

UNIVERSIDAD LA SALLE
ESCUELA DE INGENIERIA
INCORPORADA A LA U.N.A.M.



**CONTROL DE
PROYECTOS POR MEDIO
DE RUTA CRITICA**

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO CIVIL
PRESENTA:
Miguel Celorio Aceves

ASESOR DE TESIS:
M. en I. Francisco Javier Ribe Martínez de Velasco

México, D.F.

FALLA DE ORIGEN

1995



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedico esta tesis a:

**Mi madre,
Mi abuela,
Mi tia Julia
y a mi amigo Fco. Javier Ribe
porque siempre me impulsaron a
seguir adelante**

Indice

	Pagina
Introducción	1
Capítulo I Origen y alcances	
I.1 Origen	3
I.2 Campos de aplicación	4
I.3 Principales ventajas	5
Capítulo II Representación de actividades y diagramas de flechas	
II.1 Representación de las actividades	11
II.2 Formación de un diagrama de flechas	12
II.3 Eventos	17
II.4 Numeración de los eventos	19
II.5 Resumen de reglas para la formación de un diagrama de flechas	23
Capítulo III Fechas de iniciación más próximas	
III.1 Holgura total	28
III.2 Fecha de iniciación más próxima	28
III.3 Fecha de iniciación de un proyecto	29
III.4 Secuencia y duración de las actividades	29
III.5 Iniciación más próxima de una actividad	29
III.6 Marcas y otras convenciones	31
III.7 Reglas para determinar las fechas de iniciación más próximas de las actividades	32
III.8 La cantidad E	34
III.9 Procedimiento practico	39
III.10 La cantidad E en el último evento	39
III.11 La cantidad E y las actividades ficticias	40
III.12 Resumen de reglas para encontrar las fechas de iniciación más próximas	41
Capítulo IV Fecha de iniciación más alejada	
IV.1 Fecha de iniciación más alejada	44
IV.2 La cantidad L	47
IV.3 Resumen de reglas para encontrar la fecha de iniciación más alejada	54

Capítulo V Holguras y ruta crítica

V.1	Holgura total	56
V.2	La ruta crítica	58
V.3	Holgura total y ruta crítica	61
V.4	Holgura de interferencia o holgura del evento	64
V.5	Holgura libre	65
V.6	Holgura independiente	67
V.7	Resumen de holguras	68
V.8	Duración de las actividades	68
V.9	Costos y pendientes	70
V.10	Matriz de elasticidad	71

Capítulo VI Ruta crítica mediante sistemas computarizados

VI.1	Conceptos básicos	75
VI.2	Estructuras de trabajo y organización de trabajo	76
VI.3	Redes de actividades	77
VI.4	Diferentes tipos de relaciones de un diagrama de precedencias	83
VI.5	Calendarios de trabajo	88
VI.6	Asignación de tiempos a las actividades	89
VI.7	Asignación de recursos a las actividades	90
VI.8	Control del avance de un proyecto	91

Conclusiones	92
---------------------	-----------

Bibliografía	95
---------------------	-----------

Introducción

Uno de los problemas más importantes a los que se enfrentan en la actualidad los ingenieros, y en general cualquier profesional que tenga que cumplir ciertos objetivos dentro de un plazo de tiempo determinado, es la correcta planeación de las diferentes actividades que nos permiten cumplir los objetivos impuestos. Para lograr esta planeación en forma correcta se han desarrollado varios métodos de planeación y control con el objeto de lograr los resultados más eficientes, logrando la mejor relación posible entre el costo del proyecto y su tiempo de realización.

El objetivo de esta tesis es analizar este tipo de sistemas de la forma más sencilla posible, para poder analizar su utilización en proyectos de ingeniería en que la relación entre el tiempo de ejecución de un proyecto contra su costo es por lo general de suma importancia, el método del camino crítico es una herramienta que nos puede brindar la información necesaria para cumplir con los requerimientos de tiempo sin exceder demasiado los costos establecidos en un principio, en esta tesis no se descubren estos métodos, pero se da la información suficiente para que cualquier persona tenga posibilidad de conocerlos y utilizarlos, se trata de comprobar que estos métodos, si bien necesitan de mayor esfuerzo al momento de la planeación, es posible recuperar esta inversión con creces al poder cumplir con los requerimientos de costo y tiempo de un proyecto, al poner mayor atención en las actividades que determinan la duración total de un proyecto.

En la actualidad es muy común que en nuestro país no se les de la importancia adecuada a este tipo de herramientas, con el pretexto de que se consume mayor tiempo en elaborar la planeación y que el efectuar los cálculos de actualización consume demasiado tiempo. Esto pudo ser cierto unos cuantos años atrás, pero en la actualidad, con el avance de los sistemas de información y la notable reducción de los costos en las computadoras esto no es válido, por esto es necesario revalorar estas herramientas para lograr proyectos más eficientes en tiempo y costo.

En el capítulo I se estudia el origen de estas técnicas y su planteamiento básico. Posteriormente en el capítulo II se analiza paso a paso la forma de elaborar un diagrama de flechas que es la parte medular del método del camino crítico. En los capítulos III y IV se analizan las fechas límite de inicio de las actividades (fecha de iniciación más próxima y la fecha de iniciación más alejada). En el capítulo V se analizan la ruta crítica en si y los diferentes tipos de holguras. Por último en el capítulo VI se analiza el uso de sistemas computerizados.

Capítulo I

Origen y alcances

Origen

El método del camino crítico es el resultado de exhaustivos estudios sobre investigación de operaciones. Los primeros trabajos se realizaron en enero de 1957, y su finalidad inmediata era tratar de perfeccionar las técnicas entonces existentes de planificación y programación. Las personas que desarrollaron estos primeros trabajos fueron M.R. Walker, de la División de Estudios de Ingeniería de la Dupont, y J.K. Kelly, que prestaba sus servicios en la Remington Rand-Univac. De esta manera la primera aplicación importante la realizó Dupont, con resultados bastante alentadores.

Simultáneamente con estas investigaciones, la Marina de los Estados Unidos, en colaboración con el despacho de consultores Booz, Allen and Hamilton, desarrollaba una técnica similar diseñada para coordinar el progreso de los distintos contratistas y agencias que trabajaban en el proyecto Polaris. Esta técnica fue bautizada con el nombre de PERT, que resume las iniciales de **Program Evaluation Reporting Technique** (Técnica de Evaluación, Programación y Reporte).

En su forma original, los dos sistemas eran muy similares, con una característica innovadora muy importante: la separación de las funciones de planificación y programación. Ambas técnicas utilizaban diagramas de flechas para indicar las interrelaciones de las distintas actividades componentes del proyecto, culminando con un plan integral y único, lo que permitía su revisión racional por parte del responsable de la ejecución.

Existían, sin embargo, algunas diferencias entre los dos sistemas. El método del camino crítico era, básicamente, una técnica para la dirección y ejecución de proyectos y estaba encaminado hacia la realización de las actividades que los componen. PERT era una técnica coordinadora orientada hacia los hechos de un proyecto, es decir, hacia la terminación o inicio de las actividades. El método del camino crítico, por otra parte, permitía estimar el enlace de tiempo y costo en la ejecución de las actividades y tomar decisiones entre alternativas de menor duración y mayor costo. El sistema PERT en principio no poseía esta característica, pero tenía cualidades que el camino crítico no incluía tales como la capacidad para introducir el cálculo de probabilidades en las estimaciones de la duración de las actividades.

Ambas técnicas se han ido revisando y refinando, eliminando sus diferencias gradualmente al grado de afirmar que, en la actualidad, los dos sistemas son esencialmente equivalentes. Generalizando, el método del camino crítico se desarrolló como una técnica orientada a la ejecución óptima de las actividades de un proyecto, en tanto que PERT estaba orientada hacia la culminación de los hechos para la coordinación de un proceso. Como resultado de investigaciones posteriores, ambas técnicas se han consolidado hasta llegar a ser la una sinónima de la otra.

En 1959, Catalytic Construction Company, reconociendo el enorme potencial del método del camino crítico en la industria de la construcción, empezó a utilizar esta técnica en la administración de un proyecto de diseño y construcción de una planta de fenol. Los resultados fueron excelentes, por lo que la compañía ha seguido trabajando en el estudio de diversas facetas del sistema.

En la actualidad, existen una gran variedad de programas de computo enfocados a la elaboración de redes y el control de proyectos. Los precios de estos sistemas oscilan entre los 200 y los 7,000 dólares, dependiendo de su complejidad, su eficiencia, así como de la cantidad y calidad de los reportes que pueden emitir.

Dentro de los sistemas más conocidos, se podrían mencionar los siguientes:

- a) Super Project
- b) Harvard Project Manager
- c) Time-Line
- d) Sure-track
- e) Primavera Project Manager
- f) Mac Project
- h) Microsoft Project

Muchos de estos sistemas pueden conseguirse para diferentes plataformas de sistema (tipos de equipos), en la que las principales serían: IBM-PC y compatibles basadas en los procesadores Intel; Macintosh basada en el procesador 68000 de Motorola y los sistemas basados en el procesador RISC de IBM.

Campos de aplicación

Resulta prácticamente ilimitado el ámbito de aplicación de estos métodos, abarcando campos tan diferentes como la planificación militar y los grandes programas de armamentos; las finanzas, fabricación de productos, minería, actividades de construcción, desarrollo e investigación científica, la puesta en marcha de instalaciones industriales, sistemas de transporte, descargas de puertos, etc.

En definitiva, este sistema puede aplicarse a todo programa cuyo análisis llegue a mostrar y definir todas las operaciones elementales que son necesarias para su total desarrollo así como las relaciones existentes entre las actividades y los tiempos de realización de estas operaciones.

La aplicación del PERT es más ventajosa, cuanto más operaciones han de enlazarse en un programa. No es necesario su empleo en trabajos de escasa envergadura, de rutina o de simple repetición de actividades y tiempos.

Los programas de construcción, generalmente difieren entre sí en las tareas a considerar, en los plazos de ejecución, volúmenes de obra, recursos financieros y medios disponibles de trabajo, por lo que ofrecen un extenso campo de aplicación para cualquier tipo de obra y magnitud de proyecto.

No cabe señalar restricción para el empleo de estas técnicas en cuanto al tamaño de las empresas ni a la clase de actividades a desarrollar.

Tampoco hay que pensar en amplios programas para considerar su utilidad ni el orden cuantitativo del valor de los trabajos.

Cualquier proyecto que pide una planificación y medida de tiempos de las tareas, justifica plenamente la utilización del PERT o técnicas similares.

Los medios a utilizar en la aplicación del sistema irán siempre en proporción a la amplitud del programa y al grado de complejidad del mismo. Estos medios pueden reducirse al simple uso de una calculadora, cuando se trabaja sobre redes pequeñas o medianas, o a exigir el uso de una o más computadoras con los programas adecuados en el caso de redes mayores y complicadas

Principales ventajas

La importancia decisiva del factor tiempo en los programas industriales y la necesidad de considerar y medir todas las tareas elementales que intervienen en su preparación y ejecución, analizando sus efectos individuales en relación con el conjunto de operaciones, son los principales fundamentos de estos sistemas.

Sin unos métodos científicos de programación y control, se hace cada día más difícil establecer un orden a las múltiples y variadas operaciones que intervienen en los negocios de hoy, basados en programas complejos y a corto plazo. El pensamiento humano, sin ayudas como esta, no puede medir y ponderar tanta diversidad de factores como los que intervienen en los proyectos. La dirección se ve desbordada por la rapidez con que han de producirse los acontecimientos del plan y la incertidumbre en las decisiones.

Se ha hecho imprescindible, para desarrollar estos sistemas de planificación, valerse de técnicas que permitan la representación esquemática de todas las actividades y muestren ordenadamente las complejas relaciones que ligan las operaciones parciales del programa.

Esta representación gráfica, en forma detallada y diagramática, que ofrece la visión de conjunto de todas las fases y actividades del proyecto, es la teoría de la red, exigencia fundamental del sistema.

Un análisis de la red con las estimaciones de tiempos y los datos que proporcionan los métodos mencionados, completan la información específica y sintetizada para poder tomar decisiones adecuadas en cada situación.

Los métodos de cálculo, engranados con una sucesión de operaciones, permiten llegar, en primer lugar, a la estimación más probable en la duración de cada tarea parcial, considerada aisladamente; obtener después la fecha mínima permisible y la máxima tolerable para el comienzo y terminación de cada suceso en un recorrido por los distintos caminos de la red, desde el inicio hasta el final del programa, determinando su duración total. De aquí se deducen los márgenes de tiempo con que se cuenta para cada actividad y se señalan los caminos críticos y semicríticos que se forman en el desarrollo del plan.

El mecanismo básico de estos sistemas, en su conjunto, hace posible planificar con un conocimiento previo sobre los resultados que se deseen en el futuro. De esta manera se analiza el desarrollo y cumplimiento de un programa, estableciendo una predicción del tiempo necesario para alcanzar los objetivos previstos en el plan.

Permiten después controlar el progreso y medir la marcha de todo el plan y de cada sector y actividad del proyecto.

La propia flexibilidad del sistema facilita el poder introducir mejoras en el plan, en su fase preparatoria o cuando ya está en marcha, pudiendo identificarse claramente las zonas dudosas y críticas potenciales que requieran anticipar una operación correctora.

La coordinación de funciones y actividades que se establece en las redes siguiendo los principios fundamentales de la ruta crítica han llegado a resolver eficazmente uno de los mayores problemas que han originado las exigencias tecnológicas actuales con proyectos complejos y la mayor celeridad que los nuevos y más costosos métodos de trabajo imprimen a los programas.

No puede permitirse ya que la falta de coordinación y sincronismo en las tareas pueda ocasionar vacíos o desfases en la marcha de los programas, porque esto supone hoy un gran derroche en tiempo y dinero.

De la teoría de la ruta crítica y de experiencias recogidas en varias de sus aplicaciones pueden hacerse resaltar ventajas tales como:

- a) Contar con un medio de información que pueda situar en el tiempo y definir con claridad todas las actividades a realizar para alcanzar los objetivos del proyecto en los plazos previstos, señalando la prioridad de las tareas, fechas adecuadas de contrataciones, instalaciones, acopios y el encaje de los problemas financieros, estableciéndose una

perfecta coordinación entre las funciones internas y externas del programa.

- b) Determinar las operaciones del proyecto que marcan su duración y tiempo mínimo necesario para llegar al objetivo final con los medios previstos en la planificación.
- c) Mantener la información durante el desarrollo del programa de las anomalías y retrasos, indicando las partes en que se producen y en dónde debe actuarse para corregir los fallos, conociendo por anticipado los efectos que éstos pueden tener sobre otras actividades o sectores del proyecto.
- d) Poder realizar una previsión acertada de los recursos requeridos en cada fase de los trabajos.
- e) Conocer las probabilidades de alcanzar con éxito los resultados previstos en el cálculo.
- f) Vigilar los sectores débiles que más pueden afectar los planes de ejecución y anticipando las acciones preventivas o correctivas, evitando discontinuidades y dificultades futuras.
- g) Determinar las actividades críticas que puedan retrasar todo el proyecto al retrasarse alguna de ellas, dibujando la ruta crítica como el área vital en la duración del programa.

Estos métodos permiten concretar y aislar los problemas, muchas veces escasos, que puedan estar produciendo una dificultad de conjunto en previsión del cumplimiento de un programa o en los retrasos producidos en sus fases de desarrollo.

La probabilidad de análisis y cálculo que nos ofrecen los métodos de ruta crítica evita el costoso error de achacar, como antes ocurría, a una dificultad general, el aprieto de tiempo de un programa. Tal hipótesis obligaba a aumentar los recursos para forzar todo el plan original, solución que por lo común suponía un gran derroche al llevar estos recursos a las áreas marginales que podrían quedar retrasadas, en la medida de los cálculos, sin que este retraso repercutiera en el conjunto. De esto podemos enumerar las siguientes ventajas:

- a) El mecanismo de la ruta crítica nos señala, también, las actividades no críticas que cuentan con tiempos libres para retrasar su comienzo o alargar su duración, de donde pueden sacarse recursos para emplearlos en otras actividades críticas o peligrosas.

- b) También puede hacerse una previsión de costos en actividades que requieran un esfuerzo de medios para acelerar la marcha o contrarrestar la demora de un programa, pudiendo realizar tanteos y elegir las soluciones más favorables de tiempo con costos mínimos.
- c) Otra de sus características importantes es la facilidad de control que proporcionan estos sistemas para conocer en cualquier momento el estado del proyecto y centrar la atención en las partes que influyen más directamente en el tiempo total y pueden ocasionar mayores dificultades en el cumplimiento del programa, Ello permite actuar por excepción cuando se producen desviaciones que pueden hacer peligrar el éxito del plan.
- d) Estos sistemas pueden determinar la situación actual de un proyecto y señalar problemas futuros, lo que no es realizable con otras técnicas de programación y control.
- e) Cuando se han establecido los objetivos principales de un proyecto antes de ponerlo en acción, incluso cuando ya está en marcha, es posible realizar simulaciones de diversas alternativas para buscar mejores soluciones de tiempos y recursos.

Aunque esta reestructuración de programas exija algunos cálculos, el esfuerzo llega a ser pequeño en comparación con los resultados que se consiguen.

Una de las grandes ventajas de la ruta crítica es el poder suministrar la información precisa para localizar los puntos y caminos del programa en que deba actuarse a fin de comprimir al máximo los tiempos de duración con el mejor aprovechamiento de los recursos disponibles.

El sistema permite así llegar a reducciones sensibles en los plazos de ejecución de los proyectos con un empleo más racional y efectivo de los medios previstos, consiguiéndose economías importantes en los gastos indirectos de obras (en lo que se refiere a la construcción) al reducirse la fecha de terminación total.

Cualquier acortamiento de un programa supone una economía en los gastos fijos y generales. En muchos casos este ahorro supera al gasto adicional que exija una relativa aceleración cuando una redistribución de los recursos no es suficiente para llegar al plazo final deseado.

Es común en esta época, que las obras sean premiadas en razón al tiempo ahorrado o que se impongan sanciones en el caso de producirse retrasos sobre

los plazos prefijados. El valor de estos sistemas para conseguir una acción acertada, oportuna y más económica en la medida y reducción de los tiempos, es de una importancia extraordinaria.

En resumen, el método de la ruta crítica ofrece unas ventajas hasta ahora relativamente ignoradas en el campo de la planificación. Pero no debe mirársele como una panacea universal. Su eficacia no está en la aplicación de unas simples fórmulas o de un sistema rígido para resolver los problemas.

Al igual que otras técnicas, su efectividad depende del conocimiento que se tenga de la técnica, de su acertada utilización y hasta del toque personal para conseguir el máximo acierto en el planteamiento y desarrollo de los programas.

Pese a la objetividad del sistema, este requiere de bastante atención, esfuerzo y labor de equipo de las personas que contribuyen a la planificación y al control de los proyectos para sacarle el máximo rendimiento y provecho.

El método de la ruta crítica requiere de una adaptación específica a cada aplicación fundamental, a las especiales características que distinguen los objetivos básicos de los proyectos. De ahí que en la aplicación que buscamos para los proyectos de obras sea necesario crear la adaptación general del sistema a estas necesidades, dotándolo, además, de métodos que lo hagan eficaz en los problemas del costo. Y dentro de cada especial aplicación, las condiciones singulares de cada empresa, y aun de cada programa, darán el matiz adecuado y el grado de refinamiento necesario para cumplir sus fines.

Capítulo II

Representación de Actividades y Diagramas de flechas

Representación de las Actividades

En cualquier procedimiento es normal recurrir a modelos, es decir se requiere de un modo de representar las cosas, por ejemplo en un proyecto arquitectónico el modelo sería una maqueta a escala, sin embargo, al formar un modelo de un proyecto desde el punto de vista de programación la representación no es exactamente de la misma naturaleza. Creamos no un modelo a escala, como tal, sino mas bien un modelo lógico en el que presentamos el orden en que serán realizadas las actividades que lo forman.

Al formar un diagrama de flechas (representación lógica del proyecto) la norma de representación es una flecha. La longitud de la flecha no tiene importancia; la dirección en la cual señala tampoco la tiene. El único hecho realmente significativo es que la flecha representa algo que tiene que ser realizado (el trabajo, la actividad o lo que sea). La cola de la flecha representa el principio de la actividad y la punta representa su terminación. Por lo tanto, lo que realmente tenemos es un medio de demostrar el paso del tiempo del principio al final de una actividad. Puesto que éste es un modelo lógico, la escala no tiene una importancia trascendental.

En la figura siguiente se muestran varias formas de representar una misma actividad todas ellas son diferentes y sin embargo correctas.

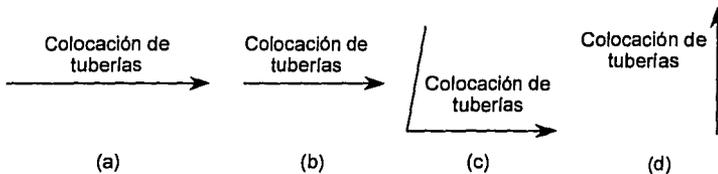


Figura 2.1 Versiones equivalentes de la representación por medio de una flecha de la actividad llamada "Colocación de tuberías"

Como se dijo anteriormente, las flechas representan actividades que consumen tiempo y una porción de un diagrama lógico en el que se representan las diferentes actividades de un proyecto por lo que resulta lógico el que solo exista una sola flecha para representar cada actividad.

Formación del Diagrama de Flechas de un Proyecto

Una vez definida la forma en que se representan las actividades el siguiente paso es el ver como se relacionan las actividades requeridas en la realización de un proyecto. Esto equivale a formar una red conectando las diferentes flechas (Actividades) para poder representar el proyecto.

Analicemos la solución simplificada de un proyecto de construcción de una casa habitación. Es necesario en primer lugar realizar la excavación para la cimentación, elaborar la cimentación de la casa, levantar los muros de la misma, hacer la losa del techo y por ultimo englobaremos las instalaciones y acabados en una sola actividad denominada acabados. Tenemos entonces un proyecto hipotético que consta de cinco actividades. Cada una de estas actividades será representada por una flecha. Para poder relacionar estas actividades es necesario considerar para cada actividad las siguientes preguntas:

- ¿ Qué actividad antecede?
- ¿ Qué actividad es la siguiente?
- ¿ Qué actividad puede ser coexistente?

Esto nos permite determinar el orden de las actividades y como se relacionan entre si. Siguiendo esta lógica podríamos decir que el proyecto antes mencionado se representaría como se muestra en la siguiente figura.

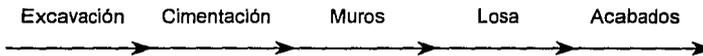


Figura 2.2 Diagrama de flechas simplificado del proyecto de construcción de una casa habitación

Si observamos con cuidado el diagrama anterior nos daremos cuenta de que existen varias deficiencias, nos damos cuenta de que podríamos comenzar la cimentación sin terminar la totalidad de la excavación ya que sería impracticable el comenzar la cimentación solo cuando esta terminada la totalidad de la excavación. Para fines prácticos podemos dividir estas actividades en dos o mas partes, esto podría decirse que contradice a una de las reglas anteriores en que se dice que solo una flecha puede representar a cada actividad, pero no es así, porque en realidad estamos convirtiendo una actividad en dos o mas actividades un ejemplo de esto lo podemos ver en la figura siguiente.

