

03071



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

UNIDAD ACADEMICA DE LOS CICLOS PROFESIONAL  
Y DE POSGRADO DEL  
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

EVALUACION DE UN MATERIAL EN  
GEOMETRIA ANALITICA DE BACHILLERATO  
COMO PARTE DEL PROGRAMA DE APOYO A LAS  
MATERIAS DE ALTO INDICE DE REPROBACION

**TESIS QUE PRESENTA**

**ARTURO I. ZUÑIGA ARAIZA**

PARA OBTENER EL TITULO DE

**MAESTRO EN EDUCACION EN MATEMATICAS**

1 9 9 3

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

### CAPITULO I

- 1.1 INTRODUCCION
- 1.2 POSIBLES CAUSAS DEL BAJO APROVECHAMIENTO Y DESERCCION
  - 1.2.1 CAUSAS RELACIONADAS CON LOS ALUMNOS
    - a) Deficiencia de conocimientos al ingresar al bachillerato
    - b) Ausentismo
    - c) Orientación vocacional no definida
    - d) Falta de hábito de estudio
  - 1.2.2 CAUSAS RELACIONADAS CON LOS MAESTROS
    - a) Planes y programas de estudio
    - b) Perfil del profesor de matemáticas de la Escuela Nacional Preparatoria
  - 1.2.3 CAUSAS RELACIONADAS CON LA INSTITUCION
    - a) Falta de un departamento de apoyo a la docencia
    - b) Falta de material audiovisual
    - c) Curso propedéutico
    - d) Servicio de biblioteca
    - e) Labores de investigación
- 1.3 ALTERNATIVA PLANTEADA POR LA U.N.A.M.
  - 1.3.1 GRUPO DE TRABAJO
  - 1.3.2 MATERIALES Y SUS CARACTERISTICAS
- 1.4 OBJETIVO DE LA TESIS
- 1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO

### CAPITULO II

- 2.1 PRESENTACION DE LOS MATERIALES
  - 2.1.1 CARACTERISTICAS DEL MATERIAL DEL PAMAIR
  - 2.1.2 DESCRIPCION DEL MATERIAL DESARROLLADO
  - 2.1.3 PRESENTACION DE LA BIBLIOGRAFIA TRADICIONAL
  - 2.1.4 TRATAMIENTO DEL TEMA "LUGARES GEOMETRICOS", EN CONTRASTE CON LA BIBLIOGRAFIA TRADICIONAL
- 2.2 METODOLOGIA PARA LA EVALUACION EMPIRICA DEL MATERIAL

### **CAPITULO III**

- 3.0 MANEJO DE RESULTADOS**
- 3.0.1 EXAMEN APLICADO**
- 3.1 RESULTADOS**
- 3.1.1 DESCRIPCION DE LAS EXPERIENCIAS**
- 3.1.2 OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL POSTEST**
- 3.1.3 EVALUACION DE LOS REACTIVOS**
- 3.1.4 PODER DE DISCRIMINACION DE LOS REACTIVOS**
- 3.1.5 COMENTARIOS A LOS REACTIVOS**
- 3.1.6 COEFICIENTE DE FIABILIDAD DEL EXAMEN DE OPCION MULTIPLE**
- 3.1.7 COMENTARIOS A LAS RESPUESTAS DE LAS ENCUESTAS Y RESULTADOS**

### **CAPITULO IV**

- 4.0 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **BIBLIOGRAFIA**

- 5.0 ANEXOS**
- 5.1 PROGRAMA DE ACTIVIDADES DEL PAMAIR**
- 5.2 EXAMEN AUTODIAGNOSTICO**
- 5.3 FORMATO DE ENCUESTAS**

MAESTRO JUAN RECIO ZUBIETA, DIRECTOR EXTERNO, INSTITUTO TECNOLÓGICO DE ECATEPEC.

DOCTORA ELFRIEDE WENZELBURGER GUTTENBERGER, DIRECTORA INTERNA, MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA.

SINODALES: MAESTRO JUAN RECIO ZUBIETA

MAESTRO EDUARDO MANCERA MARTINEZ

MAESTRA MA. DEL REFUGIO GISPERT CASTAÑEDA

DOCTORA ELFRIEDE WENZELBURGER GUTTENBERGER

MAESTRA PATRICIA E. BALDERAS CAÑAS

## CAPITULO I

### 1.1 INTRODUCCION

En algunos estudios, publicados por la rectoría de la UNAM acerca de la evaluación del bachillerato universitario, se dieron a conocer algunas cifras como las siguientes:

En el periodo 1972-1981, ingresaron a este ciclo, un total de 407,291 estudiantes, y hasta 1984 sólo habían concluido sus estudios 195,606 alumnos, es decir, el 48% de los mismos. De estos últimos, solamente 117,546 lograron terminar el ciclo en los tres años señalados por los planes de estudio, lo que significa que únicamente el 29% de los alumnos concluyó regularmente el bachillerato.

De las estadísticas del bachillerato de la UNAM durante siete semestres (o el correspondiente en años), comprendidos entre 1982 y 1985, es posible derivar las siguientes observaciones:

En promedio existieron 1,004,222 inscripciones anuales a exámenes ordinarios y 367,514 a exámenes extraordinarios de todas las materias; en otras palabras, por cada 10 exámenes ordinarios se presentaron 3.7 exámenes extraordinarios, lo cual revela el gran número de alumnos irregulares.

De los alumnos inscritos al examen ordinario, el 61.9% aprobó con promedio general de 7.8, en tanto que en el caso de los exámenes extraordinarios, el porcentaje de acreditación fue de sólo 24.3%, y la calificación promedio fue de 6.6

Estos porcentajes comprenden todas las materias del plan de estudios y la de mayor índice de reprobación, es matemáticas.

Datos de las actas del curso 1985-86 en la Preparatoria No.2 revelan: 60% de aprobación en 4o. año en el examen ordinario, 80% en 5o. año, 91% en 6o. año, 91% en 6o. áreas I y II (físico-matemáticas y químico-biológicas, respectivamente), y 94% en 6o. año en el área III (económico-administrativas). Estas cifras, que en realidad no son muy bajas, se ven notablemente disminuidas en los exámenes extraordinarios, en los cuales solo aprueba el 14% en 4o. año y 10% en 5o., que son los dos cursos donde hay mayor reprobación; en 6o. los alumnos ya han seleccionado el área a la cual pertenece la carrera que habrán de seguir y se tienen los siguientes datos: en este año se obtuvieron 48% de aprobados en las áreas I y II, y 70% en el área III, datos correspondientes al promedio de ambos turnos. Es de hacerse notar que los alumnos de 4o. año que no aprueben el examen extraordinario deben considerarse en ese 14% que normalmente aprueban el examen extraordinario para proseguir sus estudios regularmente, porque si al siguiente año no es así, se les termina la oportunidad de inscribirse a 6o. año, al menos por el tiempo que tardan en aprobar la materia; lo mismo sucede con matemáticas en 5o., ya que son materias seriadas. Como la situación no mejora al paso de los años, ésta es una de las causas principales de deserción escolar que explica las cifras dadas al principio.

## 1.2 POSIBLES CAUSAS DEL BAJO APROVECHAMIENTO Y DESERCIÓN

A partir del Coloquio Nacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas, efectuado en abril de 1970, el Coloquio sobre la Enseñanza de las Ciencias Básicas, organizado por la Dirección General del Profesorado, efectuado en mayo de 1967 y el Seminario de Matemáticas en la Escuela Nacional Preparatoria, efectuado en marzo de 1982 en Oaxtepec, Mor.; con la participación de maestros

de la propia ENP, de la Facultad de Ciencias, del Instituto de Matemáticas en los coloquios, de la ENEP Acatlán y UACPyP-CCH en el seminario, se puede afirmar que las causas del bajo rendimiento, son imputadas, desde luego, a los alumnos, a los maestros y a la Institución.

#### 1.2.1. CAUSAS RELACIONADAS CON LOS ALUMNOS.

##### a) Deficiencias de conocimientos al ingresar al bachillerato.

Para confirmar lo anterior, sirvan los siguientes ejemplos obtenidos de un examen diagnóstico practicado al inicio del curso 1974 en la Preparatoria No 2, examen con dificultad media y que resultó un instrumento muy confiable (coeficiente de confiabilidad 0.8370, fórmula K-R, 20), estudio realizado en la Facultad de Medicina de la U.N.A.M.

35% de los alumnos que ingresan no resuelven la ecuación  $-2+x=6$

51% no resuelve  $x+4=8$

83% no resuelve la ecuación  $x/5+2=3$

69% no despeja  $t$  de la fórmula  $v=d/t$

49% no representa algebraicamente la expresión: "el doble de un número mas el mismo número es igual a 30"

48% no calcula el valor numérico de la expresión  $A = \frac{1}{2} (B+b)h$ , donde  $B=8$ ,  $b=4$  y  $h=3$ .

42% no expresa en dos ecuaciones simultáneas la expresión: "la suma de dos números es 60 y su diferencia es 4".

87% no encuentra la diferencia  $(2x^3+3x^2-x)-(5x^3+2x-1)$

72% no encuentra el producto  $a^5 a^6$

##### b) Ausentismo:

Actualmente en la UNAM, específicamente en el bachillerato, no hay restricción al porcentaje de faltas de asistencias para poder presentar examen ordinario; por este motivo, aunque el

ausentismo es variable de acuerdo con el grado escolar, la hora de clase, etc., éste llega a ser, en general, de grandes proporciones.

c) Orientación vocacional no definida.

En una de las encuestas realizadas y presentadas en la ponencia: "Estudio estadístico del alumnado de la Escuela Nacional Preparatoria (5)", en ocasión del Seminario de Matemáticas en la ENP (1982), se afirma que el 81% del alumnado conoce la utilidad de las matemáticas, a un 61% les gusta la materia, aunque en el área I (físico-matemáticas) al 14% no les gusta la materia, en tanto que en área II (químico-biológicas) es al 33% y en el área III (económico-administrativas) a un 35% le desagradan las matemáticas. Como acertadamente se preguntan los maestros que realizaron la encuesta: cuál es la razón por la cual estos alumnos estaban en esas áreas: ¿sería conveniente orientarlos a tiempo a otro tipo de carreras?, con el riesgo, naturalmente que en esas otras áreas tampoco les gustaran.

Se agrega que las razones por las cuales a los alumnos no les gustan las matemáticas, contrariamente a lo que pudiera pensarse, un promedio de 11.5% de los alumnos de 4o. y 5o. año las considera difíciles y atribuyen su desagrado hacia la materia, a la mala preparación que traen desde la Primaria y un 12.5% a la que traen desde la Secundaria.

Por lo que toca a los alumnos de 5o. y 6o., la inmensa mayoría culpa a los maestros de que no les agraden las matemáticas y menos de 1% admitió tener la culpa.

d) Falta de hábito de estudio, así como del uso de las bibliotecas.

De la misma encuesta, se obtuvieron los siguientes datos: un 85% de los alumnos hace las tareas en casa, del 15% restante

solamente un 8% utiliza la biblioteca de su escuela.

En cuanto al tiempo empleado en hacer tareas y en repasar sus apuntes de matemáticas, según datos, los jóvenes estudian alrededor de una hora diaria, lo cual contradice la realidad, pues si fuera así, el índice de reprobación no sería tan alto, agregan los autores de la encuesta.

## 1.2.2 CAUSAS RELACIONADAS CON LOS MAESTROS.

### a) Planes y programas de estudio.

En el Seminario de Oaxtepec, mencionado en la sección anterior, se presentó la ponencia titulada "Programas, de matemáticas en la Escuela Nacional Preparatoria". En ella se expresan los siguientes comentarios:

En el año de 1943 se ponen en práctica en la ENP, los planes de estudio para dos bachilleratos: el de Ciencias Biológicas y el de Ciencias y Humanidades. El 5o. curso de matemáticas se impartía solamente en el bachillerato de Ciencias Biológicas cuya primera parte correspondía a geometría analítica y la segunda a cálculo diferencial e integral.

En 1956 entró en vigor el plan de estudios para el bachillerato único, en el que los programas de matemáticas se vieron recortados, al perder varias horas de clase a la semana.

"Por este motivo (recorte de horas semanales de clase de matemáticas), la preparación estudiantil decayó con respecto a esta materia. En 1964 entró en vigor el plan de estudios de 6 años, la finalidad del curso en este plan era plenamente utilitario, es decir, se precisaba en las indicaciones para su aplicación que se prescindiera del aspecto puramente analítico

para darle preferencia a lo que los alumnos deben conocer para estudios futuros, o a la información que toda persona en contacto con las matemáticas ha de tener". El programa de 5o. curso contiene los temas correspondientes al plan de 1943-1956, de geometría analítica, con excepción de las ecuaciones de las cónicas con eje focal no paralelo a los ejes coordenados, el de ecuaciones polares y el de ecuaciones paramétricas de curvas.

En el año de 1973 se aprobaron nuevos programas que, como opinaron los maestros autores de la ponencia, son una verdadera guía didáctica para el desarrollo de los cursos, pero que debido a su presentación, originaron un rechazo general por parte del profesorado porque los temas considerados en dichos programas, en realidad, se parecen mas a los de 1956-1963.

b) Perfil del profesor de matemáticas de la Escuela Nacional Preparatoria.

