar confusiones.

que no nos meteremos con la teoría de grupos. Luego, como dijimos, echaremos a volar la imaginación llenando desde el diseño de un espectrómetro de neutrones ultrafríos hasta un microscopio "neutrónico", pasaremos por las fronteras de la mecánica cuántica y por la región en donde ésta y la gravitación juegan un papel importante.

Los apéndice B y C son el material de apoyo indispensable de todo el trabajo: las referencias bibliográficas y la nomenclatura que se emplea. El Anexo 1 tiene valor como material de apoyo original ya que en el texto no se trata el problema del cálculo de la distribución espacial del flujo de neutrones en los reactores nucleares, problema relacionado con la producción de neutrones ultrafríos.

Finalmente, el presente trabajo tiene su origen en el interés que surgió en el autor por la física de neutrones experimental al cursar las materias "Física de Neutrones" y "Laboratorio del Reactor", y en el interés por la física teórica de neutrones al cursar la materia "Física de Reactores", particularmente después de un seminario sobre termalización de neutrones que presentó en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Química.

PARTE I.- TEORÍA DEL TRANSPORTE DE NEUTRONES ULTRAFRÍOS.

I.1 DERIVACION DE LA ECUACION GENERAL DE TRANSPORTE.

La ecuación de transporte de neutrones ultrafríos* puede obtenerse de la siguiente manera sencilla (1) ** : la rapidez de cambio de la densidad local de partículas $n(\bar{r}, \bar{v}, t)$ durante su trayectoria puede relacionarse con el cambio en la densidad local debido a las colisiones, fuentes y decaimiento -- radiactivo mediante:

$$\frac{Dn}{Dt} = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{\text{colisiones}} + S - \lambda n \quad (I.1)$$

En donde Dn/Dt es la derivada "sustancial" de $n(2,3)$, S la densidad de emisión de la fuente y λ la constante de decaimiento radiactivo de los neutrones . Por definición:

$$\frac{Dn}{Dt} = \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial \bar{r}}{\partial t} \cdot \frac{\partial n}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} \cdot \frac{\partial n}{\partial \bar{v}} \quad (I.2)$$

$$\frac{Dn}{Dt} = \frac{\partial n}{\partial t} + \bar{v} \cdot \frac{\partial n}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial n}{\partial \bar{v}} \quad (I.3)$$

Iguando (I.1) con (I.3) se obtiene:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \bar{v} \cdot \frac{\partial n}{\partial \bar{r}} + \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial n}{\partial \bar{v}} = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_c + S - \lambda n \quad (I.4)$$

* Emplearemos frecuentemente NUF como abreviatura de neutrones ultrafríos.

** Los números entre paréntesis son las referencias que se encuentran después de la parte III.

La ecuación (I.4) es una forma muy general de la ecuación de transporte de NUF y su parte izquierda es lo que se conoce como término de corriente, el cual es común a todas las ecuaciones de transporte. El término de corriente puede ser obtenido de las ecuaciones de Hamilton o de la ecuación de Liouville.

La manera más común de derivar la ecuación de transporte de neutrones consiste en hacer un balance de la cantidad de ellos en un volumen arbitrario, tal volumen se toma como independiente del tiempo, si bien tal suposición puede ser abandonada. Sin embargo, en tales derivaciones no aparece generalmente el término de fuerza. Por ello es conveniente derivar la ecuación de transporte de la condición de balance incluyendo el término de fuerza, para lo cual nos basaremos en (4).

Un neutrón con coordenadas (\bar{r}, \bar{v}) en un tiempo t , tendrá coordenadas $(\bar{r} + \bar{v}\delta t, \bar{v} + (\bar{F}/m)\delta t, t + \delta t)$ en el tiempo $t + \delta t$. La condición de balance puede expresarse como:

$$n(\bar{r} + \bar{v}\delta t, \bar{v} + \bar{F}/m\delta t, t + \delta t) d^3r' d^3v' = \quad (I.5)$$

$$n(\bar{r}, \bar{v}, t) d^3r + d^3v + \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c \delta t d^3r + d^3v + [S - \lambda n] d^3r + d^3v$$

pero como: $d^3r' + d^3v' = d^3r + d^3v \quad (I.6)$

ya que \bar{F} solo depende de la posición, ver la figura I.1, se tiene que:

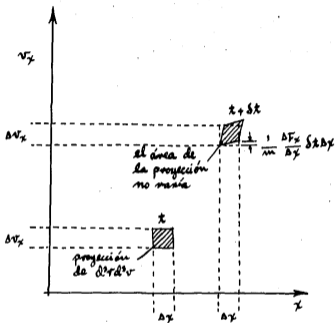


Fig. I.1 :- Invariancia del elemento de volumen $d^3r d^3v$ bajo condiciones de evolución dinámica.

$$M(\vec{r} + \vec{v} \delta t, \vec{v} + \vec{F}/m \delta t, t + \delta t) = M(\vec{r}, \vec{v}, t) + \left(\frac{\partial M}{\partial t}\right)_c \delta t + S - \lambda M \quad (I.7)$$

El lado izquierdo puede expresarse como una serie de potencias en δt , para ello usaremos (27):

$$f(\vec{x} + \vec{a}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (\vec{a} \cdot \nabla)^n f(\vec{x}) \quad (I.8)$$

que para una expansión de primer orden queda como:

$$f(\vec{x} + \vec{a}) = \vec{a} \cdot \nabla f(\vec{x}) \quad (I.9)$$

Podemos ahora identificar el vector \vec{a} mediante la ecuación (I.5) para efectuar la expansión, hecha ésta tomaremos el límite de la expresión cuando δt tiende a cero para obtener:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_r M + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \nabla_v M = \left(\frac{\partial M}{\partial t}\right)_c + S - \lambda M \quad (I.10)$$

que es justamente la ecuación de transporte de neutrones que habíamos derivado de otra forma.

La ecuación de transporte tal como ha sido formulada -- tiene solo un interés formal.

Los términos de fuerza externa más comunes en el transporte de los NUF tienen la forma:

$$\vec{F} = m \vec{g} \quad (I.11)$$

$$\vec{F} = \vec{\mu} \cdot \nabla \vec{B} \quad (I.12)$$

El primero de ellos, que es el término de fuerza gravitacional, juega un papel primordial en el transporte de NUF debido a la pequeña energía de éstos (Ver la sección 1.4 del apéndice A).-- El segundo de ellos, que es el término de fuerza resultante de la interacción del momento magnético del neutrón con un campo

magnético externo, juega un papel muy importante en el estudio del transporte de NUF dentro de confinadores magnéticos (ver - la sección 3.3 del apéndice A).

El término de fuerza gravitacional se introduce en la - - ecuación de transporte en función de su única componente no nula:

$$F_y = m g_y \quad (I.13)$$

y en nuestro caso podemos considerar:

$$g(y) = g = \text{constante} \quad (I.14)$$

por lo que tenemos finalmente:

$$\frac{\partial M}{\partial x} + \vec{v} \cdot \nabla_r M - g \frac{\partial M}{\partial v_y} = \left(\frac{\partial M}{\partial x} \right)_c + S - \lambda M \quad (I.15)$$

El término de fuerza debida a un campo magnético externo depende de la orientación del spin del neutrón y de la configuración del campo. En la sección 3.3 del apéndice A explicamos en detalle como actúa tal término pero vamos a resumizar los - resultados aquí debido a su importancia, éstos son:

- a) Si el momento magnético es paralelo al campo externo, actuará una fuerza en la dirección en que se incrementa el campo.
- b) Si el momento magnético es antiparalelo al campo externo, - actuará una fuerza en la dirección en que decrece el campo.
- c) Si el campo externo es uniforme, la fuerza será nula.

A continuación demostraremos las afirmaciones anteriores. La fuerza que un campo magnético externo no uniforme ejerce so

bre el neutrón debido a su momento dipolar magnético está dada por (5):

$$F = \bar{\mu} \times \nabla \times \bar{B} = \nabla(\bar{\mu} \cdot \bar{B}) = \bar{\mu} \cdot \nabla \bar{B}$$

En donde la última igualdad se da solo para campos no de pendientes del tiempo. Ahora bien, $\nabla \bar{B}$ apunta siempre en la dirección de máxima variación de \bar{B} (6) y el momento dipolar en un campo magnético externo solo tiene dos orientaciones po sibles una paralela y otra antiparalela al campo (o por lo me nos la única componente observable del momento tendrá dichas orientaciones) (7). Como $\bar{\mu} \cdot \nabla \bar{B}$ es la proyección de $\bar{\mu}$ sobre $\nabla \bar{B}$ y esta toma el valor $|\bar{\mu}|$, al ser el ángulo entre $\bar{\mu}$ y $\nabla \bar{B}$ de 0° ó 180° , esto prueba nuestras afirmaciones.

Para ejemplificar consideremos un campo magnético de simetría esférica* como el que se utiliza para confinar NMF, -- tal campo está representado por:

$$B_r = B_0 r^2 \quad 0 < r \leq a \quad (I.16)$$

$$B_r = B_0 \quad r = r_0 = 0 \quad (I.17)$$

Utilizando la ecuación (I.12) y suponiendo que los spines de los neutrones son paralelos al campo magnético tenemos:

* Para nuestros propósitos no es de interés considerar el complicado arreglo de bobinas de Helmholtz necesario para producir un campo de tales características.

$$\vec{F} = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial r} \hat{r}_0 = -2\mu B_0 r \hat{r}_0 \quad (I.18)$$

en donde hemos usado el sistema de coordenadas ilustrado en la figura I.2. Como en un campo magnético externo solo hay -- dos posibles orientaciones del spin, para los neutrones cuyo spin les confiere un momento magnético paralelo al campo tendremos:

$$\vec{F} = 2\mu B_0 r \hat{r}_0 \quad (I.19)$$

En su estado natural, es decir no polarizado, los espines de los neutrones están orientados al azar de manera que 50% de los neutrones que entren a un confinador magnético de esta -- naturaleza se perderán.

Es obvio que la introducción del término de fuerza magnética en la ecuación de transporte conduce a complejidades -- extremas aún en configuraciones muy sencillas del campo magnético, así que tal tratamiento no puede hacerse incluso cuando se hace la aproximación de difusión. El autor propondrá un método para el ataque del problema en la sección I.3 para el caso de la fuerza gravitacional, pero tal método tiene aplicación inmediata cualquiera que sea la fuerza externa.

La constante de decaimiento radiactivo de los neutrones puede obtenerse fácilmente de:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \quad (I.20)$$

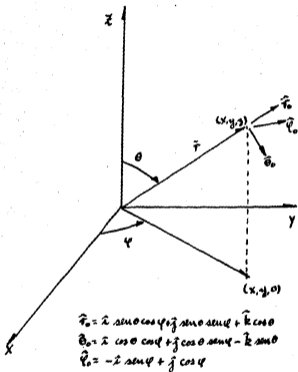


Fig. I. 2 :- Coordenadas polares esféricas.

y vale (8,9):

$$\lambda = 0.065391 \text{ min}^{-1} \quad (\text{I.21})$$

El proceso de decaimiento radiactivo se toma en cuenta -- solo cuando la escala de tiempo involucrada en el fenómeno -- que se estudie sea tal que implique una disminución importante del número de neutrones debida a este proceso. Por ejemplo, si confinamos neutrones ultrafríos, digamos durante un tiempo de 1 minuto:

$$e^{-\lambda t} = 0.9367$$

lo cual indica que se pierde el 6.33% de los neutrones y aquí será necesario considerar dicho término. En cambio, si consideramos neutrones de 6 m/s recorriendo un tubo guía de 15 m -- de largo, lo cual hacen en 2.5 s, tendríamos:

$$e^{-\lambda t} = 0.9973$$

que nos indica ahora una pérdida de solo 0.27% de los neutrones, así que en este caso el término se puede despreciar. Es importante hacer notar que los haces de neutrones ultrafríos tienen flujos muy bajos, por ejemplo 10-10000 NUF/cm² s.

En la figura I.3 describimos los distintos procesos que pueden sufrir los NUF en una trayectoria parabólica, pero es lógico que tal trayectoria podría ser también una hélice, una circunferencia, etc.

El término más característico de la ecuación de transporte, además del de fuerza, es el de colisiones que estudiare--

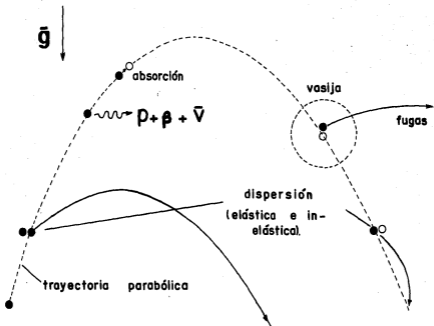


Fig. I.3:- Intensidades de los neutrones ultrasónicos.

nos en la sección siguiente y cuyos formalismos se estudian en la sección 4.2 del apéndice A.

1.2 EL TERMINO DE COLISION.

El transporte de neutrones es un fenómeno de naturaleza - autodifusiva en el que éstos se difunden a través de un medio interactuando estocásticamente, mediante colisiones, con la estructura microscópica del mismo. Tales procesos son descritos, generalmente, por términos de colisión lineales (10). Esto -- quiere decir que las interacciones de los neutrones con ellos mismos son despreciables, lo cual es particularmente cierto en el caso de los NUF ya que la densidad de los haces es muy baja.

El término de colisión para la interacción de los neutrones con la materia tiene la forma (11):

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c = -v \Sigma_t(n(\vec{r}, \vec{v}, t)) + \int d^3v' v' \Sigma_s(\vec{r}, \vec{v}' \rightarrow \vec{v}) n \quad (1.22)$$

Esta sigue siendo aún una forma muy general. En el caso de -- los NUF como se analiza en el apéndice A: $\Sigma_a \ll \Sigma_s$ *

y podríamos aproximar:

$$\Sigma_t \approx \Sigma_s$$

pero este no es el caso de neutrones fríos de baja energía, --

* Los subíndices de las secciones eficaces macroscópicas, Σ , significan: a = absorción, s = dispersión y t = total.

así que con el propósito de conservar algo de generalidad no haremos tal simplificación.

El término particularmente importante de (I.22) es el -- kernel de dispersión:

$$Z_s(\vec{r}, \vec{v}' \rightarrow \vec{v})$$

que se estudia en detalle en el capítulo 4 del apéndice A.

En los problemas y aplicaciones más importantes en donde intervienen los NUF estos interactúan con: gases, y podemos considerar al vacío como un gas muy enrarecido, y con líquidos cuánticos. La interacción con sólidos presenta características muy peculiares que se estudian en detalle en la sección 3.2 del apéndice A, de manera que no tiene sentido tratar problemas de transporte de NUF en sólidos. Desarrollaremos un kernel de dispersión para cada uno de los casos de interés.

Consideraremos primero un gas de esferas rígidas de masa A. Debido a su baja energía los NUF no pueden excitar los grados de libertad rotatorios o vibratorios de gases reales, por lo que nuestra aproximación será muy buena. Veamos como es esto. Las energías medias de un oscilador y de un rotor están dadas por (12):

$$\bar{E}_v = k\theta_{vib.} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\exp(\theta_{vib.}/T) - 1} \right]$$

y

$$\bar{E}_r = kT \left[1 - \frac{1}{3} \frac{\theta_{rot.}}{T} - \frac{1}{45} \frac{\theta_{rot.}^2}{T^2} + \dots \right]$$

en donde Θ_{vib} , y Θ_{rot} . Son las temperaturas características de vibración y rotación (respectivamente) de la molécula, y k es la constante de Boltzmann:

$$k = 0.861735 \times 10^{-4} \text{ eV/}^\circ\text{K}$$

En la tabla I.1 mostramos Θ_{rot} . y Θ_{vib} . para diferentes moléculas diatómicas, sus valores y las ecuaciones anteriores nos indican que aún a temperaturas del orden de 10^{-3}°K las energías rotacionales y vibracionales de este tipo de moléculas son de 10^{-1} eV para el caso del movimiento vibratorio y 10^{-6} eV para el movimiento rotacional. Por supuesto hasta 4.18°K solo el He continúa siendo un gas, considerando todas las sustancias conocidas, y su molécula es monoatómica, por lo que no presentará rotación y vibración (13). Para el caso de moléculas poliatómicas el estudio es más complicado, pero las conclusiones son similares (14).

Tabla I.1.- Temperaturas Características de Rotación y Vibración de Moléculas Diatómicas*.

SUSTANCIA	Θ_{vib} , °K	Θ_{rot} , °K
H ₂	6382	87.5
OH	5411	27.2
HCl	4331	15.2
CH	4145	20.8
N ₂	3416	2.88
HR ₂	3839	12.2
CO	3143	2.78
NO	2758	2.45
O ₂	2289	2.08
Cl ₂	1813	0.346
BR ₂	468	0.116
Na ₂	231	0.223
K ₂	134	0.081

* De la referencia (15).

Derivaremos el kernel de dispersión del gas de esferas rígidas empleando el llamado "formalismo dependiente del tiempo", el cual se estudia en las secciones 4.1 y 4.2 del apéndice A. Emplearemos la Ecuación (4.39):

$$\mathcal{f} = N^{-1} \sum_{l=1}^N \langle e^{iH_l(\bar{K})t/\hbar} e^{-iH_0 t/\hbar} \rangle_t$$

en donde \mathcal{f} es la transformada de Fourier de la llamada ley de dispersión (Ver la sección 4.1), $H_l(\bar{K})$ es el hamiltoniano del estado l , H_0 el hamiltoniano del estado inicial y $\langle \dots \rangle_t$ indica un promedio sobre el tiempo.

Para el gas de esferas rígidas de masa A :

$$H_0 = \frac{p^2}{2A}$$

$$H_l = \frac{(\bar{p} + \hbar \bar{k})^2}{2A}$$

De la ecuación (4.39) tendríamos:

$$\mathcal{f}(\bar{k}, t) = \frac{\text{Tr} \left\{ \exp(-p^2/2AKT) \exp\left(i \frac{(\bar{p} + \hbar \bar{k})^2}{2A\hbar} t\right) \times \exp(-i(p^2/2A\hbar)t) \right\}}{\text{Tr} \left\{ \exp(-p^2/2AKT) \right\}} \quad (\text{I.23})$$

en donde hemos multiplicado en el numerador y denominador por el promedio temporal de $\exp(-p^2/2AKT)$, que conmuta con los otros términos al no depender explícitamente del tiempo (16). El promedio sobre el tiempo es la traza de la matriz de representación, es decir:

$$\text{Tr} \rightarrow \int \dots d\bar{p}$$

de donde:

$$\chi(\bar{k}, t) = \frac{e^{\frac{i\hbar k^2 t}{2A}} \int \exp\left(-\frac{p^2}{2AKT} + \frac{i\bar{k} \cdot \bar{p} t}{A}\right) d\bar{p}}{\int \exp\left(-\frac{p^2}{2AKT}\right) d\bar{p}} \quad (\text{I.24})$$

así que:

$$\chi(\bar{k}, t) = \exp\left[\frac{\hbar k}{2A} \left(i t - \frac{\hbar T}{\hbar} t^2\right)\right] \quad (\text{I.25})$$

Tomando la transformada inversa de Fourier de:

$$S(\bar{k}, \omega) = \left(\frac{A}{2\pi \hbar^2 k^2 \hbar T}\right) \exp\left\{\frac{-A(\hbar \omega - \hbar^2 k^2 / 2A)^2}{2 \hbar^2 k^2 \hbar T}\right\} \quad (\text{I.26})$$

e integrando para todos los ángulos:

$$\begin{aligned} \sigma(E_0 \rightarrow E) = \frac{A G_0}{8 E_0} \left\{ \text{ERF}(\eta X \mp \rho X_0) \mp \text{ERF}(\eta X \pm \rho X_0) \right. \\ \left. + \exp[-(X^2 - X_0^2)] [\text{ERF}(\pm \rho X \mp \eta X_0) - \text{ERF}(\rho X \mp \eta X_0)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

en donde se usa el signo superior si $E \geq E_0$ y el inferior si $E \leq E_0$. En el apéndice I de (16) pueden verse las indicaciones para hacer la integral, es un problema sencillo pero algo laborioso y requiere de algún conocimiento sobre variable compleja.

Se ha usado: $\eta = \frac{A+1}{2\sqrt{A}}$ $\rho = \frac{A-1}{2\sqrt{A}}$ $X = (\beta E)^{\frac{1}{2}}$

Si nos acordamos de la definición:

$$\sigma(E_0) = \int_0^{\infty} dE \sigma(E_0 \rightarrow E)$$

podemos obtener

$$\sigma(E_0) = \sigma \left\{ \left(1 + \frac{1}{2\beta}\right) [\text{ERF}(\beta)]^{\frac{1}{2}} + (\pi\beta)^{-\frac{1}{2}} e^{-\beta} \right\}$$

en donde: $\beta = Ax_0^2$
para simplificar la escritura.

Para energías pequeñas:

$$\beta = \lambda \beta E_0 \ll 1 \quad (I.29)$$

y la ecuación (I.28) se reduce a:

$$\sigma(E_0) = 2\sigma_0 (\pi \lambda \beta E_0)^{-\frac{1}{2}} \quad (I.30)$$

que está de acuerdo con la ley $1/v$. Es claro que en el caso - límite con $E = 0$ el modelo predice:

$$\sigma(E_0) \rightarrow \infty \quad (I.31)$$

lo cual se sentía venir debido a la dependencia $1/v$. Como los NUF no pueden tener jamás $v=0$ por razones que se ven en 1.4.2, adoptaremos el modelo del gas de esferas rígidas como el kernel de dispersión de los NUF en cualquier gas. Para el caso particular de $\lambda = 1$ el modelo se conoce como modelo del gas de protones o modelo de Wigner-Wilkins.

Una característica importante del kernel de dispersión del gas de esferas rígidas es que es isotrópico, como era de esperarse. Queremos resaltar este hecho ya que como sabemos - una característica de las colisiones de muy baja energía es - su isotropía.

El modelo del gas de protones, a ojos del autor este nombre siembra la duda en el lector de si se trata de un plasma, diremos pues que es un gas de protones "neutros", se puede en

plear para resolver la ecuación (1.4) con resultados notoriamente buenos en el caso de reactores LWR (17). En tal caso, puede demostrarse que la ecuación integrodiferencial (1.4) es reducida a una ecuación diferencial de segundo orden en μ que puede ser resuelta fácilmente con métodos numéricos.

Con nuestro kernel de dispersión de NUF por gases podemos obtener también la sección eficaz de transporte (18):

$$\sigma_{tr}(E_0) = 2\pi \int_{-1}^{+1} \sigma(E_0, \mu) (1-\mu) d\mu \quad (I.32)$$

Para obtener el kernel de dispersión de sistemas más complejos que los que hemos estudiado se requiere conocer su estructura y dinámica detallada. La existencia de condiciones de equilibrio termodinámico facilitan grandemente los cálculos, sin embargo aún con esto no dejan de ser muy complicados. Un resultado de interés para nosotros, como una aproximación razonable, es la sección eficaz de un sistema de núcleos que ejecutan oscilaciones armónicas simples e isotrópicas a partir de su posición de equilibrio a 0°K. En tal caso, como veremos, los neutrones solo pueden perder energía en las colisiones. Se tiene para tal sistema (19):

$$\sigma_{el.}(E_0) = \frac{\sigma}{4} \frac{A}{y_0} \left[1 - e^{-Ay_0/A} \right] \quad (I.33)$$

el. = elástica

en donde:

$$y_0 = \frac{E_0}{h\nu_0} \quad (I.34)$$

Puede verse que para $E_0 = 0$ (6 yo mayor que 4):

$$\sigma_e \rightarrow \sigma$$

Esto se debe a que para un argumento de la exponencial lo suficientemente grande:

$$e^{-x} \approx 1 - x$$

Así:

$$\sigma_2(E_0) \approx \frac{\sigma}{4} \frac{\Lambda}{y_0} \left[1 - \left(1 - \frac{4y_0}{\Lambda} \right) \right] = \sigma$$

Por supuesto en el helio $\sigma = \sigma_e$. Las expresiones para la sección inelástica son algo más complejas:

$$\sigma_{inelástica} = \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_m(E_0) \quad (I.35)$$

teniéndose que:

$$\sigma_m(E_0) = \frac{\sigma_e}{4m!} \frac{\Lambda}{y_0} \int_{a_-(y_0, m)}^{a_+(y_0, m)} x^m e^{-x} dx \quad y_0 \geq m \quad (I.36)$$

$$\sigma_m(E_0) = 0 \quad y_0 \leq m \quad (I.37)$$

$$a_{\pm}(y_0, m) = A^{-1} \left[(y_0 - m)^{\frac{1}{2}} \pm y_0^{\frac{1}{2}} \right]^2 \quad (I.38)$$

$y_0 \leq m$ Cuando la energía final del neutrón es mayor que la inicial, de modo que si la sección eficaz de dispersión es cero para tal proceso esto significa que los neutrones solo pueden perder energía.

Este resultado puede emplearse para explicar el fenómeno

de interacción de los NUF con el He-4 superfluido, aún cuando un sistema de núcleos realizando oscilaciones armónicas simples e isotrópicas a partir de sus posiciones de equilibrio - se pudiera parecer más a un sólido que a un fluido. Debe tenerse en cuenta que un sólido clásico a 0°K no presentará tal estado de movimiento sino que sus núcleos estarán en reposo, al darle movimiento a los núcleos a 0°K les estamos asignando una "energía de punto cero" que es la base en la explicación del fenómeno de superfluidez (20). Estas secciones eficaces - tienen importancia en el problema como una primera aproximación ya que la naturaleza de un superfluido es mucho más compleja que la del sistema supuesto (21).

El empleo de kernels de dispersión degenerados de expansión discreta del tipo:

$$\Sigma_s(\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \alpha_k(E) \beta_k(E') \quad (I.39)$$

son de particular interés para nosotros porque tal tipo de -- kernels son sencillos de manejar si son isotrópicos y nos -- pueden conducir a soluciones numéricas simples de la ecuación de transporte como veremos más adelante.

Una característica de la dispersión a bajas energías es su isotropía (22).

Los tres principales métodos para determinar los compo--

entes de los kérneles son (23):

- 1.- Empleo de polinomios ortogonales.
- 2.- Método de momentos.
- 3.- Criterio de convergencia de mínimos cuadrados.

Como el primer método es equivalente a la expansión polinomial directa de $\rho(E)$ podríamos usar este enfoque directamente y no darle la vuelta al problema (23). En el segundo método el kernel se determina sobre condiciones impuestas, (24,25) por ejemplo conservación de $\Sigma_s(E)$, cumplimiento del principio del balance detallado (ver las secciones 1.2 y 4.1) y conservación de los primeros N momentos de transferencia de energía de $\Sigma_s(E' \rightarrow E)$. El método de momentos solo es adecuado cuando el espectro no está muy lejos de ser Maxwelliano ya que de otra forma el cálculo de los momentos es un problema muy complejo (24). Este caso de espectro cercano al maxwelliano se tiene generalmente en los problemas relacionados con los NUF.

En el tercer método se pide que definiendo:

$$R = \left[(4\pi)^{-1} \sum_{k=1}^N \alpha_k(E) \beta_k(E') - \Sigma_s(E' \rightarrow E, \mu)_{\text{real}} \right]$$

entonces (26):

$$\int_V R \left(\frac{\partial R}{\partial E} \right) \Big|_{E_1} dV = \frac{\partial}{\partial E} \Big|_{E_1} \int_V R^2 dV = 0$$

siendo E_1 una energía arbitrariamente seleccionada, por ejemplo a la mitad del espectro energético de los neutrones.

I.3 TRANSPORTE Y DIFUSION DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

Los problemas más importantes en que se ven involucrados los NUF son los siguientes:*

- 1.- Transporte a través de tubos guía, sean estos aceleradores desaceleradores o tubos horizontales.
- 2.- Problemas de equilibrio en contenedores mecánicos.
- 3.- Problemas de equilibrio en contenedores magnéticos.
- 4.- Transporte a través de medios homogéneos.
- 5.- Procesos de relajamiento asintótico.

Trataremos estos problemas a continuación.

La ecuación (I.4), como hemos mencionado, tiene solo un interés formal y su solución analítica es de poco valor en los muy contados casos en que puede ser obtenida. Los casos en que es posible obtener soluciones analíticas de la ecuación de transporte involucran medios infinitos y seminfinitos, aproximaciones monoenergéticas e idealizaciones de tal naturaleza -- (27), así que, en esas condiciones, no reviste ningún interés para nosotros tratar de resolver analíticamente dicha ecuación.

Un caso sencillo pero muy importante en que la ecuación (I.4) puede ser resuelta analíticamente es aquel en el que se

* Debido a sus aplicaciones actuales (ver el capítulo 6 del -- apéndice A).

tiene un medio infinito en equilibrio termodinámico en el que pululan los NUF y además no hay absorciones, fuentes o dependencias temporales. En tal caso (I.4) se reduce a:

$$\Sigma_S(E) \phi(E) = \int_0^{\infty} dE' \Sigma_S(E' \rightarrow E) \phi(E') + g \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\phi}{v} \right) \quad (\text{I.40})$$

en presencia de un campo gravitacional ya que:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 0 \quad \lambda m = 0$$

al no haber dependencia temporal.

$$\vec{v} \cdot \frac{\partial m}{\partial \vec{r}} = 0$$

ya que m no es función de la posición, por lo que:

$$\left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_c = \frac{\vec{F}}{m} \cdot \frac{\partial m}{\partial \vec{r}}$$

Para el caso de fuerza gravitacional empleamos la ecuación (I.13) y el término de colisión (I.22) se puede expresar como:

$$\left(\frac{\partial m}{\partial t} \right)_c = -\Sigma_t \phi(E) + \int_0^{\infty} \Sigma_S(E' \rightarrow E) \phi(E') dE'$$

pues el producto de m y v es por definición el flujo y - -

$E = f(v)$, para obtener finalmente (I.40). Aunque (I.40) es muy parecida a la ecuación (1.6) del apéndice A se tiene un término adicional del lado derecho. Sin tal término no existiría se tendría (1.6) y en tal caso:

$$\phi(E) = \frac{2\pi v N_0}{(\pi RT)^{3/2}} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (I.41)$$

sería solución de (I.40) como se demuestra en la sección 1.2- (Ver ecuaciones 1.7 a 1.10 y las siguientes tres), lo cual es solo consecuencia del principio del balance detallado que cumple el kernel de dispersión. Si introducimos la dependencia temporal:

$$\phi(E, x) = \phi(E) \psi(x) \quad (I.42)$$

Como demostramos a continuación. Primeramente:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \Sigma_s(E) \phi(E) = \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') + g \frac{\partial(\frac{\phi}{v})}{\partial v} - \frac{\lambda \phi}{v}$$

se obtiene de (I.40) añadiendo la dependencia temporal; como:

$$\begin{aligned} \phi(E, x) &= \phi(E) \psi(x) \\ \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(E) \psi(x)}{\partial x} + \Sigma_s(E) \phi(E) \psi(x) &= \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') \psi(x) + g \frac{\partial(\frac{\phi \psi}{v})}{\partial v} - \frac{\lambda \phi \psi}{v} \end{aligned}$$

que es igual a:

$$\begin{aligned} \frac{\phi(E)}{v} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} + \frac{\lambda \phi(E) \psi(x)}{v} &= -\Sigma_s(E) \phi(E) \psi(x) \\ &+ \psi(x) \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') \\ &+ \psi(x) g \frac{\partial(\frac{\phi(E)}{v})}{\partial v} \end{aligned}$$

Podemos dividir ambos lados de la ecuación anterior entre

$\phi(E) \varphi(x)$ para obtener:

$$\frac{1}{\varphi(x)v} \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} + \frac{\lambda}{v} = -\Sigma_s + \frac{1}{\phi(E)} \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E')$$

que puede ponerse como:
$$+ \frac{1}{\phi(E)} \int \frac{\partial(\phi/v)}{\partial v}$$

$$\frac{1}{\varphi(x)} \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} + \lambda = -\Sigma_s v + \frac{v}{\phi(E)} \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') + \frac{v}{\phi(E)} \int \frac{\partial(\phi/v)}{\partial v}$$

El lado derecho de esta ecuación solo depende de t y el izquierdo solo de E (ya que $v = f_1(E)$) por lo que ambos lados deben ser iguales a una constante. Esto completa la prueba de (I.42). Podemos obtener fácilmente la parte dependiente del tiempo:

$$\frac{1}{\varphi(x)} \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} + \lambda = C$$

$$\frac{1}{\varphi(x)} \frac{d\varphi(x)}{dx} + \lambda = C$$

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} + \lambda' \varphi(x) = 0 \quad \lambda' = \lambda - C$$

$$\varphi(x) = e^{-\lambda' x}$$

(I.43)

si escogemos a la constante C como cero. Esta selección es la única que garantiza poder recuperar la ecuación de transporte (I.40) y es físicamente aceptable.

Así que tenemos finalmente:

$$\phi(E, x) = (N_0 e^{-\lambda x}) \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left\{ \frac{-mv^2}{2kT} \right\} \quad (I.44)$$

que expresa que la distribución de Maxwell-Boltzmann se mantiene pero la densidad del número de los neutrones en el medio disminuye exponencialmente. Si el medio es homogéneo, es decir:

$$\Sigma_s(\bar{r}, \bar{v}' \rightarrow \bar{v}) = \Sigma_s(\bar{v}' \rightarrow \bar{v}) \quad (I.45)$$

e introducimos el término de fuerza en la forma:

$$\bar{F} = -\nabla \bar{\Phi} \quad (I.46)$$

en donde $\bar{\Phi}$ es un potencial, que en nuestro caso podría ser - por ejemplo el gravitacional, puede demostrarse que (28):

$$n(\bar{r}, \bar{v}, x) = (N_0 e^{-\lambda x}) \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left\{ \frac{-m(\bar{v} - \bar{u})^2/2 + \bar{\Phi}}{kT} \right\} \quad (I.47)$$

es la solución de (I.40). La velocidad \bar{u} cumple que:

$$\bar{u} \cdot \nabla \bar{\Phi} = 0 \quad (I.48)$$

La ecuación (I.47) es algo así como la "ley barométrica" de un gas que desaparece poco a poco e indica que los NUF tienden a concentrarse en las partes inferiores de los recipientes que los contienen. Como para cualquier campo conservativo* (I.46) es válida tenemos que en general:

* Es decir, un campo para el que $\nabla \times \bar{F} = 0$ $\oint \bar{F} \cdot d\bar{r} = 0$ (son -- equivalentes) (29).

$$\vec{F} = -\nabla \bar{E} = m\vec{g} + \vec{\mu} \cdot \nabla \bar{E} \quad (\text{I.49})$$

ya que los NUF podrían estar en presencia de un campo magnético externo (ver la ecuación (I.12)).

En el desarrollo anterior hemos considerado que los NUF están en una situación de equilibrio, la cual es aproximadamente cierta cuando llenamos un contenedor con un haz de ellos producido de la manera descrita en el capítulo 2 del apéndice A. Desde luego existen efectos de desequilibrio que alterarán de manera marcada el comportamiento de equilibrio de los NUF, tales efectos son debidos a las fugas y a las absorciones. Para el caso de los NUF como se ve en la sección 3.2, el efecto de no equilibrio más importante es el debido a fugas. Tal efecto tiene una contribución debida a las interacciones de los NUF con la superficie pues éstos tienden a ganar energía en las colisiones inelásticas con los núcleos de tal superficie aumentando su probabilidad de fugarse.

La cuestión no es tan sencilla cuando existen absorciones y fugas. Por ejemplo, en el caso de los NUF confinados en un recipiente deben aplicarse a la solución de (I.40) condiciones de frontera de la forma general (30):

$$\left. \begin{aligned} \hat{e}_s \cdot \vec{v} / M_+(\vec{R}_s, \vec{v}) &= \int d^3v' P(\vec{v} \rightarrow \vec{v}') |\hat{e}_s \cdot \vec{v}'| \\ \hat{e}_s \cdot \vec{v} < 0 & \quad \times M_-(\vec{R}_s, \vec{v}') \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.50})$$

(ver la figura I.4) en donde $P(\vec{v} \rightarrow \vec{v}')$ es el kernel de interacción del neutrón con la frontera, que debe ser de naturaleza muy particular y complicada por las características especiales* que presenta tal interacción en el caso de los NUF.

El tratamiento del transporte de NUF con absorción y fugas en un gas es posible hacerlo usando el kernel de dispersión del gas de protones o el kernel degenerado correspondiente. El kernel del gas de protones se obtiene haciendo $A = 1$ en la ecuación (I.27), de donde se obtiene:

$$\Sigma_s(k' \rightarrow E) = \frac{\Sigma_p^H}{E'} \begin{cases} \text{erf}(E/kT)^{1/2} \\ \exp\left\{\frac{(k'-E)}{kT}\right\} \text{erf}(E'/kT)^{1/2} \end{cases} \quad (\text{I.51})$$

Para hacer el tratamiento reconozcamos primero que la forma general de la solución de (I.40) es (31):

$$\phi(\vec{r}, \vec{v}, t) = \phi_0(\vec{r}) e^{-\Sigma(\vec{r})/kT} e^{-\lambda t} \quad (\text{I.52})$$

Es decir, la parte energética y la parte espacial pueden separarse. Vamos a suponer que al existir absorciones y fugas la hipótesis de separabilidad sigue siendo válida, así que nos interesaremos solo en la parte energética.

El kernel de dispersión tiene la estructura matemática de una función de Green del operador diferencial (32):

* Por ejemplo colisiones elásticas e inelásticas, reacciones nucleares, etc.

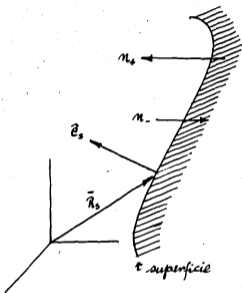


Fig. I. 4 :- Condiciones frontera de superficie.

$$a(x) \frac{d^2 G}{dx^2} + b(x) \frac{dG}{dx} + c G(x, x') = \delta(x - x') \quad (I.53)$$

y este hecho puede ser utilizado para reducir (I.40) a una ecuación diferencial que puede ser fácilmente resuelta mediante métodos numéricos. Para el kernel del gas de protones se tiene lo siguiente (32):

$$\frac{dJ}{dE} = \frac{S(E)}{2RT} + \left[\frac{1 - 2P(E)}{2E} \right] J(E) - \frac{P(E)}{2E} J^2(E) \quad (I.54)$$

$$\phi(E) = \frac{E}{Q(E)} \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_0^E \frac{dK'}{E'} \left\{ P(E') [J(K') + 1] - \left[1 + \frac{E'}{RT} \right] \right\} \right\} \quad (I.55)$$

$$x = \left(\frac{E}{RT} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (I.56)$$

$$P(x) = e^{-x^2} + \sqrt{\pi} x \operatorname{erf}(x) \quad (I.57)$$

$$S(x) = \frac{1}{x^2} \left[1 - P(x) \right] + \frac{x^2}{P(x)} - \frac{e^{-x^2}}{P^2(x)} - \frac{4}{Q(x)} \quad (I.58)$$

$$Q(x) = P(x) + \frac{1}{x} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} x + \left(\frac{\sqrt{\pi}}{RT} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\Sigma_a(E) + D(E) \beta^2}{\Sigma_a^H} \right] \quad (I.59)$$

$$W(x) = \frac{x^2}{P(x)} - \frac{e^{-x^2}}{P^2(x)} \quad (I.60)$$

$$\Gamma = \frac{\Sigma_a(kT)}{\Sigma_a^H} \quad (I.61)$$

Ciertamente que el trabajo numérico requerido para resolver -

para $\rho(E)$ puede ser muy grande, pero en realidad el problema es sencillo si se emplean métodos numéricos de resolución. --- Como se ve, el término de fugas se introdujo en la forma $D(E)B^2$ ya que:

$$\text{probabilidad de fugas} \propto D(E) B^2 \quad (\text{I.62})$$

Otra forma de dar cuenta de las fugas es utilizando un resultado de la teoría asintótica del transporte según el cual tendríamos (33):

$$\phi(\vec{r}, \vec{v}) = \phi(\vec{v}) e^{-\mathcal{I}(\vec{v})/kT} e^{\vec{B} \cdot \vec{v}} \quad (\text{I.63})$$

en donde \vec{B} es un parámetro efectivo, que generalmente se obtiene experimentalmente, dado por:

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (\text{I.64})$$

en donde \hat{i} , \hat{j} , y \hat{k} son los vectores unitarios ortogonales cartesianos. Debemos aclarar que a menos que se obtenga \vec{B} de un experimento, la teoría del transporte asintótico tendrá poco éxito bueno (33).

El problema de resolver (I.40) o (I.41) puede tratarse también empleando un kernel de dispersión degenerado de expansión discreta. Usando (I.39) y (I.40) tenemos que:

* Se utiliza más comúnmente la palabra inglesa "Buckling", lo cual es incorrecto, y en español de manera menos común "Laplaciano".

$$\Sigma_s(E) \phi(E) = \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') + S(E) \quad (I.40)$$

sustituyendo en ella (I.39):

$$\Sigma_s(E) \phi(E) = \int_0^{\infty} dE' \frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^N \alpha_k(E) \beta_k(E') \phi(E') + S(E)$$

$$\Sigma_s(E) \phi(E) = \sum_{k=1}^N \frac{\alpha_k(E)}{4\pi} \int_0^{\infty} dE' \beta_k(E') \phi(E') + S(E)$$

Si multiplicamos esta ecuación por $\beta_j(E)/\Sigma_s(E)$ e integramos sobre la energía podemos llegar al sistema de ecuaciones algebraicas:

$$\left(\underline{I} - \underline{A} \right) \phi = \underline{S} \quad = \text{matriz} \quad (I.66)$$

siempre y cuando tengamos:

$$A_{ij} = \int_0^{\infty} dE \frac{\beta_i(E) \alpha_j(E')}{\Sigma_s(E)} \quad (I.67)$$

$$\phi_i = \int_0^{\infty} dE \beta_i(E) \phi(E) \quad (I.68)$$

$$S_i = \int_0^{\infty} dE \frac{\beta_i(E)}{\Sigma_s(E)} S(E) \quad (I.69)$$

Puesto que resolver un sistema de ecuaciones de esta naturaleza es un problema simple si su número no es excesivo, digamos menor de 500, en realidad la dificultad mayor radica en obte-

ner para el sistema de que se trate el kernel de dispersión - degenerado en forma de expansión discreta. Esto no es, como - pudiera pensarse, de ninguna manera sencillo, sobre todo si - el sistema de que se trate es complicado en su estructura interna y dinámica detallada.

Al tratar con ecuaciones de transporte de neutrones "comunes" se acostumbran hacer diversas aproximaciones siendo -- dos las más comunes y útiles: la aproximación de la teoría -- de difusión y la aproximación de multigrupos. Olvidándose de fuentes y del decaimiento radiactivo de los neutrones tenemos:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} + \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial n}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_c \quad (I.70)$$

Si la función ψ_i es un invariante colisional debe cumplirse - que:

$$\psi_i(\vec{v}') + \psi_i(\vec{v}_1') = \psi_i(\vec{v}) + \psi_i(\vec{v}_1) \quad (I.71)$$

para todas las partículas. Los invariantes colisionales más - conocidos son los "hidrodinámicos": masa, energía e impulso.

Si multiplicamos (I.70) por el invariante e integramos se tiene que:

$$\int d^3v \psi_i \frac{\partial n}{\partial t} + \int d^3v \psi_i \vec{v} \cdot \frac{\partial n}{\partial \vec{r}} + \int d^3v \psi_i \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial n}{\partial \vec{v}} = \int d^3v \psi_i \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_c \quad (I.72)$$

El kernel de dispersión cumple la condición de que para cualquier invariante colisional (34,35):

$$\int d^3v \psi_i(\vec{v}) \left(\frac{\partial m}{\partial x} \right)_c = 0 \quad (I.73)$$

No probaremos dicha ecuación, pero mencionaremos que es una consecuencia del teorema H de Boltzmann, la prueba completa puede verse en (35). La ecuación (I.70) queda entonces como:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \cdot N \langle \vec{v} \psi_i \rangle - \frac{\vec{F}}{m} \cdot N \langle \frac{\partial \psi_i}{\partial \vec{v}} \rangle = 0 \quad (I.74)$$

llamada ecuación de momentos maxwellianos o ecuación de transferencia, en la cual:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \int d^3v \psi_i(\vec{v}) m(\vec{r}, t) \quad (I.75)$$

$$\langle f \rangle = N^{-1} \int d^3v f(\vec{v}) m(\vec{r}, t) \quad (I.76)$$

En el argot de la teoría del transporte se dice que las ecuaciones no forman un conjunto "cerrado" ya que se requiere de especificaciones sobre los momentos del invariante, lo cual se hace de acuerdo a la situación física de que se trate.

Ahora bien, ¿Cuáles son los invariantes colisionales en el transporte de NUF? Solo hay uno: la conservación de la masa en las colisiones dispersivas*. Por el momento vamos a suponer que no tenemos dependencia energética en n , es decir --

* La energía y el momento no son invariantes colisionales -- puesto que los neutrones pueden ganar o perder energía al interactuar con los núcleos del medio. Recordar que la ecuación de transporte describe a los neutrones; no al medio.

que:

$$n = n(\bar{r}, t) \quad (I.77)$$

En tal caso, usando:

$$\psi_i = 1 \quad (I.78)$$

de manera que:

$$\int d\hat{\lambda} \cdot 1 \cdot [d\hat{\lambda}' \cdot \Sigma_3 (\hat{\lambda}' \rightarrow \hat{\lambda}) \psi(\bar{r}, \hat{\lambda}, t) - \Sigma_3 \psi(\bar{r}, \hat{\lambda}, t)] = 0 \quad (I.79)$$

en donde ψ se define implícitamente como: $\phi(\bar{r}, E) = \int_{4\pi} d\hat{\lambda} \psi(\bar{r}, E, \hat{\lambda})$

la ecuación de transporte se reduce a:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \nabla \cdot \bar{J} + \Sigma_a \phi(\bar{r}, t) = 0 \quad (I.80)$$

de la siguiente manera:

- 1.- Multiplicamos por el invariante e integramos,
- 2.- Hecho lo anterior multiplicamos toda la ecuación por $\hat{\lambda}$ e integramos ahora con respecto a esta variable. El término en \bar{J} sale de que por definición:

$$\bar{J} = \int d\hat{\lambda} \hat{\lambda} \cdot \nabla \psi(\bar{r}, \hat{\lambda}, t) \quad (I.81)$$

La ecuación que hemos obtenido luce un poco extraña puesto -- que ha aparecido la nueva incógnita \bar{J} . Puede demostrarse que si se supone (37-39):

- 1.- Dependencia lineal del flujo con respecto a $\hat{\lambda}$ * en la --

* $\hat{\lambda} = \hat{i} \sin \theta \cos \varphi + \hat{j} \sin \theta \sin \varphi + \hat{k} \cos \theta$ (Ver la figura I.2).

formas:

$$\psi(\bar{r}, \hat{n}, x) = \frac{1}{4\pi} \phi(\bar{r}, x) + \frac{3}{4\pi} \bar{J}(\bar{r}, x) \cdot \hat{n} \quad (I.82)$$

2.- Fuentes isotrópicas.