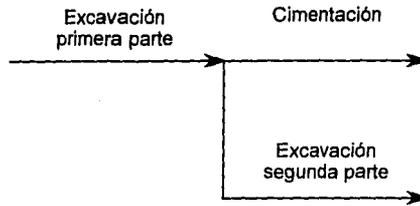


Figura 2.3 Representación de una actividad usando flechas múltiples

Mejorando el diagrama empleado para representar la construcción de una casa habitación tenemos entonces un diagrama como el representado en la siguiente figura:

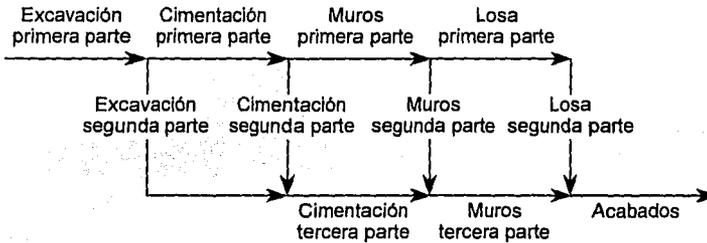


Figura 2.4 Diagrama más realista del proyecto de construcción de una casa habitación

Hasta el momento solo hemos hecho un análisis del proyecto atendiendo solamente a actividades que representan un trabajo que tiene que hacerse, pero ¿ Que pasa con las entregas de material ? Es lógico pensar que si no disponemos del material para hacer la cimentación o la losa no podremos terminar estas actividades.

Las entregas de material o servicios son restricciones en nuestro proyecto y por lo tanto deben estar representadas en nuestro proyecto en forma de flechas, ya que son actividades que están directamente relacionadas con el tiempo de terminación del proyecto. El uso de flechas para representar la entrega del material necesario para la cimentación podría representarse como sigue:



Figura 2.5 Representación de las entregas por medio de flechas

Obviamente así como dividimos las actividades que representan trabajos en dos o mas actividades, podemos dividir las entregas en dos o mas entregas de material. Si introducimos este concepto lo anterior podría representarse de la forma siguiente:

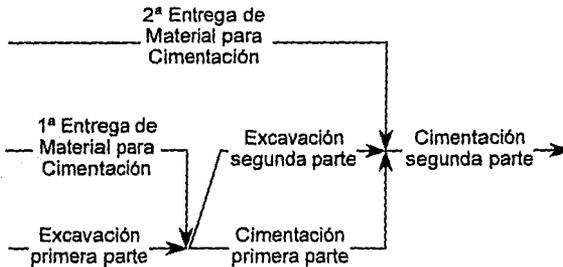


Figura 2.6 Diagrama representando entregas y actividades divididas en segmentos

Después de observar cuidadosamente los diagramas anteriores nos damos cuenta de que existen en ellos mas de un lugar de arranque de las actividades cosa que se puede complicar demasiado el diagrama sobre todo en representaciones mas complejas y completas de un proyecto por lo que es necesario el que siempre se inicie un proyecto con una actividad llamada tiempo de iniciación (inicio, inicio de proyecto, etc.) siguiendo este concepto podemos modificar nuestro proyecto en la forma que sigue:

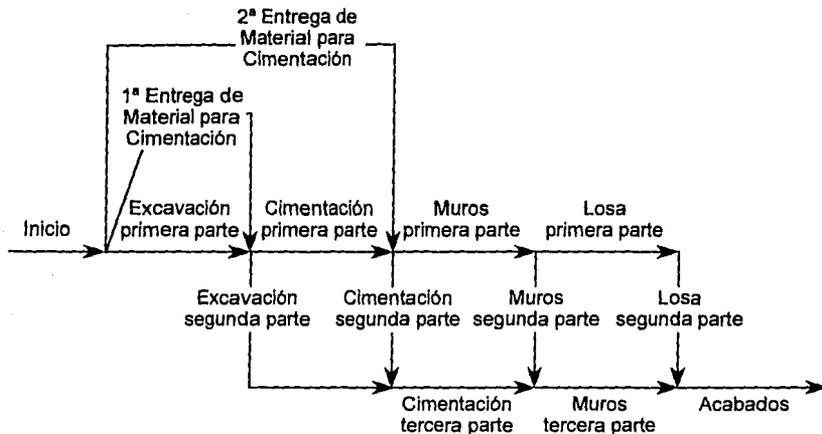


Figura 2.7 Diagrama introduciendo el concepto de tiempo de iniciación

Analizando este ultimo diagrama resulta evidente que la lógica del mismo es incorrecta puesto que para terminar la excavación no es necesario el que se entregue el material de la cimentación por lo que tenemos que introducir el concepto de actividades ficticia o de liga. Una actividad ficticia es aquella que no consume tiempo, ni cuesta nada, de hecho no existe en el proyecto, sin embargo es una restricción en la lógica del proyecto. Una actividad ficticia se emplea para mantener la secuencia lógica de los trabajos dentro de un proyecto así como las relaciones que las actividades guardan entre sí. Se representan con líneas quebradas o punteadas. veamos el siguiente ejemplo: Considere un proyecto que consiste de cuatro actividades; "A", "B", "C" y "D". La iniciación de la actividad "B" depende únicamente de la terminación de la actividad "A"; la iniciación de la actividad "D" depende de la terminación de las actividades "A" y "C". Podríamos dibujar el diagrama en la forma siguiente:

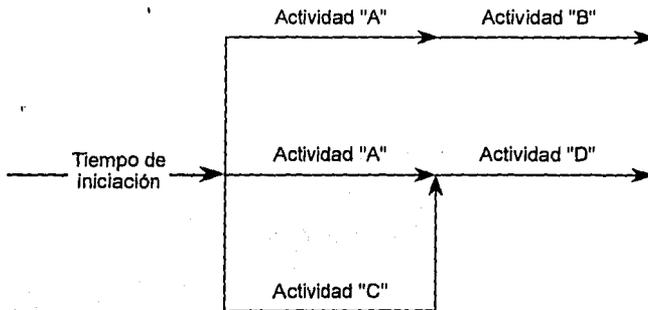


Figura 2.8 Diagrama incorrecto del problema anterior

La solución dada al problema anterior es evidentemente errónea debido a que se están utilizando dos flechas que representan una misma actividad "A" y como dijimos anteriormente esto no debe suceder por la gran confusión que se causaría. Otro enfoque para la representación del problema anterior sería el representado en la figura siguiente:

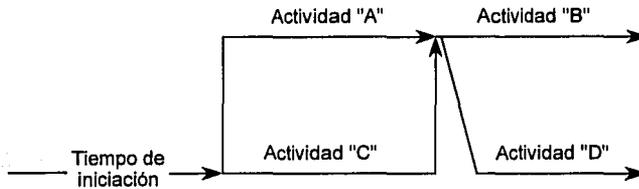


Figura 2.9 Otro enfoque incorrecto del problema mencionado

Esta solución también es incorrecta ya que la actividad "B" depende únicamente de la actividad "A" y en el diagrama se indica que la actividad "B" depende de la actividad "A" y de la actividad "C". Para poder representar correctamente el problema es necesario agregar una actividad ficticia "E" como se indica en la figura siguiente:

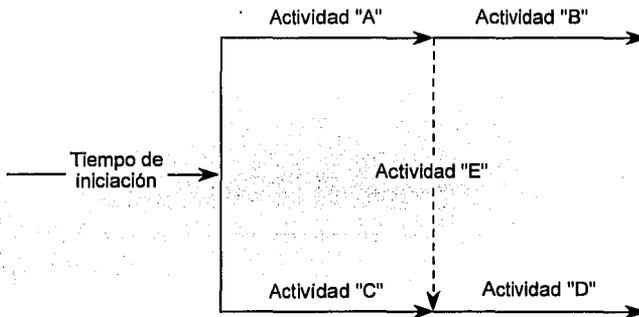


Figura 2.10 Representación correcta del problema anterior

Con el uso de la actividad ficticia "E" la lógica del diagrama se corrige por lo que el manejo de actividades ficticias nos permite el realizar diagramas más realistas al ver el diagrama nos podemos dar cuenta de que las actividades ficticias son tan importantes y útiles como lo es el número cero en la aritmética. Usando actividades ficticias y las reglas dadas hasta el momento en la

formación de los diagramas de flechas el proyecto simplificado de la construcción de una casa habitación quedaría como sigue:

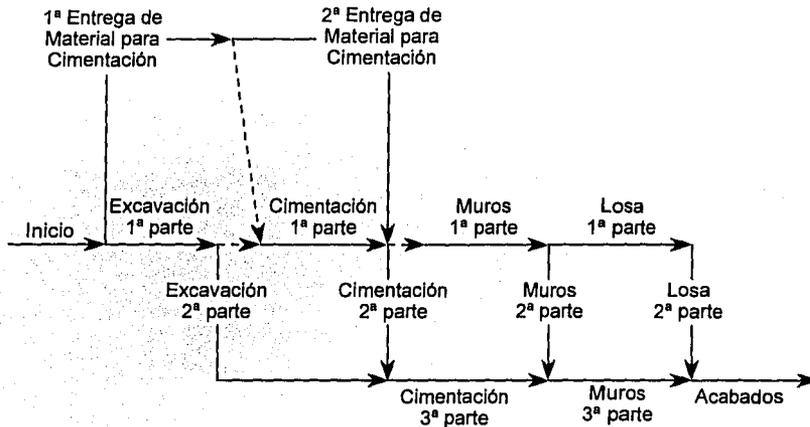


Figura 2.11 Representación correcta del diagrama simplificado de la construcción de una casa habitación

Nota: En el diagrama anterior todavía existen errores de lógica sin embargo no se analizara cada uno por ya haber sido analizados casos iguales y esto sería repetitivo, el ejemplo empleado es solo con fines ilustrativos y no se puede considerar como un proyecto verdadero.

Eventos

Como ya comentamos anteriormente las flechas en un diagrama representan actividades que consumen tiempo. La unión de las flechas indica un punto en el tiempo y, como tal, no consume tiempo. Representa el punto en el tiempo cuando todos los trabajos que en él terminan han sido ejecutados, y cuando pueden iniciarse todos los trabajos que de él principian. Todos estos puntos de unión, o nudos, son llamados "eventos"; son los puntos en el tiempo en que se termina una parte del proyecto y se inicia otra. Al dar un número a estos puntos de unión podremos describir cada actividad por los números de los eventos entre los cuales están situadas. Hasta este momento hemos llamado a las flechas (actividades) con frases que describen la actividad que representan, haciendo referencia a los números con que nombramos a los eventos podemos referirnos a la actividad "1ª entrega de materiales para cimentación" como la actividad "2,3" (otras formas de nombrar la actividad serían (2,3), (2-3), 2-3, etc.).

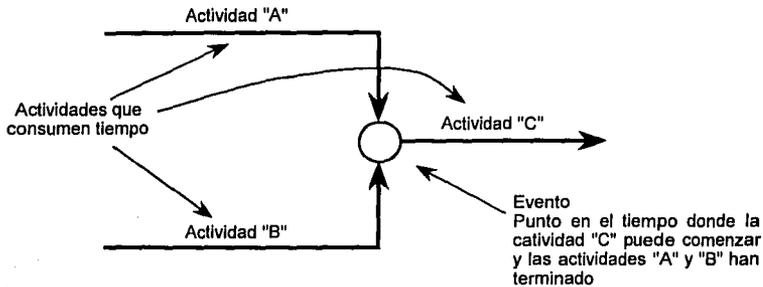


Figura 2.12 Representación de actividades y eventos

De esta misma forma podríamos dar nombre al resto de las actividades indicando entre que eventos se encuentran esto nos ofrece varias ventajas como son:

- a.- Se tiene una referencia breve y a la vez exacta; por ejemplo escribir o decir actividad (2,4) es más sencillo que usar una frase como "excavación primera parte".
- b.- La selección inmediata es mucho más sencillo encontrar la actividad (2,4) ubicando los dos nodos que buscar en todo el diagrama una frase como excavación primera parte
- c.- La secuencia de actividades es evidente; por ejemplo la actividad (5,6) precede a las actividades (6,7) y (6,8); la actividad (6,7) es coexistente con la actividad (6,8); las actividades (8,10) y (8,11) siguen a la actividad (6,8); etc.

Al ver la conveniencia de numerar los eventos nos damos cuenta de que es necesario numerarlos de una forma particular que nos ayude a conservar la lógica de la secuencia. de esto podríamos designar como regla para la numeración de los eventos el que cada evento sea numerando de tal manera que el número de la cola de cualquier actividad sea menor que el número indicado en la punta.

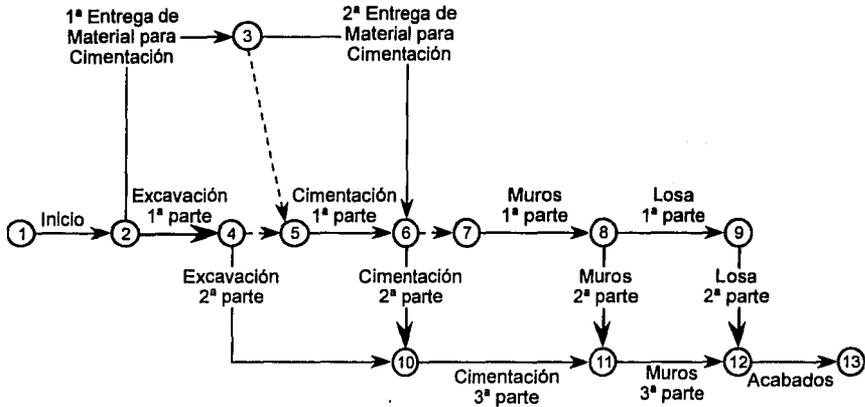


Figura 2.13 Representación correcta del diagrama simplificado de la construcción de una casa habitación incluyendo los eventos y su numeración

Numeración de los eventos

Como es lógico suponer es común el designar el primer evento con el número 1, y proseguir numerando consecutivamente los eventos subsecuentes. El siguiente paso sería marcar algún evento con el número 2 cuando menos una de las actividades posteriores terminará en un evento que podamos numerar.

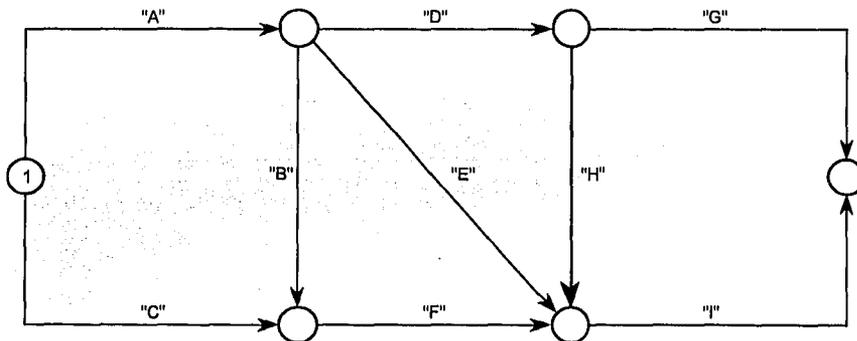
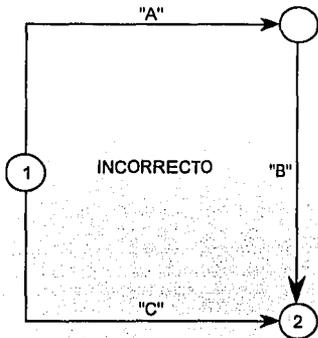
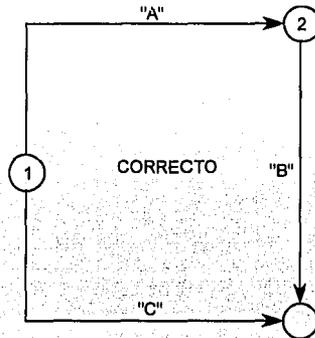


Figura 2.14 Proyecto 200 utilizado para ejemplificar la correcta numeración de los eventos

Utilicemos el diagrama de la figura 2.14 para ejemplificar como se deben numerar correctamente a los eventos. En esta figura podemos ver que del evento número "1" parten dos actividades, la "A" y la "C", una de estas actividades terminara por fuerza en un evento al que podremos designar con el número "2". Consideremos la actividad "C". Esta actividad termina en donde se inicia la actividad "F". Este evento no se puede nombrar con el número "2" puesto que en el termina la actividad "B" a la cual no se ha marcado el evento inicial.



a) La Actividad "B" aun no tiene marcada su cola.



b) La Actividad "A" ya tiene marcada su cola.

Figura 2.15

La actividad "A" termina en el evento de donde arrancan las actividades "B", "D" y "E". Todas las actividades que terminan en este evento tienen sus colas numeradas (solamente la actividad "A" en este caso). Es por eso que podemos marcar este evento con el número "2" como se muestra en la figura 2.15. Utilizando este mismo procedimiento podemos marcar el evento número "3". En este caso podemos elegir dos opciones y ambas son correctas como se muestra en la figura 2.16

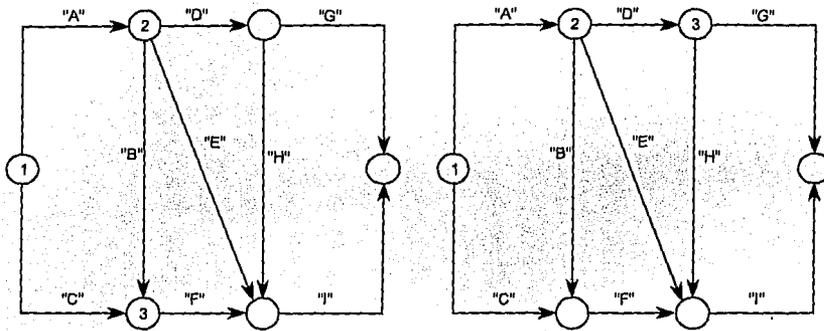


Figura 2.16 Presentación de dos versiones correctas de numeración

Como podemos observar en la figura 2.17 existen dos posibles versiones correctas para la numeración de eventos en nuestro proyecto de ejemplo aún que no siempre sucede esto en la figura 2.17 encontramos un proyecto (Proyecto 210) en el cual solo es posible una respuesta correcta.

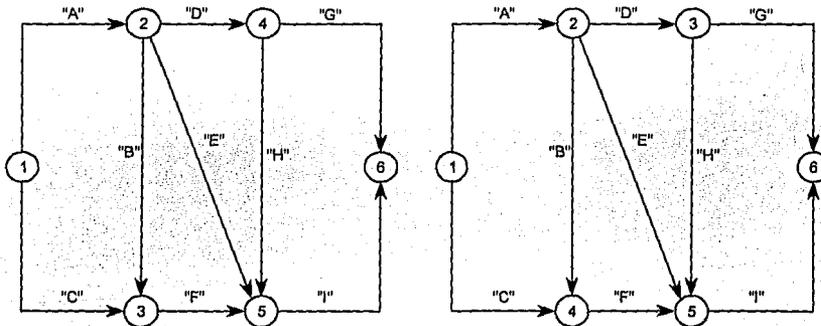


Figura 2.17 Presentación de dos versiones correctas de numeración del proyecto anterior

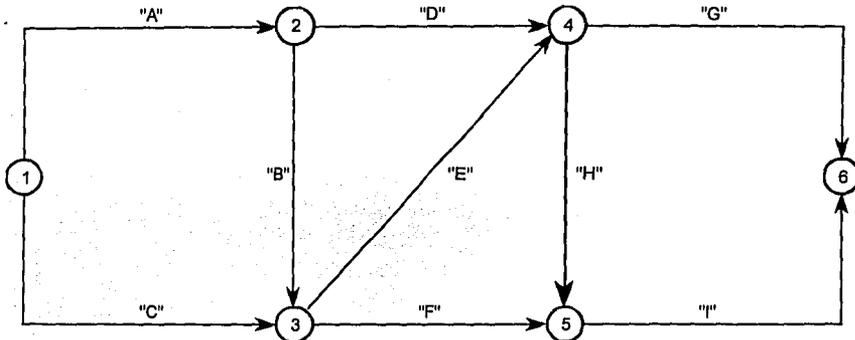


Figura 2.18 Proyecto 210. En este proyecto no nos es posible hacer cambios en la numeración de eventos

Consideremos el caso del Proyecto 220 mostrado en la figura 2.19 al observar el proyecto nos percatamos de que aun cuando la numeración de eventos es correcta existen tres actividades ("B", "C" y "D") a las que podemos designar como (2,3). Si uno de los objetivos de numerar los eventos es el de nombrar las actividades de una forma más sencilla y fácil de manejar, tenemos por fuerza que manejar una designación única para cada actividad.

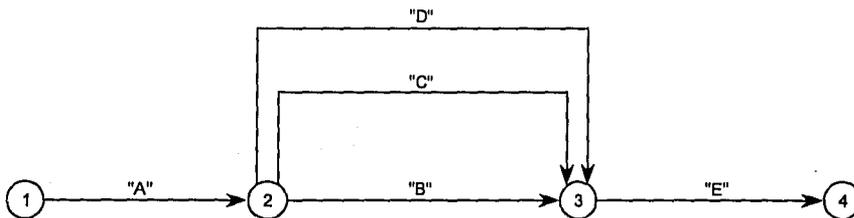


Figura 2.19 Proyecto 220. En este proyecto existen tres actividades denominadas (2,3)

Para corregir defectos como este en actividades que se desarrollan en forma simultánea es necesario emplear actividades ficticias como se muestra en la figura 2.20.

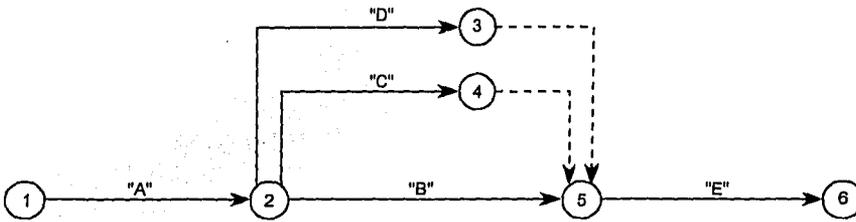


Figura 2.20 Proyecto 220. Se introducen actividades ficticias en el diagrama para conservar una correcta numeración

Las actividades ficticias pueden ser colocadas antes o después de la actividad sin que esto nos altere en esencia el proyecto.

Podríamos resumir todo lo visto anteriormente en un conjunto de reglas que nos permitan elaborar un diagrama de flechas en forma sencilla y correcta.

Resumen de reglas para la formación de un diagrama de flechas

Regla 1.- Todas las actividades (operaciones reales o entregas), se representaran con una flecha. Sin embargo una sola actividad puede dividirse en varias flechas en que se representan diferentes etapas de una sola actividad.

