

46
203



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE CIENCIAS

PROPIEDADES ESTADISTICAS DE LOS PARAMETROS
DE BARGMAN ASOCIADOS A UN CONDUCTOR
AMORFO ELECTRIFICADO

T E S I S
Que para obtener el Título de
F I S I C O
p r e s e n t a

ROMAN LUIS PEREZ MONDRAGON



México, D. F.

1993

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

	pag.
INTRODUCCION	1
CAPITULO 1 DISPERSION CUANTICA EN SISTEMAS UNIDIMENSIONALES	3
1.1 transmitividad σ , reflectividad ρ y los coeficientes de reflexión y transmisión R y T.	3
1.2 Las fases de reflectividad y transmitividad ϕ_ρ . ϕ_σ	8
1.3 Los parámetros de Bargman ν , μ y ρ .	10
CAPITULO 2 MODELO	14
2.1 Construcción de la matriz de transferencia en ausencia de campo eléctrico externo	14
2.2 Construcción de la matriz de transferencia bajo la influencia de un campo eléctrico externo	18
2.3 Construcción de la matriz de transferencia cuando $E=V_0$	21
2.4 Aplicación de la matriz de transferencia a un sistema multipozos	23
CAPITULO 3 RESULTADOS	25
3.1 Perfil de distribución de ν y μ	25
3.2 Papel de la distribución de ν y μ	28
3.3 Las distribuciones de ν y μ	35
3.4 Interpretacion de las distribuciones	38
CAPITULO 4 CONCLUSIONES	39
4.1 Conclusiones	39
4.2 Perspectivas	39
Apéndice	40
Referencias	41

INTRODUCCION

A partir del desarrollo de la mecánica cuántica la física del estado sólido tomó un nuevo impulso que permitió estudiar la materia desde un punto de vista más fundamental con respecto a lo que se habla logrado con la mecánica clásica.

El interés principal de la física del estado sólido es entender las propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas, magnéticas y ópticas de la materia sólida.

El tema que se va a estudiar aquí sera un aspecto de la física del estado sólido en el marco de la mecánica cuántica. En particular nos va a interesar estudiar algunas propiedades de la función de onda asociada a los electrones dentro de un material. Principalmente sus propiedades de localización.

Desde el trabajo de P W Anderson sobre localización en sistemas desordenados, se han desarrollado diversos estudios sobre este problema. Esto se realiza a través de una combinación de teorías fenomenológicas, experimentos desarrollados en técnicas matemáticas y simulación numérica en gran escala donde realizarlas implican importantes predicciones por las características estadísticas de ondas clásicas en múltiples dispersores.

La existencia de propagación electromagnética y modos térmicos juegan un papel importante en casi todos los sistemas de materia condensada.

La naturaleza de estados localizados y sus efectos sobre conducción eléctrica, la propagación de ondas y dispersión en medios de capas al azar, que es básico en cálculos de geofísica son estudiados.

En este trabajo se realiza, creemos que por primera vez, un estudio estadístico de las fases de los parámetros de Bargman asociados a un haz de partículas incidentes sobre un arreglo periódico de átomos desordenados. Para simplificar limitaremos nuestra atención a un universo unidimensional; la partícula puede moverse a lo largo de una recta y su posición viene dada por la coordenada x . El modelo unidimensional tiene la ventaja de que la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo es una ecuación diferencial ordinaria, en vez de una ecuación en derivadas parciales y por tanto la discusión matemática es mucho más simple. Los rasgos fundamentales, sin embargo, se encuentran ya presentes en esta simplificación.

El estudio se lleva a cabo representando a la cadena de átomos mediante una serie de barreras y pozos rectangulares.

El objetivo es observar las propiedades estadísticas de los coeficientes de reflexión y transmisión R y T de los parámetros de Bargman ν y μ dados por

$$\nu = \frac{\pi - \phi}{2} \quad \text{y} \quad \mu = \frac{-\pi + \phi - 2\beta}{2} \sigma$$

La razón por la cual es importante estudiar estos parámetros es debido a que existe una teoría (ref. 1) cuya validez depende de las propiedades estadísticas de ν y μ .

La teoría mencionada ha demostrado ser bastante acertada para describir analíticamente el comportamiento de este tipo de sistemas.

Sin embargo, a pesar de su éxito es importante investigar si la

hipótesis relacionada con las propiedades estadísticas de ν y μ (sobre las que se basa dicha teoría) es verdadera.

Hemos realizado estudios para sistemas desordenados unidimensionales, en presencia y ausencia de un campo eléctrico externo. La influencia del campo reside en alterar la probabilidad de distribución de las fases de los coeficientes ν y μ .

El método de la matriz de transferencia es el que se utiliza para el tratamiento de nuestro sistema.

La tesis esta formada por cuatro capítulos : el capítulo 1 describe brevemente parámetros como transmitividad σ , reflectividad ρ , coeficiente de reflexión R, coeficiente de transmisión T, los parámetros de Bargman μ, ν y ρ , y las fases de los coeficientes de reflexión y transmisión ϕ_ρ y ϕ_σ . El capítulo 2 muestra el modelo para nuestro estudio, y el capítulo 3 da una discusión estadística, incluyendo un resumen de la teoría de Flores Mello y Monsivals y se muestran algunos resultados. El capítulo 4 se dan las conclusiones y perspectivas. Se presenta un apéndice con el programa que facilitaría su aplicación en estudios posteriores.

CAPITULO I

Dispersión cuántica en sistemas unidimensionales.

1.1 Transmitedad σ , reflectividad ρ y los coeficientes de reflexión y transmisión R y T.

Supongamos que tenemos un haz de electrones incidiendo en una barrera de potencial. El cuadrado de la relación de la intensidad de la onda reflejada a la intensidad de la onda incidente proporciona la probabilidad de que la partícula sea reflejada por la barrera hacia la región $x < 0$, vease figura 1.1. Esta probabilidad es el coeficiente de reflexión R.

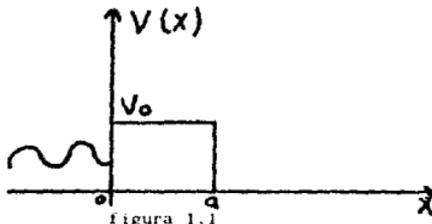


figura 1.1

Cuando la energía total de la partícula es mayor que la altura del potencial de la barrera se puede demostrar que existen casos en que $R < 1$. Esto está en contraste con el valor $R = 1$ cuando $E < V_0$. Por supuesto que lo sorprendente de este resultado no es que $R < 1$ sino que $R > 0$. Ya que una partícula clásica no debería ser reflejada si cuenta con energía suficiente para pasar la discontinuidad del potencial.

Igualmente resulta interesante el coeficiente de transmisión T que especifica la probabilidad de que la partícula sea transmitida a través de la barrera de potencial desde la región $x < 0$ a la región $x > 0$. De acuerdo con la norma aceptada, los coeficientes de reflexión y transmisión están definidos realmente en términos de las relaciones de los flujos de probabilidad. Un flujo de probabilidad es la probabilidad por segundo de encontrar una partícula cruzando algún punto de referencia en una dirección particular. La probabilidad de encontrar a la partícula dentro de un elemento de longitud dx es $\psi^* \psi dx$.

El flujo de probabilidad incidente es la probabilidad por segundo de encontrar a una partícula cruzando un punto en $x < 0$ en la dirección en la que crece x ; el flujo de probabilidad reflejado es la probabilidad por segundo de encontrar una partícula cruzando un punto $x < 0$ en la dirección en la que x decrece; y el flujo de probabilidad transmitido es la probabilidad por segundo de encontrar a una partícula cruzando un punto en $x > 0$ en la dirección en la que x crece.

Por otro lado se puede demostrar que $R + T = 1$ (a)

Esta relación es la motivación para definir los coeficientes de reflexión y transmisión en términos de los flujos de probabilidad. El flujo de probabilidad que incide sobre la barrera de potencial se divide en un flujo transmitido y un flujo reflejado y la ec. a) afirma que su suma es igual al flujo incidente; es decir la partícula no se crea ni desaparece según la interpretación de la mecánica. En cualquier intento particular la partícula seguirá uno u otro camino. Para un gran número de intentos, la probabilidad promedio de seguir en la dirección en la que crece x está medida por T .

Según la mecánica clásica una partícula de energía E en la región $x < 0$ que incide sobre una barrera en la dirección en la que crece x tendrá una probabilidad de ser reflejada igual a uno, si $E < V_0$; y una probabilidad uno de ser transmitida a la región $x > 0$ si $E > V_0$. Ninguna de estas afirmaciones describe de manera adecuada los resultados de la mecánica cuántica. Si E es mucho mayor que V_0 , la teoría predice que habrá algo de reflexión excepto para ciertos valores de E .

Si E es mucho menor que V_0 la mecánica cuántica predice que existe cierta probabilidad de que la partícula sea transmitida a través de la barrera a la región $x > 0$.

La función de onda penetra una corta distancia "dentro" del pozo de potencial en cada barrera dando una probabilidad finita de encontrar la partícula mas allá de los límites clásicos impuestos por la pared.

Esta situación puede tratarse en forma simplificada usando una delgada pared de potencial, una barrera de potencial. Supongamos que ésta consiste de una pequeña región sobre el eje x limitada por agudos saltos de potencial: uno desde cero hasta un valor finito de V y el otro desde V hasta cero otra vez. En la figura 1.2 esta situación se representa colocando el primer salto en $x=0$, y el segundo en $x=A$. Esto divide al eje en tres regiones:

- Región I $x < 0$, donde la energía potencial es $V=0$
- Región II $0 < x < A$, donde la energía potencial es $V=V_0$
- Región III $x > A$, donde la energía potencial es $V=0$

Dejemos ahora que el tren de ondas incida sobre la barrera desde la izquierda. La barrera se ha construido de tal forma que es delgada, comparada con la profundidad de penetración de la onda dentro de ella, por lo que debe haber una onda de amplitud finita en la región III a la derecha.

Se dibuja una amplitud finita para la función de onda de la 3er. región como se ve en la figura 1.2, asignando la notación ψ_I , ψ_{II} , ψ_{III} , a las respectivas funciones de onda en las regiones I, II y III, como se indica en la figura 1.2, las correspondientes ecuaciones de Schrodinger son;

$$\text{Región I} \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_I}{dx^2} = E \psi_I \quad \text{ya que } V_I = 0$$

$$\text{Región II} \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_{II}}{dx^2} + V_{II} \psi_{II} = E \psi_{II} \quad \text{ya que } V_{II} = V$$

$$\text{Región III} \quad \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi_{III}}{dx^2} = E \psi_{III} \quad \text{ya que } V_{III}=0$$

rearrreglando estas ecuaciones y definiendo las cantidades,

$$k_I^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E \quad \text{y} \quad k_p^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E-V)$$

las ecuaciones toman la forma,

$$\text{Región I} \quad \frac{d^2 \psi_I}{dx^2} + k_I^2 \psi_I = 0 \quad (I)$$

$$\text{región II} \quad \frac{d^2 \psi_{II}}{dx^2} + k_p^2 \psi_{II} = 0 \quad (II)$$

$$\text{Región III} \quad \frac{d^2 \psi_{III}}{dx^2} + k_I^2 \psi_{III} = 0 \quad (III)$$

A continuación se obtendrá la solución a la ecuación de Schrodinger para la región I. las soluciones para las regiones II y III son similares.

Supongamos una solución de la forma;

$$\psi = e^{\gamma x} \quad \text{y} \quad \psi' = \gamma e^{\gamma x} \quad \text{y} \quad \psi'' = \gamma^2 e^{\gamma x}$$

Siendo ψ' y ψ'' , la primera y segunda derivada de ψ con respecto a x , entonces sustituyendo en I) tenemos,

$$\gamma^2 e^{\gamma x} + k_I^2 e^{\gamma x} = 0 \quad \text{y} \quad (\gamma^2 + k_I^2) e^{\gamma x} = 0$$

para que $e^{\gamma x}$ sea solución entonces $\gamma^2 + k_I^2 = 0$ que es la ecuación característica y sus raíces son $\gamma = \pm k_I i$ sustituyendo estas dos raíces en ψ tenemos,

$$\psi_1 = e^{i k_I x} \quad \text{y} \quad \psi_2 = e^{-i k_I x}$$

Que son las soluciones de la ecuación 1), y una solución general para la región I será;

$$\psi_I(x) = Ae^{ik_I x} + Be^{-ik_I x}$$

En forma semejante se encuentra que las soluciones para las regiones II y III son de la forma

$$\text{Región II} \quad \psi_{II}(x) = Fe^{ik_{II} x} + Ge^{-ik_{II} x} \quad y$$

$$\text{Región III} \quad \psi_{III}(x) = Ce^{ik_{III} x} + De^{-ik_{III} x}$$

donde las constantes A, B, etc. son las amplitudes de las componentes correspondientes de cada onda, se pueden identificar como sigue:

A es la amplitud de la onda que incide desde la izquierda de la barrera.

B es la amplitud de la onda reflejada en la región I

F es la amplitud de la onda que penetra la barrera en la región II.

G es la amplitud de la onda reflejada (por la superficie en $x=A$) en la región II.

C es la amplitud de la onda transmitida a la región III y,

D es la amplitud de una (no existente, en este caso $D=0$) onda reflejada en la región III.

Debe notarse que hemos dibujado la función de onda a través de las tres regiones de la figura 1.2 continua y de valor único en todos los puntos del eje x.

Estas condiciones que imponemos son razonables y hacen posible resolver explícitamente para las varias amplitudes en términos de la energía de la partícula, la altura de la barrera y su espesor.

Ya que la densidad de probabilidad asociada con una función de onda es proporcional al cuadrado de la amplitud de esa función,

podemos definir que $\sigma = \frac{C}{A}$ y $\rho = \frac{B}{A}$ las cuales sirven para definir el coeficiente de transmisión de la barrera como

$$T = |\sigma|^2 = \frac{|C|^2}{|A|^2} \quad \text{y el coeficiente para la superficie de la}$$

$$\text{barrera en } x=0 \text{ dado como} \quad R = |\rho|^2 = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

onda incidente +
onda reflejada

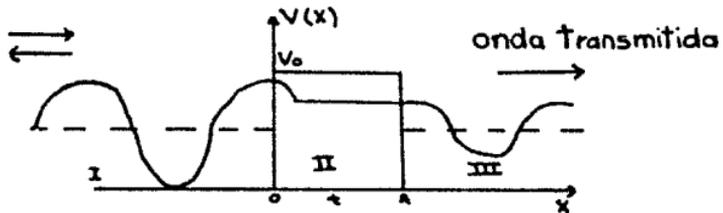


figura 1.2

Un haz de partículas de energía cinética E incide sobre una barrera potencial $V > E$ de ancho $0A=a$.