3.- Que la rapidez de variación de \bar{J} es más lenta que la frecuencia de colisiones, esto es:

$$\frac{1}{|\bar{J}|} \frac{\partial}{\partial t} |\bar{J}| \ll \nu \Sigma_x \quad (I.83)$$

la relación entre \bar{J} y ϕ es la llamada Ley de Fick:

$$\bar{J}(\bar{r}, x) = -D(\bar{r}) \nabla \phi(\bar{r}, x) \quad (I.84)$$

y entonces la ecuación de transporte se convierte en:

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \nabla \cdot D \nabla \phi + \Sigma_a \phi = 0 \quad (I.85)$$

que estrictamente hablando ya no es una ecuación de transporte pues posee ahora un carácter "difusivo"; por ejemplo, las ecuaciones de difusión de calor ("Ley de Fourier") y de masa ("Ley de Fick") tienen las formas, respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho C_p T) - \nabla \cdot k \nabla T = q'''(\bar{r}, x)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = D \nabla^2 C + C'''(\bar{r}, x)$$

Una ecuación difusiva es resultado de (40):

EC. Difusiva = ECS. de transporte aproximadas

+

Leyes de conservación exactas

Podemos decir que las ecuaciones de transporte son exactas y además se obtienen de principios fundamentales, lo cual no sucede con las ecuaciones difusivas que son siempre aproximadas.

Al no depender β de la energía v es solo un parámetro constante por lo que:

$$\frac{F}{m} \cdot \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} = \frac{F}{mv} \cdot \frac{\partial \phi(v)}{\partial v} = 0 \quad (I.86)$$

Así que tal ecuación de difusión no tiene mucho sentido para nuestros propósitos. Sabemos, sin embargo, que las trayectorias recorridas por los NUF son parábolas, hélices, etc. y en ellas su energía cambia de una manera que puede ser determinada mediante la ecuación de movimiento:

$$F = m \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} \quad (I.87)$$

Aquí la dificultad es que todos los neutrones recorren la misma trayectoria y esto lógicamente no es cierto a menos que -- tengamos un haz monoenergético. Por lo anterior, el tratamiento que se ha hecho tiene alguna utilidad solo cuando tratamos haces monoenergéticos de NUF, siempre y cuando acoplemos la ecuación de difusión a la ecuación de movimiento.

Cuando se introduce la dependencia energética no es posible hacer desaparecer al término de colisión (15,17) y no desaparecerá tampoco el término de fuerza, así la ecuación de difusión será:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \nabla \cdot D(\bar{r}, E) \nabla \phi + \Sigma_x(\bar{r}, E) \phi(\bar{r}, E, t) + \frac{F}{m} \cdot \frac{\partial \phi / v}{\partial \bar{r}} = \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(\bar{r}, E', t) + S - \lambda \frac{\phi}{v} \quad (I.88)*$$

en la cual:

$$D(\bar{r}, E) = \frac{1}{3} [\Sigma_x(\bar{r}, E) - \bar{\mu}_0 \Sigma_c(\bar{r}, E)] \quad (I.89)$$

Esta ecuación se obtiene haciendo las mismas suposiciones que se hicieron en el caso monoenergético y adicionalmente que:

$$\Sigma_s(E' \rightarrow E) = \frac{\Sigma_s(E) \delta(E' - E)}{\text{anisotrópica}} \quad (I.90)$$

es decir, que el kernel de dispersión presenta una anisotropía singular (15).

Para el caso de los NUF las hipótesis que dan vida a la ecuación de difusión son muy aproximadamente correctas, pero como todas las aproximaciones de difusión su validez deja mucho que desear en medios fuertemente absorbedores, interfaces, fronteras y en medios muy heterogéneos.

Si la ecuación de transporte de los NUF pudiera tratarse en la aproximación monoenergética el problema sería resoluble mediante métodos numéricos bien conocidos, para los que

* Para hacer la ecuación más general hemos introducido S y al introducir la dependencia temporal de S forzosamente debe considerarse el decaimiento radiactivo.

existen incluso códigos de cómputo completos. Para ello es necesario que \bar{v} sea una variable independiente, es claro que esto no es así en nuestro caso, de hecho siempre que existan fuerzas externas. Supongamos por un momento que podemos hacer la aproximación monoenergética, por lo que tenemos que incluir el término de fuerza, de modo que se tenga*:

$$\hat{L} \cdot \nabla \phi + \Sigma x \phi(\bar{r}, \hat{L}) = \frac{C \Sigma x}{4\pi} \int d\hat{L}' \phi(\bar{r}, \hat{L}') + \frac{S(\bar{r})}{4\pi} \quad (\text{I.91})$$

$$\hat{L} \cdot \nabla \phi + \Sigma x \phi(\bar{r}, \hat{L}) = S_{\text{efectiva}} = c$$

aquí c = número medio de partículas secundarias que se emiten en una colisión en la posición \bar{r} si la partícula incidente tiene una velocidad \bar{v} .

Si formamos por conveniencia un operador:

$$K^0 = \left[\int d\hat{L}' \frac{\exp[-\Sigma x |\bar{r} - \bar{r}'|]}{4\pi |\bar{r} - \bar{r}'|^2} C \Sigma x \right]^0 \quad (\text{I.92})$$

y llamamos I al operador identidad, la ecuación (I.91) se transforma en:

$$(I - K) \phi = K \left(\frac{S}{C \Sigma x} \right) \quad (\text{I.93})$$

Veamos como es esto. Primero haremos el cambio de variable:

$$\bar{r}' = \bar{r} - \hat{L} R$$

en la ecuación (I.91) por lo que esta se transforma en:

* Al no depender β de t no es necesario considerar el decaimiento radiactivo.

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial}{\partial R} \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}) + \Sigma \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}) \\
 = \frac{C \Sigma \lambda}{4\pi} \int d\hat{\lambda} \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}) + \frac{S(\bar{r}, \hat{\lambda} R)}{4\pi}
 \end{aligned}$$

Esta ecuación puede integrarse al ser multiplicada por el factor integrante $\exp(-\Sigma \lambda R)$ a:

$$\begin{aligned}
 \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}) e^{-\Sigma \lambda R} &= \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R_0, \hat{\lambda}) e^{-\Sigma \lambda R_0} \\
 &+ \frac{C \Sigma \lambda}{4\pi} \int \int_R^{R_0} \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}') e^{-\Sigma \lambda R} dR d\hat{\lambda}' \\
 &+ \int_R^{R_0} \frac{S(\bar{r}, \hat{\lambda} R)}{4\pi} e^{-\Sigma \lambda R}
 \end{aligned}$$

Puede imponerse como condición de frontera que:

$$\begin{aligned}
 \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R_0, \hat{\lambda}) &= 0 \\
 R_0 &\rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

es decir que el flujo se anule en el infinito, tendremos entonces:

$$\begin{aligned}
 \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}) &= \frac{C \Sigma \lambda}{4\pi} \int \int_0^{\infty} \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}') e^{-\Sigma \lambda R} dR d\hat{\lambda}' \\
 &+ \int_0^{\infty} \frac{S(\bar{r}, \hat{\lambda} R)}{4\pi} e^{-\Sigma \lambda R} dR
 \end{aligned}$$

Podemos ahora definir:

$$\phi_1(\bar{r}) = \int d\hat{\lambda}' \phi(\bar{r}, \hat{\lambda} R, \hat{\lambda}')$$

e integrar para todo $\hat{\lambda}$ para obtener (haciendo de nuevo-

el cambio de variable):

$$\begin{aligned} \phi_1(\bar{r}) &= \frac{C\Sigma_A}{4\pi} \int d^3\bar{r}' \frac{e^{-\Sigma_A |\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|^2} \phi_1(\bar{r}') \\ &+ \int d^3r' \frac{S(\bar{r}')}{4\pi} \frac{e^{-\Sigma_A |\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|^2} \end{aligned}$$

Podemos darle a β_1 el nombre ϕ para abreviar, así:

$$\phi(\bar{r}) = K \phi(\bar{r}) + K \left(\frac{S}{C\Sigma_A} \right)$$

por lo que obtenemos finalmente (I.93):

$$(I-K) \phi = K \left(\frac{S}{C\Sigma_A} \right)$$

Multiplicando (I.93) por el inverso de $(I-K)$ definido por:

$$(I-K)^{-1}(I-K) = I$$

Obtenemos la solución formal de (I.91):

$$\phi = (I-K)^{-1} K \left(\frac{S}{C\Sigma_A} \right) \quad (I.94)$$

Cuando K es un número real:

$$(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad (I.95)$$

Considerando a K^n como si lo fuera:

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} K^n \left(\frac{S}{C\Sigma_A} \right) \quad (I.96)$$

en forma explícita:

$$\begin{aligned} \phi &= \int d^3r' \frac{\exp[-\Sigma_A |\bar{r}-\bar{r}'|]}{4\pi |\bar{r}-\bar{r}'|^2} S(\bar{r}') \quad (I.97) \\ &+ \int d^3r' \frac{\exp[-\Sigma_A |\bar{r}-\bar{r}'|]}{4\pi |\bar{r}-\bar{r}'|^2} C\Sigma_A \int d^3r'' \frac{\exp[-\Sigma_A |\bar{r}-\bar{r}''|]}{4\pi |\bar{r}-\bar{r}''|^2} S(\bar{r}'') \\ &+ \dots \end{aligned}$$

Esta solución formal a nuestra ecuación, sin término de fuerza y sin decaimiento radiactivo, es lo que se llama una serie de Neumann (41), en nuestro caso una expansión en el número de veces que la partícula sufre una colisión. Una serie de Neumann convergerá rápidamente si el número de colisiones que realiza una partícula antes de dejar de existir es pequeño, - tal es el caso de los NUF que entran a un detector. En este caso, obviamente tendremos que tomar una energía media y propiedades del medio a tal energía.

Puesto que si el problema no es monoenergético cada dispersión dará origen a un nuevo problema de transporte a otra energía, la serie de Neumann da entonces un significado físico preciso a la dificultad que se presenta cuando la velocidad interviene en las ecuaciones de transporte como variable y no como un parámetro.

La ecuación de difusión dependiente de la energía:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \nabla \cdot D \nabla \phi + \Sigma_s \phi + \frac{\bar{E}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial v} \frac{\phi}{v} = \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(r, E', t) + S - \lambda n \quad (1.98)$$

carece de un significado físico preciso si no se fijan sus condiciones iniciales o condiciones frontera y éstas dependerán de cada problema particular. Los tipos de condiciones --

frontera más comúnmente empleados en problemas de difusión -- son (42, 43):

- 1.- Finitud del flujo, es decir, en términos generales, que la función ϕ no presente singularidades.
- 2.- Anulación del flujo en las fronteras extrapoladas.
- 3.- Continuidad de flujos y corrientes en interfases.
- 4.- Condiciones de simetría del problema.
- 5.- Condiciones de interfase de albedo.
- 6.- Condiciones sobre las velocidades iniciales de los neutrones.

Lógicamente, la ecuación de difusión completa solo puede resolverse mediante métodos numéricos (44, 45).

Resolveremos (I.98) para el caso simple que se ilustra en la figura I.5.* La ecuación se reduce a:

$$-D \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\rho}{v} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial v} - \frac{\phi}{v} \right\} + S_0 \quad (I.99)$$

$v_y = v$

que puede resolverse por separación de variables haciendo:

$$\phi(y, v) = R(y) V(v) \quad (I.100)$$

Para obtener explícitamente el término de fuerza hemos usado:

* Sin considerar dependencias temporales, por ejemplo el decaimiento radiactivo.

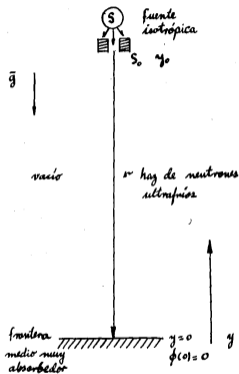


Fig. I.5:- Problema simple de difusión de neutrones ultravioletas.

$$v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.101})$$

de manera que se obtiene:

$$\frac{\partial(\phi/v)}{\partial v_y} = \frac{1}{v} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial v_y} - \frac{\phi v_y}{v^2} \right\} \quad (\text{I.102})$$

la cual en una dimensión se reduce a lo que se ha escrito antes.

Separando variables tenemos:

$$-\frac{D}{R} \frac{d^2 R}{dy^2} = \frac{g}{r} \frac{1}{v} \frac{dv}{dr} - \frac{g}{v^2} + S_0 = -k^2 \quad (\text{I.103})$$

Puede comprobarse que la solución es:

$$R(y) = A \cos \left\{ (k^2/D)^{\frac{1}{2}} y \right\} + B \sin \left\{ (k^2/D)^{\frac{1}{2}} y \right\} \quad (\text{I.104})$$

$$V(r) = C v \exp \left\{ - \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{g} S_0 + \frac{1}{2} \frac{k^2 v^2}{g} \right) \right\} \quad (\text{I.105})$$

Por la condición de simetría del problema $B = 0$. Las otras constantes pueden obtenerse de:

$$\begin{aligned} \phi(0, r) &= 0 \\ \lim_{y \rightarrow y_0} 4\pi r^2 J^r &= S_0 \end{aligned}$$

La solución se ve muy extraña pero tiene interés en el diseño de aceleradores de neutrones de tubo vertical. Problemas de este tipo son de interés reducido, pero ya por lo menos notamos que la existencia del término de fuerza complica notoriamente las soluciones de ecuaciones de difusión muy simples --

¿Qué no pasará con las de transporte?

Lo más importante del término de fuerza no es que aparezcan soluciones exóticas en problemas de difusión simples, sino que la aproximación de multigrupos queda invalidada. En la aproximación de multigrupos β no depende de la energía así como no dependen de la energía las secciones eficaces (46,47). Esto se logra formalmente definiendo las secciones eficaces como momentos de $\beta(E)$ y eligiendo a ésta de manera aproximada.

La prueba más sencilla que se le ha ocurrido al autor para demostrar que no es posible hacer la aproximación de multigrupos es la siguiente: comencemos con la ecuación (I.98) pero sin tener en cuenta el decaimiento radiactivo, el tratamiento formal consiste en integrar dicha ecuación para los Grupos energéticos en que se ha dividido el espectro, así:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \int_{E_1}^{E_2} dE \frac{1}{v} \phi - \nabla \cdot \int_{E_1}^{E_2} D \nabla \phi dE + \int_{E_1}^{E_2} dE \frac{\bar{F}}{m} \cdot \nabla_v \left(\frac{\phi}{v} \right) \\ + \int_{E_1}^{E_2} dE \Sigma_t \phi = \int_{E_1}^{E_2} dE \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) + \int_{E_1}^{E_2} dE S \end{aligned} \quad (\text{I.106})$$

Para que la ecuación quede en la forma de multigrupos se defini:

$$\phi_g(\vec{r}, t) = \int_{E_1}^{E_2} dE \phi(\vec{r}, E, t) \quad (\text{I.107})$$

$$Z_{1g} = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \Sigma_z(E) \phi(\bar{r}, E, t) \quad (\text{I.108})$$

$$D_g = \frac{\int_{E_g}^{E_{g+1}} dE D(E) \nabla_j \phi(\bar{r}, E, t)}{\int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \nabla_j \phi(\bar{r}, E, t)} \quad (\text{I.109})$$

$$\frac{1}{v_g} = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \frac{1}{v} \phi(\bar{r}, E, t) \quad (\text{I.110})$$

$$\Sigma_{s_g} = \frac{1}{\phi_g} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(\bar{r}, E', t) \quad (\text{I.111})$$

$$S_g = \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE S(E) \quad (\text{I.112})$$

La pregunta ahora es ¿qué haremos con el término de fuerza?

Puesto que este está dado en la forma de multigrupos por:

$$\int_{v_g}^{v_{g+1}} \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial(\phi/v)}{\partial \bar{v}} m v d\bar{v} \quad (\text{I.113})$$

Dado que la fuerza no depende de la velocidad sino únicamente de la posición*:

$$\int_{v_g}^{v_{g+1}} \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial(\phi/v)}{\partial \bar{v}} m v d\bar{v} = \frac{\bar{F}}{m} \cdot \int_{v_g}^{v_{g+1}} \frac{\partial(\phi/v)}{\partial \bar{v}} m v d\bar{v} \quad (\text{I.114})$$

* Ni la fuerza gravitacional sobre una masa ni la fuerza magnética sobre un dipolo dependen de la velocidad a la que es tos se muevan.

Si empleamos el teorema de Leibnitz podemos obtener:

$$\frac{\bar{F}}{m} \cdot \int_{v_j}^{v_j^{+1}} \frac{\phi}{\partial \bar{v}} m v dv = \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \int_{v_j}^{v_j^{+1}} \frac{\phi}{v} m v dv \quad (\text{I.115})$$

Para ser consistentes con las definiciones de las constantes de grupo:

$$\int_{v_j}^{v_j^{+1}} \frac{\phi}{v} m v dv = \frac{\phi_j}{v_j} \quad (\text{I.116})$$

por lo que:

$$\frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \left(\frac{\phi_j}{v_j} \right) = 0 \quad (\text{I.117})$$

ya que las constantes de grupo no dependen de la energía. La aproximación de multigrupos anularía el término de fuerza y por lo tanto no puede hacerse.

Podríamos pensar en otra forma de definir las constantes de grupo, por ejemplo:

$$\frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \bar{v}} \Rightarrow \sum_{g=1}^G \frac{\bar{F}_g}{m} \cdot \left\langle \frac{\partial \mu}{\partial \bar{v}} \right\rangle_g \quad (\text{I.118})$$

lo que formalmente puede hacerse si tenemos alguna manera de promediar las derivadas. Supongamos que hacemos una elección simple:

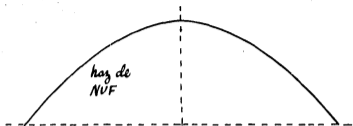
$$\frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial \bar{v}} \Rightarrow \sum_{g=1}^G \frac{\bar{F}_g}{m} \cdot \left(\frac{\partial \mu}{\Delta \bar{v}} \right)_g \quad (\text{I.119})$$

Tal término implicaría un cambio promedio en la densidad del número de neutrones de cada grupo promedio debido a las fuer-

zas, pero ¿qué sentido tendría esto? No mucho porque durante su trayectoria el neutrón recorrería varios grupos energéticos y regresaría a ellos de una manera "simétrica".

La única esperanza para la ecuación (I.98) es el empleo de métodos numéricos tales como diferencias finitas, elemento finito, aproximación polinomial, etc. (44,45). Aún usando ta les métodos la resolución representa un reto muy serio dada la naturaleza del kernel de dispersión y las complejidades — adicionales que introduce el término de fuerza.

En vista de lo anterior el autor decidió idear un método para la solución de (I.98) que sea exacto. Ejemplificaré el método para el caso de que la fuerza externa sea la gravitacional, pero las extensiones del método para fuerzas externas arbitrarias es inmediato. Primeramente reconozcamos el hecho de que los NUF en un campo gravitacional describen la trayectoria parabólica dada por la ecuación (I.46) del apéndice A. En segundo lugar, al recorrer la parábola su velocidad cambia de manera conocida y es posible calcular su alcance si conocemos su velocidad inicial. Como se ilustra en la figura I.6 podemos colapsar la parábola a una línea recta, la cual partimos en pequeños intervalos caracterizados por una velocidad promedio. Por lo que hemos visto anteriormente es claro que si la única dependencia temporal se debe al decaimiento -



↓
colapsamiento de
la parábola

seudogrupos:

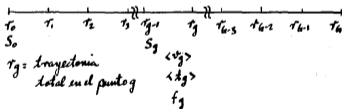


Fig. I.6 :- Modelo de difusión.

radiactivo la ignoraremos puesto que:

$$\varphi(x) \propto e^{-\lambda x} \quad (\text{I.120})$$

En tubos guía y recipientes la constante de decaimiento puede sustituirse por una constante de pérdida del tipo de las que se estudian en la sección 6.1. El término de fuente en el caso de los NUF es del tipo:

$$S = S_0 \sim 10^2 - 10^4 \frac{NUF}{\text{cm}^2 \text{A}} \quad (\text{I.121})$$

lo que nos ahorra algunas dificultades. Modificaremos un poco el término de fuente y lo introduciremos en la forma*:

$$S_g = S_0 e^{-\lambda t_g} f_g \quad (\text{I.122})$$

en donde f_g es la fracción de neutrones que ha sufrido una -- absorción o una dispersión hasta la región g considerada y t_g el tiempo que el neutrón tarda en recorrer una determinada re-- gión. Al hacer lo anterior estamos considerando que los neu-- trones dispersados no puedan reencontrarse con el haz, lo --- cual es la única limitación grave del método. Sustituiremos la sección eficaz de absorción por una sección eficaz de remo-- ción*ya que no trataremos explícitamente el fenómeno de dis--

* La razón por lo que se hace esto será más clara un poco más adelan-- te.

* Una sección eficaz de remoción es una medida de la probabilidad-- de pérdida de los neutrones para todos los procesos que cau-- sen tal efecto (48).

persión. Bajo nuestras suposiciones la ecuación de difusión toma la forma para cada región g :

$$-\nabla \cdot D_g \nabla \phi_g(\vec{r}) + \Sigma_{Rg} \phi_g = S_g \quad (I.123)$$

$$g = 1, 2, \dots, G$$

con las condiciones de frontera y continuidad:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \phi(\vec{r}) = S_0 \quad (I.124)$$

$$\lim_{r \rightarrow r_{g+1}} \phi_g = S_g \quad (I.125)$$

Es decir, el conjunto de ecuaciones (I.123) están acopladas - mediante las condiciones frontera y esto es importante cuando se resuelven mediante diferencias finitas ya que éstas toman - una forma especial. El cálculo de f_g y t_g es a partir de:

$$f_g = \exp\left\{-\sum_{i=1}^g \Sigma_{Ri} \langle \bar{r}_i \rangle\right\} \quad (I.126)$$

y

$$t_g = \sum_{i=1}^g \langle x_i \rangle \quad (I.127)$$

Examinaremos ahora las razones para haber definido la fuente en cada región mediante:

$$S_g = S_0 e^{-\sum_{i=1}^g \Sigma_{Ri} \langle x_i \rangle} e^{-\sum_{i=1}^g \Sigma_{Ri} \langle \bar{r}_i \rangle}$$

So es la densidad de fuente al inicio de la trayectoria de --

los neutrones ; ahora bien estamos resolviendo una ecuación diferencial en cada sección de la trayectoria de la parábola- pero cada ecuación tiene sus propias condiciones iniciales, a saber la densidad inicial de la fuente, por lo que requerimos el cálculo de cada S al principio de la región considerada -- (o sea cada S_g). Al inicio de la región considerada se tendrá:

$$S_g = S_0 \times \left[\left(\begin{array}{l} \text{Probabilidad} \\ \text{de que el} \\ \text{neutrón no} \\ \text{decaiga} \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} \text{Probabilidad de} \\ \text{que el neutrón} \\ \text{no se pierda} \end{array} \right) \right] \text{ hasta la} \\ \text{Región g}$$

$\sum_{i=1}^3 \lambda_i$ sería el tiempo que tarda cada neutrón en llegar a la parte media de la región considerada, sin embargo los neutrones pueden tener distintas velocidades iniciales por lo -- que se toman los promedios, así:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Probabilidad} \\ \text{de que el} \\ \text{neutrón no} \\ \text{decaiga} \end{array} \right) \text{ hasta} = e^{-\lambda \sum_{i=1}^3 \langle \lambda_i \rangle} \\ \text{la región g}$$

Por otra parte, $\sum_{i=1}^3 \bar{\tau}_i$ es la distancia lineal recorrida hasta la región g, pero cada neutrón, dependiendo de su velocidad, recorrerá una distancia $\bar{\tau}_i$. La barra superior en τ_i indica la mitad del intervalo de distancia de la región g. Así tenemos que:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Probabilidad de} \\ \text{que el neutrón} \\ \text{no se pierda} \end{array} \right) = e^{-\sum_{i=1}^g \Sigma_{Ri} \langle \bar{\tau}_i \rangle}$$

hasta la
parte media
de la región g.

Tenemos finalmente que las ecuaciones podrán acoplarse siempre y cuando podamos calcular las probabilidades de no decaimiento y de no pérdida y, por supuesto, de las constantes de pseudogrupo D_g y Σ_{Rg} .

Es claro que la exactitud del método será mayor conforme las regiones se hagan más y más pequeñas, pero el número de ecuaciones acopladas aumentará. Hay que recordar sin embargo que el intervalo de energía que cubren los NUF es más bien pequeño, ya que aunque nominalmente este va de 2×10^{-12} eV a 2×10^{-7} eV la concentración de NUF con energías menores a 5×10^{-9} se puede considerar como despreciable, así el intervalo práctico es pequeño. Las constantes de grupo quedan definidas por (46,47).

$$\Sigma_{Rg} = \frac{1}{\phi_g} \int_0^g dE \Sigma_R(E) \phi(E) \quad (\text{I.128})$$

$$D_g = \frac{1}{\phi_g} \int_0^g dE D(E) \phi(E) \quad (\text{I.129})$$

En los problemas en que intervienen los NUF podemos considerar sin mucho error que la distribución de energías es máxw-

lliana. También podríamos obtener empíricamente los coeficientes.

Como es lógico, el sistema de ecuaciones diferenciales - debe resolverse para una serie de velocidades iniciales de los neutrones. Lo anterior de idea de que se pueden seguir para - distintas velocidades iniciales, que pueden fijarse de antemano, las historias de los neutrones directamente de la ecuación de transporte empleando un método de Monte Carlo (49,50,51). - Los Métodos de Monte Carlo son pues una de las herramientas -- más importantes para resolver el problema de transporte de - - NUF. Ya que un tratamiento elemental de tales métodos sería - insuficiente y un tratamiento completo abarcaría un libro voluminoso completo, el autor solo menciona el método y recalca -- que su importancia en el trabajo con NUF debe de ser fundamental.

El método puede extenderse a cualquier tipo de trayectoria de los NUF si se conocen las ecuaciones de movimiento, esto es generalmente así. En casos de trayectorias complejas, - por ejemplo las descritas por los neutrones en un campo magnético de confinamiento, el problema de hacer el colapsamiento - no es de ninguna manera trivial. Finalmente, un nombre adecuado para el método es el de "método de pseudomultigrupos" y debe jugar un papel muy importante en las ecuaciones de transporte-

en que aparezcan términos de fuerza y no sea posible hacer lo que se conoce como tratamiento de campo autoconsistente (52).

Hay problemas en que el término de fuerza no tiene ninguna injerencia. Tal es el caso, por ejemplo del transporte de NUF a través de tubos guía y los problemas de relajamiento asintótico, los trataremos a continuación.

El transporte de NUF a través de tubos guía lo estudiaremos suprimiendo el término de fuerza pero introduciendo una sección eficaz de remoción que de cuenta de fugas y absorciones, así:

$$\hat{\lambda} \cdot \nabla \phi(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) + \Sigma_R \phi = S(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) \quad (\text{I.130})$$

Si definimos una dirección R a lo largo de la trayectoria de los NUF tenemos*:

$$-\frac{d}{dR} \phi(\bar{r} - \hat{\lambda} R, E, \hat{\lambda}) + \Sigma_R \phi = S(\bar{r} - \hat{\lambda} R, E, \hat{\lambda}) \quad (\text{I.131})$$

Puede verse fácilmente que:

$$\phi(\bar{r}, \hat{\lambda}, E) = \int_0^{\infty} dR S(\bar{r} - \hat{\lambda} R, E, \hat{\lambda}) e^{-\int_0^R \Sigma_R R} \quad (\text{I.132})$$

Esta ecuación debe resolverse por algún método numérico en el caso más general ya que la sección eficaz de remoción puede depender de manera muy compleja de la energía. Si suponemos una fuente del tipo:

* El desarrollo es similar al que empleamos para llegar a la ecuación (I.93).

$$S(\vec{r} - R\hat{\lambda}, E, \hat{\lambda}) = \frac{S_0}{4\pi} \quad (\text{I.133})$$

y una sección eficaz de remoción independiente de la energía— la solución será:

$$\phi(R_0) = \frac{S_0}{4\pi} e^{-\Sigma_R R_0} \quad (\text{I.134})$$

que podemos expresar como:

$$\phi(R_0) = \phi_0 e^{-\Sigma_R R_0} \quad (\text{I.135})$$

Un resultado experimental para tubos guía es (53):

$$\phi = \phi_0 \exp(-L/L) \quad (\text{I.136})$$

que nos da el flujo de NUF al final de un desacelerador mecánico. Podemos hacer entonces la identificación:

$$\Sigma_R = L^{-1} \quad (\text{I.137})$$

en donde L toma valores entre 5 y 10 m (53,54). Hemos obtenido el resultado correcto sin tener que involucrar al término de fuerza.

El resultado (I.132) puede emplearse para obtener el -- flujo que llega al convertidor de NUF de un canal de extracción (Ver el capítulo 2 del apéndice A). En tal caso la fuente se describe de manera aproximada por:

$$S(\vec{r} - R\hat{\lambda}, \hat{\lambda}) = S_0 \delta(\hat{\lambda} \cdot \hat{\lambda}_0) \delta(\vec{r} \cdot \vec{r}_0) \int_{4\pi} d\hat{\lambda}' \delta(\hat{\lambda} \cdot \hat{\lambda}') f(\hat{\lambda}') = f(\hat{\lambda}) \quad (\text{I.138})$$

Puede demostrarse que el resultado de la integración es (17):

$$\phi(\vec{r}, \hat{\lambda}) = \frac{S_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^2} \delta(\hat{\lambda}_0 - \hat{\lambda}) \int \left[\frac{(\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \hat{\lambda}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \right] e^{-\Sigma_R |\vec{r} - \vec{r}_0|} \quad (I.139)$$

donde $\hat{\lambda}$ es el ángulo sólido que subtende el canal, el cual se ha supuesto no perturba el flujo. Se ha supuesto además - que la sección eficaz de remoción es independiente de la energía.

Trataremos ahora la importante clase de problemas conocidos como de "relajamiento asintótico". Aunque el teorema - H de Boltzmann garantiza que un agregado de neutrones en ausencia de fugas, absorción y fuentes alcanzará el estado de equilibrio caracterizado por una distribución maxwelliana de energías, no dice nada sobre en cuanto tiempo deberá suceder esto. Los problemas de relajamiento asintótico incluyen este problema.

Consideraremos el problema de relajamiento asintótico - en medios infinitos por razones que serán más claras un poco más adelante, aunque pueda parecer una aproximación burda ésta será adecuada siempre y cuando:

$$t_{\text{confinamiento}} \gg t_{\text{relajación}} \quad (I.140)$$

en donde el tiempo de relajación es el que tarda el sistema - en llegar a una distribución de energías del tipo Maxwell - Boltzmann. La condición para que el tratamiento independiente de las variables espaciales pueda hacerse se cumple muy --

aproximadamente en el caso del confinamiento de NUF en campos magnéticos.

Para nuestro tratamiento emplearemos la ecuación de -- transporte:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v \Sigma(v) n(r, t) = \int_0^{\infty} d^3r' v' \Sigma(v' \rightarrow v) n(r', t) \quad (I.141)$$

lo que quiere decir que consideraremos a los neutrones como un "gas linealizado", esto es, consideraremos a los neutrones como un gas descrito por un término de colisión lineal. La forma de resolver la ecuación (I.141) consiste en sustituir -- en ella el kernel de dispersión del sistema de que se trate -- y discretizar tanto la integral como la derivada en la forma:

$$\frac{n_i - n_{i-1}}{\Delta x} + v_i \Sigma_i n_i = \sum_{j=1}^k w_j v_j \Sigma_{ij}(v' \rightarrow v) n_j \quad (I.142)*$$

Si nos fijamos en la naturaleza del kernel de dispersión del He-4 (ecuaciones (I.33)-(I.38)), fluido en el cual es de interés el problema de relajamiento asintótico, podemos concluir que el problema no es ni por mucho simple. Lo anterior da -- idea de que los tratamientos del problema considerando la parte espacial deben ser extraordinariamente complicados.

La forma "analítica" de ataque del problema consiste en

* Los factores w_j son de ponderación y dependen del tipo de cuadratura empleada para aproximar la integral.

buscar soluciones de la forma:

$$n(v, t) = \sum_{\lambda} a_{\lambda} \psi_{\lambda}(v) e^{\lambda t} \quad (\text{I.143})$$

El problema de calcular $\psi_{\lambda}(v)$ es similar al del cálculo de un espectro de moderación de neutrones. La situación que generalmente ocurre en este tipo de problemas es que solo uno de los eigenvalores domina después de un tiempo relativamente corto (55), de manera que salvo por un factor de normalización:

$$n(v, t) = \psi_{\lambda_1}(v) e^{\lambda_1 t} \quad (\text{I.144})$$

Si este es el caso, el tiempo de relajación se obtendrá fijando la condición:

$$e^{\lambda_1 t_{\text{relajación}}} \approx 1 \quad (\text{I.145})$$

Una vez encontrado t_r debemos comprobar si la condición (I.140) se cumple.

El enfoque más prometedor para la solución del problema de relajamiento asintótico consiste en el empleo de kernels de dispersión degenerados de expansión finita. Como ya hemos mencionado el principal problema es desarrollar dichos kernels para los casos de interés.

Finalizaremos esta discusión con dos problemas de interés puramente formal: la obtención de la forma integral de la ecuación de transporte de NUP y la obtención de la ecuación -

de transporte adjunta.

La ecuación de transporte de NUF independiente del tiempo puede ser escrita en la forma (56):

$$\hat{\lambda} \cdot \nabla \psi + \Sigma \psi = S \psi. \quad (\text{I.146})$$

siempre y cuando:

$$S \psi = \int dE \Sigma_s(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) \psi(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) - \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial \psi / \partial \nu} + S \quad (\text{I.147})$$

Debido a esto podremos usar el procedimiento que empleamos para integrar la ecuación (I.130) en la misma forma para llegar a:

$$\psi(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) = \int_0^{\infty} dR S \psi(\bar{r} - R \hat{\lambda}, E, \hat{\lambda}) e^{-\Sigma R} \quad (\text{I.148})$$

que da el flujo solo formalmente puesto que el lado izquierdo depende del mismo. En nuestro caso podemos considerar que -- tanto las fuentes como la dispersión son isotrópicas, por lo que:

$$S(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) = (4\pi)^{-1} S(\bar{r}, E) \quad (\text{I.149})$$

y

$$\Sigma_s(\bar{r}, E, \hat{\lambda}) = 4\pi^{-1} \Sigma_s(\bar{r}, E) \quad (\text{I.150})$$

De manera explícita la forma integral de la ecuación del -- transporte de NUF queda como

* Es decir, al lado izquierdo de la ecuación de transporte lo tratamos como si fuera una fuente "efectiva".

* EL procedimiento es similar al que se empleó para llegar a (I.93), por ser demasiado largo y poco relevante se sugiere que el lector vea (27).

$$\phi(\vec{r}, E) = \frac{\int d^3r' \exp[-\Sigma_1(E) |\vec{r} - \vec{r}'|]}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|^2} \quad (I.151)$$

$$\times \left[\int dE' \Sigma_2(E' \rightarrow E) \phi + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \int_0^\infty d\nu' \frac{\partial \phi / \partial \nu'}{\partial \nu} + S(\vec{r}, E) \right]$$

que es una ecuación demasiado formal y su interés es solo de esta naturaleza. Hay que recordar que (57):

$$\psi(\vec{r}, E, \hat{n}) = (v^2/m) \psi(\vec{r}, v, t) \quad (I.152)$$

$$\text{y que} \quad dE = m v dv \quad (I.153)$$

cuando se desean hacer los cambios de variable, a lo cual no le vemos mucho caso puesto que la forma integral de la ecuación tiene un interés muy relativo.

Pasaremos ahora al problema de determinar la ecuación -- de transporte adjunta de los NUF. Sea el operador:

$$L = \vec{v} \cdot \nabla + v \Sigma_1 - \int d^3v' v' \Sigma_2(\vec{v} \rightarrow \vec{v}') - \frac{\vec{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \quad (I.154)$$

de manera que la ecuación de transporte sea:

$$L M = S \quad (I.155)$$

Si la ecuación no contuviera el término de fuerza podríamos -- recurrir a cualquier texto, por ejemplo a (16) o (17), para -- encontrar el adjunto de L, que llamaremos L^+ , tal es:

$$L^+ = -\vec{v} \cdot \nabla + v \Sigma_1 - \int d^3v' v' \Sigma_2(\vec{v}' \rightarrow \vec{v}) \quad (I.156)$$

Debido a que todos los operadores involucrados son lineales -- bastará con sumar a (I.156) el operador adjunto al término de -- fuerza para obtener la ecuación adjunta a (I.154) (58). Por --

supuesto las condiciones frontera de la ecuación adjunta serán diferentes a las de la ecuación de transporte asociada y el flujo o densidad adjunta tendrán una interpretación diferente a la del flujo o densidad neutrónica (59).

Por definición (58):

$$\int_V f^* L g dV = \int_V g (L^* f)^* dV \quad (I.157)$$

Si escogemos a f y g de modo que sean funciones reales entonces:

$$\int_V f L g dV = \int_V g L^* f dV \quad (I.158)$$

que es la ecuación que define al operador adjunto. Si sustituimos en (I.158) el operador de interés tendremos:

$$\int_V g \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial f}{\partial \bar{v}} dV = \int_V f \left[\left(\frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \right)^* g \right]^* dV \quad (I.159)$$

Podemos ahora emplear la identidad vectorial (60):

$$w \operatorname{div} \bar{W} = \operatorname{div} w \bar{W} - \bar{W} \cdot \operatorname{grad} w \quad (I.160)$$

para obtener:

$$\begin{aligned} \int_V f \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} g dV &= \int_V \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \cdot (f \frac{\bar{F}}{m} g) dV \\ &\quad - \int_V g \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \cdot \frac{\bar{F}}{m} f dV \end{aligned} \quad (I.161)$$

por lo que:

$$\int_V f \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} g dV = - \int_V g \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} f dV \quad (\text{I.162})$$

en donde hemos empleado también el teorema de Leibnitz y notamos que un término se anula debido a que si f y g representan flujos su valor debe anularse en las fronteras del sistema. Así, finalmente tenemos que:

$$\left(\frac{F}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \right)^+ = - \left(\frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \right) \quad (\text{I.163})$$

por lo que el operador adjunto al operador de transporte de - NUF es:

$$\begin{aligned} L^+ = & -\bar{v} \cdot \nabla^0 + v \Sigma_1^0 - \int d^3 v' v' \Sigma_1(\bar{v} \rightarrow v)^0 \\ & + \frac{\bar{F}}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{v}} \end{aligned} \quad (\text{I.164})$$

y hemos resuelto el problema propuesto.

PARTE II.- DISEÑO CONCEPTUAL DE UN ESPECTRÓMETRO DE NEUTRONES ULTRAFRIOS Y DE UN DETECTOR DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

II.1 INTRODUCCION.

Los neutrones ultrafríos tienen actualmente una gran importancia no solo teórica sino también experimental. Como ha ce notar J.G. King(MIT) (61): "Está muy arraigada la idea de que el progreso en el campo de la física de partículas y de la física nuclear debe provenir del estudio de las muy altas-energías. Sin embargo, queda tanto por aprender entre la energía más baja hasta ahora conseguida y la energía cero como entre la energía más alta hasta ahora alcanzada y la energía infinita". El campo pionero, y más atractivo, de las energías muy bajas lo constituye el de los neutrones ultrafríos. Aunque actualmente se trabaja también con electrones de baja energía (0.1-100 eV) en física del estado sólido (91), esa está muy lejos de los 10^{-7} eV de nuestros neutrones ultrafríos.

Es de primordial importancia en el estudio de los NUF poder:

- 1.- Medir su espectro de energías.
- 2.- Confinarlos para estudiarlos en situaciones de reposo - -

aproximado.

- 3.- Plantear experimentos con neutrones de energía conocida - y en particular con haces monocromáticos.

Al contrario de lo que sucede en ciertos campos de la física, en el de la física de neutrones ultrafríos el método científico no ha seguido el llamado "camino inverso". Es decir, parece una política científica actual teorizar sobre algún tema hasta sus últimas consecuencias y dejar que otros -- se encarguen de plantear los experimentos necesarios para la corroboración o anulación de las teorías, por ejemplo los astrofísicos son muy dados a ello. Hay incluso ciertos científicos que pretenden que los experimentadores son Físicos o Ingenieros de segunda categoría. Debe hacerse notar que en el campo de la física de los neutrones ultrafríos la teoría y la experimentación han ido de la mano en perfecta armonía.

II.2 DISEÑO CONCEPTUAL DE UN ESPECTRÓMETRO DE NEUTRONES ULTRAFRÍOS Y DE UN DETECTOR DE NEUTRONES ULTRAFRÍOS.

En un espectrómetro de masas se utiliza un campo magnético para deflectar las trayectorias de partículas cargadas cuyas masas se desean medir, o bien se acopla un campo eléctrico para determinar el espectro energético de tales partículas. En los espectrómetros de masas el radio de curvatura r depende de la relación carga/masa y de la velocidad, y está dado -

por (62):

$$r = \sqrt{\frac{2V}{\beta^2} \left(\frac{m}{q} \right)} \quad (\text{II.1})$$

En el caso de los neutrones, que carecen de carga, el campo gravitacional terrestre viene a sustituir al campo magnético para producir curvaturas en las trayectorias de las partículas. Sin embargo, el método de producir curvaturas en las trayectorias de los neutrones pierde mucha de su utilidad si los neutrones se mueven a grandes velocidades, primero por lo pequeño de las curvaturas y segundo por los diferentes efectos parásitos que son difíciles de cuantificar. En la sección 1.4 del apéndice A, por ejemplo, se toma el experimento de Paya (31), pero pueden verse también los experimentos citados en (119). En el caso de los NUF, como ya demostramos, las trayectorias son pequeñas y además puede obtenerse una muy alta resolución en la medida de la energía debido a que la discriminación de altura es crítica.

La base del funcionamiento de los espectrómetros de NUF es la interacción de éstos con el campo gravitacional terrestre. Las ecuaciones básicas de diseño de espectrómetros de NUF son las desarrolladas en la sección 1.4.1 del apéndice A, aunque como vimos el tratamiento completo del problema supone un problema tridimensional de teoría del transporte excesivamente complejo. En cambio, nuestras sencillas ecuaciones de -

tiro parabólico son más que suficientes.

Steyerl (36,92) ha construido un espectrómetro que utiliza el principio de curvar las trayectorias neutrónicas con el campo gravitacional terrestre con el fin de estudiar pelicy las muy delgadas de sólidos y superficies. Un diagrama de tal espectrómetro se muestra en la figura II.1 .

El autor diseño conceptualmente un espectrómetro* con una flexibilidad operativa mucho mayor que nos permitirá plantear una mayor cantidad de experimentos, que incluye todos los que se pueden hacer con el espectrómetro de Steyerl, particularmente aquellos en relación directa con la física nuclear. Además esto nos servirá para ilustrar una gran cantidad de temas que hemos tratado y trataremos.

El aparato podrá colocarse, casi, en cualquier laboratorio de neutrónica si se proveen las instalaciones necesarias para el sistema especial de detección que diseñaremos más adelante y que requiere de un par de tubos guía de unos 5 m de largo en posición vertical. Desde luego, esta es una dificultad menor comparada con los tubos de 180 m de largos o digamos con los tubos desaceleradores para obtener NUF de 11 m.** No-

* La Tabla II.1 muestra un diseño de referencia (al final).

** Los tubos de 180 m de largo se refieren al experimento descrito en la sección 1.4.1. Los tubos desaceleradores para obtener NUF se describen en la sección 2.2.

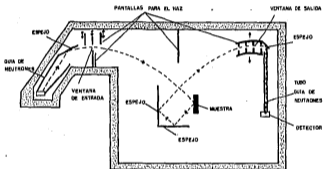


Fig. II. 1: - Espectrómetro de neutrones ultracuos (Diseño de A. Steyerl).

tenemos noticia de que ningún espectrómetro de los hasta ahora diseñados utilice tubos guía tan largos como parte del sistema de detección.

Nuestro aparato será pequeño y podrá trabajar a vacíos -- clavados, del orden de los que se requieran en los espectrómetros de masas sin sofisticaciones en los equipos productores - del vacío*.

Un esquema simple del aparato diseñado por el autor se -- muestra en la figura II.2.** Este es uno de tantos arreglos - posibles, el autor ha estudiado algunos de ellos y consideró - el mostrado como uno de los mejores.

El parámetro básico de diseño es la energía máxima que - puedan tener los neutrones que entren al aparato.

La trayectoria que sigue el haz es diferente a la de cual - quier espectrómetro hasta ahora diseñado (64-66). Además, en - nuestro caso tenemos dos selectores de velocidades, o analiza - dores según se vea, que funcionan independientemente y en base a dos mecanismos distintos. El primer selector de velocidades es lo que proporciona a nuestro espectrómetro un máximo de fle - xibilidad operativa. Dicho selector, consiste en un espejo -- cuya función es variar el ángulo de despegue de los neutrones,

*En la tabla II.1 "Diseño de referencia de un espectrómetro - de NUF" se prueba tal afirmación.

** El dibujo puede dar la falsa idea de que se trata de una ca - ja enorme (Ver la tabla II.1).

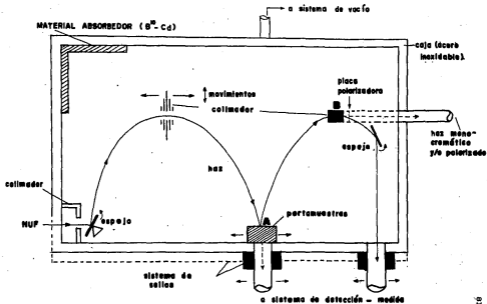


Fig. II, 2:- Espectrómetro de neutrones ultracortos
(Diseño de J. Villalobos).

de modo que para una energía dada quedan fijos su alcance y su altura máxima. Esto proporciona la referencia para fijar la altura de nuestro colimador y las coordenadas de nuestro portamuestras o detector, según sea el caso. Se observa que el intervalo en que se puede jugar con las variables es muy amplio. El segundo selector de velocidades funciona de manera independiente en relación con el primero y la razón es que -- una colisión en el portamuestras puede ser tanto elástica como inelástica. Tal selector corresponde al único que usa Steyerl.

Como se ilustra, el aparato tiene partes móviles. Esto en principio representa dificultades adicionales ya que se debe diseñar un sistema especial de sellos que eviten entradas de aire al aparato. Tal sistema de partes móviles es esencial en nuestro diseño puesto que la principal característica operativa es la variación del alcance que se obtiene al variar el ángulo de despegue. El espectrómetro de Steyerl tiene una parte móvil correspondiente a nuestro segundo selector. Se muestra también un sistema de extracción de un haz monocromático de NUF que puede ser utilizado en diversos experimentos. Desde luego la monocromaticidad del haz dependerá del poder de resolución del espectrómetro.