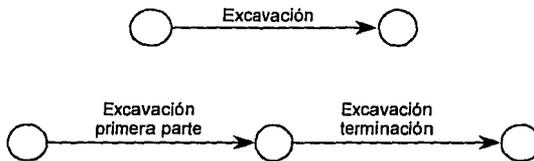


Figura 2.21 Representación de las actividades

La longitud y dirección de la flecha no tienen importancia. Cada flecha indica la existencia de una actividad o segmento de actividad desde su principio hasta su final.

Regla 2.- Un diagrama de flechas es una representación lógica de un proyecto y se forma conectando flechas en las que se consideran, para cada flecha las siguientes preguntas:

- ¿Qué actividades la anteceden?
- ¿Qué actividades son posteriores?
- ¿Qué actividades pueden coexistir al mismo tiempo?

Regla 3.- Es conveniente iniciar cada diagrama con una actividad denominada "Tiempo de iniciación". Esto nos permite tomar en cuenta todas las pequeñas limitantes que es necesario superar para la iniciación de cualquier proyecto.

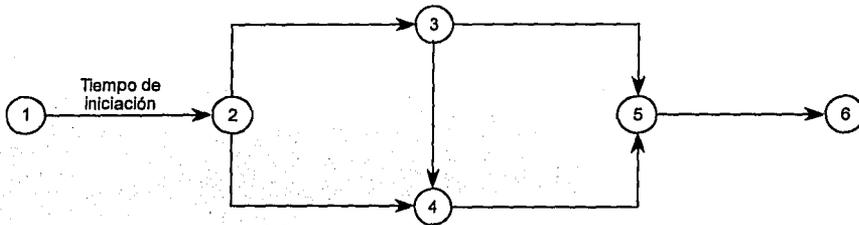


Figura 2.22 Es conveniente agregar una actividad denominada "Tiempo de inicio"

Regla 4.- Ya que las fechas representan actividades o trabajos que consumen tiempo, las uniones entre las fechas representan posiciones en el tiempo en el que se han terminado todas las actividades precedentes y las posteriores pueden comenzar. a estos puntos se les llama eventos y son numerados para poder designar las actividades de una forma más sencilla por lo que la numeración de los eventos se debe realizar de tal manera que el número de la punta siempre sea mayor que el de la cola y que exista una sola actividad para cada par de eventos.

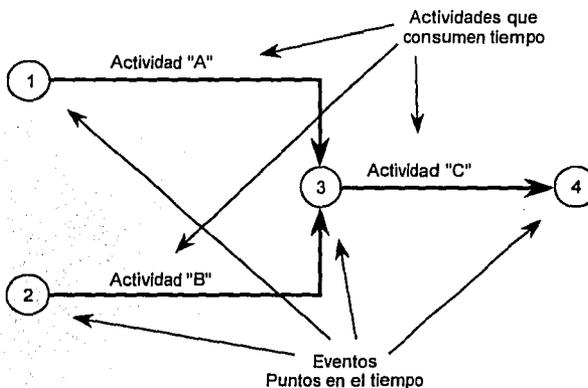


Figura 2.23 Representación de actividades y eventos

Regla 5.- Se introducen actividades ficticias cuando es necesario mantener única nuestra lógica, o nuestro sistema de numeración.

a) Para mantener la lógica.

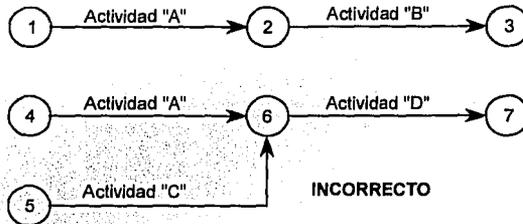


Figura 2.24 Proyecto incorrecto por representar la misma actividad con dos flechas diferentes

Aquí, la actividad "B" depende de que "A" haya terminado, mientras que "D" depende de que "A" y "C" hayan concluido. En la figura 2.24 tenemos dos flechas para representar la misma actividad, por lo que esta representación no es correcta.

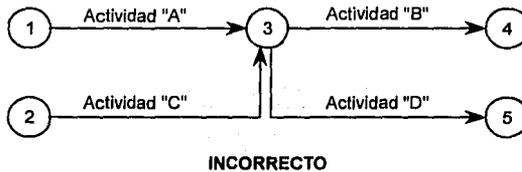
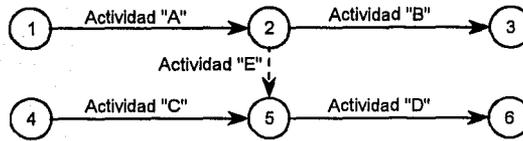


Figura 2.25 Este proyecto no tiene la correcta sucesión de actividades

Si representamos el problema como en la figura 2.25 tenemos que también "B" depende de la terminación de las actividades "A" y "C", y esto no es así. Es por eso que conservamos la lógica al introducir una actividad ficticia "E" que nos permite conservar la lógica correcta como se muestra en la figura 2.26.



CORRECTO

Figura 2.26 Representación correcta

b) Para mantener una correcta numeración de los eventos.

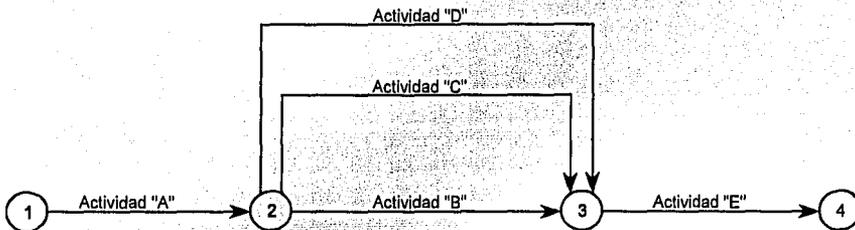


Figura 2.27 En este proyecto existen tres actividades denominadas (2,3)

En la figura 2.27 tenemos que existen tres actividades ("B", "C" y "D") que pueden designarse por el mismo par de eventos (2,3) por lo que es necesario introducir actividades ficticias al final de la actividad "C" y "D" para poder designar cada actividad por un único par de eventos, como se representa en la figura 2.28.

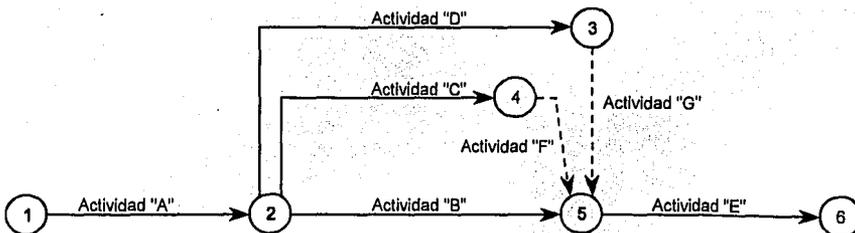


Figura 2.28 Representación correcta del ejemplo anterior

Capítulo III

Fecha de iniciación más próxima

El objetivo final de aplicar un sistema de ruta crítica (PERT o CPM) a un proyecto, es producir un programa de actividades que proporcione la fecha de calendario en la cual debe iniciarse cada actividad. Esto significa que no todas las actividades pueden iniciarse simultáneamente y que existen actividades que dependen de la terminación de otras. En realidad, las diferentes actividades que constituyen un proyecto tienen una diferente fecha de iniciación, donde solo unas cuantas de ellas pueden ser iguales. El objetivo de la ruta crítica es encontrar estas fechas de iniciación, como parte de los criterios requeridos para formular un programa.

Al tratar de determinar la fecha de iniciación de una actividad descubrimos que algunas veces existen varias fechas de iniciación posibles. Algunos trabajos podrían comenzar en cualquier fecha, durante un cierto período, y no alterar la fecha de terminación de un proyecto. Por ejemplo, si se está realizando una urbanización para una nueva zona residencial en algún momento se tienen que colocar las señales que indican el nombre de las calles. Sin embargo esta es una actividad de corta duración y puede hacerse en cualquier momento, por lo que tiene una variación en su tiempo de iniciación.

Holgura total

Cualquier actividad que no tiene variación en su tiempo de iniciación es crítica, y cualquier actividad con una posible variación en su tiempo de iniciación es una actividad no-crítica. La diferencia entre la fecha de iniciación más próxima de una actividad y la fecha de iniciación más alejada es una medida de su "criticalidad". Si no existe diferencia, se dice que es una actividad crítica; si la diferencia no es nula, la actividad no es crítica. A esta diferencia se le llama "holgura total" o "margen total" y es una cantidad importante en cualquier procedimiento de programación.

De lo anterior se observa que son dos las cosas que en principio tenemos que encontrar

- a) La fecha de iniciación más próxima de una actividad
- b) La diferencia entre la fecha de iniciación más próxima y la fecha de iniciación más alejada, a lo que llamaremos "holgura total"

Fecha de iniciación más próxima de cada actividad

Para encontrar la fecha de iniciación más próxima de cada actividad, se requieren tres datos:

- a) La fecha de iniciación del proyecto.

- b) La relación en secuencia de todas las actividades del proyecto (Diagrama de Flechas)
- c) La duración de cada actividad del proyecto.

Fecha de iniciación del proyecto

La fecha de iniciación de proyecto es algo que no se necesita conocer para aplicar los principios de la ruta crítica pues se pueden utilizar posiciones relativas asumiendo como fecha de iniciación un día "0" por lo que después de conocer la fecha de iniciación es fácil convertir a fechas relativas a fechas de calendario. Esto es conveniente también puesto que no tenemos que tomar en cuenta para los cálculos días festivos, fines de semana, tiempos de comidas o cualquier otra interferencia en la duración de un proyecto.

Secuencia y duración de las actividades

Las relaciones de secuencia de todos los trabajos o actividades queda determinada completamente con el diagrama de flechas. La duración se estima de acuerdo a la disponibilidad de recursos, limitaciones de espacio, método de realización, etc. por lo que posteriormente trataremos este tema con mayor detalle.

Iniciación más próxima de una actividad

La mejor manera de ilustrar las reglas para la determinación de la fecha de iniciación más próxima es por analogía.

Considere dos trenes. El tren 1 parte de la ciudad A y el tren 2 parte de la ciudad B (ver figura 3.1). Ambos trenes tienen como destino la ciudad C, a los largo de diferentes vías, y con un tiempo de recorrido diferente. En la ciudad C, se engancharán y continuarán a su último destino, la ciudad D. De acuerdo a la figura 3.1 el tiempo más próximo posible para iniciar el procedimiento de enganchado es las 3:00 pm. El hecho significativo de este ejemplo es que se necesita de la presencia de ambos trenes para iniciar el enganchado. Aun cuando el tren 2 que viene de la ciudad B, llega a las 2 pm, el enganchado debe demorarse hasta que el tren 1 llegue a las 3 pm.

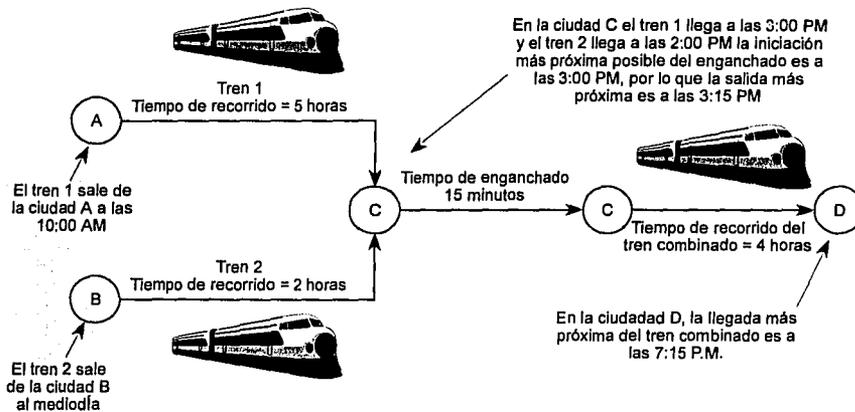


Figura 3.1 Relaciones de tiempo analogía de los trenes.

Podemos simplificar el diagrama reemplazando la leyenda "Tiempo de recorrido = 5 horas" únicamente por la duración en la parte inferior de la flecha, también podríamos tomar otro marco de referencia para la duración como podría ser el utilizar minutos en lugar de horas como se puede ver en las figuras 3.2 y 3.3. Si la actividad se representa por una flecha vertical, marcaríamos la duración sobre su lado derecho. El único requisito es que se utilice una misma norma de tiempo para todas las actividades, es decir no es posible mezclar horas con minutos, o bien días con semanas, etc.

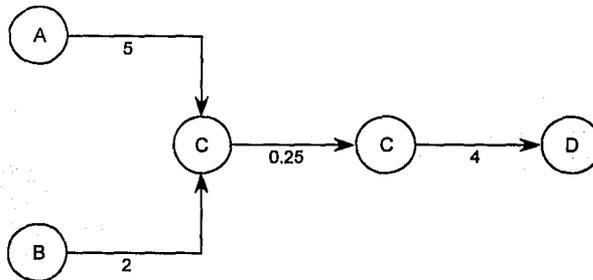


Figura 3.2 Simplificación del diagrama utilizando horas como norma.

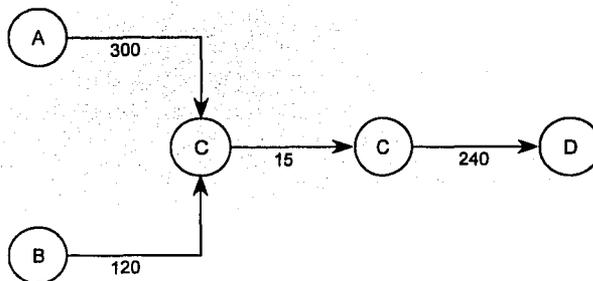


Figura 3.3 Simplificación del diagrama utilizando minutos como norma

Marcas y otras convenciones

Considere la información en cada ciudad. Tenemos:

- a) Identificación de la ciudad.
- b) Tiempo de llegada.
- c) Tiempo de partida (más próximo posible o programado).

En cualquier red complicada, ciertamente se desordenaría la representación diagramática esparciendo referencias y frases sobre ella. Un recurso es el seleccionar el tiempo base como 0 y trabajar con unidades de tiempo relativas a esta norma. Se puede completar esta información utilizando alguna marca para llamar la atención sobre el hecho de que un número se refiere al tiempo de iniciación más próximo, podemos representarlo de cierta manera (usando un cuadro, subrayándolo, etc.), o colocándolo siempre en un lugar determinado, como se pueden ver en la figura 3.4 y 3.5.

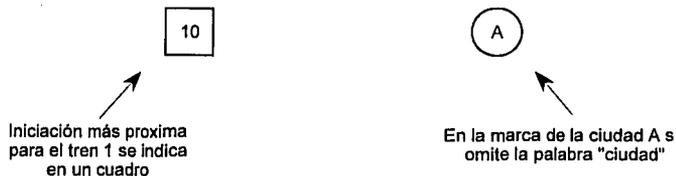


Figura 3.4 Se muestra la iniciación más próxima por medio de una convención; en una red compleja , podría existir una confusión relativa a qué ciudad pertenece un tiempo específico de iniciación más próximo

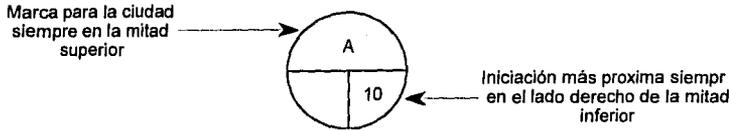


Figura 3.5 Se muestra la iniciación más próxima por medio de una convención; pero en una ubicación fija, directamente ligada a la ciudad, para evitar confusiones con respecto a que ciudad pertenece determinado tiempo.

Por medio de las convenciones vistas en las figuras anteriores podríamos simplificar el diagrama de los trenes de la siguiente forma.

- El tiempo cero es media noche.
- La unidad de tiempo es una hora
- La duración asignada a cada actividad se coloca debajo de la flecha que la representa
- El tiempo de iniciación más próximo se coloca al lado derecho de la mitad inferior del círculo que representa a la ciudad.

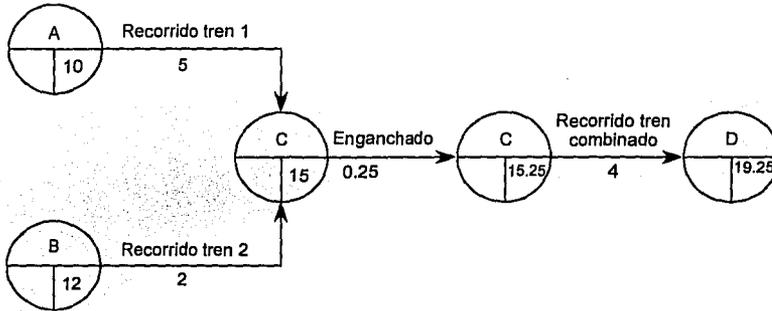


Figura 3.6 Diagrama simplificado del ejemplo de los trenes

Reglas para determinar los tiempos de iniciación más próximos de las actividades

Empleando las convenciones establecidas anteriormente, consideremos el proyecto simple mostrado en la figura 3.6. Observe que, para tener una mayor claridad en el ejemplo, se han omitido las descripciones alfabéticas y nombres de las actividades por lo que las actividades serán descritas por sus eventos correspondientes.

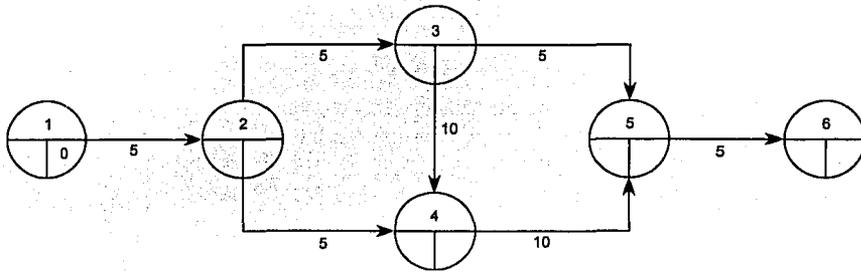


Figura 3.7 Proyecto 310. Diagrama que se empleara para enunciar las reglas de los tiempos de iniciación más próximos

De acuerdo con lo establecido anteriormente sabemos que todas las actividades que se inician en el primer evento tienen una iniciación más próxima igual a cero pues tomaremos todos los cálculos en forma relativa al momento en que se inicia el proyecto. A partir de este punto de iniciación, nuestro objetivo es encontrar los tiempos de iniciación más próximos de todas las actividades. La primera regla es avanzar en orden de un evento al siguiente (del evento 1 al 2, del 2 al 3, y así sucesivamente hasta terminar en el último evento).

De las reglas vistas anteriormente, sobre la formación de diagramas de flujo, sabemos que las actividades (2,3) y (2,4) son coexistentes, de modo que ambas pueden realizarse en cualquier tiempo a partir de la terminación de la actividad (1,2). En consecuencia los tiempos de iniciación más próximos de ambas actividades será idéntico a el tiempo más próximo en que la actividad (1,2) pueda terminarse. En el caso del proyecto 310 en que la actividad (1,2) tiene una duración de 5 y su tiempo de iniciación más próximo es 0, su terminación más próxima es 5 (esto es resultado de sumar la duración de la actividad a su tiempo de iniciación más próximo)siendo esta la única actividad que termina en el evento 2, tenemos que las actividades que parten del mismo ((2,3) y (2,4)) tendrán un tiempo de iniciación más próximo de 5 como se muestra en la figura 3.8.

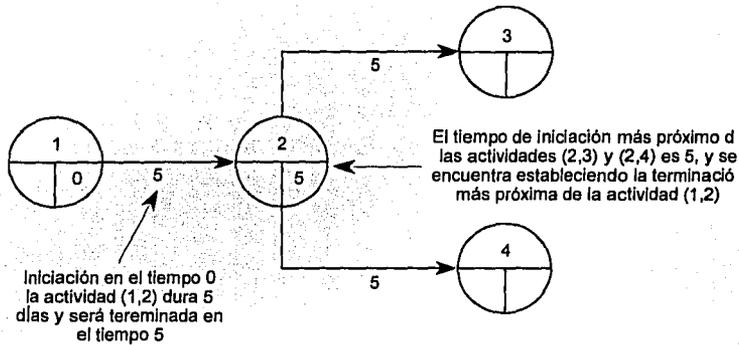


Figura 3.8 Iniciación más próxima de las actividades que se inician en el evento 2

Como resultado de esto encontramos un solo número que representa el tiempo de iniciación más próximo de todas las actividades que parten de un mismo evento.

La cantidad E

Lo expresado anteriormente indica que los tiempos de iniciación más próximos de las actividades están asociados con el evento de cuya terminación dependen. Obviamente es más conveniente utilizar un nombre, que utilizar una fraseología como es, "fechas de iniciación más próximas de todos los trabajos que inician en el evento 2". Normalmente el término usado para designar está cantidad es el de "tiempo del evento más cercano" al evento 2. Este término puede originar alguna confusión, a causa de que el "tiempo de un evento" como tal es ficticio, puesto que un evento es un punto en el tiempo y como tal no consume tiempo al ocurrir. Tener un término como "tiempo de un evento" podría confundir fácilmente la situación respecto al tiempo de la actividad (o duración) y los tiempos de iniciación y de terminación de las actividades. por esta razón, no utilizaremos este término.

Otro término utilizado es el de "número del evento más próximo". El uso de esta frase es mejor puesto que no hace referencia en ningún momento al tiempo. No obstante puesto que deseamos una referencia breve y simple, que represente el tiempo de iniciación más próximo de todas las actividades que partan de un evento dado, lo más simple es hacer que E represente esta frase. Si agregamos un subíndice que represente al evento, el significado queda perfectamente claro y la cantidad perfectamente definida..

Si optamos por esta representación, el tiempo de iniciación más próximo de todas las actividades que inician en el evento 2 queda representado por el símbolo único, E_2 . En nuestro ejemplo, $E_2 = 5$. De modo que el tiempo de

iniciación más próxima de la actividad (2,3) = 5, y la iniciación más próxima de la actividad (2,4) = 5. El problema de encontrar el tiempo de iniciación más próximo de cada actividad se reduce a encontrar el valor E de cada evento, principiando en el primero de ellos y siguiendo el orden (o secuencia) hasta el último evento.

Utilizando este simbolismo y esta notación pasamos al evento 3, en donde deseamos encontrar la cantidad E_3 ; o bien el tiempo de iniciación más próximo de todas las actividades que inician en el evento 3 (en este caso las actividades (3,4) y (3,5)). En el ejemplo anterior solo existe una actividad, la (2,3) que termina en dicho evento por lo que la cantidad E_3 solo depende de esta actividad, por lo que esta cantidad estará determinada por el tiempo de terminación más próximo de la actividad (2,3) es decir, su tiempo de iniciación más próxima más su duración. En retrospectiva el procedimiento fue como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{Terminación más próxima de la actividad (2,3)} &= E_2 + \text{duración de la actividad (2,3)} \\
 &= 5 + 5 \\
 &= 10 \\
 &= E_3
 \end{aligned}$$

Los resultados vistos hasta el momento pueden verse en el diagrama de la figura 3.9.