1.2 Las fases de reflectividad y la transmitividad ϕ_ρ , ϕ_σ

En general ρ y σ son números complejos y sin pérdida de generalidad se pueden escribir como:

$$\rho = |\rho| e^{i\phi_\rho}, \quad \sigma = |\sigma| e^{i\phi_\sigma}$$

La importancia de las fases ϕ_ρ , ϕ_σ aparece al analizar los tiempos de retardo que sufre un paquete de ondas en su reflexión y transmisión. En efecto considérese un paquete de ondas incidente por la izquierda de la forma

$$\int_R dk' f(k'_-) \exp\left\{i\left(k'_- x - E' t/\hbar\right)\right\}$$

siendo $k'_- = \sqrt{e^2 - U}$; $f(k'_-) = |f(k'_-)| \exp(i\alpha(E'))$, y $f(k'_-)$ es distinta de cero sólo en un entorno pequeño de k_- . En las zonas asintóticas el paquete transmitido es

$$\int_R dk' f(k'_-) \sigma_-(E') \exp\left\{i\left(k'_- x - E' t/\hbar\right)\right\}$$

y el reflejado es

$$\int_R dk' f(k'_-) \rho_-(E') \exp\left\{i\left(-k'_- x - E' t/\hbar\right)\right\}$$

Escribiendo

$$\sigma(E') = |\sigma(E')| \exp(2i\delta(E')), \quad \rho(E') = |\rho(E')| \exp(2i\phi(E')).$$

Se puede demostrar que los centros de los respectivos paquetes se mueven en la forma siguiente. El paquete transmitido sufre un retraso con respecto al incidente; su centro pasa por un punto $x=b$, alejado hacia más infinito (esto es cuando un haz de electrones por ejemplo, incide por la izquierda en una barrera de potencial) un tiempo τ_{trans} más tarde que el centro del paquete incidente. De forma análoga, el paquete reflejado sufre un retraso τ_{ref} con respecto al incidente, que en un punto $x=a$ alejado hacia menos infinito. El retardo debe ser pequeño comparado con el tiempo que tarda el centro del paquete incidente en atravesar su propia extensión, (cuando las fases varían rápidamente con la energía, pueden aparecer fenómenos de resonancia).

Se podría preguntar el por qué se ha hablado de tiempo de retraso y no de adelanto. La razón es debida a la causalidad en las interacciones locales, que exige que no salgan ondas apreciables de la región de interacción antes de que llegue a ésta la parte importante del paquete incidente. Dicha causalidad queda

asegurada intuitivamente por ser la interacción $V(x)$ local, y que, por tanto afecta de forma sensible solo a las funciones de onda importantes en la zona de acción de $V(x)$. Si es D el tamaño del potencial dispersor (ancho de la barrera), el tiempo de llegada del paquete incidente tiene una imprecisión $\sim D/v$ por lo que los adelantos $\geq D/v$ violarían la causalidad ($v=k/m$ la velocidad del paquete).

Existe un tratamiento para cadenas desordenadas donde Bargman propone una matriz de transferencia la cual sirve para relacionar los coeficiente de la función de onda de la derecha con los coeficientes de la función de onda de la izquierda esto con respecto a una barrera de potencial, expresandola como:

$$R = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

con la cual se buscará una relación para la obtención de las fases y que en los siguientes párrafos se describirá con más detalle.

1.3 Los parámetros de Bargman μ, ν y ρ

Cuando consideramos una cadena desordenada en ausencia de un campo eléctrico externo la dispersión de la partícula por cada barrera puede expresarse a través de una matriz de transferencia R_i y la dispersión total puede ser escrita por una matriz de transferencia R de 2×2 que puede escribirse como:

$$R = R_1 R_2 \dots R_n$$

donde la matriz de transferencia R_i corresponde a la i -ésima barrera. R debe ser de conservación de flujo, o invariancia inversa en el tiempo, pseudounitaria, esto es su inversa es igual a menos su transpuesta y unimodular, que indica que su determinante es igual a uno (vease sec. 3.2).

Supongamos que tenemos una onda incidendo sobre un potencial por la derecha y que representamos por b'_d y además una onda que incide sobre el potencial por la izquierda representada por b'_l , existe una matriz R tal que los coeficientes de la onda de la derecha se relacionan con los coeficientes de la onda de la izquierda, esto es $b'_d = R b'_l$.

Una matriz de transferencia R puede escribirse como

$$R = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\mu} & 0 \\ 0 & e^{i\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{1+\rho_B} & \sqrt{\rho_B} \\ \sqrt{\rho_B} & \sqrt{1+\rho_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\nu} & 0 \\ 0 & e^{i\nu} \end{bmatrix} \dots 1)$$

con $\alpha^2 - \beta^2 = 1$, donde μ, ν y ρ_B son los parámetros de Bargman, por ser el quien sugirió esta representación para R , μ, ρ_B y ν varían en el rango $-\pi \leq \mu \leq \pi$, $0 \leq \rho_B \leq \infty$, y $-\pi \leq \nu \leq \pi$ siendo μ y ν las fases.

Realizando el producto de las matrices de la ecuación 1) tenemos:

$$R = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i(\mu+\nu)}\sqrt{1+\rho_B} & e^{i(\nu-\mu)}\sqrt{\rho_B} \\ e^{i(\mu-\nu)}\sqrt{\rho_B} & e^{i(\mu+\nu)}\sqrt{1+\rho_B} \end{bmatrix} \dots 2)$$

Ahora, según la teoría de Flores, Mello y Monsivais (que en adelante llamaremos teoría FMM) la forma de la ecuación 1) es una expresión válida no sólo en la ausencia de campo eléctrico externo sino también cuando consideramos una cadena de barreras en presencia de un campo eléctrico externo.

Como se mencionó antes, la matriz R es una matriz de transferencia la cual podemos utilizar para relacionar los coeficientes de la función de onda de una "región" a otra cuando

una partícula intenta "atravesar" una barrera de potencial. Por otro lado se puede demostrar que esa misma matriz se puede expresar en términos de la reflectividad y la transmitividad como sigue (siguiendo esencialmente el desarrollo presentado por Pascual y Galindo²):

Supongamos una función de onda $\psi^{(-)}(x)$ que representa a una partícula que incide desde $-\infty$, con función de onda e^{ikx} y una función de onda $\psi^{(+)}(x)$ representa la situación simétrica. Esto es

$$\psi^{(-)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{(k_-)^{1/2}} (k_-)^{1/2} e^{ik_- x} + \frac{1}{(k_-)^{1/2}} (k_-)^{1/2} \rho_- e^{-ik_- x} & ; x \rightarrow -\infty \\ \frac{1}{(k_+)^{1/2}} (k_+)^{1/2} \sigma_- e^{ik_+ x} & ; x \rightarrow +\infty \end{cases}$$

y

$$\psi^{(+)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{(k_+)^{1/2}} (k_+)^{1/2} e^{-ik_+ x} + \frac{1}{(k_+)^{1/2}} (k_+)^{1/2} \rho_+ e^{ik_+ x} & ; x \rightarrow +\infty \\ \frac{1}{(k_-)^{1/2}} (k_-)^{1/2} \sigma_+ e^{-ik_- x} & ; x \rightarrow -\infty \end{cases}$$

Reescribiendo estas ecuaciones en forma de matrices tenemos para $\psi^{(-)}$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \rho_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_- \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} T_{11} + T_{12} \rho_- = \sigma_- \\ T_{21} + T_{22} \rho_- = 0 \end{cases} \quad \text{a)}$$

para $\psi^{(+)}$

$$\begin{bmatrix} \rho_+ \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_+ \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} T_{12} \sigma_+ = \rho_+ \\ T_{22} \sigma_+ = 1 \end{cases} \quad \text{b)}$$

Donde los T_{ij} son los elementos de la matriz de transferencia, combinando las ecuaciones a) y b) y realizando el álgebra correspondiente encontramos que los T_{ij} tienen la expresión siguiente;

$$\sqrt{\frac{k_+}{k_-}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_+} & \frac{\rho}{\sigma} \\ -\frac{\rho^*}{\sigma^*} & \frac{1}{\sigma} \end{bmatrix}$$

Siendo σ el coeficiente de la onda transmitida y ρ el coeficiente de la onda reflejada, k_+, k_- son los vectores de onda de las dos diferentes regiones. Esta matriz resultante es la matriz que permite relacionar los coeficientes de la función de onda de una región con los coeficientes de la función de onda de otra región.

La razón por la que hemos introducido otra representación de la matriz transferencia, es porque a través de ella podremos expresar las fases ν y μ en términos de ϕ_ρ y ϕ_σ .

Sea

$$\sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^*} & \frac{\rho}{\sigma} \\ \frac{\rho^*}{\sigma^*} & \frac{1}{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-1(\mu+\nu)\sqrt{1+\rho_B}} & e^{1(\nu-\mu)\sqrt{\rho_B}} \\ e^{1(\mu-\nu)\sqrt{\rho_B}} & e^{1(\mu+\nu)\sqrt{1+\rho_B}} \end{bmatrix}$$

para poder despejar ν y μ igualamos elemento a elemento de las matrices de la igualdad anterior obteniendo;
el término (1,1)

$$\sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \frac{1}{\sigma^*} = \sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \frac{1}{|\sigma|} e^{1\phi_\sigma} = e^{-1(\mu+\nu)\sqrt{1+\rho_B}} \rightarrow e^{1\phi_\sigma} = e^{-1(\mu+\nu)}$$

$$\rightarrow \phi_\sigma = -(\mu+\nu) \dots \dots \dots a)$$

el término (1,2)

$$\sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \frac{\rho}{\sigma} = \sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \left| \frac{\rho}{\sigma} \right| e^{1(\phi_\rho - \phi_\sigma)} = e^{1(\nu-\mu)\sqrt{\rho_B}} \rightarrow e^{1(\phi_\rho - \phi_\sigma)} = e^{1(\nu-\mu)}$$

$$\rightarrow \phi_\rho - \phi_\sigma = \nu - \mu \dots \dots \dots b)$$

el término (2,1)

$$\sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \frac{\rho^*}{\sigma^*} = \sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \left| \frac{\rho}{\sigma} \right| e^{1(\phi_\sigma - \phi_\rho)} = e^{1(\mu-\nu)\sqrt{\rho_B}} \rightarrow e^{1(\phi_\sigma - \phi_\rho)} = e^{1(\mu-\nu)}$$

$$\rightarrow \phi_\sigma - \phi_\rho = \mu - \nu \dots \dots \dots c)$$

y el término (2,2)

$$\sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \frac{1}{\sigma} = \sqrt{\frac{k^+}{k^-}} \frac{1}{|\sigma|} e^{-1\phi_\sigma} = e^{1(\mu+\nu)\sqrt{1+\rho_B}} \rightarrow e^{-1\phi_\sigma} = e^{1(\mu+\nu)}$$

$$\rightarrow -\phi_\sigma = \mu + \nu \dots \dots \dots d)$$

entonces despejando μ en d) $\rightarrow \mu = -\phi_\sigma - \nu$

sustituyendo en b)

$$\phi_\rho - \phi_\sigma = \nu + \phi_\sigma + \nu = 2\nu + \phi_\sigma \rightarrow \nu = \frac{\phi_\rho - \phi_\sigma - \phi_\sigma}{2} = \frac{\phi_\rho - 2\phi_\sigma}{2}$$

Para μ tenemos

$$\mu = -\phi_\sigma - \left(\frac{\phi_\rho - 2\phi_\sigma}{2} \right) = \frac{-2\phi_\sigma - \phi_\rho + 2\phi_\sigma}{2} = \frac{-\phi_\rho}{2}$$

Ahora si queremos expresar a ν y μ en términos de los valores de las fases de los coeficientes de la función de onda, suponiendo que la partícula incide por la izquierda, tenemos que (por las igualdades $\text{fase}(\sigma^-) = \text{fase}(\sigma^+)$ y $\text{fase}(\rho^-/\sigma^-) = \pi - \text{fase}(\rho^+/\sigma^+)$):

$$\nu = \frac{\pi - \phi}{2}$$

y

$$\mu = \frac{-\pi + \phi - 2\phi\sigma}{2}$$

Como se mencionó antes la influencia de un campo eléctrico externo altera la probabilidad de distribución de las fases μ y ν . Hasta antes de la teoría FMM no se conocían estudios abordando analíticamente, una cadena unidimensional y bajo un campo eléctrico externo. La teoría FMM basa sus conclusiones tomando como un hecho que los parámetros de Bargman ν y μ se distribuyen uniformemente entre $-\pi$ y π . El comportamiento de la distribución de estos parámetros según nuestros cálculos se muestra más adelante.

Capítulo 2

MODELO

2.1 Construcción de la matriz de transferencia en ausencia de campo eléctrico externo.

El modelo que utilizaremos para el estudio de los coeficientes de reflexión y transmisión en un potencial desordenado, será una modificación del modelo de Kronig-Penney, el cual consiste en crear cadenas de barreras y pozos de potencial cuadrados.

Primero consideramos una barrera en ausencia de un campo eléctrico externo y en una dimensión, donde utilizamos el método de la matriz de transferencia la cual muestra su forma en el ejemplo mismo.

Supongamos un haz de electrones incidiendo sobre una barrera de potencial por la izquierda, éste es mostrado en la figura 2.1 y se trata de una barrera rectangular de ancho a y altura V_0 .

