



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**INFLACION E INVERSION**

**T E S I S**  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**A C T U A R I O**  
P R E S E N T A :  
**JACOBO LOPEZ BAROJAS**

MEXICO, D. F.

1992

**FALLA DE ORIGEN**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

	<b>INDICE</b>	<b>Pag.</b>
<b>INTRODUCCION</b>		<b>1</b>
<b>CAPITULO I</b>		
<b>INFLACION</b>		
<b>A.- ENFOQUE MONETARISTA</b>		<b>3</b>
<b>B.- MODELO DE EXPECTATIVAS POR ADAPTACION</b>		<b>14</b>
<b>CAPITULO II</b>		
<b>INVERSION</b>		
<b>A.- EFICIENCIA DE LA INVERSION.</b>		<b>18</b>
<b>B.-EFICIENCIA NETA DE LA INVERSION.</b>		<b>41</b>
<b>CONCLUSIONES</b>		<b>58</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>		<b>60</b>

## INTRODUCCION.

En el capítulo I se hace referencia a uno de los principales problemas que se tienen en una economía como la nuestra, el de la inflación. El enfoque que se le da es el de los monetaristas, el cual manifiesta que la inflación se da por un exceso de circulante, por un gasto excesivo del Estado y el pedimento continuo de mejoras salariales por parte de los trabajadores.

Se argumenta el por qué la inflación no se debe a un aumento de los costos de la producción.

También se mencionan las políticas recomendadas por los monetaristas para solucionar el mencionado problema. Asimismo se da una explicación de como la inflación puede ser considerada como un instrumento de la explotación de los trabajadores, y de los efectos perturbadores que ocasiona un fenómeno como el tratado.

En la segunda parte del capítulo I se presenta un modelo para calcular la inflación que se puede esperar en un tiempo futuro, el nombre de dicho modelo es el de "Expectativas por Adaptación".

Para el capítulo II en lo referente a la Eficiencia de la Inversión el análisis se realiza a partir de la matriz de insumo-producto, y para esto se divide la economía nacional en  $n$  sectores.

Obtenemos que el ingreso nacional es igual a la suma de los productos finales de los sectores particulares de la producción, y que el producto nacional es igual a la suma de los productos

totales de los sectores particulares de la producción.

Se demuestra que el producto nacional se obtiene ya sea mediante la suma de la última columna o la última hilera del cuadro de insumo-producto.

Por medio de la suma de la última columna o de la hilera inferior, del cuadro II se obtiene el total de erogaciones de inversión en la economía nacional.

Ahora, en lo relativo a la eficiencia neta de la inversión el análisis se realiza a partir del cuadro de erogaciones de inversión (cuadro II). Y se demuestra que la eficiencia nacional neta de la inversión es menor que la eficiencia nacional de la inversión, la diferencia es igual a la parte del incremento del producto nacional destinada a la reposición.

Para ambas situaciones lo que se demuestra es que, la tasa de incremento nacional esta determinada, en el primer caso por: la tasa de inversión multiplicada por la eficiencia nacional de la inversión, y en el segundo caso, por: la tasa de inversión (relativa al ingreso nacional) multiplicada por la eficiencia nacional neta de la inversión.

## CAPITULO UNO

## INFLACION

La inflación es un fenómeno económico de amplias raíces y repercusiones sociales y políticas, mediante el cual se registra un alza generalizada, rápida y sostenida de los precios de las mercancías, es decir, de todos los bienes y servicios producidos en una determinada sociedad. La inflación es lo que se llama carestía de la vida a la cual hacen referencia los más diversos estratos de la población.

Para que la inflación exista es necesario que el alza afecte a todos los productos (o a la mayoría de ellos) sean éstos para el consumo final o que se utilicen como medios de producción, tal es el caso de materias primas, equipo, combustibles, etc.

La inflación afecta principalmente, a los obreros, empleados, artesanos, profesionistas, pequeños propietarios del campo y de la ciudad y pensionados que reciben ingresos fijos, cuyo ingreso nominal siempre queda por debajo del aumento promedio de los precios.