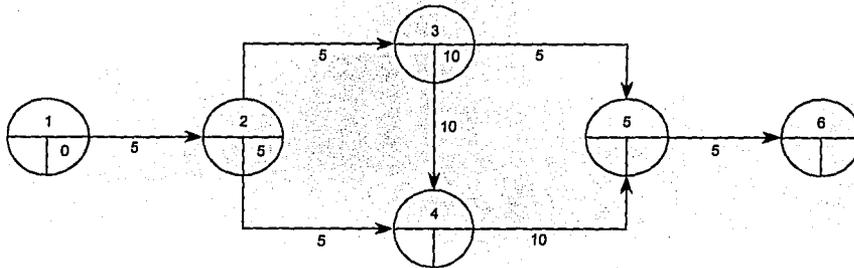


Figura 3.9 Cálculo de E hasta el evento 3

El siguiente paso consiste en determinar E_4 . En este evento la situación es diferente a la encontrada en los dos eventos anteriores (2 y 3): La diferencia consiste en que para que puedan comenzar las actividades que parten de este evento es necesario que tanto la actividad (2,4) como la (3,4) hayan sido terminadas. En este caso tenemos que:

$$\text{Terminación más próxima de la actividad (2,4)} = E_2 + \text{duración de la actividad (2,4)}$$

$$= 5 + 5$$

$$= 10$$

Y que:

$$\begin{aligned} \text{Terminación más próxima de la actividad (3,4)} &= E_{3,+} \text{ duración de la actividad (3,4)} \\ &= 10 + 10 \\ &= 20 \end{aligned}$$

La situación en el evento 4 es similar a la encontrada en la ciudad C en la analogía de los trenes. El tren 2 llegaba a la ciudad C una hora antes que el tren 1. Sin embargo, es obvio que el enganchado de los trenes no puede llevarse a cabo hasta que los dos trenes se encuentren en la ciudad C, por lo que este se difería una hora. De manera semejante, en el evento 4 la iniciación más próxima de la actividad (4,5) es 20, y no 10, ya que las dos actividades precedentes deben estar terminadas antes de comenzar esta actividad. Aun cuando la actividad (2,4) termina en 10, tenemos que esperar la terminación de la actividad (3,4) antes de que podamos iniciar la actividad (4,5).

Otra manera de decir lo mismo es: El tiempo de iniciación más próximo de todas las actividades que inician en un evento es igual al valor mayor de los tiempos de terminación más próxima de todas las actividades que terminan en dicho evento en términos del valor E tenemos que:

$E_{\text{evento considerado}}$ = Valor mayor de las terminaciones más próximas en el evento considerado.

En el caso particular del evento 4:

$$\begin{aligned} E_4 &= \text{El valor mayor de} && \begin{array}{l} \text{Terminación más próxima del trabajo (2,4)} \\ \text{Terminación más próxima del trabajo (3,4)} \end{array} \\ &= \text{El valor mayor de} && \begin{array}{l} 10 \\ 20 \end{array} \\ &= 20 \end{aligned}$$

Esta situación se describe en las figuras 3.10 y 3.11.

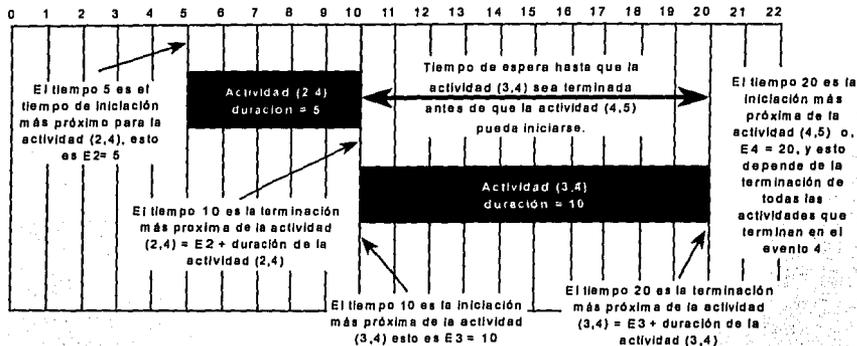


Figura 3.10 Determinación visual de E_4

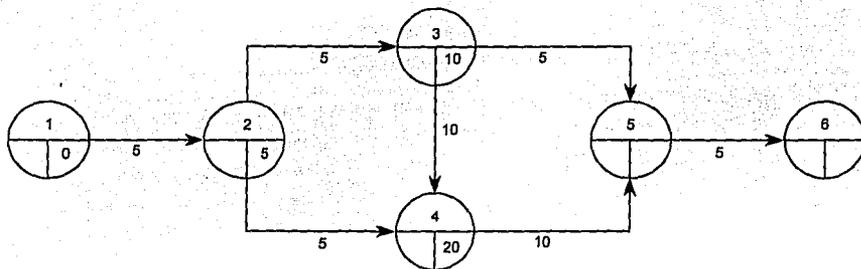


Figura 3.11 Valores de E hasta el evento 4

En la figura 3.10 se han dibujado líneas verticales que representan una escala de tiempo. El primer día cubre el espacio entre la línea 0 y la línea 1. A este tipo de diagrama se le denomina diagrama de barras o de Gantt.

Antes de proceder a calcular E_5 es conveniente introducir algunas abreviaturas adicionales para simplificar el manejo de la información.

- E.F. = Tiempo de terminación mas próxima (earliest finish)
- E.S. = Tiempo de iniciación mas próxima (earliest start)
- D = Duración

Para referirse a una actividad específica, como por ejemplo la actividad (2,4) representamos las abreviaturas con los subíndices siguientes.

$$\begin{aligned} E.F. (2,4) &= \text{Terminación mas próxima de la actividad (2,4)} \\ D (2,4) &= \text{Duración de la actividad (2,4)} \end{aligned}$$

Si utilizamos esta notación, los cálculos previos de E_4 se pueden representar de la forma siguiente

$$E_4 = \text{El valor mayor de } \begin{array}{l} E.F. (2,4) \\ E.F. (3,4) \end{array}$$

$$\begin{aligned} E.F. (2,4) &= E_2 + D (2,4) \\ &= 5 + 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} E.F. (3,4) &= E_3 + D (3,4) \\ &= 10 + 10 \\ &= 20 \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} E_4 &= \text{El valor mayor de } \begin{array}{l} 10 \\ 20 \end{array} \\ &= 20 \end{aligned}$$

Continuamos ahora con el evento 5. La situación es similar a la del evento 4, pues las actividades (3,5) y (4,5) terminan en el evento 5.

$$E_5 = \text{El valor mayor de } \begin{array}{l} E.F. (3,5) \\ E.F. (4,5) \end{array}$$

$$\begin{aligned} E.F. (3,5) &= E_3 + D (3,5) \\ &= 10 + 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} E.F. (4,5) &= E_4 + D (4,5) \\ &= 20 + 10 \\ &= 30 \end{aligned}$$

por lo tanto

$$E_5 = \begin{matrix} \text{El valor mayor de} & 15 \\ & 30 \\ & = 30 \end{matrix}$$

Siguiendo el mismo procedimiento encontramos un valor de $E_6 = 35$ que resulta de sumar el valor de la duración de la actividad (5,6) a l valor de E_5 . Como solo esta actividad llega al evento 6 no tenemos que hacer ninguna comparación.

Procedimiento práctico

En la vida real, no se escriben relaciones de este tipo. Un procedimiento más practico es el siguiente:

- 1er. Paso: En cada evento, principiando por el primero y usando el valor de E de ese evento, encontrar el tiempo de terminación más próximo de todas las actividades que se inician en ese evento. Escriba los valores con un lápiz suavemente cerca de la punta de la flecha correspondiente a cada uno de ellos. Pase al evento siguiente.
- 2o. Paso: Elija el valor mayor de la terminaciones más próximas de todas las actividades que terminan en ese evento. coloque este valor en el lugar adecuado en la marca del evento. Borre los valores auxiliares marcados en el diagrama. A continuación repita en este evento el paso 1, y así sucesivamente.

La cantidad E en el último evento

Siguiendo el método anterior podemos terminar de calcular los valores de E para toda la red. Por definición, es la iniciación más próxima de las actividades que parten del evento 6. Pero como del evento 6 no parte ninguna actividad por ser el ultimo evento del diagrama de flechas. Es lógico suponer que el valor de E en el último evento es la terminación más próxima del proyecto.

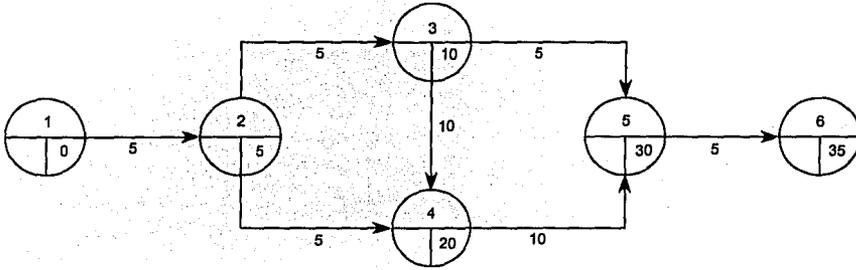


Figura 3.12 Valores de E para toda la red

La cantidad E y las actividades ficticias

El manejo de las actividades ficticias no presenta ningún problema en la determinación de E. Las actividades ficticias se manejan como si fueran actividades reales con una duración nula.

En la figura 3.13 se muestran 4 casos en los que se determinan los valores de E en eventos a los que llegan actividades ficticias.

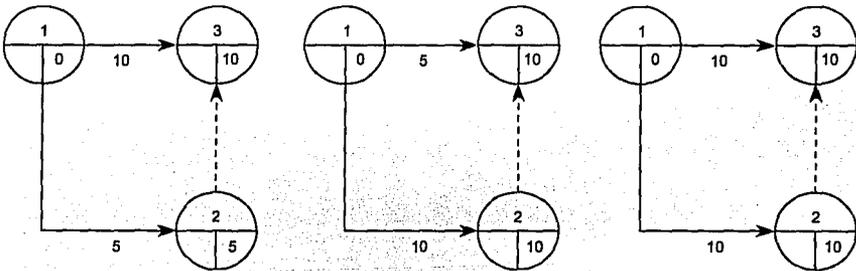


Figura 3.13 Ejemplos de E para redes con una actividades ficticias

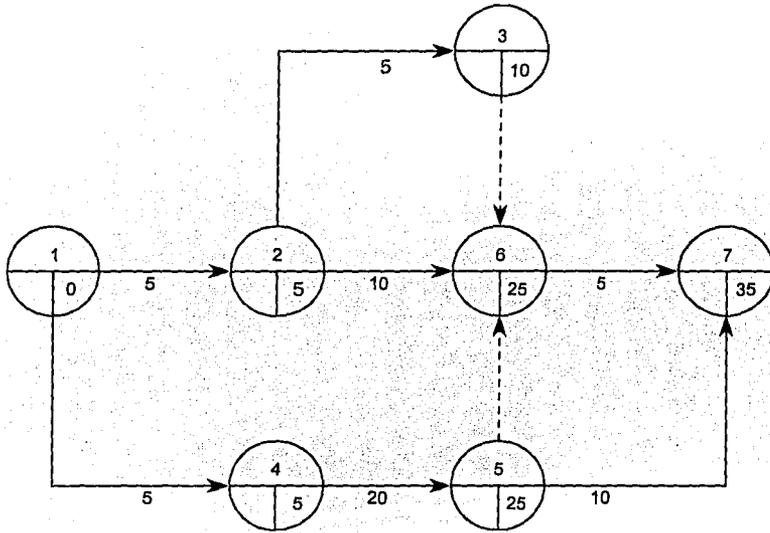


Figura 3.14 Ejemplos de E para una red con actividades ficticias

Resumen de reglas para encontrar la iniciación más próxima

- Regla 1.-** Las iniciaciones de todas las actividades que parten de un evento se representan con el símbolo E, y un subíndice que especifica el número del evento en cuestión.
- Regla 2.-** Los valores de E en los eventos se encuentran procediendo en orden de acuerdo con el número asignado a los eventos, no importando cómo este numerado el diagrama.
- Regla 3.-** E evento considerado = el valor mayor de (E.F. de todas las actividades que terminen en dicho evento).
Esta fórmula significa que, en un evento dado, el tiempo de iniciación más próxima de las actividades que a partir de él inician depende de la terminación de todas las actividades que concurren al evento, por lo que el tiempo de iniciación más próxima es numéricamente igual al valor mayor de los tiempos de terminación más próximos de todas las actividades que terminen en ese evento.
- Regla 4.-** E último evento = a la terminación más próxima del proyecto completo.

Regla 5.- Las actividades ficticias se tratan como si fueran actividades reales pero con duración nula.

Capítulo IV

Fecha de iniciación más alejada

Una vez determinados los tiempos de iniciación más próximos, de cada una de las actividades, el siguiente paso es establecer que tan críticas son las actividades; esto es, determinar si es posible una variación en su tiempo de iniciación. A esta variación se le denomina margen u holgura total, y cualquier actividad que carece de este margen (su holgura total es = 0) es una actividad crítica. Cualquier cadena de actividades críticas, entre el primer y último evento, es lo que denominamos ruta crítica.

Para poder obtener la holgura total de cualquier actividad se requiere de la siguiente información:

- a) El tiempo o fecha de iniciación más próximo
- b) El tiempo o fecha de iniciación más alejado

La fecha de iniciación más próxima de cada actividad se determina encontrando la cantidad E de cada evento de la red.

El tiempo de iniciación más alejado puede encontrarse restando la duración de la actividad del tiempo de terminación más alejado posible. De manera que el siguiente objetivo es el determinar como encontrar los tiempos de terminación más alejados de todas las actividades de un proyecto.

Como en el capítulo anterior utilizaremos el ejemplo de los trenes como auxiliar en el desarrollo de las reglas para determinar los tiempos de terminación más alejados de las actividades de un proyecto. Considérese la figura 3.1.

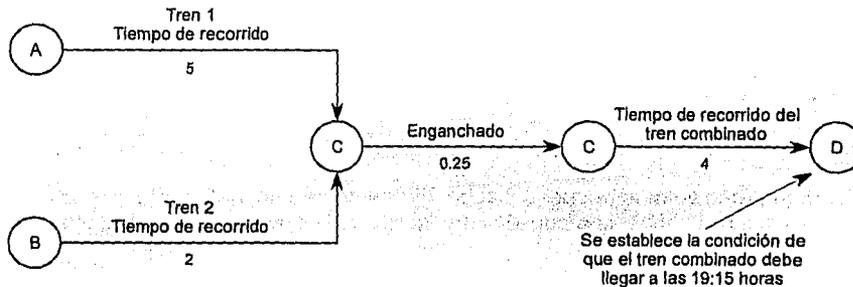


Figura 4.1 Ejemplo de los trenes tomando como unidad la hora

El problema en este caso es arreglar la llegada del tren combinado a la ciudad D a más tardar las 19:15. Ya que el tiempo recorrido de la ciudad C a la D es de cuatro horas, la terminación más alejada posible del enganchado es a las 15:15. Esto se encuentra restando la duración del recorrido de la hora a la que debe de llegar el tren es decir las 19:15 - 4 horas.

Nota: En este ejemplo se toma la nomenclatura de 24 horas para representar las horas del día, en lugar, de la de 12 horas colocando A.M. y P.M. por ayudar a simplificar los cálculos y representaciones del problema.

Siguiendo la misma metodología, la llegada más alejada posible de los dos trenes a la ciudad C es las 15:00 horas. Esto se encuentra restando la duración del enganchado, 15 minutos, del tiempo de terminación más alejada posible de la misma operación, las 15:15 horas.

Si la llegada más alejada de ambos trenes a la ciudad C es las 15:00 horas, retrocediendo podemos determinar la hora de salida del tren 1 de la ciudad A y la del tren 2 de la ciudad B. Si el tren 1 tarda 5 horas en el trayecto de la ciudad A a la ciudad C, y su llegada más alejada posible a la ciudad C es a las 15:00 horas. El tren debe estar listo para salir a más tardar a las 10:00 horas. De una manera semejante, todo el trabajo necesario para hacer salir el tren 2 de la ciudad B debe terminarse alrededor de las 13:00 horas. Los resultados finales de este procedimiento se muestran en la figura 4.2.

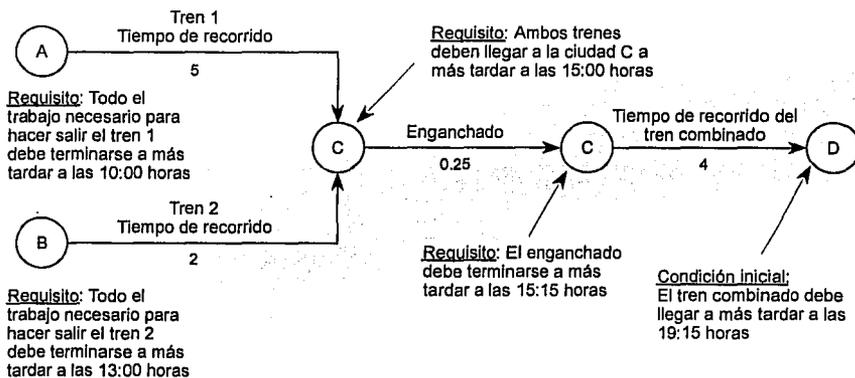
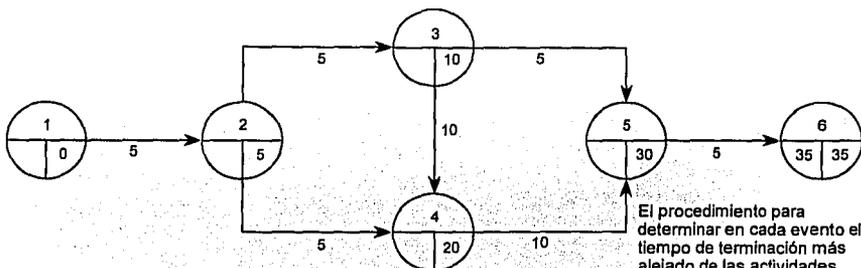


Figura 4.2 En esta figura se muestran todos los requerimientos para poder cumplir la condición de que el tren combinado llegue a la ciudad D a las 19:15 horas.

Si se recapitula el procedimiento anterior tenemos que fue como sigue.

- a) En la ciudad D, destino final, fue impuesta la condición de terminación: quedo establecido que el tiempo de llegada más alejado posible es a las 19:15 horas.
- b) En la ciudad C la terminación más alejada de la operación de enganchado es a las 15:15 horas, esta hora se obtuvo de restar el tiempo de recorrido entre la ciudad C y la ciudad D (cuatro horas) de la condición inicialmente establecida.
- c) Con la condición impuesta de tener terminado el trabajo de enganchado de la ciudad C a más tardar a las 15:15 horas, por lo que determinamos que los trenes 1 y 2 deben de estar en la ciudad C a más tardar a las 15:00 horas. Esto se obtuvo de restar el tiempo necesario para realizar la operación de enganchado, 15 minutos, del tiempo más alejado de terminación requerido para esta operación
- d) Retrocediendo, se encontró que el tren 1 debe salir de la ciudad A a más tardar las 10:00 horas.
- e) De la misma manera, se dedujo que el tren 2 debe partir de la ciudad B a más tardar las 13:00 horas.

Todo este procedimiento se puede resumir como sigue: en el destino final se estableció una condición de terminación total (la llegada a más tardar a las 19:15 horas a la ciudad D). Todas las condiciones relativas a la terminación más alejada de cada actividad se encontraron retrocediendo a través de la red, restando el tiempo requerido de los para ejecutar cada una de las actividades de las condiciones de terminación encontradas.



El procedimiento para determinar en cada evento el tiempo de terminación más alejado de las actividades que ahí terminan, se inicia estableciendo un tiempo de terminación más alejado par el proyecto completo

Figura 4.3 Ejemplo utilizado para la obtención de las fechas de terminación más próximas

El proyecto mostrado en la figura 4.3 es el mismo que se usó para obtener los procedimientos de determinación de las fechas de iniciación más próximas de las actividades. Por medio de este procedimiento encontramos que el tiempo de terminación más próximo de este proyecto es 35 (E_6) unidades de tiempo, en este caso el día fue seleccionado como unidad de tiempo.

Si el proyecto puede ser realizado en 35 días, no tenemos necesidad de emplear más de 35 días en su ejecución. Por esta razón, se considera la condición inicial de una fecha de terminación más alejada posible igual a 35.

Sin embargo, existen muchas ocasiones en que es necesaria una fecha de terminación menor a la fecha de terminación más próxima del proyecto, pero eso se vera posteriormente.

Por el momento parece razonable y realista el decir que la terminación más alejada posible del proyecto es igual a la fecha de terminación más próxima posible. De la misma manera que antes designamos la nomenclatura de E para designar las fechas de terminación más próximas de los eventos ahora designaremos el símbolo L para designar las fechas de terminación más alejadas de todas las actividades que terminan en algún evento. De acuerdo con esta notación al proyecto de la figura 4.3, llegamos a lo siguiente:

- La terminación más alejada de la actividad (5,6) es L_6
- La terminación más alejada de las actividades (3,5) y (4,5) es L_5
- La terminación más alejada de las actividades (2,4) y (3,4) es L_4
- La terminación más alejada de la actividad (2,3) es L_3
- La terminación más alejada de la actividad (1,2) es L_2

El problema ahora es establecer un método para encontrar L para cada evento del proyecto. La primera regla para ello ya ha sido establecida:

$$L_{\text{último evento}} = E_{\text{último evento}}$$

En el caso del proyecto de la figura 4.3 $L_6 = E_6 = 35$. De la misma manera que se hizo con las fechas de iniciación más próximas, estableceremos una ubicación determinada para colocar este valor en todos los eventos como se muestra en la figura 4.4. No obstante también son utilizadas otras notaciones como la de representar E con un rectángulo y L con un círculo, colocando ambos sobre el evento en cuestión. como se muestra en la figura 4.5

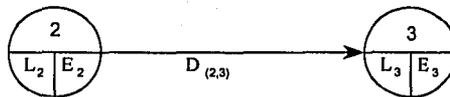
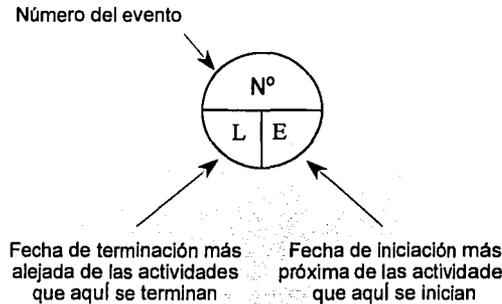


Figura 4.4 Convenciones adoptadas para identificar los valores de E y L en todos los eventos

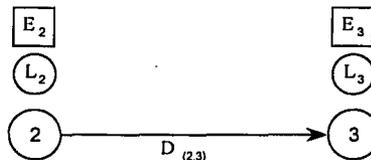


Figura 4.5 Otras convenciones utilizadas para identificar los valores de E y L en todos los eventos

A continuación obtendremos para los eventos 4 y 5 siguiendo el mismo procedimiento que en el caso de los trenes. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} L_5 &= L_6 + D_{(5,6)} \\ &= 35 - 5 \end{aligned}$$

$$= 30$$

y

$$\begin{aligned} L_4 &= L_5 + D_{(4,5)} \\ &= 30 - 10 \\ &= 20 \end{aligned}$$

En los dos casos anteriores se pudo obtener el valor de L directamente por no existir, en ambos, casos más de una actividad que partiera de los eventos 4 y 5 como se puede ver en la figura 4.6.