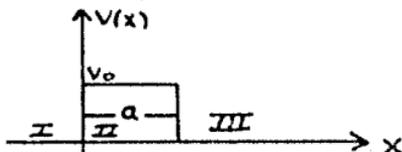


figura 2.1

Del capítulo I sabemos que la solución de la ecuación de Schrodinger en la región I es:

$$\psi_I = A_{-1} e^{ik_{-1}x_0} + B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0} \quad (2.1)$$

y para la región II

$$\psi_{II} = A_0 e^{ik_0x_0} + B_0 e^{-ik_0x_0} \quad (2.2)$$

donde

$$k_I = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)}$$

Ahora una de las condiciones para que una solución de la ecuación de Schrodinger sea físicamente admisible, es que; tanto ψ como sus derivadas deben ser funciones continuas. Entonces tomando las ecuaciones 2.1 y 2.2 derivando e igualando obtenemos;

$$A_{-1} e^{ik_{-1}x_0} + B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0} = A_0 e^{ik_0x_0} + B_0 e^{-ik_0x_0} \quad \text{continuidad de } \psi \quad (2.3a)$$

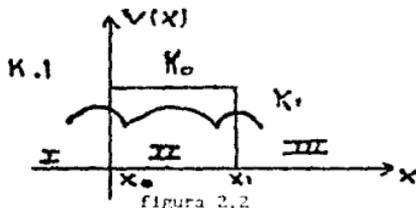
$$ik_{-1}A_{-1} e^{ik_{-1}x_0} - ik_{-1}B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0} = ik_0A_0 e^{ik_0x_0} - ik_0B_0 e^{-ik_0x_0} \quad \text{continuidad de } \psi' \quad (2.3b)$$

Con este sistema de ecuaciones (2.3) buscaremos la matriz de transferencia que nos relacionará los coeficientes de la función de onda de la región I con los coeficientes de la función de onda

de la región II (ver figura 2.2), entonces, reescribiendo el sistema de ecuaciones 2.3 en forma de matrices, tenemos;

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1k_{-1} & -1k_{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1}e^{1k_{-1}x_0} \\ B_{-1}e^{-1k_{-1}x_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1k_0 & -1k_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0e^{1k_0x_0} \\ B_0e^{-1k_0x_0} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Para despejar A_0 y B_0 tenemos multiplicando por la inversa de la matriz que es el primer factor del lado derecho de la igualdad 2.4).



entonces

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{21k_0} \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{21k_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1k_{-1} & -1k_{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1}e^{1k_{-1}x_0} \\ B_{-1}e^{-1k_{-1}x_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0e^{1k_0x_0} \\ B_0e^{-1k_0x_0} \end{bmatrix}$$

donde $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{21k_0} \\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{21k_0} \end{bmatrix}$ es la inversa mencionada

multiplicando las matrices tenemos

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} & \frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} \\ \frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} & \frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1}e^{1k_{-1}x_0} \\ B_{-1}e^{-1k_{-1}x_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0e^{1k_0x_0} \\ B_0e^{-1k_0x_0} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Con esta expresión tenemos una matriz de transferencia que nos relaciona los valores de la función de onda de la región I con la región II, pero buscamos la matriz que relaciona los coeficientes de la función, entonces, (2.5) la podemos reescribir como;

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} & \frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} \\ \frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} & \frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{1k_{-1}x_0} & 0 \\ 0 & e^{-1k_{-1}x_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1} \\ B_{-1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} e^{ik_0 x_0} & 0 \\ 0 & e^{-ik_0 x_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix}$$

Realizando las operaciones correspondientes finalmente obtenemos;

$$\begin{bmatrix} e^{ix_0(k_{-1}-k_0)} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) & e^{-ix_0(k_{-1}+k_0)} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) \\ e^{ix_0(k_{-1}+k_0)} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) & e^{-ix_0(k_{-1}-k_0)} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1} \\ B_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots 2.6)$$

Donde el primer factor del lado izquierdo de la ecuación anterior que numeramos como 2.6) es M1 la matriz de transferencia que relaciona los coeficientes de la función de onda de la región I con los coeficientes de la función de onda de la región II y es la matriz que nos "traslada" al electrón dentro de la barrera de potencial.

Ahora necesitamos encontrar la matriz de transferencia para trasladar al electrón del punto x_0 al punto x_1 dentro de la barrera en este caso la función de onda es la misma en toda la región II, entonces si escribimos,

$$\begin{bmatrix} A_0 e^{ik_0 x_1} \\ B_0 e^{-ik_0 x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 e^{ik_0(x_0+a)} \\ B_0 e^{-ik_0(x_0+a)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 e^{ik_0 x_0} e^{ik_0 a} \\ B_0 e^{-ik_0 x_0} e^{-ik_0 a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{ik_0 a} & 0 \\ 0 & e^{-ik_0 a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 e^{ik_0 x_0} \\ B_0 e^{-ik_0 x_0} \end{bmatrix}$$

Donde la matriz que es el primer factor de esta última expresión y que llamamos M2 es la matriz de transferencia que relaciona la función de onda evaluada en los puntos x_0 y x_1 . Como se puede ver, tanto k (el vector de onda) y los coeficientes son los mismos en toda la región, entonces la matriz M2 nos "traslada" al electrón del punto x_0 al punto x_1 , ver figura 2.2.

Finalmente buscamos la matriz de transferencia que nos "traslada" fuera de la barrera hacia la región III, para esto siguiendo el procedimiento que llevamos para encontrar M1 tendremos la función de onda y su derivada tanto de la región II como de la región III e igualando tenemos;

$$A_0 e^{ik_0 x_1} + B_0 e^{-ik_0 x_1} = A_1 e^{ik_1 x_1} + B_1 e^{-ik_1 x_1}$$

$$ik_0 A_0 e^{ik_0 x_1} - ik_0 B_0 e^{-ik_0 x_1} = ik_1 A_1 e^{ik_1 x_1} - ik_1 B_1 e^{-ik_1 x_1}$$

de tal sistema de ecuaciones llegamos a la matriz de transferencia de la forma

$$\begin{bmatrix} e^{ix_1(k_0 - k_1)} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_0}{2k_1} \right) & e^{-ix_1(k_0 + k_1)} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_0}{2k_1} \right) \\ e^{ix_1(k_0 + k_1)} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_0}{2k_1} \right) & e^{-ix_1(k_0 - k_1)} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_0}{2k_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}$$

Donde el primer término del primer miembro lo llamamos M_1 , siendo M_1 la matriz de transferencia que nos relaciona los coeficientes de la función de onda de la región II con los coeficientes de la función de onda de la región III.

El término B_1 ya que no tenemos onda en esa dirección.

Entonces para que el electrón pase de la región I a la región III, basta multiplicar las matrices de transferencia de cada región para obtener una matriz de transferencia total, siendo ésta de la forma ;

$$\begin{bmatrix} e^{-ik_1 x_1} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_1} \right) & e^{-ik_1 x_1} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_1} \right) \\ e^{ik_1 x_1} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_1} \right) & e^{ik_1 x_1} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1} \\ B_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{o bien } M_2 M_1 = M_T \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} M_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1} \\ B_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Si en general representamos } M_T = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$$

Tendríamos de esta manera que tomando $A_{-1}=A$, $B_{-1}=B$, $A_1=C$ y $B_1=D=0$ entonces

$$\begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}$$

despejando B y C tenemos

$$B = \frac{-G}{H} \quad \text{y} \quad C = E + FB \quad \text{considerando } A=1$$

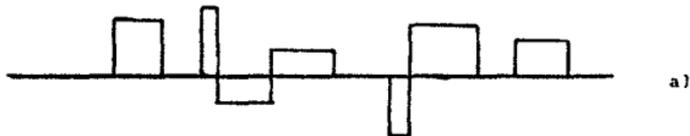
Siendo B la reflectividad y C la transmitividad t las cuales al tomar su valor absoluto y elevar al cuadrado nos da,

$$R = |B|^2 \quad \text{y} \quad T = \frac{k_D}{k_1} |C|^2.$$

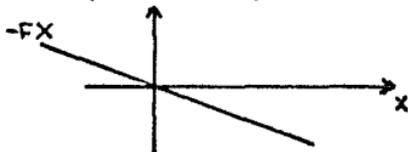
que son los coeficientes de reflexión y transmisión respectivamente, para un haz de electrones que incide por la izquierda de una barrera de potencial de ancho a y altura V_0 .

2.2 Construcción de la matriz de transferencia bajo la influencia de un campo eléctrico externo.

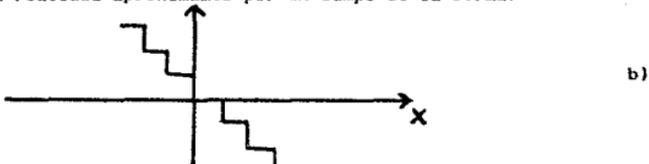
Nuestro modelo consiste en la creación de cadenas de barreras y pozos de potencial desordenados del tipo:



a las cuales les aplicamos un campo eléctrico externo de la forma:



que en realidad aproximamos por un campo de la forma:



de tal manera que el potencial es la suma de a) más b) para este caso las soluciones a la ecuación de Schrodinger en las cuales el valor del campo eléctrico externo está incluido en las k_1 , se toman de la forma;
para la región I,

$$\psi_I = \frac{A_{-1} e^{ik_{-1}x_0}}{\sqrt{\frac{hk_{-1}}{m}}} + \frac{B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0}}{\sqrt{\frac{hk_{-1}}{m}}} \quad (2.7)$$

para la región II

$$\psi_{II} = \frac{A_0 e^{ik_0 x_0}}{\sqrt{\frac{hk_0}{m}}} + \frac{B_0 e^{-ik_0 x_0}}{\sqrt{\frac{hk_0}{m}}} \quad (2.8)$$

igualando las ecuaciones 2.7) y 2.8) y multiplicando esta ecuación

por $\sqrt{\frac{hk_0}{m}}$ tenemos

$$\sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}} A_{-1} e^{ik_{-1}x_0} + \sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}} B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0} = A_0 e^{ik_0 x_0} + B_0 e^{-ik_0 x_0} \quad (2.9)$$

derivando a) y simplificando tenemos;

$$\sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}} \frac{k_{-1}}{k_0} A_{-1} e^{ik_{-1}x_0} - \sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}} \frac{k_{-1}}{k_0} B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0} = A_0 e^{ik_0 x_0} - B_0 e^{-ik_0 x_0} \quad (2.10)$$

Reescribiendo las ecuaciones 2.9) y 2.10) como un sistema en forma de matrices tenemos;

$$\sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ k_{-1} & -k_{-1} \\ k_0 & k_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{-1} e^{ik_{-1}x_0} \\ B_{-1} e^{-ik_{-1}x_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ A_0 e^{ik_0 x_0} \\ B_0 e^{-ik_0 x_0} \end{bmatrix}$$

Para poder despejar los coeficientes A_0 y B_0 realizamos las operaciones correspondientes obteniendo la siguiente expresión;

$$\sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}} \begin{bmatrix} e^{ix_0(k_{-1} - k_0)} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) & e^{-ix_0(k_{-1} + k_0)} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) \\ e^{ix_0(k_{-1} + k_0)} \left(\frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) & e^{-ix_0(k_{-1} - k_0)} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_0} \right) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{-1} \\ B_{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix}$$

Donde nuevamente el primer factor del primer miembro de esta última expresión es la matriz de transferencia M_1 que relaciona los coeficientes de la función de onda de la región I con los coeficientes de la función de onda de la región II, en esta ecuación podemos observar la similitud con la ecuación 2.6), y la

diferencia está en el factor $\sqrt{\frac{k_0}{k_{-1}}}$.

Para el caso de la región II la matriz de transferencia es nuevamente de la forma ;

$$\begin{bmatrix} e^{ik_0 a} & 0 \\ 0 & e^{-ik_0 a} \end{bmatrix}$$

y para la región III la matriz de transferencia es de la forma M_1 tomando en cuenta que estamos en el punto x_1 y que los vectores de onda de las regiones II y III son k_0 y k_1 respectivamente.

Entonces si realizamos el producto de las matrices de las tres regiones obtenemos;

$$\sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}} M_1 = \sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$$

esto es

$$\sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{k_1}{k_{-1}}} \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}$$

$$e^{-ik_1 x_1} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_1} \\ \frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_1} \end{pmatrix} \quad e^{-ik_1 x_1} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \frac{k_{-1}}{2k_1} \\ \frac{1}{2} + \frac{k_{-1}}{2k_1} \end{pmatrix}$$

.....d)

que es la expresión de la matriz de transferencia total cuando tenemos una barrera de potencial de ancho "a" y altura V_0 , bajo la influencia de un campo eléctrico externo.

Algo que podemos observar en la ecuación d) después de realizado el producto de las 3 matrices de las 3 regiones es el comportamiento del vector de onda k_1 , tanto en la raíz como en la exponencial, dado que sólo quedan las correspondientes a la primera y a la última región, y comparando con la matriz de transferencia total cuando no tenemos campo externo la diferencia es el factor de la raíz del cociente de los vectores de onda.

Entonces siguiendo el procedimiento para el caso sin campo externo podemos encontrar los coeficientes de reflexión y transmisión.

2.3 Construcción de la matriz de transferencia cuando $E=V_0$

Un caso particular es cuando tenemos $E=V_0$, es decir la energía de la partícula igual a la altura del potencial de la barrera, en este caso las ecuaciones de Schrödinger para las tres diferentes regiones son:

para la región I

$$\frac{2m}{\hbar^2} \psi'' + V_I \psi = E \psi \quad \text{asignando } E_I = E - V_I$$

$$\rightarrow \frac{2m}{\hbar^2} \psi'' - E_I \psi = 0 \quad \rightarrow \psi'' - \frac{\hbar^2}{2m} E_I \psi = 0 \quad (2.11)$$

tomando $k_I^2 = \frac{\hbar^2}{2m} E_I$ la solución a esta ecuación es para el punto x_I

$$A_{-1} e^{ik_I x_I} + B_{-1} e^{-ik_I x_I} \quad \text{y su primer derivada}$$

$$ik_I A_{-1} e^{ik_I x_I} - ik_I B_{-1} e^{-ik_I x_I} \quad \dots\dots\dots 2.12)$$

Para la región II la ecuación de Schrödinger es:

$$\frac{2m}{\hbar^2} \psi'' + V_{II} \psi = E \psi \quad \text{pero como } E=V$$

$\psi''=0$ y la solución a esta ecuación es de la forma

$ax+b$ que evaluando en x_i da ax_i+b y su primer derivada es a 2.13)

La misma solución pero ahora evaluada en x_{i+1} es $ax_{i+1}+b$ y su primer derivada es a 2.14)

Por último para la región III la ecuación de Schrödinger es:

$$\frac{2m}{\hbar^2} \psi'' + V_{III} \psi = E \psi \quad \text{asignando ahora } E_{III} = E - V_{III}$$

$$\psi'' - \frac{\hbar^2}{2m} E_{III} \psi = 0 \text{ y tomando } k_{III} = \frac{\hbar^2}{2m} E_{III} \text{ la solución a la}$$

ecuación evaluada en el punto x_{i+1} es de la forma

$$A_{i+1} e^{ik_{III} x_{i+1}} + B_{i+1} e^{-ik_{III} x_{i+1}} \quad \text{y su primer derivada}$$

$$ik_{III} A_{i+1} e^{ik_{III} x_{i+1}} - ik_{III} B_{i+1} e^{-ik_{III} x_{i+1}}$$