La caja del espectrómetro y todos los estructurales pue-

den ser, teóricamente, de cualquier material siempre y cuando se recubra interiormente de una capa de un material fuertemente absorbente de neutrones. La función del absorbedor es de primordial importancia en cualquier diseño de espectrómetros, dado que el haz proveniente de la fuente no es monocromático, para un ángulo de despegue dado habrá un rebotadero de NUF en todas direcciones. Si todos los materiales internos se recubren con un material tal como boro o cadmio, y, además, se diseña un sistema de pantallas adecuado se evitará que los neutrones rebotados interactúen prácticamente con el haz de interés. Se recomienda también entonces que el material de la caja del espectrómetro tenga una velocidad crítica de reflexión* lo más baja posible. Es de importancia también que tal caja presente propiedades mecánicas adecuadas como: resistencia mecánica, resistencia a la corrosión y a la irradiación, estabilidad térmica a bajas temperaturas, etc.

Como materiales para los espejos son recomendables el Be y el BeO puesto que su velocidad crítica de reflexión es de las más altas pero el cobre puede ser también usado. Es re--

* La velocidad crítica de reflexión es la velocidad, perpendicular a una superficie sólida, a la cual los neutrones son reflejados por la superficie debido a su gran longitud de onda de De Broglie (ver la sección 3.2 y tabla 3.1).

quisito indispensable que el material de los espejos sea muy puro, para evitar efectos parásitos como el de absorción y el de existencia de impurezas. El proceso de fabricación que sufre el material será también importante, ya que las impurezas H^+ u OH^- provenientes de los tratamientos metalúrgicos comunes provocan un efecto que se estudia en la sección 3.2 del apéndice A.

En base a las ecuaciones desarrolladas en la sección 1.4.1 podemos construir tablas de selección de ángulos de despegue para diferentes velocidades con el propósito de determinar el espectro energético de un haz de NUF. El autor ha construido una gráfica que se muestra en la figura II.3 para dar idea de la situación; por ejemplo, si seleccionamos un ángulo de despegue de más de 15° para $v_0 = 6 \text{ m/s}$ los neutrones avanzarán más de 1 m (ver tabla II.1).

Trataremos tres problemas sencillos, cinemáticos, relacionados con el funcionamiento del espectrómetro. El primero de tales problemas es averiguar el ángulo que el neutrón hace con la horizontal al rebotar en el portamuestras. El problema es muy sencillo pero nos basaremos en (67). Consideremos los parámetros definidos en la figura II.4. Si llamamos e al coeficiente de restitución de la superficie y suponemos por

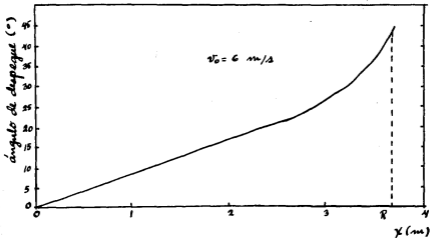
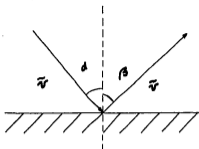
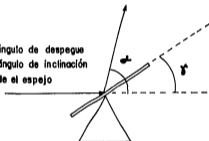


Fig. II.3 :- Ejemplo de gráfica de selección de parámetros de funcionamiento del espectrómetro.



- α = ángulo de despegue
 γ = ángulo de inclinación
 de el espejo



$$\beta = \tan^{-1} \frac{V_y}{V_x}$$

$$\gamma' = 90^\circ + \beta$$

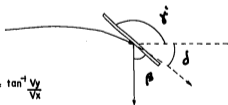


Fig. II.4 :- Problemas cinemáticos relacionados con el funcionamiento del espectrómetro.

el momento que puede tomar cualquier valor entre cero y uno*, la conservación del impulso en las direcciones x e y se expresa por:

$$v_1 \sin \beta = v \sin \alpha \quad (\text{II.2})$$

$$v_1 \cos \beta = -e v \cos \alpha \quad (\text{II.3})$$

Dividiendo (II.3) entre (II.2) resulta:

$$\cot \beta = -e \cot \alpha \quad (\text{II.4})$$

También podemos elevar al cuadrado ambas expresiones y sumárlas para obtener:

$$v_1^2 = v^2 (\sin^2 \alpha + e^2 \cos^2 \alpha) \quad (\text{II.5})$$

Para una colisión elástica el coeficiente de restitución es igual a 1, y en tal caso:

$$\alpha = \beta \quad (\text{II.6})$$

y

$$v_1 = v \quad (\text{II.7})$$

Los NUF pueden sufrir colisiones inelásticas de distinta naturaleza, este tipo de interacciones son las que presentan mayor interés en el estudio de superficies y películas delgas-

* El coeficiente de restitución de una superficie es un coeficiente empírico, ideado por Newton, para el estudio de colisiones inelásticas. Su definición es en sí la ecuación II.3. Un valor cero de e corresponde a un choque "plástico" (por ejemplo una bola de plastilina contra el piso) y un valor de uno a un choque elástico perfecto.

das. El coeficiente de restitución no será entonces más que un artificio para utilizar el espectrómetro.

Los otros dos problemas que hemos señalado son problemas geométricos sencillos y uno es el cálculo del ángulo que los espejos deben formar con la horizontal para que las trayectorias de los NUF sean las especificadas. Es decir, deseamos encontrar la inclinación del espejo de despegue con respecto a la horizontal para un ángulo alfa dado, y la inclinación del segundo espejo para guiar a los neutrones justamente hacia abajo en un punto arbitrario de su trayectoria situado más allá de la mitad de su alcance. La solución de ambos problemas se muestra en la figura II.4.

Discutiremos ahora el importante problema de la detección de los NUF. Los sistemas de detección de NUF son totalmente convencionales excepto porque:

1.- El espesor de la ventana del detector debe ser lo más pequeño posible y el material del que está compuesta debe seleccionarse adecuadamente, y

2.- Debe proveerse al sistema de un mecanismo de aceleración de los neutrones de modo que no sean reflejados por la ventana.

Los primeros experimentadores que utilizaron NUF se vieron en la necesidad de inventar sus propios detectores, utilizando sistemas que proporcionarían una respuesta adecuada. Parece ser que se ha llegado a una optimización al respecto y los NUF se pueden detectar de manera muy eficiente en tubos proporcionales llenos con la mezcla gaseosa (53,64,68,69):

Ar	96%
He-3	3%
CO ₂	3%

Las rapidezces de conteo reportadas en tales referencias oscilan entre 10^2 - 10^4 cuentas por segundo y las eficiencias cercanas al 100%*. La ventana del detector está constituida, en la mayoría de los casos, por 0.1 mm de aluminio cuya $v_{im}=3.3$ n/s.

* La eficiencia de un detector proporcional BF₃ de neutrones puede ser expresada aproximadamente mediante:

$$\epsilon(\epsilon) = 1 - e^{-\Sigma_a(\epsilon)d}$$

En donde Σ_a es la sección eficaz macroscópica del absorbedor y d la longitud activa del detector. Como $\Sigma_a^{He-3} (5 \times 10^{-2} \text{sr}) \approx 5000 \text{ cm}^{-1}$ y d varía, generalmente, entre 3 y 25 cm la eficiencia es siempre cercana al 100% debido a la altísima sección eficaz de absorción del gas proporcional.

Debido a su pequeña velocidad, los neutrones fríos tienen una alta probabilidad de ser absorbidos por el He-3. La sección eficaz del He-3 varía muy aproximadamente según la ley "1/v" esto es (70,71):**

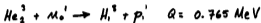
$$\Sigma_a(v) = \Sigma_a(v_0) \frac{v_0}{v} \quad (\text{II.8})$$

ecuación en la cual v_0 es una velocidad de referencia que puede ser 2200 m/s según la convención de Westcott. La ecuación II.8 muestra que la probabilidad de absorción debe ser muy alta para velocidades pequeñas de los neutrones, es decir en el intervalo frío. Un neutrón frío que llegue al interior del detector tendrá una probabilidad muy alta de ser "contado", de modo que acelerando un poco nuestros NUF podemos hacer que pasen por la ventana y abrir de nuevo los canales de la reacción nuclear de absorción. Ahora bien, un neutrón ultrarrápido que penetre se convertirá rápidamente en frío por colisiones inelásticas con el gas, es decir, tenderá a entrar en equilibrio térmico con él, pero antes que esto llegue a suceder muy probablemente será absorbido. La conclusión de esto es que los detectores de NUF deben operar con eficiencias-

** El He-3 se comporta como absorbedor "1/v" entre 10^{-2} y 10^6 eV en forma comprobada experimentalmente (71). Consideraciones teóricas indican que hasta energías del orden de 10^{-6} eV se mantiene tal comportamiento (ver la sección 5.2 del Apéndice A).

cercanas al 100%, lo que se ha comprobado experimentalmente - (64,69).

Los detectores de He-3 se basan en la reacción nuclear:



cuya sección eficaz se muestra en la figura II.5 (72). Se -- puede observar que la sección eficaz de esta reacción es más alta que la de la reacción de neutrones con B-10 hasta - - - 4×10^6 eV. Para las reacciones inducidas por neutrones fríos o NUF los 765 keV de la Q se reparten de la siguiente forma:

$$E_p = 0.574 \text{ MeV} \quad E_H = 0.191 \text{ MeV}$$

El He-3 es un material relativamente costoso, por lo que en las aplicaciones "conunes" es sustituido por detectores -- BF_3 . Aquí se justifica su uso porque la rapidez de conteo ob-- tenida con él es la más alta respecto a la de otros detecto-- res de neutrones (73). Además, el He-3 es un gas proporcio-- nal aceptable si su pureza es alta (74). Presenta el inconve-- niente de que los alcances de los productos de la reacción no son pequeños en comparación a las dimensiones del tubo (74), -- de modo que se presenta el llamado "efecto de pared" y el pul-- so tiene la forma que se muestra en la figura II.6 (74). Ahí se observa que se espera un pico a 765 keV y discontinuidades a 574 y 191 keV. Este efecto de pared es negativo desde cier-- to punto de vista; por ejemplo, el rango de voltaje en el que

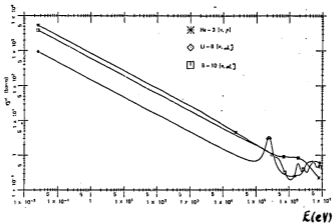


Fig. II.5:- Sección eficaz: He^3 (n, p)

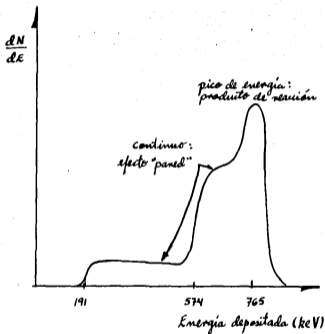


Fig. II. 6 :- Pulso: detector de He-3 .

se observa una meseta de conteo es reducido (74), esto se evita o bien construyendo tubos más o menos grandes en los que los productos de la reacción no llegen a la pared, aumentando la presión de llenado o adicionando un gas de extinción, el CO_2 (73,74). Comparados con los tubos BF_3 los de He-3 pueden ser operados a presiones mucho mayores (73,74), con una multiplicación gaseosa aceptable*; así, se les prefiere cuando el parámetro crítico es la obtención de una máxima eficiencia de detección.

Remarcamos aquí que la pureza del gas es crítica en el funcionamiento del detector; así, la causa de fallas más común del detector de He-3 es la entrada de aire al tubo, de modo que suele colocarse dentro de él una pequeña cantidad de carbón activado.

Hemos mencionado que el diseño de la ventana del detector es especial, comenzaremos por seleccionar el material más adecuado. Se verá en la sección 3.2 que el manganeso, titanio y polietileno no interaccionan con los NUF por reflexión total; sin embargo, por un lado, las secciones eficaces (para neutrones térmicos) de absorción del Ti y el Mn son altas, -- 0.328 y 1.04 cm^{-1} respectivamente (77)*, por lo que perdería-

* La multiplicación gaseosa puede definirse como $M=Q/mos$ en donde Q es la carga total generada, no los pares de iones originalmente formados y e la carga de los iones (76)

* Para neutrones ultracósmos deben ser más altas (véase la sección 5.2). El problema aquí es que no se cuenta con datos experimentales de Σ a para NUF.

mos una gran cantidad de neutrones en la ventana. El polietileno utilizado en películas delgadas no presenta la propiedad mecánica de dureza requerida.

Materiales con baja sección eficaz de absorción para neutrones térmicos son: Al : 0.015 cm^{-1} , Zr : 0.008 cm^{-1} , -- Sn : 0.021 cm^{-1} , Pb : 0.006 cm^{-1} y Bi : 0.001 cm^{-1} (77). Solo el Al y el Zr cumplen los requerimientos mecánicos de dureza en capas delgadas. Podemos usar las ventanas convencionales de 0.1 mm Al, pero una ventana de Zr de 0.05 mm presenta propiedades mecánicas similares a las convencionales de 0.1 mm y es la mitad de absorbidora como se verá en un cálculo hecho más adelante. La v_{ifm} del Zr es del orden de 3.5 m/s -- (64), pero esto no es de interés puesto que nosotros proponemos acelerar los neutrones como parte fundamental de nuestro sistema de detección.

La probabilidad de que un neutrón no sea absorbido por una capa de espesor s es (78):

$$p = \exp(-\Sigma_a s) \quad (\text{II.9})$$

de donde:

$$\Sigma_a = \frac{-\ln p}{s} \quad (\text{II.10})$$

Podemos fijar la probabilidad de no absorción y calcular la velocidad que debe tener un neutrón frío para tener una probabilidad $(1-p)$ de ser absorbido suponiendo que se mantiene el-

comportamiento $1/v$. Por ejemplo, si $p = 0.95$ y la ventana de Al tiene un espesor de 0.1 mm :

$$\Sigma_a(v) = \frac{-\ln 0.95}{0.010} = 5.129 \text{ cm}^{-1}$$

$$v = \frac{\Sigma_a(v_0) v_0}{\Sigma_a(v)} = \frac{0.015(2200)}{5.129} = 6.434 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Este cálculo simple muestra que hay una alta probabilidad de transmisión a través de la ventana si los neutrones se mueven arriba de la velocidad crítica de reflexión*. Sin embargo, - tal cálculo no contempla el hecho de que las colisiones dispersivas en la ventana reducen la energía de los neutrones -- aumentando la probabilidad de ser absorbidos o de que comienzan a ser reflejados, es decir; que su sección eficaz deje de ser proporcional a $1/v$ * y empiece a comportarse como proporcional a v *.

Otro cálculo simple, aunque no exacto, muestra que la -- probabilidad de transmisión considerando colisiones dispersivas es de todos modos alta. Primero calculamos el camino libre medio de transporte λ mediante (79):

$$\lambda = (\Sigma_t - \bar{\mu}_0 \Sigma_s)^{-1} \quad (\text{II.11})$$

* Las velocidades críticas de reflexión más grandes son del orden de 6 m/s (ver la tabla 3.1).

Suponiendo que :

$$\Sigma_s(v_0) \approx \Sigma_s(v) \quad (\text{II.12})$$

$$\Sigma_t(v) \approx \Sigma_a(v) + \Sigma_s(v_0) \quad (\text{II.13})$$

tenemos : $\lambda = (5.213 - 0.0246(0.084))^{-1} = 0.192 \text{ cm}$

y se observa claramente que:

$$\lambda \gg \Delta = 0.01 \text{ cm}$$

Además, la pérdida máxima de energía por colisión es (80) :

$$\Delta E = E_0 - \alpha E_0 \quad (\text{II.14})$$

$$\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \quad (\text{II.15})$$

Para el caso del aluminio:

$$\alpha = 0.8622$$

que significa que los neutrones pierden como máximo el 13.78% de su energía en cada colisión; dicho de otro modo, se requieren unos 6 choques con pérdida máxima de energía para que la velocidad de los neutrones se reduzca de 6.5 m/s a menos de 5 m/s, pero éste es un evento muy poco probable dada la magnitud del camino libre medio de transporte.

Podemos ahora repetir los cálculos para el caso de una ventana de Zr de 0.005 cm :

$$\Sigma_a(v) = \frac{-\ln 0.95}{0.005} = 10.26 \text{ cm}^{-1}$$

$$v = \frac{\Sigma_a(v_0) v_0}{\Sigma_a(v)} = \frac{0.008(2200)}{10.26} = 1.715 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = (\Sigma_t - \bar{\mu}_0 \Sigma_s)^{-1} = (10.598 - 0.0073(0.338))^{-1}$$

$$\lambda = 0.095 \text{ cm}$$

en donde de nuevo se han hecho las aproximaciones:

$$\Sigma_s(v_0) \approx \Sigma_s(v)$$

$$\Sigma_t(v) \approx \Sigma_a(v) + \Sigma_s(v_0)$$

Se observa que:

$$\lambda \gg d = 0.005 \text{ cm}$$

En este caso:

$$d = 0.9571$$

significa que los neutrones pierden como máximo el 4.29 % de su energía en cada colisión, pero se requieren ahora unos 12-choques para que la velocidad de los neutrones se reduzca de 6.5 m/s a menos de 5 m/s, pero esto es de nuevo muy poco -- probable pues el camino libre medio de transporte es mucho mayor que el espesor de la ventana de Zr. Por otra parte, de continuar el comportamiento " $\frac{1}{v}$ " la velocidad de los neutrones debe ser extraordinariamente baja (1.715 m/s) para que la probabilidad de transmisión disminuya solo un 5 %. Como se ve, la $\Sigma_a(v)$ del Zr debería ser del doble de la del aluminio para la misma probabilidad de transmisión debido al espesor.

Si trabajamos en el intervalo frío entre 6 y 10 m/s, la probabilidad de que los neutrones se fuguen del tubo guía es pequeña. La razón es que los ángulos de choque que forman -- los neutrones que van cayendo con la superficie del tubo guía son pequeños pues se trata de colisiones rasantes. Por ejemplo, si la velocidad de los neutrones es de 9.5 m/s, un ángulo de choque inferior a 50° garantiza una componente de velocidad perpendicular a la pared menor de 6 m/s, lo cual significa que si el tubo guía es de cobre los neutrones no saldrán de él*. Son más importantes las pérdidas debidas a las absorciones pero estas pueden ser medidas experimentalmente (81).

El sistema de detección y medición de NUF que propongo -- se ilustra en la figura II.7. Ejemplificaremos como calcular la longitud del tubo guía. Comenzamos por considerar que -- los NUF de menor energía se encuentran aún en cantidad apreciable son los de 1 m/s y para llevarlos digamos a 10 m/s se requiere una caída libre de:

$$H = (v_f^2 - v_0^2) / 2g$$

$$H = (10^2 - 1^2) / 2(9.81) = 5.046 \text{ m}$$

* La componente perpendicular a la pared de la velocidad de los neutrones

$$v_{\perp} = 9.5 (\cos 50^\circ) = 6.106 \text{ m/s}$$

ya que los neutrones vienen cayendo. La velocidad crítica de reflexión del cobre es 5.7 m/s (Ver la tabla 3.1).

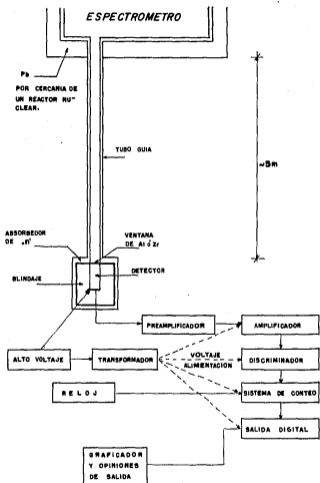


Fig. II.7 :- sistema de detección asociado al espectrómetro.

Así un tubo guía de unos 5 m de longitud, desde luego en posición vertical, nos proporciona los neutrones listos para ser contados.

Los cálculos de la resolución energética para partículas cargadas y neutras que proporciona el espectrómetro y de su poder de enfoque, dispersión del haz, etc. son algo complicados y no serán tratados aquí (Ver por ejemplo 91 y 82 para -- ver tratamientos de problemas como estos). En primer lugar, debemos contar con las características geométricas del colimador y debemos hacer un cálculo tridimensional de tiro parabólico. En segundo lugar, la resolución dependerá tanto de el ángulo de despegue como de la altura a la que se encuentren los colimadores, además de la velocidad de las partículas. Lo único que apuntaremos es que las resoluciones reportadas para los espectrómetros son muy altas; del orden de 10^{-9} eV o aún mejores (81).

II.3 EL ESPECTROMETRO COMO MONOCROMADOR Y COMO FUENTE DE NEUTRONES POLARIZADOS.

Un espectrómetro de NUF es capaz de proporcionar haces monocromáticos de ellos con dispersiones en la energía muy bajas (ver el párrafo que sigue al de la ecuación 1.48 del Apéndice A.) Dichos haces pueden ser extraídos en los puntos mar

cados como A ó B en la figura II.2. Es posible, con el uso de tubos guía verticales obtener haces monocromáticos de neutrones fríos de baja energía.

La importancia de los monocromadores en la física nuclear experimental y en la tecnología nuclear ha sido muy grande. Gracias a ellos, por ejemplo, ha sido posible obtener las secciones eficaces indispensables para el diseño de reactores. Gracias a las propiedades de los NUF nosotros hemos diseñado un monocromador sin muchos problemas, claro que las secciones eficaces que se obtuvieran usándolo solo tendrán importancia teórica, como veremos más adelante.

Si una partícula con spin $1/2$, como el neutrón, se encuentra en el estado descrito por una cierta función de onda de spin, y existe una dirección en el espacio tal que la proyección del spin de la partícula sobre la misma tiene el valor $s = 1/2$, se dice entonces que la partícula está completamente polarizada (83). Existen estados parcialmente polarizados y estos estados no se describen por funciones de onda sino por matrices de densidad, es decir se trata de estados "mezclados". Todos los componentes de la matriz de densidad se expresan, sin embargo, en función de los valores medios de las componentes de su vector de spin.

Una característica importante de los NUF es que es sencillo polarizarlos. Una interacción "fuerte" neutrón-núcleo es

causada por potenciales efectivos tan bajos como el potencial de interacción magnética de los neutrones con núcleos de un material ferromagnético, es decir (53):

$$U_{\text{mag.}} = -\bar{\mu} \cdot \bar{B} \approx 10^{-7} \text{ eV} \quad (\text{II.16})$$

donde $\bar{\mu}$ es el momento magnético del neutrón y \bar{B} es la inducción del ferromagneto. El potencial gravitacional está dado por:

$$U_{\text{gravitacional}} = m g_0 H \quad (\text{II.17})^*$$

y es del mismo orden de magnitud. Esto significa que haciendo pasar neutrones fríos o ultrafríos por películas muy delgadas de materiales ferromagnéticos los neutrones podrán polarizarse. Así, haciendo pasar neutrones de energía calibrada en un espectrómetro, y colocando o mejor dicho depositando -- una película ferromagnética podrán obtenerse haces de NUF polarizados.

Por ejemplo, para un campo de magnetización de 15916 Amperes vuelta/m (200 Oersted) el haz transmitido se polariza en un 75%, por supuesto su intensidad se reduce, aproximadamente en dos terceras partes (53,84), para los espesores de placa polarizadora comúnmente empleados (0.5 cm). Los materiales ferromagnéticos que mejor se presentan para ser laminados en

* Para un NUF: $H(\text{cm}) = 0.98 E(\text{neV})$ (ecuación 1.49 del apéndice A) como $E \sim 10^{-7} \text{ eV}$ $H = 0.98 E = 980 \text{ cm}$ así que:
 $V = (1.6748 \times 10^{-27}) (9.1 \text{ m/seg}^2) \times$
 $(0.98 \text{ m}) = 1.494 \times 10^{-26} \text{ J}$
 $= 2.4 \times 10^{-7} \text{ eV}$

placas sumamente delgadas son el Fe, el Co y el Ni, y sus campos de magnetización son del mismo orden de magnitud. Debe tenerse en cuenta que estos materiales ferromagnéticos presentan secciones eficaces de activación más o menos grandes.

Tabla II.1:- DISEÑO DE REFERENCIA DE UN ESPECTROMETRO DE NUF.

1.- Velocidad máxima de operación*:

$$v_0 = 6 \text{ m/s}$$

(La selecciona el investigador)

2.- Aceleración de la gravedad en el sitio:

$$g = 9.81000 \text{ m/s}^2$$

3.- Relación de ángulos de despegue con el alcance para v_0 .

$$R = v_0^2 \sin 2\alpha / g$$

α (°)	R(m)	(Ec.1.45)
0	0	
5	0.63724	
10	1.25512	
15	1.83406	
20	2.35085	
25	2.81117	
30	3.17808	
35	3.44841	
40	3.61397	
45	3.66972	

* Esto garantiza que el espectrómetro trabaje adecuadamente a todas las velocidades menores a ésta; aunque se presentan -- problemas de operación cuando $v < 0.75 \text{ m/s}$ la concentración de NUF de estas velocidades es despreciable (Ver las -- secciones 1.3 y 2.2).

tabla II.1 (CONT.):

(Los valores son simétricos respecto a 45°)

4.- Relación de ángulos de despegue con la altura máxima para v_0 :

$$h_{\text{máx}} = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g \quad (\text{Ec. (1.43)})$$

α (°)	$h_{\text{máx}}$ (m)
0	0
5	0.02788
10	0.11066
15	0.24582
20	0.42928
25	0.65543
30	0.91743
35	1.20730
40	1.51624
45	1.83486
50	2.15348
55	2.46242
60	2.75229
65	3.01429
70	3.24044
75	3.42390
80	3.55906

Tabla II.1 (cont.):

α (°)	$h_{\text{máx}}$ (m)
85	3.64184
90	3.66972

5.- Se selecciona el ángulo de despegue; por ejemplo:

$$\alpha = 10^\circ$$

Con el se calcula la longitud mínima del espectrómetro:

$$L_{\text{mín}} = R + \frac{1}{2} R = 1.25512 + \frac{1.25512}{2} = 1.88268 \text{ m}$$

La altura mínima del espectrómetro es:

$$h_{\text{mín}} = h_{\text{máx}} = 0.11066 \text{ m}$$

6.- Se selecciona el ancho del espectrómetro; por ejemplo:

$$a = 10 \text{ cm}$$

(Este valor aunque arbitrario es adecuado para el empotramiento y contención de los dispositivos auxiliares y podría ser - tonado como medida típica).

7.- Se calculan las medidas reales considerando tolerancias - para los dispositivos auxiliares y para que el espectrómetro - no quede muy justo de tamaño, así:

$$\begin{aligned} L &= L_{\text{mín}} + L_{\text{tol.}} = 1.88268 \text{ m} + 0.20 \text{ m} \\ &= 2.08268 \text{ m} \approx 210 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= h_{\text{mín}} + h_{\text{tol.}} = 0.11066 \text{ m} + 0.04 \text{ m} \\ &= 0.15066 \text{ m} \approx 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

Tabla II.1 (cont):

(las tolerancias dependen de los tamaños físicos reales de los espejos, colimadores, tubos, etc. pero con propósitos de ilustración se dan sobradas)

8.- Cálculo del volumen del espectrómetro :

$$V = a h L$$

$$V = (10)(15)(210) = 31500 \text{ cm}^3 = 31.5 \text{ l}$$

(Este Volumen es pequeño y pueden lograrse vacíos de hasta 10^{-6} torr con equipos convencionales como criobombas y bombas de difusión (93).

NOTA:- Como se observa en este diseño el espectrómetro es más bien un tubo de sección rectangular, pero podría ser una caja con otra selección del ángulo de despegue y tener el mismo volumen. Si la selección del sistema de vacío fuera crítica el diseño debería haberse hecho a la inversa; es decir, dadas las dimensiones para las que el sistema de vacío trabaja adecuadamente ajustar el ángulo de despegue.

PARTE III.- ¿ ES POSIBLE HACER INVESTIGACION CON NEUTRONES ULTRA
TRAFRIOS EN MEXICO ?

III.1 ALGUNAS CARACTERISTICAS DE INTERES DE LOS REACTORES DE
INVESTIGACION EN MEXICO.

Existen en México cuatro reactores nucleares que se utilizan con propósitos de investigación, éstos son:

- 1.- Reactor TRIGA MARK III del Centro Nuclear de México, perteneciente al Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares.
- 2.- Reactor SUR-100 del Centro de Estudios Nucleares de la Universidad Nacional Autónoma de México.
- 3.- Reactor subcrítico NC-9000 del Departamento de Ingeniería Nuclear de la Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional.
- 4.- Reactor subcrítico de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

En esta sección nos interesa únicamente compendiar algunas de las características de estos reactores, lo cual nos será de utilidad para analizar la factibilidad de poder producir neutrones ultrarápidos con ellos, lo cual haremos en la sección siguiente.

Las características de interés se encuentran en la Tabla-

4 III.1 y fueron obtenidas de las referencias (85,86,87,88,89,90) además de algunas comunicaciones personales con gentes relacionadas con el reactor subcrítico de Zacatecas.

REACTOR / PARAMETRO	TRIGA MARK III	SUR-100	REACTORES SUB-CRITICOS
combustible	Zr-89.9%, H-1.6% U-8.5%, e*=20%	U ₃ O ₈ , e= 20%	U metálico, e=natural
moderador	agua ligera	polietileno	agua ligera
refrigerante	agua ligera	---	agua ligera
reflector	agua ligera	grafito	agua ligera
¿ Puede operar en forma pulsada?	SI	NO	NO
T operación, °K	296-673	~298, T > 288	~298
g térmico máximo, $\frac{n}{cm^2s}$	~10 ¹⁷	5 x 10 ⁶	~10 ⁴
g t.m. sostenido, $\frac{n}{cm^2s}$	~10 ¹⁴	5 x 10 ⁶	~10 ⁴
duración del pulso, ns	10	---	---
masa crítica, g de U ²³⁵	2385	700	---
potencia, W	10 ⁶	1	0
potencia durante el pulso, W	1500 x 10 ⁶	---	---
coeficiente de reactividad por T, /°K	- 1.26 x 10 ⁻⁴	- 3 x 10 ⁻⁴	---

* e = enriquecimiento en U-235.

** De las referencias (85-90).

III.2 PRODUCCION DE NEUTRONES ULTRAFRIOS EN LOS REACTORES DE INVESTIGACION EN MEXICO .

Según lo que se discute en el capítulo 2 del apéndice A, es posible obtener flujos apreciables de NUF, es decir flujos de 100-10000 NUF/cm² s , si el flujo térmico total del reactor cumple la condición :

$$\phi \geq 10^{13} \frac{n}{cm^2 \cdot s}$$

De tal condición, y según lo que se puede ver en la tabla III.1, es obvio que los reactores subcríticos quedan totalmente descartados para producir neutrones ultrafríos.

El reactor SUR-100 está imposibilitado a obtener flujos apreciables de neutrones ultrafríos a menos que se encuentre acoplado a un sistema capaz de confinar a éstos en concentraciones mucho mayores de las que se encuentran en el reactor. El sistema de concentración es la fuente de He-4 superfluido rodeada por un sistema de bobinas superconductoras. Aún con esto, habrá algunos experimentos que se verán seriamente restringidos.

En el reactor TRIGA MARK III se pueden obtener flujos apreciables de NUF, y lo que es más, con cierta facilidad. De hecho, los reactores del tipo de piscina son el tipo de reactor más idóneo para el propósito de producir NUF (54). El hecho de que el reactor TRIGA se pueda además "pulsar" lo hace excelente para obtener flujos muy altos de NUF en experimentos donde no se requieran haces continuos.

No es sencillo calcular la concentración de NUF en el espectro energético del pulso y desde luego no podemos usar para ello los

modelos que se estudian en el capítulo 1 del apéndice A. Tal espectro corresponde aproximadamente a uno maxwelliano con alguna temperatura intermedia entre la máxima del pulso y la inicial, pero debe tener una cola $1/E$ muy marcada, la cual se debe a la gran cantidad de neutrones rápidos que están siendo termalizados durante el pulso. Debe considerarse que el tiempo de termalización de los neutrones de fisión en el agua ligera es de unos $5 \mu\text{s}$, mientras que la duración del pulso del TRIGA es de 10 ms.

La mejor manera de obtener neutrones ultrafríos del TRIGA es la inserción de un tubo guía en el centro del núcleo del reactor, teniendo tal tubo guía un convertidor de parafina en el extremo insertado. El tubo guía conducirá neutrones a mecanismos de desaceleración mecánicos o a la fuente de He-4 superfluido (Ver el capítulo 2). Tales mecanismo y la operación en forma pulsada garantizan haces de NUF de $1000-100000 \text{ NUF/cm}^2 \text{ s}$.

La conclusión, y respuesta a la pregunta tema de esta Parte III, es que en México pueden producirse NUF en flujos elevados y con relativa facilidad en el reactor TRIGA MARK III del Centro Nuclear de México y flujos muy bajos, con mecanismos más complicados como la fuente de He-4, en el reactor SUR-100 del Centro de Estudios Nucleares de la Universidad Nacional Autónoma de México.

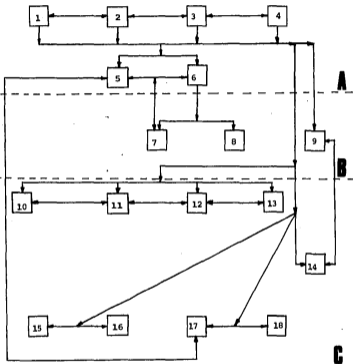
Por supuesto es necesario que los grupos de investigación que trabajen en física de neutrones se interesen en los NUF y tengan apoyo financiero de las instituciones que los patrocinan. Este trabajo puede ayudar a que la primera condición se produzca.

III.3 ORGANIGRAMA DE LA EXPERIMENTACION CON NEUTRONES ULTRAFRIOS.

En esta sección haremos un compendio de los experimentos con NUF propuestos en el capítulo 6. Esto lo haremos mediante un organigrama que muestre los diferentes niveles de la investigación, dentro de la estructura de la física y de la física de neutrones, en que se encuentren situados tales experimentos. Las claves del organigrama se encuentran en las hojas subsecuentes al mismo.

Es notorio que la investigación con NUF implica una marcada interacción entre especialistas de muy diversas disciplinas, por ejemplo especialistas en instrumentación, física teórica, estado sólido, gravitación, etc. Esto hace que las instituciones de investigación se vean inclinadas de manera natural por ciertos tópicos. Por ejemplo, una colaboración entre el Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares y el Instituto de Investigación de materiales de la U.N.A.M. debe hacerse para estudios de la fuente de NUF de He-4 y para estudios de superficies y películas delgadas. Otro ejemplo es el siguiente, en el Centro de Estudios Nucleares de la U.N.A.M. existe un marcado interés por el estudio de la gravitación de modo que podría enfocarse la investigación con NUF hacia estos tópicos.

ORGANIGRAMA DE LA EXPERIMENTACION CON NEUTRONES ULTRAPRIOS*.-



→ DIRECCION DEL FLUJO DE INFORMACION

↔ DIRECCION DEL FLUJO DE INFORMACION EN AMBOS SENTIDOS

* Las claves están en las hojas siguientes.

Claves para el organigrama de la experimentación con neutrones ultrafíos :

- 1.- Producción de neutrones ultrafíos.
- 2.- Detección de neutrones ultrafíos.
- 3.- Espectro energético de neutrones ultrafíos en reactores nucleares.
- 4.- Espectrometría de neutrones ultrafíos.
- 5.- Confinamiento mecánico de neutrones ultrafíos.
- 6.- Confinamiento magnético de neutrones ultrafíos.
- 7.- Determinación del tiempo de vida media del neutrón.
- 8.- Determinación del momento dipolar eléctrico del neutrón.
- 9.- Determinación de alta resolución de la constante de Planck y comparación de longitudes de onda de partículas con las ópticas.
- 10.- Medición de secciones eficaces a bajas energías.
- 11.- Reacciones nucleares a bajas energías.
- 12.- Fenómenos de dispersión a bajas energías.
- 13.- Fisión a bajas energías.

- 14.- Interferometría y óptica de neutrones ultrafríos. Posible construcción de un microscopio neutrónico.
 - 15.- Estudios teórico-experimentales mecánico cuánticos.
 - 16.- Estudios teórico-experimentales de fenómenos cuánticos ligados con la gravitación.
 - 17.- Estudios de física del estado sólido; superficies y películas delgadas.
 - 18.- Estudios con neutrones polarizados.
- A : Investigación básica en física de neutrones ultrafríos.
- B : Investigación básica en física teórica.
- C : Investigación básica con aplicaciones inmediatas e investigación aplicada.

REFERENCIAS: PARTES I, II y III.

- 1.- Duderstadt, J.J.; Martin, W. R. "Transport Theory", - -
(Wiley, New York, 1979). p. 11.
- 2.- Duderstadt, J.J.; Martin, W. R. op cit. p.11
- 3.- Huang, K. "Statistical Mechanics", (Wiley, New York, --
1963) p. 101.
- 4.- Huang, K. op. cit. p. 57-58
- 5.- Jackson, J.D. "Classical Electrodynamics", (Wiley, New-
York, 1975) p. 185.
- 6.- Arfken, G. "Mathematical Methods for Physicists", (Aca-
demic Press, New York, 1970) p. 30.
- 7.- Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. "Mecánica Cuántica No-Rela-
tivista", (Reverté, Barcelona, 1967) p. 236-238.
- 8.- Golub, R.; Mampe, W.; Fendlebury, J.M.; Ageron, P. In--
vestigación y Ciencia, Agosto 1979.
- 9.- de Shalit, A.; Feshbach, H. "Theoretical Nuclear Physics
(Vol. I)", (Wiley, New York, 1974) p. 771.
- 10.- Duderstadt, J.J.; Martin, W. R. op. cit. p. 144-154.

- 11.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 145.
- 12.- Lee, J.F.; Sears, F.W.; Turcotte, D.L. "Statistical - - Thermodynamics", (Addison-Wesley, Reading, 1973) p. 187-188.
- 13.- Mermin, N.D.; Lee, D.M. Investigación y Ciencia. Enero 1977.
- 14.- Lee, J.F. et Al op. cit. p. 198-206
- 15.- Lee, J.F. et Al op. cit. p. 186.
- 16.- Parks, D.E.; Nelkin, M.S.; Wikner, N.F.; Beyster, J.R.- "Slow Neutron Scattering and Thermalization with Reactor Applications", (Benjamin, New York, 1970) p. 66.
- 17.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, J.J. "Nuclear Reactor Analysis" (Wiley, New York, 1976) p. 384.
- 18.- Parks, D.E. et al op. cit. p. 51
- 19.- Fermi, E. Ricerca Scientifica 2, 13 (1936).
- 20.- Eisberg, R.; Resnick, R. "Física Cuántica", (Limusa, México, 1979) p. 463-470.

- 21.- Zemansky, M.W. "Calor y Termodinámica", (Aguilar, México, 1973) p. 520-544.
- 22.- Gibson, W.M. "The Physics of Nuclear Reactions", (Pergamon, Great Britain, 1980) p. 69, 81-84.
- 23.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p.413.
- 24.- Shapiro, C.; Corngold, N. Phys. Rev. 137, 1686 (1965)
- 25.- Mockel, A. Nucl. Sci. Eng. 29, 43 (1967).
- 26.- Villadsen, J.; Michelsen, M.L. "Solution of Differential Equation Models By Polynomial Approximation", - - (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1978) p. 75.
- 27.- Del Valle Gallegos, E. "Ilustración de Algunos Métodos para la solución de la Ecuación de Transporte de Neutrones Monoenergéticos", Tesis, E.S.F.M. I.P.N., 1978.
- 28.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 172.
- 29.- Arfken, G. op. cit. p. 55-57.
- 30.- Kuscer, I. Surf. Sci. 25, 225 (1974).
- 31.- Huang, K. op. cit. p. 73-74.
- 32.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, J.J. op. cit. p. 385-386.

- 33.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 299
- 34.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 173-174.
- 35.- Huang, K. op. cit. p. 95.
- 36.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 168-174.
- 37.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, J.J. op. cit. p. 134-137.
- 38.- Henry, A.F. "Nuclear-Reactor Analysis", (MIT, Cambridge, 1980) p. 386-423.
- 39.- Lamarsh, J.R. "Introduction to Nuclear Reactor Theory", (Addison- Wesley, Reading. 1972) p. 125-128.
- 40.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 224.
- 41.- Tricomi, F.G. "Integral Equations", (Wiley, New York, - 1957).
- 42.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, J.J. op. cit. p. 140-144.
- 43.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 15,17,18,19, 232, 233, 371, 435, 483.
- 44.- Carnahan, B., Luther, H.A.; Wilkes, J.O. "Applied Numerical Methods", (Wiley, New York, 1969).

- 45.- Smith, G.D. "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods", (Clarendon, Oxford, 1978).
- 46.- Duderstadt, J.J.; Hamilton J.J. op. cit. p. 288-290.
- 47.- Henry, A.F. op. cit. p. 162-168.
- 48.- Glasstone, S.; Sesonske, A. "Nuclear Reactor Engineering", (Van Nostrand Reinhold, New York, 1981) p. 659 - 662.
- 49.- Spanier, J.; Gelbard, E. M. "Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems", (Addison-Wesley, Reading, 1969).
- 50.- Carter, L.L.; Cashwell, E.D. "Particle-Transport Simulation With the Monte Carlo Method", VSERDA TID-26607, 1975.
- 51.- Shreider, Y.A. (Ed.). "The Monte Carlo Method", (Pergamon, New York, 1966).
- 52.- Duderstadt, J.J.; Martin. W.R. op. cit. p. 188-190
- 53.- Luschnikov, V.I. Physics Today, June 1977. p. 46.
- 54.- (Se Suprimió)

- 55.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 301-302.
- 56.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 56.
- 57.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. op. cit. p. 8.
- 58.- Lamarsh, J.R. op. cit. p. 525-530.
- 59.- Lamarsh, J.R. op. cit. p. 541-543.
- 60.- Arfken, G. op. cit. p. 34.
- 61.- Golub, R. et al op. cit. p. 76.
- 62.- Arya, A.P. "Fundamentals of Nuclear Physics", (Allyn --
and Bacon, Boston. 1966) p. 114.
- 63.- (Se Suprimis).
- 63.- (Se Suprimis).
- 64.- Groshev, L. V.; Luschikov, V.I.; Nikolaev, S.A.; Panin,
Y.N.; Porotilovsky, Y.N.; Strelkov, A.V. "Proceedings -
of a Conference on Neutron Physics" (Kiev, 1975).
- 65.- Golub, R. et al op cit.
- 66.- Bense, U.; Rauch, H. "Neutron Interferometry: Procee-
dings of an International Workshop at Institute Lase-
Langevin, Grenoble, France", (Oxford, London, 1979).

- 67.- Bower, E. "Analytic Mechanics", (Mc Graw-Hill, New York, 1934) p. 380-381.
- 68.- (See Suprinis).
- 69.- "Proceedings of the 2nd. International School on Neutron Physics, Alushta (1974)", JINR D3-7991 (Dubna, 1974).
- 70.- Lamarsh, J.R. op. cit. p. 252-253.
- 71.- Knoll, G.F. "Radiation Detection and Measurement", (Wiley, New York, 1979) p. 523.
- 72.- Knoll, G.F. op. cit. p. 523.
- 73.- Knoll, G.F. op. cit. p. 534.
- 74.- Knoll, G.F. op. cit. p. 533.
- 75.- Knoll, G.F. op. cit. p. 529-534.
- 76.- Knoll, G.F. op. cit. p. 192.
- 77.- Hughes, D.J. Et Al "Neutron Cross Sections" BNL-325 (1958, 1960, 1964, 1965, 1975).
- 78.- Lamarsh, J.R. op. cit. p. 21.

- 79.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, J.J. op. cit. p. 138.
- 80.- Lamarsh, J.R. op. cit. p. 167-168.
- 81.- Golub, R.; Pendlebury, J.M. Reports on Progress in Physics, March 1978.
- 82.- Arya, A. P. op. cit. p. 232-235.
- 83.- Landau, L.D.; Lifshitz, E. M. op. cit. p. 236-237.
- 84.- Golub, R.; Pendlebury, J.M. Contemp. Phys. 13, 519 - - (1972).
- 85.- Morales Amado, A.; López Carrasco, P.; Ley-Koo, V., Ortega, E.; Ponce, A.; González, T.; Razo, P. "Reactor -- TRIGA MARK III del Centro Nuclear de México. Descripción, Construcción, Montaje y Operación", Revista Mexicana de Física No. 19 (1970) 527-578.
- 86.- Hildenbrand, G. "Siemens Training Reactor SUR", Manuales del Reactor.
- 87.- Stone, R.S.; Sleeper, H.P.; Stahl, R.H.; West, G. Nucl. Sci. Eng. 6, 255-259 (1959).

- 88.- Young, Pho-Shein (Ed.) "Experiments for Nuclear-Chicago Student Training Reactor". (Nuclear Chicago Corp. Chicago, 1959).
- 89.- Scalettar, R. "the Fuchs- Nordheim Model with Variable - Heat Capacity", GA-3416 (1963).
- 90.- Scalettar, R. "Spall and Energy Dependent Corrections - to the Fuchs - Nordheim Model", GA-3400 (1963).
- 91.- Septier, A. (Ed) "Focusing of Charged Particles" (Vols. - I y II), (Academic, New York, 1967).

APENDICES :**A : Física de Neutrones Ultrafríos.****B : Referencias.****C : Nomenclatura.**

APENDICE A : FÍSICA DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

CAPITULO 1 .- ASPECTOS FUNDAMENTALES.

1.1 INTRODUCCION : PROPIEDADES DE LOS NEUTRONES.

Los neutrones juegan actualmente el papel más importante que partícula alguna haya jamás jugado en cuestiones tan disímiles como las científicas, energéticas, militares, políticas y muchas otras. La mayoría de los físicos nucleares está de acuerdo en que su campo de estudio se inició realmente a partir del descubrimiento del neutrón en 1932 por J. -- Chadwick (1)*. Incluso hay quien, haciendo una apología un poco exagerada, ha dicho que si "los que escribieron el Antiguo Testamento vivieran actualmente hubieran escrito '... y Dios creó al neutrón' ". (2). Nosotros no vamos tan lejos, pero ¿Qué sería de la Física sin los neutrones?

La rama de la ciencia física conocida como "Física de Neutrones" o, de modo familiar, como "Neutrónica", se encuentra en una etapa avanzada de su desarrollo gracias a la industria nuclear tanto bélica como pacífica; sin embargo, es sorprendente la cantidad de nuevos descubrimientos que día a día se publican. Una subrama de la neutrónica se ha iniciado

* Los números entre paréntesis son las referencias que se encuentran en el Apéndice 1.

recientemente y su importancia es muy grande : la física de neutrones ultrafríos.