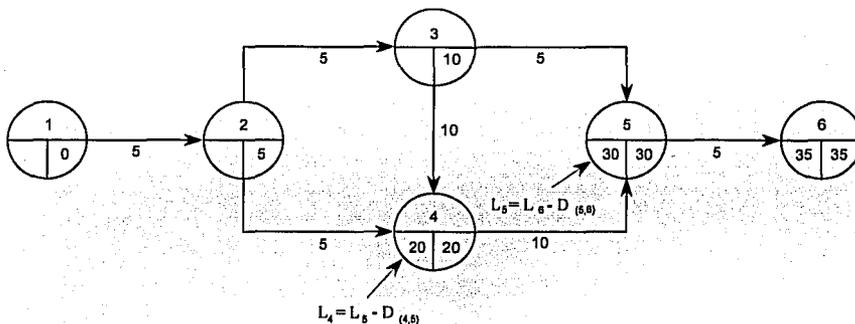


Figura 4.6 Obtención de los valores de L_4 y L_5 .

De la misma manera que en el caso de las fechas de terminación más próximas se usara una abreviación de la forma siguiente:

- L.F. = Tiempo de terminación más alejada (latest finish)
- L.S. = Tiempo de iniciación más alejada (latest start)
- L.F. (4,5) = Terminación mas alejada de la actividad (4,5)
- L.S. (4,5) = Iniciación mas alejada de la actividad (4,5)

Consideremos el evento 3 del cual parten la actividad (3,4) y la actividad (3,5). Tenemos que:

$$L_5 = 30$$

Por lo que

$$\begin{aligned} L.S. (3,5) &= L_5 - D_{(3,5)} \\ &= 30 - 5 \end{aligned}$$

$$= 25$$

Por otro lado, tenemos que:

$$L_4 = 20$$

Por lo que

$$\begin{aligned} L.S. (3,4) &= L_4 - D (3,4) \\ &= 20 - 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

¿Cuál es, entonces, el valor correcto de L_3 ? Suponga que L_3 es igual a 25, la mayor de las 2 respuestas posibles. Esto significa que la actividad (2,3) puede terminarse tan tarde como el tiempo 25, lo cual a su vez significa que la actividad (3,4) no puede comenzar sino hasta el tiempo 25. Pero anteriormente encontramos que el tiempo de iniciación más alejado posible de la actividad (3,4) es 10, por lo que tenemos una contradicción. Por lo anterior se deduce que L_3 no es igual a 25 como se ilustra en la figura 4.7.

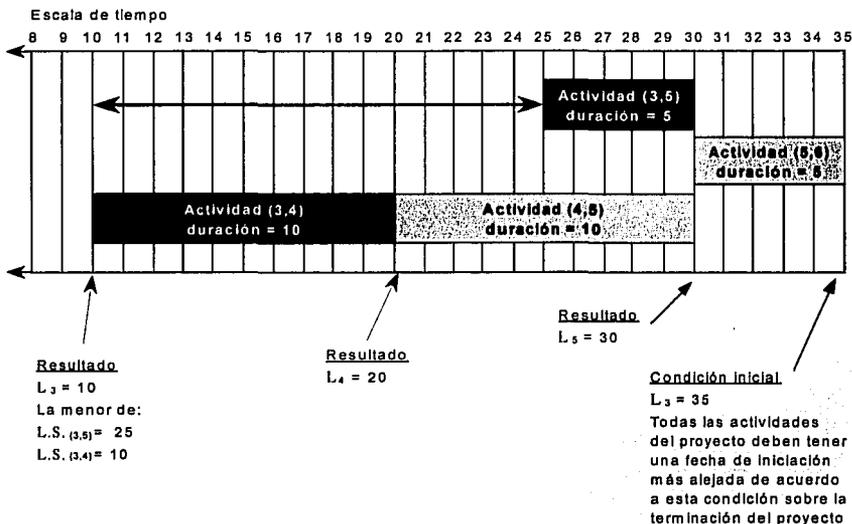


Figura 4.7 Exposición visual de L_3 .

En consecuencia de lo anterior, obtenemos que L_3 es igual a 10, la menor de las 2 posibilidades en el evento 3. La terminación más alejada de un evento,

debe ser igual a la menor de las iniciaciones más alejadas de las actividades que parten del evento. Por lo tanto:

$L_{\text{evento considerado}}$ = Valor menor de las iniciaciones más alejadas de todas las actividades que se originan en el evento considerado.

Utilizando la regla anterior:

$$L_3 = \text{El valor menor de } \begin{matrix} L.S. (3,4) \\ L.S. (3,5) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} L.S. (3,4) &= L_4 - D_{(3,4)} \\ &= 20 - 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} L.S. (3,5) &= L_5 - D_{(3,5)} \\ &= 30 - 5 \\ &= 25 \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} L_3 &= \text{El valor menor de } \begin{matrix} 10 \\ 25 \end{matrix} \\ &= 10 \end{aligned}$$

De una manera análoga, en el evento 2:

$$L_2 = \text{El valor menor de } \begin{matrix} L.S. (2,3) \\ L.S. (2,4) \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} L.S. (2,3) &= L_3 - D_{(2,3)} \\ &= 10 - 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} L.S. (2,4) &= L_4 - D_{(2,4)} \\ &= 20 - 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\begin{aligned} L_2 &= \text{El valor menor de } \begin{matrix} 5 \\ 15 \end{matrix} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Del evento 1 solo parte una actividad por lo tanto:

$$\begin{aligned} L_1 &= L_2 + D_{(1,2)} \\ &= 5 - 5 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Todos los resultados de las fechas más alejadas de iniciación se encuentran en la figura 4.8

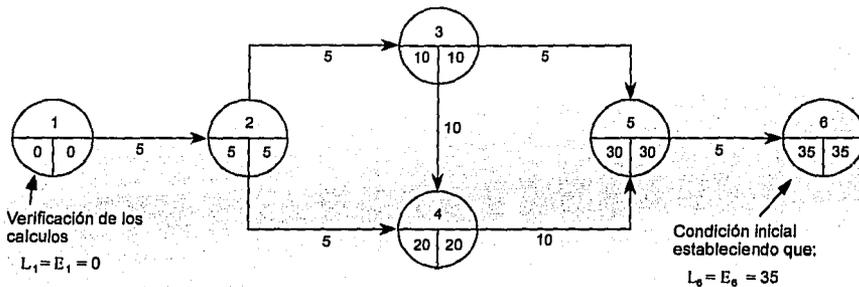


Figura 4.8 Valores de L para todo el proyecto

Al llegar al primer evento podemos verificar el procedimiento aritmético. En realidad, no es sorpresa el que la iniciación más alejada de al menos uno los trabajos que inicien en el primer evento sea cero, ya que este hecho se estableció al establecer que L y E en el ultimo evento sean iguales. Por lo tanto el resultado de L en el primer evento por lógica debe ser 0.

Un estudio más detallado de los resultados obtenidos revela lo siguiente.

- a) En cualquier evento, el valor de L define la terminación más alejada de todas las actividades que llegan al evento.
- b) En cualquier evento, el valor de L es igual al tiempo de iniciación más alejado de cuando menos una de las actividades que de ellas parten.

Como, no necesariamente, el valor de L en un evento de donde parten varias actividades es el valor de la iniciación más alejada de todas ellas es mejor considerar, como se vio anteriormente, que el valor de la fecha de iniciación más alejada es el resultado de restar la duración de la actividad del valor de L correspondiente al evento al cual desemboca la actividad.

$$L.S. \text{ actividad considerada} = L \text{ evento de terminación} - D \text{ actividad considerada}$$

Resumen de reglas para encontrar la iniciación más alejada

Regla 1.- La iniciación más alejada de una actividad es igual a la terminación más alejada menos la duración.

Regla 2.- La fecha de terminación más alejada de todas las actividades que terminan en el mismo evento esta representada por la cantidad L de dicho evento.

Regla 3.- El procedimiento se inicia estableciendo que:
 $L_{\text{último evento}} = E_{\text{último evento}}$

Regla 4.- Los valores de L se determinan en cada evento retrocediendo en orden, a través de la red, desde el último evento hasta el primero.

Regla 5.- En cada evento L se define como:

$L_{\text{evento considerado}} = \text{Valor menor de las iniciaciones más alejadas de todas las actividades que se originan en el evento considerado.}$

Esto implica que, en cualquier evento, el tiempo de terminación más alejado de las actividades que ahí terminan afectará la iniciación de todas las actividades que se inician en ese evento: así como el tiempo de terminación más alejado de las actividades que terminan en el mismo, necesariamente es numéricamente igual al menor valor de las iniciaciones más alejadas de las actividades que se inician en ese evento.

Regla 6.- Necesariamente, $L_{\text{primer evento}} = E_{\text{primer evento}} = 0$

Regla 7.- Los valores de la fecha de iniciación más alejada se obtienen de la relación :

$L.S. \text{ actividad considerada} = L_{\text{evento de terminación}} - D_{\text{actividad considerada}}$

o bien de la relación

$L.S. \text{ actividad considerada} = L.F. \text{ actividad considerada} - D_{\text{actividad considerada}}$

Capítulo V

Holguras y ruta crítica

Una vez determinados las fechas de iniciación más próximas y de iniciación más alejadas de cada una de las actividades del proyecto, es posible establecer lo siguiente:

- a) Cuando una actividad es crítica , por lo tanto podemos establecer la ruta crítica del proyecto.
- b) La variación real del tiempo de las actividades, que se utilizaran para nivelar la asignación de recursos al proyecto.

En este capítulo analizaremos las holguras (márgenes) disponibles en cada actividad, si es que existen, así como la relación de esta holgura con el resto de las actividades del proyecto.

A la variación de tiempos de iniciación de una actividad se le denomina holgura total. A través de los procedimientos de cálculo de los capítulos anteriores se encontró que para cualquier actividad.

$$\text{Fecha de iniciación más próxima} = E_{\text{evento de iniciación}}$$

y que la

$$\text{Fecha de iniciación más alejada} = L_{\text{evento de terminación}} - D_{\text{actividad considerada}}$$

Por lo tanto

$$\text{Holgura total} = \text{iniciación más alejada} - \text{iniciación más próxima}$$

$$\text{Holgura total} = L_{\text{evento de terminación}} - D_{\text{actividad considerada}} - E_{\text{evento de iniciación}}$$

Considere la figura 5.1, en donde se ilustra la situación de un actividad general, en donde se designa como *i* al número del evento en el cual inicia una actividad y como *j* al número del evento en donde termina una actividad.

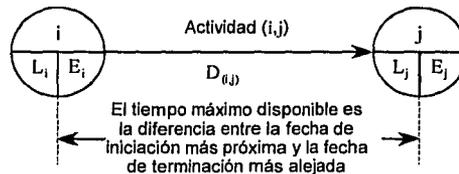


Figura 5.1 Representación de las actividades en términos de *i* y *j*

En términos de la notación anterior:

$$\text{Holgura total } (i,j) = [L_j - D_{(i,j)}] - E_i$$

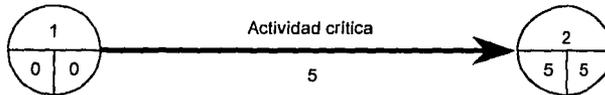
El tiempo máximo disponible para ejecutar cualquier actividad es la diferencia entre la terminación más alejada (L_j) y la iniciación más próxima (E_i). Si ha esta cantidad restamos la duración de la actividad, el resultado es el exceso de tiempo disponible para realizar la actividad, por lo que esta podría ser otra forma de obtener la holgura total de una actividad. La holgura total de una actividad puede definirse también como la diferencia entre las fechas de terminación de una actividad. Todas estas formas para obtener la holgura total de una actividad podemos resumirlas como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Holgura total} &= \text{Tiempo disponible máximo} - \text{duración} \\ &= \text{Terminación más alejada} - \text{terminación más próxima} \\ &= \text{Iniciación más alejada} - \text{Iniciación más próxima} \end{aligned}$$

En términos de i y j .

$$\begin{aligned} \text{Holgura total } (i,j) &= [L_j - E_i] - D_{(i,j)} \\ &= L_j - [E_i + D_{(i,j)}] \\ &= [L_j - D_{(i,j)}] - E_i \end{aligned}$$

Cada una de estas relaciones es útil para propósitos específicos. La definición de la holgura total como el exceso de tiempo disponible con respecto al requerido, es útil para entender la verdadera naturaleza de la holgura total. La relación en términos de la diferencia de tiempos de iniciación, es de importancia para mostrar el uso de la holgura total en la programación. La holgura total considerado considerada como la diferencia entre los tiempos de terminación, sin embargo, es la definición que se usa para determinarlo, al mismo tiempo que se utiliza para determinar la ruta crítica a partir del diagrama.



$E_1 = 0$ = Fecha de iniciación más próxima de la actividad (1,2)

La fecha de terminación más proxima de la actividad (1,2) esta dada por la suma de la cantidad E y la duración por lo que en este caso es igual a 5

$L_2 =$ Fecha de terminación más alejada de todas las actividades que terminan en este evento, en este caso solo la actividad (1,2).

En esta actividad al comparar la fecha de terminación más proxima y la fecha de terminación más alejada se observ que no existe diferencia, por lo que esta actividad es crítica.

Figura 5.2 Procedimiento para determinar la holgura total de una actividad y determinar si es una actividad crítica o no.

La ruta crítica

Considere la figura 5.2 en la cual se indica el procedimiento práctico para la determinar la holura total y señalar las actividades críticas.

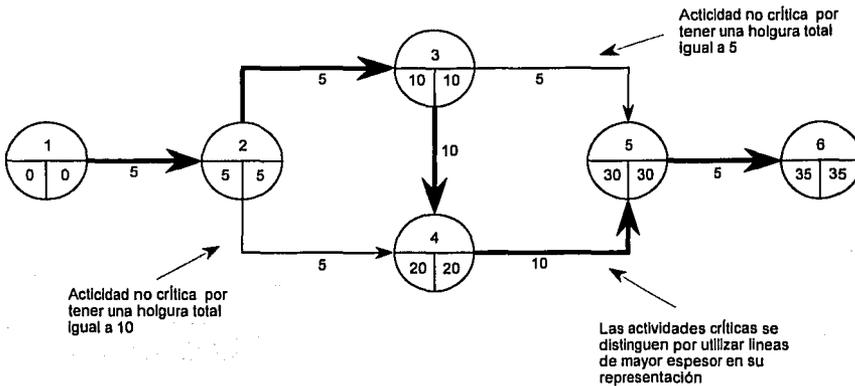


Figura 5.3 Determinación de la ruta crítica del proyecto 510

En la figura 5.3 se muestra la determinación de la ruta crítica para el proyecto utilizado como ejemplo en los dos capítulos anteriores.

De analizar la definición de holura total y tomando en cuenta que para que una actividad sea crítica esta holura debe ser igual a cero, es evidente existen dos condiciones para determinar en el diagrama si una actividad es crítica:

- Los valores de E y L son idénticos tanto en la cola como en la punta de la flecha que representa una actividad.
- La diferencia entre los números de la cola y la punta de la flecha debe ser igual a la duración de la actividad.

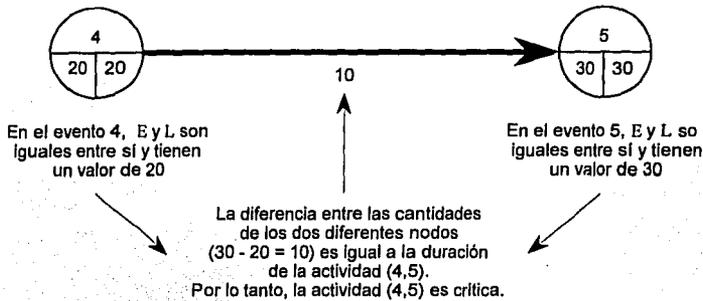


Figura 5.4 Ejemplo de una actividad crítica

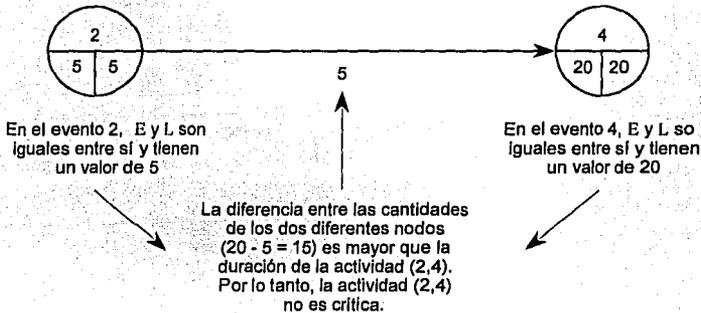


Figura 5.5 Ejemplo de una actividad no crítica

Lo anterior se muestra en las figuras 5.4 y 5.5. Por lo tanto el procedimiento para determinar si una actividad es crítica o no es el siguiente:

- 1.- Considere las actividades cuyos valores de E y L sean iguales tanto en la cola como en la punta de la flecha. Por ejemplo en una actividad (i,j) , $E_i = L_i$ y $E_j = L_j$
- 2.- Encuentre la diferencia entre los valores de la cola y la punta de la flecha.
- 3.- Compare la diferencia obtenida con la duración de la actividad, si es igual la actividad es crítica.

Para demostrar la validez de esta solución deben tomarse en cuenta las siguientes consideraciones:

- a) En la actividad (i,j), E_i es el tiempo de iniciación más próximo, y su terminación más próxima se encuentra sumándole la duración. En donde:

$$E.F. (i,j) = E_i + D (i,j)$$

- b) Cuando una actividad es crítica no tiene variación en el tiempo de iniciación. Para la actividad (i,j) esto significa que:

Fecha de iniciación más próxima = Fecha de iniciación más alejada

$$E_i = L_j - D (i,j)$$

despejando la duración

$$D (i,j) = L_j - E_i$$

- c) En el evento j, si la actividad (i,j) es crítica, la terminación más alejada de la actividad (i,j) debe ser igual a la iniciación más próxima de todas las actividades que le siguen inmediatamente (los que inician en el evento j), de otra manera, la holgura total de la actividad (i,j) sería diferente de cero. Esto equivale a decir que en el evento j

$$E_j = L_j$$

- d) Como resultado de lo anterior, en el caso de que la actividad (i,j) sea crítica se tiene que:

$$D (i,j) = L_j - E_i = E_j - E_i$$

- e) De una manera semejante

$$D (i,j) = L_j - L_i$$

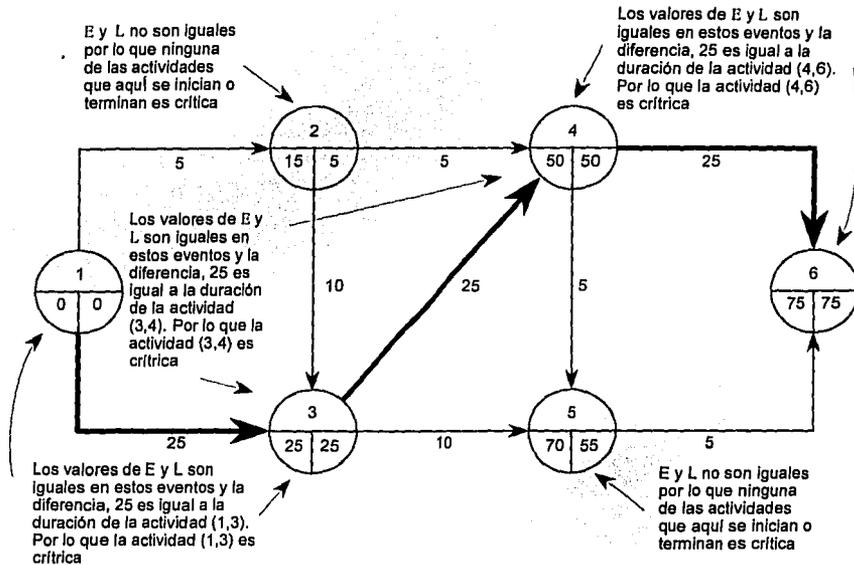


Figura 5.6 Otro ejemplo de la determinación de una ruta crítica (proyecto 520).

Holgura total y ruta crítica

La holgura total es el exceso de tiempo disponible sobre el tiempo necesario para terminar una actividad, y su existencia indica que existe cierta libertad al programar la iniciación de una actividad no crítica. La ausencia de la holgura total indica que al programar no nos es posible escoger la fecha de iniciación, si es que se quiere cumplir con el tiempo de terminación más próximo de todo el proyecto. Si no existe holgura, la actividad es crítica. La sucesiones de actividades críticas forman lo que se denomina como ruta crítica. Mientras que en un proyecto es posible que existan más de una ruta crítica, ninguna actividad puede ser crítica sin pertenecer a una ruta crítica, de esto surgen ciertos hechos evidentes:

- 1.- La duración total del proyecto es igual a la suma de las duraciones a lo largo de una ruta crítica, desde la iniciación del proyecto hasta su terminación: esto es, una ruta crítica es la cadena más de actividades con más duración desde el principio hasta el final de un proyecto.
- 2.- Una demora en la iniciación, o terminación, de una actividad crítica, retrasará la terminación del proyecto en conjunto en una cantidad igual.

- 3.- Si se aplican más recursos para reducir la duración total del proyecto, deben seleccionarse para ello actividades críticas.
- 4.- Debe darse prioridad de asignación de recursos a las actividades críticas. Si los recursos son limitados, entonces las actividades críticas quedan rígidamente programadas por su fecha de iniciación más próxima, y las actividades no críticas se programan para igualar niveles de recursos.

Considere el proyecto 520 de la figura 5.6 y los valores obtenidos en la tabla siguiente para tres de las actividades de ese proyecto.

Considere las actividades (1,2) y (2,3) como una cadena de actividades, juntas tienen una duración total de 15 unidades de tiempo, en este caso días, la suma de sus holguras individuales es de 20. Sin embargo, E_3 el tiempo de iniciación más próximo de las actividades (3,4) y (3,5) es 25. Por lo tanto, el tiempo disponible para realizar las actividades (1,2) y (2,3) es de 25 días. El tiempo que requieren para realizarse estas actividades es de 15 días, de tal modo que la holgura es de 10 días, sin embargo la suma de sus holguras es de 20 días. Aparentemente en lo anterior existe una contradicción.