Por continuidad de ψ y ψ' podemos igualar la función y su derivada de la región I con la función y su derivada de la región II esto tomando la región II evaluada en x_i entonces tenemos

$$A_{i-1} e^{ik_I x_i} + B_{i-1} e^{-ik_I x_i} = ax_i + b$$

$$ik_I A_{i-1} e^{ik_I x_i} - ik_I B_{i-1} e^{-ik_I x_i} = a \quad 2.15)$$

Análogamente para las regiones II y III obtenemos

$$ax_{i+1} + b = A_{i+1} e^{ik_{III} x_{i+1}} + B_{i+1} e^{-ik_{III} x_{i+1}}$$

$$a = ik_{III} A_{i+1} e^{ik_{III} x_{i+1}} - ik_{III} B_{i+1} e^{-ik_{III} x_{i+1}} \quad 2.16)$$

Utilizando 2.15) y 2.16) buscamos una relación entre las regiones I y III, entonces realizando las operaciones correspondientes tenemos:

$$ik_I L A_{i-1} e^{ik_I x_i} + A_{i-1} e^{ik_I x_i} - ik_I L B_{i-1} e^{-ik_I x_i} + B_{i-1} e^{-ik_I x_i} =$$

$$= A_{i+1} e^{ik_{III} x_{i+1}} + B_{i+1} e^{-ik_{III} x_{i+1}} \quad \text{siendo } x_{i+1} - x_i = l. \quad 2.17)$$

$$k_I A_{i-1} e^{ik_I x_i} - k_I B_{i-1} e^{-ik_I x_i} = k_{III} A_{i+1} e^{ik_{III} x_{i+1}} - k_{III} B_{i+1} e^{-ik_{III} x_{i+1}}$$

... 2.18)

Reescribiendo las ecuaciones 2.17) y 2.18) como matrices tenemos

$$\begin{bmatrix} 1k_{I,L+1} & -1k_{I,L+1} \\ k_I & -k_I \\ k_{III} & k_{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{I-1} e^{1k_I x_I} \\ B_{I-1} e^{-1k_I x_I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{I+1} e^{1k_{III} x_{I+1}} \\ B_{I+1} e^{-1k_{III} x_{I+1}} \end{bmatrix}$$

Despejando los coeficientes A_{I+1} y B_{I+1} tenemos finalmente:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1k_{I,L+1}}{2} + \frac{k_I}{2k_{III}} \right) e^{1(k_I x_I - k_{III} x_{I+1})} \\ \left(\frac{1k_{I,L+1}}{2} - \frac{k_I}{2k_{III}} \right) e^{1(k_I x_I + k_{III} x_{I+1})} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{I-1} \\ B_{I-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{I+1} \\ B_{I+1} \end{bmatrix}$$

Siendo ésta la expresión la cual relaciona los coeficientes de la función de onda de la región I con la región III, cuando el valor de la energía de la partícula es igual al valor de la altura del potencial.

2.4 Aplicación de la matriz de transferencia a un sistema de multipozos.

Los párrafos anteriores nos muestran el tratamiento para una sola barrera, pero, como nuestro objetivo es observar la distribución de las fases de los coeficientes R, T, ν y μ para sistemas de n-pozos es necesario extender el tratamiento para una cadena de barreras y pozos rectangulares distribuidos al azar, donde entendemos al azar el hecho de que las barreras tendrán diferentes anchos, diferentes alturas y diferentes profundidades, y también estará bajo un campo eléctrico externo. Así, hemos formado un sistema multipozos del cual, al hacerle incidir un haz de partículas, (electrones por ejemplo), obtendremos un valor para el coeficiente de transmisión y un valor para el coeficiente de reflexión a los cuales calcularemos sus fases ϕ_ρ y ϕ_σ . Como nuestro trabajo es observar la distribución de estas fases necesitamos crear de la misma manera n sistemas similares buscando que la distribución en los pozos y barreras se distribuyan en diferente forma para cada sistema, y también para cada uno encontramos los valores de las fases ν y μ . Una vez teniendo n valores para ν y n valores para μ buscamos la frecuencia de aparición en el intervalo de $-\pi$ a π , en el cual formamos diez subintervalos iguales a los cuales les llamamos clases, y con un nuevo programa obtenemos la lectura de estas

frecuencias. Con los valores obtenidos para las diez diferentes clases formamos un histograma para ν y un histograma para μ los cuales muestran la distribución de las fases ν y μ en el intervalo de $-\pi$ a π

El desarrollo llevado a cabo para una sola barrera para cruzar de una región a otra se repite pero ahora para cada barrera de nuestros sistemas de n barreras, en cada barrera sabemos que existe una matriz de transferencia y al tener una cadena de barreras y pozos de potencial, tendríamos un número bastante grande de matrices y el álgebra para obtener la matriz de transferencia total sería muy extensa, por lo que se desarrolló un programa de computación en lenguaje Fortran el cual se muestra y describe en el apéndice.

CAPITULO 3

3.1 Perfil de distribución de ν y μ

Una descripción informativa de cualquier conjunto de datos está dada por la frecuencia de repetición o arreglo distribucional de las observaciones en el conjunto.

Para identificar los patrones en un conjunto de datos es necesario agrupar las observaciones en un número relativamente pequeño de clases que no se superpongan entre sí, de tal manera que no exista ambigüedad con respecto a la clase a que pertenece una observación en particular.

El número de observaciones en una clase recibe el nombre de frecuencia de clase, mientras que el cociente de una frecuencia de clase con respecto al número combinado de observaciones en todas las clases se conoce como la frecuencia relativa de esa clase. Las fronteras de la clase son los límites, y el promedio aritmético entre los límites superior e inferior es el punto medio de la clase. Al graficarse las frecuencias relativas de las clases contra sus respectivos intervalos en forma de rectángulos, se produce lo que comúnmente se conoce como histograma de frecuencia relativa. Esto es lo que puede hacer evidentes los patrones existentes en un conjunto de datos.

El número de clases que se emplean para clasificar los datos en un conjunto depende del total de observaciones en éste. Si el número de observaciones es relativamente pequeño, el número de clases a emplear será cercano a cinco, pero generalmente nunca menor que este valor. Si existe un número sustancial de datos, el número de clases debe encontrarse entre ocho y doce y generalmente no existirán más de quince clases. Un número muy pequeño de clases puede ocultar la distribución real del conjunto de datos, mientras que un número muy grande puede dejar sin observaciones a algunas de las clases, limitando de esta forma su uso.

El graficar las frecuencias de clase en vez de las frecuencias relativas correspondientes, da una mayor facilidad al hacerlo, en ambos casos las gráficas serán idénticas.

El principal objetivo de la representación gráfica de las frecuencias es mostrar el perfil de distribución de los datos. El conocimiento de este perfil es útil en varias formas, como sugerir los análisis apropiados que se intentarán mediante la inferencia estadística, o si los datos constituyen una muestra aleatoria de alguna población o si se utilizan con el fin de comparar los perfiles de distribución de dos o más conjuntos de datos.

Como se mencionó la distribución que nosotros esperamos de las fases ν y μ debe ser una distribución uniforme, una distribución de este tipo se da cuando la probabilidad de que la variable aleatoria tome un valor en cada subintervalo de igual longitud es la misma. La definición de distribución uniforme es:

Definición 1

Una variable aleatoria X está distribuida uniformemente sobre el intervalo (a, b) si su función de densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x; a, b) = \begin{cases} \frac{1}{(b-a)} & \text{para } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases}$$

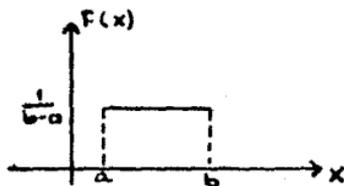


figura 1

gráfica de la función de densidad de probabilidad uniforme

La figura 1 muestra la gráfica que se espera por la definición 1, y muestra que la función de densidad de probabilidad de una distribución uniforme es constante en el intervalo (a,b).

Otro tipo de distribución es la distribución normal la cual se dice es la piedra angular en la aplicación de la inferencia estadística en el análisis de datos, puesto que las distribuciones de muchas estadísticas muestrales tienden hacia la distribución normal conforme crece la muestra, la definición formal será;

Definición 2: Se dice que una variable aleatoria x se encuentra normalmente distribuida si su función de densidad de probabilidad está dada por

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad \begin{matrix} -\infty < x < \infty \\ -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0. \end{matrix}$$

siendo μ y σ la media y la desviación estandar respectivamente.

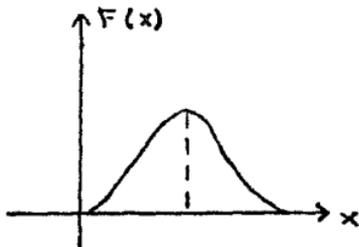


figura 2

gráfica de la función de densidad normal

La figura 2 muestra la gráfica que se espera de la definición 2, la apariencia gráfica de la distribución normal es una curva simétrica con forma de campana, que se extiende sin limite tanto en la dirección positiva como en la negativa.

El objetivo al dar la definición de una distribución normal es que si nuestros resultados no pertenecen a una distribución uniforme, queremos observar si éstos se acercan a una distribución normal por ejemplo.

El análisis anterior se aplica tomando una variable a la vez, sin embargo, en ocasiones resulta de interés medir más de una característica de algún fenómeno aleatorio, en estos casos el interés no solo recae en una variable sino en dos, entonces a menudo es conveniente tratar simultáneamente, o conjuntamente dos o más variables aleatorias. Por ejemplo si tomamos dos variables distintas X y Y juntas asumen el valor conjunto (X, Y) . Por notación decimos que la expresión X & Y o Y & X indican variables aleatorias que se tratan conjuntamente, tomando en cuenta que el orden en que se escriban las variables es importante. Los valores de dos variables aleatorias se representan por pares ordenados, como (X, Y) ó (Y, X) . Esta idea puede extenderse a tres o más variables por medio de triplas ordenadas.

Por distribución conjunta de dos o más variables aleatorias se entiende una lista de los distintos valores conjuntos, junto con sus correspondientes probabilidades.

Los valores conjuntos de dos variables aleatorias puede representarse gráficamente como puntos en el plano. Tal representación gráfica se llama diagrama de dispersión, ver figura

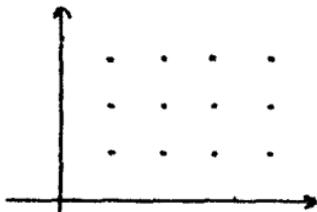


Diagrama de dispersión para valores conjuntos de dos variables aleatorias.

A los puntos marcados en el diagrama de dispersión se les asignan números llamados pesos. Pesos son números convenientemente escogidos que indican la frecuencia relativa de ocurrencia de los valores conjuntos; el peso de cualquier punto en un diagrama de dispersión, dividido entre la suma de los pesos de todos los puntos del diagrama de dispersión, es igual a la probabilidad del valor conjunto representado por el punto.

Imaginemos una columna erigida en cada punto de un diagrama de dispersión, de altura igual al peso indicado. El sistema de columna resultante representa gráficamente una distribución conjunta de dos variables, de igual modo que un sistema de rectángulos, o un histograma, representa la distribución de una sola variable. Por tanto, un diagrama de dispersión ponderado es realmente un histograma bidimensional comprimido, bidimensional porque hay dos variables aleatorias, comprimido porque las columnas se representan como puntos en el plano, indicando sus alturas por sus números acompañantes (pesos).

3.2 Papel de la distribución de ν y μ

El objetivo de la tesis es investigar si se cumple una de las hipótesis de la teoría FMM (ref. 1).

¿Qué es la teoría FMM? dicho artículo es una generalización para el caso en que tenemos un sistema sujeto a un campo eléctrico externo, de un trabajo previo de Mello (ref 5 del art.) en el cual Mello no incluye el campo eléctrico externo E .

El trabajo de Mello es una formulación que permite describir analíticamente las propiedades estadísticas del coeficiente de transmisión de un sistema unidimensional y desordenado. Este problema a sido de interés desde los trabajos pioneros de Anderson que muestran que para una cadena unidimensional y desordenada el $\ln T$ obedece a una distribución Gaussiana. Se han realizado estudios numérica y analíticamente para sistemas en los cuales no se incluye el campo eléctrico externo, pero cuando es incluido el campo la distribución es alterada, para este tipo de sistemas se habían realizado estudios numéricos pero, no analíticos hasta la teoría FMM.

Antes de empezar a describir la teoría para el caso del campo $E \neq 0$, vamos a describir en que consiste la teoría de Mello para el caso de campo $E=0$.

Mello introduce una distribución estadística de matrices R_i en donde asigna valores a cada elemento de matriz para simular la creación de sistemas de barreras y pozos de potencial como los mostrados en la fig. 3.1

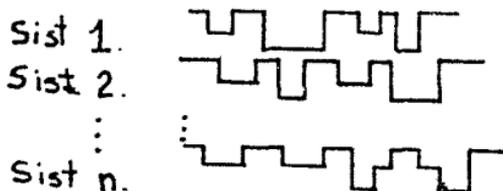


fig. 3.1

sistemas en los cuales considera que el conjunto de todas las M_1 $\{M_1\}$, el conjunto de todas las M_2 $\{M_2\}$ etc. de los n sistemas son estadísticamente independientes, y además supone que la ley estadística con las que se generan las M_i es la misma que genera las M_2 etc. en cada sistema, esto significa que la función $p(R_i)$ en la siguiente ecuación es la misma para todos los sitios i , sea:

$$dP_i(R_i) = P_i(R_i) d\mu(R_i) \quad \text{siendo}$$

$P_i(R_i)$ la densidad de probabilidad no negativa en el grupo $SU(1,1)$, esto es la densidad de probabilidad de encontrar matrices M_i .

$dP_i(R_i)$ es el número de matrices cuyo "valor" está alrededor de R_i dentro de la medida $d\mu(R_i)$.

$d\mu(R_i)$ es el invariante o medida de haar's del grupo $SU(1,1)$.

Pudiera ser que al meter el campo la función $p(R_i)$ sea distinta

para cada sitio i .

Finalmente nos interesa conocer $P_N(R)$ siendo $R = M_1 M_2 \dots M_N$. Para hallar la $P_N(R)$ se procede como en la prueba del Teorema del Límite Central, vamos a desarrollar las leyes de distribución en términos de las representaciones irreducibles de grupo $SU(1,1)$.