En la encuesta correspondiente al perfil del profesor de la Escuela Nacional Preparatoria, en el Seminario de referencia, se dan los siguientes comentarios:

El profesorado que imparte matemáticas en la ENP es muy variado en cuanto a su carrera profesional, ya que encontramos entre ellos: matemáticos, actuarios, ingenieros, arquitectos, etc. Sin embargo es posible afirmar en términos generales que el nivel de conocimientos es noigadamente suficiente para desempeñar las funciones inherentes a la enseñanza en ese nivel. Aquí se podría cuestionar, sin embargo, el desempeño del profesor en cuanto a la didáctica de la materia.

También agregan, que para hacer frente a la dinámica que muestra el avance de las ciencias (y de la tecnología como por ejemplo en el caso de la electrónica especialmente la computación)

en los últimos cincuenta años, las matemáticas como su instrumento, ha sufrido una serie de cambios de enfoque que a su vez se ha reflejado en los diferentes cursos que sobre esta rama del conocimiento se imparte en la ENF.

Expresan los autores de la ponencia, que esta situación ha motivado que algunos contenidos de los programas vigentes, no hayan sido estudiados por algunos profesores durante el tiempo de su etapa de formación profesional. Esta deficiencia se ha superado mediante esfuerzos autodidactas del personal docente de nuestra escuela, así como mediante la asistencia a cursos de actualización que atinadamente organiza nuestra Alma Mater. Sin embargo, se ha observado que ciertos temas como: teoría de conjuntos, desigualdades, lugares geométricos, análisis combinatorio, teoría de probabilidad, etc., se tratan superficialmente o incluso llegan a omitirse por algunos profesores. A esto habría que agregar el rechazo programa de 5o. año por casi la totalidad de los profesores, debido a que no dominan el tema de funciones.

Con respecto al tiempo, expresan los maestros, se puede decir que del total de profesores, la mayoría trabaja durante un determinado número de horas a la semana, el tiempo restante lo utiliza para laborar en otra institución y a menudo en otro ramo, con lo que agregan las experiencias profesionales de aplicación de las matemáticas, pero por otro lado les impide tomar cursos de actualización o de posgrado por falta de tiempo. También se comenta que aunque el porcentaje del personal que ha tomado cursos de pedagogía o didáctica es cercano al 50%, las enseñanzas que se desprenden de estos cursos no han cristalizado en aplicaciones prácticas, ya que no existen ni los elementos, como sería: mobiliario, equipo audiovisual, material impreso, etc., ni el tiempo para desarrollar el material necesario para utilizarse con ese equipo.

Aunque recientemente se crearon las plazas de maestro de carrera de tiempo completo, el número de ellas, por lo que a matemáticas se refiere, es reducido en la ENP (3 a 5 por plantel); algunos maestros tienen asignadas algunas de estas plazas pero también tienen asignada una función administrativa, con lo que se reduce en la práctica el número de estas plazas.

### 1.2.3 CAUSAS RELACIONADAS CON LA INSTITUCION

a) Falta de un departamento de apoyo a la docencia.

Este departamento proporcionaría cursos de actualización y de didáctica de las matemáticas a los maestros del Colegio, con carácter obligatorio para los maestros de nuevo ingreso y así aprovechar su potencial de trabajo; la programación de estos cursos se haría en horarios convenientes con horas liberadas para el resto de los maestros en servicio. También se ha sugerido en varias ocasiones la creación de seminarios con la participación de los mismos maestros del Colegio, para cambiar experiencias con respecto a las diferentes formas de tratar cada uno de los temas del programa.

Se sugirió en el Seminario, a que nos hemos estado refiriendo, establecer un programa de apoyo a la docencia, que contemplara la elaboración, por parte del profesorado de la ENP de material didáctico, entre el que se indicaba:

Apuntes apegados a los programas vigentes, que incluyeran colecciones de ejercicios resueltos, que permitieran al estudiante adquirir información suficiente para prepararse en forma autodidacta, y así poder enfrentarse a los diferentes compromisos escolares tales como: concursos, exámenes de ingreso a cursos de nivel más avanzado. Independientemente de lo anterior, esta acción permitiría uniformizar los conocimientos que se

imparten en los diferentes planteles de nuestra ENP.

Esta sugerencia es, exactamente lo que puede llevarse a cabo con el material, motivo de la evaluación en la presente tesis, correspondiente al Programa de Apoyo a las Materias de Alto Iníndice de Reprobación (PAMAIR) que, aunque originalmente está dirigido a los alumnos que adeudan las materias de matemáticas para preparar su examen, cumple cabalmente con la sugerencia hecha por los maestros que después de haber realizado la encuesta correspondiente elaboraron la ponencia con los comentarios aquí anotados.

b) Falta de material audiovisual que incluya filminas, diapositivas, películas, videocassettes, etc., destinado a despertar el interés por parte de los alumnos hacia las matemáticas.

c) Asesoría a los alumnos.

Es de suma importancia establecer ciclos de conferencias, pláticas, concursos de conocimientos y de materiales, y asesoría a los alumnos, para aclararles sus dudas personales que se les presenten en los diferentes cursos de matemáticas que se imparten en la ENP; habría que agregar que esta asesoría es necesaria para despejar las dudas que se les presenten durante el estudio de los fascículos de autoaprendizaje del PAMAIR.

AÑO con AÑO, los maestros de bachillerato nos damos cuenta que es injustil que los alumnos dispongan de dos oportunidades (vueltas) para presentar el examen ordinario: la primera vuelta es suficiente para evaluarlos; la segunda vuelta, en general, no es aprovechada por ellos, ya que las calificaciones que obtienen en ella son las mismas y aun en muchos casos más bajas. Ello se debe, probablemente, a la manera tan deficiente para preparar el examen

y, como transcurre mas tiempo entre el término del curso y el examen, los resultados son peores; en algunas ocasiones el periodo vacacional queda intercalado entre estas dos vueltas de examen ordinario final y lejos de aprovecharse este valioso tiempo, los resultados obtenidos son desastrosos

En cuanto a los exámenes extraordinarios, mediante estadísticas dadas a conocer por la rectoría, en el periodo entre 1982 y 1985, se puede observar que el 38% de los alumnos no acreditados, se registraron al examen extraordinario y no se presentaron a el. Este porcentaje de ausentismo tan alto refleja que el número de oportunidades es demasiado y el costo bajo, no hay limite en cuanto al número de exámenes que presente un alumno de la misma materia y el costo es de 40 pesos, por lo cual se toman la libertad de desperdiciar las oportunidades de estudiar la materia y acreditarla.

#### d) Curso propedéutico.

De los exámenes de diagnóstico de matemáticas practicados a los alumnos de nuevo ingreso a la preparatoria, se obtuvieron en 1978 y 1979, promedios por escuela de alrededor de 2.5 de calificación, lo cual demuestra que llegan de la secundaria con serias deficiencias. Se hace entonces necesario, instituir un curso propedéutico, que podría ser llevado también en la modalidad de autoaprendizaje asesorado por los maestros preferentemente de tiempo completo. Asimismo, la selección del alumnado debería hacerse mas rigurosa en cuanto a matemáticas se refiere.

#### e) Servicios de biblioteca.

Actualmente las bibliotecas no cuentan con suficiente número de volúmenes ni la variedad de títulos sobre matemáticas para dar un servicio eficiente dentro del plantel. Sería aconsejable

disponer de las partidas en su totalidad para dar un servicio adecuado al alumnado, incluyendo el servicio de préstamo a domicilio.

#### f) Labores de investigación.

Sería muy conveniente, para la institución, contar con un grupo de maestros que se dedicaran a la investigación en el campo del proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, así como a la producción editorial permanente. Este grupo podría estar formado por los mismos profesores de carrera, que trabajando conjuntamente con fines preestablecidos pudieran obtener los mejores resultados.

### 1.3 ALTERNATIVAS PLANTEADAS POR LA U.N.A.M.

#### 1.3.1 GRUPO DE TRABAJO

Con el fin de dar a reconocer y enfrentar uno de los principales problemas de la UNAM en los últimos años; el de deserción y rezago escolar, la Institución se ha propuesto abatirlos, en este caso en el ciclo del bachillerato, en algunas materias que por su alto índice de reprobación limitan el ingreso de los estudiantes al ciclo inmediato superior. Estas materias son en principio; matemáticas, física y química. actualmente se agregan lógica y etimologías.

Para ofrecer una alternativa que permita superar dichos problemas, la Rectoría conjuntó los esfuerzos de diversas dependencias universitarias; Dirección General de la Escuela Nacional Preparatoria, Unidad de Bachillerato del Colegio de Ciencias y Humanidades, Dirección General de Proyectos Académicos y Coordinación del Sistema de Universidad Abierta, para crear el

Programa de Apoyo a las Materias de Alto Índice de REprobación (PANAIR).

### 1.3.2 MATERIALES Y SUS CARACTERISTICAS.

Concebido como una medida encaminada a la solución de estos problemas, el programa se ha fijado, en su primera etapa, establecer una estrategia que atienda el problema de la reprobación en el ciclo de bachillerato, mediante los siguientes mecanismos;

1. Elaboración de exámenes de autodiagnóstico para que cada estudiante conozca sus deficiencias en la materia.
2. Preparación de materiales de autoaprendizaje en fascículos, uno por cada una de las unidades del programa de contenidos mínimos que permitan a los estudiantes adquirir, con ayuda de los tutores, los conocimientos y habilidades fundamentales en la materia.
3. Comprobación de la eficacia y corrección de los instrumentos citados, mediante la aplicación de los mismos a grupos piloto de alumnos, y;
4. Validación de los instrumentos y los materiales en aplicaciones masivas que puedan beneficiar al mayor número de alumnos.

En base a los contenidos mínimos comunes que integran los programas de matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades y de la Escuela Nacional Preparatoria, se elaboro el material de autoaprendizaje, bancos de reactivos, diagrama conceptual y examen autodiagnóstico para:

- Matemáticas II del CCH y matemáticas IV de Preparatoria.

denominado "Fundamentos de álgebra" en 12 fascículos.

- Matemáticas IV del CCH y matemáticas V de Preparatoria; denominado "Fundamentos de geometría analítica", en 9 fascículos.

- Están en preparación el material para matemáticas V de CCH y VI (Áreas I, II y III) de preparatoria; "Fundamentos de cálculo diferencial e integral".

#### 1.4 OBJETIVO DE LA TESIS.

El presente trabajo tiene como objetivo, llegar a determinar en qué medida cumple el material de autoenseñanza, específicamente la Unidad IV del curso de geometría analítica, titulada "Lugares Geométricos", la finalidad con la cual fue elaborada: apoyar a los estudiantes que, habiendo cursado la materia Matemáticas V, no la han acreditado, proporcionándoles material para su examen diagnóstico, material de autoenseñanza y asesorías mediante los cuales puedan tener éxito al presentar su examen extraordinario.

#### 1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO.

En el capítulo 1, Introducción, se plantea la problemática, de la población estudiantil en sus estudios de bachillerato. Se dan las posibles causas del bajo aprovechamiento y deserción escolar en cuanto a los alumnos, maestros y a la Institución. Se plantea el objetivo de la tesis y se expone su estructura.

En el capítulo 2, se describe el procedimiento utilizado para evaluar la Unidad IV "Lugares geométricos" de Fundamentos de geometría analítica, parte correspondiente a los programas de las materias Matemáticas V de Preparatoria y IV del CCH, según el diseño preexperimental seleccionado.

En el capítulo 3, se expresan los resultados obtenidos, en forma comparativa, en cuanto al examen de entradas y salidas, se obtiene el poder de discriminación de cada reactivo de opción múltiple, así como la efectividad de cada distractor. Se analiza su correlación entre las dos partes en que se dividió el examen, para determinar su confiabilidad, y se dan los comentarios a los resultados obtenidos.

En el capítulo 4, se dan las conclusiones apoyadas en los resultados, se hacen las observaciones pertinentes y se dan las recomendaciones para la utilización futura del material.

En el capítulo 5, se presentan algunos anexos: las actividades del PAMAIR, desde su creación, el examen autodiagnóstico practicado en 1987 y los resultados de su aplicación; y los formatos de las encuestas en la preparación de la Unidad IV, materia de esta tesis.

## CAPITULO II.

### 2.1 PRESENTACION DE LOS MATERIALES.

#### 2.1.1 CARACTERISTICAS DEL MATERIAL DEL PAHAIR.

El formato de los fascículos correspondientes a Fundamentos de geometría analítica consta de las siguientes partes:

a) Portada con el título: "FUNDAMENTOS DE GEOMETRIA ANALITICA".

Número y título de la unidad, en este caso: Unidad IV "LUGARES GEOMETRICOS".

Dependencias que intervinieron en la producción del material:

Dirección General de Proyectos Académicos.

Sistema de Universidad Abierta.

Escuela Nacional Preparatoria.

Colegio de Ciencias y Humanidades.

Programa: Programa de Apoyo a las Materias de Alto Índice de Reprobación.

b) Contraportada:

Funcionarios de la UNAM y de cada una de las dependencias que intervinieron en la publicación.

c) Autor del fascículo, asesor académico y comisión académica, asesoría pedagógica, corrección de estilo, responsable de captura, edición.

d) Índice.

e) Presentación.

f) Diagrama conceptual del curso.

- g) Instrucciones para la utilización de la unidad.
- h) Introducción.
- i) Objetivos.
- j) Contenido.
- k) Solución a los ejercicios.
- l) Autoevaluación.
- m) Respuestas a la autoevaluación.
- n) Bibliografía.
- ñ) Glosario.

## 2.1.2 DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL DESARROLLADO ( PAMAIR ).

Tratando de subsanar las fallas anteriores, se elaboraron los materiales de autoaprendizaje.