No hay contradicción en lo anterior, si se toma en cuenta que la holgura total de una actividad es una medida de su relación particular con todas las demás actividades del proyecto, ya que el tiempo de iniciación más próximo de la actividad, se liga a todas las actividades precedentes, y el tiempo de terminación más alejado de la actividad, se liga a todos los trabajos subsecuentes.

Se debe recordar que la holgura existente en la actividad (1,2) surge de su relación con otras actividades, particularmente con la actividad (2,3). En consecuencia, si se usa toda la holgura disponible de la actividad (1,2) incrementando su duración, la actividad (2,3) tiene que iniciarse hasta su fecha de iniciación más alejada, por lo que carece entonces de una holgura, esta situación puede verse más claramente en la figura 5.7.

Escala de tiempo

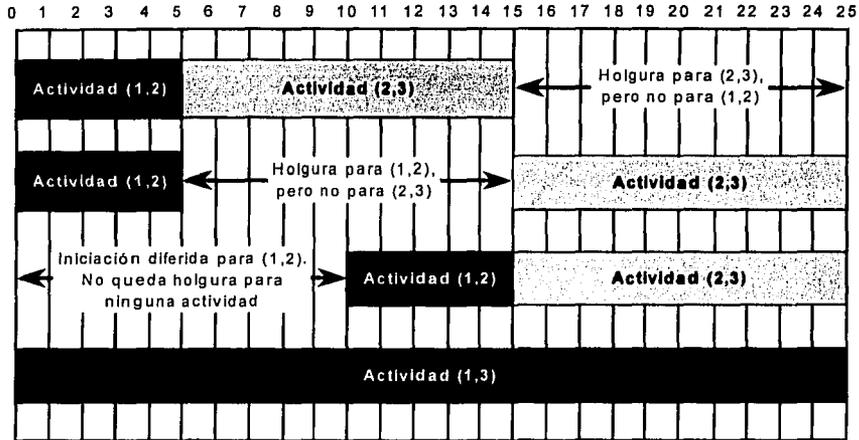


Figura 5.7 La holgura total de una actividad solo tiene significado cuando se observa su relación con otras actividades.

De la misma manera, si la actividad (1,2) se inicia en su fecha de iniciación más alejada, una vez más la actividad (2,3) no puede iniciarse antes de su fecha de iniciación más alejada por lo que ninguna de las actividades consideradas en este caso tiene holgura después de iniciadas. Esto puede resumirse diciendo que una actividad con una holgura total diferente de cero puede interferir en la holgura de las actividades subsiguientes.

Actividad	Duración	Fechas más próximas		Fechas más alejadas		Holgura total
		Inicio	Terminación	Inicio	Terminación	
(1,2)	5	0	5	10	15	10
(2,4)	5	5	10	45	50	40

Se examinarán a continuación las actividades (1,2) y (2,4) como una cadena de actividades. Supongamos que la actividad (1,2) se inicia lo más tarde posible, lo que corresponde al tiempo 10. Entonces, la actividad (2,4) no puede iniciarse sino hasta el tiempo 15; y por tener una duración de 5 días y una fecha de terminación más alejada de 50, resulta que ahora tiene una holgura de 30.

El diferir la iniciación de la actividad (1,2) hasta su tiempo de iniciación más alejado, ha dado surgimiento a un factor de interferencia de 10 unidades en las actividades (2,3) y (2,4).

La situación relativa a las actividades (1,2), (2,3) y (2,4) del proyecto anterior puede apreciarse en la figura 5.8.

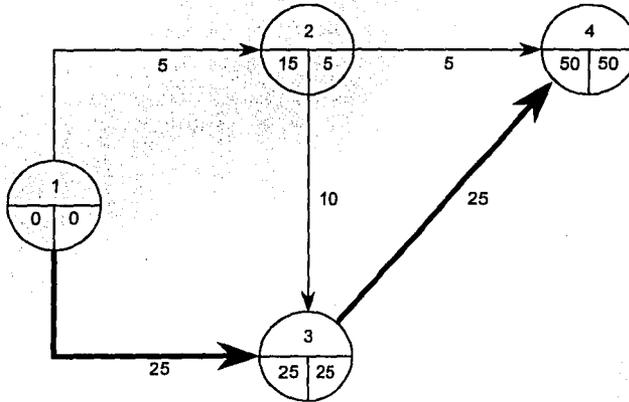


Figura 5.8 Situación relativa a las actividades (1,2), (2,3) y (2,4).

Holgura de interferencia o holguras de eventos

En el evento 2 se observa que $E_2 = 5$ y $L_2 = 15$ lo que significa que las actividades que terminan en el evento 2 pueden terminarse a más tardar en el tiempo 15, y las actividades que de él parten podrían iniciarse tan pronto como el tiempo 5. En este evento existe un factor de interferencia de $L_2 - E_2 = 10$. De esta manera si la actividad (1,2) termina en 15, la iniciación más próxima posible para (2,3) y para (2,4) es 15 y no el valor $E_2 = 5$.

Al valor que se obtiene de la diferencia entre los valores E y L en cualquier evento es llamada "holgura del evento". Aun cuando este valor puede considerarse como una función propia del evento es de mayor importancia el hecho de que cuantifica la interferencia potencial de las actividades que llegan al evento, sobre las actividades posteriores. A este valor se le identifica bajo el nombre de "holgura de interferencia" y se le asigna a las actividades que terminan en el evento en cuestión. Se podría decir que el evento 2 tiene una holgura de 10, pero resulta más significativo decir que la actividad (1,2) tiene una holgura de interferencia de 10.

Este aparente juego de palabras puede ser aclarado considerando la razón de la planeación. Se planea un proyecto para determinar los recursos que necesita y su orden o tiempo de utilización. A continuación, se asignan los recursos disponibles, de acuerdo con las necesidades mostradas con el plan de trabajo, hasta los límites disponibles. La cuestión es bastante simple: Se busca obtener un programa final que muestre la asignación adecuada de recursos. Esto significa que programaremos actividades, ¡no eventos!. Mientras que la

holgura de un evento como tal no es realmente útil en la programación, si lo es el que seleccionemos un tiempo de iniciación de alguna actividad, que sea posterior a su fecha de iniciación más próxima posible, lo que nos interesa saber, es la posible interferencia que el desplazamiento en la fecha de iniciación de esta actividad provoca en todas las actividades subsecuentes.

Algunos autores proclaman que la holgura de un evento es importante, por si misma, al apresurar el cumplimiento de un tiempo de terminación impuesto. Pero la realidad es que nunca podremos apresurar un evento lo único que podemos hacer es acortar la duración de las actividades. Solamente podemos apresurar un proyecto si apresuramos las actividades que se van a ejecutar.

Holgura libre

Se considerarán ahora las actividades (1,2) y (2,3) del ejemplo anterior como se muestra en la figura 5.9. La fecha de iniciación de la actividad (1,2) es igual a 0, y la de la actividad (2,3) es 5. Si la actividad (2,3) inicia en el tiempo 5, la holgura de la actividad (1,2) es igual a 0.

Al valor de la holgura, cuando todas las actividades inician tan pronto como sea posible, se le denomina "holgura libre". En la actividad (1,2) resulta una holgura libre con un valor de 0.

En el evento 3, las actividades subsecuentes pueden iniciarse tan pronto como el tiempo 25. La actividad (2,3) puede iniciarse tan pronto como el tiempo 5. Por lo tanto la holgura libre de la actividad (2,3) tiene un valor de 10.

Por definición, la holgura libre es el exceso del tiempo disponible sobre el tiempo requerido para realizar una actividad cuando todos los trabajos se inician tan pronto como es posible. Si lo anterior lo expresamos con una formula se obtiene lo siguiente:

$$\text{Holgura libre de } (i,j) = E_j - E_i - D_{(i,j)}$$

Si se considera la actividad (1,2) que tiene una holgura total de 10, una holgura libre de 0 y una holgura de interferencia de 10. La holgura de interferencia se encontró, determinando que todas las actividades sucesivas podrían iniciarse en el tiempo 5 ($E_2 = 5$), mientras que la actividad (1,2) podría terminar a mas tardar el tiempo 15 ($L_2 = 15$). Sin embargo, la holgura libre se encontró ignorando el hecho de que la actividad (1,2) podría terminarse en el tiempo 15, y tomando en cuenta, el que la misma actividad puede iniciarse en el tiempo 0 y el que la actividad (2,4) podría iniciarse en el tiempo 5. De lo anterior se observa que la holgura libre más la holgura de interferencia es igual a la holgura total de una actividad. Esto puede expresarse de una manera algebraica como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{Holgura total}_{(i,j)} &= [L_j - E_i] - D_{(i,j)} \\
 &= [E_j - E_i] + [[L_j - E_i] - D_{(i,j)}] \\
 &= [E_j - E_i - D_{(i,j)}] + [L_j - E_j] \\
 &\quad \text{Holgura libre} + \text{Holgura de interferencia}
 \end{aligned}$$

esta fórmula se ilustra en las figuras 5.9 y 5.10

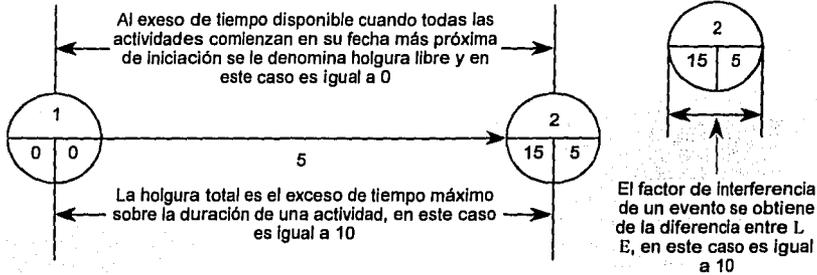


Figura 5.9 Obtención de la holgura total, holgura libre y holgura de interferencia de la actividad (1,2).

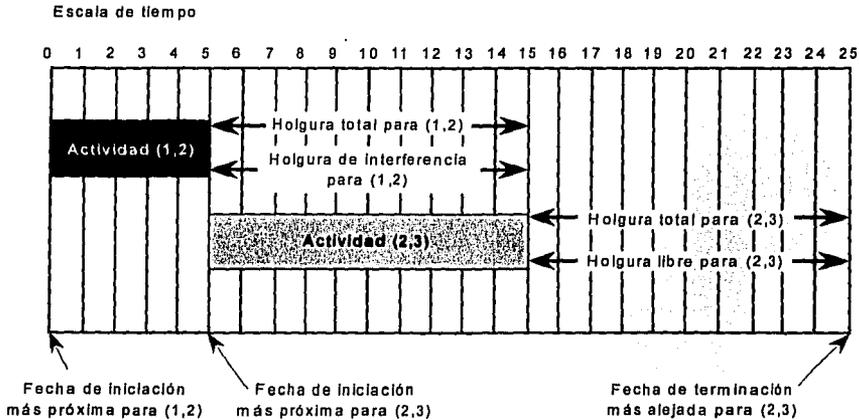


Figura 5.10 Relaciones entre holgura total, holgura libre y holgura de interferencia.

Holgura independiente

Hasta este momento, para cualquier actividad, se ha considerado lo siguiente:

- 1.- Comenzar tan pronto como sea posible, o bien terminar tan tarde como sea posible para encontrar la holgura total.
- 2.- Iniciar todas las actividades lo más pronto posible para encontrar la holgura libre.

Lo que nos interesa a continuación es obtener la holgura disponible cuando todas las actividades precedentes terminan lo más tarde posible y las actividades subsecuentes inician lo más pronto posible, al exceso mínimo de tiempo disponible sobre la duración se le denomina holgura independiente. como se muestra en la figura 5.11 La holgura independiente resulta útil por proporcionar una medida de la variación del tiempo de iniciación de las actividades, sin afectar la iniciación, la terminación o la holgura de ningún otro trabajo del proyecto. La holgura independiente es la única de la cual podemos disponer sin afectar en ningún aspecto otra actividad del proyecto. La formula para obtener esta holgura, si es que la hay, es:

$$\text{Holgura independiente } (i,j) = [E_j - L_i] - D_{(i,j)}$$

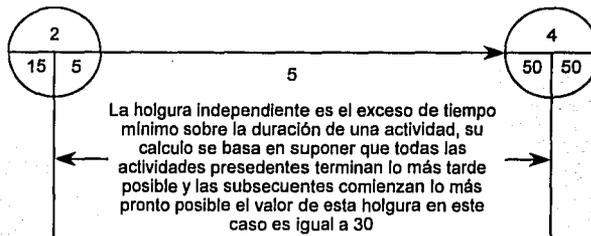


Figura 5.11 Holgura independiente.

Resumen sobre las diferentes holguras

- 1.- La holgura total es el exceso máximo de tiempo disponible de una actividad sobre su duración y se obtiene mediante la formula siguiente.

$$\text{Holgura total } (i,j) = HT (i,j) = [L_j - E_i] - D (i,j)$$

- 2.- La holgura libre es el exceso de tiempo disponible sobre la duración de una actividad cuando todas las actividades se inician tan pronto como es posible y su formula es la siguiente:

$$\text{Holgura libre } (i,j) = HL (i,j) = [E_j - E_i] - D (i,j)$$

- 3.- La holgura independiente de una actividad es el exceso mínimo de tiempo disponible sobre la duración de una actividad y su formula es como sigue:

$$\text{Holgura independiente } (i,j) = HI (i,j) = [E_j - L_i] - D (i,j)$$

- 4.- La holgura de interferencia de una actividad es la interferencia potencial de una actividad sobre las actividades subsecuentes si utilizamos la holgura de la misma, y su valor numérico es igual a la diferencia entre la holgura total y la holgura libre, donde:

$$\begin{aligned} \text{Holgura de interferencia } (i,j) &= \text{Holgura total } (i,j) - \text{Holgura libre } (i,j) \\ HS (i,j) &= \{[L_j - E_i] - D (i,j)\} - \{[E_j - E_i] - D (i,j)\} \\ HS (i,j) &= L_j - E_j \end{aligned}$$

Una vez determinado el como se realiza una red de actividades, así como la información que de ella podemos obtener, es conveniente el introducir otros elementos que nos pueden brindar más información, como los tiempos optimista, pesimista y normal, así como los costos normal y limite.

Obtención de las duraciones de las actividades

Hasta este momento se ha utilizado una duración única del tiempo para todos los cálculos, más sin embargo, en muchas ocasiones es conveniente obtener esta duración de cada una de las actividades a partir de la utilización de cantidades estimadas por los responsables de la ejecución de las actividades, estas cantidades estimadas son: el tiempo medio (t_m), el tiempo optimista (t_o) y el tiempo pesimista (t_p).

El tiempo medio es el tiempo normal que se necesita para la ejecución de las actividades, basado en datos obtenidos de la ejecución anterior de actividades semejantes.

El tiempo optimista es el que representa el tiempo mínimo posible sin importar el costo o cuantía de elementos materiales y humanos que se requieran; es simplemente la posibilidad física de realizar la actividad en el menor tiempo.

El tiempo pesimista es un tiempo excepcionalmente grande que pudiera presentarse ocasionalmente como consecuencia de accidentes, falta de suministros, retardos involuntarios causas no previstas, etc. Debe contarse sólo el tiempo en que se ponga remedio al problema presentado, no al tiempo ocioso.

Los tiempos anteriores se utilizan para promediarlos utilizando la fórmula de una curva normal, para obtener una duración standard que reciba la influencia tanto del tiempo optimista, así como la del tiempo pesimista.

$$D = \frac{t_o + 4 t_m + t_p}{6}$$

Los diferentes duraciones de cada actividad, en combinación con las holguras obtenidas de cada actividad, también nos sirven para determinar el porcentaje de expansión de una actividad así como el porcentaje de compresión de cada actividad y su desviación standard.

El porcentaje de expansión de una actividad nos indica que tanto es posible extender la duración de una actividad y se obtiene dividiendo la holgura total entre la duración de la actividad:

$$\%(E) = \frac{HT}{D}$$

El porcentaje de compresión de una actividad nos indica que tanto es posible comprimir la duración de una actividad y se obtiene dividiendo la diferencia entre la duración total y la duración optimista entre la duración de la actividad:

$$\%(C) = \frac{D - t_o}{D}$$

La desviación standard de cada actividad representa la probabilidad de retraso o adelanto en promedio de cada actividad y es igual a la división de la diferencia entre el tiempo pesimista y el tiempo optimista entre seis.

$$\sigma = \frac{t_p - t_o}{6}$$

Esta desviación standard representa por definición un 68 % de seguridad. Si se desea una seguridad mayor en el resultado se utilizara el equivalente a 2 veces la desviación standard para una seguridad del 95 % y el equivalente a 3 veces la desviación standard para una seguridad equivalente al 99 %. Por ejemplo, para una actividad que tiene una duración standard de 6 días y una desviación standard de 1 día. Se tiene un 68 % de seguridad de que la actividad se termine entre 5 y 7 días, existe un 95 % de que la actividad se realice entre 4 y 8 días y se tiene un 99 % de seguridad de que la actividad se realice entre 3 y 9 días.

La desviación standard de un proyecto es igual a la suma de las desviaciones standard de las actividades que conforman la ruta critica, esta desviación standard será la probabilidad de atraso o adelanto de todo el proyecto.

Costos y pendientes

Otra información pertinente para el control de proyectos es el costo para cada una de las actividades en su duración standard, así como en su duración óptima. A esta información se le llama:

Costo normal (\$N), costo de las actividades cuando se realizan en su tiempo standard

Costo límite (\$L), costo de las actividades cuando se realizan en tiempo óptimo

Con esta información y los tiempos obtenidos anteriormente se obtiene lo que se denomina pendiente de costos que es la relación lineal que existe entre el costo y el tiempo y se obtiene mediante la siguiente formula:

$$m = \frac{\$L - \$N}{D - t_o}$$

Esta información es importante para poder comprimir la duración de alguna actividad y tener la información de su costo en una duración determinada, si se toman en cuenta los costos fijos de un proyecto (costos indirectos) así como el costo de cada actividad si comprimimos la red y obtenemos una curva que maneje el costo del proyecto para diferentes duraciones se puede observar que existe una duración para la cual el costo es óptimo ya que si ejecutamos el proyecto demasiado aprisa se incrementan los costos de directos, pero si prolongamos demasiado la duración de un proyecto lo que se incrementa notablemente es el costo de los gastos indirectos.

Matriz de elasticidad

Si bien la holgura total y la ruta crítica pueden determinarse completamente a partir del diagrama de flechas, es conveniente, hacer una lista tabular de las actividades para tener un manejo más práctico y completo de la información que se maneja en estas tablas generalmente es la siguiente:

- 1.- Código de secuencia: designación de la actividad e términos de los números de los eventos en la cola y la punta de la flecha esto es, las designaciones i y j de cada actividad (i,j).
- 2.- Una descripción breve de la actividad
- 3.- Las duraciones de cada actividad (optimista, pesimista, normal y standard)
- 4.- Los costos normal y límite de cada actividad, así como la pendiente de costos
- 5.- Las fechas más próximas de inicio y terminación de cada actividad
- 6.- Las fechas más alejadas de inicio y terminación de cada actividad
- 7.- Las holguras total, libre e independiente de cada actividad
- 8.- Los porcentajes de expansión y compresión de las actividades
- 9.- La desviación standard de las actividades

Esta matriz de elasticidad nos da todos los datos pertinentes para lograr una correcta asignación de recursos para obtener el mejor aprovechamiento de los mismos así como una duración óptima del proyecto.

EJEMPLO DE LA AMPLIACION DE UNA PLANTA INDUSTRIAL

Actividad	Descripción	Duraciones				Costos		Pendient	i			Holguras			% (E)	% (C)	s	
		to	tn	tp	D	\$N	\$L	m	L	E	L	E	HT	HL				HI
A. - Jefes de mantenimiento y producción																		
(1,2)	Elaboración de un proyecto parcial de	1	3	4	3	600	800	100	0	0	3	3	0	0	0	0.0%	66.7%	0.500
(2,3)	Cálculo de costos y preparación del pr	1	1	1	1	100	100	0	3	3	4	4	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(3,8)	Aprobación del proyecto	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(8,12)	Desempeque de maquinaria nueva	2	2	2	2	200	200	0	4	4	10	6	4	0	0	200.0%	0.0%	0.000
(14,15)	Colocación de maquinaria	4	6	10	6	600	800	100	10	10	16	16	0	0	0	0.0%	33.3%	1.000
(15,18)	Instalación de la maquinaria	2	4	5	4	1,400	2,800	700	16	16	20	20	0	0	0	0.0%	50.0%	0.500
(18,19)	Pruebas generales	2	5	11	6	6,100	6,300	50	20	20	26	26	0	0	0	0.0%	66.7%	1.500
(19,23)	Arranque general	0	0	0	0	0	0	0	26	26	26	26	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(8,20)	Revisión y limpieza de la maquinaria vi	5	7	8	7	2,100	2,800	350	4	4	12	11	1	0	0	14.3%	28.6%	0.500
(20,21)	Pintura de la maquinaria vieja	2	2	3	2	960	960	0	12	11	14	13	1	0	-1	50.0%	0.0%	0.167
(21,22)	Pintura y limpieza del edificio	10	12	15	12	3,160	3,520	180	14	13	26	25	1	0	-1	8.3%	16.7%	0.833
B. - Ingeniero electricista																		
(1,6)	Elaboración del proyecto eléctrico	1	3	4	3	6,000	6,500	250	0	0	3	3	0	0	0	0.0%	66.7%	0.500
(6,7)	Cálculo de costos presupuesto	1	1	1	1	100	100	0	3	3	4	4	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(7,8)	Aprobación del proyecto	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(8,9)	Instalación de un transformador nuevo	1	3	4	3	18,000	19,000	500	4	4	8	7	1	0	0	33.3%	66.7%	0.500
(9,10)	Instalación de alumbrado nuevo	4	5	9	6	8,900	9,300	200	8	7	14	13	1	0	-1	16.7%	33.3%	0.833
(10,11)	Instalación de interruptores y arrancad	1	2	3	2	4,100	4,400	300	14	13	16	15	1	0	-1	50.0%	50.0%	0.333
C. - Ingeniero constructor																		
(1,4)	Elaboración del proyecto de obra civil	1	3	4	3	4,000	4,600	300	0	0	3	3	0	0	0	0.0%	66.7%	0.500
(4,5)	Cálculo de costos presupuesto	1	1	1	1	100	100	0	3	3	4	4	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(5,8)	Aprobación del proyecto	0	0	0	0	0	0	0	4	4	4	4	0	0	0	0.0%	0.0%	0.000
(8,13)	Cimentación para la maquinaria	5	6	9	6	3,400	3,800	400	4	4	10	10	0	0	0	0.0%	16.7%	0.667
(13,16)	Colocación de ventanas nuevas	2	3	4	3	1,900	2,200	300	10	10	16	13	3	0	0	100.0%	33.3%	0.333
(16,17)	Pisos nuevos	3	4	5	4	2,800	3,200	400	16	13	20	17	3	0	-3	75.0%	25.0%	0.333

Figura 5.13 Ejemplo de la matriz de elasticidad de un proyecto de ampliación de una planta industrial.