Así como en el caso de las funciones periódicas (que son invariantes bajo el grupo de traslaciones) se pueden expresar como

una suma de funciones periódicas del tipo $e^{\frac{2\pi n}{T} x}$ (que desde el punto de vista de teoría de grupos es la base de representaciones irreducibles del grupo de traslación), es decir las funciones periódicas se puede expresar como una suma de la forma;

$$f(x) = \sum C_n \text{sen } w_n x$$

siendo

$$C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) \text{sen}^* w_n x$$

Entonces las funciones de R_i o R (que es un elemento del grupo) se pueden expresar como una "suma" de las funciones del tipo $D_{mm}^k(R_i)$ que son la base de representaciones irreducibles del grupo $SU(1,1)$. es decir,

$$P_i(R_i) = \sum C_{mm}^k D_{mm}^k(R_i) \quad 3.1)$$

y

$$P_N(R) = \sum_{mm} C_{mm}^k D_{mm}^k(R) \quad 3.2)$$

donde los coeficientes del desarrollo C_{mm}^k y C_{mm}^k están dadas por las transformaciones inversas siguientes

$$C_{mm}^k = \int D_{mm}^k(R_i) P_i(R_i) d\mu(R_i) \quad 3.3)$$

y

$$C_{mm}^k = \int D_{mm}^k(R) P_N(R) d\mu(R) \quad 3.4)$$

Y nuestro interés es conocer los coeficientes C_{mm}^k y C_{mm}^k para poder encontrar $P_i(R_i)$ o $P_N(R)$.

Interpretemos primero las ecuaciones C_{mm}^k y C_{mm}^k . Recordando que la probabilidad de encontrar un valor multiplicado por el mismo valor nos da el valor promedio esto es:

$$\text{valor promedio de } \langle T \rangle = \int T P(T) dT \quad \text{o más general}$$

$$\text{valor promedio de } \langle f(T) \rangle = \int f(T) P(T) dT \quad 3.5)$$

Entonces aplicando el resultado de la ecuación anterior a las

ecuaciones 3.3) y 3.4) tenemos que:

$$C_{mm}^k = \int D_{mm}^k(R_1) P_1(R_1) d\mu(R_1) = \langle D_{mm}^k(R_1) \rangle \quad 3.6)$$

y

$$C_{mm}^k = \int D_{mm}^k(R) P_N(R) d\mu(R) = \langle D_{mm}^k(R) \rangle \quad 3.7)$$

Esto es los coeficientes de las expresiones 3.2) y 3.4) o sea C_{mm}^k , son los valores promedio de $D_{mm}^k(R_1)$ y $D_{mm}^k(R)$ que se representan como $\langle D_{mm}^k(R_1) \rangle$ y $\langle D_{mm}^k(R) \rangle$. Calculemos entonces los promedios y calculemos $\langle D_{mm}^k(R) \rangle$ que es más importante.

Entonces, como los $D^k(R_1)$ son una representación del grupo se comportaran igual que los elementos del grupo.

Si tenemos $R = R_1 R_2 \dots R_N$ entonces los D^k

$$D^k = D^k(R_1) D^k(R_2) \dots D^k(R_N) \quad 3.8)$$

promediando

$$\langle D^k(R) \rangle = \langle D^k(R_1) D^k(R_2) \dots D^k(R_N) \rangle$$

como R_1 se genera independiente de R_2 etc. entonces:

$$\langle D^k(R) \rangle = \langle D^k(R_1) \rangle \langle D^k(R_2) \rangle \dots \langle D^k(R_N) \rangle = \langle D^k(R) \rangle^N$$

por ser todos $\langle D(R_i) \rangle$ iguales entonces

$$\langle D^k \rangle^N = (\langle D \rangle)^{kN}$$

que es la solución cuando no tenemos campo.

El caso isotropico es estudiado en detalle por Mello. En tal situación, $P_1(R_1)$ es independiente de los ángulos μ y ν entonces

$$P_1(R_1) = P_1(\rho_1)$$

Las fases μ y ν son así distribuidas uniformemente de $-\pi$ a π .

En este caso, como $D_{mm}^k(R_1)$ está dado por

$$D_{mm}^k(\mu, \rho, \nu) = e^{-2i\mu} d_{mm}^k(\rho) e^{-2i\nu}$$

donde

$$d_{mm}^k(\rho) = \theta_{mm}^k(k) \left[\rho \right]^{|m-m'|/2} / (1+\rho)^{|m+m'|/2}$$

$$\times {}_2F_1(k+|m-m'|, -|m+m'|)/2,$$

$$1-k+|m-m'|, -|m+m'|/2;$$

$$1+|m-m'|; -\rho).$$

Se puede demostrar que el promedio $\langle D_{mm}^k \rangle$ es igual a cero excepto cuando $m=m'=0$ en cuyo caso D_{00}^k está dado por

$$D_{00}^{1/2+1k}(\mu, \rho, \nu) = {}_2F_1(1/2+1k, 1/2-1; 1; -\rho) = f_m(\rho), \quad 3.9)$$

donde

$$f_n(\rho) = 1 - (s^2 + 1/4)\rho / (1!)^2 + (s^2 + 1/4)(s^2 + 9/4)\rho^2 / (2!)^2 + \dots \quad 3.10$$

utilizando las ecuaciones 3.2) y 3.9) tenemos que

$$P_N(R) = P_N(\rho) = \int D_{00}^k(\rho) \langle D_{00}^k \rangle_N^* w_k dk$$

$$= \int f_n(\rho) \langle f_n \rangle_N w(s) ds \quad 3.11$$

donde $w(s) = (2s) \tanh(\pi s)$ (siendo $w(s)$ un valor determinado por Bargmann). Lo cual constituye la solución al problema resolviendo la ecuación 3.11).

Una vez descrito el caso cuando el campo $E=0$. Consideremos ahora el caso de campo $E \neq 0$.

Anteriormente en 1.3 se mencionó que la matriz de transferencia para el caso $E=0$ se puede escribir como

$$R = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix} \quad \text{al igual que en el artículo de FMM.}$$

Demostremos ahora que "la matriz de transferencia" para el caso $E \neq 0$ tiene la forma

$$R = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix} \quad \text{con } |\alpha|^2 - |\beta|^2 = 1$$

Definamos exactamente "la matriz de transferencia" de la cual estamos hablando. Consideremos un sistema como el mostrado en la figura 3.2.

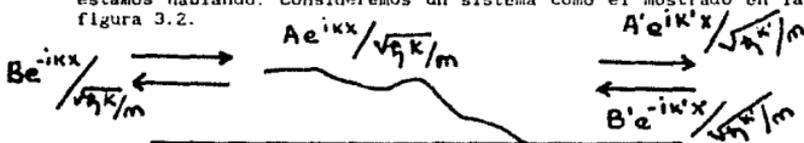


figura 3.2

Sistema en el cual tenemos que

$$V(x) = C_1 \quad \text{para } x < L_1$$

y

$$V(x) = C_2 \quad \text{para } x > L_2$$

Donde las soluciones a la ecuación de Schrodinger a la izquierda y a la derecha tienen la siguiente forma

$$A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad \text{para } x < L_1$$

y

$$A_2 e^{ik_2 x} + B_2 e^{-ik_2 x} \quad \text{para } x > L_2$$

Soluciones que por conveniencia reescribiremos como

y

$$\psi = \frac{A}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{ikx} + \frac{B}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{-ikx} \quad \text{para } x < L_1$$

$$\psi = \frac{A'}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{ik'x} + \frac{B'}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{-ik'x} \quad \text{para } x > L_2$$

Porque de esta forma la matriz de transferencia que resulta pertenece al grupo SU(1,1) y entonces se puede aplicar la teoría desarrollada para el caso E=0.

Sean

$$b' = \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad b = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

Siendo A', B', A, y B los coeficientes de ondas viajando en dos direcciones. Entonces necesariamente existen cuatro coeficientes α, β, γ y δ , tales que

$$A' = \alpha A + \beta B$$

$$B' = \gamma A + \delta B$$

→

$$\begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$$

$$\text{o sea} \quad b' = Rb \quad \text{siendo} \quad R = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$$

Siendo R una matriz única para un sistema dado.

Como la mecánica cuántica es invariante bajo inversiones en el tiempo entonces el conjugado de una solución también es solución, esto es

si ψ es solución entonces

$$\psi^* = \begin{cases} \frac{B^*}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{ikx} + \frac{A^*}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{-ikx} & \text{para } x < L_1 \\ \frac{B'^*}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{ik'x} + \frac{A'^*}{\sqrt{\hbar k'_m}} e^{-ik'x} & \text{para } x > L_2 \end{cases}$$

también lo es.

Por lo tanto

$$\begin{bmatrix} B'^* \\ A'^* \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} B^* \\ A^* \end{bmatrix} \quad \text{A)}$$

pero

$$\begin{bmatrix} B^* \\ A^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \\ A \end{bmatrix}^* = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \right]^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}^* \quad \text{B)}$$

entonces

$$\begin{bmatrix} B'^* \\ A'^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B' \\ A' \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}^* \quad \text{C)}$$

sustituyendo B) y C) en A) tenemos

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}^* = R \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}^*$$

despejando

$$\begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}^* = \sigma R \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}^* \quad \text{siendo } \sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{D)}$$

por otro lado de la ecuación

$$b' = Rb \quad \text{tenemos}$$

$$b'^* = \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix}^* = R^* b^* = R^* \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}^* \quad \text{E)}$$

tomando D) y E) tenemos que

$$R^* = \sigma R \quad \text{F)}$$

desarrollado

$$R^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta & \gamma \\ \beta & \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^* & \beta^* \\ \gamma^* & \delta^* \end{bmatrix}$$

lo cual implica

$$R = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix}$$

Matriz que coincide con el caso cuando $E=0$. Notar sin embargo que esta matriz no tiene exactamente el mismo significado que la matriz asociada al caso $E=0$. Esta nueva matriz relaciona unos coeficientes "modificados" asociados a las ondas a la izquierda y derecha del potencial. Ahora para nuestro sistema se cumple la conservación de flujo entonces de la expresión;

$$J = \frac{\hbar}{2m1} \left[\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right]$$

Sustituyendo los valores de ψ^* y ψ y desarrollando el algebra encontramos que

$$J_1 = |A|^2 - |B|^2$$

por otro lado

$$[A^* \ B^*] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = [A^* \ -B^*] \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = |A|^2 - |B|^2 = J_1$$

que podemos escribir

$$J_1 = b^* \sigma_x b \quad \text{siendo} \quad \sigma_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

análogamente tendremos

$$J_D = b'^* \sigma_z b'$$

igualando $J_I = J_D$

$$\rightarrow b'^* \sigma_z b = b'^* \sigma_z b'$$

una vez más de la ecuación $b' = Rb$ tenemos

$$= (Rb)^* \sigma_z Rb = b'^* R^* \sigma_z Rb$$

de esta ecuación observamos que

$$\sigma_z = R^* \sigma_z R$$

esto es

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \begin{bmatrix} \alpha^* & \beta \\ \beta^* & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} |\alpha|^2 - |\beta|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 - |\alpha|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

de donde $|\alpha|^2 - |\beta|^2 = 1$ lo cual cumple con que el $\det = 1$.

Entonces para el caso de $E \neq 0$ podemos dar una matriz $R = R_1 R_2$.

Donde estas matrices R pertenecen al grupo $SU(1,1)$ al igual que en el caso $E=0$. Entonces podemos demostrar que

$$R = |\rho|^2 = \frac{|\beta|^2}{|\alpha|^2} \quad \text{y} \quad T = |\sigma|^2 = \frac{1}{|\alpha|^2}$$

Entonces la teoría desarrollada para $SU(1,1)$ cuando $E=0$ es aplicable cuando tenemos $E \neq 0$. La cual como se mencionó, es aplicable cuando ν y μ se distribuyen uniformemente.

3.3 Las distribuciones de ν y μ

En esta sección mostramos algunos resultados de las distribuciones de ν y μ , mostrando en cada distribución el valor que se asigna a E, la energía de la partícula; los valores que generan el ancho de la barrera de potencial L, A1, A2, siendo L un número que se da a una función RAN para generar números al azar entre 0 y 1, A1 y A2 son números que ayudan a ampliar el intervalo de generación de números al azar multiplicando primero A2 por RAN(L) y a este le sumamos A1; valores que generan números al azar para la separación entre dos barreras que son, M, B1, B2, que se trabajan análogamente a los anteriores; valores que generan las alturas de las barreras, N, C1, C2, y valores para generar las profundidades o pozos de potencial con, NN, D1, D2, el valor PEN corresponde al valor del campo eléctrico externo, NTB nos indica de cuantas barreras se formarán los sistemas y MAX nos indica cuantos sistemas de NTB barreras se formaran siendo diferentes todos los sistemas.

Estos son valores de entrada al programa principal con el cual obtenemos un número MAX de fases ν y de fases μ que son los parámetros de Bargman.

Estos valores de ν y μ son leídos por otro programa con el fin de observar su frecuencia de repetición dentro del intervalo de $-\pi$ a π , para esto creamos 10 subintervalos con los cuales se construirá un histograma para observar la distribución que estos parámetros tienen.

A continuación se muestran los datos fuente con sus resultados y mostrando una grafica para ν , una gráfica para μ y una gráfica para la correlación entre ν y μ .

DATOS 1

E=3.5
 NTB=100
 MAX=400
 L,A1,A2=7321976,0.2,0.8
 M,B1,B2=4522763,0.5,1.2
 N,C1,C2=2762545,2.5,2
 NN,D1,D2=3297976,1.2,0.8
 PEN=-0.8

RESULTADOS 1

1	0	53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	6	47	1	2	1	0	1	0	2	0	1	0	0
7	28	56	3	4	1	3	1	4	5	1	2	4	0
8	325	33	46	45	30	24	17	36	41	31	16	39	0
9	35	22	3	6	4	1	4	7	6	1	2	1	0
10	4	44	0	0	0	0	1	0	2	0	1	0	0

Para interpretar los resultados considérese que la primera columna nos indica el número de intervalos que van desde uno hasta diez, la segunda columna nos indica las frecuencias relativas del parámetro ν en sus respectivos intervalos, la tercer columna nos indica la frecuencia relativa del parámetro μ también en sus respectivos intervalos, de las columnas cuatro a la trece tenemos los resultados de correlacionar los dos parámetros. Obsérvese que si de las columnas 4 a 13 sumamos en forma horizontal obtenemos los valores de la segunda columna o sea las frecuencias de ν , y si sumamos en forma vertical obtenemos los valores de la columna tres o sea las frecuencias de μ .