Específicamente, en el proceso de elaboración de la Unidad IV, "LUGARES GEOMÉTRICOS", se dividió la unidad en dos partes:  
Primera: Dada una o varias condiciones geométricas, encontrar la ecuación de la recta o curva correspondiente a esa o esas condiciones geométricas.

Segunda: Dada una ecuación, obtener la gráfica cartesiana correspondiente.

Para la primera parte, se da una ejemplificación con problemas verbales (sin datos numéricos), sólo para que el alumno haga conjeturas acerca de lo que tendrá que obtener.

En los ejemplos resueltos, se trató de seguir todos los pasos, haciendo las aclaraciones que se creyeron pertinentes para la buena comprensión de los mismos.

En la segunda parte: construcción de la gráfica cartesiana a partir de una ecuación dada, se tratan algunas propiedades de

las curvas que facilitan su construcción, como son: las intersecciones con los ejes coordenados, las simetrías con respecto a los ejes y al origen, las asíntotas verticales y horizontales, la extensión (lugar donde se halla localizada la curva), la tabulación y construcción de la gráfica.

Primeramente, se da un procedimiento general para la construcción de la gráfica a partir de la ecuación, pero se aclara que este procedimiento puede facilitarse mediante las propiedades mencionadas de algunas curvas.

En cuanto al tema de intersecciones con los ejes, se da la parte teórica correspondiente: dar valor de cero a una de las variables de la ecuación y despejar la otra para encontrar su valor.

Como este despeje es diverso, de acuerdo a la ecuación de que se trate, se dan los siguientes ejemplos:

En un primer ejemplo, se obtienen las intersecciones con los ejes de una curva correspondiente a una elipse de ecuación:  $Ax^2 + Cy^2 = F$ , que con una variable igualada a cero, por ejemplo  $x = 0$ , el despeje les da  $y = \pm \sqrt{F/C}$ .

Un caso más difícil, es el tercer ejemplo, ya que el segundo es una ecuación del tipo  $y = x^2$ , que no ofrece más dificultad que elevar o extraer raíz cuadrada de cero.

Este tercer ejemplo consiste en obtener las intersecciones con los ejes coordenados de una parábola de ecuación  $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$ , en su solución de la cual se involucra una ecuación cuadrática (al hacer  $y = 0$ ).

Como cuarto ejemplo, se obtienen las intersecciones con los

ejes ( la curva no los interseca) de la curva de ecuación  $xy = k$ , haciendo ver la imposibilidad de la división entre cero.

En cuanto al tema de simetría con respecto a los ejes coordenados y al origen, se dan ejemplos de figuras simétricas y del criterio para saber cuándo una ecuación pertenece a una curva simétrica, ya sea respecto a alguno de los ejes y/o respecto al origen. Como los ejemplos tratados en el tema de intersecciones son diversos y, en cuanto a las simetrías se pedirá al alumno determinar ambas en una sola ecuación, se utilizan esos mismos ejemplos en relación a las intersecciones con los ejes, para obtener las simetrías (si las hay). El primer ejemplo: la elipse, con centro en el origen, existe simetría respecto a ambos ejes y al origen; el segundo: para la ecuación  $y = x^2$  hay simetría con respecto al eje Y; en el tercer ejemplo: parábola con centro fuera del origen, no hay simetría ni con los ejes ni con el origen y, en el último: ecuación  $xy = k$ , la hay respecto al origen pero no a los ejes.

Por lo que toca al tema de asíntotas verticales y horizontales, se da la definición de asíntota, ilustrándola con la figura correspondiente.

Por medio del primer ejemplo, que corresponde a la curva de ecuación  $xy = k$ , curva a la que se trató de obtener intersecciones y simetrías, se da el criterio para encontrar las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales de la curva. En este ejemplo, se hace la tabulación correspondiente y la gráfica, con lo cual, el alumno puede comprobar que las ecuaciones de las asíntotas obtenidas corresponden a las de los ejes coordenados.

En el segundo ejemplo, se obtienen las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la curva de ecuación:  $x^2y - ky = k_1$ , la variante en este caso es que el alumno debe

factorizar para despejar.

En el tercer ejemplo, la ecuación es del tipo  $y^2 - x^2 y^2 - x = 0$ , donde el despeje de  $y$  es semejante al ejemplo anterior, pero el de  $x$  involucra la resolución de una ecuación cuadrática, haciendo:  $a = -y^2$ ,  $b = -1$ ,  $c = y^2$ .

Finalmente, en el cuarto ejemplo, se pretende obtener las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales de la elipse de ecuación del tipo  $Ax^2 + Cy^2 = F$ , de la cual se determinaron las intersecciones y simetrías en los ejemplos de los temas correspondientes. Se efectúa el despeje de cada una de las variables y se observa que en el denominador del otro miembro existe una constante por lo cual no tiene asíntotas la curva.

El tema de extensión (lugar donde se halla localizada una curva), se trata nuevamente por medio de los ejemplos mas característicos y disímolos, para que el alumno tenga una variedad a donde recurrir.

El primer ejemplo es la curva de ecuación  $xy = k$ , con  $k$  positivo, donde se hace notar los cuadrantes donde el producto de las variables es positivo; se sombrea los cuadrantes donde no hay gráfica y se remite al alumno a la gráfica previamente trazada en la parte correspondiente al tema de asíntotas. Habría que hacer la aclaración de los cuadrantes ocupados para el caso de que  $k$  fuera negativo.

El segundo ejemplo corresponde a la ecuación de la elipse  $Ax^2 + Cy^2 = F$ , de la cual anteriormente se determinaron intersecciones, simetrías y asíntotas; aquí, al despejar cada una de las variables, se obtiene una raíz de una tracción cuyo numerador consiste en una diferencia:  $y = \pm \sqrt{(F - Ax^2)}/C$ ; en ella la dificultad para el alumno consiste en encontrar el intervalo de

valores posibles para los cuales la raíz representa un número real; después de encontrar el intervalo de ambas variables, el alumno obtiene un rectángulo donde está inscrita la elipse.

En el tercer ejemplo, se discute la región donde se localiza una parábola del tipo  $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$ , en la cual, para hacer el despeje de  $x$ , se presenta la resolución de una ecuación cuadrática en la que  $a=A$ ,  $b=D$  y  $C=Ey+F$ . Nuevamente, se presenta un radical, donde el problema consiste en determinar el intervalo de  $y$  que hace que sea real, sombreando la región que cae fuera de este intervalo, se hace la tabulación y se construye la gráfica.

En el cuarto ejemplo, se resumen los pasos anteriores, se trata de una curva con ecuación del tipo  $x^2 - ky = k$ ; a esta curva se le determinan intersecciones, simetrías, asíntotas verticales y horizontales, la región ocupada por la curva, se hace la tabulación correspondiente y se construye la gráfica. Los ejercicios propuestos son semejantes a los ejemplos.

Se propone finalmente, un examen de autoevaluación con ejercicios de tipo más representativo de los ilustrados, y se dan las soluciones del mismo y de los ejercicios propuestos para cada una de las secciones

### 2.1.3 PRESENTACION DE LA BIBLIOGRAFIA TRADICIONAL.

Una selección de la bibliografía existente sobre el tema, que se puede adquirir en el comercio, es la siguiente:

Kindle, Joseph. Geometría analítica. Serie de compendios Schaum. Mc Graw Hill. Colombia.

Lehman, Charles H. Geometría analítica. UTHEA. México.

Middlemiss, Ross R. Geometría analítica. Mc Graw Hill, México.

Rees, Paul K. Geometría analítica. Publicaciones Cultural. México.

Taylor, Howard E. y Wade, Thomas L. Geometría analítica bidimensional, subconjuntos del plano. LIMUSA. México.

Wernick, Williams, Geometría analítica. Publicaciones Cultural. México.

Wooton Beckenbach, Fleming. Geometría analítica moderna. Publicaciones Cultural. México.

#### 2.1.4 TRATAMIENTO DEL TEMA LUGARES GEOMETRICOS, EN CONTRASTE CON LA BIBLIOGRAFIA TRADICIONAL.

En los siguientes cuadros, se presenta la comparación del tratamiento del tema "Lugares geométricos", expuestos en el material del PAMAIR, con respecto a la bibliografía tradicional en cuanto a la parte teórica y a los ejemplos resueltos:

##### INTERSECCION DE LA CURVA CON RESPECTO A LOS EJES

	PARTE		EJEMPLOS RESUELTOS			
	TEORICA	ELIPSE	PARABOLA	HIPERBOLA	OTRAS	
Wernick	SI	NO	NO	NO	$y = \frac{2x+1}{x-1}$	
Middlemiss	SI	NO	NO	NO		
Lehman	SI	NO	NO	NO		
Schaum	Teoría procedimiento	escueta	y	ejemplos	de todos tipos sin	
PAMAIR	SI	SI	NO	SI		

SIMETRIAS DE LA CURVA CON RESPECTO A LOS EJES Y AL ORIGEN.

	PARTE TEORICA	EJERCICIOS RESUELTOS			
		ELIPSE	PARABOLA	HIPERBOLA	OTRAS
Wernick	NO	NO	NO	NO	
Middlemiss	SI	NO	NO	NO	
Lehman	SI	NO	SI	NO	$Y = x^2$
Schaum	Teoría escueta y ejemplos de todos tipos sin aclarar el procedimiento.				
PAMAIR	SI	SI	SI	SI	

ASINTOTAS VERTICALES Y HORIZONTALES.

	PARTE TEORICA	EJEMPLOS RESUELTOS			
		ELIPSE	PARABOLA	OTRAS $xy-y-2x+1=0$	OTRAS $x^2y-y-x=0$
Wernick	SI	NO	NO	SI	SI
Middlemiss	SI	NO	NO	SI	NO
Lehman	SI	NO	NO	SI	SI
Schaum	Teoría escueta y ejemplos variados sin aclarar el procedimiento				
PAMAIR	SI	SI	SI	NO	SI

## EXTENSION DE LA CURVA.

	PARTE TEORICA	EJEMPLOS RESUELTOS			
		ELIPSE	PARABOLA	HIPERBOLA	OTRAS $x^2y^2 - x^2 + 1 = 0$
Wernick	SI	SI	SI	SI	SI
Middlemiss	NO	NO	NO	NO	
Lehman	SI	NO	SI	NO	
Schaum	Teoría escueta y ejemplos variados sin aclarar el procedimiento				
PAMAIR	SI	SI	SI	SI	SI

## CONSTRUCCION DE LA GRAFICA

	PARTE TEORICA	EJEMPLOS RESUELTOS			
		ELIPSE	PARABOLA	HIPERBOLA	OTRAS $x^2y^2 - x^2 + 1 = 0$
Wernick	NO	SI	SI	NO	SI
Middlemiss	NO	NO	NO	NO	NO
Lehman	SI	SI	SI	NO	SI
Schaum	Teoría escueta y ejemplos variados sin aclarar el procedimiento				
PAMAIR	SI	SI	SI	SI	SI

## ECUACION DEL LUGAR GEOMETRICO

	RECTA (mediatriz)	CIRCUNFERENCIA	PARABOLA	ELIPSE	HIPERBOLA
Wernick	SI	SI	NO	NO	NO
Middlemiss	NO	SI	NO	NO	NO
Lehman	SI	NO	SI	NO	NO
Schaum	Toda clase de ejemplos sin aclarar el procedimiento				
PAMAIR	SI	SI	NO	SI	SI

En general, se pueden hacer los siguientes comentarios acerca de los libros mencionados en la bibliografía tradicional;

1. No están adecuados a los programas del bachillerato de la UNAM, lo cual propicia que el alumno se pierda en un libro de contenido amplio, del que se le pide sólo una mínima parte, sin saber, por otro lado, cuáles son los temas que deben saber para acreditar la materia, algunos de estos temas son omitidos en estos libros.
2. El nivel para el que están escritos, tampoco es el adecuado, ya que no fueron escritos pensando en el alumno que actualmente está cursando el bachillerato.
3. Las explicaciones sobre un determinado tema son insuficientes; para que la explicación fuera la adecuada, necesitaría consultar varios libros, no contando con los títulos de ellos ni con los recursos para adquirirlos, pues en la biblioteca de su escuela no los encuentra.
4. La presentación de las demostraciones y ejemplos resueltos, a menudo no están completos (se brincan pasos), y el número de ellos es insuficiente, lo que provoca que el alumno no pueda comprender

el procedimiento seguido.

5. Los ejercicios son de un grado de dificultad mayor y a veces mucho mayor que los ejemplos resueltos. No están seleccionados los ejemplos representativos de los distintos grados de dificultad de los ejercicios propuestos.

## 2.2 METODOLOGIA PARA LA EVALUACION EMPIRICA DEL MATERIAL.

El material está diseñado para ser usado, hasta donde sea posible, como material de autoaprendizaje, complementado con asesoría por parte del profesor. En este estudio se trata la Unidad denominada "LUGARES GEOMETRICOS" del curso de geometría analítica, que se cursa en el 5o. año de preparatoria y en el 3er. semestre del CCH.

Para evaluarlo, se optó por el diseño preexperimental pretest-postest de un solo grupo: los conocimientos de los alumnos serían evaluados al ingresar al programa (entradas) y volverían a serlo al término de la exposición (salidas). La meta principal de este método es, observar el efecto del programa en términos de los cambios del estudiante revelados por la comparación de la entrada con la salida. La representación gráfica del diseño es:

$$O \times O$$

<sub>1</sub>     <sub>2</sub>

donde X representa la exposición del grupo a una variable o acontecimiento experimental: preparación de la Unidad, cuyos efectos se han de medir;  $O_1$  y  $O_2$  hacen referencia a algún proceso particular de observación o medición: en nuestro caso, la evaluación de los conocimientos de los alumnos antes de, y después de, la preparación de la Unidad. La dirección representada de izquierda a derecha indica el orden en cuanto al tiempo.