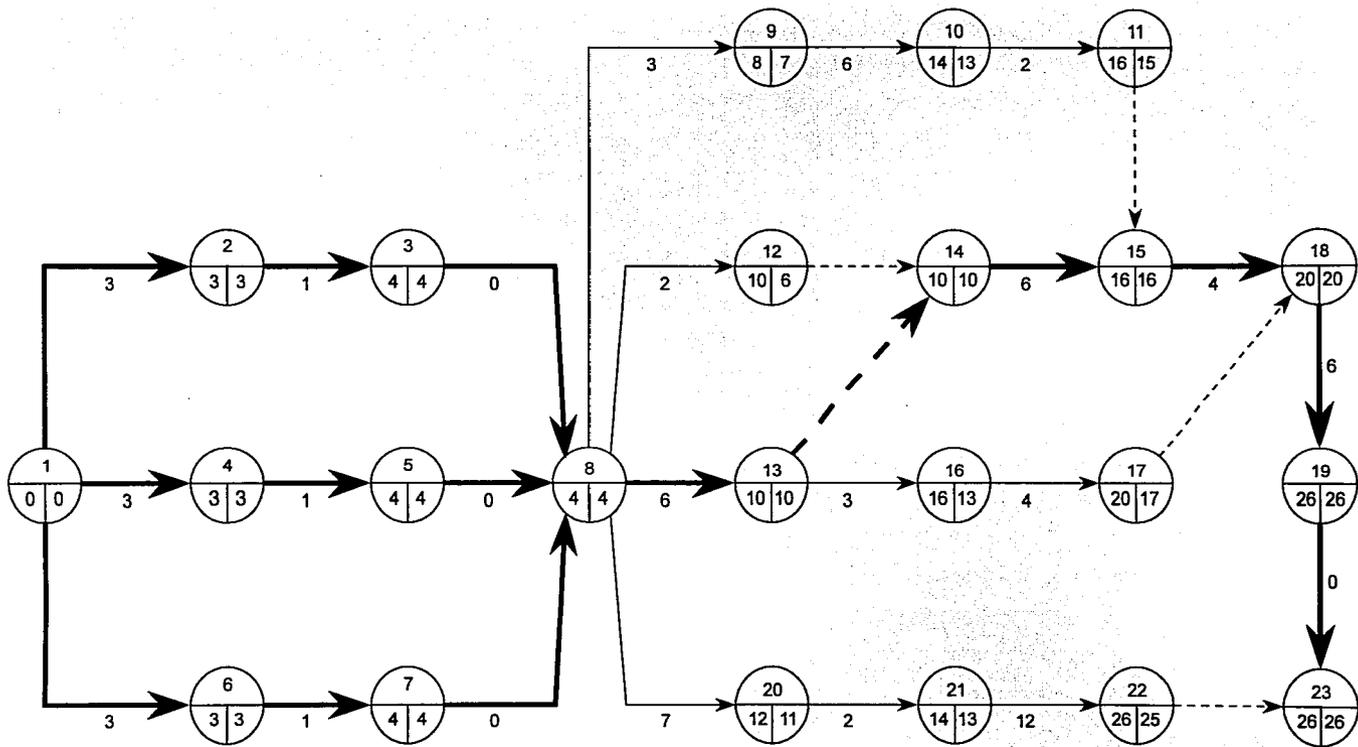


Figura 5.12 Ejemplo de una red para la ampliación de una planta industrial

Capítulo VI

**Ruta Crítica mediante Sistemas
Computarizados**

Conceptos básico

Un proyecto es un grupo de tareas que se realizan dentro de un período de tiempo definido para lograr uno o más objetivos, no obstante el hecho de que un proyecto tenga un inicio y un final definidos, durante la duración del mismo ocurre un flujo circular similar al ciclo administrativo de una empresa como se muestra en la figura 6.1.

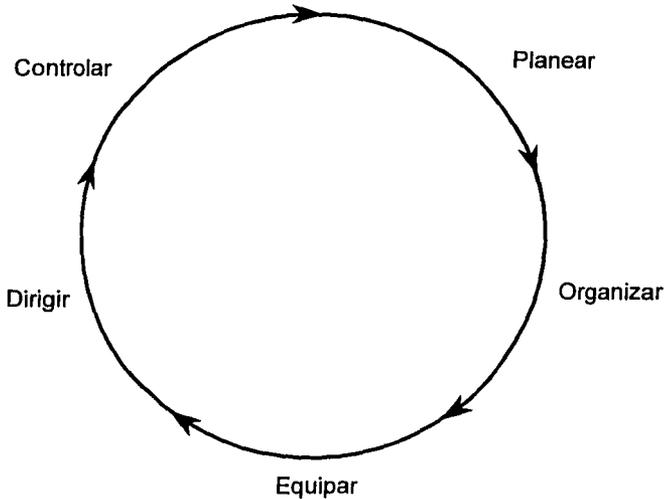


Figura 6.1 Ciclo administrativo.

Para poder llevar a cabo la planeación de un proyecto es necesario el realizar ciertas operaciones que nos servirán para poder elaborar una planeación eficiente.

- a) Establecer los objetivos del proyecto
- b) Definir las actividades necesarias para lograr los objetivos.
- c) Determinar los tiempos de ejecución de las actividades
- d) Se establecen los requerimientos en cuanto a recursos de cada actividad

Estructura de trabajo y organización de trabajo

Una vez establecidos los objetivos de un proyecto, se definen las actividades principales del mismo planteando sus duraciones y restricciones, lo que da como resultado un programa general sin detalles que nos sirve de base para desarrollar posteriormente un desglose de estas actividades hasta lograr unidades de trabajo adecuadas a las cuales podemos asignar una duración y un costo. Ha esta estructura jerárquica se le denomina "Estructura de trabajo" (EDT) (en ingles Work Breakdown Structure, WBS). Esta estructura de trabajo permite analizar el proyecto con diferentes niveles de detalle así como resumir y sumarizar la información de los reportes.

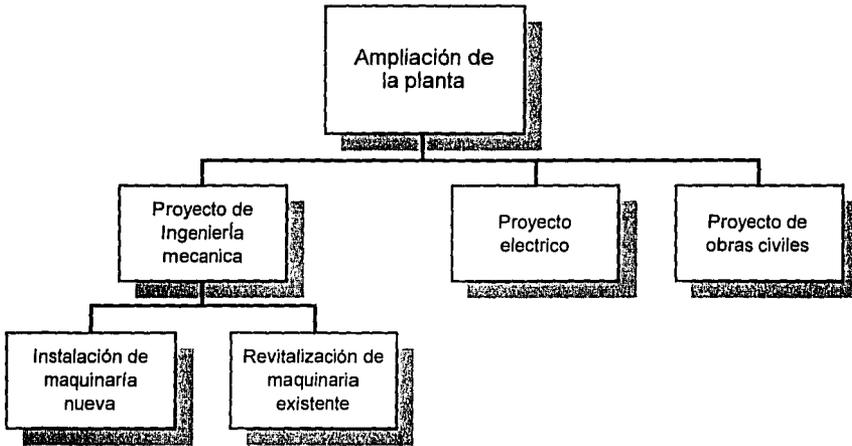


Figura 6.2 Ejemplo de una estructura de trabajo.

De la misma manera en que se realizo un diagrama jerárquico de las actividades se realiza un análisis de los departamentos o personas que intervienen en el proyectos lo que nos da un organigrama de la gente que interviene en el mismo. A esta estructura se le "Organización de trabajo" (ODT) (en ingles Organizational Breakdown Structure, OBS). Esta estructura permite analizar el proyecto determinando áreas de responsabilidad.

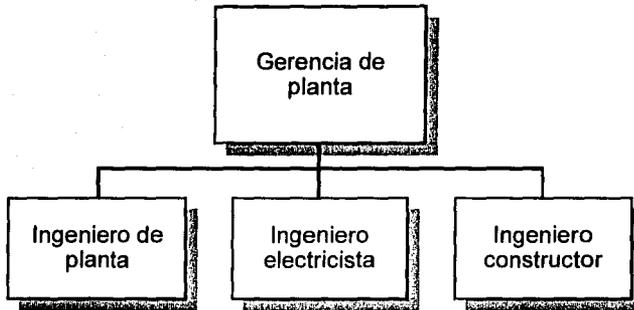


Figura 6.3 Ejemplo de una estructura de trabajo.

La intersección de la estructura de trabajo y la organización de trabajo algo similar a la asignación de cuentas contables.

Una vez definidas las estructuras anteriores se codifican los resultados obtenidos para asignar estos códigos a las actividades lo que nos permite:

- a) Agrupar las actividades.
- b) Seleccionar, clasificar y sumarizar actividades por grupos definidos.
- c) Identificar subproyectos si es que existe.

Este tipo de estructuras es común en la mayoría de los sistemas computarizados, cada programa utiliza de forma diferente este tipo de estructuras pero los resultados son equivalentes, algunos agrupan las actividades presentando una sangría dependiendo del nivel de detalle, mientras que otros utilizan códigos para agrupar las actividades, algunos utilizan ambos métodos en forma combinada.

Redes de actividades

Una vez definidas las estructuras anteriores se procede crear las redes de actividades, para esto se determinan las relaciones existentes entre todas las actividades del proyecto, para esto se utilizan los diagramas de flechas (Arrow Diagramming Method, ADM) como se vio en el capítulo II. No obstante que todos estos métodos de programación y control de proyectos surgieron utilizando diagramas de flechas, en la actualidad se utiliza el diagrama de sucesión o de precedencias (Precedence Diagramming Method, PDM), este tipo de diagramas es el utilizado por la mayoría de los sistemas computarizados de planeación y control de proyectos por brindar mayor facilidad y flexibilidad, los cálculos son más complejos en este tipo de diagramas, pero al ser los mismos

efectuados de forma automática por la computadora, se convierten en la herramienta idónea para este tipo de sistemas.

En el diagrama de precedencias las actividades están representadas por los nodos, por lo que también se le llama "Diagrama de actividad en el nodo" (Activity On the Node, AON), y las flechas que los unen indican la relación de precedencia entre las actividades del diagrama. Generalmente, como un paso previo a la elaboración del diagrama, es conveniente preparar un cuadro o esquema resumido de las inmediatas relaciones de precedencia que deban establecerse en el diagrama. Esto es conveniente sobretodo en los casos en que el número de actividades es relativamente elevado.

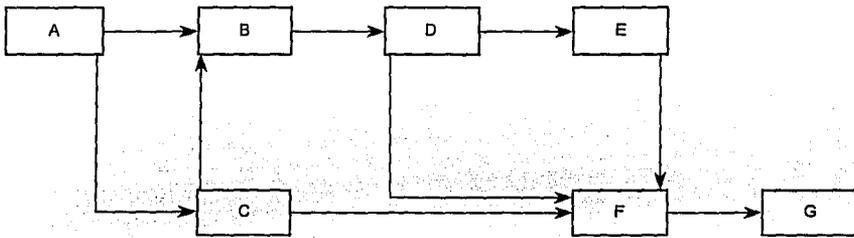


Figura 6.4 Ejemplo de un diagrama de precedencias.

La principal ventaja que se atribuye a este tipo de diagramas es el evitar las actividades ficticias y el evitar el dividir algunas de las actividades como sucede en los diagramas de flechas. Como ejemplos de lo anterior podemos tomar lo siguiente:

- a) Cuando dos o más actividades están programadas en paralelo, es necesario introducir actividades ficticias para expresar correlaciones de tiempo. En la figura 6.4 se comparan un diagrama de precedencias y uno de flechas, en este ejemplo se observa cómo fue preciso trazar la actividad (2,3) para señalar que debe terminarse la actividad "B" antes de comenzar la actividad "D". En forma similar en el diagrama de flechas fue necesario crear las actividades (4,5) y (6,7) para conservar la lógica correcta del proyecto. En el diagrama de precedencias no fue necesario el crear estas actividades ficticias.

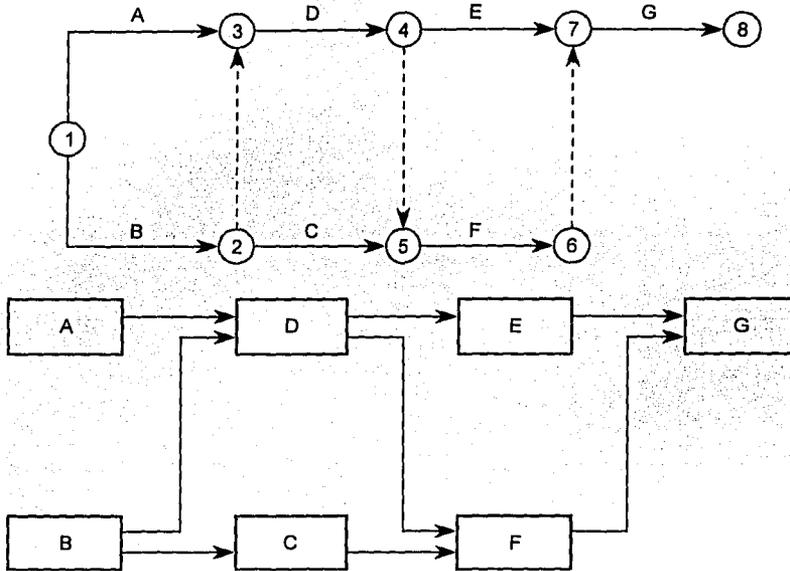


Figura 6.5 En el diagrama de precedencias se evitan las actividades ficticias que se utilizan para mantener la lógica correcta de sucesión de actividades.

- b) En un diagrama de flechas se requieren actividades ficticias cuando dos o más actividades tienen sucesos iniciales y finales comunes como se muestra en la figura 6.5. En la figura 6.5 se muestra la creación de una actividad ficticia (2,3) para evitar que dos actividades tengan los mismos nodos de inicio y terminación. En el diagrama de precedencias equivalente esto no es necesario.

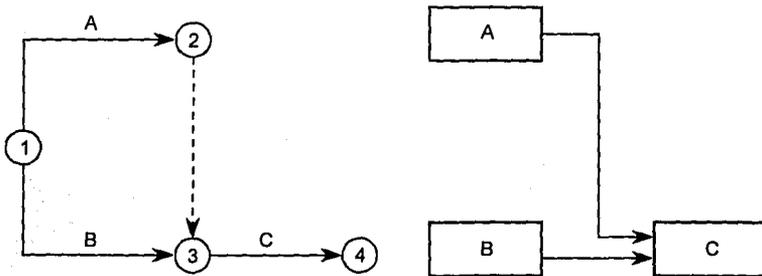


Figura 6.6 En el diagrama de precedencias se evitan las actividades ficticias cuando 2 actividades comienzan y terminan en los mismos nodos.

- c) Como se vio anteriormente en ocasiones es necesario dividir una actividad en dos o más actividades, este tipo de rupturas se puede evitar con el diagrama de precedencias.

Por ejemplo la elaboración de una cimentación puede comenzarse cuando se lleva excavada una determinada cantidad de zanjas. La elaboración de los muros puede iniciarse cuando parte de la cimentación este terminada, esto se muestra en la figura 6.6. En un diagrama de precedencias se reduciría a tres el número de actividades al utilizar un factor de desfase o retraso. Esto se vera posteriormente cuando se analicen los tipos de relaciones o ligas entre actividades.

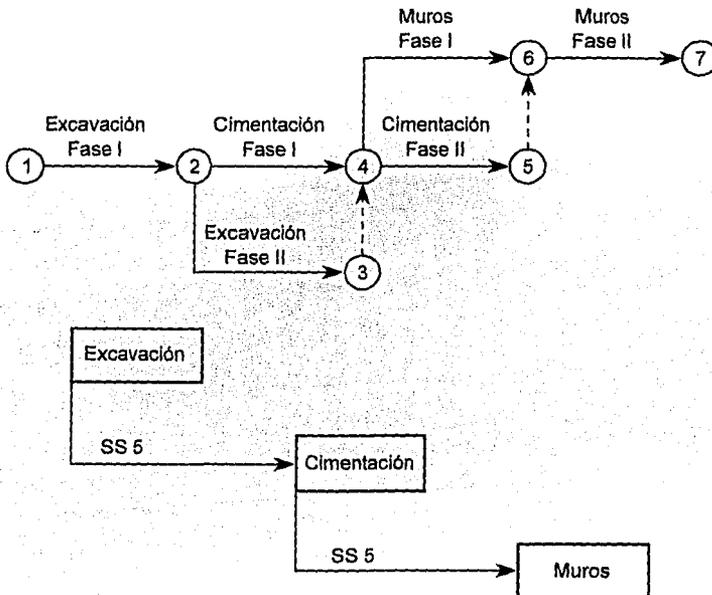


Figura 6.7 En un diagrama de precedencias no es necesario partir las actividades.

Los dos métodos anteriores producen diagramas visualmente diferentes, pero su lógica es similar. Se puede convertir un diagrama de flechas en un diagrama de precedencias ejecutando los siguientes pasos:

- 1.- Use únicamente los números de los nodos iniciales de cada actividad (i).
- 2.- Borre los nodos terminales de cada actividad (j) excepto cuando este nodo sea el nodo inicial de otra actividad
- 3.- Dibuje un rectángulo alrededor de cada actividad
- 4.- Mantenga las flechas entre los rectángulos para determinar las relaciones entre las actividades

Un ejemplo del procedimiento anterior es el que se muestra en la figura 6.7.

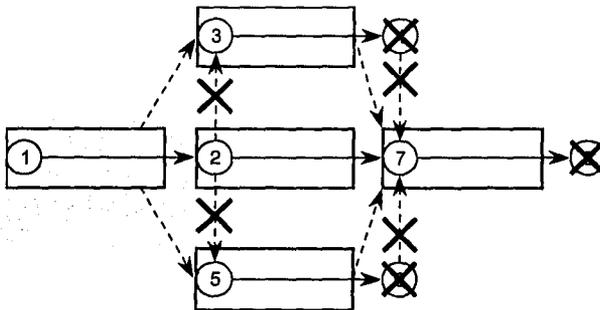


Figura 6.8 Creación de un diagrama de precedencias a partir de uno de flechas.

De la misma manera en que anteriormente se estableció un criterio para ubicar siempre en un mismo lugar la información en un diagrama de flechas, ahora estableceremos un criterio para que la información siempre este en un mismo lugar en los diagramas de precedencias. El rectángulo de la actividad se divide en tres segmentos horizontales. En la parte central del rectángulo se escribirá una descripción de la actividad o bien una clave de identificación, en un recuadro del lado inferior izquierdo de la sección central se colocara la duración de la actividad (D). En la sección superior se colocan del lado izquierdo la fecha más próxima de inicio (ES), y del lado derecho se coloca la fecha más próxima

de terminación (EF). En la sección inferior se colocan del lado izquierdo la fecha más alejada de inicio, y del lado derecho la fecha más alejada de terminación. Sobre las flechas que indican la secuencia se coloca el tipo de relación que existe entre las dos actividades y el retraso o factor de desfase. Lo anterior puede observarse en la figura 6.8

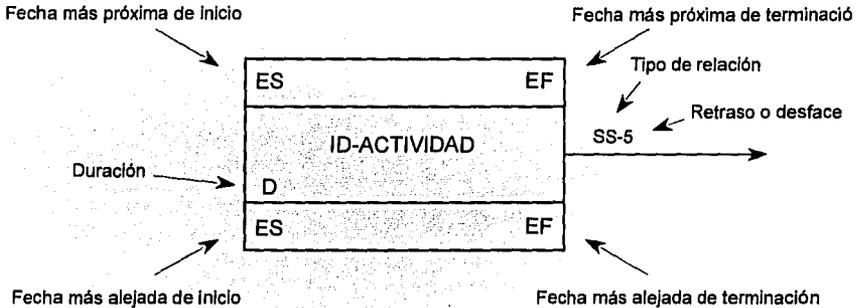


Figura 6.9 Ubicación de los datos dentro de un diagrama de precedencias.

Diferentes tipos de relaciones en un diagrama de precedencias

Terminación a comienzo (Finish to start, FS): Es el tipo de relación más utilizada por lo que es la utilizada por default en los sistemas computarizados. En este tipo de relación la actividad sucesora no puede comenzar hasta que sea terminada la actividad predecesora. En algunos casos un retraso (lag) es adicionado lo que significa que la actividad sucesora puede iniciarse hasta que pase cierto tiempo después de que la actividad predecesora sea terminada. En la figura 6.9 la actividad 2 (pintura de muros) puede comenzar 2 días después de que la actividad 1 (aplanado de tabique en muros) sea terminada.

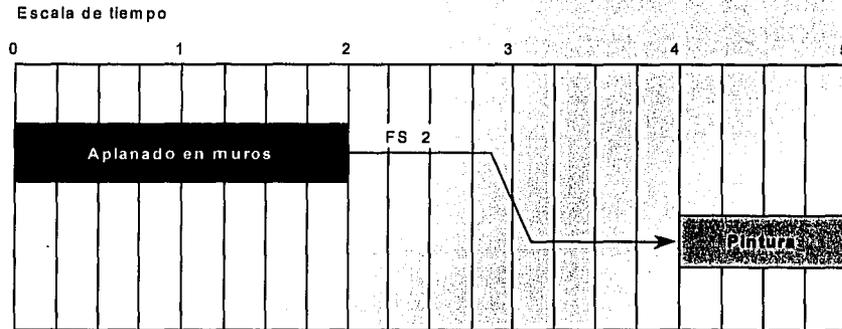
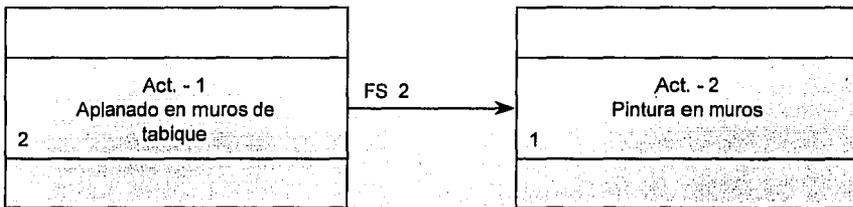
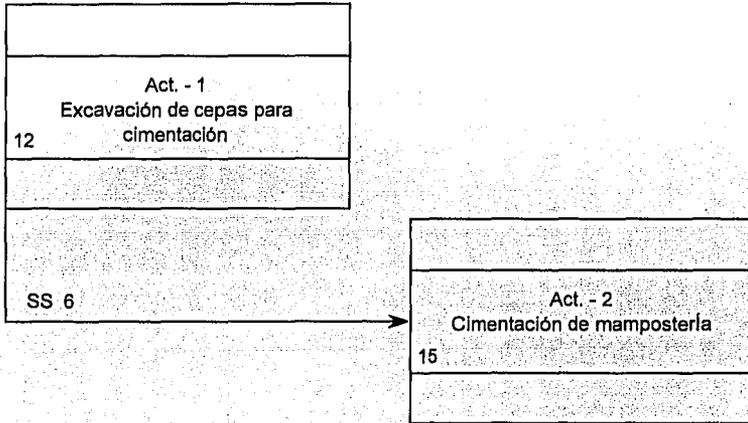


Figura 6.10 Ejemplo de una relación terminación a comienzo.