DATOS 2

E=5.5
 NTB=170
 MAX=500
 L, A1, A2=6520110, 0.1, 0.2
 M, B1, B2=9743887, 0.7, 0.7
 N, C1, C2=6064174, 3, 2.7
 NN, D1, D2=6650505, 0.2, 0.2
 PEN=-0.9

RESULTADOS 2

1	0	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	21	46	2	5	1	0	2	4	0	2	2	3
7	47	77	8	9	4	0	4	2	4	6	6	4
8	328	62	41	52	27	21	19	28	52	43	23	22
9	73	37	7	7	7	4	6	9	12	10	4	7
10	31	37	6	1	3	3	2	3	9	1	2	1

DATOS 3

E=8.5
 NTB=190
 MAX=500
 L, A1, A2=8825990, 0.02, 0.09
 M, R1, B2=6120753, 0.6, 0.9
 N, C1, C2=5583212, 4.1, 4.5
 NN, D1, D2=5155207, 0.7, 0.4
 PEN=-0.6

RESULTADOS 3

1	0	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	11	44	2	0	0	2	1	2	0	1	2	1
7	33	55	4	7	1	0	2	1	9	7	0	2
8	405	57	36	49	39	30	54	33	37	44	40	43
9	37	47	3	3	6	2	3	5	8	3	4	0
10	14	46	2	2	0	0	3	3	1	2	1	0

DATOS 4

E=5.5

NTB=220

MAX=500

L, A1, A2=3865979, 0.01, 0.02

M, B1, B2=6482923, 0.5, 0.4

N, C1, C2=6034734, 2.8, 2.8

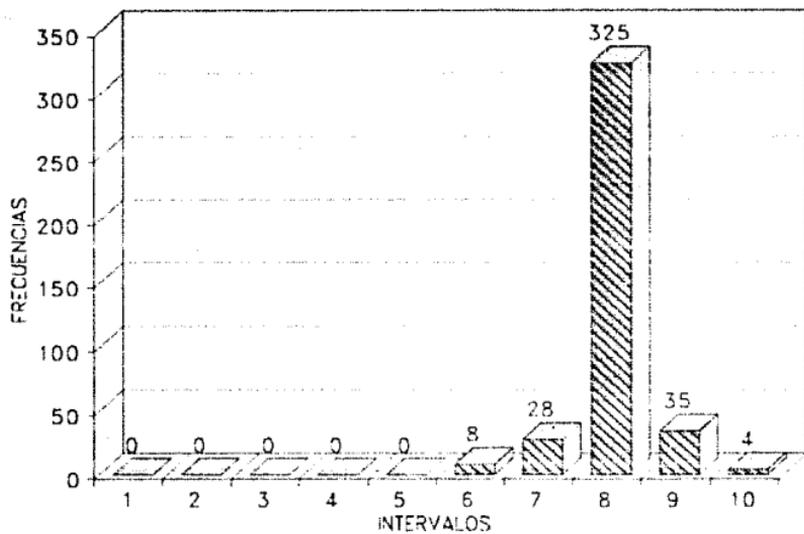
NN, D1, D2=3480505, 0.2, 0.8

PEN=-0.5

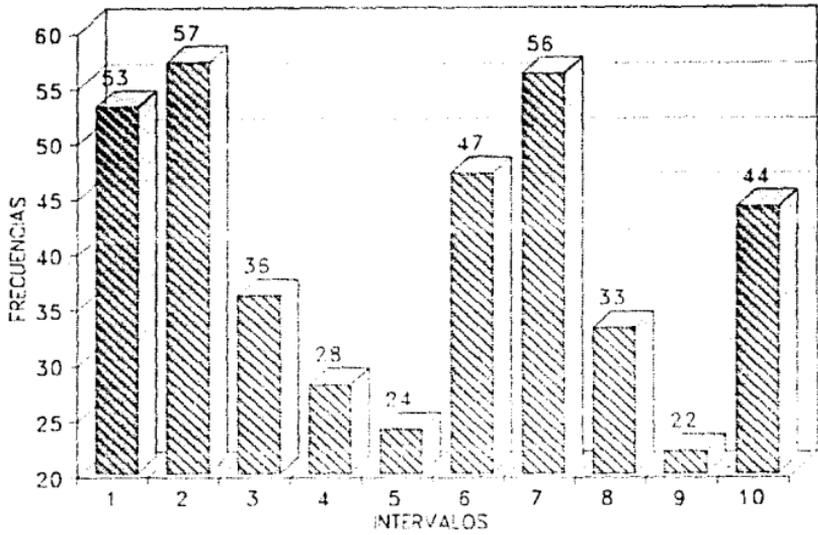
RESULTADOS 4

1	0	43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	7	51	0	0	0	0	3	1	0	1	1	1
7	21	42	2	0	2	1	3	3	3	1	3	3
8	357	51	34	32	30	31	40	43	34	42	39	32
9	32	47	2	3	2	2	5	4	4	4	3	3
10	12	39	5	1	0	0	1	0	1	3	1	0