Se realizaron dos experiencias, dado que en la primera la

muestra fue demasiado pequeña para obtener resultados significativos. la variante en la segunda experiencia, fue que se tomó un grupo testigo, seleccionado por cuestiones de horario; este grupo trabajó con el libro: geometría analítica de Lehman. En la fase operativa, se diseñó un examen combinado (Anexo 3) que constó de dos partes: de ensayo y de opción múltiple. La primera parte con preguntas de ensayo, donde tenían que resolver dos problemas, cada uno de los cuales consistía de una ecuación correspondiente a una cónica, a la que el alumno debía determinar sus características y hacer la gráfica de la misma.

Durante el tiempo de estudio en la preparación de la Unidad, se les proporcionó a los alumnos tres encuestas, cada una de ellas correspondiente a una parte en que se dividió la Unidad. El objeto de estas encuestas es determinar si las definiciones dadas en el fascículo son claras, si los ejemplos serían fácilmente seguidos por ellos y si pudieron resolver los ejercicios propuestos, además de saber cuánto tiempo utilizaron en estudiar cada tema y, si encontraron cada uno de ellos interesante o no. En cada una de las sesiones se tomará nota de las dudas que surjan en la preparación de la Unidad.

Las encuestas comprenden los siguientes temas (Anexo S.3)

Primera: encontrar la ecuación del lugar geométrico, dadas ciertas condiciones.

Segunda: encontrar las intersecciones de una curva con los ejes coordenados, y las simetrías con respecto a los ejes y al origen.

Tercera: hallar las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales, determinar la extensión de la curva y hacer la gráfica de la misma.

Como quedó dicho arriba, se llevaron a cabo dos experiencias, la primera muestra fue muy reducida: 20 alumnos en total, divididos en dos subgrupos (A y B) de 13 y 7 alumnos respectivamente, casos típicos de alumnos a los cuales está dirigido el Programa (PAMAIR), esto es, alumnos de 6o. año o repetidores de 5o., que no han acreditado la materia y presentarán examen extraordinario.

En la segunda experiencia, se evaluó un grupo de 59 alumnos, dividido en dos subgrupos (A y B), subdivisión hecha por cuestión de horario, con 45 y 14 alumnos respectivamente.

Cada una de las partes en que se dividió la Unidad, será preparada durante una semana, correspondiente a cada una de las encuestas, después de lo cual, se aplicará el examen de la Unidad (salidas)

### 3.0 MANEJO DE RESULTADOS.

Con respecto a los resultados obtenidos, se procedió a :

- a) Hacer una tabla de aciertos-no aciertos, por alumno y por reactivo, obteniendo sus totales y medias respectivos.
- b) Hacer los comentarios pertinentes acerca de los resultados obtenidos.
- c) Evaluar cada reactivo de la prueba en cuanto al grado de dificultad, poder de discriminación y hacer la crítica de ellos.
- d) Evaluar la prueba en cuanto a la correlación de las entradas contra las salidas del grupo de alumnos sujetos al experimento,

calculando la  $r$  de Pearson con los resultados obtenidos

### 3.0.1 EXAMEN APLICADO

#### EXAMEN DE LA UNIDAD IV

NOMBRE \_\_\_\_\_ FECHA \_\_\_\_\_

Este examen consta de dos partes: en la primera desarrollará los dos problemas planteados y escribirá las respuestas para cada inciso; en la segunda parte, habrá de seleccionar la respuesta correcta al enunciado de cada pregunta y escribirá la letra correspondiente dentro del círculo de la derecha.

PRIMERA PARTE: Para cada una de las siguientes curvas, encuentra:

- Las intersecciones con los ejes coordenados.
- Las simetrías con respecto a los ejes coordenados y al origen.
- Las ecuaciones de las asíntotas verticales y horizontales.
- Sombrea las regiones del plano donde no se halla localizada la curva.
- Construye la gráfica de cada una.

I.  $x^2 + 9y^2 = 144$   
II.  $xy = 8$

SEGUNDA PARTE:

1. La ecuación del lugar geométrico de los puntos que se encuentran a dos unidades a la izquierda del eje Y, es: \_\_\_\_\_

- A)  $x = -2$     B)  $x = 2$     C)  $y = 2$     D)  $y = -2$     E)  $y = \pm 2$

2. La ecuación de lugar geométrico de los puntos que se encuentran a tres unidades del origen, es: \_\_\_\_\_

- A)  $x = 3$     B)  $y = 3$     C)  $x^2 + y^2 = 9$     D)  $x^2 + y^2 = 3$     E)  $x = \pm 3$

3. La ecuación que plantea el enunciado: "El lugar geométrico de los puntos  $P(x,y)$  que equidista de  $(6,0)$  y del eje  $Y$ ", es: \_\_\_\_\_

A)  $\sqrt{(y-6)^2 + (x-0)^2} = x$

B)  $\sqrt{(x+6)^2 + (y-0)^2} = y$

C)  $\sqrt{(y-6)^2 + (y-0)^2} = x$

D)  $\sqrt{(x-6)^2 + (y-0)^2} = x$

E)  $\sqrt{(x-6)^2 + (y-0)^2} = x^2$

4. La ecuación que plantea el enunciado: "El lugar geométrico de los puntos  $P(x,y)$ , tales que la suma de sus distancias a los puntos  $(-4,0)$  y  $(4,0)$  es igual a 10", es: \_\_\_\_\_

A)  $\sqrt{(x+4)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = 10$

B)  $\sqrt{(x+4)^2 + (y-0)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = 10$

C)  $((x+4)^2 + (y-0)^2) + ((x-4)^2 + (y-0)^2) = 0$

D)  $((x+4)^2 + y^2) + ((x-4)^2 + y^2) = 100$

E)  $\sqrt{(x+4)} + \sqrt{(y-0)} + \sqrt{(x-4)} + \sqrt{(y-0)} = 10$

5. Las intersecciones de la curva  $x^2 = y$ , con los ejes coordenados, son: \_\_\_\_\_

A)  $(0,0)$

B)  $(1,1)$

C)  $(2,4)$

D)  $(4,2), (9,3)$

E)  $(0,0), (1,1), (2,4)$

6. Las intersecciones de la curva  $x^2 - y^2 - 4 = 0$ , con los ejes coordenados, son: \_\_\_\_\_

A)  $(0,2), (0,-2)$

B)  $(4,0)$

C)  $2,4$

D)  $(2,0), (-2,0)$

E)  $(4,0), (-4,0), (0,4), (0,-4)$

7. La curva  $xy = -7$ , es simétrica con respecto a: \_\_\_\_\_

A) El eje  $X$

B) El eje  $Y$

C) Ambos ejes

D) El origen únicamente

E) Ni a los ejes ni al origen

8. La curva  $x^2 - xy^2 - 2x = 4$ , es simétrica con respecto a: \_\_\_\_\_

A) El eje  $X$

B) El eje  $Y$

C) Ambos ejes

D) El origen únicamente

E) Ni a los ejes ni al origen

9. De las siguientes ecuaciones, ¿cuál representa una curva simétrica con respecto al eje X? \_\_\_\_\_

- A)  $x^2 + y = 0$     B)  $xy = 1$     C)  $x+y = 5$     D)  $y^2 + 2y + 1 = 0$   
E)  $x + 2y^2 = 1$

10. La ecuación de la asíntota horizontal de la curva  $xy = 10$ , es:

- A)  $y = 10$     B)  $y = 5$     C)  $y = 0$     D)  $y = 1$     E)  $y = 2$

11. La ecuación de la asíntota vertical de la curva  $y(x-1) = 4$ , es

- A)  $x = 4$     B)  $x = -1$     C)  $x = 1/2$     D)  $x = 1$     E)  $x = 1/2$

12. Las regiones del plano donde se halla localizada la curva  $xy = 5$  son: \_\_\_\_\_

- A) Únicamente 1er. cuadrante    B) Únicamente 2o. cuadrante  
C) 1o. y 3er. cuadrantes    D) 2o. y 4o. cuadrantes  
E) Los cuatro cuadrantes

13. Las regiones del plano donde se halla localizada la curva  $y = x^2$ , son: \_\_\_\_\_

- A) Únicamente 1er. cuadrante    B) Únicamente 2o. cuadrante  
C) 1o. y 2o. cuadrante    D) 3o. y 4o. cuadrantes  
E) Los cuatro cuadrantes

### 3.1 RESULTADOS.

En general, las encuestas devueltas por los alumnos, en la primera experiencia fueron muy pocas: 5, 4 y 3 de cada una de las partes en que fué dividida la unidad; esta situación se remedió en la segunda experiencia en la cual casi la totalidad de los 59 alumnos participó en la entrega de las encuestas. La mayor parte de los alumnos opinó que al libro Lehman le faltó ser más claro en sus explicaciones, tener más ejemplos resueltos del tema.

#### 3.1.1 DESCRIPCIÓN DE LAS EXPERIENCIAS Y RESULTADOS OBTENIDOS.

Se llevaron a cabo las dos experiencias descritas líneas arriba, ya que la primera de ellas resultó ser demasiado pequeña

para hacer conclusiones determinantes. Sin embargo, sirvió para repetir el experimento con una muestra mayor, mas confiable y afinar la parte operativa del experimento.

#### DESCRIPCION DE LA PRIMERA EXPERIENCIA.

El grupo con el cual se llevó a cabo la experiencia, consistía originalmente de 20 alumnos que habían cursado la materia el año anterior, pero que no la habían acreditado. Este grupo, por razones de horario, se dividió en dos subgrupos: subgrupo A con 13 alumnos y subgrupo B con 7 alumnos.

Los 20 alumnos de ambos subgrupos presentaron el examen de entrada y se presentaron con cierta regularidad a las sesiones dedicadas a recibir la asesoría, donde se les proporcionaron tres encuestas, una por semana, correspondientes a las tres partes en que se dividió la Unidad.

Las encuestas devueltas por los alumnos en esta primera experiencia, fueron pocas. La mayor parte de los alumnos opinaron en ellas que el estudio de los fascículos les pareció interesante, que dedicar una hora dos veces por semana en la preparación de la Unidad.

Aunque en las sesiones dedicadas a las asesorías, se les aclaró que podían preguntar cualquier duda por insignificante que fuera, las dudas que expusieron fueron mínimas.

Por los resultados obtenidos en el subgrupo A (Table III) correspondiente al examen de salida, se puede observar que no prepararon la Unidad. Cabe aclarar, que de los 13 alumnos que formaron ese subgrupo, solamente 9 presentaron el examen, de los 4 restantes 2 desertaron completamente y 5 de los que lo presentaron al percibir su fracaso, también. De este subgrupo (A), solamente

una alumna, que por cierto no asistió a las asesorías por tener empleo en ese horario, obtuvo alta calificación utilizando únicamente el material, lo que demuestra que independientemente de otras razones como es el hecho de la mayor o menor facilidad que tenga el alumno en el aprendizaje de las matemáticas, mucho cuenta la voluntad, apoyada por un material de estudio adecuado.

Como en general, los resultados del examen de salida del subgrupo A fueron demasiado bajos por no haber preparado la Unidad, se puede concluir que los alumnos no están acostumbrados a estudiar por su cuenta y se sienten imposibilitados no sólo a desarrollar esta clase de estudio, sino que tampoco obtuvieron el material de estudio; con ello se explica que hayan preferido desertar.

Debido a ello, se optó por dar una sesión extra a ambos subgrupos con resolución de ejemplos, que sirvieran de motivación a la vez de aclarar las dudas que no pudieron preguntar por desconocer el material de autoaprendizaje.

Se practicó el examen de salida por segunda ocasión al subgrupo A y, por primera ocasión al subgrupo B, después de esta sesión la puntuación mejoró notablemente, como puede observarse en la siguiente tabla:

RESULTADOS DE LOS EXAMENES DE ENTRADAS-SALIDAS. PUNTUACION TOTAL  
(PRIMERA EXPERIENCIA)

SUB-GRUPO	No. ALUMNO	EXAMEN ENTRADA	EXAMEN SALIDA	2o. EXAMEN SALIDA
A	1	2		7
	2	2		
	3	2	6	
	4	1	6	
	5	3	4	14
	6	1	15	
	7	1	5	
	8	1	5	
	9	2		8
	10	0	3	
	11	2	2	20
	12	3		
	13	3	3	13
B	14	1		8
	15	3		7
	16	5		8
	17	2		17
	18	3		9
	19	4		9
	20	5		12

## SEGUNDA EXPERIENCIA.

Esta experiencia se llevó a cabo con alumnos que tenían las mismas características que aquellos con los que se efectuó la primera experiencia: alumnos que habiendo cursado la materia no la habían acreditado y se habían inscrito para recursarla.

En este caso la muestra, al igual que en la primera experiencia, estuvo agrupada por razones de horario, en dos subgrupos, solo que ahora con mayor número de alumnos: el subgrupo A con 46 y el subgrupo B con 14.

Se decidió en este caso, trabajar en el subgrupo A con el material del PAMAIR y, en el subgrupo B con el Lenman, libro de geometría analítica que en opinión de muchos maestros es el mejor, para que sirviera de comparación en este tipo de estudio.