Los neutrones ultrafríos son partículas que se mueven - tan lentamente que un buen corredor de 100 m planos alcanza una velocidad dos veces mayor que la de ellos; además, tienen la sorprendente propiedad de rebotar contra superficies sólidas, lo cual implica que podemos guardar neutrones ultrafríos (NUF) * en una botella metálica (o como se verá en el capítulo 3 en poderosos campos magnéticos no uniformes). Se han planteado experimentos con estos neutrones embotellados que pueden afectar o cambiar radicalmente las teorías actuales sobre el mundo físico.

Pero ¿Qué son los neutrones ultrafríos? Los neutrones ultrafríos forman parte de la especie general "neutrones", los cuales se clasifican según la energía que poseen como -- (4,5,6,7) :

relativistas	➤ 20 MeV
rápidos	1 - 20 MeV
intermedios	0.001 - 1 MeV
resonantes	1 - 1000 eV
epitérmicos	0.05 - 1 eV

* Utilizaremos frecuentemente NUF como abreviatura de neutrones ultrafríos .

lentos

≤ 0.05 eV

La clasificación anterior tiene en cuenta la forma en que -- los neutrones interaccionan con la materia. Los NUF forman -- parte de los neutrones lentos ya que estos se subdividen en:

térmicos

$10^{-3} - 0.05$ eV

fríos

$2 \times 10^{-7} - 10^{-3}$ eV

ultrafríos

$\leq 2 \times 10^{-7}$ eV

Esta última subdivisión ha sido propuesta por el autor -- ya que en realidad no hay puntos claros de distinción. Para -- diferenciar entre neutrones térmicos y fríos nos hemos basa -- do en la clasificación propuesta por Gibson (6). Golub y co -- laboradores (8) definen un NUF como aquel que puede ser con -- finado en una vasija material. Las velocidades máximas que -- pueden tener los neutrones para quedar confinados oscila al -- rededor de los 6 m/s para los materiales con mejores caracte -- rísticas para este propósito y la energía de un neutrón que -- se mueve a esta velocidad es de 1.882×10^{-7} eV, así que una -- figura más fácil de recordar es el redondeo a una energía de -- 2×10^{-7} eV ($v = 6.185$ m/s).

Ahora que ya sabemos que lugar ocupan los NUF entre sus -- congéneres responderemos a la pregunta ¿Qué es un neutrón? -- Un neutrón es una partícula (barión) con las siguientes ca -- racterísticas :

masa = 1.00866520 U = 939.55 MeV = $1.6749544 \times 10^{-27}$ kg (11)

carga eléctrica = 0 (¿? Ver 12)

spin = 1/2 (lo que implica estadística de Fermi-Dirac)

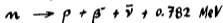
composición en quarks = udd

(u viene de "up" y se trata de un quark con carga +2/3 , d - viene de "down" y se trata de un quark con carga -1/3.)

número cuántico de extrañeza = 0

número cuántico de encanto = 0

Fuera del núcleo el neutrón es radiactivo, decae emitiendo partículas beta según :

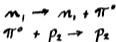


La vida media del neutrón es 636 ± 9.7 a (8,76). Nótese el alto valor de la figura de invertidumbre : 1.5 % *. Hay que hacer notar que en una gran cantidad de libros y artículos se cita sin más trámite 11.7 min como la vida media del neutrón. Fuera del núcleo los neutrones interaccionan con la materia de muy diversas formas, gran parte de este trabajo está dedicado al estudio de las interacciones de los NUP con la materia, así que por el momento no tocaremos el tema.

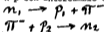
Dentro del núcleo el neutrón se comporta de manera muy compleja (13,76). Según la teoría de Yukawa (1) hay un campo

* Esto se comenta en la sección 6.1.

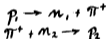
asociado con un sistema de nucleones que causa una fuerza entre ellos de origen cuántico llamada fuerza de intercambio. El intercambio se efectúa mediante cuantos de masa finita ($\sim 300 m_{e^-}$) llamados actualmente piones, antiguamente mesones pi. Así, la interacción n-p sin intercambio de carga se representa por :



La interacción n-p con intercambio de carga mediante :



y la interacción p-n por :



La mayoría de las teorías actuales sobre el núcleo consideran al neutrón y al protón como dos formas distintas de una misma entidad (76). El intercambio de momento transportado por el pión es el causante directo de la fuerza nuclear. Según la mecánica clásica este modelo viola la ley de conservación de la energía en la cantidad $m_{\pi} c^2$; cuánticamente, según el principio de incertidumbre :

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

y el proceso puede efectuarse en un tiempo :

$$\Delta t \leq \hbar / m_{\pi} c^2 \sim 10^{-24} \text{ s}$$

En este tiempo el pión puede recorrer :

$$\lambda c \approx 1.2 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

que es precisamente el alcance de las fuerzas nucleares. En el caso de un solo nucleón, los piones son constantemente -- emitidos y absorbidos por el mismo nucleón, el efecto es de que el nucleón está rodeado por una nube de piones. El "radio" atribuido a los neutrones es de 0.813×10^{-13} cm, pero la incertidumbre es muy alta : 20 % (76).

El neutrón posee momento magnético, debido a una propiedad cuántica intrínseca (14), con una magnitud de -1.9132 -- magnetones nucleares, un magnetón nuclear es aproximadamente 5.05×10^{-24} ergs/gauss . El signo negativo indica que el -- vector de spin y el vector momento magnético son antiparalelos. La propiedad de poseer momento magnético hace que los -- NUF puedan ser confinados en campos magnéticos no uniformes, lo cual se discute en el capítulo 3.

La posible existencia de un momento dipolar eléctrico -- del neutrón, y las implicaciones que esto trae consigo (violación de la simetría de inversión temporal) se discuten en detalle en la sección 6.1.

Según la relación de De Broglie, la energía de un neutrón se relaciona con su longitud de onda mediante:

$$E = \frac{h^2}{2 m_n \lambda^2} \quad (1.1)$$

que en unidades prácticas queda como :

$$\lambda(\text{\AA}) = 0.1863 [E(\text{eV})]^{-\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

Utilizando $E = 1/2 mv^2$, ecuación válida a bajas energías, - podemos obtener :

$$v(\text{m/s}) = 1.383 \times 10^4 [E(\text{eV})]^{\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

Estas ecuaciones nos serán muy útiles a lo largo de toda la exposición.

Finalizaremos esta sección con una breve nota histórica. Zel' dovitch (10) fué el primero en publicar (1959) la demostración de la propiedad de reflexión total de los NUF. Según notas de Pontecorvo (29), se cree que Fermi resolvió el problema en 1945, sin embargo, jamás publicó sus resultados. -- Shapiro (9) fué el primero en proponer (1968) un experimento de alta resolución para la medición del momento dipolar eléctrico del neutrón utilizando NUF, y puede decirse que el interés en los neutrones ultrafríos surgió a partir de esta publicación. Los primeros centros en que se realizaron investigaciones con NUF fueron soviéticos (Dubna) y a partir de ahí la investigación sobre NUF se ha extendido por todo el mundo. Podemos citar los centros de estudio en que se realizan las investigaciones más importantes sobre NUF : Dubna, - Universidad de Bonn, Universidad de Manchester, Instituto -- Max von Laue-Paul Langevin (Grenoble) y en el CERN.

1.2 ESPECTRO DE NEUTRONES LENTOS EN UN REACTOR NUCLEAR TER-MICO.

La ecuación de balance neutrónico en un reactor nuclear puede expresarse como (1.5, 1.6) :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = S(\vec{r}, E, t) + \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(\vec{r}, E', t) - \nabla \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t) - \Sigma_a(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, t) \quad (1.4)$$

Si suponemos un reactor infinito, homogéneo y en estado estacionario, de forma que las dependencias espaciales y temporales puedan ser ignoradas, la ecuación (1.4) se reduce a :

$$[\Sigma_a(E) + \Sigma_s(E)] \phi(E) = \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') + S(E) \quad (1.5)$$

ya que las fugas $\nabla \cdot \vec{J}$ son cero en tal sistema. Queremos demostrar ahora que para el caso especial de no absorción y no existencia de fuentes de neutrones, la dependencia energética del flujo es una distribución de Maxwell-Boltzmann; es decir, los neutrones se comportan en tal caso como un gas en equilibrio térmico con el medio, más específicamente como un gas enrarecido, debido a que la trayectoria libre media entre colisiones es del orden de cm. En ausencia de absorción y fuentes (1.5) se reduce a :

$$\Sigma_s(E) \phi(E) = \int_0^{\infty} dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) \phi(E') \quad (1.6)$$

Estableciendo que el kernel de dispersión tiene una pro

propiedad muy importante conocida como principio del balance detallado :

$$v' \Sigma_s(E' \rightarrow E) M(E') = v \Sigma_s(E \rightarrow E') M(E) \quad (1.7)$$

en donde $M(E)$ es la distribución de Maxwell-Boltzmann :

$$M(E) = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \quad (1.8)$$

y considerando también la definición de sección eficaz de dispersión :

$$\Sigma_s(E) = \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E \rightarrow E') \quad (1.9)$$

podremos probar que la solución de (1.6) es :

$$\phi_m(E) = v N_0 M(E) \quad (1.10)$$

donde N_0 es la densidad del número de neutrones en el medio.

Sustituyendo (1.10) en (1.6) obtenemos :

$$\Sigma_s(E) \phi_m(E) = \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E' \rightarrow E) v' N_0 M(E')$$

Pero por el principio del balance detallado :

$$\Sigma_s(E) \phi_m(E) = \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E \rightarrow E') v N_0 M(E)$$

Notamos que v , N_0 y $M(E)$ no dependen de la variable de integración por lo que pueden salir del signo integral, pero lo que queda dentro es simplemente la sección eficaz de dispersión, así que :

$$\int_0^\infty dE' \Sigma_s(E \rightarrow E') v N_0 M(E) = \Sigma_s(E) \phi_m(E)$$

Lo que demuestra que en ausencia de absorción, fuentes y fu-

gas, el espectro de equilibrio de los neutrones es Maxwelliano.

Por supuesto que nuestro reactor no solo no puede ser infinito, sino que contiene núclidos "fuente" que al fisiarse producen neutrones. Recordando que las secciones eficaces de absorción varían esencialmente siguiendo la ley "1/v" (18), los neutrones con menor energía serán preferencialmente absorbidos produciéndose un "calentamiento" del espectro. Por el contrario, los neutrones con mayor energía tenderán a fugarse más fácilmente, lo que producirá un efecto, de enfriamiento, inverso al anterior. Al aplicar la teoría de difusión al análisis del proceso de enfriamiento es posible obtener :

$$\frac{T - T_0}{T_0} = -\bar{D}^2 \frac{1 + 2 \frac{d \ln \bar{D}}{d \ln T}}{NM_2} \quad (1.11)$$

La demostración completa es muy larga pero puede verse en -- (5). En (1.11) T es la nueva temperatura y

$$NM_2 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} dE' dE \frac{1}{k^2 T_0^2} \xi'(E'-E) \zeta_0(E \rightarrow E) \times M(E') \quad (1.12)$$

Una expresión similar puede obtenerse en el caso del calentamiento por absorción :

$$\frac{T-T_0}{T_0} = \bar{\Sigma}_a \frac{1 + 2 \Delta \ln \bar{D} / \Delta \ln T}{NM_2} \quad (1.13)$$

El factor B^2 "pandeo" geométrico de un reactor cilíndrico es:

$$B^2 \approx \left(\frac{2.405}{R} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{H} \right)^2 \sim 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

Así que si en general esto es cierto :

$$\Sigma_a \gg \bar{D} B^2$$

Se concluye que el efecto de calentamiento por absorción es el dominante en reactores grandes, y el espectro sufre efectivamente un calentamiento.

El efecto de la existencia de fuente neutrónicas puede verse con claridad si consideramos que la fuente de fisión es una fuente de moderación, esto es :

$$S(E) = q(E_t) \propto E^{-1} \quad (1.15)$$

donde q es la densidad de frenado y el subíndice t indica -- "térmica". Así, el espectro presenta una cola :

$$\phi(+5kT) \propto \frac{1}{E} \quad (1.16)$$

Existe otro efecto importante que es el de la existencia de absorción no- $1/v$, es decir, absorción resonante. Los núclidos más comunes, en el reactor, que presentan resonancias -- térmicas son, por citar algunos, el Sm-149, U-235, Pu-239, etc. Una resonancia deprime el espectro en su vecindad debi-

do a la absorción selectiva a que da lugar.

Los efectos discutidos anteriormente se ilustran en la figura 1.1 de la página siguiente.

Por lo dicho, considerar el espectro de los neutrones lentos en un reactor nuclear como Maxwelliano es una aproximación cruda, sin embargo, por razones que serán más claras más adelante utilizaremos un modelo simple llamado de "temperatura neutrónica efectiva" basado en una distribución Maxwelliana. Nuestro modelo aproximado tiene en cuenta el calentamiento por absorción y la cola $1/E$ debida a las fuentes, pero no los efectos de las resonancias. El modelo es el siguiente :

$$\phi(E) = \phi_m(E, T_m) + \lambda \frac{\Delta(E/KT_m)}{E} \quad (1.17)$$

Donde T_m es la temperatura neutrónica efectiva, diferente de la temperatura del medio y mayor que la de éste. Dicha temperatura está dada por la fórmula semiempírica :

$$T_m = T (1 + AT^2) \quad (1.18)$$

En la cual A es un coeficiente adimensional que varía entre 1.2 y 1.8 y T es el inverso de la relación de moderación a la energía kT que es la energía más probable del espectro maxwelliano :

$$T^2 = 2\alpha(kT) / \xi \Sigma_s \quad (1.19)$$

En la ecuación (1.17) delta es lo que se conoce como función

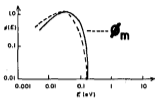
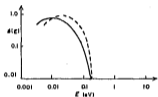
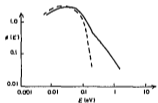
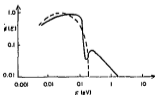
absorción**fugas****fuerza****resonancia**

Fig. 1.1 :- Efectos de no-equilibrio en el espectro lento.

de unión, la cual caracteriza la transición entre un espectro maxwelliano y un espectro de moderación. Funciones de unión obtenidas experimentalmente para diferentes moderadores pueden verse en (5). La constante lambda es solo un factor de normalización que se obtiene de la condición de balance :

$$\int_0^{\infty} dE \Sigma_a(E) \phi(E) \quad (1.20)$$

y que resulta ser :

$$\lambda = N_0 \left(\frac{g k T_m}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\tau}{1-\tau} \quad (1.21)$$

Una función de unión típica se muestra en la figura 1.2 .

Tendremos entonces caracterizado energéticamente nuestro flujo de manera aproximada siempre y cuando conozcamos T_m y la función de unión del moderador.

La forma espacial del flujo neutrónico depende de la geometría del reactor pero, grosso modo se tiene que en la aproximación difusión-multigrupos para cada grupo energético:

$$\phi_g(r) \approx C S_{g0} J_0 \left(\frac{\nu_0 r}{R_{ef}} \right) \cos \left(\frac{\pi z}{H_{ef}} \right) \quad (1.22)$$

en donde R_{ef} y H_{ef} son las dimensiones efectivas de un reactor cilíndrico equivalente considerando los ahorros por reflector, J_0 la función de Bessel de primera clase de orden cero y ν_0 su primera raíz, es decir $\nu_0 = 2.4048$, C una cons--

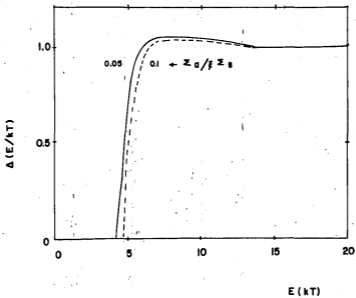


Fig. 1.2 :- Función de unión típica.

tante que depende de la potencia térmica del reactor y S_{gg} , un coeficiente de acoplamiento de grupos (Ver el Anexo 1).

Existen modelos más elaborados para la caracterización energética del flujo en reactores que funcionan adecuadamente en diversas situaciones. Tales modelos se pueden agrupar en :

1.- Modelos de kernel sintético de dispersión :

- a) Modelo del gas de protones (Wigner-Wilkins) (19,20).
- b) Modelo del gas pesado (5).
- c) Modelo primario (21)
- d) Modelo secundario (22).

A partir de este último modelo se pueden derivar los anteriores. Su kernel sintético es :

$$M(E) \Sigma_s(E' \rightarrow E) = \begin{cases} u(E) v(E') & E > E' \\ u(E') v(E) & E < E' \end{cases} \quad (1.23)$$

Si se eligen adecuadamente las funciones u y v se tiene por resultado los otros modelos de kernel sintético. Puede demostrarse que la ecuación integral (1.5) se transforma en el par de ecuaciones diferenciales acopladas :

$$\Sigma_a(E) \phi(E) = \frac{dq}{dE} + S(E) \quad (1.24)$$

$$\frac{d}{dE} \left[\frac{\phi(E)}{M(E)} \right] = j(E) q(E) - \frac{d}{dE} \left[K(E) \frac{dq}{dE} \right] \quad (1.25)$$

$j(E)$ y $k(E)$ se determinan en términos de u y v , las que a su vez se obtienen de condiciones sobre los momentos energéticos de la sección eficaz de dispersión (5,15,17).

2.- Modelos de kernel de dispersión degenerado(5,23,24).

3.- Modelos de difusión y multigrupos (15).

4.- Modelos de Teoría del Transporte (25,26).

Para nuestros propósitos bastará con el modelo de temperatura neutrónica efectiva, pero en una sección posterior estudiaremos el modelo de Wigner-Wilkins.

1.3 NEUTRONES ULTRAFRIOS EN UN REACTOR NUCLEAR TERMICO.

El hecho de que el espectro energético de los neutrones lentos en un reactor nuclear sea aproximadamente Maxwelliano, implica que existe una fracción de los neutrones con energías muy bajas. En esta sección estamos interesados en encontrar la fracción de neutrones ultrafríos en el espectro lento del reactor con nuestro modelo de temperatura neutrónica efectiva.

Es claro que el número de neutrones con velocidades entre 0 y una velocidad arbitraria v está dado por :

$$N_{0 \rightarrow v} = \int_0^v d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \int_0^v dN(v) \quad (1.26)$$

Según nuestra ecuación (1.17) tendríamos :

$$N_{0 \rightarrow v} = \int_0^v dN_m + \int_0^v dN_a \quad (1.27)$$

N_m se refiere a la parte maxwelliana pura y N_s a la parte regida por la función de unión. La función de unión es cero si la energía es menor que $5kT_m$, aproximadamente ya que depende del moderador pero no marcadamente. Como nosotros estamos interesados en energías muchísimo menores, la parte regida por la función de unión será cero y quedará solo la parte maxwelliana; además, no existen resonancias en las regiones de energía ultrafría y nuestro modelo es muy exacto.

Podemos entonces aplicar fórmulas muy conocidas de la Termodinámica Estadística para obtener la fracción de neutrones con velocidades comprendidas entre cero y una velocidad dada. Estrictamente hablando, los neutrones no pueden llegar a tener una velocidad cero (ver sección 1.4.2) pero el error que cometemos al no considerar esto es despreciable. Así, la fracción buscada es (28) :

$$\frac{N_{0 \rightarrow v}}{N_0} = \left[\operatorname{erf}(x) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} x e^{-x^2} \right] \quad (1.28)$$

Ecuación en la cual :

$$x = \frac{v}{v_m} \quad (1.29)$$

La velocidad más probable v_m que caracteriza al espectro está dada por la conocida fórmula :

$$v_m = (2kT_m/m)^{1/2} \quad (1.30)$$

o, en unidades convenientes, por :

$$v_{ms} \text{ (m/s)} = 128.398 [T_m \text{ (}^\circ\text{K)}]^{1/2} \quad (1.31)$$

En (1.28) erf es la función error :

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (1.32)$$

En un reactor típico v_m es del orden de 3000 m/s cuando $T_m = 298^\circ\text{K}$, y para neutros v del orden de 6 m/s o menos, de modo que el argumento de la función error es pequeño y la podemos evaluar usando su expansión en serie de potencias con pocos términos, así :

$$\begin{aligned} \text{erf}(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \left(1 - t^2 + \frac{t^4}{2!} - \dots \right) dt \\ \text{erf}(x) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \dots \right) \end{aligned} \quad (1.33)$$

Por ejemplo, si $v = 6$ m/s y $T_n = 450^\circ\text{K}$ se tiene que :

$$x = 0.002203$$

Si usamos (1.33) con los términos explícitamente señalados :

$$\text{erf}(0.002203) = 0.0024858153 + O(x^7 \sim 10^{-21})$$

por lo que :

$$\frac{N_{0 \rightarrow 1}}{N_0} = 8.043 \times 10^{-9}$$

Nuestro cálculo indica que, en las condiciones supuestas, -- hay aproximadamente un neutrón ultracómodo por cada 10^8 neutrones lentos. Los cálculos hechos conforme a lo visto están en

excelente acuerdo con resultados experimentales (35). Según el tipo de reactor y su temperatura de operación se ha obtenido experimentalmente que existe un NUF por cada 10^8 - 10^{11} neutrones lentos.

Un flujo térmico típico de un reactor nuclear es de -- 10^{14} n/cm²s, de modo que pueden esperarse flujos de unos -- 1000 NUF/cm²s. En principio, se pueden diseñar reactores de alto flujo, como los productores de plutonio, que den 10^{16} n/cm²s para obtener haces más poderosos de NUF. Como hemos mencionado, las únicas fuentes prácticas para obtener NUF -- son los reactores nucleares y este tema lo trataremos en detalle en el capítulo 2.

En base a nuestras fórmulas, puede demostrarse que la fracción de neutrones con velocidades menores a 1 m/s es extraordinariamente baja. La figura 1.3 muestra la variación de v_m con respecto a T_n y la variación de la fracción de neutrones con velocidades menores de 6 m/s con respecto a T_n .

Otras ecuaciones relacionadas con el espectro maxwellia no que serán de utilidad para nosotros son :

$$\bar{v} = (8kT_m / \pi m)^{1/2} \quad (1.34)$$

$$\bar{E} = \frac{3}{2} kT \quad (1.35)$$

$$E_{ms} = kT \quad (1.36)$$

El número de neutrones que chocan con una superficie de área

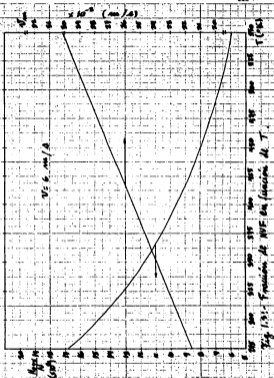


Fig. 1.91.- Fracción de NVE en función de T .

unidad en la unidad de tiempo que tienen una componente de velocidad perpendicular a la superficie mayor que una velocidad v , está dado por (28):

$$N = \frac{N_0}{2\sqrt{\pi}} v_{ms} e^{-x^2 v_{ms}^2} \quad (1.37)$$

Esta ecuación es de particular interés en el diseño de sistemas de confinamiento mecánico de NUF.

Supongamos que seleccionamos neutrones con una energía E_1 y los metemos en una vasija metálica. Después de un tiempo t , que es indefinido, y suponiendo que no hay fugas, se establecerá una distribución maxwelliana de energías en dicha vasija. ¿Cuál será la energía media de tal distribución? Puede demostrarse que será E_1 (29,30). Este resultado es también de interés en el diseño de confinadores mecánicos de NUF.

Usando (1.36) podemos dar la clasificación de los neutrones en términos de la temperatura correspondiente a la energía más probable :

neutrón	T °K
relativistas	$> 2.32 \times 10^{11}$
rápidos	$1.16 \times 10^{10} - 2.32 \times 10^{11}$
intermedios	$1.16 \times 10^7 - 1.16 \times 10^{10}$
resonantes	$1.16 \times 10^4 - 1.16 \times 10^7$

epitérmicos	$5.80 \times 10^2 - 1.16 \times 10^4$
térmicos	11.6 - 580.2
fríos	$2.32 \times 10^{-3} - 11.6$
ultrafríos	$\ll 2.32 \times 10^{-3}$

Como se ve, la temperatura de los NUF es cercana a 0°K .

1.4 COMPORTAMIENTO DE LOS NUF EN UN CAMPO GRAVITACIONAL.

1.4.1 COMPORTAMIENTO CLASICO.

Los neutrones, como cualquier masa, son acelerados por la fuerza de la gravedad. La figura 1.4 muestra un aparato ideado por Paya y sus colaboradores (31) para medir la aceleración de los neutrones bajo la acción de la gravedad terrestre y determinar la vida media del neutrón y espectros energéticos mediante técnicas de tiempo de vuelo. En tal aparato, un haz de neutrones lentos es colimado y mandado por un tubo guía de unos 180 m de largo y hecho incidir en detectores -- con diferentes sensibilidades. Así, los detectores superiores son sensibles a neutrones rápidos, cuya deflexión es pequeña, y los detectores inferiores a neutrones más lentos. La deflexión máxima observada es de unos 16 cm y debe tenerse considerable cuidado en el experimento para reducir el -- fondo ambiental y los efectos dispersivos de ángulo pequeño-

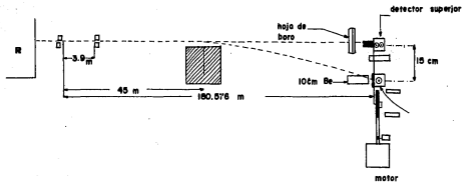


Fig. 1.4 :- Aceleración de los neutrones
 térmicos por acción de la fuerza
 de gravedad.

pues de otra forma se falsearían los resultados.

Aunque los efectos gravitacionales sobre los neutrones han sido estudiados, tales efectos son despreciables en la mayoría de las aplicaciones de la física de neutrones, incluyendo los reactores nucleares, debido a la distancia tan corta entre las colisiones neutrones-núcleos, a la alta velocidad a la que se mueven los neutrones o a la gran magnitud de otras interacciones implicadas, por ejemplo debido a la magnitud de la fuerza nuclear en experimentos de bombardeo de núcleos. En esta sección estamos interesados en estudiar los efectos gravitatorios sobre los neutrones ultrafríos y en demostrar que en este campo de estudio juegan un papel primordial. Por otra parte, las ecuaciones aquí tratadas son básicas en el diseño de espectrómetros de NUF, pero no constituyen un tratamiento completo que debe involucrar teoría del transporte.

Consideraremos primeramente la conocida cinemática del tiro parabólico. Supondremos que los ejes cartesianos están alineados en el plano de movimiento de la partícula, de modo que las componentes de velocidad de la misma están dadas por:

$$v_x = v_{0x} \quad (1.38)$$

$$v_y = v_{0y} - gt \quad (1.39)$$

Toda la notación que emplearemos se encuentra en la figura -

1.5. Las ecuaciones anteriores indican que la componente de velocidad en la dirección x permanece constante, ya que no hay aceleración en dicha dirección (32). En cambio el movimiento en la dirección y es un movimiento bajo aceleración constante, la aceleración de la gravedad g . Las coordenadas de la partícula en función del tiempo serán :

$$x = v_{0x} t \quad (1.40)$$

$$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1.41)$$

El tiempo que tarda la partícula en llegar a su altura máxima se encuentra igualando v_y a cero en la ecuación (1.39) :

$$t_m = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (1.42)$$

La altura máxima que alcanza la partícula se obtiene sustituyendo el valor de t_m de la ecuación (1.42) en la ecuación (1.41), el resultado es:

$$h_{máx} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \quad (1.43)$$

Se llama tiempo de vuelo al tiempo que la partícula se la pasa en el aire o medio y éste es obviamente :

$$t_v = 2t_m = 2v_0 \sin \alpha / g \quad (1.44)$$

Así, el llamado alcance R , que es la distancia total recorrida por la partícula sobre el eje X , se obtiene sustituyendo el valor del tiempo de vuelo en la ecuación (1.40) :

$$R = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (1.45)$$

Finalmente, la ecuación de la trayectoria se obtiene elimi-

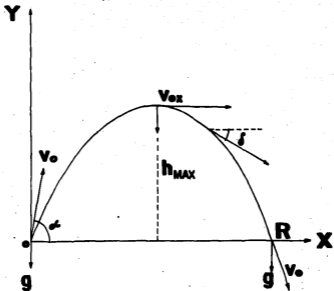


Fig.1.8 :- tiro parabólico.

nando t de las ecuaciones (1.40) y (1.41) :

$$y = - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \lambda} x^2 + x \tan \lambda \quad (1.46)$$

Esta ecuación es la representación de una parábola.

En el análisis precedente hemos : (1) despreciado la existencia de los fenómenos de interacción en la trayectoria de los neutrones con las partículas del medio, (2) supuesto el alcance lo suficientemente pequeño como para despreciar la curvatura de la Tierra, (3) supuesto la altura lo suficientemente pequeña para despreciar la dependencia de g con ella y (4) no hemos considerado fenómenos de naturaleza cuántica. En el diseño de espectrómetros de NUF debemos considerar el lugar en el que este operará ya que :

$$g = g_0 - w^2 r \cos^2 \lambda \quad (1.47)$$

ecuación en la cual r es el radio de la Tierra y w su velocidad angular, λ la latitud y g_0 una aceleración de referencia de la gravedad. Así por ejemplo, en la ciudad de México $g = 9.7871 \text{ m/s}^2$ donde se han considerado otras correcciones como altura sobre el nivel del mar, etc. (56).

Por el momento nos interesa tener una idea de las trayectorias recorridas por los NUF, y sobre todo demostrar que la altura que pueden alcanzar depende muy sensiblemente de su energía. Para lo primero consideraremos un neutrón ultra-

frío de 6 m/s. Si suponemos que lo lanzamos como proyectil, - la distancia máxima a que puede llegar se obtiene para un ángulo de despegue de 45°, así :

$$R = \frac{6^2 \operatorname{sen} 90^\circ}{9.79} = 3.68 \text{ m} \quad (1.48)$$

Esta distancia representa una cota superior para el tamaño de un espectrómetro que funcione para velocidades máximas de 6 m/s, si no se aprovecha la ventaja que proporciona el poder variar el ángulo de despegue (Ver la sección II.2).

Ahora notaremos la diferencia de altura máxima para neutrones de diferentes energías muy próximas. Para ello consideraremos un neutrón de 6 m/s y otro de 5.999 m/s , tenemos:

$$h_1 = \frac{6^2 \operatorname{sen}^2 45^\circ}{2 (9.79)} = 0.9193 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{(5.999)^2 \operatorname{sen}^2 45^\circ}{2 (9.79)} = 0.9190 \text{ m}$$

La diferencia de alturas es de 0.3 mm, un colimador puede -- discriminar entre diferencias de altura muchísimo menores.

Con nuestras ecuaciones. es fácil demostrar que la altura máxima que pueden alcanzar los NUF en un campo gravitacional está dada por (1.43) haciendo el ángulo de despegue igual a 90° (tiro vertical):

$$h (\text{cm}) = 0.98 E (\text{meV}) \quad (1.49)$$

Esto es, para un neutrón de 6 m/s (E = 168 neV) la altura-

máxima que alcanzará es de 184.24 cm.

1.4.2 COMPORTAMIENTO CUANTICO.

Puede afirmarse que son pocos los fenómenos a nuestro alcance que impliquen una liga entre los fenómenos gravitatorios y los fenómenos cuánticos. Los NUF presentan propiedades cuánticas relacionadas con fenómenos gravitatorios.

Si consideramos la expresión clásica :

$$h = v_y^2 / 2g \quad (1.50)$$

obtenida de la ecuación (1.43) con $\alpha = 90^\circ$. Para una energía cero el neutrón se encontraría en reposo, lo cual debería suceder a 0°K. Sin embargo, la energía de los neutrones en el punto cero referida únicamente al movimiento vertical es la correspondiente a una caja con potencial gravitacional cuya pared inferior sea un plato material (29) :

$$E_0 = 1.4 \times 10^{-12} \text{ eV} \quad (1.51)$$

$$\lambda_0 = 24 \text{ } \mu\text{m} \quad (1.52)$$

La longitud de onda del neutrón se encuentra en la región ultravioleta del espectro electromagnético. La v_y del primer nivel de energía se obtiene sustituyendo (1.49) en la relación de incertidumbre :

$$\frac{v_y^2}{2g} \geq \frac{2\pi h}{m v_y} \quad (1.53)$$

de donde : $v_y \geq 2 \text{ cm/s}$ (1.54)

Así, el primer nivel de energía referido al movimiento vertical del neutrón es :

$$E_1 = 2.09 \times 10^{-12} \text{ eV} \quad (1.55)$$

$$\lambda_1 = 20 \mu\text{m} \quad (1.56)$$

Sin embargo, no hay restricción en lo referente a la componente horizontal de la velocidad que los neutrones puedan tener. Esto ha sugerido el estudio experimental de flujos de NUF rodando sobre superficies (29). Como en tales estudios es de interés saber la forma que tiene la función de onda del neutrón, consideraremos este problema.

Si tomamos en cuenta el movimiento vertical del neutrón únicamente, su energía potencial será :

$$V = mgy \quad (1.57)$$

donde y es la altura sobre la superficie terrestre. Se trataría de un campo homogéneo si g no dependiera de la altura; sin embargo, si la altura es pequeña, como en nuestro caso, se puede considerar a g como constante y por consiguiente se trata de un problema de campo homogéneo que se anula en el infinito.

La ecuación de Schroedinger es en tal caso :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right) (E - mgy) \psi = 0 \quad (1.58)$$

Sustituyendo en ella :

$$\zeta = \left(\frac{E}{mg} - y \right) \left(\frac{2m^2 g}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.59)$$

se transforma en :

$$\frac{d^2 \psi}{d\zeta^2} - \zeta \psi = 0 \quad (1.60)$$

Esta ecuación es conocida como ecuación de Airy (14,117) y su solución puede ponerse en la forma :

$$\psi(\zeta) = A \underline{\Xi}(\zeta) \quad (1.61)$$

donde $\underline{\Xi}(\zeta)$ es la función de Airy y A es un factor de normalización. La función de Airy está dada por (14) :

$$\underline{\Xi}(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{1}{3} \mu^3 + \mu \zeta\right) d\mu \quad (1.62)$$

Pero se puede poner en términos de funciones de Bessel modificadas de primera clase (118) :

$$\underline{\Xi}(\zeta) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi \zeta} \left[I_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{3} \zeta^{3/2}\right) - I_{\frac{1}{2}}\left(\frac{2}{3} \zeta^{3/2}\right) \right] \quad (1.63)$$

Las funciones de Bessel modificadas se relacionan con las funciones J en la forma :

$$I_m(x) = i^{-m} J_m(ix) \quad (1.64)$$

Así, la función de onda de los NUF rodantes es la función de Airy salvo el factor de normalización.

Al obtener la función de onda de los NUF "rodantes" no consideramos que el movimiento de ellos en el potencial gra-

vitatorio terrestre es un movimiento en un sistema no-inercial de referencia.

En realidad, el Hamiltoniano que gobierna el movimiento de los neutrones está dado por :

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{GMm}{r} - \bar{\omega} \cdot \bar{L} \quad (1.65)$$

en donde \bar{L} es el impulso angular del neutrón respecto a su movimiento a una distancia R del centro de la Tierra y $\bar{\omega}$ la velocidad angular de ésta. No hemos hecho la distinción entre masa inercial y masa gravitacional invocando el principio de equivalencia (99). Sin embargo, debe hacerse notar que no se tiene la certeza de que en el dominio cuántico deba seguir siendo cierto tal principio (122). La ecuación (1.65) puede ponerse como :

$$H = \frac{p^2}{2m} + mg_0 z - \bar{\omega} \cdot \bar{L} + U_0 \quad (1.66)$$

donde U_0 es el potencial a la altura $z = 0$, que puede ser tomado como cero por conveniencia, y

$$g_0 = \frac{GM}{R^2} \quad (1.67)$$

A partir de las ecuaciones canónicas :

$$\dot{r} = \partial H / \partial p \quad (1.68)$$

$$\dot{p} = -\partial H / \partial r \quad (1.69)$$

puede verse que :

$$\dot{\vec{p}} = m \dot{\vec{v}} + m \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (1.70)$$

$$\dot{\vec{p}} = -mg_0 \hat{z} - \vec{\omega} \times \vec{p} \quad (1.71)$$

que combinadas nos dan clásicamente la ecuación de movimiento :

$$m \ddot{\vec{r}} = -mg_0 \hat{z} - m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - 2m \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} \quad (1.72)$$

El segundo término del lado derecho es la aceleración centrífuga y el tercero la aceleración de Coriolis (123) . Estos términos juegan un papel despreciable en las trayectorias de los NUF . De hecho, despreciando dichos términos, (1.72) contiene la misma información que todas las ecuaciones desarrolladas en 1.4.1 . Sin embargo, la aceleración de Coriolis -- provoca un corrimiento en la fase de los neutrones cuando estos se utilizan en interferómetros (ver la sección 6.4) . - El corrimiento de fase será (124) :

$$\beta = \frac{mv}{\hbar} \int \dot{\vec{r}} \cdot d\vec{r} + \frac{mv}{\hbar} \int (\vec{\omega} \times \vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Por conveniencia hemos supuesto que los NUF siguen trayectorias en algún interferómetro. Explícitamente el corrimiento de fase está dado por :

$$\beta = -2\pi m^2 g \frac{A'}{\hbar^2} \sin \phi + \frac{4\pi m v}{\hbar} \vec{\omega} \cdot \vec{A} \quad (1.73)$$

donde A y A' son las áreas englobadas por las trayectorias de los neutrones en el interferómetro (ver sección 6.4) y-

l la latitud. Debemos hacer notar que si la masa inercial y la gravitacional fueran diferentes entonces estrictamente :

$$\theta = -\frac{2\pi m_i m_g}{h^2} \int \dot{A} \sin \phi + \frac{4\pi m_i \bar{\omega} \cdot \bar{A}}{h} \quad (1.74)$$

y el análisis de los corrimientos de fase en interferómetros de neutrones proponen un experimento para probar el principio de equivalencia a nivel cuántico.

Lo verdaderamente importante para nosotros ahora es que la aceleración de Coriolis provoca un cambio de fase en la onda neutrónica : lo cual es un fenómeno cuántico, más aún, un fenómeno cuántico en el que interviene la gravitación.

Un experimento análogo al de Fizeau (126) puede ser hecho con neutrones, en particular los NUF son los que más adecuadamente se prestan para él. Considérese el arreglo mostrado en la figura 1.6. Si la placa con índice de refracción $n(\vec{k})$ se encuentra en reposo, las fases relativas de los dos haces que se interfieren es :

$$\rho(\vec{k}) = L \left[\{ n^2(\vec{k}) k^2 - k_x^2 \} - k_x \right] \quad (1.75)$$

Si el plato se mueve a una velocidad \vec{v} con respecto al laboratorio la fase relativa será ahora $\rho(\vec{k}')$ en un sistema de referencia fijo al plato, pero como la fase relativa es una invariante relativista $\rho(\vec{k}')$ debe ser también la fase relativa en el sistema de referencia del laboratorio (125). Así,

el movimiento del plato causa un corrimiento de fase, el efecto de Fizeau, dado por :

$$\Delta\beta = \beta(\bar{k}') - \beta(\bar{k}) \quad (1.76)$$

Donde \bar{k} y \bar{k}' se relacionan a bajas energías mediante la transformación de Galileo :

$$\bar{k}' = \bar{k} - m\bar{v}/\hbar \quad (1.77)$$

Para neutrones lentos se tiene la siguiente relación semiempírica (26) :

$$n(k) = (1 - 2C/k^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.78)$$

en la cual C es una constante que debe encontrarse experimentalmente, de modo que (125) :

$$\beta = -\frac{m}{\hbar k^2} c h v (\cos \alpha)^{-2} \cos \gamma \quad (1.79)$$

A mayor longitud de onda, menor energía, k será menor y por ello el efecto es más importante para los neutrones fríos y ultrafríos. Para estos últimos, podrían escogerse placas de Ti, Mn o polietileno por razones que analizaremos en la sección 3.2.

Anandan (130) y Stodolsky (121) han estudiado las correcciones relativistas para el corrimiento de fase de los neutrones. Por ejemplo :

$$\beta_{rel} = -\frac{6MS_0WA}{Mc^2 R^3} \quad (1.80)$$

que resulta del acoplamiento del spin con la curvatura del

espacio-tiempo (99). En ella S_n es la componente del spin normal a la velocidad en el plano que contiene \bar{v} y \bar{S} . Es obvio que tales correcciones son totalmente despreciables para todo el intervalo lento de energías.

Greenberger y Werner (132) han sugerido que efectuando un experimento para medir los efectos gravitacionales sobre los corrimientos de fase de NUP podrían obtenerse resultados sorprendentes, pues la trayectoria de los neutrones no está definida con unitariedad y el método WKB falla para calcular el corrimiento de fase en el límite de bajas energías.

CAPITULO 2.- PRODUCCION DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

2.1 EXTRACCION DE HACES DE NEUTRONES LENTOS DE REACTORES NUCLEARES.

Debido a la baja concentración de NUF en los espectros de neutrones lentos, no pueden obtenerse flujos apreciables de ellos si $\phi \ll 10^{13}$ n/cm² s. Esto imposibilita a las fuentes isotópicas de neutrones rápidos ya que nos proveerían de una haz, que tiene que ser termalizado, muy pobre. Para que las fuentes isotópicas alcanzaran los flujos deseados tendrían que ser de actividad extraordinariamente alta y por lo tanto peligrosas y difíciles de manejar (48); además, tendrían que ser fabricadas ex profeso.

Los generadores de neutrones rápidos podrían utilizarse para obtener haces térmicos si a su cañón se le acopla un tubo guía relleno con parafina u otro material hidrogenoide; sin embargo, las pérdidas en tal sistema serían cuantiosas, y con los generadores actualmente disponibles solo podrían obtenerse los flujos necesarios operándolos en forma pulsada (4). Los generadores de neutrones que producen muy altos flujos, por ejemplo el LINAC, producen neutrones excesivamente energéticos, digamos que con energías mayores a los 10 MeV, de modo que requieren sistemas de moderación de diseño especial.

Por lo anteriormente expuesto, en el momento actual la mejor manera de obtener haces de neutrones lentos con los flujos necesarios para tener una cantidad adecuada de NUF son los reactores nucleares térmicos.

La figura 2.1 es un ejemplo claro de un canal para la extracción de un haz de neutrones de un reactor nuclear. La cantidad de neutrones que salgan por el tubo guía depende de la corriente neutrónica \bar{J} con dirección hacia el canal, vamos a denotar por $J(E)$ a la corriente neutrónica que apunta hacia el canal y que solo consideraremos dependiente de la energía, sus unidades serán entonces n/cm^2 s eV. Queremos determinar $\phi(\bar{r}, E)$ en el punto de extracción a partir de su relación con $J(E)$ y la razón para ello es que podemos medir $J(E)$ digamos con un detector BF_3 que tenga una ventana en la dirección de \bar{J} y se encuentre blindado todo él, por ejemplo con una cubierta de cadmio, excepto desde luego la ventana orientada en la dirección de interés.

Nuestra suposición básica será que los efectos de perturbación del flujo debidos a la introducción del canal son despreciables. Si representamos como \hat{n} la dirección del canal de extracción tendremos que:

$$J(E) \propto \psi(\bar{r}, \hat{n}, E) \quad (2.1)$$

ecuación en la que $\psi(\bar{r}, \hat{n}, E)$ es el flujo neutrónico diferencial que queda definido por:

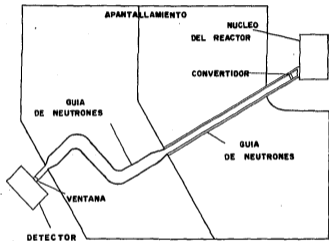


Fig. 2.1:- Canal de extracción.

$$\psi(\vec{r}, \hat{n}, E) = \psi_N(\vec{r}, \hat{n}, E) \quad (2.2)$$

Es decir, dicho flujo representa el número de neutrones en el punto \vec{r} con energía entre E y $E + dE$ y direcciones de vuelo comprendidas en el ángulo sólido diferencial $d\hat{n}$ en la vecindad de \hat{n} , y que pasan a través de un área unidad perpendicular a la dirección de \hat{n} en un segundo (17). Estrictamente hablando se trata de una cantidad probabilística.

Como es lógico esperar, el espectro del haz será representativo del espectro en el reactor si tomamos el flujo integrado $\phi(\vec{r}, E)$. Necesitamos entonces integrar sobre todas las direcciones \hat{n} para obtener la relación buscada. Por ejemplo, para un campo neutrónico isotrópico tendremos:

$$\psi(\vec{r}, \hat{n}, E) = \frac{\phi(\vec{r}, E)}{4\pi} \quad (2.3)$$

Para el caso de dependencia angular débil, es decir cuasiesotrópica, la conexión entre ψ y ϕ resulta ser:

$$\psi(\vec{r}, \hat{n}, E) = (4\pi)^{-1} [\phi(\vec{r}, E) + 3D(E)\hat{n} \cdot \nabla \phi] \quad (2.4)$$

de tal modo que:

$$J(E) = \phi(\vec{r}, E) + 3D(E) \frac{\partial \phi(\vec{r}, E)}{\partial z} \quad (2.5)$$

o bien:

$$\bar{J}(E) = C \phi(\vec{r}, E) \left[1 + 3D \frac{\partial \ln \phi}{\partial z} \right] \hat{j} \quad (2.6)$$

ecuaciones en las cuales la dirección z es la dirección de extracción del haz. Así que, salvo por una constante desconoci-

da:

$$\hat{J}\phi(\vec{r}, E) = C \bar{J}(E) \left[1 - 3D \frac{\partial \ln \phi}{\partial z} \right] \quad (2.7)$$

Se requiere conocer $D(E)$, lo que puede hacerse con un código de constantes de grupo. La constante C depende de la potencia térmica del reactor, pero puede obtenerse experimentalmente (ver - 4).

Otro procedimiento para obtener el resultado buscado se basa en la integración del flujo sobre el ángulo sólido que subtende el canal, se desprecia también el efecto de las perturbaciones ocasionadas por la colocación de aquél. Así, de la teoría del transporte y considerando solo un dispersor elástico:

$$J(E) \propto \int d\hat{\lambda} \phi(\vec{r}, \hat{\lambda}, E) \Sigma_s(\hat{\lambda} \rightarrow \hat{\lambda}, E) \quad (2.8)$$

La ecuación se resuelve discretizándola para convertirla en un sistema de ecuaciones algebraicas y la dependencia angular se discretiza mediante polinomios de Legendre o armónicos esféricos. El problema no es de ninguna manera trivial y requiere un uso extensivo de computadoras. Distintos enfoques para su solución se pueden ver en (17). Si consideramos el caso sencillo de dispersión isotrópica, que nunca es cierto en medios hidrogenoides, la ecuación (2.8) se reduce a:

$$J(E) \propto \Sigma_s(E) \phi(\vec{r}, E) \quad (2.9)$$

que nos proporciona directamente lo que deseamos si contamos -- con un código de cálculo de constantes de grupo o un modelo sin

tético del kernel de dispersión. En todo caso, suponiendo que por el canal solo salieran neutrones lentos tendríamos:

$$\bar{J}(E) \approx M(E) \hat{J} \quad (2.10)$$

donde \hat{J} es un vector unitario que apunta en la dirección de \bar{J} .