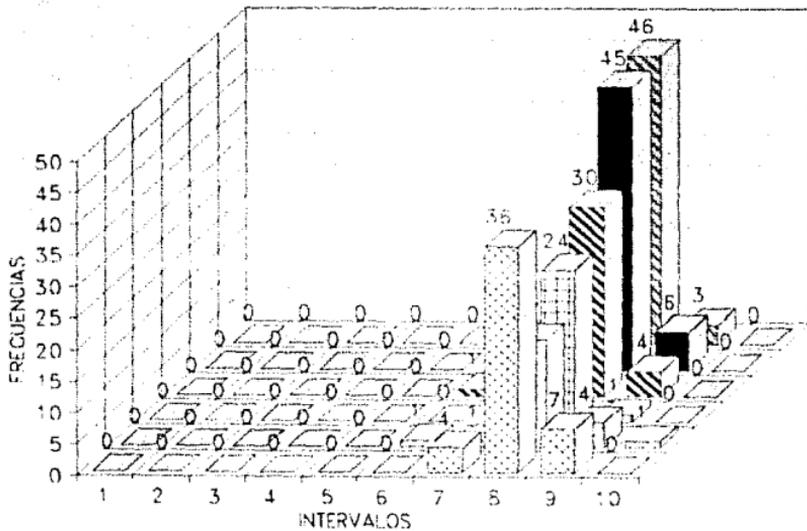
HISTOGRAMA 1
NU



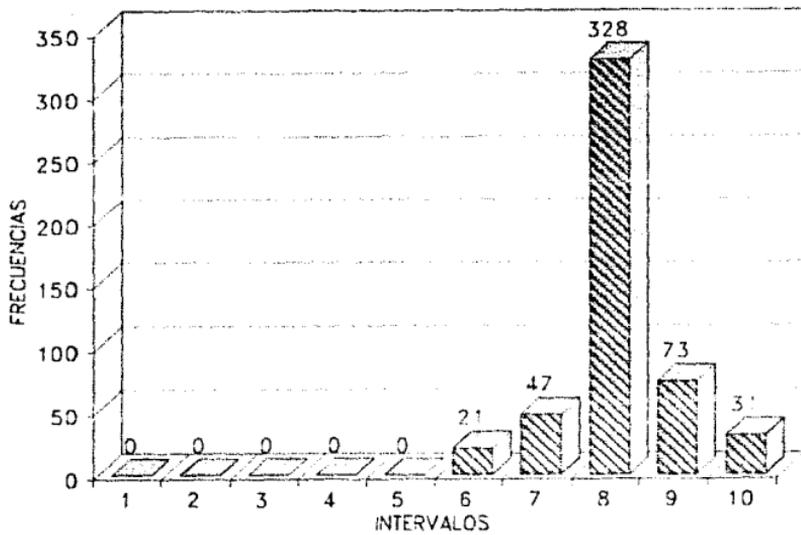
HISTOGRAMA 1
MJ



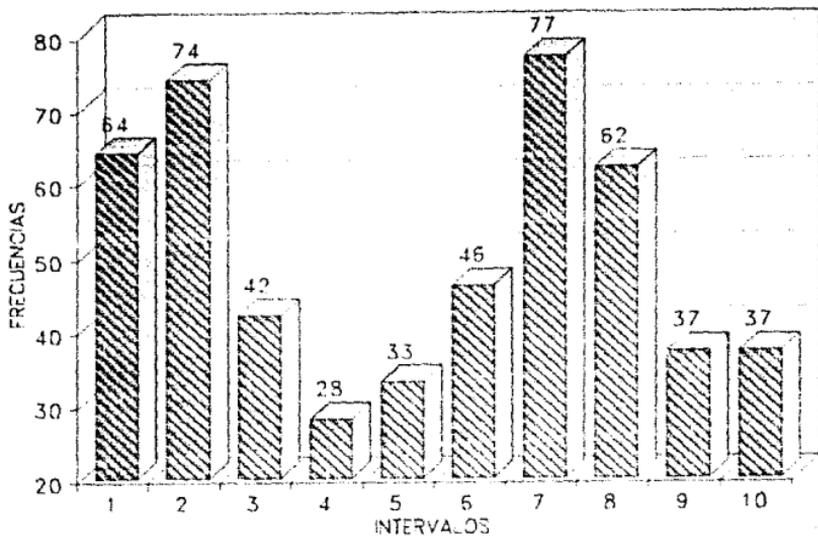
HISTOGRAMA 1
 NU - MJ



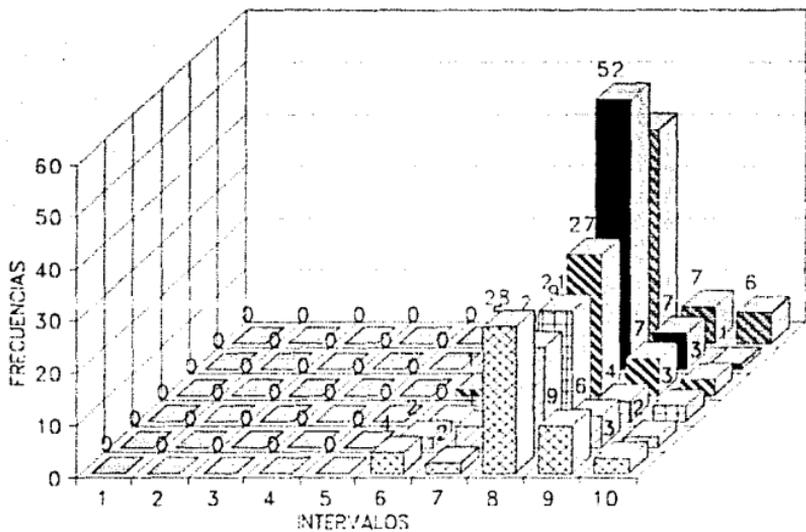
HISTOGRAMA 2
NJ



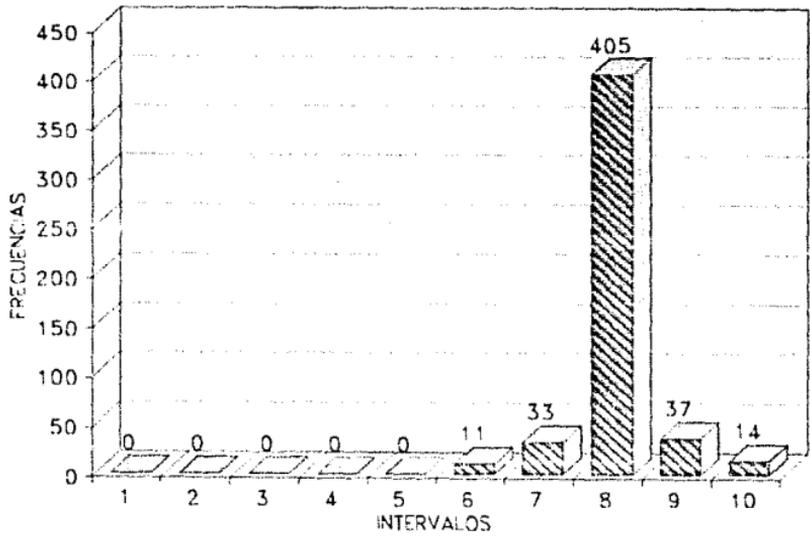
HISTOGRAMA 2
MU



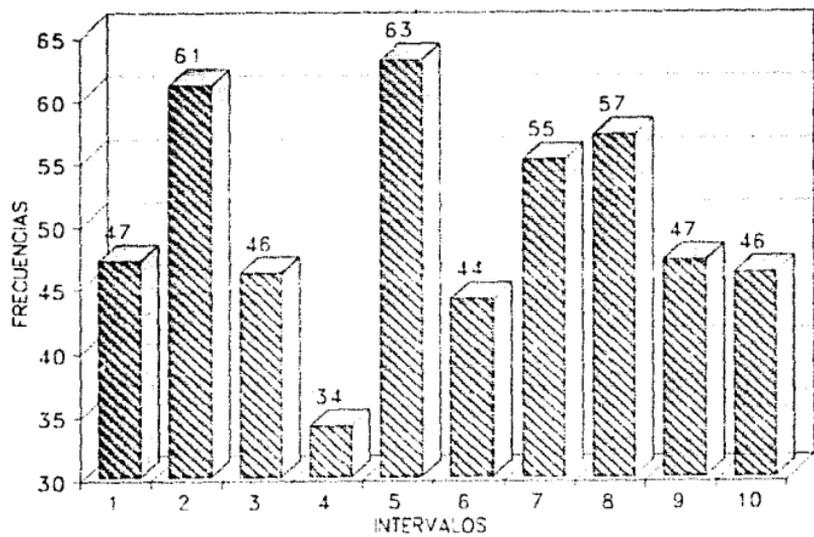
HISTOGRAMA 2
 NU - MU



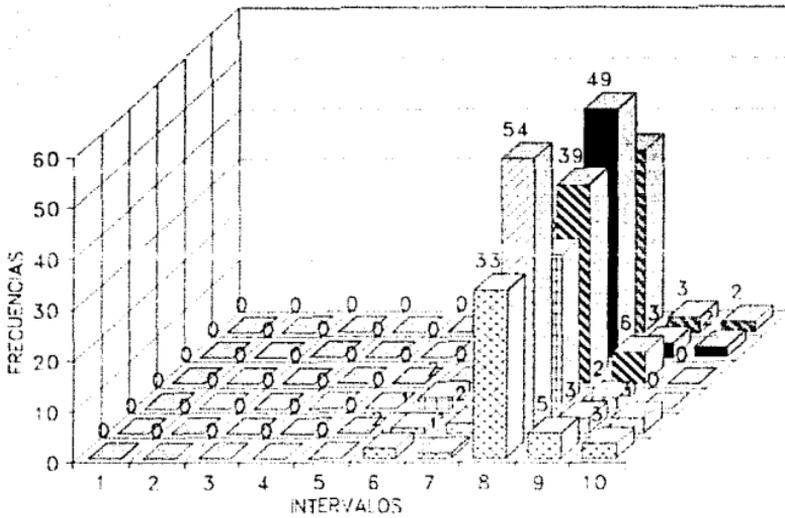
HISTOGRAMA 3
NU



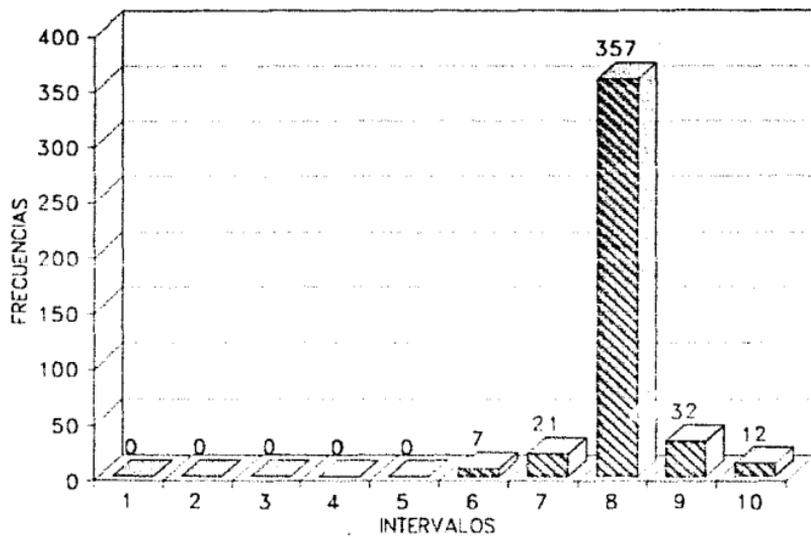
HISTOGRAMA 3
MU



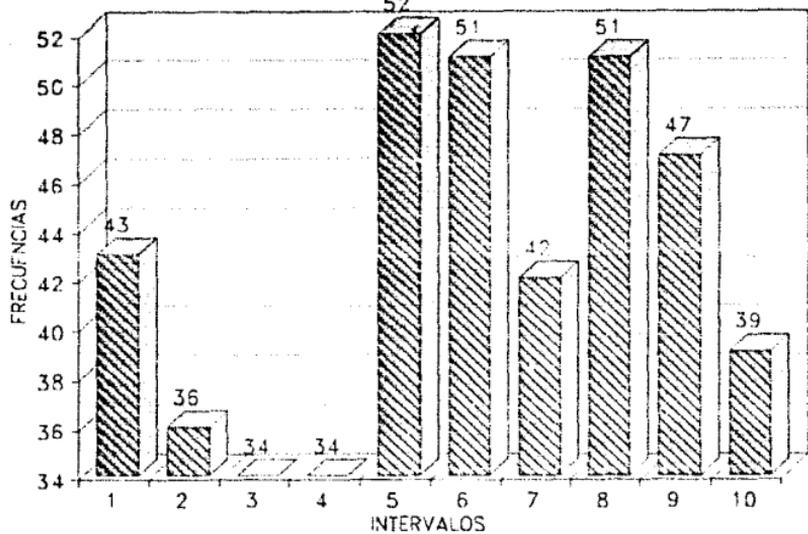
HISTOGRAMA 3
 NU - MU



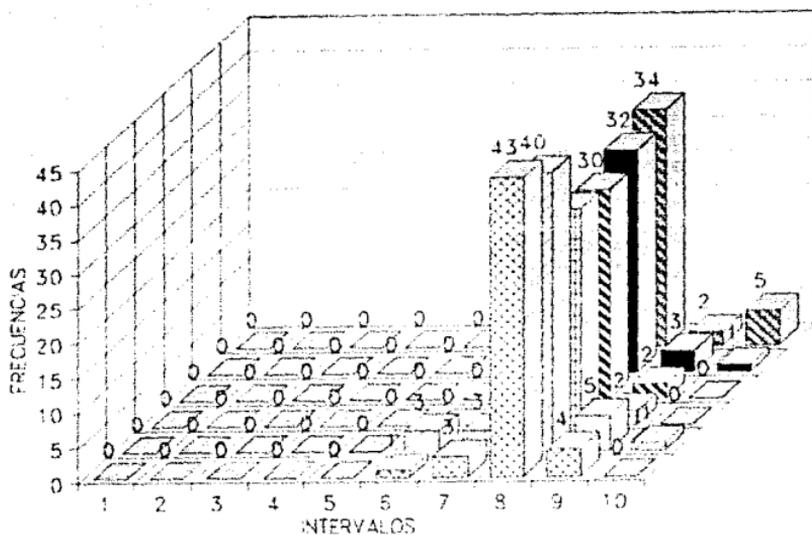
HISTOGRAMA 4
NU



HISTOGRAMA 4
MU



HISTOGRAMA 4
 NU - MU



3.4 Interpretación de las distribuciones

Los resultados obtenidos muestran que el parámetro ν tiene una distribución sólo entre 0 y π y ésta es del tipo de una Gaussiana, estos resultados nos hacen pensar que no hemos alcanzado la longitud de randomización aún en el intervalo de 0 a π .

Es posible que la distribución sólo se de en el intervalo 0 a π y la longitud de nuestros sistemas muestran que se rebasa la longitud de localización sin embargo no se alcanza al longitud de randomización (la cual nuestro programa al parecer no logra alcanzar), si esta se alcanzara, según la tendencia de los resultados podría tender a una distribución uniforme.

Por otro lado el parámetro μ muestra un buen comportamiento en su distribución, bueno en la aproximación a una distribución uniforme en todo el intervalo de $-\pi$ a π con lo cual este parámetro si se comporta de la manera adecuada para la validez de la teoría FMM.

En sistemas periodicos tenemos bandas permitidas y bandas prohibidas. En el caso de las bandas permitidas la función de onda ψ es extendida (es decir es apreciablemente distinta de cero en todos los puntos dentro del sistema). Pero en el caso de las bandas prohibidas la función ψ es localizada, es decir es apreciablemente distinta de cero sólo en una zona del sistema. A la extensión de dicha zona se le llama longitud de localización y se denota por L_c . Cuando el sistema se desordena de acuerdo con la teoría de Anderson para sistemas unidimensionales todos los estados se vuelven localizados, y al aplicar un campo eléctrico al sistema los estados continúan localizados aunque con una longitud de localización diferente.

CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN LA CIENCIA

4.1 CONCLUSIONES

Como los resultados numéricos muestran en el caso de ν una falta de uniformidad de la distribución aún en el rango 0 a π podríamos decir que no es aplicable como hipótesis en la teoría FMM, sin embargo para μ podemos decir que tiene un ajuste a la hipótesis de uniformidad en su distribución en el rango de $-\pi$ a π , por lo que el modelo analítico se puede considerar adecuado para tal rango. Lo cual implica que la hipótesis usada en el cálculo analítico puede considerarse en el caso del parámetro ν como no acertada puesto que el rango de uniformidad prácticamente no existe, y para el parámetro μ consideramos ser acertada puesto que existe una distribución uniforme.

Se considera que una de las causas de este tipo de distribución puede ser provocada porque al parecer no se alcanza la longitud de randomización.

A pesar de los resultados de distribución para ν y μ los resultados analíticos al compararlos con los cálculos de Monte Carlo tienen una buena correspondencia aun siguiendo la hipótesis de uniformidad para ν y μ .

consideramos que estos resultados no son definitivos debido a las deficiencias del programa.

Por otro lado el método empleado para el cálculo numérico de los parámetros ν y μ se considera es sencillo pero confiable.

4.2 Perspectivas

El programa para el cálculo de las fases está un tanto limitado dado que solo acepta sistemas de a lo mas 250 barreras y pozos por lo que haciendo un poco mas eficiente el programa podríamos crear cadenas con un número mayor de barreras y pozos lo cual serviría para poder alcanzar la longitud de randomización y con esto ver si existe una alteración en la distribución de los parámetros ν y μ .

APENDICE

En principio como en todo programa se hacen las declaraciones de las variables, constantes etc., En este programa se hace uso de varias subrutinas que son las siguientes:

La primer subrutina llamada KAS construye todos los vectores de onda k para las diferentes regiones de una barrera, como tenemos n barreras, el número total de k 's por generar es $NTK=2NTB \cdot 1$ o sea el doble del número de barreras más uno. Para cada región los valores que se utilizan para toda k depende del valor generado por una función que genera números al azar tanto valores para la altura del potencial V , como para valores del fondo de un pozo de potencial FON. En la generación de estas k 's se incluye la influencia del valor del campo eléctrico externo.

La subrutina CME construye la matriz de transferencia con la cual la partícula "entra" o "sale" de una barrera de potencial siendo kI el vector de onda de la izquierda y kD el vector de onda de la derecha, esto con respecto al punto inicial de la barrera o al punto final de la misma.

La subrutina CHRP, es la que construye la matriz de transferencia cuando la partícula a penetrado la barrera y dentro de ella tiene que trasladarse buscando salir de la misma y también una vez que se encuentra entre dos barreras, alejándose de la primera para buscar penetrar en la segunda (ver fig 2.2) como sabemos para cada región existe un vector k , por tanto lo único que necesitamos para construir la matriz es el vector k correspondiente a la región y el valor del ancho de la barrera A , cuando estamos dentro de la barrera, o bien el valor de la separación entre dos barreras AEX cuando estamos entre dos barreras.

La subrutina MULMAT simplemente realiza el producto de matrices de 2×2 .

La subrutina RETRA, una vez que se ha realizado el producto de todas las matrices correspondientes a las n barreras y así obtener la matriz de transferencia total, se calculan los valores de la reflectividad B y transmitividad C con los cuales posteriormente calculamos el valor de las fases de los coeficientes de reflexión y transmisión $F1$ y $F2$ respectivamente. Se realiza la operación para que en términos de $F1$ y $F2$ encontremos los valores de ν y μ que son los valores de las fases según los parámetros de Bargman y que básicamente son las que nos interesa estudiar, finalmente con B y C encontramos los valores de los coeficientes de Reflexión R y transmisión T .

Una vez que sabemos la función de cada subrutina continuamos con la descripción.

Iniciamos con un Do 15 para realizar una iteración que es realmente la que nos proporcionara los diferentes valores para ν y μ en la formación de n cadenas desordenadas de barreras y pozos de potencial.

El Do 7 es una iteración que con la ayuda de una función llamada RAN que genera números al azar podemos obtener diferentes valores para el ancho de una barrera, el ancho de separación entre dos barreras consecutivas, la profundidad de un pozo y la altura de una barrera, almacenándolos para cuando éstos sean requeridos.

Para la instrucción OPEN 1 estamos pidiendo que se lea un archivo de valores para la energía de la partícula, el cual previamente se ha generado.

```

C      PROGRAMA PARA EL CALCULO DE NU Y MU
C      CONTIENE UN EJEMPLO DE VALORES PARA GENERAR UN SISTEMA
COMPLEX ME(2,2),MRP(2,2),MPF(2,2),MP(2,2),K(-1:100),
1 KI,KD,UI,MP1(2,2)
REAL DELE,R,T,E(500),A(500),AEX(500),V(500),FON(500),NU,MU,
1 PEN,LT(0:500),LT1(500)
MIN=1
MAX=500
NTB=200
C      NTB ES EL NUMERO TOTAL DE BARRERAS
L=5893499
A1=.005
A2=.004
M=5395782
B1=.4
B2=.7
N=5733734
C1=4.4
C2=7.2
NN=4625593
D1=.6
D2=.3
PEN=.2
NTK=2*NTB+1
C      NTK ES EL NUMERO TOTAL Ks QUE DEBEN GENERARSE
H=1.
C      H ES IGUAL A h BARRA AL CUADRADO SOBRE 2m
DO 15 KK=MIN,MAX
LT1(0)=0.
LT(0)=0.
DO 7 JJ=1,NTB
Y1=A1+A2*RAN(L)
Y2=B1+B2*RAN(M)
Y3=C1+C2*RAN(N)
Y4=D1+D2*RAN(NN)
C      RAN ES UNA FUNCION GENERADORA DE NUMEROS AL AZAR ENTRE 0 Y 1
A(JJ)=Y1
AEX(JJ)=Y2
V(JJ)=Y3
FON(JJ)=Y4
LT1(JJ)=A(JJ)+LT(JJ-1)
LT(JJ)=A(JJ)+AEX(JJ)+LT(JJ-1)
C      LT=LA SUMA DEL ANCHO DE LAS BARRERAS MAS LA SEPARACION ENTRE ELLAS
7 CONTINUE
FON(0)=0
OPEN(1,FILE='FOR003.DAT',STATUS='OLD')
C      FOR003 ARCHIVO DE VALORES DE ENERGIAS CREADOS POR GENARCH.FOR
OPEN(3,FILE='REC3.DAT',STATUS='NEW')
C      REC3 ARCHIVO EN EL CUAL SE ALMACENAN LOS VALORES OBTENIDOS PARA
C      LOS COEFICIENTES DE REFLEXION Y TRANSMISION
DO 5 I=1,10000
READ(1,*,ERR=12)E(I)
II=I
5 CONTINUE
12 CLOSE(1)
IF(II.EQ.1)THEN
GO TO 25
END IF
DELE=(E(II)-E(1))/(II-1)
WRITE(25,*)E(1),E(II),DELE