Se les aplicó a ambos subgrupos el examen de diagnóstico (pretest), se les repartió el material correspondiente dividido en tres partes, indicándoles cuáles ejercicios deberían resolver por semana, llevando el control de entrega de ejercicios por medio de la encuesta correspondiente. En la hora destinada a la clase (tres en total), se les dio asesoría individual sobre las dudas que hubieran encontrado y que individualmente no pudieron resolver.

Como para el día del examen, en ambos subgrupos, no todos los alumnos habían entregado los ejercicios a tiempo, se optó por dividirlos en tres partes:

Primera: los alumnos que entregaron el 100% de ejercicios resueltos.

Segunda: los alumnos que entregaron el 66% de ejercicios resueltos

Tercera: los alumnos que entregaron solamente el 33% de ejercicios resueltos.

En esta experiencia, el número de dudas fue considerable en

ambos subgrupos, una de las mas persistentes y que a la postre resultó con mayor grado de dificultad, fue ¿cómo hacer la gráfica?

### 3.1.2 OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL POSTEST.

Se contaron los aciertos de un total de 23, tanto en el examen de entradas (pretest) como en el de salidas (postest).

De los resultados obtenidos en la prueba de salidas (postest), podemos hacer las siguientes observaciones:

1. De los alumnos que utilizaron el material del PAMAIR y que presentaron el 100% de ejercicios resueltos, incrementaron su puntuación en 11.1; de una media de 2.72 a una media de 13.83. Los que trabajaron con el Lehman incrementaron su puntuación en 4.33: de una media de 5.00 a 9.33
2. De los alumnos que presentaron el 66% o el 33% de ejercicios resueltos, la diferencia de resultados no fue significativa: los alumnos que trabajaron con el material del PAMAIR incrementaron su puntuación en 6.89; de una media de 2.15 a una media de 9.04. Los alumnos que trabajaron con el Lehman incrementaron su puntuación en 4.63: de una media de 1.75 a 6.38
3. De los 19 alumnos que trabajaron con el material del PAMAIR con 100% de ejercicios resueltos, solamente dos de ellos obtuvieron puntuación menor a la media del número de reactivos.
4. De los 6 alumnos que trabajaron con el Lehman con 100% de ejercicios resueltos, solamente uno de ellos alcanzó puntuación mayor que la media del número de reactivos; cabría hacer notar que este alumno incrementó su puntuación de 12 (E) a 14 (S).

A continuación se presenta la matriz de puntajes por alumno y por reactivo:

PUNTAJE DE ALUMNOS CON 100% DE EJERCICIOS RESUELTOS PRESENTADOS

No Alumno		OPCION MULTIPLE										ENSAYO										Tot			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	a	b	c	d	e	a	b		c	d	e
1	E	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2
	S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0
2	E	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
	S	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
3	E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	S	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
4	E	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
	S	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	17
5	E	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	S	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	14
6	E	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
	S	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	15
7	E	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	S	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	13
8	E	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	S	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	15
9	E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	S	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	16
10	E	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
	S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	15
11	E	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
	S	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	14
12	E	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
	S	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	16
13	E	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
	S	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	8
14	E	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	S	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8









GD = C/N (100), donde C = respuestas correctas  
 N = número de alumnos

Consideramos los grados de dificultad:

De 0 a 15%, difíciles  
 De 16 a 30%, GD = 4  
 De 31 a 46%, GD = 3  
 De 47 a 63%, GD = 2  
 De 64 a 80%, GD = 1  
 De 81 a 100%, fáciles

6. Se obtuvo el poder de discriminación de cada reactivo.

PD =  $\frac{RI(PI) - RI(PS)}{N}$  ; donde:

RI(PI) = respuestas incorrectas de la parte inferior

RI(PS) = respuestas incorrectas de la parte superior

7. Se analizó cada opción de cada uno de los reactivos para determinar si cumplen en la prueba como distractores y, si la respuesta correcta discrimina a cada una de las partes.

C>I para la respuesta correcta, y

C<I para los distractores

donde C es el número de respuestas a la opción en la parte superior e I es el número de respuestas en la parte inferior.

8. Finalmente se determinó la fiabilidad del examen por el método de las mitades.

### 3.1.4 PODER DE DISCRIMINACION DE LOS REACTIVOS. SEGUNDA EXPERIENCIA

	REACTIVO 1					REACTIVO 2				
	A*	B	C	D	E	A	B	C*	D	E
Parte sup PS	13	1	1	1	0	0	0	13	1	2
Parte inf PI	13	0	0	3	0	0	0	5	2	9

REACTIVO 3

	A	B	C	D*	E
PS	1	1	1	13	0
PI	0	2	3	7	4

REACTIVO 4

	A	B*	C	D	E
	0	16	0	0	0
	1	12	1	1	1

REACTIVO 5

	A*	B	C	D	E
PS	16	0	0	0	0
PI	12	2	1	0	1

REACTIVO 6

	A	B	C	D*	E
	3	1	0	10	1
	4	0	3	6	3

REACTIVO 7

	A	B	C	D*	E
PS	0	0	0	13	3
PI	1	3	1	5	6

REACTIVO 8

	A*	B	C	D	E
	14	1	0	0	1
	1	3	5	2	6

REACTIVO 9

	A	B	C	D	E*
PS	3	0	3	0	10
PI	3	4	1	6	1

REACTIVO 10

	A	B	C*	D	E
	5	0	7	3	0
	6	3	5	1	1

REACTIVO 11

	A	B	C	D*	E
PS	2	3	1	10	0
PI	4	1	4	4	1

REACTIVO 12

	A	B	C*	D	E
	2	0	12	0	2
	4	4	4	1	1

REACTIVO 13

	A	B	C*	D	E
PS	3	1	7	5	0
PI	3	3	7	2	1

3.1.5 COMENTARIOS A LOS REACTIVOS.

En el reactivo No. 1, según se puede observar, el poder de discriminación es cero, en tanto que el grado de dificultad de dificultad es 96% correspondiente a un reactivo, según la tabla, demasiado fácil. La opción correcta (A), fue contestada en igual número de alumnos en la parte superior (PS) como en la parte inferior (PI): 13 alumnos en cada una de las partes.

Las opciones B y C no cumplen con su cometido, no hubo discriminación correcta de ambas partes, ya que es mayor el número de alumnos en la PS que en la PI. La opción C no fue abordada por alumno alguno de ninguna de las dos partes, por lo que no cumple con el mínimo de 2% (1 reactivo), para no ser rechazada o revisada. La única opción de este reactivo que cumple en cuanto a discriminación entre las partes, fue el D, donde el número de alumnos que optaron por ella en la PS fue inferior que en la PI. Por todo ello, este reactivo debe rechazarse.

En el reactivo No. 2, se puede observar, que el poder de discriminación es de 0.5, por lo que debe conservarse ( $0 < PD < 1$  y  $PD > 0$  debe conservarse). El grado de dificultad (GD) es de 67% que según la tabla corresponde a  $GD=1$ . Las opciones D y E cumplen su cometido, ya que el número de respuestas de la PI es mayor que las que la PS. La opción correcta funciona adecuadamente ya que las respuestas son de 13 (PS) a 5 (PI). Las opciones A y B no fueron abordadas; como se trata de distancia al origen, un número como

$x=3$  o  $y=3$  no distrajo la atención de los alumnos; tal vez estas opciones mejorarían con distractores como  $x^2=3$ , y  $y^2=3$ .

En el reactivo No. 3, el poder de discriminación es de 0.37, por lo que el reactivo debe conservarse. El grado de dificultad es de 62.2, correspondiente a un GD = 2. Las opciones B, C y E cumplen en cuanto a que son menores el número de respuestas en la PS que en la PI; a excepción de la opción A. La opción de la respuesta correcta funciona adecuadamente: 13 (PS) contra 7 (PI).

En el reactivo No. 4, el poder de discriminación fue de 0.25 > 0 por lo que el reactivo debe conservarse. El grado de dificultad es de 95.5, reactivo fácil en cuanto a dificultad. Todos los distractores cumplen en cuanto a discriminación y la opción correcta funciona adecuadamente: 16 (PS) contra 12 (PI).

En el reactivo No. 5, el poder de discriminación fue de 0.25 > 0, por lo que debe conservarse. El grado de dificultad es de 100%, reactivo con GD fácil. Los distractores a excepción del D: 0 (PS) contra 0 (PI) cumplen en cuanto a discriminación y la opción correcta funciona adecuadamente: 16 (PS) contra 12 (PI).

En el reactivo No. 6, el poder de discriminación fue de 0.31 > 0, por lo que el reactivo debe conservarse. El grado de dificultad fue de 51.1, correspondiente a un GD 2. Los distractores, a excepción del B cumplen en cuanto a que son más altos en la PI que en la PS, a excepción del B. La opción correcta funciona adecuadamente: 10 (PS) contra 6 (PI).

En el reactivo No. 7, el poder de discriminación fue de 0.5 > 0, por lo que debe conservarse. El grado de dificultad fue de 60% correspondiente a un GD = 2. Todos los distractores, así como la opción correcta funcionan adecuadamente.

En el reactivo No. 8, el poder de discriminación fue de  $0.88 > 0$ , por lo que debe conservarse. El grado de dificultad fue de 36% correspondiente a un  $GD = 3$ , reactivo con mayor grado de dificultad que los anteriores. Todos los distractores y la opción correcta funcionan adecuadamente.

En el reactivo No. 9, el poder de discriminación fue de  $0.5 > 0$ , por lo que debe conservarse. El grado de dificultad fue de 40% correspondiente a un  $GD = 3$ . Reactivo en que las opciones A y C no cumplen por ser mayores o iguales las puntuaciones en la PS que en la PI. La opción correcta funciona adecuadamente.

En el reactivo No. 10, el poder de discriminación fue de  $0.18 > 0$  por lo que debe conservarse. El grado de dificultad fue de 35.5% correspondiente a un  $GD = 3$ . Los distractores a excepción del D: 3 (PS) contra 1 (PI), cumplen en cuanto a su función de distractores. La opción correcta funciona adecuadamente.

En el reactivo No. 11, el poder de discriminación fue de  $0.25 > 0$ , por lo que debe conservarse. El grado de dificultad fue de 29%, correspondiente a un  $GD = 4$ , reactivo con mayor grado de dificultad que los anteriores. Los distractores, a excepción del B funcionan adecuadamente, así como la opción correcta.

En el reactivo No. 12, el poder de discriminación fue de  $0.37 > 0$ , por lo que debe conservarse. El grado de dificultad fue de 46.7%, correspondiente a un  $GD = 3$ . Los distractores, a excepción del E funcionaron adecuadamente, así como la opción correcta.

Finalmente, en el reactivo No. 13, el poder de discriminación fue de 0, por lo que debe desecharse. Aunque en este reactivo el grado de dificultad fue de 57.8, correspondiente a un  $GD = 2$ , las opciones A, C y D no funcionaron adecuadamente ni la opción correcta, tampoco.

### 3.1.6 COEFICIENTE DE FIABILIDAD DEL EXAMEN OPCION MULTIPLE

El coeficiente de fiabilidad indica en qué medida las puntuaciones en un grupo de personas en una variable y otra, están relacionadas.

De entre los métodos para obtener el coeficiente de confiabilidad, se seleccionó el método de las mitades, ya que el cuestionario del examen se prestaba a ello, por existir dos reactivos por tema. Se dividió la prueba en dos partes, cada una de las cuales contuvo un reactivo semejante que en la otra. Así, en la primera parte que llamaremos X, quedaron comprendidos los reactivos impares. En la segunda parte Y, quedaron los reactivos con número par. Ambas partes quedaron equilibradas en cuanto al grado de dificultad.

Se contaron los aciertos de cada alumno en cada una de las partes del examen y se calculó el coeficiente de correlación de Pearson entre ambos conjuntos de puntuaciones.

Como la fiabilidad de un test está relacionada directamente con la longitud del examen y el examen se dividió en dos partes, el coeficiente de fiabilidad calculado, corresponde a la mitad de la longitud original, por lo que se hizo la corrección por este efecto, mediante la fórmula de Spearman Brown:

$$r = 2r_{xy} / 1 + r_{xy}$$

donde:  $r$  = coeficiente de fiabilidad del test original  
 $r_{xy}$  = coeficiente de fiabilidad resultante de relacionar las dos puntuaciones de los reactivos en las partes X y Y.

Se obtuvieron los siguientes datos:

$$\Sigma X = 261$$

$$\Sigma Y = 247$$

$$X = 5.67$$

$$Y = 5.37$$

$$SC_x = 136.16$$

$$SC_y = 168.6$$

$$s_x = \sqrt{SC_x / N} = \sqrt{136.16/46} = 1.72$$

$$s_y = \sqrt{SC_y / N} = \sqrt{168.6/46} = 1.91$$

$$z_x = \frac{X - \bar{X}}{s_x}$$

$$z_y = \frac{Y - \bar{Y}}{s_y}$$

$$\sum z_x z_y = 25.75$$

$$r_{xy} = \sum (z_x z_y) / N = 25.75/46 = 0.56$$

Haciendo la corrección por la longitud de la prueba:

$$r = 2 r_{xy} / (1 + r_{xy}) = 2(0.56) / 1.56 = 0.72$$

Como  $(-1 < r < 1)$ ; el resultado de la prueba fue bastante confiable.