Por supuesto, del haz salen todo tipo de neutrones. El proceso puede entenderse considerándolo esencialmente de naturaleza difusiva: los neutrones fluyen de sitios de mayor concentración hacia donde se encuentran en menores concentraciones. Es claro que si conectamos el tubo guía con un sistema de confinamiento, la concentración de neutrones en éste será a lo más la misma que en el reactor, eso de no existir mecanismos de pérdida.

2.2 PRODUCCION DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

Como hemos visto, el haz extraído del reactor mediante un tubo guía contiene todo tipo de neutrones. Para obtener un haz exclusivamente de neutrones lentos podemos rellenar una parte del tubo guía con un material hidrogenoide como parafina. Un productor de neutrones térmicos basados en el mismo principio es el llamado "Howitzer" (41). Existe una longitud óptima, que se determina experimentalmente, que debe contener la parafina de modo que la cantidad de neutrones lentos sea máxima (ver 4 ó 41). Desde luego, conviene hacer vacío en la longitud restante del tubo. El haz producido, aunque es lento, no forma parte del

espectro de equilibrio del reactor y además su intervalo de -- energías es muy amplio, por lo que para producir neutrones ultrafríos necesitamos otra cosa.

Supongamos que extraemos del reactor el haz tal cual y lo hacemos circular por un tubo guía enroscado muy largo. Existirá una probabilidad muy alta de que todos los neutrones no lentos se fuguen, así como también se fugarán una parte apreciable de los neutrones lentos o sufrirán absorciones por ejemplo. Los neutrones fríos irán perdiendo energía en los sucesivos choques con las paredes del tubo y se convertirán a la larga en ultrafríos. Por razones que se explicarán en el capítulo 3, los neutrones ultrafríos podrán atravesar la ventana de conexión del tubo con el reactor siempre y cuando ésta sea de material adecuado. Sin embargo, los materiales que pueden dejar atravesar los neutrones ultrafríos no son idóneos para la construcción de ventanas y lo que en realidad sucede es que los neutrones ultrafríos del espectro de equilibrio del reactor jamás saldrán por el tubo. Un aparato como el descrito fué el primero utilizado por Shapiro y sus colaboradores para obtener neutrones de -- 10-100 m/s (9) que sin embargo no eran los que ellos necesitaban.

El mismo Shapiro y su grupo (35) propusieron que en lugar de la instalación de una ventana al principio del tubo guía se instalara un "convertidor". Dicho convertidor deja pasar los -

neutrones fríos de baja energía degradando su energía, de modo que cuando atraviesen el convertidor sean ya NUF. Así los NUF circularán por el serpentín hasta el sistema de confinamiento. Los rendimientos de distintos convertidores se muestran en la tabla 2.1 (35,44,29).

El espesor del convertidor debe cumplir la condición:

$$d > \frac{l}{\Sigma_a + \Sigma_{si}} \quad (2.11)$$

es decir, debe ser mayor que por lo menos un camino libre medio de transporte de los neutrones fríos (o ultrafríos). El flujo de neutrones al final del tubo guía se relaciona con el flujo por el convertidor mediante la expresión empírica:

$$\phi = \phi_0 e^{-l/L} \quad (2.12)$$

En la cual l es la longitud del tubo guía y L un parámetro que debe determinarse experimentalmente y que se ha visto que depende marcadamente del material empleado para hacer el tubo guía y de su grado de pulido. Los materiales universalmente seleccionados para hacer tubos guía de neutrones son el aluminio y el cobre. Se ha descubierto que a mayor pulido L aumenta, y por lo tanto la cantidad de NUF que se obtienen. Se han reportado valores de L que van de 5 a 10 m (29,35,44).

Steyerl (35,42) ha propuesto otros métodos de producción de neutrones ultrafríos. El seleccionó neutrones con velocidades un poco mayores que la velocidad crítica de reflexión (ver-

TABLA 2.1

RENDIMIENTOS RELATIVOS DE NEUTRONES ULTRAFRIOS DE CONVERTIDORES

CONVERTIDOR	T (*K)	RENDIMIENTO
CH ₂	300	1.0 *
CH ₂	90	4.0
ZrH ₂	300	1.0
ZrH ₂	130	2.3
Mg	300	0.5
Al	300	0.5
H ₂ O + ventana de Al	300	0.6
H ₂ + ventana de Al	300	0.25
H ₂ + ventana de Al	80	1.2
H ₂ O	80	2.5

* Los investigadores han tomado el CH₂ a 300°K como unidad. Ver las referencias (29,35 y 44).

capítulo 3) de modo que pudieran atravesar ventanas convencionales y los desaceleró haciéndolos pasar por un tubo guía vertical de unos 11 m de longitud. Como los neutrones ultrafríos no pueden ascender tanto, según se ve de 1.49, pueden ser retirados en un punto intermedio. Los neutrones fríos podrán ascender un poco más pero podrán ser retirados también en un punto un poco más alto. La figura 2.2 ilustra el aparato de Steyerl. Este método es de especial interés cuando se trabaja, como el grupo de Steyerl, con reactores del tipo de piscina, como los TRI-GA.

Recientemente Steyerl (8) y sus colaboradores diseñaron -- una turbina que sirve para producir neutrones ultrafríos a partir de neutrones con velocidades de unos 50 m/s, mucho más abundantes. Tal sistema se muestra en la figura 2.3. El principio de funcionamiento de la turbina se basa en que ésta absorba parte de la energía de los neutrones mediante las colisiones de éstos con sus aspas. La rueda de la turbina se hace girar a una velocidad tal que los neutrones choquen varias veces con sus -- aspas perdiendo así energía. Obviamente, los neutrones son incapaces de hacer que la turbina se mueva. Steyerl reporta una eficiencia de un 50% para llevar neutrones de 50-55 m/s a velocidades menores de 5 m/s.

Es posible diseñar gran cantidad de desaceleradores de neutrones que funcionen de manera análoga a los anteriores; es de--

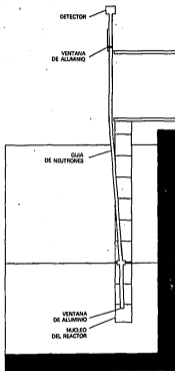


Fig. 2.2 :- Desacelerador de neutrones lentos.

radio = 85 cm
número de aspas = 660

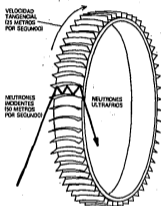


Fig. 2.3:- "Turbina" productora de NUF.

cir, que produzcan la desaceleración por acciones mecánicas específicas. La particularidad común de ellos es que dejan invariante la velocidad media del espectro neutrónico del que se obtienen los neutrones fríos y ultrafríos. Como vimos anteriormente, la fracción de neutrones con velocidades entre cero y v está dada por:

$$\frac{N_{v \rightarrow x}}{N} = \left[\operatorname{erf}(x) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} x e^{-x^2} \right]$$

ecuación en la que:

$$x = \frac{v}{v_m} = \frac{v}{1.128 \bar{v}} \quad (2.13)$$

La fracción crece monótonamente hasta $x = 1$, de modo que una disminución en la velocidad media, si x es menor que 1, causa un aumento significativo de tal fracción.

En base a las ventajas que este principio proporciona Golub y Pendlebury (37), han diseñado una fuente de neutrones ultrafríos. Dicha fuente se ilustra en la figura 2.4 y se basa en la interacción de un haz de neutrones fríos con helio superfluido. La superfluidez es la propiedad de no exhibir viscosidad y es de naturaleza cuántica, que se manifiesta a escala macroscópica, por ejemplo en el helio mantenido a temperaturas cercanas al cero absoluto.

El número de ocupación de las partículas en el helio-4 líquido está dado por la distribución de Bose-Einstein:

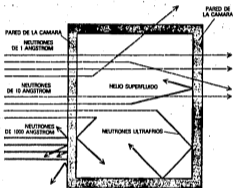


Fig. 2.4 :- Fuente de NUF
con He-4 superfluido.

$$n(\bar{k}) = (e^{\epsilon} e^{E/\bar{k}T} - 1)^{-1} \quad (2.14)$$

donde:

$$\epsilon = - \ln \frac{N h^3}{(2\pi m \bar{k} T)^{3/2} V} \quad (2.15)$$

siendo N el número total de partículas (45). Tal caracterización implica que el superfluido solo pueda intercambiar energía con los neutrones si las cantidades de energía intercambiadas son diferencias entre los estados discretos de energía, según se desprende de las fórmulas de ocupación. El proceso de interacción puede ser representado por la regla de selección:

$$\bar{k} = \bar{k}' \pm \bar{k} \quad (2.16)$$

ecuación en la cual \bar{k} y \bar{k}' son los vectores de onda inicial y final del neutrón, y \bar{k} el vector de onda de los fonones, cuantos de energía elástica, creados (+) o absorbidos (-) en el proceso (38). A temperaturas cercanas al cero absoluto las interacciones con absorción de fonones son raras y entonces la creación de fonones provoca una degradación de la energía de los neutrones. Los fonones creados se desintegran transmitiéndole calor al superfluido. Tal calor puede ser retirado mediante un sistema adecuado de refrigeración.

A diferencia de los sistemas mecánicos de desaceleración, éste método disminuye la velocidad media del espectro neutrónico, de modo que se pueden confinar NUF en concentraciones mucho

mayores que las existentes en el reactor. Por otra parte, el empleo del He-4, que es casi el 100% del helio natural, es óptima puesto que la sección eficaz de absorción de este núcleo es cero. Una discusión de las propiedades de superfluididad de los isótopos del helio puede verse en (39).

Como vimos en la sección 1.3, los NUF tenderán hacia el equilibrio térmico con el medio y si la energía media de ellos es E_1 , ésta será a la larga la energía del nuevo espectro -- maxwelliano, después de un proceso de relajamiento asintótico, que corresponda a la nueva energía media. Debido a la ausencia de absorción en el He-4 y considerando que los neutrones confinados se comportan sufriendo reflexión total con las paredes de la vasija, es decir, ignoraremos las pérdidas por fugas y absorciones, podemos considerar a los neutrones como un gas "libre" (17) y así el proceso de relajamiento se puede describir mediante:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + v \nabla \cdot N(v, t) = \int_0^\infty dv' v' E(v' \rightarrow v) N(v', t) \quad (2.17)$$

Puede verse este problema como uno de eigenvalores buscando soluciones de la forma:

$$N(v, t) = \psi(v) e^{\lambda t} \quad (2.18)$$

Sin embargo, $\lambda(v)$ y $\psi(v' \rightarrow v)$ dependen de manera muy sensible del potencial de interacción (49, 50).

El problema es que se tiene un sistema interactivo muy particular, pues se trata de interacciones neutrón-superfluido, en las que la mecánica cuántica debe jugar el papel principal. Se trata entonces de un problema no solo muy interesante sino también muy complicado. El autor trabaja actualmente en él y lo propone como un tópico de investigación muy sugestivo. Una aproximación de la sección eficaz de dispersión del He-4 mediante un modelo sencillo se da en la sección II.2.

El grupo de Grenoble ha sugerido, conceptualmente, un sistema magnético de confinamiento que actúe al retirar tanto el helio como la vasija de modo que se tenga una muy alta concentración de neutrones ultrafríos para la investigación (8).

CAPITULO 3.- CONFINAMIENTO DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

3.1 INTRODUCCION.

Una de las propiedades más notables de los neutrones ultrafríos es la de poder ser almacenados, durante tiempos mayores - a los de su vida media, en botellas metálicas o en campos magnéticos no uniformes. Los tiempos de confinamiento están determinados por los mecanismos de pérdida:

- 1.- Decaimiento radiactivo.
- 2.- Fugas.
- 3.- Absorciones.
- 4.- Mecanismos "anómalos".

El mecanismo de pérdida resultante del hecho de que los neutrones sean inestables fuera del núcleo atómico fué tratado en la sección 1.1, de manera que no será tratado de nuevo aquí.

Para el estudio de los sistemas de confinamiento hemos dividido a estos en:

- 1.- Sistemas mecánicos, es decir, botellas materiales.
- 2.- Sistemas magnéticos, es decir, campos magnéticos no uniformes espacialmente.

Una ampliación de lo aquí expuesto sobre los sistemas mecánicos puede verse en la sección 6.1 en relación con un experimento que propone la determinación de la vida media del neutrón utilizando NUF embotellados.

3.2 SISTEMAS MECANICOS DE CONFINAMIENTO.

Los sistemas mecánicos se basan en el principio de que los NUF son totalmente reflejados al chocar contra las paredes del material que los contiene (si este cumple con los requisitos -- que veremos un poco más adelante). Por "totalmente reflejados" debe entenderse que en el estado virtual asociado al efecto de dispersión, estado neutrón-superficie, la distancia de penetración del neutrón es mucho menor que su longitud de onda. La longitud de onda de un neutrón de 6 m/s es de unos 700 \AA y la distancia de penetración se ha calculado en unos 100 \AA (8,29). -- Existe, desde luego, probabilidad de penetración más profunda -- debido al efecto túnel pero esto no será considerado aquí.

El fenómeno de reflexión sucede si la componente de la velocidad del neutrón perpendicular a la superficie no sobrepasa una cierta velocidad que llamaremos "velocidad crítica de reflexión". Tal velocidad, como veremos, depende de ciertas propiedades del material que forma la superficie.

Si los neutrones ultrafreos que producimos los introducimos en una vasija de un material apropiado, los neutrones permanecerán ahí un cierto tiempo de almacenamiento determinado por los distintos mecanismos de pérdida. En el tiempo en que estén confinados los NUF tienen probabilidades de interactuar con -- las paredes de la vasija mediante tres diferentes mecanismos:

- 1.- Colisiones elásticas.
- 2.- Colisiones inelásticas.
- 3.- Absorción.

También tienen la probabilidad de fugarse de la vasija.

En una colisión elástica el neutrón es reflejado por la superficie sin sufrir cambios en su energía y este es el proceso con la probabilidad de ocurrencia más alta en el caso de -- los NUF.

En el caso de una colisión inelástica el neutrón tiene posibilidades tanto de ganar como de perder energía. Esto es debido a los movimientos térmicos de los núcleos del sólido. En una colisión inelástica con ganancia de energía el neutrón puede dejar de ser ultrafío y por lo tanto tendrá una probabilidad distinta de cero de difundirse a través de las paredes de la vasija y escapar, esto es en parte la explicación de un mecanismo de pérdida "anómalo" que se presenta.

La probabilidad de que un neutrón frío sea absorbido es grande debido a la dependencia " $1/v$ " de la sección de absorción. Como veremos en el capítulo 5, la sección eficaz de absorción de los NUF sigue una ley distinta dependiente de v , es decir, conforme a lo que se ha observado experimentalmente, -- mientras más baja sea la energía del neutrón en el intervalo ultrafío la probabilidad de absorción se reducirá a cero o, -- en el lenguaje de los físicos, hay una supresión de los canales

de reacción inelástica.

Analizaremos el fenómeno de la reflexión. Si la longitud de onda del neutrón es sustancialmente mayor que el espaciado interatómico del cristal, el potencial efectivo de la interacción neutrón-núcleo puede tomarse como un promedio sobre el volumen (14):

$$V_{ef} = \frac{1}{V} \int_V V(\vec{r}) dV \quad (3.1)$$

Si el potencial de interacción puede tratarse como una perturbación, la amplitud de dispersión b puede representarse por -- una serie de potencias:

$$b = -\frac{m_e}{2\pi\hbar^2} \int_V V(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV + \dots \quad (3.2)$$

En la aproximación de Born (14) la serie es cortada en el término n ; en particular, haremos la primera aproximación de Born. Además, como de:

$$\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k} \quad (3.3)$$

se ve que:

$$e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \approx 1 \quad (3.4)$$

para energías bajas, y así tenemos para la amplitud de dispersión:

$$b = -\frac{m_e}{2\pi\hbar^2} \int_V V(\vec{r}) dV \quad (3.5)$$

Aquí m_r es la masa reducida núcleo-neutrón. Bajo nuestras aproximaciones, la relación entre el potencial efectivo y la amplitud de dispersión es simplemente:

$$V_{ef} = - \frac{2\pi \hbar^2}{m_r} N b \quad (3.6)$$

donde N es la densidad nuclear. El potencial efectivo se relaciona con la sección eficaz de dispersión mediante (56):

$$\sigma_s = \frac{M_A^2}{\pi \hbar^4} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) V_{ef} \quad (3.7)$$

Esta sección eficaz total es la suma de las partes coherente e incoherente de la dispersión:

$$\sigma_s = \sigma_{coh.} + \sigma_{incoh.} \quad (3.8)$$

(Si predomina el potencial tipo esfera rígida, como es nuestro caso, se tiene que:

$$\sigma_{incoh.} \approx 0 \quad). \quad (3.9)$$

y b puede ser puesta en función de la longitud

$$b = - a_{coh} \quad (3.10)$$

Así, llegamos al resultado final:

$$V_{ef} = \frac{2\pi \hbar^2}{m_r} N a_{coh} \quad (3.11)$$

En nuestro tratamiento aproximado, una tabla de longitudes de dispersión coherente para distintos materiales es suficiente para calcular el potencial efectivo. Una discusión de métodos para el cálculo de estos potenciales puede verse en (51) o la -

aproximación de pseudopotenciales en (38,52).

Si a_{coh} es mayor que cero entonces habrá un potencial repulsivo entre el neutrón y el material. Esto sucede para la mayoría de los núcleos. Se concluye que si:

$$E_{lim} \leq U_{ef} \quad (3.12)$$

el neutrón será reflejado por la superficie. La velocidad crítica de reflexión V_{lim} se encontrará conociendo U_{ef} y suponiendo que la velocidad de los neutrones solo tiene una componente perpendicular a la superficie. En la tabla 3.1 se citan las propiedades críticas de diversos materiales. Según dicha tabla, los mejores materiales para confinar NUF son el Be y el BeO. Además, estos materiales tienen secciones eficaces de absorción relativamente bajas. Se observa también que el polietileno y el titanio no pueden reflejar a los NUF a ninguna velocidad y este es también el caso del manganeso, que no aparece en la tabla.

En el caso de los NUF no puede jamás cumplirse la condición de Bragg y estos jamás mostrarán difracción por rejillas atómicas. Sin embargo, la condición de Bragg se puede cumplir con rejillas ópticas de Fresnel. En la reflexión de NUF existe, a pesar de lo anterior, un efecto similar al que se observa en la reflexión de Bragg: la supresión de canales inelásticos debido a la disminución de la amplitud en el dispersor, estas ideas serán discutidas con detalle en el capítulo 5 pero conviene tratarlas aquí.

TABLA 3.1

PARAMETROS CRITICOS DE REFLEXION PARA DIVERSOS MATERIALES * .

MATERIAL	E_{1fm} (neV)	v_{1fm} (m/s)	λ (Å)
Cu	170	5.7	693.7
C	200	6.2	639.5
Be	240	7.0	583.8
BeO	260	7.1	560.9
CF ₂	125	4.9	808.9
Ni	210	6.3	624.1
vidrio (sin B)	90	4.1	953.3
vidrio (con B)	95	4.3	927.9
Al	55	3.3	1219.5
CH ₂	6.4	1.3	3120.5
polietileno	-10	-	-
Ti	-500	-	-
cuarzo	110	4.5	862.3
Pb	83	4.0	992.7
Fe	210	6.3	624.1

* De las referencias (12 y 35). Los valores de la longitud de onda a v_{1fm} fueron calculados por el autor con la ec. (1.2).

Consideraremos el caso sencillo de una barrera de potencial rectangular y en tal caso:

$$\psi = \frac{2v}{v_{lim}} e^{-kx} \quad (3.13)$$

donde:

$$k = \frac{m}{\hbar} \sqrt{v_{lim}^2 - v^2} \quad (3.14)$$

y v es la componente de la velocidad perpendicular a la superficie. El coeficiente de absorción estará dado por:

$$\mu = N\sigma \int |\psi|^2 dx \quad (3.15)$$

de modo que:

$$\mu = \frac{2\hbar}{m} \frac{N\sigma v^2}{v_{lim}^2 \sqrt{v_{lim}^2 - v^2}} \quad \mu \ll 1 \quad (3.16)$$

La absorción por las paredes puede describirse formalmente con la parte imaginaria de U_{ef} (6,14):

$$Im(U_{ef}) = \frac{2\pi}{m} N Im a \quad (3.17)$$

y por tanto:

$$\mu = \frac{2Im a}{Re a} \frac{v}{\sqrt{v_{lim}^2 - v^2}} \quad (3.18)$$

Este resultado está de acuerdo con el llamado "Teorema Optico" (ver 6). Tenemos finalmente que:

$$\mu = \frac{Im a}{a} = \eta = \frac{k(\sigma_a + \sigma_{ai})}{4\pi a} \quad (3.19)$$

En la tabla 3.2 se muestran los valores del coeficiente de absorción aproximado y los experimentales. Tales valores muestran que, en terminos generales, por cada 10^5 colisiones de los NUF-

TABLA 3.2

COEFICIENTES DE ABSORCION DE DIFERENTES MATERIALES * .

MATERIAL	$\eta_{\text{calc.}} (\times 10^4)$	$\eta_{\text{exp.}} (\times 10^4)$ **
Cu	1.45	3.74
C	0.04	8.0
Be	0.05	5.0
BeO	0.05	9.6
CF ₂	-	16.4
Ni	-	7.4
vidrio no boratado	0.05	1.9
vidrio boratado	16.0	15.0
Al	0.22	-
CH ₂	-	-

* De (29) ó (35).

** De los valores experimentales reportados se han dado los máximos .

con las paredes de la vasija se produce una absorción; también, dichos valores muestran una discrepancia muy grande entre los valores experimentales y los calculados.

En la tabla 3.2 se observa claramente el efecto de algún mecanismo anómalo de pérdida. La figura 3.1 muestra la representación del tiempo de almacenamiento contra el número de neutrones en la vasija (8). Los cálculos teóricos han sido hechos considerando los mecanismos de pérdida convencionales: fugas, absorciones y decaimiento radiactivo.

La naturaleza del mecanismo anómalo de pérdidas no está completamente dilucidada y sigue siendo objeto de investigaciones. La explicación más aceptada (29,35,53), según ciertas evidencias experimentales, consiste en suponer que la existencia de impurezas en la superficie de las paredes de la vasija, particularmente impurezas hidrogenadas como OH^- , producen un elevado ritmo de colisiones inelásticas con ganancia de energía aumentando las probabilidades de fuga y absorción de los neutrones. Esto se debe a que las vibraciones térmicas son muy violentas en los núcleos ligeros, como el H, por su pequeña masa. Se ha predicho que tal efecto puede ocurrir si las paredes vibran con una frecuencia en la región de $E_{\text{fin}}/\hbar \sim 10^8$ Hz (53). La probabilidad de que el neutrón sufra una colisión elástica es:

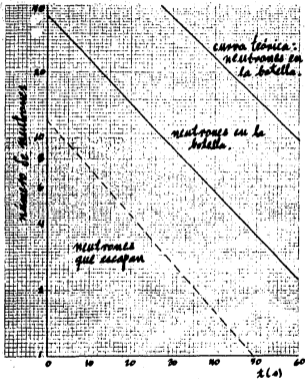


Fig. 3.1 :- Tiempo de almacenamiento.

$$P_e = \exp\{-2 \langle x^2 \rangle / \lambda^2\}$$

(3.20)

donde x es la amplitud de las vibraciones y λ la longitud de onda del neutrón. Se observa que si x disminuye aumenta la probabilidad de las colisiones elásticas, por tanto para altas amplitudes (altas frecuencias) la probabilidad de colisiones inelásticas aumenta.

El grupo de Strelkov trató de probar lo anterior con el aparato mostrado en la figura 3.2 (54). El principio del experimento es simplemente una renovación de la superficie de la vasija, en este caso con un evaporador de aluminio. El espectro de energía de los neutrones se determinó contando el número de neutrones que quedaban en la vasija como una función de la altura del absorbente.

El hecho de renovar la superficie no dió por resultado tiempos de almacenamiento mayores, pero se pudo concluir que esto se debió a que la cantidad de impurezas de la capa renovada era significativamente igual a la de la capa original (35,54). Desde luego, el experimento no es concluyente, pero la idea de que el fenómeno se debe a un efecto de superficie es correcta.

El valor del coeficiente de absorción puede aumentar también por el grado de pulido de la vasija (29,35) como sugería la relación 2.12. El grado de rugosidad causa un aumento en la distancia de penetración efectiva de los neutrones. Así, se ha-

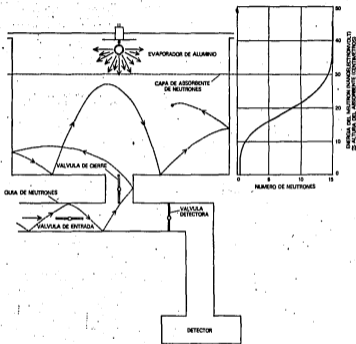


Fig. 3.2 :- Experimento de renovación de superficie.

sugerido que:

$$\mu_{\text{rugosa}} \approx \mu_{\text{lisa}} (1 + 2\langle S^2 \rangle)^{\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

donde $\langle S^2 \rangle$ es el promedio de los cuadrados de las rugosidades en unidades de λ_{lisa} , es decir:

$$S = \langle d^2 \text{ picos} \rangle / \lambda_{\text{lisa}} \quad (3.22)$$

El efecto predicho por este mecanismo es pequeño y no explica la discrepancia. Sin embargo, tal mecanismo existe.

3.3 SISTEMAS MAGNETICOS DE CONFINAMIENTO.

Con el propósito de obtener tiempos de almacenamiento mayores que los de los sistemas mecánicos se ha sugerido el empleo de campos magnéticos no uniformes para confinar a los NUF. Actualmente se construyen tales dispositivos en distintos centros de investigación. Como veremos, el neutrón como partícula neutra no puede ser afectado por un campo magnético uniforme, pero al poseer un momento dipolar magnético debido a su spin, sentirá una fuerza sobre él si lo sometemos a la acción de un campo magnético que varíe en magnitud de un punto a otro.

El momento magnético asociado al spin es una propiedad mecánico-cuántica sin símil clásico, pero para todo propósito - práctico podemos considerar que dentro del neutrón hay una espira cerrada por la que circula una corriente eléctrica, la que será la causante del efecto (58). Así, heurísticamente, el momento magnético puede definirse como:

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2c} \oint \vec{x} \times d\vec{l} \quad (3.23)$$

siendo \vec{l} la dirección del flujo de la corriente en el circuito.

A este respecto el momento magnético (57):

1.- Produce un campo magnético tal y como el de una espira cerrada.

2.- En un campo magnético externo uniforme sufre un torque dado por:

$$\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (3.24)$$

3.- Como en toda fuente de campos magnéticos:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.25)$$

5.- La fuerza que un campo externo no uniforme ejerce sobre el dipolo está dada por:

$$\vec{F} = \nabla (\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \quad (3.26)$$

que en virtud de (3.25) se convierte en:

$$\vec{F} = \nabla (\vec{\mu} \cdot \vec{B}) = \vec{\mu} \cdot \nabla \vec{B} \quad (3.27)$$

La última igualdad se da únicamente para campos no dependientes del tiempo, que son los que consideraremos.

La ecuación (3.27) significa que:

- Si el momento magnético es paralelo al campo externo, actuará una fuerza en la dirección en que se incremente el campo.
- Si el momento magnético es antiparalelo al campo externo, se

tuará una fuerza en la dirección en que decrece el campo.

c) Si el campo externo es uniforme, la fuerza sobre el dipolo es cero.

Dos sistemas de confinamiento magnético para NUP han sido sugeridos: un campo toroidal hexapolar y un campo esféricamente simétrico. (8). Estos pueden verse esquematizados en las figuras 3.3 y 3.4.

En el campo hexapolar, si el momento magnético es antiparalelo al campo la fuerza que actúa sobre el neutrón lo empuja hacia el eje del cilindro y por lo tanto lo confina. Esto puede verse más claramente si consideramos las componentes del campo B de un n-polo (59,60):

$$B_r = -\frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{n r^{n-1} a^n \sin n\theta (a^{2n} + r^{2n})}{(r^{2n} + a^{2n})^2 - (2r^n a^n \cos n\theta)^2} \quad (3.28)$$

$$B_\theta = -\frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{n r^{n-1} a^n \cos n\theta (a^{2n} - r^{2n})}{(r^{2n} + a^{2n})^2 - (2r^n a^n \cos n\theta)^2} \quad (3.29)$$

donde I es la corriente que circula en las espiras del n-polo situadas en las posiciones $r = a$ y μ_0 es la permeabilidad magnética del medio. Para r menores que a:

$$B_r \approx -\left(\frac{n \mu_0 I}{\pi a}\right) \left(\frac{r^{n-1}}{a^{n-1}}\right) \sin n\theta \quad (3.30)$$

$$B_\theta \approx -\left(\frac{n \mu_0 I}{\pi a}\right) \left(\frac{r^{n-1}}{a^{n-1}}\right) \cos n\theta \quad (3.31)$$

En el caso del hexapolo $n = 6$. Se puede ver que $|B|$ aumenta al

Sistemas de confinamiento magnético.

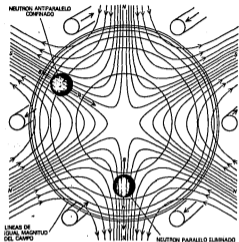


Fig. 3.3

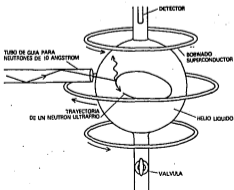


Fig. 3.4

alejarnos del eje del cilindro y que en tal eje el campo se anula, es decir cuando $r = 0$, lo que concuerda con lo dicho.

Para el campo con simetría esférica:

$$B_r = B_0 r^2 \quad 0 < r < a \quad (3.32)$$

$$B_r = B_0 \quad r = 0 \quad (3.33)$$

Se tiene una situación similar.

Sabemos que solo existen, en presencia de campos magnéticos, dos orientaciones posibles del momento magnético y que estas son antiparalelas (14). La orientación de los dipolos en forma natural es al azar, de modo que el 50% de los neutrones que penetren al sistema de confinamiento saldrán de él y se perderán. Perder un 50% de los escasos NUF es un duro golpe a la economía del sistema pero esto está de sobra compensado por el aumento en los tiempos de confinamiento.

En un sistema hexapolar como el que hemos descrito los neutrones escaparían por los extremos del cilindro, pero si formamos un toroide los neutrones describirán órbitas helicoidales alrededor de su eje central. Tal movimiento es consecuencia de que la cantidad:

$$p_L^2 / B \quad (3.34)$$

es una invariante adiabática del movimiento (57). Consideremos por simplicidad un campo como el que se muestra en la figura --

3.5. Mediante la aproximación de la deriva (59,60) puede obtenerse:

$$v_{\theta}^2 = v_0^2 - v_{z0}^2 \frac{B(z)}{B_0} \quad (3.35)$$

que indica que el movimiento es una hélice. Lo mismo ocurre en el hexapolo pero la forma de describir tal movimiento es más compleja. La velocidad angular $\dot{\phi}$ en el hexapolo se puede poner como:

$$\ddot{\phi} \approx \mu \dot{\phi} \frac{\partial B(z)}{\partial z} \quad (3.36)$$

Como ocurría en la vasija material, existe una velocidad crítica para el sistema magnético de confinamiento, es decir, si la velocidad de los neutrones es mayor que tal velocidad no podrán ser confinados. En el campo del caso $B(z)$ que consideramos puede demostrarse que:

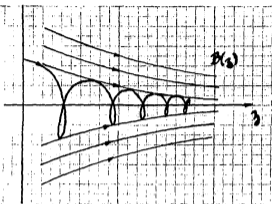
$$\left| \frac{v_{z0}}{v_0} \right| < \left(\frac{B_{máx}}{B} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.37)$$

En general:

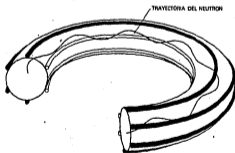
$$v_{crit} \approx \sqrt{B} \quad (3.38)$$

La v_{crit} puede verse como la velocidad radial a la que el neutrón puede vencer el gradiente de campo que lo confina.

Las ecuaciones (3.36) y (3.38) indican que aún a bajas velocidades de los neutrones se requieren campos magnéticos muy intensos para confinarlos. Por ejemplo para $v = 6$ m/s se requieren campos de unos 5 Tesla. Tales campos solo pueden ser obte-



Ejemplo de movimiento en un campo $B(z)$.



Confinamiento de NUF en un campo toroidal.
 Fig. 3.5 :- Movimiento de deriva de los NUF.

nidos empleando embobinados superconductores. Un superconductor es un material que a temperaturas muy bajas no presenta ninguna resistencia al paso de la corriente eléctrica y al igual que la superfluidez, a la que ya nos hemos referido, se trata también de una propiedad de naturaleza cuántica. Los embobinados deben tener sistemas de refrigeración especiales (ver por ejemplo 59 ó 60).

Debido a que los sistemas de confinamiento basados en propiedades electromagnéticas presentan inestabilidades hidrodinámicas (61) y los efectos no lineales, por ejemplo el campo creado por el dipolo, son difíciles de tratar teóricamente, los cálculos teóricos del tiempo de confinamiento difieren notablemente según diferentes investigadores (29), pero se espera que sea de 2 a 3 veces el tiempo de vida media del neutrón.

Paul y Trinks (8,35) construyen actualmente una botella como la ilustrada en la figura 3.4 en la Universidad de Bonn, y el grupo de Grenoble ha construido un anillo de almacenamiento magnético para el experimento de determinación del momento eléctrico dipolar del neutrón (ver la sección 6.1).

El lector habrá notado que no hemos incluido el importante efecto del campo gravitatorio en el tratamiento anterior. Obviamente, el campo gravitatorio acelera a los neutrones hacia abajo, en la dirección z , por lo que el movimiento de deriva será bastante más complicado. Lo anterior da idea de que las compo-

mentos del campo magnético que actúen en la dirección z tendrán que "soportar" la caída de los neutrones. La ecuación de movi-

miento sería:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = m\bar{g} + (\bar{\mu} - \nabla) \bar{B} \quad (3.39)$$

que en principio se puede resolver para una configuración dada del campo magnético aunque la solución sea muy compleja.

CAPITULO 4.- TEORIA DE LAS SECCIONES EFICACES DE DISPERSION A BAJAS ENERGIAS.

4.1 CARACTERISTICAS GENERALES DE LAS SECCIONES EFICACES DE DISPERSION A BAJAS ENERGIAS.

En esta sección estamos interesados en discutir algunos aspectos fundamentales sobre las secciones eficaces de dispersión a bajas energías, es decir energías en el intervalo ultrafrío, si bien mucho de lo que se trate será cierto para las energías frías y aún para las térmicas.

Aquí es importante tener presente que significa cada sección eficaz específica y las unidades de cada una, por lo que se pide al lector recurrir al apéndice C en caso de duda. Hemos evitado por conveniencia el uso de nombres tales como "sección eficaz diferencial de dispersión", "sección eficaz doblemente diferencial de dispersión", etc. y hemos empleado una notación más moderna y más utilizada en la literatura sobre reactores nucleares. Como no se excluye la posibilidad de que algún lector no esté familiarizado con ella se le pide recurrir a (15) o (17).

De manera general, para neutrones lentos, la sección eficaz de dispersión es la suma de dos componentes (64):

$$\sigma_s(\vec{v}' \rightarrow \vec{v}) = \sigma_{coh}(\vec{v}' \rightarrow \vec{v}) + \sigma_{incoh}(\vec{v}' \rightarrow \vec{v}) \quad (4.1)$$

en donde:

$$\sigma_{coh} = \frac{a_{coh}^2}{2\pi k} \left(\frac{E}{E'}\right)^{\frac{1}{2}} \int d^3r \int dt e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} G(\vec{r}, t) \quad (4.2)$$

$$\sigma_{incoh} = \frac{a_{incoh}^2}{2\pi k} \left(\frac{E}{E'}\right)^{\frac{1}{2}} \int d^3r \int dt e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} G_s(\vec{r}, t) \quad (4.3)$$

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}' - \vec{p}}{\hbar} \quad (4.4)$$

siendo:

$G_s(\vec{r}, t) d^3r$ la probabilidad de que si el núcleo está en el origen al tiempo $t=0$, luego el mismo núcleo se encuentre en una posición \vec{r} en d^3r al tiempo t .

$G(\vec{r}, t) d^3r$ la probabilidad de que si el núcleo está en el origen al tiempo $t=0$, cualquier núcleo se encuentre en la posición \vec{r} en d^3r al tiempo t .

Para que haya dispersión coherente en los sólidos debe cumplirse la condición de Bragg (ver sección 6.3), y esta se cumple si:

$$\lambda < 2d_{m\acute{a}x} \quad (4.5)$$

en donde d es el espaciado entre los planos atómicos del cristal. Es claro que los NUF no pueden cumplir tal condición para ninguna de las redes cristalinas conocidas hasta la fecha, así:

$$\sigma_{coh} = 0 \quad (4.6)$$

$$a = a_{coh} = -a_{incoh} \quad (4.7)$$

El signo de a en (4.7) se escoge así por conveniencia (ver 65 ó 66). Este resultado lo habíamos usado en la sección 2.2 y aquí lo justificamos. Por supuesto, no puede haber dispersión coherente en gases o en líquidos en el caso de los NUF debido a su gran longitud de onda.

Tenemos entonces las dos posibilidades de interacción:

- 1.- Dispersión elástica incoherente.
- 2.- Dispersión inelástica incoherente.

En lo sucesivo suprimiremos lo de "incoherente" a sabiendas de que en el caso de los NUF la dispersión de este tipo es la que ocurre.

Las principales características de la interacción del neutrón de baja energía con el núcleo son las siguientes:

- 1.- No es posible ignorar el movimiento de los núcleos puesto que:

$$E_m \leq E_{nucleos} \quad (4.8)$$

- 2.- El neutrón interacciona con un agregado de átomos preferentemente que con un núcleo simple. Entonces, el kernel de dispersión depende sustancialmente de la naturaleza del dispersor, es estructura molecular, estado físico, temperatura, etc. Esto se puede hacer obvio con la siguiente prueba sencilla: sea σ la --

sección eficaz de un núcleo libre y σ_e la sección eficaz de un núcleo enlazado, a partir de la aproximación de Born (ver sección 2.2 y el capítulo 5):

$$\sigma = \frac{\mu^2}{4\pi^2 \hbar^4} \left| \int \psi_f^* V \psi_i dV \right|^2 \quad (4.9)$$

de modo que:

$$\sigma_e = \left(\frac{\mu'}{\mu} \right)^2 \sigma \quad (4.10)$$

ecuación en la cual:

$$\mu' = \frac{m M_m}{m + M_m} \quad (4.11)$$

y

$$\mu = \frac{m M_n}{m + M_n} \quad (4.12)$$

M_m es la masa de una molécula o agregado de átomos cualquiera - y M_n es la masa del núcleo dispersor. Para un enlace completamente rígido:

$$M_m \rightarrow \infty$$

y así:

$$\mu' \approx \frac{m M_m}{M_m} = m \quad (4.13)$$

de manera que:

$$\sigma_e = \left(\frac{(m + M_m) m}{m M_m} \right)^2 \sigma \quad (4.14)$$

Como $M_n \approx Am$, se llega al conocido resultado:

$$\sigma_e = \left(1 + \frac{1}{A} \right)^2 \sigma \quad (4.15)$$

Este resultado se toma como definición más que como una relación aproximada. Para el caso del H por ejemplo: $\sigma_e = 4 \sigma$, es decir, la sección eficaz del H libre es unas 4 veces menor-

que la del núcleo enlazado a una molécula rígida.

3.- Existe dispersión a energías más altas, es decir, los neutrones pueden ganar energía en las colisiones inelásticas. Esto es particularmente cierto en el caso de los NUF.

4.- Existen procesos inelásticos con agregados que involucran excitación de estados rotacionales o vibracionales de éste. No es el caso de los NUF.

5.- En caso de haber coherencia las secciones eficaces de dispersión exhiben un comportamiento muy irregular formando picos debido a los efectos de difracción de Bragg.

A pesar de todas las singularidades del kernel de dispersión, dicho kernel presenta propiedades generales importantes (17,26):

1.- Puesto que una sección eficaz es una medida de la probabilidad de ocurrencia de un evento:

$$\Sigma_s(\bar{v}) > 0 \quad (4.16)$$

$$\Sigma_s(\bar{v}' \rightarrow \bar{v}) > 0 \quad (4.17)$$

Por supuesto, para los cálculos en que éstas se utilizan no es conveniente usar tal cosa como una normalización a la unidad.

2.- Para materiales isótropos:

$$\Sigma_s(\bar{v}) = \Sigma_s(v) \quad (4.18)$$

$$\Sigma_s(\bar{v}' \rightarrow \bar{v}) = \Sigma_s(v' \rightarrow v, \hat{n}' \cdot \hat{n}) \quad (4.19)$$

3.- El kernel de dispersión obedece la propiedad del balance de tallado:

$$v' M(\vec{v}') \Sigma_0(\vec{v} \rightarrow \vec{v}') = v' M(\vec{v}) \Sigma_0(\vec{v}' \rightarrow \vec{v}) \quad (4.20)$$

Dicha propiedad la usamos en la sección 1.2 en conexión con el problema del espectro de neutrones lentos en un reactor nuclear. La propiedad del balance detallado es un resultado de la termodinámica estadística que tiene que ver con la reversibilidad microscópica (ver 30 ó mejor aún 100).

4.- Conforme la velocidad del neutrón aumenta:

$$\sigma_c \rightarrow \sigma \quad (4.21)$$

Además, a velocidades muy grandes, lo cual a nosotros no nos interesa, se tiene que:

$$\Sigma_0(\vec{v} \rightarrow \sigma) \rightarrow \frac{\Sigma_0(E')}{2\pi(1-\alpha)E'} \int (\mu_0 - \mu_c) \quad (4.22)$$

$$\rightarrow 0 \quad \mu' \quad E' \geq \frac{E}{\alpha} \quad \text{ó} \quad E' \leq E$$

en donde:

$$\mu_0 = \hat{A} \cdot \hat{A}' \quad (4.23)$$

$$\mu_c = \frac{1}{2} \left[(A+1) \left(\frac{E}{E'} \right)^{\frac{1}{2}} - (A-1) \left(\frac{E'}{E} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.24)$$

Alfa está dada por la ecuación (6.15).**

Las funciones de uso común relacionadas con el kernel de -

** Desafortunadamente, es una costumbre muy extendida en cada rama en lo que esto se utiliza más comúnmente emplear a la letra μ como:

μ = coseno del ángulo de dispersión

μ = momento magnético

μ = coeficiente de absorción

Afortunadamente, en el contexto en que se use no habrá confusión.

dispersión son:

a) La "ley de dispersión" $S(\bar{k}, \omega)$ que se relaciona con el kernel mediante:

$$\sigma_s(\vec{r} \rightarrow \vec{r}') = \frac{k}{\pi \hbar k_0} \mathcal{D}_e S(\bar{k}, \omega) \quad (4.25)$$

y en donde:

$$\omega = \frac{E_0 - E}{\hbar} \quad (4.26)$$

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} [E_0 + E - 2(EE_0)^{\frac{1}{2}} \cos \theta] \quad (4.27)$$

La ley de dispersión se puede definir formalmente mediante:

$$S(\bar{k}, \omega) = (NZ(\beta))^{-1} \sum_{n,s} e^{-\beta \epsilon_n} \times \sum_{m,p} \langle s | e^{i\bar{k} \cdot \vec{r}} | m \rangle^2 \times \delta(\omega + (\epsilon_n - \epsilon_s) \hbar^{-1}) \quad (4.28)$$

Z es la función de partición del sistema (30), $\beta = (k_B T)^{-1}$, δ la función delta de Dirac y los subíndices n y s se refieren a dos estados energéticos. Hemos empleado la notación de Dirac, la cual se puede estudiar en (68). La función de dispersión cumple la propiedad del balance detallado en el forma:

$$S(-\bar{k}, -\omega) = e^{-\beta \hbar \omega} S(\bar{k}, \omega) = S_0(\bar{k}, \omega) = -S_0(-\bar{k}, -\omega) \quad (4.29)$$

S_0 es la "ley simétrica de dispersión". Si el sistema dispersor contiene un ensamble de subsistemas orientados al azar, la dispersión puede ser descrita mediante la función simétrica únicamente. Una propiedad de interés de S es:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \omega \langle S(\vec{k}, \omega) \rangle_{\text{degr}} d\omega = \frac{\hbar k^2}{2M} \quad (4.30)$$

donde M es la masa del dispersor.

b) La otra función, relacionada con tratamiento dependiente del tiempo, es la transformada de Fourier de S :

$$\chi_0(\vec{k}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} S_0(\vec{k}, \omega) d\omega \quad (4.31)$$

Puede verse que:

$$\chi_0(\vec{k}, t) = \chi_0(\vec{k}, t + \frac{1}{2}\beta\hbar) \quad (4.32)$$

y que:

$$\chi_0(-\vec{k}, t) = \chi_0(\vec{k}, t + i\beta\hbar) \quad (4.33)$$

4.2 FORMALISMO DEPENDIENTE DEL TIEMPO.

Viendo (4.28) es claro que S solo puede obtenerse si se evalúa la suma de las contribuciones de todos los eigenestados de un sistema. Generalmente tales eigenestados no son conocidos y, de cualquier modo, la suma es tan grande que no es posible efectuarla. La introducción de χ elimina la aparición de tales eigenestados. Es claro que un cálculo de χ conduce a la obtención del kernel de dispersión.

Usando (4.28) y (4.31) podemos expresar:

$$\chi(\vec{k}, t) = (N Z(\beta))^{-1} \sum_{n,0} e^{-\beta E_n} \times \sum_{l,0} |\langle n | e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_l} | 0 \rangle|^2 e^{i(E_n - E_0)t/\hbar} \quad (4.34)$$

el subíndice l se refiere a la posición de cada dispersor. Aquí de nuevo aparecen los eigenvalores de todos los estados. Si E_0

es eigenestado de un hamiltoniano H_0 , entonces:

$$e^{iE_0 t/\hbar} = e^{iH_0 t/\hbar} \quad (4.35)$$

que puede sustituirse en (4.34) para obtener:

$$\chi(\vec{k}, t) = (N Z(\lambda))^{-1} \sum_{n, \alpha} e^{-\beta E_n} \sum_{l=1}^N \langle n | e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_l} | \alpha \rangle \langle \alpha | e^{i(H_0/\hbar) t} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_l} | n \rangle \quad (4.36)$$

Empleando el operador posición de Heisenberg:

$$\vec{r}_l(t) = e^{iH_0 t/\hbar} \vec{r}_{l0} e^{-iH_0 t/\hbar}$$

y la propiedad de completitud de los eigenestados bajo una representación se obtiene:

$$\chi(\vec{k}, t) = (N Z(\lambda))^{-1} \sum_n e^{-\beta E_n} \sum_{l=1}^N \langle n | e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_l(0)} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_l(t)} | n \rangle \quad (4.37)$$

Si se define (26):

$$H_\lambda(\vec{k}) = e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}_l} H_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_l} \quad (4.38)$$

entonces:

$$\chi(\vec{k}, t) = N^{-1} \sum_{l=1}^N \langle e^{iH_\lambda(\vec{k}) t/\hbar} e^{-iH_0 t/\hbar} \rangle_t \quad (4.39)$$

$\langle \dots \rangle_t$ indica un promedio sobre el tiempo. La ecuación última es nuestro resultado final.