Comienzo a comienzo (Start t start, SS): En este tipo de relación la fecha de comienzo de la actividad sucesora depende de la fecha de comienzo de la actividad predecesora. En la figura 6.9 se agrego un retraso de 6 días en el comienzo de la actividad 2 (cimentación de mampostería) con respecto al inicio de la actividad 1 (excavación en cepas), es decir la elaboración de la cimentación puede comenzar 6 días después de que se comience la excavación.

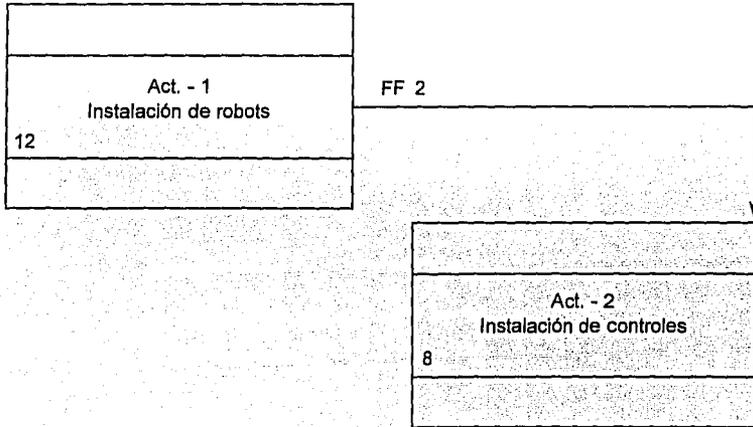


Escala de tiempo



Figura 6.11 Ejemplo de una relación comienzo a comienzo.

Terminación a terminación (Finish to finish, FF): La fecha de terminación de la actividad sucesora depende de la fecha de terminación de la actividad predecesora. En la figura 6.10 la actividad 2 (instalación de controles) puede terminar dos días después de que la actividad 1 (instalación de robots) sea terminada.



Escala de tiempo

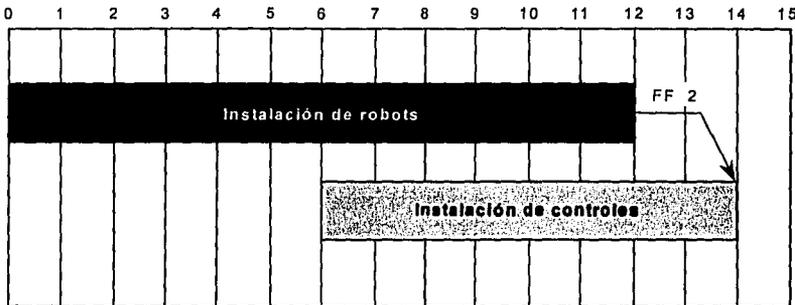
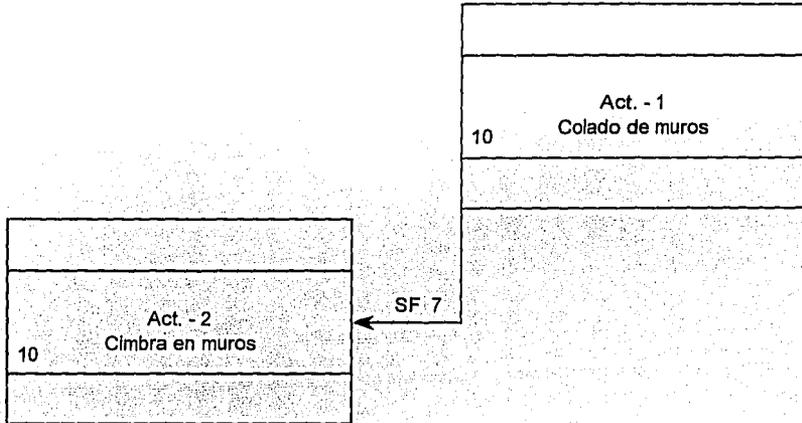


Figura 6.12 Ejemplo de una relación terminación a terminación.

Comienzo a terminación (Start to finish, SF): La terminación de la actividad sucesora depende de la fecha de comienzo de la actividad predecesora. En la figura 6.11 la actividad 2 (cimbra para muros) puede terminar siete días después de iniciada la actividad 1 (colado de muros).



Escala de tiempo

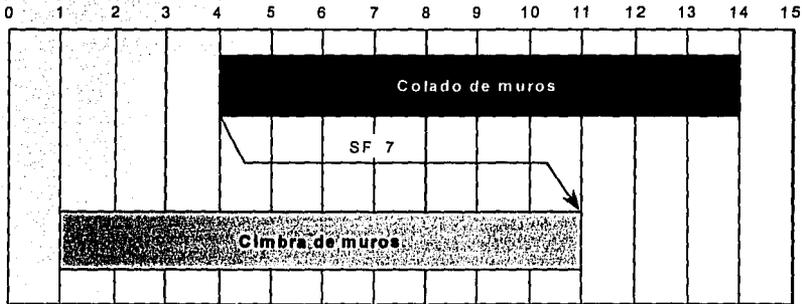


Figura 6.13 Ejemplo de una relación comienzo a terminación.

En cualquiera de las relaciones anteriores es posible utilizar retrasos negativos. En la figura 6.12 un retraso negativo de 2 días se impuso a una relación terminación a terminación, esto significa que la actividad 2 (instalación de controles) solo puede terminarse de 2 días antes de que la actividad 1 sea terminada.

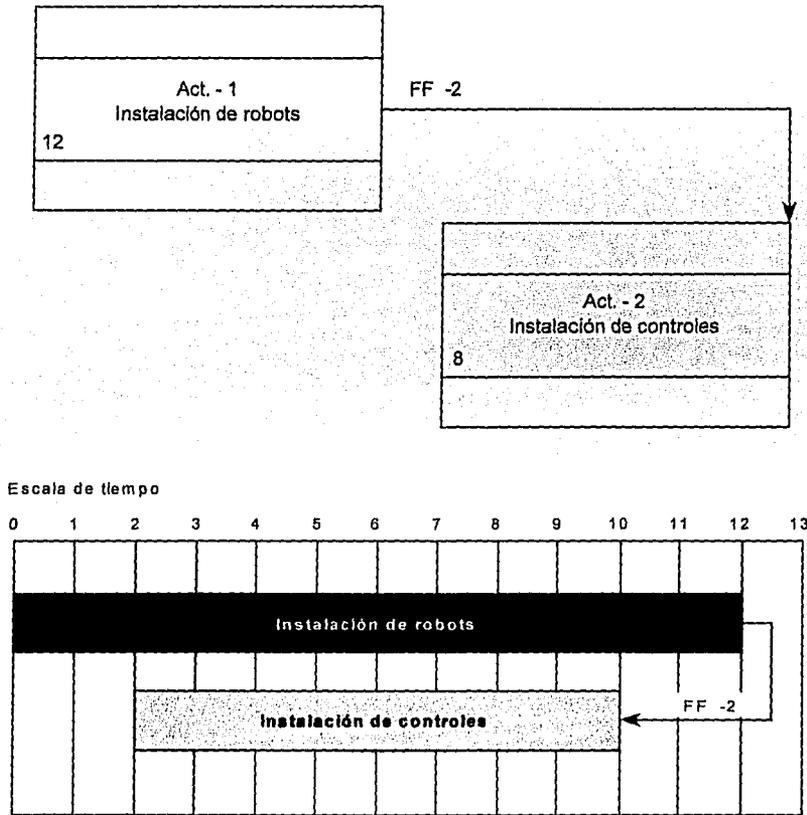


Figura 6.14 Ejemplo de una relación terminación a terminación con un factor de desfase negativo.

Cuando en un diagrama de precedencias existen relaciones comienzo a comienzo o terminación a terminación, a las que se agrega un retraso, los cálculos se basan en la duración efectiva de cada actividad.

En una relación comienzo a comienzo la duración efectiva de la actividad predecesora sobre la actividad sucesora es igual al retraso impuesto. Por ejemplo, en la figura 6.9 la duración efectiva de la actividad 1 con respecto a la actividad 2 es igual a 6 debido al retraso impuesto en la misma.

Para una relación terminación a terminación, la duración efectiva de la actividad predecesora es igual a la duración de la predecesora más el retraso asignado menos la duración de la actividad sucesora. En la figura 6.10 la duración de la actividad 1 (instalación de robots) con respecto a la actividad 2 (instalación de controles) es igual a la duración de la actividad 1, en este caso 12 más un retraso asignado igual a 2, menos la duración de la actividad 2, que es igual a 8. Todo lo anterior nos da como resultado una duración de la actividad uno sobre la actividad 2 igual a 6.

Podemos determinar la duración de cada actividad al momento de establecer la lógica del proyecto, pero lo más conveniente es hacerlo posteriormente puesto que la duración de muchas de las actividades depende de los recursos asignados a las mismas por lo que resulta conveniente colocar la duración al mismo tiempo que asignamos los recursos.

Creación de los calendarios de trabajo

Una vez terminado nuestro diagrama procedemos a marcar los horarios de trabajo así como los días correspondientes al fin de semana, y los días de vacaciones. Estos calendarios dan al sistema los datos suficientes para poder convertir las fechas consecutivas obtenidas por los cálculos del proceso a fechas reales de calendario. En el caso de nuestro país los días de trabajo a la semana son 6 con horarios de 8 horas y los días de vacaciones obligatorios son los siguientes:

1	de enero	Año nuevo
5	de febrero	Aniversario de la Constitución
21	de marzo	Natalicio de Juárez
1	de mayo	Día del trabajo
16	de septiembre	Aniversario de la Independencia
20	de noviembre	Aniversario de la Revolución
25	de diciembre	Navidad

Existen otros días considerados como opcionales:

	Jueves de semana santa	
	Viernes de semana santa	
	Sábado de semana santa	
5	de mayo	Aniversario de la batalla de Puebla
10	de mayo	Día de las madres
12	de octubre	Día de la Raza
2	de noviembre	Día de muertos
12	de diciembre	Día de Ntra. Sra. de Guadalupe

Asignación de tiempos a las actividades

Una vez definida la lógica general del proyecto y los calendarios de trabajo se procede a asignar duraciones a las actividades para que el sistema nos calcule las fechas próximas de inicio y terminación, las fechas más alejadas de inicio y terminación y la holgura total de cada actividad. Normalmente estos sistemas, gracias a los calendarios de trabajo, convierten los días de trabajo calculados a fechas de calendario para un mejor control del proyecto. Una vez realizado esto el sistema nos da una posible fecha de terminación del proyecto, si esta fecha no satisface los requerimientos del proyecto se procede a revisar el mismo en el orden siguiente:

- a) Primero se revisa la lógica del proyecto en la mayoría casos existen relaciones no indispensables entre actividades. Una vez que se localizan estas relaciones erróneas y se corrige la lógica es probable que se reduzca considerablemente la fecha de terminación del proyecto.
- b) A continuación se revisan las duraciones de las actividades para ver si no existe algún error en la estimación de las mismas.
- c) Si una vez revisadas tanto la lógica del proyecto como la estimación de las duraciones se tiene una fecha de terminación no satisfactoria para el proyecto en cuestión se procede a comprimir actividades críticas con el objeto de reducir la duración del proyecto. Puesto que la duración de las actividades depende en mucho de los recursos que se asignen a ellas se procede a asignar los recursos necesarios a cada actividad.

Asignación de recursos a las actividades

La mayoría de los sistemas computarizados para control de proyectos están diseñados para la asignación de recursos humanos o de equipo y maquinaria, siendo en la mayoría un poco complicado el manejo de los materiales como recursos asignados a una actividad, no obstante este manejo es posible. Sin embargo no todos los sistemas tienen esta deficiencia, sistemas como el "Primavera Project Planner" o el "Suretrack", desarrollado por la misma compañía son excelentes herramientas de trabajo que eliminan este tipo de problemas.

No obstante la asignación de recursos es diferente en cada sistema, existen ciertas bases comunes que son las que analizaremos a continuación. En todos los sistemas se maneja cierta información básica de los recursos que es posible asignar a cada actividad como son:

- a) Clave o nombre de identificación del recurso
- b) Descripción del recurso
- c) Unidad de trabajo
- d) Costo por unidad de trabajo

En algunos sistemas se tiene además de lo anterior

- a) Claves de asignación contable
- b) Límites máximo de asignación de recursos
- c) Diferentes tipos de asignación de recursos, por tiempo, por unidades, etc.

Antes de proceder a asignar recursos a cada una de las actividades es necesario hacer un análisis de todos los recursos que son necesarios para el desarrollo satisfactorio del proyecto así como la disponibilidad de los mismos. Es necesario saber con cuáles de los recursos se cuenta actualmente así como analizar los recursos que serán contratados para el correcto desarrollo del proyecto. Se debe observar también la disponibilidad del dinero a lo largo del proyecto así como los posibles financiamientos externos.

En muchos de los sistemas computarizados es posible asignar diferentes tipos de recursos a cada actividad, es posible asignar recursos de materiales, maquinaria o humanos. Los recursos humanos y la maquinaria funcionan de forma similar puesto que ambos se cotizan en base al tiempo que son utilizados. En la mayoría de los sistemas comerciales estos recursos, en los que el costo depende de el tiempo de utilización, pueden manejarse de 2 formas diferentes asignando su utilización a una duración ya preestablecida de antemano a las actividades o bien se hace depender la duración de la actividad en base a la cantidad de los recursos asignados, es decir, se establece un rendimiento de las actividades en base al número de recursos asignados. Por otra parte, los materiales se consumen de igual manera no importando cuanto dure la actividad

por lo que solo se asigna la cantidad de los materiales requeridos, se multiplican por su costo y se distribuyen en forma proporcional a todo lo largo de la duración de la actividad que los utiliza.

Una vez que se completa nuestro proyecto base o inicial este se graba para poder efectuar comparaciones posteriores para saber en que proporción se desvía la ejecución real del proyecto con respecto a lo estimado originalmente.

Control del avance de un proyecto

Por medio de la utilización de sistemas computarizados es posible obtener fácilmente reportes selectivo de cada parte del proyecto. Por ejemplo es muy probable que se quiera entregar a cada responsable, solamente la información del proyecto que a el le corresponde, sin necesidad de que este enterado de la totalidad del mismo, se pueden obtener los reportes de una zona particular o varios reportes similares. La exactitud de los filtros que es posible utilizar depende principalmente de las estructuras de trabajo y las organizaciones de trabajo que se analizaron al principio de este capítulo.

Mientras mejor podamos seleccionar la información adecuada más fácil será el control de nuestro proyecto al poder entregar la información adecuada a las personas involucradas, sin entregar información sobrante, lo que facilita el poder recibir información de la misma forma.

Por ejemplo si en una construcción se entrega a los responsables de cada frente un programa con todas las actividades que les corresponden, cada uno de ellos sabrá que actividades de su frente son críticas para todo el proyecto por lo que pueden concentrar sus esfuerzos en cada una de estas actividades. Otro aspecto importante de esto es el poder recabar la información de los avances de cada frente en forma eficiente para poder agregar esta información al proyecto original para poder establecer medidas preventivas o correctivas en el momento adecuado. Si se recibe la información de un atraso en una actividad crítica es necesario acelerar la ejecución de otras actividades críticas posteriores, al hacer esto y reducir tiempos en otras zonas del proyecto es posible que actividades que originalmente no eran críticas se conviertan en actividades críticas.

De la comunicación existente entre las personas encargadas de ejecutar el proyecto y las personas encargadas de controlarlo depende el obtener o no los resultados esperados de estos métodos de planeación.

Conclusiones

Como se puede ver a lo largo del capítulo I de esta tesis el método de la ruta crítica no es un método nuevo existe desde 1957, sin embargo, es hasta nuestros días cuando esta cobrando verdadera importancia gracias a la baja de costos en los sistemas de computo, así como, por la simplificación de los programas, sobre todo con la introducción de interfaces gráficas para el usuario como son windows y el sistema operativo de las computadoras Macintosh, en estos ambientes es fácil elaborar y actualizar un programa de ruta crítica. En un principio este tipo de programación era exclusivo de grandes y costosos proyectos, y se utilizaba solo por las empresas o instituciones que supervisaban y controlaban estos proyectos. Esto se debía principalmente al alto costo que representaba la utilización de estos métodos y al tiempo que era necesario para realizar la elaboración y actualización de los programas generalmente se tenía un equipo de personas altamente calificadas para este propósito. Poco a poco la situación comenzó a cambiar, se comenzaron a elaborar programas para proyectos de menor envergadura, sin embargo, generalmente se realizaban para elaborar el programa inicial del proyecto, con la información obtenida se elaboraban diagramas de Gantt, con estos diagramas se llevaba a cabo la realización de los proyectos, de esta manera la ruta crítica perdía la mayor parte de su potencial, que surge con la actualización y modificación de los programas originales. Actualmente en nuestro país se sigue utilizando frecuentemente este método elaborándose la ruta crítica, más como un requisito que se debe cumplir que como una herramienta de control, aún cuando en todas las universidades se enseñan estos métodos generalmente son olvidados por los alumnos al no ser utilizados en la vida profesional como es debido y sobre todo porque la mayoría de las empresas e instituciones no les dan la importancia adecuada al control eficiente de un proyecto, por lo general se toman excusas como las siguientes:

- En nuestro país no es posible llevar controles de ese tipo
- La mano de obra existente en nuestro país no permite calcular correctamente los rendimientos
- Para llevar a cabo ese tipo de controles sería necesario dedicarse a la actualización de los programas y no quedaría tiempo para la supervisión y realización
- No es posible prever los eventos con tanta exactitud
- etc.

La realidad es que por lo general la supervisión o la planeación inicial son deficientes, otra causa común para el fracaso en el uso de estos métodos de control es la falta de comunicación entre las personas que planean un proyecto y las que lo realizan, generalmente existe un equipo que elabora los presupuestos y planeación de los proyectos y otro equipo es el que lo realiza por esta causa es común que el programa inicial no refleje realmente los métodos constructivos o de desarrollo que realmente son utilizados en la realización de

un proyecto. Cuando existe una persona externa al equipo que realiza el proyecto para controlar los programas generalmente se le ve como un espía, por lo que comúnmente se le bloquea el flujo de la información, lo que hace que sea necesario obtenerla de forma independiente lo que hace que se duplique el trabajo. De esta manera los costos por control se incrementan de forma considerable.

Por lo general muchos de los sucesos que se consideran impredecibles en nuestro país en realidad no lo son. Por ejemplo, se dice muy frecuentemente que un factor impredecible es el clima, esto es parcialmente cierto puesto que no voy a saber de forma exacta los días que se perderán por lluvia en la realización de una construcción, sin embargo puedo suponer que serán más los días que se pierdan por lluvia en la selva Veracruzana que los perdidos en el desierto de San Luis Potosí. Es evidente que es imposible que los rendimientos de la gente sean los mismos en diferentes zonas geográficas sin embargo es posible tener los rendimientos básicos de una zona y modificar los mismos por medio de factores para ajustarlos a la realidad de cada zona. Otro ejemplo es el de las huelgas si bien es imposible predecirlas si es posible saber si en una zona determinada los sindicatos son más fuertes y aumenta la posibilidad de una huelga.

Es evidente que no se puede programar un proyecto tomando solamente las situaciones más críticas, esto haría imposible que nuestro programa entrara dentro de los límites realistas de ejecución, esto puede ser tan perjudicial como el lado contrario de la moneda que es ser del todo optimista. Si utilizamos un programa pesimista la duración jamás entrara dentro de los rangos admisibles para la realización de un proyecto o bien se incrementarían los costos en forma aparente logrando que se infle el presupuesto de un proyecto, cualquiera de estas opciones nos llevaría a salir de la competencia por la realización de un proyecto. Por el otro lado si utilizamos solo duraciones y rendimientos optimistas sin tomar en cuenta cualquier elemento que pueda retrasar el proyecto, seguramente se trabajara con pérdidas al momento de realizar el proyecto. Es por esto que se utiliza la estadística para obtener rendimientos realistas en base a la utilización de una curva normal.

El hecho de que siempre exista cierto grado de incertidumbre en la realización de un proyecto hace importante el actualizar la programación de un proyecto, si se utilizan únicamente barras de Gantt como método de programación, no es posible el ver como un retraso nos afecta en el resto de las actividades, es por ello que cuando se utilizan métodos en los que no se observe la sucesión e interacción que tienen cada una de las actividades, generalmente se pierde el control del proyecto haciendo necesario que al final se recupere el tiempo perdido anteriormente, esto se logra al trabajar con turnos más largos o mediante la utilización de más de un turno de trabajo, estas soluciones por lo general incrementan el costo de un proyecto de forma considerable mermando en forma significativa las utilidades. Si bien la utilización y actualización de un programa utilizando el método de la ruta crítica no nos

soluciona los problemas que aparezcan en la realización de un proyecto, si nos hace percatarnos de los retrasos del proyecto en forma oportuna, permitiéndonos tomar medidas correctivas, y sobre todo preventivas, tomando en cuenta como nos afectaran estas en lo que falta del proyecto, los retrasos en algunas actividades puede ser que no traigan consigo retrasos en el proyecto general, mientras que otras nos significan un retraso en la duración total del proyecto (ruta critica, capítulo V) si detectamos esto de forma oportuna podemos mantener nuestro índice de utilidad en un 100% o incluso mejorar las utilidades finales que resulten de la elaboración de un proyecto.

Actualmente con el bajo costo de los sistemas de computo, y la sencillez de los sistemas que nos permiten elaborar y controlar el programa de un proyecto no existe una verdadera razón por la cuál no utilizar una correcta programación de un proyecto. Esto puede incrementar la eficiencia y las utilidades al realizarlo, o bien nos puede servir como base para analizar la viabilidad de un proyecto en lo relacionado a su tiempo de ejecución.

Sánchez Rodríguez Manuel
Técnicas del Pert aplicadas a la construcción Tiempos/costes
Ediciones CEAC, S.A.
Barcelona España 1977

Montaño G. Agustín
Iniciación al método del camino crítico
Editorial Trillas
México 1991

Catalytic Construction Company
Método del camino crítico
Editorial Diana
México 1972

Goode, H. H. and R. E. Machol
Systems Engineering
McGraw-Hill Book Company, Inc.

Johnson, Richard A.
The Theory and Managements of Systems
McGraw-Hill Book Company, Inc.

Suárez Salazar
Costos y tiempos en edificación
Editorial Limusa
México 1980

General Information Manual PERT - A Dynamic Project Planning and Control
Manual
International Business Machines Corporation,
White Plains, New York, 1961

Primavera Project Planner
Manual de entrenamiento
Systemc

Primavera Project Planner
Reference Manual
Primavera Systems, Inc.