### 3.1.2 COHENTARIOS A LAS RESPUESTAS DE LAS ENCUESTAS Y RESULTADOS OBTENIDOS.

#### INTERSECCIONES

Según las encuestas de opinión realizadas, los alumnos entendieron la parte teórica y los ejemplos en forma aceptable, como lo demuestran los resultados obtenidos. Las intersecciones de una curva con los ejes coordenados fueron contestadas correctamente, en notación decimal, por:

ENTRADAS	SALIDAS	CURVA	ECUACION
0.04	0.74	elipse	$x^2 + 9y^2 = 144$
0.00	0.70	hipérbola	$xy = 8$
0.13	0.83	parábola	$x^2 = y$

#### SIMETRIAS

La encuesta nos dice que el tema también se entendió aceptablemente en su forma teórica y en los ejemplos resueltos, por la mayoría de los alumnos, lo cual a su vez se refleja en los

resultados obtenidos. Los reactivos correspondientes fueron resueltos correctamente por:

E	S	CURVA	ECUACION
0.09	0.65	elipse	$x^2 + 9y^2 = 144$
0.00	0.74	hipérbola	$xy = 8$
0.17	0.52		$x^2 - y^2 - 4 = 0$

El resultado bajo del último ejemplo, sin duda se debe al manejo algebraico para el despeje, así como a la manipulación con los signos.

#### ASINTOTAS VERTICALES Y HORIZONTALES

Según la encuesta correspondiente esta parte fue entendida en forma irregular por los alumnos, tanto en su parte teórica como en los ejemplos resueltos. Encontrar o en su caso detectar la falta de asíntotas verticales y horizontales reporta lo siguiente:

E	S	CURVA	ECUACION
0.00	0.48	elipse	$x^2 + 9y^2 = 144$
0.00	0.22	hipérbola	$xy = 8$
0.17	0.52		$y(x-1) = 4$

El resultado del segundo ejercicio se debió a que los alumnos despejan cualquiera de las dos variables pero no siguen después el razonamiento para encontrar la ecuación de la asíntota correspondiente; aunque en el material de autoenseñanza se expone el comportamiento de la curva al acercarse a la asíntota.

#### REGION OCUPADA POR LA CURVA

Por la encuesta y por los resultados obtenidos, se deduce que esta parte fue entendida escasamente por los alumnos en los

ejemplos que se les expusieron. Este tema fue resuelto en forma correcta, solamente por:

E	S	CURVA	ECUACION
0.00	0.17	elipse	$x^2 + 9y^2 = 144$
0.00	0.26	hipérbola	$xy = 8$
0.00	0.22	parábola	$y = x^2$

Los bajos resultados obtenidos en estos ejemplos, al igual que en el caso de las asíntotas y de la construcción de la gráfica, se deben al despeje en el ejemplo de la elipse y a la falta de razonamiento sobre la región que ocupa la gráfica, en los otros.

#### CONSTRUCCION DE LA GRAFICA

Pocos alumnos construyeron ambas gráficas del examen:

E	S	CURVA	ECUACION
0.00	0.13	elipse	$x^2 + 9y^2 = 144$
0.00	0.21	hipérbola	$xy = 8$

Dificultades en el despeje en el primer ejercicio y encontrar los valores de una variable correspondientes a los de la otra (variable independiente), fueron las causas de ambos resultados.

#### ECUACIONES DEL LUGAR GEOMETRICO, DADAS CIERTAS CONDICIONES.

Según las respuestas dadas a la encuesta y los resultados en el examen de salida, el tema fue entendido en forma más que aceptable. A la pregunta de si habían entendido la resolución de

los ejemplos, en general, opinaron que fueron completa o regularmente comprendidos, a excepción del ejemplo 3, el cual fue entendido poco menos que regular. Este ejemplo, parece no estar bien graduado y, como se trata de una hipérbola, por el manejo algebraico, debería estar al final de la serie de ejemplos.

Este tema está valuado en los cuatro primeros reactivos de la parte del examen correspondiente de opción múltiple: los alumnos tuvieron éxito. Se cambió el orden en el estudio de los temas de la Unidad, ya que para encontrar la ecuación del lugar geométrico, es muy conveniente saber trazar la gráfica dada la ecuación, lo cual da una mayor comprensión de lo que se pide.

Los cuatro reactivos correspondientes a este tema, fueron resueltos correctamente por:

REACTIVO	E	S	LUGAR GEOMETRICO
1	0.52	0.73	Recta paralela al eje Y
2	0.04	0.65	Circunferencia con centro en el origen
3	0.26	0.82	Parábola con foco y directriz dados
4	0.08	0.82	Elipse con foco y suma de distancias datos.

#### 4.0 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Del presente estudio se pueden hacer las siguientes observaciones:

1. En la primera experiencia la muestra resultó demasiado pequeña para hacer señalamientos determinantes, pero permitió afinar el examen, tomar medidas en cuanto al control de material con sus ejercicios entregado a los alumnos, dar motivación y corregir la aplicación de los exámenes.
2. En las dos experiencias y con ambos materiales de estudio: PAMAIR y Lehman, los puntajes del examen de salida fueron mayores que los de la entrada.
3. Por los resultados obtenidos y por las opiniones dadas por escrito en las encuestas respectivas, se observa que el Lehman, aunque goza de la preferencia del profesorado, no es de gran utilidad para la regularización del alumnado como material de apoyo para ser utilizado en el sistema abierto, ya que el incremento de puntajes fue solamente de 4.66 (de 5.00 a 9.66).
4. Por el contrario, con el material del PAMAIR y para los alumnos que resolvieron la totalidad de ejercicios propuestos, se observa que hubo una acreditación de 90% aproximadamente, un incremento de puntaje de 11.84 (de una media de 2.68 a 14.52).
5. Estos resultados bajan notablemente en los alumnos que solamente presentan las 2/3 o 1/3 parte de los ejercicios propuestos, ya que con el material del PAMAIR incrementó su puntuación en 6.89; de una media de 2.15 a 9.04. En tanto que con el Lehman hubo un incremento en su puntuación en 4.63; de una media de 1.75 a 6.38.

Queda al margen del presente estudio, el proporcionar apoyo psicológico u otro tipo de motivación al 60% de alumnos que no resolvió el total de los ejercicios, pues por los resultados observados, el resolverlos, representan el 90% de probabilidades de acreditar la materia. Este dato también puede ser una motivación.

## BIBLIOGRAFIA

Areyszg, Erwin. Introducción a la estadística matemática. Editorial LIMUSA, México, 1974.

Askin, Alexander W. La evaluación de los programas educativos. UNAH, 1983.

Campbell, Donald y Stanley, Julian. Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social. Amorrurtu Editores, Buenos Aires, 1989.

Downe, Métodos estadísticos aplicados. Harla, México, 1981.

Evaluation in mathematics, 26th Yearbook, NCTM.

Gilbert Norma. Estadística. Nueva editorial Interamericana, México, 1980.

Granduln, Medición y evaluación de la enseñanza. Editorial Pax, México, 1979.

Holguín Quiñones, Fernando, Estadística descriptiva aplicada a las ciencias sociales. UNAH, 1984.

Isaac, Stephen & Michael, William B. Handbook in research and evaluation. Edits publishers, San Diego, California, 1981.

Juárez Ceja, Guillermo, Metodología de investigación para las ciencias sociales. Edicol, México, 1984.

Kindle, Joseph H., Geometría analítica. Series de compendios Shaum, Mc. Graw Hill, Colombia, 1979.

Lafourcade, Pedro D., Planeamiento, conducción y evaluación en la enseñanza superior. Editorial Kapeluz, Buenos Aires, 1974.

Landsheere, G. de, Evaluación continua y exámenes. El Ateneo, Buenos Aires, 1973.

Lehman, Charles H. Geometría analítica. UTHEA, México,

Middlemiss, Ross R., Geometría analítica. Mc Graw Hill, México, 1981.

Perfiles educativos No. 32, UNAH, 1986

Runyon, Richard P. y Naber, Audrey, Estadística para las ciencias sociales. Fondo educativo Interamericano, México, 1984.

School Council, Modelos polinomiales, CECSA, México, 1985.

Taylor E. y Wade, Thomas L., Geometría analítica bidimensional, subconjuntos del plano, LINUSA, México, 1976.

Tenbrink, Terry D., Evaluación, guía práctica para profesores, Editorial Narcea, Madrid, 1981.

Voise, Carol H., Evaluation Research, Practico Hall, 1972.

Vernick, Williams, Geometría analítica, Publicaciones cultural, México, 1970.

Wooton, Beckenbach, Fleming, Geometría analítica moderna, Publicaciones cultural, México, 1977.

## 5.0 ANEXOS.

### 5.1 PROGRAMA DE ACTIVIDADES DEL PAMAIR.

De los intentos que se han hecho en el campo del apoyo al aprendizaje de las matemáticas, en el nivel del bachillerato, en los dos subsistemas (Preparatoria y CCH), el Programa de Apoyo a las materias de Alto Índice de Reprobación, es el que ha tenido apoyo por parte de las autoridades de la UNAM, en cuanto a proporcionar los maestros para la elaboración de los materiales, los profesores asesores y revisores de los mismos, la edición, impresión, difusión y distribución de materiales en los planteles, así como los bancos de reactivos y exámenes aplicados.

Este programa tiene como objetivo, como su nombre lo indica, apoyar al estudiante, en la preparación de su examen extraordinario, considerando que se carece de un material apropiado para tal fin.

El procedimiento básico en el que se sustenta este programa, es: practicar un examen autodiagnóstico a los alumnos que van a presentar examen extraordinario de cualquier materia de matemáticas, en el cual se le indiquen las fallas en cada una de las unidades del programa. Posteriormente, poner a su disposición materiales de autoaprendizaje, que con asesoría de los profesores, hagan posible tener éxito en el examen. Practicar el examen de opción múltiple de un banco elaborado para tal efecto con reactivos clasificados en cuatro grados de dificultad y calificado por computadora.

Para todo ello, hubo que llevar a cabo los siguientes pasos:

1. Seleccionar los temas a apoyar, para cada curso, en los dos subsistemas (Preparatoria y CCH) para establecer un programa de contenidos mínimos comunes, basándose en los programas vigentes. Con estos temas se constituyeron las unidades de cada uno de los

cursos.

2. Diseñar un diagrama conceptual para cada curso.
3. Elaborar un banco de reactivos de opción múltiple de cada programa de contenidos comunes mínimos, con cuatro grados de dificultad.
4. Realizar entre los profesores de ambos subsistemas una encuesta para llegar a determinar estos contenidos comunes mínimos.
5. Elaborar los materiales de autoaprendizaje de cada una de las unidades y de cada una de las materias de matemáticas que se llevan en ambos subsistemas, de acuerdo con los programas de contenidos comunes mínimos.
6. Elaborar un conjunto de exámenes, tomando como base el banco de reactivos, para ser aplicados en los distintos planteles de ambos subsistemas.
7. Comprobación de la eficacia y corrección de los instrumentos citados, mediante la aplicación a grupos piloto de alumnos.
8. Validación de los instrumentos y los materiales en aplicaciones masivas que puedan beneficiar al mayor número de alumnos.

Basándose en los contenidos mínimos comunes que integran los programas de matemáticas del Colegio de Ciencias y Humanidades y de la Escuela Nacional Preparatoria, se elaboró el material:

- Fundamentos de álgebra, en 12 fascículos, para los cursos de Matemáticas II del CCH y Matemáticas IV de Preparatoria.
- Fundamentos de geometría analítica, en 9 fascículos, para los

cursos de Matemáticas IV de CCH y Matemáticas V de Preparatoria.

- Está en preparación el material Fundamentos de cálculo diferencial e integral, para los cursos de Matemáticas V y VI de CCH, y Matemáticas VI ( Áreas I y II, y III) de Preparatoria.

#### ANTECEDENTES.

Con fecha 26 de junio de 1986, la Secretaría General de la UNAM lanzó una convocatoria, invitando a la comunidad universitaria en el Programa de Apoyo en Matemáticas para los alumnos de bachillerato, presentando materiales que se hubieran elaborado para resolver el problema planteado en la Introducción del presente trabajo; estos materiales serían revisados y seleccionados por una comisión creada para tal efecto.

El 6 de noviembre del mismo año, la comisión, integrada por profesores de la Escuela Nacional Preparatoria, Colegio de Ciencias y Humanidades, ENEP Acatlán, Facultad de Ingeniería, SUA, IIMAS; informó que: el material fue revisado en base a un conjunto de criterios que tomaron en cuenta sobre todo su utilidad, respecto a los objetivos de la convocatoria, que el nivel fuera el apropiado y el que los conceptos contenidos, así como los ejercicios propuestos, no tuvieran errores matemáticos.

Se establecieron tres categorías:

A) De utilidad inmediata y publicables con algunas correcciones mínimas que deberían subsanarse antes de la impresión. Dentro de esta categoría están los siguientes títulos:

1. Resolución de problemas con ecuaciones de primer grado. CCH Sur.
2. Resolución de ecuaciones. CCH Sur. Proyecto Alfa.

3. Exámenes para matemáticas de primer año. CCH Sur. Proyecto Alfa.

4. Temas de geometría (Euclidiana). CCH Oriente.

5. Texto introductorio en geometría analítica. CCH Oriente.

6. Texto introductorio en geometría analítica. CCH Oriente.

7. Geometría euclidiana para bachillerato. CCH Oriente.

8. Matemáticas V (Cálculo diferencial). CCH Sur.

9. La derivada (Cálculo diferencial). ENP (5).

10. Cuaderno guía para estadística I. CCH Oriente.

B) De utilidad potencial pero no publicables de inmediato, pues necesitarían complementarse y corregirse. Entre ellos están:

1. Cuadernos auxiliares para el estudio de Matemáticas IV. CCH Oriente.

2. Cuaderno de trabajo para preparar el concurso y el examen extraordinario de Matemáticas IV. ENP (2). Trabajo presentado por el autor de esta tesis.