El formalismo parece repelente a primera vista, pero una vez entendido es de gran utilidad, aunque no podamos decir que es sencillo de manejar. Por ejemplo, sin él no sería posible obtener los kernels de dispersión de muchos sistemas: de los

sistemas "reales". De (4.37) es notorio que, debido a la función de partición, el kernel de dispersión depende en esencia de la estructura microscópica del sistema. Emplearemos ahora el formalismo en un caso simple, tan simple que el kernel de dispersión se puede derivar de la cinemática del choque de dos cuerpos.

Nuestro caso es la dispersión por una partícula libre en reposo, la partícula es rígida. Tenemos que:

$$H_0(\vec{p}) = p^2/2M \quad (4.40)$$

$$\chi(\vec{k}, t) = e^{i(\hbar k^2/2M)t} \quad (4.41)$$

Sustituyendo en (4.39) y luego en (4.31):

$$S(\vec{k}, \omega) = (2\pi\hbar)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} e^{i(\hbar k^2/2M)t} dt \quad (4.42)$$

de donde:

$$S(\vec{k}, \omega) = \delta(\omega - \hbar k^2/2M) \quad (4.43)$$

$$\text{Así: } \sigma(E_0 \rightarrow E, \mu) = \frac{\hbar \sigma_0}{4\pi \hbar k_0} \delta(\omega - \hbar k^2/2M) \quad (4.44)$$

$$= \frac{\sigma_0}{4\pi} \frac{\hbar}{k} \delta(E - E_0 - \frac{2(E E_0)^{1/2} \cos \theta + E_0^2}{A})$$

Usando (4.15) y haciendo la integral

$$\sigma(E_0 \rightarrow E) = \int_{-1}^{+1} \sigma(E_0 \rightarrow E) d\mu \quad (4.45)$$

se obtiene finalmente:

$$\sigma(E_0 \rightarrow E) = \frac{(A+1)}{4AE_0} \sigma \quad E_0 \geq E \geq \frac{1}{2}E_0 \quad (4.46)$$

$$\sigma(E_0 \rightarrow E) = 0 \quad \text{para cualquier otra } E$$

Este resultado se pudo haber obtenido de manera más simple, aunque no tan elegante, a partir de la cinemática del choque de dos esferas rígidas (15-18). No es posible hacer tal cosa en sistemas más complejos como gases reales, líquidos o sólidos y es ahí donde el formalismo es muy valioso.

CAPITULO 5 .- TEORIA ELEMENTAL DE LAS REACCIONES NUCLEARES A
MUY BAJAS ENERGIAS.

5.1 INTRODUCCION.

En el momento actual no se cuenta con una teoría sobre la estructura y comportamiento nuclear que sea completa; dicho - de otra forma, no comprendemos aún enteramente la naturaleza del núcleo atómico, aunque los esfuerzos empeñados en ello -- son gigantescos. Se espera aún más, el que comprendamos todas las interacciones físicas en base a una teoría unificadora. Es de gran importancia entonces contar con nuevas armas que arrojen luz sobre los aspectos desconocidos o no comprendidos del núcleo.

Las dos mayores fuentes para la obtención de datos sobre el comportamiento del núcleo atómico son ; los decaimientos radiactivos y las reacciones nucleares. Históricamente, los decaimientos radiactivos formaron la base para la comprensión de la estructura nuclear debido a la ausencia de aceleradores de partículas, aún cuando el propio núcleo se descubrió mediante una reacción nuclear (1). Actualmente, una perspectiva prometedora para la unificación de las teorías físicas es que existen ciertas evidencias de que toda la materia es radioactiva (82), pero desde luego con vida media muy larga; por --

ejemplo, la vida media del protón se estima en 10^{30} años. En cambio, si fuera de unos 10^{16} años nuestra propia radiactividad nos mataría.

Un modelo nuclear debe poder dar cuenta de una gran cantidad de datos experimentales y un género muy importante de tales datos son los de las secciones eficaces de las reacciones nucleares. De hecho, muchos modelos nucleares han sido contruidos con el propósito expreso de explicar las reacciones nucleares y sus secciones eficaces y en tal caso se encuentra por ejemplo el modelo óptico. En los últimos años se ha dado una tendencia general a utilizar proyectiles con energías cada vez más grandes, llegándose al extremo de enfrentar haces provenientes de dos gigantesos aceleradores (83). De cual -- quier modo, habrá un límite para el crecimiento de tales artefactos ¿ Y si no se obtiene lo que se buscaba ? ¿ sólo de las muy altas energías es posible extraer información valiosa ?-- Por supuesto que no, muchos científicos opinan que es posible aprender tanto de la naturaleza observando entes cuya energía se encuentre entre una energía E , digamos kT (ambiente), y la energía infinita como entre dicha energía y la energía cero(8) Es muy posible que la experimentación con partículas a muy bajas energías conduzca a una síntesis unificadora de los fenómenos naturales, pero, aún cuando este no fuera el caso, se -

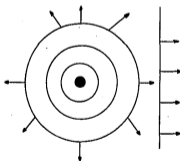
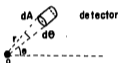
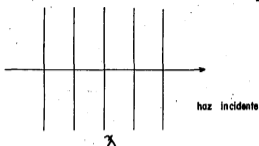
tiene un verdadero arsenal de fenómenos esperando ser descubiertos y estudiados en el rango de energías ultrafrías. Así como las altas energías han conducido a la postulación de nuevos números cuánticos, de hecho a toda una teoría completa -- llamada "cromodinámica cuántica" , podría ser necesario introducir nuevos números cuánticos a bajas energías. Quizá a nadie se le hubiera ocurrido que los neutrones se pudieran embotellar y ahora hay quien ya está pensando en confinar neutrinos (85).

En este capítulo estamos interesados primordialmente en justificar algunos hechos importantes que usamos anteriormente y en discutir, de manera muy elemental, algunas cuestiones básicas sobre las reacciones nucleares en el intervalo de energías ultrafrías.

5.2 MODELO DE ONDAS PARCIALES.

El modelo de ondas parciales para el análisis del proceso de dispersión se trata en un sinnúmero de referencias, entre ellas la 6, 13, 76, 86, y 87, así que lo trataremos muy sucintamente y aplicándolo a nuestra materia de estudio. Nos basaremos en la figura 5.1 .

La partícula proyectil se representa por una onda incidente plana;



haz dispersado (comportamiento asintótico).

Fig. 5.1 :- Modelo de ondas parciales.

$$\psi_i = e^{ikz} \quad (5.1)$$

es decir, por una función de onda normalizada de tal forma -- que dé una densidad de una partícula por unidad de volumen;

$$\psi_i^* \psi_i = 1 \quad (5.2)$$

La onda incidente al chocar contra un núcleo se dispersa y tal proceso visto desde $r = \infty$ se verá como una serie de ondas esféricas propagándose a partir del dispersor. Puede demostrarse que en tal límite asintótico;

$$e^{ikz} = e^{ikr \cos \theta} = (2ikr)^{-1} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^l P_l(\cos \theta) \times \left\{ \exp[i(kr - \frac{1}{2}l\pi)] - \exp[-i(kr - \frac{1}{2}l\pi)] \right\} \quad (5.3)$$

La ecuación (5.3) quiere decir que una onda plana puede considerarse, en el límite asintótico, como una superposición de ondas esféricas. P_l son los polinomios de Legendre, los cuales están dados por la ecuación general;

$$P_l(\cos \theta) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (1 - 2x \cos \theta + x^2)^{-\frac{1}{2}} \Big|_{x=0} \quad (5.4)$$

Estamos trabajando en el sistema de referencia del centro de masas ya que en tal caso se pueden hacer simplificaciones importantes, por ejemplo en el caso de la dispersión elástica el impulso de las partículas que interactúan es el mismo antes y después del choque. El efecto del dispersor es modificar la componente l de la onda incidente en una cantidad ;

$$\eta_l e^{i\delta_l} \quad (5.5)$$

en donde ;

δ_l = corrimiento de fase

η_l = elasticidad

La onda total es entonces :

$$\psi_l = (2ikr)^{-1/2} \sum_l (2l+1) i^{-l} P_l(\cos\theta) \times \left\{ \eta_l e^{2i\delta_l} e^{i(kr - \frac{1}{2}l\pi)} - e^{-i(kr - \frac{1}{2}l\pi)} \right\} \quad (5.6)$$

y la onda dispersada :

$$\psi_d = (2ikr)^{-1/2} \sum_l (2l+1) P_l(\cos\theta) (\eta_l e^{2i\delta_l} - 1) e^{ikr} \quad (5.7)$$

Puede probarse que la onda dispersada puede expresarse como :

$$\psi_d = \frac{e^{ikr}}{kr} \sum_l (2l+1) P_l(\cos\theta) \left(\frac{\eta_l e^{2i\delta_l} - 1}{2i} \right) \quad (5.8)$$

La cantidad :

$$T_l = \frac{(\eta_l e^{2i\delta_l} - 1)}{2i} \quad (5.9)$$

se llama "amplitud de transición". Así, podemos expresar :

$$\psi_d = \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta) \quad (5.10)$$

La función $f(\theta)$ la hemos venido utilizando a lo largo de este trabajo con el nombre de "amplitud de dispersión", su significación es ahora claro.

Se puede definir una sección eficaz mediante :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{número de reacciones/núcleo seg estereoradián}}{\text{número de ondas incidentes/cm}^2 \text{ seg estereoradián}}$$

ya que :

$$\psi_d^* \psi_d = \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} \quad ** \quad (5.11)$$

** Recordar que en general :

$$|g|^2 = g^* g$$

el número de partículas dispersadas en un elemento de ángulo-sólido dA es :

$$v |f(\theta)|^2 dA \quad (5.12)$$

Como el número de partículas incidentes es :

$$v \psi_i^* \psi_i = v \quad (5.13)$$

usando la definición se obtiene ;

$$d\sigma = |f(\theta)|^2 dA \quad (5.14)$$

Podemos integrar (5.14) para obtener la sección eficaz total ;

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{dA} dA = \pi \int |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta \quad (5.15)$$

Entonces, podemos representar la función de onda del sistema--por :

$$\psi = e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (5.16)$$

lo que es estrictamente cierto en el límite asintótico cuando $r \rightarrow \infty$. La representación del sistema dependerá del número l de ondas empleado y como es obvio no se puede emplear un número--infinito de ondas por lo que al método se conoce como de "ondas parciales" :

¿ Cuántas ondas parciales deben escogerse para la representación ? Para responder a esta pregunta es necesario hacer algunas consideraciones. Veamos, la dispersión por un campo central puede tratarse mediante la ecuación de Schrodinger ;

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r)) R = 0 \quad (5.17)$$

en la cual :

$$\psi = R(r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (5.18)$$

donde las funciones Y son los armónicos esféricos, siempre y cuando :

$$U(r) = V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \quad (5.19)$$

El segundo término del lado derecho de (5.19) se llama "potencial centrífugo" (ver la figura 5.2); así, si la energía de la partícula incidente no cumple la condición :

$$E > V(r_0) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m r^2} \quad (5.20)$$

la partícula no alcanzará el blanco. En el caso de los NUF -- puede considerarse que :

$$V(r_0) = 0 \quad (5.21)$$

de modo que para que pudiera haber reacción :

$$E > \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m r^2} \quad (5.22)$$

Para que exista interacción con neutrones de muy baja energía se requiere que el umbral energético sea mínimo, es decir hay una tendencia natural a que :

$$l = 0 \quad (5.23)$$

Como se acostumbra hacer la correspondencia :

$$\begin{array}{l} l = 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ \dots \\ \quad s \ p \ d \ f \ g \ h \ \dots \end{array}$$

a la dispersión con $l = 0$ se le llama " dispersión s " o " dispersión en onda s ". Puesto que tal onda depende del polino--

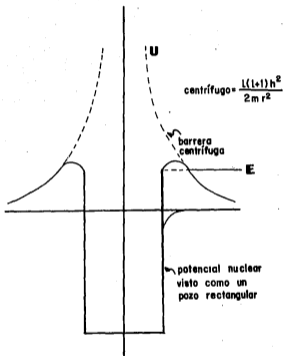


Fig. 5.2 :- Representación esquemática del potencial centrifugo.

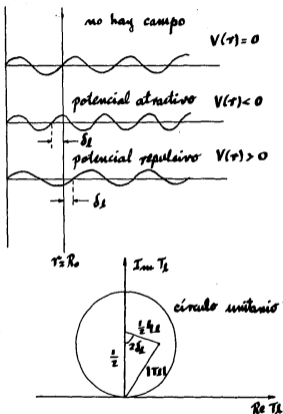


Fig. 5.3 :- Cambio de fase, elasticidad y T_2 .

mio de Legendre $P_0 = 1$ la dispersión es isotrópica y a bajas energías la dispersión es generalmente de este tipo; además, no habrá interferencia entre las ondas dispersadas. La dispersión de NUF es pues muy simple, bajo nuestras consideraciones actuales, ya que :

- 1.- No hay un potencial de tipo electrodinámico, y
- 2.- La dispersión es en onda s, con las implicaciones de ésto.

Un argumento semiclásico (6,13) indica que

$$\frac{\text{radio del blanco en la interacción}}{\lambda(\text{partícula incidente})} = f \quad (5.24)$$

fija el número de términos que deben considerarse, así:

$$\text{si } \rho \rightarrow 0$$

$$\text{entonces } l \rightarrow 0$$

que es el caso de los neutrones ultrafríos.

La sección eficaz dada por $f(\theta)^2$ implica una "mezcla" de los canales de reacción :

$$\sigma = \sigma_{\text{elástica}} + \sigma_{\text{inelástica}} + \sigma_{\text{canal 1}} + \sigma_{\text{canal 2}} + \dots \quad (5.25)$$

Es posible demostrar que tal mezcla puede separarse:

$$\sigma_{\text{el.}} = \pi \lambda^2 \sum_l (2l+1) |1 - \eta_l|^2 \quad (5.26)$$

$$\sigma_{\text{i.}} = \pi \lambda^2 \sum_l (2l+1) (1 - |\eta_l|^2) \quad (5.27)$$

Si la elasticidad vale 1 el proceso es únicamente elástico, de modo que un resultado experimental debido a los NUF es que:

$$\begin{cases} \eta \rightarrow 0 \\ |\eta| \rightarrow 1 \end{cases}$$

Es claro que el mínimo valor que puede tomar la elasticidad es cero y que se trata de una cantidad real ya que no hay secciones eficaces ni negativas ni imaginarias. La elasticidad para procesos que involucren NUF será cercana a 1 de manera que :

$$|T_E|^2 = \text{sen}^2 \delta_E \quad (5.28)$$

y la sección eficaz se puede expresar como :

$$\sigma_E = 4\pi \lambda^2 \text{sen}^2 \delta_0 \quad (5.29)$$

El máximo valor que puede tomar σ_E es entonces :

$$(\sigma_E)_{\text{máx}} = 4\pi \lambda^2 \quad (5.30)$$

Esto está, en parte, de acuerdo a una visión clásica de la dispersión, es decir, mientras más grandes sean las bolas de billar sobre la mesa mayor será la probabilidad de que choquen.

Visto lo anterior, una fórmula alternativa para la sección eficaz es la siguiente:

$$\sigma = \pi \lambda^2 \frac{1}{2} (a_E + 1) \{ 4 |T_E|^2 + (1 - a_E)^2 \} \quad (5.31)$$

que para nuestro caso de estudio se reduce a :

$$\sigma = \pi \lambda^2 \left\{ 4 |T_0|^2 + (1 - a_0)^2 \right\} \quad (5.32)$$

En realidad, sabemos que para el caso de dispersión por superficies sólidas los NUF son reflejados, lo cual se deba a que la onda que el neutrón forma es estacionaria, en un sen--

tido virtual, en la que el nodo se sitúa en la superficie. En tal caso :

$$\psi_i^* \psi_i \neq 1 \quad (5.33)$$

Una onda plana estacionaria se puede representar por :

$$\psi_{ed.} = C e^{kx} \quad (5.34)$$

en la cual :

$$k = \sqrt{\frac{2M(U_0 - E)}{\hbar^2}} \quad (5.35)$$

En la región en que $E < U_0$ ($x < 0$) la onda sufre un amortiguamiento exponencial, en el caso de los NUP la onda es "frenada" cuando ha penetrado una distancia de unos 100 \AA en la superficie. En el estado virtual :

$$\psi_{est}(0) = C \quad (5.36)$$

Es posible demostrar que (29,35) :

$$C = A \frac{2v}{v_{lim}} \quad (5.37)$$

ya que falta un factor de normalización. La sección eficaz de absorción debe ser el producto de la densidad de la onda incidente multiplicada por la probabilidad de ocurrencia de un proceso inelástico y un factor constante, así :

$$\sigma_a \propto |\psi|^2 \sigma_{incl.} \quad (5.38)$$

¿ Cómo se comporta la probabilidad de ocurrencia de procesos inelásticos a baja energía ? Puede verse que :

$$p_0 \approx 1 - a_1 k d \quad (5.39)$$

donde hemos hecho por conveniencia :

$$d = -\delta_0 \quad (5.40)$$

Si sustituimos en (5.27) podemos obtener :

$$\sigma_{\text{inel.}} = \pi \lambda^2 (4k\alpha) \quad (5.41)$$

de donde :

$$\sigma_{\text{inel.}} = \frac{4\pi\alpha}{k} \sim \frac{1}{v} \quad (5.42)$$

La probabilidad total de los procesos inelásticos sigue una ley $1/v$ y usando (5.37) y (5.42) en (5.38) es fácil ver que :

$$\sigma_a \propto v \quad (5.43)$$

Al hablar de supresión de canales de reacción inelásticos nos referíamos a la transición :

$$\sigma_a = f_1\left(\frac{1}{v}\right) \rightarrow \sigma_a = f_2(v) \quad (5.44)$$

El resultado (5.43) lo empleamos extensivamente en la sección 3.2.

Se puede seguir el mismo procedimiento para llegar al resultado :

$$\sigma_{el.} = 4\pi |d|^2 \quad (5.45)$$

Lo cual significa que cuando $v \rightarrow 0$ la sección eficaz elástica tiende a ser constante y tal constante, según otro modelo, se puede identificar con $4\pi R^2$ donde R es el radio nuclear. Hay que notar que un modelo clásico de colisión predice una sección eficaz igual a:

$$\sigma_d = \pi R^2 \quad (5.46)$$

donde πR^2 es el área geométrica del dispersor, o sea, el factor 4 que aparece se debe a la naturaleza cuántica del fenómeno.

Un teorema importante, que ya citamos, puede expresarse según el formalismo de ondas parciales como :

$$\sigma = 4\pi k^{-1} \text{Im} f(0) \quad (5.47)$$

y este es el teorema óptico. Tal teorema implica que:

$$\sigma^2 \geq (\text{Re} f(0))^2 4\pi k^{-2} \quad (5.48)$$

El segundo teorema más importante de la física de las reacciones nucleares es el teorema de reciprocidad, que citamos sin más trámite :

$$\frac{\sigma(\alpha \rightarrow \beta)}{k_\alpha^2} = \frac{\sigma(\beta \rightarrow \alpha)}{k_\beta^2} \quad (5.49)$$

Aquí α y β son los canales de reacción y físicamente no hay distinción entre cual sea el "directo" y cual el "inverso".

En todo nuestro tratamiento hemos ignorado el spin del neutrón y el spin del núcleo dispersor, ya que esto solo complica sobremedida las cosas sin alterar cualitativamente nuestros resultados. Algunos tratamientos del problema de dispersión considerando el spin pueden ser vistos en (76), (87) o (90), pero el lector debe quedar prevenido de que su complejidad es abrumadora.

Finalmente, cabe preguntarnos : ¿ Pueden existir resonancias en el intervalo de energías ultrafrías ? Según todos los datos espectroscópicos actuales (76,89,90) la respuesta es negativa. Como este trabajo trata sobre NUF nos hemos ahorrado dificultades y resulta que, a final de cuentas, la física de los NUF es simple.

5.3 APROXIMACION DE BORN Y SECCION EFICAZ.

El efecto de la energía potencial en una interacción puede estudiarse introduciendo a ésta como una perturbación en la ecuación de Schroedinger de la partícula libre (14) :

$$\nabla^2 \psi^{(0)} + k^2 \psi^{(0)} = 0 \quad (5.50)$$

$$k = p/\hbar \quad (5.51)$$

la corrección, o perturbación, de primer orden es :

$$\nabla^2 \psi^{(1)} + k^2 \psi^{(1)} = \frac{2mV}{\hbar^2} \psi^{(0)} \quad (5.52)$$

Esta ecuación tiene la forma de la ecuación de los potenciales retardados de la electrodinámica (57), de modo que su solución se puede obtener por comparación con ésta :

$$\psi^{(1)}(\vec{r}) = \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \psi^{(0)}(\vec{r}') \frac{e^{i k \cdot \vec{r}}}{r} d^3r' \quad (5.53)$$

La condición para que se cumpla la aproximación es que :

$$|V| \ll \hbar^2 / m R_0^2 \quad (5.54)$$

para cualquier velocidad de la partícula, donde R_0 es el radio de acción del campo causante de la interacción. En el caso de los NUF R_0 es suficientemente pequeño en comparación a la lon

gitud de onda del neutrón de manera que se cumple (5.54).--

Ahora recordamos la ecuación (5.16) :

$$\psi = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + f(\theta) \frac{e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}}}{r}$$

de donde vemos fácilmente que :

$$f = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \psi_2^* V \psi_1 dV \quad (5.55)$$

Como ya conocemos la relación de la amplitud de dispersión -- con la sección eficaz podemos expresar :

$$d\sigma = \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^2 \left| \int \psi_2^* V \psi_1 dV \right|^2 d\Omega \quad (5.56)$$

Una forma equivalente de la ecuación anterior es la que hemos utilizado con anterioridad :

$$d\sigma = \left(\frac{m}{2\pi\hbar}\right)^2 \left| \int V e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} dV \right|^2 d\Omega \quad (5.57)$$

A bajas energías podemos hacer la aproximación :

$$e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \approx 1 \quad (5.58)$$

Recordamos que :

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$$

Para el caso de los neutrones ultrafríos pueden utilizarse potenciales efectivos puntuales, por ejemplo del tipo de los pseudopotenciales de Fermi (56) :

$$V = \frac{2\pi\hbar^2}{m} a' \delta(\mathbf{r}) \quad (5.59)$$

Donde a' es el valor de \bar{r} que hace la función de onda incidente con respecto a la dirección de acción del pseudopotencial. También es posible utilizar, como ya lo hemos hecho, potencial del tipo esfera rígida promediado sobre un volumen, -- o superficie, de núcleos dispersores. Métodos para cálculos--

de potenciales y pseudopotenciales pueden verse en las referencias (51) y (52).

5.4 MECANISMOS DE REACCION Y CONSIDERACIONES ADICIONALES.

El mecanismo de reacción llamado del "núcleo compuesto" nos ayudará a poner en claro otras cuestiones importantes. Puesto que sería muy complicado considerar la interacción de la partícula incidente sobre un núcleo con todos los nucleones, con que fueran dos los nucleones se trataría de un problema de tres cuerpos, conviene entonces considerar un agregado de materia nuclear que cause un potencial sobre la partícula proyectil equivalente al que produce un agregado de nucleones. Por ejemplo, según el modelo óptico:

$$V_{\pm} = V_0 (1 + i\zeta) \quad (5.60)$$

$$0 \leq \zeta \leq 1 \quad \text{absorción total} \quad (5.61)$$

La partícula incidente se asocia al agregado formando un núcleo compuesto que decae por algún canal de reacción permitido. Este modelo es de particular interés para reacciones de baja energía.

Si la parte radial de la función de onda del sistema se toma como :

$$R(r) = \frac{1}{r} u(r) = e^{-ikr} \quad (5.62)$$

debido a que la partícula ha sido "absorbida" temporalmente no hay onda dispersada durante ese intervalo de tiempo, entonces K representa el número de onda del neutrón ultrafrío dentro del núcleo. Si denominamos al radio nuclear r_0 , la cantidad;

$$d = \frac{\tau}{u} \frac{d\mu}{dt} \Big|_{t_0} = -i K \tau_0 \quad (5.63)$$

llamada "derivada logarítmica" se relaciona con el corrimiento de fase y la elasticidad mediante :

$$h e^{i \omega t} = \frac{d + i k \tau}{d - i k \tau} e^{-i k \tau} \quad (5.64)$$

Puede demostrarse, usando la ecuación anterior y las desarrolladas en la sección 5.2, que :

$$V_{\text{inel.}} = \frac{4\pi K}{k(k+K)} \quad (5.65)$$

donde k se refiere a la onda incidente como anteriormente. --
Con un modelo de la estructura nuclear se puede determinar K .

Se acostumbra pensar que la energía de la partícula incidente y la del núcleo blanco, con respecto al sistema de referencia del centro de masas, que está dada por :

$$E_{c.m.} = \frac{1}{2} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) (v_{c.m.}^2 + v_c^2) \quad (5.66)$$

se reparte entre los nucleones y que en el tiempo $\sim 10^{-14}$ s - en que tarda en decaer el núcleo compuesto la energía excedente se reconcentra, debido a fluctuaciones estadísticas, en algún nucleón o agregado de ellos que se encuentran en la superficie del núcleo y que por lo tanto puede o pueden escapar. En el modelo de la gota líquida se dice que tal nucleón o nu-

cleones se "evaporan".

Puede suceder que los nucleones asciendan a estados de energía mayor y después de algún tiempo, que puede ser hasta del orden de millones de años, regresen a su estado original mediante la emisión de rayos gamma. Debe recordarse que en los procesos de excitación nuclear, en contraste con los fenómenos de excitación electrónica, al ascender un nucleón a un nivel superior de energía se produce un fenómeno colectivo con participación de varios nucleones (76).

Se le llama energía umbral, E_u , de la reacción a la energía mínima necesaria que debe tener la partícula incidente para que la reacción se efectúe. Para reacciones exotérmicas, -- aquellas con $Q > 0$, se tiene que :

$$E_u = 0 \quad (5.67)$$

Se espera entonces que los neutrones ultrafríos puedan producir reacciones de este tipo. La fisión es un caso muy importante de reacción exotérmica. Puede considerarse que algunos núcleos muy pesados, como el U-233, U-235, Pu-239, etc., tienen un apetito desmedido hacia los neutrones de muy bajas energías pero que al devorarlos sufren una especie de indigestión que los obliga a partirse, generalmente en dos fragmentos, y desprender un promedio de 2 a 3 neutrones (15,140). Esto es la fisión. Debemos aclarar que aunque una reacción sea-

energéticamente posible esto no implica que deba ocurrir, su probabilidad de ocurrencia se mide con la sección eficaz de la reacción.

Si una reacción del tipo :



ocurre, puede demostrarse que para el caso de los neutrones ultra fríos :

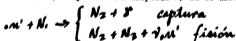
$$E_2 = \frac{m n_2}{M_{N_1} + m_{n'}} Q \quad (5.68)$$

lo cual significa que la reacción es isotrópica y esto concuerda con lo que hemos dicho sobre la dispersión inelástica de las ondas s . Debemos considerar que la dispersión es un tipo particular de reacción nuclear en la que $Q = 0$.

En el caso de las reacciones endotérmicas se tiene que :

$$E_{n'} = \left(1 + \frac{M_{n'}}{M_{N_1}} \right) |Q| \quad (5.69)$$

Se espera entonces que los neutrones ultrafríos no causen en absoluto ninguna reacción de este tipo. En términos generales esperamos que la reacción más común que produzcan los neutrones ultrafríos sea, después de la dispersión, la de absorción:



Existen otros dos mecanismos de reacción importantes : la dispersión potencial y la interacción directa. La dispersión-potencial es un mecanismo de choque del tipo del de bolas de

billar y es resultado simplemente de la existencia de los neutrones y los núcleos al encontrarse. Por supuesto, esto se debe a que el neutrón es una partícula neutra y no existe un potencial repulsivo. Tal mecanismo es independiente de la energía de los neutrones y puede decirse que es el más importante en el caso de los neutrones ultrafríos debido a que, por así decirlo, su gran longitud de onda les causa cierta incomodidad para formar un núcleo compuesto.

El mecanismo de reacción directo consiste en una colisión del tipo anterior pero en la que un nucleón o un grupo de ellos son sacados del núcleo por la acción del choque. Este mecanismo, como es lógico suponer, tiene importancia solo en el caso de que los neutrones sean rápidos con alta energía o relativistas.

CAPITULO 6 .- IMPORTANCIA TEORICA Y EXPERIMENTAL DE LOS NEUTRONES ULTRAPRIOS. APLICACIONES.

6.1 LA VIDA MEDIA DEL NEUTRON Y SU MOMENTO ELECTRICO DIPO--LAR.

Hemos ya mencionado que la incertidumbre en la determinación de la vida media del neutrón, del orden de 1.5%, es inaceptable debido a la alta precisión con que se han determinado las vidas medias de multitud de otras partículas, con incertidumbres de hasta por ejemplo 0.003%. Una mayor exactitud en la determinación de la vida media del neutrón conducirá a una mejor comprensión de los fenómenos de interacción débil.

Las determinaciones de la vida media del neutrón han sido hechas utilizando neutrones que se mueven muy rápidamente. Un método típico es, por ejemplo, el que emplearon Sosnovskii y sus colaboradores (97), que consiste en observar el número de protones de decaimiento en un volumen conocido que contiene un número conocido también de neutrones. Los investigadores anteriores reportan una vida media de 11.7 ± 0.3 min. Distintas referencias hasta 1975 sitúan la vida media del neutrón alrededor de este valor con discrepancias de hasta 1.5 min. Una revisión de técnicas ha hecho que el valor corriente

mente aceptado actualmente sea de 918 ± 14 s para la vida -- promedio (8,35,76).

La tecnología nuclear no ha prestado mucha importancia a cuanto valga la vida media del neutrón y la razón es que -- tal proceso es despreciable en la mayoría de las aplicacio-- nes. Por ejemplo, el tiempo de vida de los neutrones en los reactores nucleares es del orden de 10^{-3} s.

El experimento de determinación de la vida media del -- neutrón utilizando NUF confinados en una botella o en un cam po magnético es un experimento esencialmente análogo al de -- la determinación de la vida media de una sustancia radiacti-- va; es decir, se confina una cantidad conocida de neutrones -- y a diferentes tiempos se cuentan los que aún quedan, de mo-- do que si el proceso sigue la cinética :

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad (6.1)$$

La vida media del neutrón será :

$$t_{1/2} = \ln 2 / \lambda \quad (6.2)$$

así que solo debe determinarse la constante de decaimiento. -- El proceso no es tan simple con los NUF. Imaginemos el expe-- rimento en que el sistema de confinamiento se llena con una-- cantidad determinada de neutrones con una energía específica y tal proceso de llenado debe efectuarse rápidamente, de mo--

do que el contenedor contenga entre 100 y 500 NUP (35). La dependencia del número de neutrones que permanecen en el tiempo t en la botella es :

$$N(t) \propto \exp(-\lambda/T) \quad (6.3)$$

En esta ecuación T es :

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{t_{1/2}} + \langle m \rangle \langle \mu \rangle + \frac{1}{T_{ad.}} \quad (6.4)$$

Donde $\langle m \rangle$ es el número promedio de colisiones de los neutrones sobre las paredes por segundo y $\langle \mu \rangle$ el coeficiente de absorción por colisión. Si la distribución de neutrones es isotrópica dentro de la botella entonces :

$$\langle m \rangle = \frac{\langle v \rangle}{d} \quad (6.5)$$

siendo d igual a 4 veces el volumen de la botella entre su superficie interna (17) o los parámetros equivalentes en el caso de contenedores magnéticos. Podemos considerar a $\langle m \rangle$ como una cantidad conocida y anteriormente habíamos obtenido una expresión para el coeficiente de absorción que nos daba :

$$\mu = \frac{2k}{m} \frac{N \sigma v^2}{v^2_{lim} \sqrt{v^2_{lim} - v^2}} \quad (6.6)$$

Para obtener el valor promedio de μ necesitamos integrar sobre todos los ángulos, así :

$$\langle \mu \rangle = (4\pi)^{-1} \int \mu \cos \theta \, d\Omega \quad (6.7)$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{2t_0}{y^2} (\sin^2 y - y \sqrt{1-y^2}) \quad (6.8)$$

$$y = v/v_{lim} \quad (6.9)$$

Podemos ahora calcular el tiempo medio teórico de almacenamiento:

$$\frac{1}{T_d} = \frac{1}{t_{1/2}} + \langle m \rangle \langle \mu \rangle \quad (6.10)$$

El mecanismo anómalo de pérdidas ha sido incluido mediante T_{ad} y debe determinarse experimentalmente.

Los tiempos de almacenamiento de sistemas mecánicos son de 2 a 10 min para un decrecimiento de un 90% en el número de NUF.

La tendencia actual en la investigación de la vida media del neutrón es el empleo de contenedores magnéticos, ya que los tiempos de confinamiento calculados son de 2-3 veces la vida media del mismo (8,29); sin embargo, los mecanismos de pérdida son difíciles de cuantificar, no solo teórica sino también experimentalmente y hay incluso cálculos teóricos contradictorios (35). Lo prudente será esperar hasta que el grupo de Bonn y el de Grenoble reporten sus resultados sobre los sistemas de confinamiento magnético. El autor desconoce el estado de las investigaciones al respecto en Alma-Ata. Lo

fundamental, como dijimos, es que ésta determinación conduciría a una mayor comprensión de la fuerza débil.

Puede afirmarse con seguridad que el interés en el estudio de los NUP nació cuando Shapiro (9) propuso en 1968 un experimento de alta resolución para la medición del momento dipolar eléctrico del neutrón. El momento dipolar eléctrico \bar{p} de una distribución de cargas se define como (57,58) :

$$\bar{p} = \int \bar{x}' \rho(\bar{x}') d^3x' \quad (6.11)$$

donde ρ es la densidad de carga. El campo eléctrico en el punto \bar{x}_0 producido por un dipolo está dado por :

$$\bar{E}(\bar{x}) = \frac{3\hat{n}(\bar{p} \cdot \hat{n}) - \bar{p}}{|\bar{x} - \bar{x}_0|^3} \quad (6.12)$$

donde \hat{n} es un vector unitario dirigido de \bar{x}_0 a \bar{x} . El momento eléctrico dipolar del neutrón ha sido buscado hasta la actualidad empleando neutrones "comunes" con resultados negativos.

Un sistema mecánico-cuántico estacionario como el neutrón se espera, en base a la teoría cuántica-relativista actual, que no posea momento eléctrico dipolar o cualquier momento eléctrico de más alto orden. Esto se debe a que siendo su spin 1/2, en base al principio de exclusión, el hecho de que el neutrón poseyera un momento eléctrico dipolar implica

una violación al principio de simetría de inversión temporal. La simetría de inversión temporal establece que cualquier -- proceso permitido en la naturaleza es también permitido si -- invertimos el sentido del flujo del tiempo; es decir, si :

$$t \rightarrow -t$$

Por ejemplo, la ecuación:

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \vec{F} \quad (6.13)$$

no se altera si $t \rightarrow -t$. Prigogine ha llamado a la mecánica -- Newtoniana "atemporal" (100). En la electrodinámica clásica -- se cumple la invariancia de las ecuaciones respecto del cambio de signo del tiempo si $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$ y $\vec{B} \rightarrow \vec{B}$; así, la simetría -- respecto de la inversión del tiempo se cumple no solamente -- en el caso de un sistema aislado, sino también cuando existe un campo eléctrico externo cualquiera (98).

En la mecánica cuántica la simetría $t \rightarrow -t$ implica una -- transformación de la función de onda, para partículas sin -- spin, de la forma:

$$\psi \rightarrow \psi^*$$

y para partículas con spin:

$$\psi_{s\sigma} \rightarrow \psi_{s,-\sigma} (-1)^{s-\sigma}$$

ya que en este caso la función de onda es un espinor (14).

Un espinor es un objeto geométrico que se transforma en una rotación del sistema de coordenadas según una transform

ción binaria (14,99). La función de onda no espinorial o una espinorial en ausencia de campos eléctricos invertida respecto al tiempo describe un posible estado que corresponde precisamente a la misma energía. Para funciones de onda espinoriales se aplica el teorema de Kramers que establece que si la suma de espines de las partículas es semientero, todos los niveles deben ser doblemente degenerados cuando aquel se encuentra en un campo eléctrico arbitrario, y a dos estados distintos de igual energía corresponden espinores conjugados complejos. La inversión del tiempo, en presencia de campos magnéticos, conduce a una ecuación de Schroedinger para los componentes $\psi_{\alpha\beta\dots}$ covariantes, que tiene la misma forma que la ecuación inicial para los componentes $\psi^{\alpha\beta\dots}$ contravariantes. Una discusión elemental de estos tópicos puede verse en (12).

La transformación llamada conjugación de carga C consiste en sustituir una partícula por su antipartícula. La transformación llamada inversión de la paridad P consiste en la transformación de coordenadas según $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$; la paridad no se conserva universalmente, el decaimiento beta de los núcleos (13,76) y algunos fenómenos relacionados con la fisión son una prueba de ello (120).

La mecánica cuántica relativista afirma que una ley uní

versal de la naturaleza es la invariancia respecto a las -- transformaciones de Lorentz en sistemas inerciales de refe-- rencia. El teorema CPT de la mecánica cuántica relativista -- establece que este tipo de transformación cumple la ley de -- invariancia relativista y es por tanto una ley universal. -- Sin embargo, nada se puede decir de las transformaciones C,P y T tomadas por separado.

Los procesos de interacción débil, de los que forma par-- te el decaimiento beta, aunque violan la transformación P -- son invariantes ante la transformación CP. En 1964 J.H. -- Christenson y sus colaboradores (101,103) descubrieron que -- en la desintegración del mesón neutro K existe una violación de la simetría CP.

Existen cuatro mesones K : K^+ , K^- partícula y antipar-- tícula; K^0 y \bar{K}^0 partícula y antipartícula en virtud del nú-- mero cuántico de extrañeza (56). Tanto K^0 y \bar{K}^0 decaen según:

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^-$$

Si las fases de las funciones de estado $|K^0\rangle$ y $|\bar{K}^0\rangle$ se esco-- gen de modo que :

$$CP |K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$$

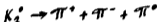
teóricamente, como los eigenestados correspondientes a :

$$CP = +1 \text{ es } |K_1^0\rangle = (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) / \sqrt{2}$$

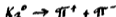
y $CP = -1$ es $|K_2^0\rangle = (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) / \sqrt{2}$

y $|\pi^+\pi^-\rangle$ es solo eigenestado de $CP = +1$, K^0 solo puede decaer en la forma mostrada si CP se conserva. Además se espera que tengan diferentes masas debido a sus diferentes acoplamientos con los canales de decaimiento. Esta diferencia ha sido observada y es aproximadamente 0.6×10^{-5} eV.

Se ha visto experimentalmente que K_2^0 decae también mediante:



que no viola la simetría CP , pero también mediante :



que implica violación a CP . Esto ocurre en 0.002 de los decaimientos de K_2^0 . El premio Nobel de Física 1980 fué concedido a K.W. Cronin y V.L. Fitch por la comprobación, sin lugar a dudas de los resultados del grupo de Christenson, del que formaron parte.

Supongamos un haz formado por partículas K^0 , al ser el estado de vida media más corta el K_1^0 después de un tiempo so lo habrá partículas K_2^0 y no se observarán decaimientos en dos piones; pero, si el haz es pasado por hidrógeno líquido aparecerán de nuevo las partículas K_1^0 y por tanto decaimientos en 2 piones, que es lo que se ha llamado "regeneración anómala". Cronin y Fitch estaban interesados en la regeneración anómala, pero en condiciones en que esta se suprime, ob

servaron decaimientos en dos piones de las partículas K_2^0 con una ocurrencia de 45 casos en 23000, es decir del 0,002 . - Esto implica violación CP.

La violación de la simetría CP implica que:

- 1.- Si el teorema CPT es cierto entonces hay violación de la simetría de inversión temporal, o
- 2.- Que el teorema CPT no sea cierto y por lo tanto existen graves fallas en las teorías físicas actuales.

Lo único que puede dirrimir esta espinosa cuestión sería una prueba directa de la violación a la transformación T. La existencia de un momento dipolar eléctrico del neutrón es -- tal prueba.

La energía de interacción de un dipolo eléctrico con un campo eléctrico viene dada por :

$$U = - \vec{p} \cdot \vec{E} \quad (6.14)$$

Como en la transformación $t \rightarrow -t$ se tiene que $\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$, para - que U sea invariante bajo P se requiere que :

$$\vec{p} \rightarrow -\vec{p} \quad (6.15)$$

El momento dipolar eléctrico es un vector dirigido hacia el polo positivo, el vector de spin debe hallarse alineado se-- gún el mismo eje, o al menos la única componente de \vec{p} que -- puede ser observada es la que está alineada con el vector de spin. Esto es :

$$\bar{p} = \alpha \bar{J} \quad (6.16)$$

Bajo la transformación $P : \bar{J} \rightarrow \bar{J}$, entonces la ecuación anterior se altera, lo cual sucede si la paridad no es una simetría o si los dos estados son degenerados, que es el caso de las moléculas.

Como el neutrón obedece el principio de exclusión si existe \bar{p} se viola la paridad.

Puede verse que un argumento similar al anterior puede aplicarse al caso de T . Supongamos que en un estado inicial \bar{p} y \bar{J} son paralelos, si $t \rightarrow -t$ se invierte el sentido de los movimientos del neutrón lo que causa que \bar{J} se invierta, es decir $\bar{J}_t \rightarrow -\bar{J}$; sin embargo, \bar{p} no queda afectado. Se trata entonces de dos estados no equivalentes, pero, por el principio de exclusión esto implica una violación a la transformación T .

El momento magnético del neutrón se invierte igual que el vector de spin, por lo que su existencia no viola la simetría T .

La explicación que se ha dado a la violación CP es que en la naturaleza debe existir otro tipo de interacción, llamada "interacción superdébil". Si la interacción superdébil cambia la extrañeza en dos, $\Delta S = 2$, debe tenerse que la longitud característica de separación de cargas del dipolo -

es:

$$\chi \sim 10^{-39} - 10^{-43} \text{ m} \quad (6.17)$$

Si la interacción superdébil solo cambia la paridad, o sea -

$\Delta S=0$ y $P = -1$, entonces:

$$\chi \sim 10^{-29} - 10^{-31} \text{ m} \quad (6.18)$$

Si los experimentos con NUP pueden dar la cota superior para χ se tendrá una clara evidencia de la existencia de la interacción superdébil; y aún más, se sabrá cuáles son sus reglas de selección.

El principio de incertidumbre fija un límite para la χ que puede ser observada:

$$\chi > \frac{\hbar}{|E| E \pm 2\sqrt{N}} \quad (6.19)$$

donde N es el número de neutrones usados en el experimento y t el tiempo de observación en el mismo.

Los principales métodos que se han postulado para la determinación del momento dipolar eléctrico del neutrón son:

- 1.- Método de resonancia magnética del haz. En ORNL y Harvard (107,108).
- 2.- Método de difracción con cristales. En el MIT (109,110).
- 3.- Método de los anillos Pendellösung. En el MIT (111).
- 4.- Métodos con neutrones ultrafríos. En Dubna y Grenoble -- (8,12,29,35,112,113,114).

Aquí solo estamos interesados en los métodos que utili-

zan neutrones ultracuos. Trataremos en particular dos de -- ellos que son variantes del método de resonancia magnética del haz.

El método originalmente propuesto por Shapiro (9) basa su justificación en el principio de incertidumbre:

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar \quad (6.20)$$

Como : $\Delta E = |\vec{p}| \hbar \dot{\vec{r}}$ (6.21)

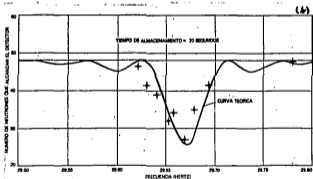
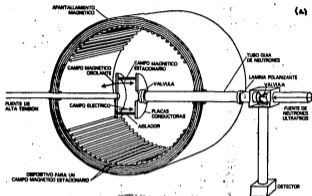
Y $\Delta t \equiv T$ (tiempo de almacenamiento)

se tiene que :

$$|\vec{p}| \geq \frac{\hbar}{|\vec{r}| T \sqrt{N}} \quad (6.22)$$

que da $\kappa \approx 3 \times 10^{-26}$ m con los parámetros que se tenían en -- aquel tiempo (Ver la tabla 6.1). Como se ve, el tiempo de almacenamiento juega un papel muy importante en el experimento.

El método fué implementado por Lobashov (114) y consiste en hacer pasar un haz de NUF de intensidad 1000 n/s por -- una película ferromagnética con el fin de polarizarlos (figura 6.1). Una segunda hoja ferromagnética analiza la polarización de los NUF antes de que pasen al detector. Durante su paso por el recinto de almacenamiento se les aplica un -- campo eléctrico de 25 kV/cm y un campo magnético homogéneo -- producido por bobinas de Helmholtz. La curva de resonancia --



Señal de resonancia (I. Laue-Langevin)
 Fig. 6.1 :- Experimento de resonancia del haz (NUF).

magnética nuclear se toma por el método de Ramsey (115). La anchura de la curva de resonancia, en este caso, es de unos 0.25 Hz que corresponden al tiempo promedio de 4 s en que los NUP se difunden por la cámara. \bar{p} se determina del corrimiento de la señal de RM al aplicar el campo eléctrico.

En los experimentos de Grenoble (8,12,35) se usa un método con neutrones confinados. En este experimento, el recipiente contenedor tiene una sección hecha de acero al cobalto magnetizada, lo cual, como hemos visto, produce confinamiento de un estado de spin. La otra sección es como el contenedor de Lobashov. Un campo resonante de frecuencia de 30 Hz se aplica durante 1 s de modo que el vector de spin se inclina a un plano normal a \vec{E} y \vec{B} en el cual se mueve en un movimiento de precesión durante unos 10 s después de los cuales se vuelve a aplicar el campo resonante. La muestra de neutrones es entonces sacada del contenedor, se analiza su polarización y es contada. Los neutrones que han girado su spin no pueden atravesar la lámina polarizadora y no pueden llegar al detector. Si el mínimo de la curva de RM se desplaza (ver la figura 6.1 (b)) existe un momento dipolar eléctrico.