```

```

25      DO 6 LL=1,II
        EN=E(LL)
        DO 1 J=-1,NTK-2
          CALL KAS(H,EN,V,K(J),J,FON,PEN,LT(JJ),LT1(JJ))
1      CONTINUE
        IF (NTB.EQ.1) THEN
          NB=1
          GO TO 40
        ELSE
100     DO 20 I=1,NTB-1
          JJ=I
          IF (ABS(EN-V(JJ)).LT..00001) THEN
            KI=SQRT(H*(EN-FON(JJ-1)))
            KD=SQRT(H*(EN-FON(JJ)))
            UI=(0.,1.)
1      MPP(1,1)={((UI*KI*A(JJ)+1.)/2.)+KI/(2.*KD)}*
              EXP(UI*(KI*LT(JJ-1)-KD*LT1(JJ)))
1      MPP(1,2)={((-UI*KI*A(JJ)+1.)/2.)-KI/(2.*KD)}*
              EXP(-UI*(KI*LT(JJ-1)+KD*LT1(JJ)))
1      MPP(2,1)={((UI*KI*A(JJ)+1.)/2.)-KI/(2.*KD)}*
              EXP(UI*(KI*LT(JJ-1)+KD*LT1(JJ)))
1      MPP(2,2)={((-UI*KI*A(JJ)+1.)/2.)+KI/(2.*KD)}*
              EXP(-UI*(KI*LT(JJ-1)-KD*LT1(JJ)))

          IF (I.EQ.1) THEN
            CALL CMRP(KD,AEX(JJ),MRP)
            CALL MULMAT(MRP,MPP,MP)
            GO TO 20
          ELSE
            CALL MULMAT(MPP,MP,MP1)
            CALL CMRP(KD,AEX(JJ),MRP)
            CALL MULMAT(MRP,MP1,MP)
            GO TO 20
          END IF
        ELSE
101     IF (I.EQ.1) THEN
          MP(1,1)=CMPLX(1.,0.)
          MP(1,2)=CMPLX(0.,0.)
          MP(2,1)=CMPLX(0.,0.)
          MP(2,2)=CMPLX(1.,0.)
          GO TO 101
        ELSE
          J=2*I-3
          CALL CME(K(J),K(J+1),ME)
          CALL MULMAT(ME,MP,MPP)
          CALL CMRP(K(J+1),A(JJ),MRP)
          CALL MULMAT(MRP,MPP,MP)
          CALL CME(K(J+1),K(J+2),ME)
          CALL MULMAT(ME,MP,MPP)
          CALL CMRP(K(J+2),AEX(JJ),MRP)
          CALL MULMAT(MRP,MPP,MP)
        END IF
      END IF
20     CONTINUE
        NB=NTB
      END IF
40     IF (ABS(EN-V(NB)).LT..00001) THEN

```

```

KI=SQRT(H*(LN-FON(NB-1)))
KD=SQRT(H*(LN-FON(NB)))
UI=CMPLX(0.,1.)

1 MPP(1,1)={((UI*KI*A(NB)+1.)/2.)*KI/(2.*KD)}*
EXP(UI*(KI*LT(NB-1)-KD*LT1(NB)))

1 MPP(1,2)={((-UI*KI*A(NB)+1.)/2.)*KI/(2.*KD)}*
EXP(-UI*(KI*LT(NB-1)+KD*LT1(NB)))

1 MPP(2,1)={((UI*KI*A(NB)+1.)/2.)*KI/(2.*KD)}*
EXP(UI*(KI*LT(NB-1)+KD*LT1(NB)))

1 MPP(2,2)={((-UI*KI*A(NB)+1.)/2.)*KI/(2.*KD)}*
EXP(-UI*(KI*LT(NB-1)-KD*LT1(NB)))

IF (NTB.EQ.1) THEN
GO TO 30
ELSE
CALL MULMAT(MPP,MP,MPP)
GO TO 30
END IF
ELSE
IF (NTB.EQ.1) THEN
MP(1,1)=CMPLX(1.,0.)
MP(1,2)=CMPLX(0.,0.)
MP(2,1)=CMPLX(0.,0.)
MP(2,2)=CMPLX(1.,0.)
GO TO 41
ELSE
41 CALL CME(K(2*NTB-3),K(2*NTB-2),ME)
CALL MULMAT(ME,MP,MPP)
CALL CMRP(K(2*NTB-2),A(NB),MRP)
CALL MULMAT(MRP,MPP,MP)
CALL CME(K(2*NTB-2),K(2*NTB-1),ME)
CALL MULMAT(ME,MP,MPP)
END IF
END IF
30 MPP(1,1)=(EXP(-UI*K(NTK-2)*LT1(JJ)))*MPP(1,1)
MPP(1,2)=(EXP(-UI*K(NTK-2)*LT1(JJ)))*MPP(1,2)
MPP(2,1)=(EXP(UI*K(NTK-2)*LT1(JJ)))*MPP(2,1)
MPP(2,2)=(EXP(UI*K(NTK-2)*LT1(JJ)))*MPP(2,2)

OPEN(4,FILE='FACES.DAT',STATUS='NEW')
CALL RETRA(MPP(1,1),MPP(1,2),MPP(2,1),MPP(2,2),R,T,F1,F2,
1 NU,MU,K(NTK-2),K(-1))
WRITE(3,22)R,T,R*T
22 WRITE(4,23)NU,MU
23 FORMAT(3E25.8)
FORMAT(2E25.8)
WRITE(25,*)R
6 CONTINUE
15 CONTINUE
CLOSE(3)
CLOSE(4)
END

```

C

SUBROUTINAS

```

SUBROUTINE FAS(H,E,Y,K,Z,FON,PEN,LT,LT1)
COMPLEX K,P
REAL V(500),FON(500),LT(500),LT1(500)
Y=J/2.
Z=INT(Y)
IF(Z.NE.Y)THEN
JJ=(J+1.)/2.
P=CMPLX((E-(FON(JJ)+PEN*LT1(JJ)))/H,0.)
K=SQRT(P)
END IF
IF(ABS(Z-Y).LT.00001)THEN
JJ=(J/2.)+1.
P=CMPLX((E-(V(JJ)+PEN*LT(JJ)))/H,0.)
K=SQRT(P)
END IF
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CME(KI,KD,ME)
COMPLEX ME(2,2),KI,KD
UI=CMPLX(0.,1.)
ME(1,1)=(1.+KI/KD)*.5
ME(1,2)=(1.-KI/KD)*.5
ME(2,1)=(1.-KI/KD)*.5
ME(2,2)=(1.+KI/KD)*.5
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CMRP(K,A,MRP)
COMPLEX MRP(2,2),K,UI
REAL A
UI=CMPLX(0.,1.)
MRP(1,1)=EXP(UI*K*A)
MRP(1,2)=0.
MRP(2,1)=0.
MRP(2,2)=EXP(-UI*K*A)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MULMAT(A,B,C)
COMPLEX A(2,2),B(2,2),C(2,2)
DO 1 I=1,2
DO 2 J=1,2
C(I,J)=0.
DO 3 K=1,2
C(I,J)=C(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
CONTINUE
CONTINUE
CONTINUE
RETURN
END

```

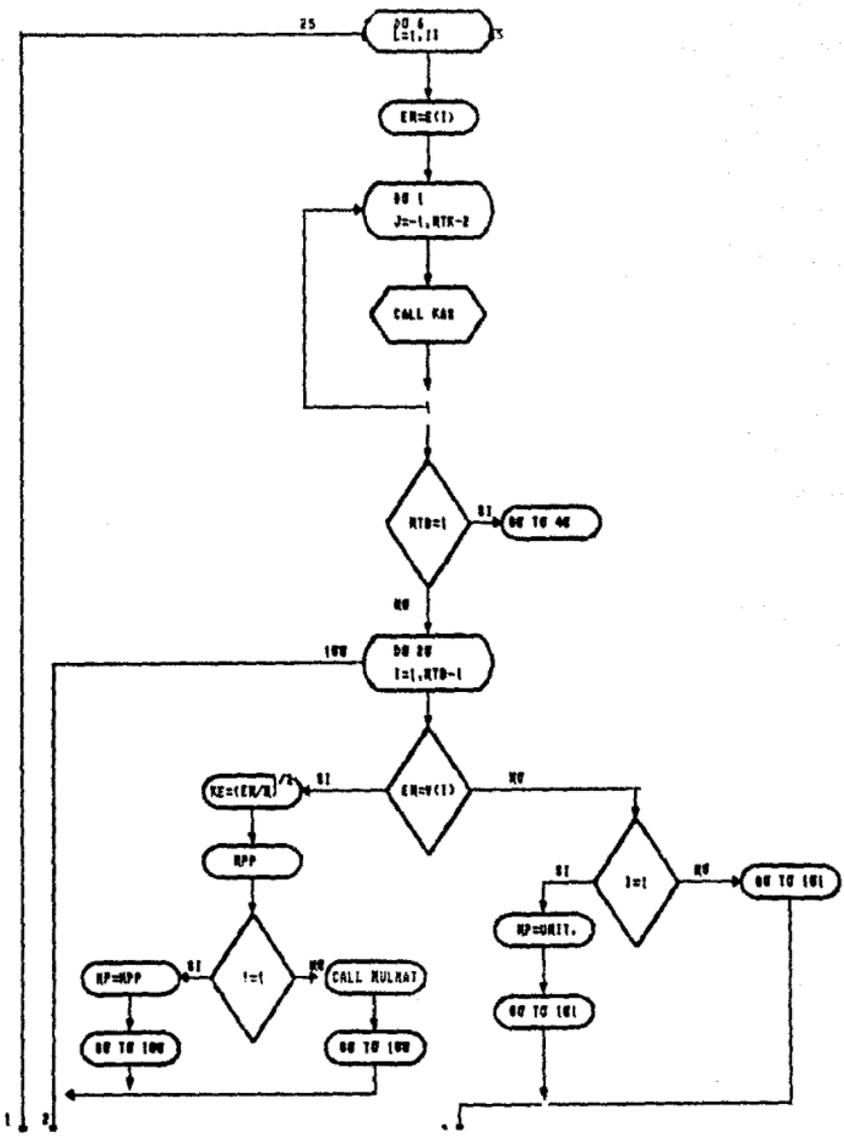
3
2
1

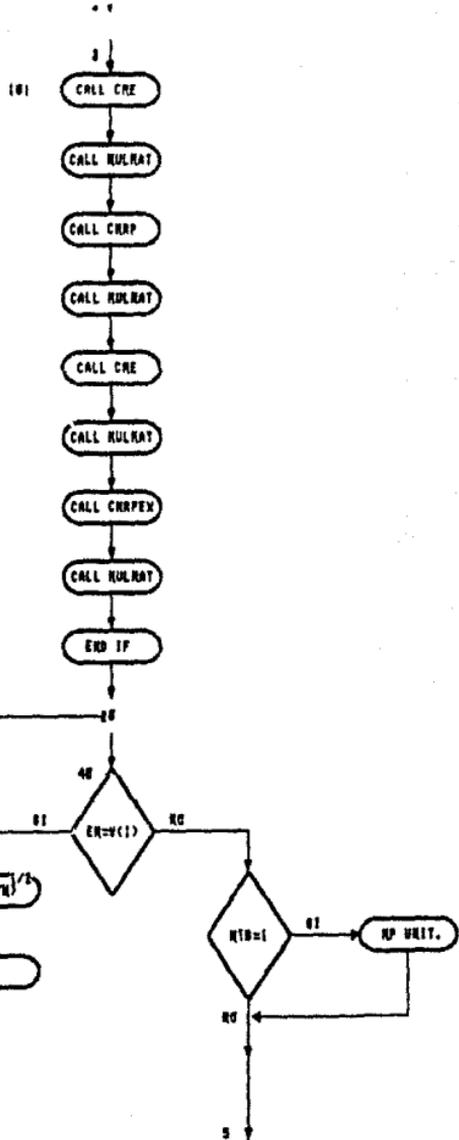
```

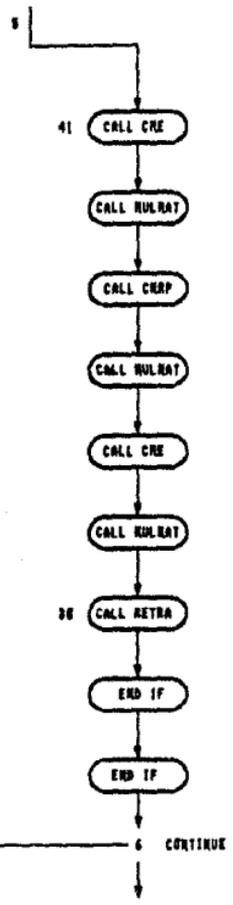
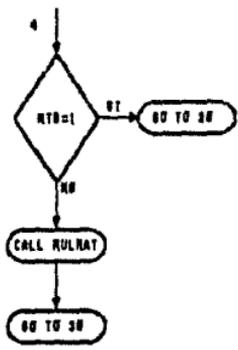
SUBROUTINE RETRA(E,F,G,H,R,T,F1,F2,NU,MU,KD,KI)
COMPLEX B,C,E,F,G,H,F1,F2,KD,KI
REAL R,T,NU,MU
B=-G/H
C=E+F*B

```

```
F1=ATAN2(AIMAG(B),REAL(B))
F2=ATAN2(AIMAG(C),REAL(C))
NU=(3.14159-F1)/2
MU=(-3.14159+F1-2*F2)/2
R=ABS(B)**2
T=(KD/KI)*ABS(C)**2
RETURN
END
```







REFERENCIAL

- 1.- Physical Review B, Volume 35, Number 5, 15 February 1987
Statistical distribution of the resistance in a one dimensional disordered electrified chain
J. Flores, P. A. Mello, and G. Monsivais
- 2.- Mecánica Cuántica
P. Pascual, A Galindo
Ed. Alhambra.
- 3.- J. Phys. C: Solid State Phys., 16(1983) L 103 -L 108
Statistical properties of a disordered 1-D model in a field
J. Flores, Jorge V. José and G. Monsivais.
- 4.- Physical Review B Volume 26, Number 8, 15 October 1982
Phase averaging in one-dimensional random systems
C. J. Lambert and M. F. Thorpe.
- 5.- J. Phys. C: Solid St. Phys., 13(1980) L 383-9
Numerical Studies of Inverse Localisation Length in one Dimension.
Barbara S. Andereck and Elihu Abrahams.
- 6.- Quantum Mechanics of Electrons in Cristal Lattices.
R de L Kronig and W.G. Penney.
(Communicated by R. H. Fowler. F. R. S. -Received November 13, 1930.)
- 7.- Advances in Physics, 1982. Vol. 31 Num. 2, 65, 163
Theories of electrons in one-dimensional disordered systems.
Paul Erdos and R.C. Herndon.
- 8.- Introducción a la Mecánica Cuántica
Luis de la Peña
C.E.C.S.A.
- 9.- A simple way to understand the origin of the electron band structure.
Ernesto Cota, Jorge Flores and Guillermo Monsivais
- 10.- Annals of Mathematics Vol. 48, Num. 3, July, 1947
Irreducible Unitary Representations of the Lorentz Group
By V. Bargmann.
- 11.- Kinam, Vol. 4, Serie C, 65-81 (1982)
The localization Problem.
D. J. Thouless.
- 12.- World Scientific Series On Directions in Condensed Matter Physics - Vol 8.
Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media
By Ping Sheng