3. 8 folletos para Matemáticas I y II. CCH Azcapotzalco.

4. Matemáticas básicas. CCH Naucalpan.

C) De utilidad limitada, por lo que no se considera conveniente que la UNAM debe publicarlos.

Además se consideró que tres materiales son útiles a los profesores por ser muy novedosos, por lo que se recomendó su publicación en revistas como Perfiles Educativos. Ellos son:

- Problemas que en su proceso de matematización dan origen a una ecuación de primer grado. CCH Sur.

- Aplicación de la taxonomía del NLMSA (derivada algebraica).  
CCH Azcapotzalco.

- Seguimiento del texto introductorio para geometría analítica.  
CCH Oriente.

Entre el material recibido se encuentra el texto "Ortografía de la aritmética y del álgebra", elaborado por un conjunto de profesores del CCH Sur, denominado Proyecto Alfa, que ha trabajado con profesores de la ENP. La comisión consideró que si se publicaba solamente este texto, no se cumpliría su objetivo, ya que es parte de un proyecto mucho más amplio, que requería una instrumentación adecuada y la presencia de profesores para implantarlo. Se recomendó su publicación en una acción que involucrara a todos los planteles CCH y de la ENP, considerando que tendría grandes beneficios para los alumnos de primer año. Estos alumnos, antes de iniciar sus clases, contarían con conocimientos previos necesarios que redundarían en un mejor desempeño de los mismos al cursar el bachillerato. Posteriormente, se publicó este trabajo con el nombre de "Ortografía de la aritmética y del álgebra".

El 5 de noviembre de 1986, se formó una nueva comisión integrada por dos profesores, después fueron tres con la inclusión del autor de la presente tesis, para, ya no adaptar el material recibido, sino elaborar nuevo material de autoaprendizaje, debido a que el material recibido no abarcaba los contenidos comunes mínimos de ambos subsistemas.

PROGRAMA DE ACTIVIDADES DEL PAMAIR (1986-87).

Esta comisión procedió entonces a realizar las siguientes

**tareas:**

1. Seleccionar los temas para elaborar el programa de contenidos mínimos comunes de los cursos equivalentes de Matemáticas IV de Preparatoria y Matemáticas II del CCH.

2. Encuesta entre los profesores de matemáticas de ambos subsistemas, para la aprobación y/o modificación del programa de contenidos comunes mínimos.

3. Diseño de reactivos de opción múltiple, en base al programa de contenidos mínimos, para formar el banco de reactivos clasificándolos en cuatro grados de dificultad.

5. Elaboración de un primer examen autodiagnóstico, llamado así, porque el alumno que habiendo cursado la materia, pudiera conocer sus fallas en cada unidad del programa. Las unidades fueron las siguientes:

- I Números naturales
- II Números enteros
- III Números racionales
- IV Lenguaje algebraico
- V Suma de expresiones algebraicas
- VI Producto de expresiones algebraicas
- VII Factorización
- VIII División de expresiones algebraicas
- IX Ecuaciones de primer grado
- X Ecuaciones simultáneas
- XI Desigualdades de primer grado

## XII Ecuaciones de segundo grado. Unidad elaborada por el autor de esta tesis.

También se quería detectar las fallas del programa de contenidos comunes mínimos y precisar los aspectos organizativos necesarios, mediante la aplicación (24 de marzo de 1987), a una muestra de 500 alumnos que habían cursado la materia, pero que no la habían logrado acreditar, en cada subsistema. Las deficiencias observadas en la aplicación de esta prueba, mostraron la poca confiabilidad de los datos, pero permitieron sentar las bases para afinar el instrumento de autodiagnóstico y los mecanismos de aplicación.

5. Elaboración de los materiales de autoaprendizaje, en forma de fascículos, cada uno de los cuales llevaría el número y título correspondiente a cada unidad del programa de contenidos mínimos. Estos fascículos tendrían la parte teórica adecuada para la fácil comprensión por parte de los alumnos con una asesoría mínima por parte del profesor (asesor), complementada por la inclusión de ejemplos resueltos paso a paso, y por ejercicios variados con los cuales pudieran llevar a cabo la práctica de los conocimientos adquiridos. Contendría también un examen autodiagnóstico, para que el alumno se pudiera autoevaluar, con las respuestas dadas al final, tanto del examen como de los ejercicios propuestos.

Se llevó a cabo en el SUA, del 27 al 30 de abril, el primer curso para preparación de asesores de los dos subsistemas, con la presentación de los materiales de autoaprendizaje, en la tercera versión de cada unidad.

Del 18 de mayo al 17 de junio, se revisó y clasificó el nuevo banco de reactivos. Se convino en que los subsecuentes exámenes de autodiagnóstico, deberían constar de 35 a 50 reactivos, quedando finalmente en 44.

Se diseñaron dos exámenes, llamados autodiagnóstico por unidades, ambas versiones deberían contener 4 reactivos de las unidades: de la I a la VII y 3 reactivos del resto de las unidades: de la VIII a la IX.

Se nombró al Dr. Alejandro Díaz Barriga, como asesor de la comisión, en lo que respecta al contenido matemático de los fascículos de autoaprendizaje y se informó que por parte del SUA, el Dr. Humberto Madrid revisaría el contenido matemático de los materiales.

Se revisó el instrumento de autodiagnóstico en sus dos versiones, para aplicarse los días 15, 16 y 17 de junio de 1987 a una muestra de 1000 alumnos que, habiendo cursado la materia no la habían acreditado.

De la segunda aplicación del instrumento de autodiagnóstico, se obtuvieron los siguientes resultados:

#### ESCUELA NACIONAL PREPARATORIA

PLANTEL	1	2	3	4	5	6	7	8	9
No. ALUM. PARTICIP.	101	135	87	105	132	65	70	100	102
CALIF.PROM. (escala de 0 a 10)	3.22	3.86	3.15	3.29	3.33	3.18	3.99	3.85	3.36

TOTAL ALUMNOS PARTICIPANTES: 897

PROMEDIO GENERAL: 3.47

COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

PLANTEL	AZCAPTZ	NAUC	VALLEJO	ORIENTE	SUR
No. ALUM. PARTICIP.	101	148	121	74	7
CALIF.PROM. (escala de 0 a 10)	2.95	3.89	3.42	3.31	2.55

TOTAL DE ALUMNOS PARTICIPANTES: 456

PROMEDIO GENERAL: 3.22

El 24 de agosto de 1987, los titulares de las cuatro dependencias a cargo del proyecto: Dirección General de Proyectos Académicos, SUA, ENP y CCH, anunciaron la entrega de materiales de autodiagnóstico a partir del siguiente ciclo escolar.

Se acordó con el SUA la impresión de 7500 ejemplares de cada uno de los 12 fascículos de Fundamentos de Álgebra (nombre que se le dio al material de autoaprendizaje de matemáticas IV de la ENP y matemáticas II del CCH, para ambos subsistemas: 4500 para la ENP y 3000 para el CCH. Estos materiales serían utilizados por los alumnos que presentaran examen extraordinario (tentativamente) a finales de noviembre de 1987 en la Prepa y en enero de 1988 en el CCH.

Al concluir el mes de septiembre se tenían del total de los 12 fascículos: 10 en revisión definitiva. La comisión estudió la conveniencia de realizar algunos nuevos ajustes en la estructura del examen autodiagnóstico, con el propósito de facilitar la captura de información. Resta aún ampliar en algunas unidades, el número de preguntas del banco de reactivos para homogenizar la cantidad, así como la probabilidad de selección aleatoria al elaborar los exámenes de autodiagnóstico.

Con fecha 10. de octubre de 1987, la comisión presentó las siguientes sugerencias, que después serían aceptadas por las autoridades:

1. El proyecto continuará por lo menos durante el siguiente periodo lectivo (no 87 a nov 88), a fin de que puedan realizarse las correcciones y ajustes necesarios a los instrumentos y mecanismos que se emplearán, tomando como base la experiencia de los tutores, como la retroalimentación obtenida del seguimiento de los alumnos, que en ese lapso, participen en el programa.

2. Retomando la experiencia de lo realizado con este programa en Matemáticas IV de la ENP y Matemáticas II del CCH y correspondiendo al propósito de cubrir, mediante el mismo procedimiento, todas las asignaturas de matemáticas en el bachillerato, se extienda a las materias de Matemáticas V y VI (áreas I y II y área III) de la ENP y Matemáticas III, IV, V y VI del CCH:

3. Se establezca este u otro proyecto similar de manera permanente, en el área de matemáticas del bachillerato, debido a que las materias de esta área el problema de reprobación tiene más persistencia y adquiere proporciones mayores que en otras.

2.3 El programa de actividades para el ciclo Nov. 87-nov. 88 en Matemáticas V de la ENP y Matemáticas IV del CCH, fueron las siguientes:

1. Selección de los temas para elaborar el programa de contenidos mínimos.

2. Encuesta con los profesores de matemáticas de ambos subsistemas para la aprobación y/o modificación del programa de contenidos

mínimos.

3. Diseño de reactivos de opción múltiple en base al programa de contenidos mínimos, para formar el banco de reactivos con cuatro grados de dificultad.

4. Elaboración de un primer examen de autodiagnóstico para una muestra 100 alumnos que habiendo cursado la materia no la hubieran acreditado.

5. Distribución de los temas del programa de contenidos mínimos para el desarrollo del material de autoaprendizaje.

6. Designación de los asesores para la elaboración del material de autoaprendizaje.

7. Elaboración del diagrama de bloques del paquete "Fundamentos de geometría analítica".

8. Aspectos organizativos y administrativos necesarios de apoyo para el cumplimiento del proyecto.

9. Elaboración del material de autoaprendizaje

- a) Desarrollo del fascículo por el autor.
- b) Asesoría pedagógica.
- c) Corrección de estilo.
- d) Dictamen final del asesor académico.
- e) Captura del fascículo.
- f) Revisión asesor-autor.
- g) Impresión.
- h) Envío a la ENP y al CCH.

- i) Distribución a cada escuela.
10. Revisión del banco de reactivos.
11. Elaboración de un segundo examen de autodiagnóstico para una muestra de 500 alumnos con las mismas características: alumnos que habiendo cursado la materia no la hubieran acreditado.
12. Resultados estadísticos de los exámenes autodiagnósticos.
13. Anuncio oficial de entrega de material a los alumnos.
14. Acuerdo para determinar el número de ejemplares para impresión.
15. Seguimiento de la muestra de control al presentar el examen extraordinario.

De este programa se elaboraron 9 fascículos de Fundamentos de geometría analítica y 360 reactivos de opción múltiple; de ellos se seleccionó el examen de autodiagnóstico que se aplicó el siguiente periodo de exámenes extraordinarios (Nov 87).

Los nombres de las nueve unidades que comprende esta materia, son las siguientes:

- I Conceptos básicos.
- II Ángulo de inclinación. Pendiente de una recta y Área de polígonos.
- III La recta.
- IV Lugares geométricos.
- V Circunferencia.
- VI Parábola.
- VII Elipse.

## VIII Hipérbola

### IX Ecuación de segundo grado.

Las unidades: IV "Lugares geométricos" y VII "La elipse", fueron elaboradas por el autor de esta tesis.

## 5.2 EXAMEN AUTODIAGNOSTICO

1. La distancia entre los puntos  $Q_1(5)$  y  $Q_2(-3)$  es:

- A)  $\sqrt{8}$       B) 2      C) -8      D) 8      E)  $\sqrt{2}$

2. La pendiente de la recta que pasa por los puntos  $P_1(-1,3)$ ,  $P_2(-4,-5)$  es:

- A)  $m = -8/3$       B)  $m = 3/8$       C)  $m = -3/8$       D)  $m = 8/3$       E)  $m = 2$

3. La ecuación de la recta que pasa por  $P_1(1,2)$  y  $P_2(-3,5)$  es:

- A)  $3x + 4y - 5 = 0$       B)  $3x + 4y - 11 = 0$       C)  $-3x - 4y - 11 = 0$   
D)  $3x - 4y - 11 = 0$       E)  $3x + 4y + 11 = 0$

4. La ecuación de la recta situada a 3 unidades a la izquierda del eje Y es:

- A)  $y = -3$       B)  $y = 3$       C)  $x = -3$       D)  $x = 3$       E)  $x^2 = 3$

5. La ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio 2 es:

- A)  $(x-0)^2 + (y-3)^2 = 2$       B)  $(x-0)^2 + (y+3)^2 = 2$   
C)  $(x-0)^2 + (y-0)^2 = \sqrt{2}$       C)  $(x-0)^2 + (y+0)^2 = 2$   
E)  $(x+0)^2 + (y+0)^2 = \sqrt{2}$

6. El eje focal de la parábola  $x^2 = -8y$  está sobre:

- A) El eje X  
B) El eje Y  
C) En una recta a  $45^\circ$  del eje X  
D) En una recta a  $60^\circ$  del eje Y  
E) En una recta a  $120^\circ$  del eje X

7. La forma ordinaria (canónica) de la ecuación  $9x^2 + 25y^2 = 225$  es:

A)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

B)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

C)  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$

D)  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{5} = 1$

E)  $3x + 5y = 15$

8. Para que la ecuación  $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  represente una hipérbola, se requiere que los coeficientes A y C sean siempre:

A) Ambos positivos

B) Ambos negativos

C) Ambos iguales

D) Diferentes signos

E) Ninguna opción es correcta.