Como sabemos, la existencia de \bar{p} hace que la energía de los neutrones dependa en una proporción muy pequeña de la orientación del dipolo. El plano de orientación del spin de-

be entonces ser cambiado a un valor máximo de 180° para aumentar el efecto. El mínimo de la curva se recorre porque la frecuencia necesaria para inducir el salto depende de forma muy precisa de la energía de los NUP; así, si se cambia el campo eléctrico la frecuencia de resonancia habrá de cambiar si existe \bar{p} , pero en caso contrario \bar{E} no afectará la frecuencia. La medición de frecuencia se presenta con una incertidumbre de \pm una oscilación, de modo que el número de ciclos de conteo debe ser grande. Así mismo, la precisión con que se puede medir cualquier frecuencia es proporcional al tiempo de duración de la medida, es decir, el tiempo de confinamiento de los NUP.

El grupo de Grenoble, que cuenta ahora con Ramsey y - - Smith en sus filas, ha decidido cambiar su sistema de almacenamiento mecánico por uno magnético para aumentar notablemente los tiempos de confinamiento. Para ello utilizan un anillo superconductor, de modo que todos los NUP confinados tendrán el mismo estado de polarización.

La tabla 6.1 (12) compara los principales parámetros de los diferentes métodos. El producto $ETI^{1/2}$ es una figura de mérito, que como se ve, depende directamente de la intensidad del haz de neutrones y más fuertemente del tiempo de confinamiento. Utilizando una fuente de He de NUP y un sistema-

METODO	E(V/m)	T(s)	I(n/s)	λ_0	$ETI^{1/2}$	$x(m)$
Reflexión de						
Bragg	1×10^{11}	2×10^{-7}	10^2	10^{-3}	2×10^5 3×10^5	8.4×10^{-24}
Resonancia magnética						
del haz	1.2×10^7	1.5×10^{-2}	3×10^4	10^{-4}	3×10^7	5×10^{-25}
Anillos Pen-						
dellöung	1×10^{11}	2×10^{-5}	10	10^{-5}	6×10^6	? **
NUP	2.5×10^6	10	2×10^2	10^{-1}	4×10^8	5×10^{-29} ***

TABLA 5.1 *

* De la referencia (12).

** No se han reportado resultados si es que este método ya se implementó.

*** Los valores datan de 1972, actualmente utilizando NUP $x \sim 10^{-31}$ m .

de confinamiento magnético con T del orden de 50 min, se espera que:

$$\lambda \sim 10^{-31} \text{ m}$$

Lo cual será una evidencia de la existencia o no de la interacción superdébil y fijará sus reglas de selección. Además, comprobará, obviamente, la violación a T de manera directa.

6.2 DETERMINACION DE SECCIONES EFICACES A BAJAS ENERGIAS.

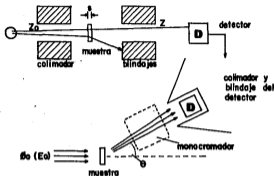
La sección eficaz total puede ser determinada mediante el bien conocido método de transmisión (4,5). Si Z_0 es la rapidez de conteo, con la corrección por fondo, de los neutrones incidentes en el detector del haz virgen y Z la misma rapidez de conteo con una muestra de espesor s insertada entre la fuente de neutrones y el detector, tenemos que:

$$\frac{Z}{Z_0} = \exp(-N\sigma_T(E_0)s) \quad (6.23)$$

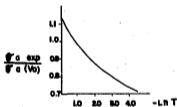
y por lo tanto la sección eficaz total a E_0 será:

$$\sigma_T(E_0) = \frac{1}{Ns} \ln \frac{1}{T} \quad (6.24)$$

ecuación en la que Z/Z_0 es la transmisión T. Así, conocido el espesor de la muestra y calculado N, podemos determinar fácilmente la sección eficaz total. La figura 6.2 muestra la geometría que debe emplearse. En nuestro caso, el haz mono-



Corrección por endurecimiento del haz
(experimento de transmisión)



Correcciones Teóricas:

$$T = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} y \quad y = \frac{T_0}{T} Z_0(kT_0)e$$

$$T = \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{\gamma}{z}\right)^{3/2} e^{-3(\gamma/z)^{3/2}} \left[1 + \frac{17}{36} \left(\frac{z}{\gamma}\right)^{3/2} - \dots \right]$$

Fig. 6.2:- Determinación experimental de secciones eficaces.

energético debe provenir de un espectrómetro, por ejemplo, - y el espesor debe ser extremadamente pequeño, del orden de - algunas capas atómicas.

Para el experimento con NUF tenemos el límite natural:

$$E_0 > E_{lim} \text{ (sólidos)} \quad (6.25)$$

para el material de que se trate, ya que de otra manera tendríamos reflexión. Así, en la medición de secciones eficaces a bajas energías solo podemos llegar hasta E_{lim} si el material es un sólido.

Aunque existe absorción, proporcional a v , abajo de la energía límite tal sección debe ser poco menos que imposible de determinar experimentalmente, debido a que por cada 10^5 - reflexiones se produce una absorción, como vimos en el capítulo 2. Debemos entonces en tal región basarnos en cálculos teóricos. El concepto de sección eficaz, diferente a la de absorción, abajo de la energía límite carece de sentido en el caso de los sólidos.

A pesar de nuestro límite natural el lector puede ver - el BNL-325 para darse cuenta que las energías mínimas a las que se han determinado secciones eficaces son de $\approx 10^{-5}$ eV y falta por llenar todo el intervalo ultravioleta. La determinación de secciones eficaces en el intervalo frío es muy posible que carezca de todo interés, excepto quizá en el diseño-

de reactores "fríos", cosa que a nadie se le ha ocurrido hacer, pero la determinación de éstas en el intervalo ultrafrío tiene un interés teórico muy grande, según hicimos notar en el capítulo 5. Tales mediciones nos darían nuevos conocimientos sobre la naturaleza de los fenómenos de interacción neutrón-núcleo que servirían para una mejor comprensión de la estructura nuclear y de los fenómenos cuánticos. En este sentido, será de particular interés la medición de las secciones eficaces de los materiales que no presentan reflexión a ninguna energía.

Volviendo al experimento de transmisión, varias consideraciones deben ser hechas. El espesor de la placa debe escogerse de modo que:

1.- T sea lo suficientemente grande para que el error estadístico, proporcional a $x^{1/2}$, sea pequeño. Lo anterior está en contradicción con que:

2.- T debe ser pequeño para que el error en la sección eficaz sea pequeño, según se ve de:

$$\epsilon = \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{1}{\ln T} \frac{dT}{T} \quad (6.26)$$

3.- El producto Ns debe ser pequeño para evitar correcciones por dispersión múltiple, a menos que $\sigma_0 \ll \sigma_a$ que en nuestro caso falsearían los resultados.

De lo anterior se desprende que T debe estar entre 0.4-0.7. Para el caso de NUF, en que s debe ser pequeño, se trabajará con altas transmisiones: 0.7. A pesar de esto, una corrección debe ser hecha siempre y es la que resulta del endurecimiento del haz, es decir, de su calentamiento por absorción si se trabaja en el intervalo frío. La derivación de fórmulas teóricas para la corrección puede verse en (4) o (5) y en la figura 6.2 mostramos dicho factor de corrección.

El tiempo de conteo necesario para obtener como máximo un error preestablecido está dado por (104):

$$E_{\%} = \frac{100 \cdot k}{\sqrt{Zt}} \quad k \approx \text{nivel de confianza} \quad (6.27)$$

Si un haz colimado de neutrones incide en una muestra - lo suficientemente delgada, de modo que no se tenga dispersión múltiple, y la absorción es despreciable, la rapidez de conteo está dada por :

$$Z(E) = \frac{\epsilon(E)}{4\pi} \phi_0(E) N \nu \sigma_c(E_0 \rightarrow E, \cos \theta) \Delta \Omega \quad (6.28)$$

Los parámetros se definen en la figura 6.2. En contrasté con el caso anterior, aquí es necesario conocer la eficiencia -- del sistema de detección y medición a la energía de interés. Por otra parte, en el caso de los NUF las dispersiones inelásticas juegan un papel primordial, así que debe insertarse

un monocromador en el haz transmitido. Tal monocromador puede ser un tubo en U o alguna variante de las ideas que se expusieron en la parte II. Como vimos en el capítulo 5 es costumbre expresar la sección eficaz $\Sigma_s(E, \mu, \lambda)$ en términos de la cantidad $S(k, \omega)$ llamada ley de dispersión. La medición de tal cantidad es en esencia análoga al experimento -- propuesto para la medición de la sección eficaz excepto que ciertas simplificaciones pueden ser hechas en diversos casos (Ver por ejemplo 128 y 129).

La medición de las secciones eficaces de captura radiativa puede ser hecha por el método de Friesenhahn y colaboradores (105), con el aparato que se muestra en la figura 6.3. Se trata simplemente de una medición 4π de los rayos gamma. El haz monocromático colimado de NUF debe incidir sobre la muestra colocada en el centro del sistema de detección con centelladores. Tal sistema consta de cilindros llenos con el "fósforo" líquido conectados en coincidencia para reducir -- las cuentas debidas a rayos gamma desprendidos por otros materiales, y si acaso por algún neutronicillo perdido. Se acostumbra rodear la muestra con un tanque lleno de algún material boratado que absorba los neutrones dispersados.

Una lista de centelladores líquidos disponibles comercialmente, así como de sus principales características, pue-

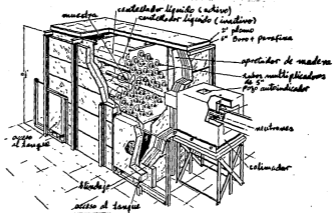


Fig. 6.3 :- Experimento para determinar σ : reacción (n, γ) .

de verse en (95).

Las secciones eficaces de las reacciones (n,x) se determinan convenientemente por el método de activación, si este es el caso. La muestra debe irradiarse por un periodo muy largo ya que el flujo de NUP es muy bajo y esto es claro de:

$$Z = \frac{\epsilon N \sigma_{act} \phi V}{\lambda t_c} (1 - e^{-\lambda t_i}) e^{-\lambda t_c} (1 - e^{-\lambda t_c}) \quad (6.29)$$

en la que intervienen el factor integral de corrección y la corrección por tiempo de espera. Aquí también debe conocerse la eficiencia del sistema de detección y medición a la energía de interés y tal sistema depende de la naturaleza de las partículas desprendidas por la muestra activada. Las diversas correcciones necesarias a causa de la autoabsorción, - efecto de orillas, etc., pueden verse con mucho detalle en el libro de Beckurts y Wirtz (5).

Si la muestra no se activa entonces puede usarse un método radioquímico de separación y el posterior análisis cuantitativo del núcleo resultante de la reacción (n,x), o bien un método de detección, con las modificaciones necesarias, de las partículas secundarias similar al método empleado en la captura radiativa. El método radioquímico presenta las dificultades inherentes a la separación química y medida de cantidades muy pequeñas de material, de modo que aún traba--

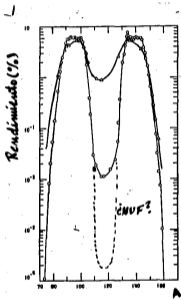
jando en escala micro, para NUF los tiempos de irradiación - deben ser excesivamente largos. Técnicas especiales pueden - emplearse en lugar de los métodos radioquímicos convenciona- les. Algo que ha abierto nuevas perspectivas es la técnica - de fluorescencia de rayos x (134).

Los métodos del tipo analítico son particularmente ade- cuados cuando se trata de determinar la sección eficaz de fi- sión y en este caso se cuantifica un producto de fisión se- leccionado, preferentemente uno que tenga alto rendimiento y cuyo manejo radioquímico sea sencillo. Estamos adelantando - hechos, pues desconocemos experimentalmente si los NUF pue- den producir fisión y como es la gráfica de rendimiento, aun- que deben poder hacerlo y es posible esperar que la gráfica- sea como la que se muestra en la figura 6.4.

El parámetro $\nu(E)$, número de neutrones resultantes de- la fisión, se determina a partir de :

$$\frac{\Sigma}{\Sigma_0} = \nu E \quad (6.30)$$

El haz incidente debe ser calibrado y los neutrones resultan- tes deben contarse en geometría 4π . Como los neutrones re- sultantes son rápidos se pueden usar detectores de BF_3 . En - este caso debe conocerse también la eficiencia del sistema - de detección de neutrones rápidos. Nótese los aspectos fun-



○ neutrones térmicos.
 △ neutrones rápidos.

Fig. 6.4:- Rendimientos de fisión.

damentales en los que este experimento difiere del de transmisión.

El parámetro η definido por:

$$\eta = \frac{\nu}{1+\alpha} = \frac{\nu}{1 + \Sigma_c / \Sigma_f} \quad (6.31)$$

se obtiene generalmente de los otros valores pues su determinación directa es algo problemática (ver 4). Cuando es posible medir las tres cantidades se acostumbra hacer un ajuste por mínimos cuadrados para tener autoconsistencia.

Como hemos mencionado, la medida de la sección eficaz de absorción a bajas energías es problemática. A tales energías pueden usarse las relaciones simples:

$$\sigma_a = \sigma_T - \sigma_s \quad (6.32)$$

y conociendo σ_c o σ_f debido a que:

$$\sigma_a = \sigma_c + \sigma_f \quad (6.33)$$

obtener la sección eficaz faltante. En el caso de los neutrones "comunes" suele ser más problemática la determinación de σ_s .

6.3 APLICACIONES EN FISICA DEL ESTADO SOLIDO Y OTRAS APLICACIONES IMPORTANTES.

La estructura de los cristales se estudia de manera co

mún utilizando los métodos de difracción de fotones, neutrones y electrones. Los neutrones resultan particularmente convenientes para el estudio de sólidos no magnéticos, ya que - por su momento dipolar magnético interaccionan con los electrones magnéticos de sólidos, sin embargo, pueden ser usados para la determinación de estructuras magnéticas. Desde luego, estos métodos emplean neutrones con longitudes de onda apropiadas, es decir con neutrones térmicos.

Los métodos de difracción más empleados con neutrones - térmicos son los siguientes:

- 1.- Método de Laue.
- 2.- Método del cristal giratorio.
- 3.- Método del polvo.

El estudio detallado de tales métodos puede hacerse en los - tratados de física del estado sólido, por ejemplo en Kittel - (38). Tal estudio no es importante para nosotros puesto que los neutrones ultrafríos no pueden jamás cumplir la condi--- ción de difracción de Bragg en los espaciados reticulares -- que presentan los cristales.

La mayoría de las tablas cristalográficas suelen presen- tar las características de los cristales en función de la es- tructura del cristal y de los índices de Miller (62). Esto - tiene importancia para nosotros en el sentido de convencer--

nos de que la difracción de Bragg en cristales no puede ocurrir con los NUP. El parámetro que nos interesa es el espaciado interatómico d y su relación con los índices de Miller y las direcciones cristalográficas. Los índices de Miller.

$$\{h, k, l\} \quad (6.34)$$

se relacionan con d mediante :

$$d = \frac{a}{(h^2 + k^2 + l^2)^{1/2}} \quad (6.35)$$

para cristales cúbicos, por ejemplo. Otras expresiones análogas a (6.35) se pueden ver en (62) para las distintas estructuras. El ángulo entre dos direcciones cristalográficas θ está dado por:

$$\cos \theta = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{(h_1^2 + k_1^2 + l_1^2)^{1/2} (h_2^2 + k_2^2 + l_2^2)^{1/2}} \quad (6.36)$$

En (38) y (62) puede verse que los espaciados interatómicos para diferentes orientaciones de los cristales varían entre $2-8 \text{ \AA}$.

La característica común de los métodos es el empleo de la ley de Bragg (38) en el análisis de los patrones de difracción:

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (6.37)$$

siendo d la distancia de separación de los planos atómicos, θ el ángulo de incidencia y n un entero. La ley de Bragg es

simplemente la condición para que exista una interferencia aditiva de las ondas y, de manera general, puede expresarse como una regla de selección:

$$2 \vec{k} \cdot \vec{G} + G^2 = 0 \quad (6.38)$$

donde \vec{k} es el vector de onda de la radiación incidente y \vec{G} un vector de onda de la red recíproca del cristal y es claro que:

$$G^2 = \vec{G} \cdot \vec{G} \quad (6.39)$$

El empleo de la ley de Bragg, junto con expresiones para la amplitud de la onda difundida y el patrón de difracción del cristal nos permiten un conocimiento completo de su estructura conociendo su composición.

En el caso de los NUF es perfectamente claro que la condición de Bragg nunca puede ser cumplida y de hecho ya sabemos bien que los neutrones son reflejados. La propiedad de reflexión es de interés para estudiar superficies de sólidos o películas muy delgadas de ellos. La distancia de penetración de 100 \AA asociada al estado virtual en la reflexión garantiza que los neutrones interaccionen solo con unas 20 capas atómicas, es decir, con una superficie.

El estudio de superficies es de extraordinaria importancia para la comprensión de fenómenos tales como la catálisis, la corrosión, el magnetismo, las propiedades de interfase de

las juntas semiconductoras, etc. Las superficies se estudian con partículas de baja energía para garantizar que la interacción abarque solo algunas capas atómicas y solo hay dos elecciones posibles: los electrones o los neutrones.

Los electrones han sido ampliamente usados en el estudio de superficies; por ejemplo, la técnica de espectroscopía electrónica Auger (116) se utiliza para la determinación de la composición química de superficies. La figura 6.6 muestra los parámetros importantes en el estudio de superficies usando electrones de baja energía (91). La energía mínima necesaria que deben tener los electrones para que aparezca un mínimo de difracción es:

$$E(\text{eV}) \approx 150 a_{ij}^{-2} (\text{\AA}) \quad (6.40)$$

A las técnicas de difracción de electrones de baja energía se les denomina "Espectroscopía LEED". La desventaja de los electrones es su interacción eléctrica con la materia. Esto no será el caso de los neutrones.

Debemos decir que el estudio de superficies utilizando NUF se encuentra actualmente en pañales, aunque las perspectivas son alentadoras (8,35).

La figura 6.7 muestra un espectro de neutrones ultrafríos reflejados por un sólido, obtenido con el espectrómetro diseñado por Steyerl y que vimos en la parte II. Dicho -

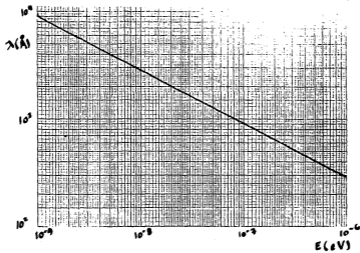


Fig. 6.3 :- longitud de onda en función de la energía de los neutrones.

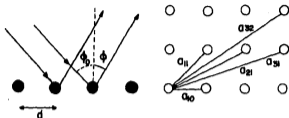


Fig. 6.6:- Difracción en cristales.

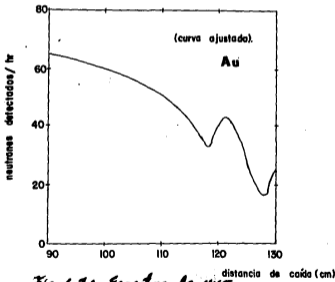


Fig. 6.7:- Espectro de NMF reflejado por una superficie.

espectro muestra claramente un efecto de interferencia, debido a la naturaleza ondulatoria del neutrón. Steyerl midió la distancia de caída de los NUF y el número de neutrones que llegan al detector subiendo en contra de la acción de la gravedad. Los dos valles en la gráfica indican una interferencia destructiva de las ondas neutrónicas.

El mismo Steyerl ha puesto de manifiesto la difracción de Bragg usando rejillas ópticas convencionales. Steyerl buscaba una conexión para comparar longitudes de onda "ópticas" con las longitudes de onda de las partículas, lo cual le ha hecho pensar que tiene en las manos un experimento de resolución extraordinariamente alta para la determinación de la constante de Planck. La constante de Planck es una de las constantes fundamentales de la naturaleza y todo lo que pudiéramos decir para realzar su importancia resultaría muy poco.

Los estudios de Steyerl han puesto de manifiesto un fenómeno que no ocurre en el caso de los electrones y que puede ser empleado para el estudio de superficies magnéticas: la dispersión magnética. La dispersión magnética ocurre por la interacción del momento magnético del neutrón con los electrones magnéticos en el sólido. Así, existe una amplitud de dispersión magnética:

$$a_m = p \sin \alpha \quad (6.41)$$

en donde α es el ángulo entre el vector de dispersión y el vector de magnetización y

$$p = r_0 \mu I f \quad (6.42)$$

donde r_0 es el radio clásico del electrón, I el momento de spin iónico efectivo, en unidades de μ_B , y f es un factor de forma función de $\sin(\theta/\lambda)$ (56). Así:

$$\sigma_m = p^2 \hat{q}^2 \quad (6.43)$$

en donde:

$$\hat{q} = (\hat{e} \cdot \hat{H}) \hat{e} - \hat{H} \quad (6.44)$$

\hat{e} es el vector unitario en la dirección de la transferencia del impulso y \hat{H} es un vector unitario en la dirección de magnetización. Así, la sección eficaz de dispersión para neutrones polarizados es:

$$\sigma_s(\theta) = (a + p \hat{q})^2 \quad (6.45)$$

que para neutrones no polarizados se reduce a:

$$\sigma_s(\theta) = a^2 + \langle p^2 \hat{q}^2 \rangle \quad (6.46)$$

Para estudiar una estructura magnética deben separarse la contribución nuclear y la magnética de la dispersión y esto puede hacerse fácilmente usando NUF.

Los experimentos del mismo grupo de Steyerl han sugerido a ellos mismos la construcción de un microscopio neutrónico. El verdadero valor de tal microscopio no consiste en que

"vea" cosas más pequeñas de lo que lo hacen los otros tipos de microscopios sino en que "vea" lo que los otros son incapaces de ver. Por ejemplo, algunos materiales que son transparentes para los electrones revelan contrastes acusados al ser iluminados con neutrones. La importancia que esto tiene es muy grande.

Consideremos el afocamiento de neutrones con rejillas de Fresnel (124), según la geometría que se ilustra en la figura 6.8.

La interferencia constructiva de las ondas neutrónicas difractadas para aberturas de Fresnel alternas ocurre si las fronteras de ellas difieren en una semilongitud de onda del neutrón. Refiriéndonos a la figura tenemos que (127):

$$u + v = a + b - \frac{1}{2} m \lambda \quad (6.47)$$

o bien

$$u + v + \frac{1}{2} m \lambda = (u^2 + r_m^2)^{\frac{1}{2}} + (v^2 + r_m^2)^{\frac{1}{2}} \quad (6.48)$$

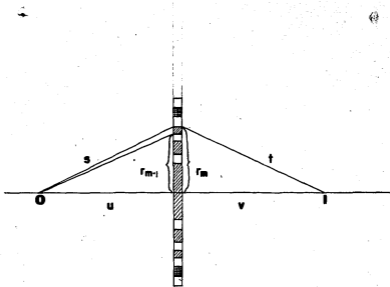
Expandiendo en serie de potencias:

$$m \lambda = r_m^2 \left(\frac{1}{u} + \frac{1}{v} \right) - \frac{1}{4} r_m^4 \left(\frac{1}{u^3} + \frac{1}{v^3} \right) + \dots \quad (6.49)$$

e ignorando términos de alto orden resulta que:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f} \quad (6.50)$$

Esta es la ecuación de un lente de aumento con longitud fo-



rejilla óptica

Fig. 6.8:- Lente simple para N.V.F.

cal dada por (124):

$$f = \frac{1}{m} / m \lambda \quad (6.51)$$

Claramente se ve que si se utilizan NUF, además de poder utilizar rejillas de Fresnel convencionales, al ser su longitud de onda grande la distancia focal es corta, es decir, el poder de resolución del lente es grande.

En la construcción de un microscopio neutrónico como el propuesto, que constituirá una hazaña muy notable, debe luchararse contra: las trayectorias curvadas de los NUF, los efectos de aberración cromática, los efectos de corrimiento de fase, la obtención de fuentes de NUF poderosas y coherentes, etc.

Los NUF proporcionan nuevas técnicas para el estudio de los espectros de fonones en sólidos y líquidos. Los fonones tienen una importancia fundamental en el estudio de las vibraciones de redes cristalinas o estructuras de líquidos; -- además, juegan un papel importante en la determinación de -- propiedades tales como la capacidad calorífica, los coeficientes de expansión térmica, la función dieléctrica, etc. y en su estudio teórico.

6.4 INTERFEROMETRIA DE NEUTRONES ULTRAFRIOS.

La factibilidad de la interferometría de neutrones fué-

demostrada en 1974 en el Instituto Atómico de Austria por -- Rauch, Treimer y Bonse (135), aunque anteriormente se habían realizado experimentos con éxito parcial. Las dificultades inherentes a la interferometría de neutrones comunes radican en el hecho de que los cristales empleados para partir y luego recombinar el haz deben ser muy aproximadamente perfectos.

La interferencia es una interacción de dos o más ondas que producen una irradiancia resultante que se desvía de la suma de las irradiancias componentes (124). La interferencia de ondas polarizadas ocurre si se cumplen las leyes de Fresnel-Arago:

- 1.- Dos estados coherentes ortogonales no pueden interferir, en el sentido de que el término de interferencia sea cero y no resulten franjas de interferencia.
- 2.- Dos estados coherentes y paralelos interfieren en la misma forma que la luz natural.
- 3.- Dos estados no coherentes y ortogonales no pueden interferir para formar un patrón fácilmente observable aunque -- sean girados de manera que queden alineados.

Consideraremos aquí un interferómetro de neutrones del tipo Bonse-Hart (121) como el que se esquematiza en la figura 6.9. Sabemos que con un monocromador de NUF podemos obtener haces muy aproximadamente coherentes de ellos. Las ondas

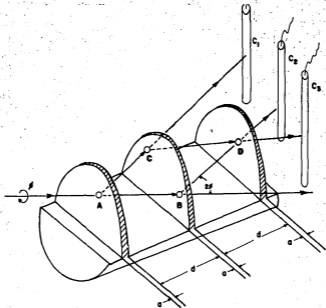


Fig. 6.9:- Interferómetro de un tipo Bessel-Hart.

neutrónicas ultrafrías son partidas y recombinadas mediante difracción de Bragg pero empleando rejillas "ópticas". La diferencia con los interferómetros de neutrones térmicos es -- que en éstos la difracción de Bragg debe obtenerse, dado las longitudes de onda, con monocristales muy aproximadamente -- perfectos sin vacancias, dislocaciones, fronteras de grano, etc., por ejemplo de silicio.

Con el arreglo mostrado en la figura, podemos desarrollar fórmulas explícitas para la A y la A' que aparecen en la ecuación (1.73) que daba cuenta del corrimiento de fase de los neutrones:

$$A = (2d^2 + 2ad) \tan \theta b \quad (6.52)$$

$$A' = (2d^2 + 2ad \cos \theta) \tan \theta b \quad (6.53)$$

La condición que debe reunir nuestra rejilla para obtener máximos de difracción es precisamente la condición de -- Bragg (6.37), solo que ahora d es el espaciado entre la abertura de la rejilla.

En el caso de los NUF a y d deben seleccionarse de modo que las curvaturas de las trayectorias de los neutrones sean despreciables o tal efecto debe considerarse de alguna manera.

Usando interferómetros de neutrones lentos se han propuesto los siguientes experimentos de importancia (121):

- 1.- Demostración de los efectos de la rotación terrestre y del campo gravitacional sobre la fase de los neutrones.
- 2.- Comprobación a nivel cuántico del principio de equivalencia de la relatividad general.
- 3.- Medida del potencial de interacción neutrón-núcleo.
- 4.- Búsqueda de invariantes no lineales de la ecuación de -- Schrodinger.
- 5.- Demostración directa de que la función de onda de un fermión cambia de signo en una rotación 2π y que el signo vuelve a cambiar solo si el fermión se regresa a su fase inicial por una rotación 4π .

Los efectos de la rotación terrestre y del campo gravitatorio sobre la fase de los neutrones se trataron en la sección 1.4.2, en la que también se hizo un comentario sobre la comprobación del principio de equivalencia a nivel cuántico.

Aquí solo agregaremos lo siguiente, la parte:

$$\beta_g = \frac{2m_i}{h} \vec{\omega} \cdot \vec{A} \quad (6.54)$$

del corrimiento de fase en un interferómetro vale cero si el vector de área es normal al eje de rotación de la Tierra. -- Por otra parte, si el eje del interferómetro es vertical, el corrimiento de fase gravitacional es constante, aunque el interferómetro se rote. Este fenómeno se conoce como "efecto - Sagnac" (121). El término de Sagnac es del 2% en relación a-

los demás términos de corrimiento, de modo que en el caso de los NUF en que el efecto de por sí es pequeño el término es despreciable.

La amplitud de dispersión, como hemos visto, es una medida directa del potencial de interacción neutrón-núcleo. Si pongamos que un haz coherente atraviesa una muestra de espesor t e índice de refracción n en uno de los brazos del interferómetro, cuando éste haz se recombine con el otro la diferencia de fase será :

$$\beta = 2\pi(1-n) \frac{t}{\lambda} \quad (6.55)$$

y como vimos, n se puede relacionar con propiedades de la muestra, por ejemplo (1.78), así:

$$n = 1 - \frac{N b \lambda^2}{2\pi} \quad (6.56)$$

de modo que:

$$\beta = N \lambda^2 b t \quad (6.57)$$

Usando NUF el corrimiento de fase es más bien pequeño y debemos emplear velocidades mayores a $v_{\text{lím}}$ para muestras sólidas. Sin embargo, para gases y la mayoría de los líquidos no hay restricción sobre la velocidad.

La muestra se inserta en un eje perpendicular al plano del interferómetro lo que se traducirá en oscilaciones en las velocidades de conteo observadas en C_2 y C_3 . Para gases se pueden observar tales oscilaciones cambiando la presión -

y no el espesor.

Para amplitudes de dispersión negativas, como en el caso del hidrógeno, se intercala una lámina delgada de un material para el cual b sea positiva y se observa el corrimiento de la amplitud de las oscilaciones en los detectores respecto de algún punto de referencia en la gráfica de conteo. Tal efecto puede ser aprovechado, y de hecho lo ha sido, para determinar la cantidad de H en metales con una precisión de $\pm 0.05\%$ atómico (121).

El grupo de Grenoble se ha interesado en la determinación de la amplitud de dispersión para el He-3, con la esperanza de ahondar en la relación carga-fuerza nuclear.

Se ha sugerido que los interferómetros de neutrones tienen la suficiente sensibilidad para probar la realidad física de invariantes no lineales de la ecuación de Schroedinger, es decir, términos del tipo funcional:

$$F[\psi^2, \psi^3, \dots, \psi^{\frac{1}{2}}, \dots, f(\psi), \dots] \quad (6.58)$$

Se han obtenido, en estudios preliminares, soluciones de la ecuación de Schroedinger que no dispersen la onda por todo el espacio, que retengan la interpretación usual de la mecánica cuántica y que además proporcionen correlaciones físicas aceptables de partículas no interaccionantes si el funcional F tiene la forma:

$$-B\psi \ln(a^2 + \psi^2) \quad (6.59)$$

donde a es una constante no universal puesto que forma parte de un potencial inobservable en el hamiltoniano; sin embargo, B debe ser una constante universal que debe cumplir:

$$B < 4 \times 10^{-10} \text{ eV} \quad (6.60)$$

Experimentos efectuados en el MIT y en Grenoble (137) - han puesto de manifiesto que:

$$B < 3.3 \times 10^{-15} \text{ eV} \quad (6.61)$$

Shimony (121,132) ha propuesto que un atenuador de intensidad causa un cambio, que puede ser determinado con un interferómetro, no explicado por una ecuación lineal de -- Schrodinger, dado por:

$$P_{\text{rel}} = B (L/\sigma h) \ln |d|^2 \quad (6.62)$$

Aquí α es la atenuación del haz y v la velocidad del neutrón. Como el término de atenuación es logarítmico, el corrimiento de fase es notoriamente dependiente de v y a pequeñas velocidades el corrimiento de fase será mayor. Esto incita a emplear NUP para mejorar el experimento y obtener una nueva cota superior para B .

Sea R° un operador que cause una rotación de 180° , entonces para un fermión (14):

$$R^\circ \psi = -\psi \quad (6.63)$$

Este es un principio muy importante de la mecánica cuántica-

que no había sido probado de manera directa sino hasta 1975- (138), aunque la prueba fué sugerida por Bernstein (139) de Princeton en 1967.

La transformación R° causa que el corrimiento de fase - cambie por las propiedades espinoriales de la función de onda. Se puede entonces cambiar la orientación de los espines-neutrónicos colocando un campo magnético que actúe sobre un brazo del interferómetro y observar el corrimiento de fase.- Este debe ser (132):

$$\beta_m = \pm \pi \mu_m \lambda B l / h^2 \quad (6.64)$$

La magnitud del corrimiento de fase es directamente proporcional a la longitud de onda del neutrón y por ello los límites de sensibilidad del experimento pueden mejorarse empleando NUF.

Finalmente, haremos una observación sobre un comentario que hicimos en la sección 1.4.2 . El método WKB es un método muy útil de aproximación cuando potenciales efectivos realistas deben introducirse en la ecuación de Schroedinger. El método de aproximación semiclassical es aplicable si (14,133):

$$\frac{\hbar \nabla \cdot \vec{p}}{\rho^2} \ll 1 \quad (6.65)$$

o equivalentemente:

$$\frac{\hbar m F}{\rho^3} \ll 1 \quad (6.66)$$

Esta ecuación muestra que cuando el momentum es pequeño la aproximación WKB falla. Este es el caso de los NUF. Greenberger y Werner (132) han sugerido que se pueden obtener resultados "sorprendentes" en interferómetros de NUF debido a que las trayectorias de los neutrones no están determinadas unívocamente. Ellos mismos (121) han sugerido que puede ser determinado el momento eléctrico dipolar del neutrón utilizando métodos interferométricos con neutrones ultrafríos.

APENDICE B.

REFERENCIAS .

- 1.- Beyer, R.T. "Selected Papers in Foundations of Nuclear Physics", (Dover, New York, 1949).
- 2.- Feshbach, H.; Sheldon, E. Physics Today, Feb. 1977
- 3.- Fetter, S.A.; Taipis, K. Sci. Am., Ap. 1981
- 4.- Profio, A.E. "Experimental Reactor Physics", (Wiley, New York, 1976).
- 5.- Beckurts, K.H.; Wirtz, K. "Neutron Physics", (Springer-Verlag, New York, 1964).
- 6.- Gibson, W.M. "The Physics of Nuclear Reactions", (Pergamon, Oxford, 1980).
- 7.- Curtiss, L.F. "Introduction to Neutron Physics", (Van Nostrand, Amsterdam, 1959).
- 8.- Golub, R.; Maspe, W.; Pendlebury, J.M.; Ageron, P. Investigación y Ciencia, Agosto 1979.
- 9.- Shapiro, F.L. Sov. Phys. Uspekhi 11, 345 (1968).
- 10.- Zel'dovitch, Y.B. Sov. Phys. JETP 9, 1389 (1959).
- 11.- Johnson, W.H.; Nier, A.O. "Nuclear Masses", en ref. 56.
- 12.- Golub, R.; Pendlebury, J.M. Contemp. Phys. 13, 519 (1972).
- 13.- Arya, A.P. "Fundamentals of Nuclear Physics", (Allyn and Bacon, Boston, 1966).

- 14.- Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. "Mecánica Cuántica No-Relativista", (Reverté, Barcelona, 1967).
- 15.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, L.J. "Nuclear Reactor Analysis", (Wiley, New York, 1976).
- 16.- Henry, A.F. "Nuclear-Reactor Analysis" (MIT, Cambridge, 1980).
- 17.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. "Transport Theory", (Wiley, New York, 1979).
- 18.- Lamarsh, J.R. "Introduction to Nuclear Reactor Theory", (Addison-Wesley, Reading, 1972).
- 19.- Wigner, E.P.; Wilkins, J.E. AEC-D-2275 (1944).
- 20.- Wilkins, J.E. USAEC Document CP-2481 (1944).
- 21.- Horowitz, J.; Tretiakoff, O. USAEC Report EANDL-E-14, (1962).
- 22.- Cadilhac, M.; Livolant, M.; Soule, J.; Tretiakoff, O. "Reactor Physics in the Resonance and Thermal Regions", A.J. Goodjohn and G.C. Pomraning, Eds. (MIT, Cambridge, 1966).
- 23.- Corngold, N.; Durgun, K. Nucl. Sci. Eng. 29, 354 (1967).
- 24.- Corngold, N.; Michael, P.; Wollmann, W. Nucl. Sci. Eng. 15, 13 (1963).
- 25.- Williams, M.M.R. "The Slowing Down and Thermalization of Neutrons", (North-Holland, Amsterdam, 1966).
- 26.- Parks, D.E.; Nelkin, M.S.; Wikner, N.F.; Beyster, J.R. "Slow Neutron Scattering and Thermalization with Reactor Applications", (Benjamin, New York, 1970).

- 27.- Arfken, G. "Mathematical Methods for Physicists", (Academic Press, New York, 1970).
- 28.- Lee, J.F.; Sears, F.W.; Turcotte, D.L. "Statistical Thermodynamics", (Addison-Wesley, Reading, 1973).
- 29.- Luschnikov, V.I. Physics Today, June 1977.
- 30.- Huang, K. "Statistical Mechanics", (Wiley; New York, 1963).
- 31.- Paya, D.; Dobbs, J.W.T.; Harvey, J.A.; Horstmann, H. ANL-6797, (1963).
- 32.- Alonso, M.; Finn, E.J. "Mecánica", (FEI, México, 1970).
- 33.- Schwitters, R.F. Investigación y Ciencia, Dic. 1977 .
- 34.- Valente, F.A. "A Manual of Experiments in Reactor Physics", (Mac Millan, New York, 1965).
- 35.- Proceedings of The International Conference on the Interactions of Neutrons with Nuclei (E. Sheldon, ed.), TIC, ERDA CONF-760715 (1976).
- 36.- Proceedings of the 2nd. International School on Neutron Physics, Alushta (1974), JINR D3-7991 (Dubna, 1974).
- 37.- Golub, R.; Pendlebury, J.M. Reports on Progress in Physics, March 1978 .
- 38.- Kittel, C. " Introducción a la Física del Estado Sólido ", (Reverté, México, 1975).
- 39.- Atkins, K.R. "Liquid Helium", (Cambridge University Press, New York, 1959).

- 40.- Eisberg, R.; Resnick, R. "Física Cuántica", (Limusa, México, 1979).
- 41.- Hughes, D.P. "Pile Neutron Research", (Addison-Wesley, Cambridge, 1957).
- 42.- Steyerl, A. Nucl. Inst. and Meth. 125, 461 (1975).
- 43.- Feld, B.T. "The Neutron", in Experimental Nuclear Physics, Vol. II, E. Segré, ed. (Wiley, New York, 1953).
- 44.- Golikov, V.V.; Luschnikov, V.I.; Shapiro, F.L. Sov. Phys. JETP 37, 41 (1973).
- 45.- Reif, F. "Física Estadística", Berkeley Physics Course Vol. 5, (Reverté, Barcelona, 1969).
- 46.- Vladimirovsky, V.V. Sov. Phys. JETP 12, 740 (1961).
- 47.- Reif, F. "Statistical and Thermal Physics", (Mac Graw-Hill, New York, 1965).
- 48.- Martin, A.; Harbison, S.A. "Radiation Protection", (Chapman and Hall, London, 1979).
- 49.- Grad, H. J. SIAM Appl. Math. 14, 935 (1966).
- 50.- Ferziger, J.H.; Kaper, H.G. "Mathematical Theory of Transport Processes in Gases", (North-Holland, Amsterdam, 1972).
- 51.- Peshkin, M.; Ringo, G.R. Am. J. Phys. 39, 324 (1971).
- 52.- Cohen, M.L. Physics Today, July 1979.
- 53.- Frank, I.M. JINR preprint R3-7810 (Dubna, 1974).
- 54.- Groshev, L.V.; Luschnikov, V.I.; Nikolaev, S.A.; Panin, Y.N.; Pokotilovskiy, Y.N.; Strelkov, A.V. Proceedings of a Conference on Neutron Physics (Kiev, 1975).

- 55.- Beiser, A. "Conceptos de Física Moderna", (McGraw-Hill, México, 1977).
- 56.- Condon, E.U.; Odishaw, H. "Handbook of Physics", (McGraw-Hill, New York, 1967).
- 57.- Jackson, J.D. "Classical Electrodynamics", (Wiley, New York, 1975).
- 58.- Purcell, E.M. "Electricity and Magnetism", Berkeley Physics Course Vol. 2, (McGraw-Hill, New York, 1965).
- 59.- Miyamoto, K. "Plasma Physics for Nuclear Fusion", (MIT, Cambridge, 1980).
- 60.- Stacey, W.M. "Fusion Plasma Analysis", (Wiley, New York, 1981).
- 61.- Bateman, G. "MHD Instabilities", (MIT, Cambridge, 1978).
- 62.- Cullity, B.D. "Elements of X-ray Diffraction", (Addison-Wesley, Reading, 1956).
- 63.- Case, K.M.; Zweifel, P.F. "Linear Transport Theory", (Addison-Wesley, Reading, 1967).
- 64.- Van Hove, L. Phys. Rev. 95, 249 (1954).
- 65.- Bacon, G.E. "Neutron Diffraction", (Clarendon, Oxford, 1962).
- 66.- Hughes, D.J. "Neutron Optics", (Wiley, New York, 1954).
- 67.- Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N. "Fenómenos de Transporte", (Reverté, Barcelona, 1964).
- 68.- Avery, J. "Teoría Cuántica de Átomos, Moléculas y Fotones", (Alhambra, Madrid, 1975).

- 69.- Wilson, R.R. "La Próxima Generación de Aceleradores de Partículas", *Investigación y Ciencia*, Marzo (1980).
- 70.- Fermi, E. *Ricerca Scientifica* 2, 13 (1936).
- 71.- Jeans, J.H. "The Dynamical Theory of Gases", (Dover, New York, 1954).
- 72.- Balescu, R. "Equilibrium and Non-equilibrium Statistical Mechanics", (Wiley, New York, 1975).
- 73.- Carnahan, B.; Luther, H.A.; Wilkes, J.O. "Applied Numerical Methods", (Wiley, New York, 1969).
- 74.- Smith, G.D. "Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods ", (Clarendon, Oxford, 1978).
- 75.- Spanier, J.; Gelbard, E.M. "Monte Carlo Principles and Neutron Transport Problems", (Addison-Wesley, Reading, 1969).
- 76.- deShalit, A.; Feshbach, H. "Theoretical Nuclear Physics", (Wiley, New York, 1974).
- 77.- Carter, L.L.; Cashwell, E.D. "Particle-Transport Simulation with the Monte Carlo Method", USERDA TID-26607, 1975.
- 78.- Shreider, Y.A. ed. "The Monte Carlo Method", (Pergamon, New York, 1966).
- 79.- Kuscer, I. *Surf. Sci.* 25, 225 (1974).
- 80.- Triconi, F.G. "Integral Equations", (Wiley, New York, 1957).

- 81.- Villadsen, J.; Michelsen, M.L. "Solution of Differential Equation Models by Polynomial Approximation", (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1978).
- 82.- Weinberg, S. Sci. Am. 244, 52 (1981).
- 83.- Perkins, D.H. "Introduction to High Energy Physics", (Addison-Wesley, Reading, 1972).
- 84.- Georgi, H. "A Unified Theory of Elementary Particles and Forces ", Sci. Am. April 1981.
- 85.- Beliaev, V.B. JINR preprint R-1014 (Dubna, 1962).
- 86.- Segré, E. "Nuclei and Particles", (Benjamin, New York, 1964).
- 87.- Blatt, J.M.; Weisskopf, V.F. "Theoretical Nuclear Physics", (Wiley, New York, 1962).
- 88.- Hornyak, W.F. "Nuclear Structure", (Academic Press, New York, 1975).
- 89.- Auzenberg-Selove, F. ed. "Nuclear Spectroscopy", (Academic Press, New York, 1960).
- 90.- Eisenberg, J.M.; Greiner, W.
- Vol. 1 "Nuclear Models"
- Vol. 2 "Excitation Mechanisms of the Nucleus"
- Vol. 3 "Microscopic Theory of the Nucleus"
- (North-Holland, Amsterdam, 1970).

- 91.- Morán López, J.L. Ciencia y Desarrollo, Mayo-Junio (1980).
- 92.- Steyerl, A. Phys. Lett. 29B, 33 (1969).
- 93.- Mermin, N.D.; Lee, D.M. "Helio-3 superfluido", Investigación y Ciencia, Enero (1977).
- 94.- Bowser, E. "Analytic Mechanics", (McGraw-Hill, New York, 1934).
- 95.- Knoll, G.F. "Radiation Detection and Measurement.", (Wiley, New York, 1979).
- 96.- Hughes, D.J. et al . "Neutron Cross Sections" BNL-325 (1958, 1960, 1964, 1965, 1975).
- 97.- Sosnovakii, A.N.; Spivak, P.E.; Prokofiev, Y.A.; Kuhtcov, I.E. Dobryin, Y.P. Sov. Phys. JETP 9, 717 (1959).
- 98.- Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. "Teoría de Campos", (Reverté, Barcelona, 1967).
- 99.- Misner, C.W.; Thorne, K.; Wheeler, J.A. "Gravitation", (Freeman, San Francisco, 1973).
- 100.- Prigogine, I. "From Being to Becoming", (Freeman, San Francisco, 1980).
- 101.- Christenson, J.H.; Cronin, J.W.; Fitch, V.L.; Turlay, R. Phys. Rev. Lett. 13, 138 (1964).
- 102.- Christenson, C.J.; Nielsen, A.; Bahnsen, A.; Brown, W.K.; Rustad, B.M. Phys. Lett. 26B, 11 (1967).

- 103.- *Naturaleza*, Feb. 1961 . "Los Premios Nobel de Física 1960".
- 104.- Stein, J. "Isótopos Radiactivos", (Alhambra, Madrid, 1968).
- 105.- Friesenhahn, S.J. et al. CONF-660303. En ref. 106 .
- 106.- Friesenhahn, S.J.; Haddad, E.; Frohner, F.H.; Lopez, W.M.
en "Neutron Cross Sections and Technology," CONF-660303
May 1966 (pp. 162-203).
- 107.- Smith, J.H.; Purcell, E.M.; Ramsey, N.F. *Phys. Rev.* 108,
120 (1957).
- 108.- Baird, J.K.; Miller, P.D.; Dress, W.B.; Ramsey, N.F. *Phys.*
Rev. 179, 1285 (1969).
- 109.- Shull, C.G. *Phys. Rev. Lett.* 10, 297 (1963).
- 110.- Shull, C.G.; Nathans, R. *Phys. Rev. Lett.* 19, 384 (1967).
- 111.- Shull, C.G. *Phys. Rev. Lett.* 21, 1585 (1968).
- 112.- Kabir, P.K. "The CP Puzzle", (Academic Press, New York,
1968).
- 113.- Okun, L.B. *Comments Nucl. Particle Phys.* 3, 133 (1969).
- 114.- Egorov, E.I.; Lobashov, V.M.; Nazarenko, V.A.; Porsev, G.D.
Serebrov, A.P. *J. Nucl. Phys.* 19, 300 (1974) .
- 115.- Ramsey, N.F. "Nuclear Moments". En ref. 56 .
- 116.- Auger, P. *Journal de Physique et le Radium* 6, 205 (1925).
- 117.- Boyce, W.E.; DiPrima, R.C. "Ecuaciones Diferenciales y Pro-
blemas con Valores en la Frontera", (Limusa, México, 1975).
- 118.- Abramowitz, M.; Stegun, I.A. eds. "Handbook of Mathematical
Functions", (Dover, New York, 1965).

- 119.- Dobbs, J.W.T.; Harvey, J.A.; Pags, J.A.; Horstmann, H.
Phys. Rev. 139B, 1472 (1975).
- 120.- Planbaum, V.V.; Sushkov, O.P. Phys. Lett. 94B, 277 (1980).
- 121.- Neutron Interferometry, Proceedings of an International
Workshop at Institute Laue-Langevin, Grenoble, France,
U. Bonse and H. Rauch, eds. (Oxford, London, 1979).
- 122.- Werner, S.A.; Staudemmann, J.L.; Colella, R.; Overhauser,
A.W.. "Gravitational and Rotational Effects on the Neutron
Phase", en ref. 121.
- 123.- Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. "Curso Abreviado de Física Teó-
rica: Mecánica y Electrodinámica", (MIR, Moscú, 1971).
- 124.- Hecht, E.; Sajac, A. "Optica", (FEI, E.U.A., 1977).
- 125.- Horne, M.A.; Zeilinger, A. "Fizeau Effects for Thermal Neu-
trons", en ref. 121.
- 126.- Resnick, R. "Basic Concepts in Relativity and Early Quan-
tum Theory", (Wiley, New York, 1972).
- 127.- Klein, A.G.; Opat, G.I. "Applications of the Fresnel Diffrag-
tion of Neutrons", en ref. 121.
- 128.- Egelstaff, P.A. Nucl. Sci. Eng. 12, 250 (1962).
- 129.- Egelstaff, P.A. et al. en Proceedings of the Symposium held
at Chalk River, Canada, 10-14 Sept. 1962 . IAEA, Vienna,
1963.
- 130.- Anandan, J. Phys. Rev. B 15, 1448 (1977).
- 131.- Stodolsky, L. Phys. Lett. B 50, 352 (1974).
- 132.- Werner, S.A. Physics Today, December 1980.
- 133.- Landau, L.D.; Lifshitz, E.M. "Curso Abreviado de Física Teó-

- rica : Mecánica Cuántica", (MIR, Moscú, 1974).
- 134.- Jenkins, R.; Devries, J.L. "Practical X-Ray Spectrometry",
(Springer-Verlag, New York, 1975) .
- 135.- Rauch, H.; Treiser, W.; Bonse, U. Phys. Lett. 47A, 425
(1974).
- 136.- Bonse, U.; Hart, M. Appl. Phys. Lett. 6, 155 (1965).
- 137.- Shull, C.G.; Atwood, D.K.; Arthur, M.; Horne, A. Phys. Rev.
Lett. 44, 765 (1980).
- 138.- Rauch, H.; Zeilinger, A.; Badurek, A.; Wilting, W.; Saus-
piess, W.; Bonse, U. Phys. Lett. 54A, 425 (1975).
- 139.- Bernstein, H.J. Phys. Rev. Lett. 18, 1102 (1967).
- 140.- Michaudon, A. "Neutrons and Fission", Physics Today,
January (1978).
- 141.- Shapiro, C.; Corngold, N. Phys. Rev. 137, 1686 (1965).
- 142.- Versluis, R.; Mockel, A. Trans. Am. Nucl. Soc. 13, 727 (1970).
- 143.- Turinsky, P.J.; Daderstadt, J.J. Nucl. Sci. Eng. 45,
156 (1967).
- 144.- Morales Anado, A.; López Carrasco, F.; Ley-Koo, V.; Ortega,
E.; Ponce, A.; González, T.; Razo, P. "Reactor TRIGA MARK
III del Centro Nuclear de México; Descripción, Construcción
Montaje y Operación", Revista Mexicana de Física 19 (1970)
S27-S78 .

- 145.- Hildenbrand, G. "Siemens Training Reactor SUR", Manuales del Reactor.
- 146.- Stone, R.S.; Sleeper, H.P.; Stahl, R.H.; West, G. Nucl. Sci. Eng. 6, 255-259 (1959).
- 147.- Young, Pho-Shain, ed. "Experiments for Nuclear-Chicago Student Training Reactor", (Nuclear-Chicago Corp., Chicago, 1959).
- 148.- Scalettar, R. "The Fuchs-Nordheim Model with Variable Heat Capacity", GA-3416 (1963).
- 149.- Scalettar, R. "Space and Energy Dependent Corrections to the Fuchs-Nordheim Model, GA-3400 (1963).
- 150.- Lewins, J. "Importance: The Adjoint Function", (Pergamon Press, New York, 1965).

APENDICE C.

NOMENCLATURA .

En este apéndice se ha reunido la nomenclatura empleada. Cuando en el texto aparezcan variables o constantes que no se encuentren en la lista es porque éstas se han definido en el lugar apropiado, lo cual sucederá frecuentemente con los subíndices y en t_g mas especializados. También sucederá que una letra signifique más de una sola cosa, esto se debe a que en determinadas áreas de estudio es una costumbre muy extendida emplear tal o cual letra para significar algo. Esto se debe también a que el autor ha tratado de preservar, en parte, la nomenclatura de las referencias muy especializadas en las que el lector probablemente busque un tratamiento más profundo de los temas de su interés .

Muchas variables aparecen con unidades, esto se hace con el propósito de que el lector tenga bases para un análisis dimensional y no para significar que tales unidades son las que se han empleado, aunque en muchos casos así es en efecto .

En la simbología de las secciones eficaces, tanto macroscópicas como microscópicas, se da solo la representación de algunas de ellas, pero el lector debe notar que las generalizaciones son in mediatas .

- A número másico
- \bar{B} (Tesla) inducción magnética
- B^2 (m^{-2}) "pandeo" geométrico
- C operación de simetría : conjugación de carga
- D (m) coeficiente de difusión
- E (eV) energía
- \bar{E} (Newton/Coulomb) intensidad de campo eléctrico
- F (Newton) fuerza
- G (Newton m^2/kg^2) constante gravitacional
- H función de Hamilton
- I (Ampere) corriente eléctrica
- I (n/seg) intensidad de corriente neutrónica
- Im parte imaginaria de ...
- \bar{J} ($m^{-2} seg^{-1}$) densidad de corriente neutrónica
- $\bar{J}(E)$ ($m^{-2} seg^{-1} eV^{-1}$) densidad de corriente neutrónica
- L ($kg m^2/seg$) impulso angular
- M (kg) masa
- N (cm^{-3}) densidad de número
- P operación de simetría : cambio de paridad
- P_1 polinomio de Legendre
- Q (Joule) valor energético de una reacción nuclear
- R (m) radio característico en algún estudio
- Re parte real de ...
- $S(\bar{E}, \bar{A}, E)$ ($cm^{-3} seg^{-1} estereoradián^{-1} eV^{-1}$) densidad de emisión de fuente

- $S, S(F)$ ($\text{cm}^{-3} \text{seg}^{-1}$) densidad de emisión de fuente
 $S(E)$ ($\text{cm}^{-3} \text{seg}^{-1} \text{eV}^{-1}$) densidad de emisión de fuente
 T ($^{\circ}\text{K}$) temperatura
 T (seg) tiempo de confinamiento
 T operación de simetría : inversión del tiempo
 T transmisión
 U unidad de masa de la escala basada en el C-12
 U (Joule) energía potencial
 V (cm^3) volumen
 V (Joule) potencial nuclear
 V (Volt) diferencia de potencial eléctrico
 Y funciones armónicas esféricas
 Z función de partición
 Z número de nucleones
 Z (cuentas/seg) razón de conteo

 b amplitud de dispersión
 c velocidad de la luz
 d (Å) espaciado de planos interatómicos cristalinos
 $f(\theta)$ amplitud de dispersión
 f (m) distancia focal
 g (m/seg^2) aceleración debida a la gravedad
 h (Joule seg) constante de Planck

- \hbar (Joule seg) $h/2\pi$
 i unidad imaginaria
 k (Joule/ $^{\circ}$ K) constante de Boltzmann
 \vec{k} (cm^{-1}) vector de onda
 l latitud
 l número cuántico azimutal
 m (kg) masa
 n índice de refracción
 $n(\vec{E}, \vec{A}, E)$ (cm^{-3} estereoradián $^{-1}$ eV $^{-1}$) densidad neutrónica
 $n(\vec{E}, \vec{A})$ (cm^{-3} estereoradián $^{-1}$) densidad neutrónica
 $n(E)$ (cm^{-3} eV $^{-1}$) densidad neutrónica
 $n, n(E)$ (cm^{-3}) densidad neutrónica
 n número de ocupación de estados
 \vec{p} (kg m/seg) impulso
 p (Coulomb m) momento dipolar eléctrico
 q (Coulomb) carga eléctrica
 $q(E)$ (cm^{-3} seg $^{-1}$) densidad de frenado
 \vec{r} (m) coordenada de posición
 r (m) coordenada radial esférica
 s número cuántico de spin
 s (cm) espesor
 t (seg) tiempo
 v (m/seg) velocidad
 v_{lim} (m/seg) velocidad crítica de reflexión
 x (m) longitud característica de separación de cargas del

dipolo eléctrico

x, y, z . coordenadas cartesianas

α canal de reacción

Δ cambio energético relativo máximo en una colisión

β canal de reacción

δ_1 corrimiento de fase ; modelo de ondas parciales

δ función delta de Dirac

E (Joule) energía

ϵ eficiencia

ϵ error

η coeficiente de absorción aproximado

η_2 elasticidad ; modelo de ondas parciales

λ (\AA) longitud de onda de De Broglie

λ (seg^{-1}) constante de decaimiento radiactivo

μ coeficiente de absorción

$\bar{\mu}$ (Joule/Tesla) momento magnético

μ coseno del ángulo de dispersión

μ permeabilidad magnética

ν número promedio de neutrones por fisión

\bar{E} pérdida media logarítmica de energía por colisión

σ_x (barn) sección eficaz microscópica . Subíndices : a= absorción, act.= activación, c= captura, el.=elástica, f= fisión, inel.=inelástica, s=dispersión, t=total, coh.=coherente, incoh.= incoherente .

$\sigma_x(E' \rightarrow E)$ (barn/eV) sección eficaz del proceso x

- $\sigma_g(E' \rightarrow E, \cos \mu)$ (barn/eV estereoradián) sección eficaz diferencial
- $\phi(\bar{r})$ ($\text{cm}^{-2} \text{seg}^{-1}$) flujo neutrónico
- $\phi(E)$ ($\text{cm}^{-2} \text{seg}^{-1} \text{eV}^{-1}$) flujo neutrónico por unidad de energía
- $\chi(\bar{k}, t)$ transformada de Fourier de la ley de dispersión
- ψ función de onda
- ω (seg^{-1}) frecuencia angular
- τ inverso de la relación de moderación a $E = kT$
- Δ función de unión
- Δ incremento
- $\Sigma_g(\hat{N}' \rightarrow \hat{N}, E' \rightarrow E)$ ($\text{cm}^{-1} \text{estereoradián}^{-1} \text{eV}^{-1}$) kernel de dispersión
- $\Sigma_x(E' \rightarrow E)$ ($\text{cm}^{-1} \text{eV}^{-1}$) sección eficaz macroscópica del proceso x (los subíndices son los mismos que los de la sección eficaz microscópica)
- $\Sigma_g(\hat{N} \rightarrow \hat{N})$ ($\text{cm}^{-1} \text{estereoradián}^{-1}$) sección eficaz macroscópica de dispersión
- Ω elemento de ángulo sólido

Símbolos especiales .

MUF neutrones ultrafrios

mde momento dipolar eléctrico

— sobre una cantidad indica vector

— sobre una cantidad indica valor promedio

^ sobre una cantidad indica vector unitario

< > valor promedio

ANEXO 1.-

METODO DE SINTESIS VARIACIONAL CON COLAPSAMIENTO
DE GRUPOS PARA EL CALCULO APROXIMADO DE DISTRI-
BUIONES DE FLUJO NEUTRONICO EN DOS DIMENSIONES
PARA REACTORES BWR .

1 CARACTERIZACION DEL FLUJO NEUTRONICO.

Para caracterizar el flujo de neutrones en un BMR utilizaremos la aproximación de difusión con 3 grupos energéticos en estado estacionario. Nuestros grupos serán:

ϕ grupo rápido : 0.1 - 10 Mev

ψ grupo epitérmico : 1 eV - 100 keV

γ grupo térmico : 0 - 1 eV

Esta es una división común en el estudio de los espectros -- neutrónicos (1-3*). *

Asumiremos que las formas matemáticas de los flujos de neutrones están dadas por:

$$\phi(r, z, E) = A f_1(E) \phi_1(r) \phi_2(z) \quad (1)$$

$$\psi(r, z, E) = A S_{21} f_2(E) \phi_1(r) \phi_2(z) \quad (2)$$

$$\gamma(r, z, E) = A S_{31} f_3(E) \phi_1(r) \phi_2(z) \quad (3)$$

Dichas expresiones implican lo siguiente:

1.- Que es válida la hipótesis de separabilidad entre la dependencia espacial y energética del flujo; y aún más, que la dependencia espacial en geometría cilíndrica es separable en sus coordenadas r y z. Esto último no es estrictamente co---

* Las referencias se listan al final del anexo.

recto, pero usaremos más adelante un método matemático muy poderoso, la teoría variacional, para lograr los resultados más cercanos a la realidad de acuerdo con nuestra hipótesis (4*).

2.- Se ha supuesto que el grupo térmico y el grupo epitérmico alcanzan en el interior del reactor su forma asintótica, lo cual tiene consecuencias matemáticas importantes, por lo que las funciones que los representan tienen la misma forma espacial que el flujo rápido siendo múltiplos de éste según los coeficientes de acoplamiento S .

3.- El factor A es un parámetro arbitrario que depende de la potencia del reactor. Más adelante diremos como calcular A , pero por comodidad trabajaremos con el flujo rápido normalizado a la unidad.

En el presente trabajo no estamos interesados en la determinación de la forma exacta de las funciones f que caracterizan la dependencia energética del flujo de cada grupo, nos concierne principalmente la caracterización espacial -- del flujo, sin embargo, daremos las formas aproximadas de las funciones f para tener una idea cualitativa de ellas -- (1-3*).

El flujo rápido está caracterizado energéticamente de manera muy aproximada por :

$$f_1(E) = \frac{\chi(E)F}{\Sigma_1(E)} \left[1 + \frac{1}{\chi(E)} \int_E^{\infty} dE' \Sigma_1(E' \rightarrow E) \frac{\chi(E')}{\Sigma_1(E')} \right] \quad (4)$$

Como la integral no es otra cosa que un parámetro dependiente de la energía:

$$f_1(E) \approx \frac{\chi(E)F}{\Sigma_1(E)} [1 + C(E)] \quad (5)$$

Hemos usado en las ecuaciones anteriores:

$$F = \int_0^{\infty} dE' \frac{1}{k} \nu \Sigma_f(E') \phi(E') \quad (6)$$

En el rango de energías rápidas $\Sigma_2(E)$ es aproximadamente - - constante, entonces el flujo es proporcional a la fuente de fisión. Esto se ve más claramente si tomamos los casos extremos:

$$\alpha = 0 \quad C(E) \approx 0.5$$

$$\text{y} \quad \alpha \rightarrow 1 \quad C(E) \approx \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} \sim 1$$

Así, el espectro de energías del flujo rápido tiene aproximadamente la forma del espectro de fisión (figura 1).

En el caso del grupo epitérmico tenemos:

$$f_2(E) = \frac{[\Sigma_a(E_1) + \Sigma_a(E_2)] E_1 \phi(E_1)}{[\Sigma_a(E) + \Sigma_r(E)] E} e^{-\int_E^{E_1} dE' \frac{\Sigma_a(E')}{\Sigma_a(E') + \Sigma_r(E')}} \quad (7)$$

si se considera que el único moderador es el hidrógeno. Esto es una aproximación puesto que algunos otros núclidos ligeros contribuyen, aunque de manera mucho menos apreciable, a la moderación, por ejemplo el O. La ecuación (7) se reduce en ausencia de absorción fuerte a la forma asintótica:

$$f_2(E) \approx \frac{q(E)}{k \frac{1}{\nu} \Sigma_f(E)} \quad (8)$$

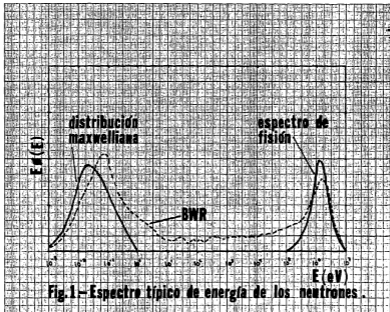


Fig.1.- Espectro típico de energía de los neutrones.

que da una dependencia con $q(E)$ en la parte más energética - del espectro epitérmico y una dependencia $1/E$ cerca del rango térmico (6*).

Si se considera a los neutrones como un gas en equilibrio térmico con el moderador su distribución de energías debería ser la de Maxwell-Boltzmann, pero en el reactor existen numerosos factores de no equilibrio: absorciones, fugas, fuentes, resonancias, etc. Los dos efectos de no equilibrio más importantes son el de absorción, que tiende a "calentar" el espectro puesto que los neutrones menos energéticos tienden a ser absorbidos preferentemente, y la existencia de la fuente de fisión, la cual considerada como una fuente de moderación provoca una cola $1/E$ en la parte más energética del espectro térmico (1*). El efecto de las fugas es opuesto a las absorciones, el espectro tiende a enfriarse por la fuga preferencial de los neutrones más energéticos, pero es menor que éste, por lo que al contrarrestarse ambos efectos predomina el de las absorciones. Nuestro modelo energético para el espectro térmico no considera la existencia de resonancias térmicas, como las que presentan el U-238, Pu-239, Xe-135, etc., que tienden a deprimir el flujo en su vecindad. -
Dicho lo anterior:

$$f_3(E) = \left(\frac{3kT_m}{\pi m} \right)^{3/2} \frac{E}{k^2 T_m^2} e^{-E/kT_m} + \lambda \frac{\Delta(E/kT_m)}{E} \quad (9)$$

La primera parte del lado derecho es la distribución maxwelliana caracterizada por una temperatura neutrónica efectiva T_n , que es diferente a la del moderador y un poco mayor que la de éste por el efecto de calentamiento, y la segunda la cola $1/E$ acoplada mediante una función de unión λ , λ es solo un factor de normalización (6*).

Recalcamos que las formas que hemos dado para las funciones f son solo aproximadas, existen modelos más elaborados que dan la forma exacta mediante cálculos numéricos, -- ejemplos de estos tipos de modelos se pueden ver en (1,4,6*).

2 MODELO DE DIFUSION EN TRES GRUPOS CON COLAPSAMIENTO.

Es común utilizar en los estudios de neutrónica de los-BWR los 3 grupos de energía que hemos definido y caracterizado energéticamente en la sección 1. El modelo es adecuado y da resultados muy cercanos a los exactos siempre y cuando -- las constantes de grupo se hayan obtenido de manera rigurosa en multigrupos usando teoría del transporte o correcciones de transporte. No tocaremos aquí el tremendo problema que representa la obtención de las constantes de pocos grupos, aunque en una sección posterior discutiremos un poco sobre -- ellas, supondremos que tenemos un módulo de cómputo acoplado a un banco de secciones eficaces microscópicas y a un módulo

de análisis termohidráulico de modo que podemos generarlas - para condiciones cualesquiera de operación del reactor a todo lo largo de su vida útil.

Las ecuaciones de difusión de cada grupo, que nos proporcionan la dependencia espacial de cada flujo, están dadas en forma general por:

$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \phi + \Sigma_{R1} \phi = \frac{1}{k} (\nu_1 \Sigma_{f1} \phi + \nu_2 \Sigma_{f2} \psi + \nu_3 \Sigma_{f3} \gamma) \quad (10)$$

$$-\nabla \cdot D_2 \nabla \psi + \Sigma_{R2} \psi = \Sigma_{S12} \phi \quad (11)$$

$$-\nabla \cdot D_3 \nabla \gamma + \Sigma_{R3} \gamma = \Sigma_{S23} \psi \quad (12)$$

El esquema de acoplamiento de grupos que se utilizará es el siguiente:

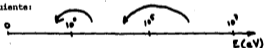


Fig. 2.- Acoplamiento de grupos.

Si hacemos válida la hipótesis de que los flujos térmico y epitérmico alcanzan su forma asintótica, entonces deben cumplir la ecuación de Helmholtz:

$$-\nabla \cdot D_2 \nabla \psi = D_2 B_2^2 \psi \quad (13)$$

$$-\nabla \cdot D_3 \nabla \gamma = D_3 B_3^2 \gamma \quad (14)$$

Como esta suposición es solo correcta para reactores no re--

flejaños homogéneos, diremos que las B^2 son pandeos ("bu----cklings") efectivos, esto es, compensados por los ahorros de bidos al reflector:

$$B_i^e = \left(\frac{v_0}{\bar{R} + r_i} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{\bar{H} + h_i} \right)^2 \quad (15).$$

y con la suposición de que el núcleo es cuasi-continuo, es - decir, que las propiedades que presentan sus diferentes re- giones homogenizadas no presentan variaciones muy bruscas en las interfases. Muchos códigos de generación de constantes - de grupo pueden generar tales pandeos efectivos. De cual---- quier modo, bajo la suposición de cuasicontinuidad, la supo- sición es válida excepto cerca de las fronteras del reactor, donde la validez de la aproximación de difusión es dudosa.

Eemplearemos ahora el método de colapsamiento de grupos- (5*) para simplificar el sistema de ecuaciones de difusión. Usando las ecuaciones (13) y (14) en las (11) y (12) obtene- mos:

$$D_2 B_2^2 \psi + \Sigma_{R2} \psi = \Sigma_{S12} \phi \quad (16)$$

$$D_3 B_3^2 \psi + \Sigma_{R3} \psi = \Sigma_{S23} \psi \quad (17)$$

de modo que :

$$\frac{\psi}{\phi} = \frac{\Sigma_{S12}}{D_2 B_2^2 + \Sigma_{R2}} = \frac{\Sigma_{S12}}{\Sigma_{R2} (1 + M_2^2 B_2^2)} \quad (18)$$

$$\frac{\psi}{\psi} = \frac{\Sigma_{S23}}{D_3 B_3^2 + \Sigma_{R3}} = \frac{\Sigma_{S23}}{\Sigma_{R3} (1 + M_3^2 B_3^2)} \quad (19)$$

Hemos empleado en (18) la definición del área de migración:

$$\frac{D_g}{\Sigma_{Rg}} = M_g^2 \quad g = 1, 2, 3 \quad (20)$$

Si multiplicamos ambos lados de (19) por (18) se llega a:

$$\frac{\psi}{\phi} = \frac{\Sigma_{312} \Sigma_{323}}{\Sigma_{R1} \Sigma_{R2} (1 + M_1^2 B_1^2) (1 + M_2^2 B_2^2)} \quad (21)$$

De lo anterior se desprende que los coeficientes de acoplamiento están dados por :

$$S_{21} = \frac{\Sigma_{312}}{\Sigma_{R2} (1 + M_2^2 B_2^2)} \quad (22)$$

$$S_{31} = \frac{\Sigma_{312} \Sigma_{323}}{\Sigma_{R1} \Sigma_{R2} (1 + M_1^2 B_1^2) (1 + M_2^2 B_2^2)} \quad (23)$$

El que el comportamiento del reactor se pueda representar de manera aproximada con nuestras suposiciones da por resultado que solo el grupo rápido tenga que ser tratado explícitamente; así, el modelo está orientado hacia una representación exacta de la difusión de los neutrones rápidos. Como consecuencia de que el espectro de los BWR está bien termalizado, la pequeña área de migración de los neutrones térmicos y epitérmicos garantiza el comportamiento asintótico, excepto en la interfase núcleo-reflector (5*).

Si multiplicamos y dividimos el lado derecho de (10) -- por ϕ e introducimos los coeficientes de acoplamiento se tiene que:

$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \phi = \frac{1}{k} (\nu_1 \Sigma_{f1} + \nu_2 \Sigma_{f2} S_{21} + \nu_3 \Sigma_{f3} S_{31}) \phi - \Sigma_{R1} \phi \quad (24)$$

quedando los otros flujos de grupo dados por:

$$\psi(\bar{r}) = S_{01} \phi(\bar{r}) \quad (25)$$

$$\chi(\bar{r}) = S_{02} \phi(\bar{r}) \quad (26)$$

La ecuación (24) es el problema a resolver, antes de proceder a ello obtendremos explícitamente k , la constante de multiplicación efectiva, para el caso muy particular de un reactor HOMOGENEO.

Para tal efecto suponemos también que:

$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \phi = D_1 B_g^2 \phi \quad (27)$$

siendo B_g^2 el pandeo geométrico del reactor:

$$B_g^2 = \left(\frac{V_0}{R_1} \right)^2 + \left(\frac{H}{H_1} \right)^2 \quad (28)$$

Las ecuaciones de difusión se transforman entonces en:

$$(D_1 B_g^2 + \Sigma_{01} - \frac{1}{k} \nu_1 \Sigma_{f1}) \phi - \frac{1}{k} \nu_2 \Sigma_{f2} \psi - \frac{1}{k} \nu_3 \Sigma_{f3} \chi = 0 \quad (29)$$

$$-\Sigma_{02} \phi + (D_2 B_r^2 + \Sigma_{02}) \psi = 0 \quad (30)$$

$$-\Sigma_{03} \phi + (D_3 B_s^2 + \Sigma_{03}) \chi = 0 \quad (31)$$

Tenemos un sistema de 3 ecuaciones homogéneas con 3 incógnitas, de modo que la condición de compatibilidad del sistema es:

$$\begin{vmatrix} (D_1 B_1^2 + \Sigma_{a1} - \frac{1}{k} \nu_1 \Sigma_{f1}) & (-\frac{1}{k} \nu_2 \Sigma_{f1}) & (-\frac{1}{k} \nu_3 \Sigma_{f1}) \\ -\Sigma_{s12} & (D_2 B_2^2 + \Sigma_{a2}) & 0 \\ 0 & -\Sigma_{s23} & (D_3 B_3^2 + \Sigma_{a3}) \end{vmatrix} = 0 \quad (32)$$

de donde se puede obtener k :

$$k = (\Sigma_{a1} (1 + M_1^2 B_1^2))^{-1} (\nu_1 \Sigma_{f1} + \nu_2 \Sigma_{f2} S_{21} + \nu_3 \Sigma_{f3} S_{31} S_{32}) \quad (33)$$

Por supuesto, para un reactor de varias regiones el procedimiento no es válido y el eigenvalor k debe encontrarse mediante un procedimiento iterativo (8*).

3 TÉCNICA DE SÍNTESIS VARIACIONAL.

En esta sección estamos interesados en plantear un método de síntesis variacional para resolver la ecuación (24):

$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \phi + \Sigma_{a1} \phi = \frac{1}{k} S \phi$$

con:

$$S = \nu_1 \Sigma_{f1} + \nu_2 \Sigma_{f2} S_{21} + \nu_3 \Sigma_{f3} S_{31} \quad (34)$$

para una geometría cilíndrica muy heterogénea y desconociendo el eigenvalor k . La solución debe llevarse a cabo mediante métodos numéricos pero el propósito de aplicar un método de síntesis es reducir el problema bidimensional a un problema unidimensional.

La idea de una técnica de síntesis variacional (2, 10--

15*) es sintetizar el flujo $\phi(r, z)$ a partir de dos flujos-unidimensionales; es decir, haremos:

$$\phi(r, z) = \phi_1(r) \phi_2(z) \quad (35)$$

Usamos la normalización del flujo siguiente:

$$\phi_{\text{medy.}}(r, z) = 1 \quad (36)$$

La ganancia en simplicidad es muy notable, si nuestra ecuación diferencial parcial bidimensional la transformamos a un sistema de ecuaciones algebraicas mediante diferencias-finitas obtenemos:

$$\underline{A} \bar{\phi} = \frac{1}{k} \bar{S} \quad (37)$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{array} \right) = \frac{1}{k} \left(\begin{array}{c} | \\ | \\ | \\ | \\ | \end{array} \right)$$

cuya solución es formalmente:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{k} \underline{A}^{-1} \bar{S} \quad (9^*)$$

Sin embargo, la matriz \underline{A} de 5 bandas, para un número grande de puntos de colocación, mayor de 10 por ejemplo, requiera de una gran capacidad de memoria para ser resuelta su inversa por lo que se prefiere la utilización de métodos iterativos como el SR o el SOR. De cualquier modo, aún utilizando -

estos métodos los requerimientos de memoria y capacidad de cálculo deben ser grandes, lo cual se traduce en un elevado costo, aumentado por el hecho de que en estudios comunes de diseño la ecuación debe ser resuelta un gran número de veces.

Si el problema se puede reducir a la forma unidimensional la estructura matricial del sistema es:

$$\underline{T} \bar{\phi} = \frac{1}{k} \bar{S} \quad (39)$$

$$\left(\begin{array}{c} \parallel \\ \parallel \\ \parallel \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right) = \frac{1}{k} \left(\begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right)$$

La matriz tridiagonal resultante \underline{T} puede ser fácilmente invertida de manera directa por eliminación gaussiana, de manera que se tienen fórmulas de recurrencia para obtener los flujos en cada punto de colocación.

Si no hubieramos utilizado la técnica de colapsamiento de grupos deberíamos haber seguido un esquema como el que se ilustra en la figura 3 (8*) para la solución del problema, ya que las ecuaciones diferenciales de los grupos están acopladas y debe hacerse una iteración "externa", también llamada "de fuente", además de las iteraciones internas del método SR o SOR.

Estamos primeramente interesados en saber si la ecuación (24) es autoadjunta (10*), para ello lo pondremos en la

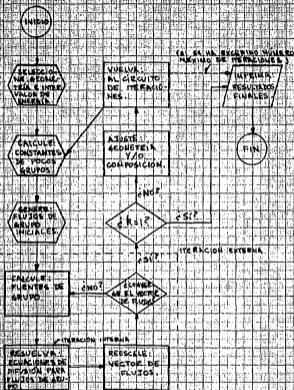


Fig.3.- Cálculos: difusión-multigrupos.

forma operacional:

$$M^{\circ} \phi = \frac{1}{k} S^{\circ} \phi \quad (39)$$

Se dice que un operador es adjunto con respecto a otro así:

$$(f, M^{\circ} g) = (M^{\circ} f, g) \quad (40)$$

de modo que un operador autoadjunto es aquel que:

$$M^{\circ} = M \quad (41)$$

Hemos usado la definición común de producto interior de funciones:

$$(f, M g) = \int_V dV f^* M g \quad (42)$$

Tomando al operador S° como:

$$S^{\circ} = \nu_1 Z_{11} + \nu_2 Z_{12} S_{21} + \nu_3 Z_{12} S_{21} \quad (43)$$

formamos su producto interior con dos funciones arbitrarias (por el momento) :

$$\begin{aligned} (f, S^{\circ} g) &= \int_V dV f^* (\nu_1 Z_{11} + \nu_2 Z_{12} S_{21} + \nu_3 Z_{12} S_{21}) g \quad (44) \\ &= \int_V dV [(\nu_1 Z_{11} + \nu_2 Z_{12} S_{21} + \nu_3 Z_{12} S_{21}) f]^* g \\ &= (S^{\circ} f, g) = (S^{\circ} f, g) \end{aligned}$$

de donde se concluye que: $S^{\circ} = S^{\circ}$ (45)

así S° es autoadjunto. Tomando ahora a M° como:

$$M^* = M_1^* + M_2^* = \Sigma_{x_i} - \nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla^*$$

usamos de nuevo la definición de producto interior:

$$(f, \Sigma_{x_i} g - \nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla g) = - \int_V dV f^* \nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla g + \int_V dV f^* \Sigma_{x_i} g \quad (46)$$

Si se observa lo que hicimos para S^* es inmediato que M_1^* es autoadjunto, necesitamos probar que M_2^* es autoadjunto, ya -- que debido a las propiedades de las integrales la suma de -- dos operadores autoadjuntos es también un operador autoadjunto. Emplearemos la conocida identidad vectorial:

$$\nabla \cdot a \bar{b} = a \nabla \cdot \bar{b} + \bar{b} \cdot \nabla a \quad (47)$$

para reescribir:

$$(f, -\nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla g) = \int_V dV \{-\nabla \cdot [f^* \mathcal{D} \cdot \nabla g]\} + \int_V dV [\nabla f^* \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla g] \quad (48)$$

Ahora usamos el teorema de Gauss:

$$\int_V dV \nabla \cdot [f^* \mathcal{D} \cdot \nabla g] = \int_S d\bar{S} \cdot f^* \mathcal{D} \cdot \nabla g = 0 \quad (49)$$

ya que si f y g representan flujos deben anularse en la frontera del sistema. Repitiendo el procedimiento anterior se -- puede obtener:

$$(f, -\nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla g) = - \int_V dV [\nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla f]^* g = (-\nabla \cdot \mathcal{D} \cdot \nabla f, g) \quad (50)$$

de donde resulta que M^* es autoadjunto ya que M_1^* y M_2^* lo son

y

$$M^* = M_1^* + M_2^* \quad (51)$$

Se dice entonces que la ecuación diferencial (24) es una - - ecuación autoadjunta, y es por supuesto de segundo orden y - lineal en el flujo.

Para la importante clase de ecuaciones diferenciales - de segundo orden autoadjuntas, ecuaciones de Sturm-Liouville (16*), el principio variacional comúnmente escogido es (4*):

$$F(\mu) = \int_a^b dx \left\{ P(x) \left(\frac{d\mu}{dx} \right)^2 + q(x) [\mu^2(x) + 2f(x)\mu(x)] \right\} \quad (52)$$

Si se busca el extremo $\bar{u}(x)$ demandando que:

$$h(a) = h(b) = 0 \quad (53)$$

por conveniencia, se encuentra que la primera variación del funcional es:

$$\delta F[\bar{u}, h] = 2 \int_a^b dx \left\{ -\frac{d}{dx} \left(P \frac{d\bar{u}}{dx} \right) + q\bar{u} + f \right\} h(x) \quad (54)$$

Esta tiene asociada la ecuación de Euler:

$$-\frac{d}{dx} \left[P(x) \frac{d\bar{u}}{dx} \right] + q(x) \bar{u}(x) + f(x) = 0 \quad (55)$$

que es la forma usual de la ecuación de Sturm-Liouville.

Trabajaremos en completa analogía con lo anterior. Si:

$$\phi = \phi_1(r) \phi_2(z) \quad (56)$$

el lagrangiano toma la forma reducida:

$$F_R[\phi_1, \phi_2] = \int_a^b \pi r dr \int_a^b dz \left\{ -\nabla \cdot D_1(r, z) \nabla \phi_1 \phi_2 \right. \\ \left. + 2S_1(r, z) \phi_1^2 \phi_2^2 - \frac{2}{k} S(r, z) \phi_1^2 \phi_2^2 \right\} h(z) \quad (57)$$

Efectuamos ahora la primera variación:

$$\delta F_2[\bar{\phi}_2, h] = \int_{a^+}^{b^+} d\tau \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} dz \left\{ -\nabla \cdot D_1(\tau, z) \nabla \phi_1 \phi_2 \right. \\ \left. + Z_{21}(\tau, z) \phi_1 \phi_2 + \frac{1}{k} S \phi_1 \phi_2 \right\} h(z) \quad (58)$$

demandando de nuevo que $h(a) = h(b) = 0$, llegamos a la ecuación de Euler asociada:

$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \phi_1 + [Z_{21}(\tau) + D_1(\tau) B_1^2(\tau)] \phi_1(\tau) = \frac{1}{k} S_r(\tau) \phi_1 \quad (59)$$

en la cual se han definido las pseudoconstantes de grupo, o constantes sintéticas de grupo, como:

$$D_1(\tau) = \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} dz \phi_2^2(z) D_1(\tau, z) \quad (60)$$

$$D_1(\tau) B_1^2(\tau) = \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} dz \left(\frac{d\phi_2}{dz} \right)^2 D_1(\tau, z) \quad (61)$$

$$Z_{21}(\tau) = \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} dz \phi_2^2(z) Z_{21}(\tau, z) \quad (62)$$

$$S_r(\tau) = \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} dz S(\tau, z) \phi_2(z) \quad (63)$$

Formalmente hemos reducido el problema bidimensional a uno unidimensional siempre y cuando se conozca de antemano $\phi_2(z)$, lo cual es una suposición del método en su formulación original (11*), en una sección posterior veremos como se puede relajar esta suposición. Antes de discutir como encontrar $\phi_2(z)$ debemos añadir algo, el método de los residuos ponderados puede también transformar el problema bidimensional a su forma unidimensional, en tal método se pide que:

$$\int d_3 w_j(z) \left[\frac{A}{z} \bar{\phi} - \frac{1}{k} \frac{F}{z} \bar{\phi} \right] = 0 \quad (64)$$

Es decir, que se satisfagan las ecuaciones de difusión en un sentido "integral" (2*). En este caso, además de introducir la función arbitraria $\phi_2(z)$ deben introducirse también funciones de peso arbitrarias w_j . Si se escoge:

$$w(z) = \phi_2(z) \quad (65)$$

(método de Galerkin (22*)) se llega a las siguientes expresiones para las pseudoconstantes de grupo:

$$S_p(r) = \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} d_3 \phi_2^2(z) S(r, z) \quad (66)$$

$$D_i(r) B_i^2(r) = \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} d_3 \left(\frac{d^2 \phi_2}{dz^2} \right) D(r, z) \quad (67)$$

teniéndose para D_r y Σ_a los mismos resultados que en el caso del método de síntesis variacional. La elección de w según (65) se fundamenta en el hecho de que la elección óptima de esta función es la forma adjunta del flujo (2*) y para una configuración de reactor dada la forma del flujo tiene aproximadamente la forma del flujo adjunto. Como para nuestra ecuación:

$$\phi_2 = \phi_2^* \quad (68)$$

la elección de la función peso como $\phi_2(z)$ es óptima desde el punto de vista de los residuos ponderados. Sin embargo, aún con la elección óptima se ve que este método no es equivalente

te al de síntesis variacional, siendo éste último matemática-
mente más riguroso.

Enfocamos ahora el problema de obtener una $\phi_2(z)$ adecua-
da. Para esto consideramos el reactor desnudo homogéneo que-
se ilustra en la figura 4, en tal caso la ecuación de difu-
sión monoenergética se puede resolver analíticamente por se-
paración de variables:

$$\phi(r, z) = C R(r) Z(z) \quad (69)$$

en donde:

$$R(r) = J_0(1+r) \quad Z(z) = \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad (70)$$

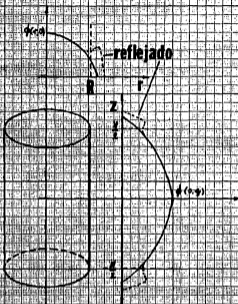
En el caso de EWR debemos de introducir modificaciones a tal
perfil. Primeramente, por el gran tamaño del reactor:

$$\tilde{H} \approx H_{real} \quad (71)$$

pero debe considerarse un ahorro por reflector, de modo que:

$$\tilde{H} = H_{efectiva} \approx H_{real} \quad (72)$$

En términos generales, nuestro modelo para la forma axial --
del flujo será de validez muy limitada en la cercanía de la-
interfase núcleo-reflector axial. En segundo lugar, el EWR -
presenta una gran no homogeneidad en la dirección z debido -
a que en un 65%, aproximadamente, de la longitud de los cana-
les de refrigerante se tiene un flujo en dos fases, líquido-



$$\phi = C J_0\left(\sqrt{\frac{\lambda}{R}} r\right) \cos\left(\frac{\pi z}{2Z}\right)$$

Fig. 4.—Distribución del flujo en un núcleo cilíndrico homogéneo.

vapor, lo cual implica una menor densidad atómica de moderador en dicha zona; el hecho de que esto suceda da por resultado que los flujos de neutrones en la parte superior del núcleo sean menores que en la inferior, ya que hay una disminución de la termalización y por lo tanto de las fisiones térmicas. El pico del perfil no corresponderá entonces a $z = 0$ sino que se encontrará recorrido hacia abajo. Aunque la inserción de las barras de control por el fondo, recordar que por arriba se encuentra el sistema de separación y secado -- del vapor, impele al flujo hacia arriba como se muestra en la figura 5, esto no logra dominar el efecto de depresión -- del flujo en la zona superior del núcleo.*

Para dar cuenta del efecto que hemos discutido necesitamos introducir en (70) un término adicional, tenemos entonces que:

$$\phi_2(z) = C_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{H} \right) \cos\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad (73)$$

Tal función se muestra en la figura 5. El factor C_1 es de normalización para exigir que:

$$\phi_{e \text{ máx.}} = 1 \quad (74)$$

por lo que debe valer:

$$C_1 = 1.726429 \quad (75)$$

* La gadolinia causa un efecto similar.

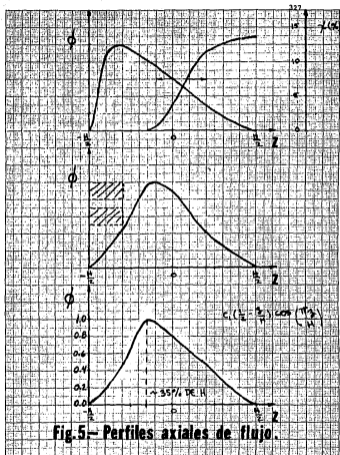


Fig. 5.- Perfiles axiales de flujo.

ya que el máximo de ϕ_2 se encuentra en :

$$\left(\frac{z}{H}\right)' = -0.14577 \quad (76)$$

que, coincidentemente, es muy próximo al 35% de la longitud de los canales de refrigerante.

Nuestra suposición de $\phi_2(z)$ no está tan lejos de la realidad como pudiera pensarse excepto cerca de la interfase núcleo-reflector axial, como hemos mencionado. La razón es que el reactor puede ser homogenizado de manera apropiada en las direcciones perpendiculares a los planos radiales, en donde es altamente heterogéneo a escala de las longitudes de difusión de los neutrones.

Para evaluar nuestras pseudoconstantes de grupo supondremos que:

$$\Sigma_{R1}(r, z) = \Sigma_{R1}'(r) \quad (77)$$

$$D_1(r, z) = D_1'(r) \quad (78)$$

$$S(r, z) = S'(r) \quad (79)$$

es decir, supondremos homogeneidad completa en la dirección z en cada región. Así, todo lo que hace falta es evaluar las siguientes integrales:

$$D_1(r) = D_1'(r) \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} dz \phi_2^2(z) \quad (80)$$

$$D_1(r)B_1^2(r) = D_1'(r) \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} d\beta \left(\frac{d\phi_1}{d\beta} \right)^2 \quad (81)$$

$$\Sigma_R(r) = \Sigma_R'(r) \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} d\beta \phi_1^2(\beta) \quad (82)$$

$$S(r) = S'(r) \int_{-\frac{1}{2}H}^{\frac{1}{2}H} d\beta \phi_2(\beta) \quad (83)$$

lo cual puede hacerse con ayuda de (21*). Por consiguiente la ecuación que debemos resolver es:

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r D_1(r) \frac{d\phi_1}{dr} + [\Sigma_R(r) + D_1(r)B_1^2(r)] \phi_1 = \frac{1}{k} S(r) \phi_1(r) \quad (84)$$

con las constantes definidas por las ecuaciones (80) a (83).

Al emplear el método de colapsamiento de grupos hemos reducido el problema de tratar explícitamente 3 grupos energéticos, lo que debe hacerse en forma iterativa, por el tratamiento explícito únicamente del grupo rápido. Al emplear un método de síntesis variacional hemos reducido un problema bidimensional a uno unidimensional y esto nos ahorra también un procedimiento iterativo.

La forma más conveniente de resolver (84) para una geometría heterogénea es "reducir" la ecuación a un sistema de ecuaciones algebraicas mediante la aproximación de las derivadas usando diferencias finitas (17-19*). Las condiciones frontera de la ecuación depende del problema particular que se considere.

REFERENCIAS (ANEXO I)

- 1.- Duderstadt, J.J.; Hamilton, L.J. "Nuclear Reactor Analysis" (Wiley, New York, 1976).
- 2.- Henry, A.F. "Nuclear-Reactor Analysis", (MIT, Cambridge, 1980).
- 3.- Lamarsh, J.R. "Introduction to Nuclear Reactor Theory", (Addison-Wesley, Reading, 1972).
- 4.- Duderstadt, J.J.; Martin, W.R. "Transport Theory", (Wiley, New York, 1979).
- 5.- Woolley, J.A. "Reduction of Few-Group Diffusion Theory to One Equivalent Group", Trans. Am. Nuc. Soc. 14, 2 (1971) .
- 6.- Beckurts, K.H.; Wirtz, K. "Neutron Physics", (Springer-Verlag, New York, 1964).
- 7.- Graves, H.W. "Nuclear Fuel Management", (Wiley, New York, 1979).
- 8.- Clark, M.; Hansen, K.F. "Numerical Methods of Reactor Analysis", (Academic Press, New York, 1964).
- 9.- Varga, R.S. "Iterative Matrix Analysis", (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1962).
- 10.- Stacey, W.M. "Variational Methods in Reactor Analysis", (Academic Press, New York, 1973).
- 11.- Kaplan, S. Nuc. Sci. Eng. 13, 22 (1962) .

- 12.- Kaplan, S. Adv. Nucl. Sci. Technol. 3, 233 (1966) .
- 13.- Yasinsky, J.B.; Kaplan, S. Nucl. Sci. Eng. 28, 426 (1967) .
- 14.- Kaplan, S.; Davis, J.A.; Natelson, M. Nucl. Sci. Eng. 28, 364 (1967) .
- 15.- Stacey, W.M. "Modal Approximations : Theory and Application to Reactor Physics", (MIT, Cambridge, 1967).
- 16.- Arfken, G. "Mathematical Methods for Physicists", (Academic Press, New York, 1970).
- 17.- Smith, G.D. "Numerical Solution of Partial Differential Equations : Finite Difference Methods", (Clarendon Press, London, 1978).
- 18.- Ames, W.F. "Numerical Methods for Partial Differential Equations", (Academic Press, New York, 1977).
- 19.- Carnahan, B.; Luther, H.A.; Wilkes, J.O. "Applied Numerical Methods", (Wiley, New York, 1969).
- 20.- Profio, A.E. "Experimental Reactor Physics", (Wiley, New York, 1976).
- 21.- Petit-Bois, G. "Tables of Indefinite Integrals", (Dover, New York, 1961).
- 22.- Villadsen, J.; Michelsen, M.L. "Solution of Differential Equation Models by Polynomial Approximation", (Prentice-Hall, Englewood-Cliffs, 1978).