9. La ecuación:  $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$  cuando  $B = 0$ , representa una cónica con sus ejes de simetría:

A) Sobre los ejes del sistema

B) Girados con respecto a los del sistema

C) Paralelos a los del sistema

D) Perpendiculares

E) Ninguna opción es correcta

10. En el triángulo con vértices A(3,-1), B(-7,-4) y C(-1,10), el punto medio del lado AB es:

A)  $(-3/2, -5/2)$     B)  $(2, 5/2)$     C)  $(2, -5/2)$     D)  $(-2, 5/2)$

E)  $(-2, -5/2)$

11. La condición para que dos rectas sean paralelas es:

A)  $m_1 \neq m_2$     B)  $m_1 = -1/m_1$     C)  $m_2 = m_1$     D)  $(m_2)(m_1) = 1$

E) Ninguna es correcta

12.  $Ax + By + C = 0$  es la ecuación general de la recta; la ordenada al origen se obtiene con la relación:

A)  $-A/B$

B)  $A/B$

C)  $B/C$

D)  $C/B$

E)  $-C/B$

13. De las siguientes ecuaciones. ¿Cuál representa una curva simétrica con respecto al eje X?

A)  $x^2 + y^2 - 8x - 8y = 0$     B)  $4x^2 + 9y^2 - 48x + 72y + 144 = 0$

C)  $2y^2 + 4y - 3x + 1 = 0$     D)  $x^2(y-4) = 3$     E)  $y^2(x+5) = 8$

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

14. Las coordenadas del centro y la magnitud del radio de la circunferencia  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$ , son:

- A) C)  $(-2, -2)$ ,  $r = 4$     B) C)  $(2, 3)$ ,  $r = 4$     C) C)  $(-3, 2)$ ,  $r = 4$   
D) C)  $(1, 2)$ ,  $r = 16$     E) C)  $(3, 2)$ ,  $r = 16$

15. La ecuación de la parábola con vértices en el origen y directriz  $y+4 = 0$ , es:

- A)  $x^2 + 16y = 0$     B)  $x^2 = 16y$     C)  $-x^2 = 8y$     D)  $x^2 = 4y$     E)  $x^2 - 16y^2 = 0$

16. Las coordenadas de los vértices de la elipse  $8x^2 + 16y^2 = 144$  son:

- A)  $(4, 0)$ ,  $(-4, 0)$     B)  $(3, 0)$ ,  $(-3, 0)$     C)  $(0, 4)$ ,  $(0, -4)$   
D)  $(0, 3)$ ,  $(0, -3)$     E)  $(\sqrt{7}, 0)$ ,  $(-\sqrt{7}, 0)$

17. Las coordenadas de los focos de la hipérbola  $16x^2 - 9y^2 = -144$  son:

- A)  $F_1(0, -5)$ ,  $F_2(0, 5)$     B)  $F_1(-5, 0)$ ,  $F_2(5, 0)$     C)  $F_1(-5, 0)$ ,  $F_2(0, 5)$   
D)  $F_1(0, -5)$ ,  $F_2(5, 0)$     E)  $F_1(0, -5)$ ,  $F_2(-5, 0)$

18. ¿Cuál de las ecuaciones dadas, representa a una elipse con centro sobre el origen?

- A)  $5x^2 + 2y^2 - 23 = 0$     B)  $7x^2y^2 - 3x + y = 0$     C)  $4x^2 + y = 0$   
D)  $x^2 + y^2 + 1 = 0$     E)  $3x^2 - 3y^2 + 13 = 0$

19. Uno de los extremos de un segmento es  $Q(7, 8)$ , y su punto medio es  $M(4, 3)$ . Las coordenadas del otro extremo del segmento son:

- A)  $(1, 2)$     B)  $(2, 1)$     C)  $(-2, -1)$     D)  $(1, -2)$     E)  $(-2, 1)$

20. La recta que pasa por  $(2, 0)$  con pendiente 1; corta al eje Y en el punto:

- A)  $(0, -3)$     B)  $(0, 2)$     C)  $(0, 3)$     D)  $(0, 4)$     E)  $(0, 1)$

21. La ecuación de una recta perpendicular a  $3x - 5y + 6 = 0$  es:

- A)  $6x - 10y - 28 = 0$     B)  $3x + 5y - 2 = 0$     C)  $-3x + 5y - 2 = 0$   
D)  $5x - 3y + 9 = 0$     E)  $5x + 3y - 8 = 0$

22. Las intersecciones de la curva  $x^2/16 + y^2/9 = 1$  con el eje Y son:

A) (0,4) y (0,-4)      B) (0,3) y (0,-3)      C) (0,1) y (0,-1)

D)  $(0, \sqrt{10})$  y  $(0, -\sqrt{10})$       E)  $(0, \sqrt{17})$  y  $(0, -\sqrt{17})$

23.  $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 36$  es la ecuación de una circunferencia en la forma canónica, su ecuación en la forma general es:

A)  $2x^2 + 3y^2 - 6x + 10y - 2 = 0$       B)  $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 2 = 0$

C)  $-x^2 - y^2 - 6x + 10y - 2 = 0$       D)  $x^2 + y^2 + 6x + 10y + 2 = 0$

E)  $2x^2 + 2y^2 + 6x - 10y + 2 = 0$

24. Una parábola, con F(-2,-1) a la derecha del vértice y extremos de su lado recto (-2,2) y (-2,-4), tiene por ecuación:

A)  $x^2 + 2x - 6y - 20 = 0$       B)  $y^2 + 2y - 6x - 20 = 0$

C)  $-x^2 - 2x + 6y + 20 = 0$       D)  $y^2 - 2y + 6x + 20 = 0$

E)  $x^2 + 2y + 6y + 20 = 0$

25. La ecuación de la elipse con vértices en (5,0), (-5,0) y focos (4,0), (-4,0) es:

A)  $16x^2 + 9y^2 = 144$       B)  $9x^2 + 16y^2 = 144$       C)  $25x^2 + 9y^2 = 225$

D)  $9x^2 + 25y^2 = 225$       E)  $16x^2 + 25y^2 = 400$

26. La ecuación de la hipérbola con focos F(-3,0), F(3,0) y  $2a=4$  es:

A)  $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(y+3)^2}{2} = 1$       B)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$       C)  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

D)  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1$       E)  $\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$

27. ¿Cuál de las ecuaciones dadas representa a una cónica?

A)  $5^3x - 2x + 7 = 0$       B)  $3x + 4y - 11 = 0$       C)  $x^3 - 2xy + y^2 - 5x = 0$

D)  $4xy + x - y = 0$       E)  $2x^2 + xy^2 - 7y + 9 = 0$

35. Los focos de la hipérbola conjugada, de la que tiene por

ecuación:  $\frac{(y+3)^2}{16} + \frac{(x-5)^2}{9} = 1$ , son:

A) F(-3,10), F'(-3,0)

B) F(0,5), F'(-6,5)

C) F(1,5), F'(-7,5)

D) F(2,5), F'(-8,5)

E) F(-3,8), F'(-3,2)

36. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones dadas, representa a dos rectas que se intersecan?

A)  $2x^2 + 2y^2 + 4 = 0$

B)  $5y^2 + 3x = 0$

C)  $x^2 - 4y^2 = 0$

D)  $x - 4 = 0$

E)  $x - 4 = 0$

### 5.3 FORMATO DE ENCUESTAS

#### PRIMERA PARTE.

1. ¿Comprendiste el primer problema fundamental de la geometría analítica, el cual se aborda en la Sección 4.1 de la Unidad IV de Lugares geométricos? (Páginas: de la 9 a la 20)

Completamente (\_\_\_) Regularmente (\_\_\_) Vagamente (\_\_\_)

2. ¿Comprendiste la resolución de los ejemplos numéricos?

Completamente Regularmente Vagamente

Ejemplo 1	(___)	(___)	(___)
Ejemplo 2	(___)	(___)	(___)
Ejemplo 3	(___)	(___)	(___)
Ejemplo 4	(___)	(___)	(___)
Ejemplo 5	(___)	(___)	(___)

3. De los ejercicios de la Sección 4.1:

¿Cuáles se te hicieron fáciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles se te hicieron difíciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles no pudiste resolver? \_\_\_\_\_

4. ¿Cuánto tiempo estudiaste?

Una hora diaria (\_\_\_) Media hora diaria (\_\_\_)

Una hora tres veces por semana (\_\_\_)

Media hora tres veces por semana (\_\_\_)

Una hora dos veces por semana (\_\_\_)

Media hora dos veces por semana (\_\_\_)

5. ¿Encontraste el estudio de esta parte de la unidad?

Muy interesante (\_\_\_)

Interesante (\_\_\_)

Poco interesante (\_\_\_)

Nada interesante (\_\_\_)

26. Las coordenadas de un punto que equidista de A(1,7), B(8,6) y C(7,-1) son:

- A) (-4,3)      B) (3,2)      C) (6,2)      D) (-3,4)      E) (4,3)

29. La recta que pasa por los puntos  $P_1(5,4)$   $P_2(-3,y)$  tiene una pendiente de  $2/3$ , obtener la ordenada de  $P_2$ :

- A)  $4/3$       B)  $-4/3$       C)  $3/4$       D)  $-3/4$       E)  $-1$

30. La ecuación de la recta perpendicular a  $3/2x + 5/6y - 1/3 = 0$  y pasa por  $(-2,-3)$  es:

- A)  $5x - 9y - 16 = 0$       B)  $5x + 9y - 17 = 0$       C)  $5x + 9y + 17 = 0$   
D)  $5x - 9y + 17 = 0$       E)  $5x - 9y - 17 = 0$

31. La ecuación de la asíntota horizontal de la curva  $y^2(x-1) = 3$  es:

- A)  $y = 3$       B)  $y = 1$       C)  $y = 4$       D)  $y = -1$       E)  $y = 0$

32. La ecuación de la circunferencia con centro en C(1,6) y tangente a la recta  $x-y = 1$  es:

- A)  $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 1$       B)  $(x+1)^2 + (y+6)^2 = 18$       C)  $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 18$   
D)  $(x+1)^2 + (y+6)^2 = 1$       E)  $(x-1)^2 + (y+6)^2 = 3$

33. Las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz de la parábola  $-2y^2 + 2x + 12y - 22 = 0$  son:

- A) F(1/2,2),  $x = -1$       B) F(-2,3),  $x = 1/2$       C) F(9/4,3),  $x = 3/4$   
D) F(7/3,1),  $x = 3/4$       E) F(1/3, 1/2),  $x = -3/4$

34. La ecuación de la elipse con centro en C(-1,2), con un vértice en  $V_1(-1,5)$  y un foco en  $F_1(-1,4)$  es:

- A)  $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$       B)  $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$   
C)  $\frac{(x+1)^2}{5} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$       D)  $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{5} = 1$   
E)  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{5} = 1$

SEGUNDA PARTE

1. ¿Entendiste de la Sección correspondiente, cómo se obtienen las intersecciones de una curva con los ejes coordenados?

Completamente (\_\_\_\_) Regularmente (\_\_\_\_) Vagamente (\_\_\_\_)

2. De los ejercicios propuestos:

¿Cuáles se te hicieron fáciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles se te hicieron difíciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles no pudiste resolver? \_\_\_\_\_

3. ¿Comprendiste de la Sección correspondiente, cuándo una curva es simétrica con respecto a los ejes coordenados y/o al origen?

Completamente (\_\_\_\_) Regularmente (\_\_\_\_) Vagamente (\_\_\_\_)

4. De los ejercicios propuestos:

¿Cuáles se te hicieron fáciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles se te hicieron difíciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles no pudiste resolver? \_\_\_\_\_

¿Cuál crees que sea la razón de ello? \_\_\_\_\_

Explicación confusa (\_\_\_\_) Incompleta (\_\_\_\_)

Falta de ejemplos resueltos (\_\_\_\_)

Ejercicios propuestos más difíciles que los ejemplos resueltos (\_\_\_\_)

TERCERA PARTE

1. ¿Entendiste de la Sección 18, a qué se llama asíntota de una curva y cómo se obtiene su ecuación?

Completamente (\_\_\_\_) Regularmente (\_\_\_\_) Vagamente (\_\_\_\_)

2. ¿Comprendiste la resolución del ejemplo?

Completamente (\_\_\_\_) Regularmente (\_\_\_\_) Vagamente (\_\_\_\_)

3. ¿Entendiste de la Sección 19, el proceso que se sigue para la construcción de una curva?

Completamente (\_\_\_\_) Regularmente (\_\_\_\_) Vagamente (\_\_\_\_)

4. ¿Comprendiste la resolución de los ejemplos numéricos?

Ejemplo 1 Completamente Regularmente Vagamente

Ejemplo 2 (\_\_\_\_) (\_\_\_\_) (\_\_\_\_)

(\_\_\_\_) (\_\_\_\_) (\_\_\_\_)

5. De los ejercicios. Grupo 6, página 46:

¿Cuáles se te hicieron fáciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles se te hicieron difíciles? \_\_\_\_\_

¿Cuáles no pudiste resolver? \_\_\_\_\_

¿Cuál crees que sea la razón de ello?

Falta de ejemplos resueltos: (\_\_\_\_)

Explicación confusa (\_\_\_\_), Insuficiente (\_\_\_\_)

Ejemplos distintos o más fáciles que los ejercicios propuestos(\_\_\_\_)