Es por ello que las condiciones de vida -la alimentación, vivienda, educación, etc se deterioran con la inflación.

Generalmente se rechaza la tesis monetarista que considera que el origen de la inflación se da por un exceso del dinero en circulación y que los trabajadores tienen la culpa por pedir aumentos de salarios y al Estado por gastar demasiado. Se argumenta que en los últimos años los salarios reales, es decir la capacidad

adquisitiva del salario, ha decrecido en vez de aumentar.

En 1987 el salario mínimo general promedio era de 5,867.24 pesos; entre ese año y 1988 la inflación reduce su nivel real a 4,781.09 pesos, es decir, se tuvo una pérdida del 18.5%.

Para el primer año de la actual administración se adquirió un repunte de 4.28 puntos que, no logró restablecer el nivel de 1987, pero, si mostro una posible política de recuperación gradual de los ingresos .

Pero en 1990, el salario nominal es de 10,786.58 pesos en tanto que el real paso de 5,032 a 4,572 pesos diarios. La pérdida acumulada entre 1987 y 1990 es de 22.07%.

Para 1991 se adelanta la prórroga del pacto y la inflación tiene un repunte, entonces el Gobierno que había previsto una tasa de inflación del 14% establece una nueva cifra que es 18.5% al final del año. Sin embargo, la tendencia desplegada por la inflación hace suponer que este cálculo será superior al 20%.

Al considerar esta última cifra para la evaluación, notamos que el salario mínimo general se ubicó en 12,080.97 pesos diarios, en tanto que el real caerá de 4,572 a 4,267, teniendo una pérdida acumulada de 27.26% con respecto a 1987.

No podemos olvidar que la inflación, no solo es un desajuste entre la oferta y la demanda combinada con un exceso de circulante, sino que es esencia un factor que de un lado actúa como una forma de despojo de las clases más débiles, al contraer tajantemente su



capacidad adquisitiva, y asimismo facilita la concentración monopólica del ingreso nacional.

Las exigencias de los trabajadores cuando han ido más lejos de la pérdida real del poder adquisitivo de los salarios, en relación con su productividad, ha significado acelerar la inflación.

La conclusión que se desprende de esta supuesta teoría es que los trabajadores siempre han soportado la inflación y deben de abstenerse de hacer reclamos salariales y de emplazar a huelgas. Por el contrario, se sostiene que la única solución efectiva de la inflación es restringir los aumentos y de ser posible mantener en un mismo nivel los salarios como una medida efectiva, dolorosa se dice, pero que permitirá a la larga la estabilidad de precios y el reinicio de un proceso sano de crecimiento económico.

La inflación no se debe al incremento de los costos de producción. Veamos el siguiente ejemplo:

Supongamos que el costo de producción de una mercancía es igual a:

$$AC + BV = DK$$

donde:

- C : es el capital constante
- V : salarios o capital variable
- K : costo de producción
- A, B, : son constantes
- D = A + B

si  $A = 30$  y  $B = 10$  entonces:

$$30C + 10V = 40K$$

en el año de 1984 los salarios mínimos aumentaron 30%, por lo tanto la nueva situación de los costos es:

$$30C + 13V = 43K$$

Es decir el aumento de los salarios en 30% repercute solamente en un incremento del 7.5% en el costo de producción. Sin embargo los precios no aumentan en esa misma proporción sino a un ritmo más alto, por lo tanto la inflación no se debe al incremento de los costos de producción.

Es cierto que en la práctica los precios aumentan cuando aumentan los salarios y lo que provoca la inflación es la posición monopolista de los empresarios que les permiten incrementar los precios más rápidamente que los costos de producción para mantener o acrecentar sus ganancias. Otro hecho es que mientras tanto los salarios se ajustan anualmente, los precios aumentan prácticamente diario.

En síntesis, los trabajadores lejos de ser los culpables de la inflación y de la crisis son sus víctimas. Las demandas de mayores salarios y prestaciones son justificables, aunque casi nunca suficientes, no son el origen de la inflación sino en todo caso un efecto, un reflejo de la misma.

Es cierto que cuando existe la inflación crece el volumen de dinero en circulación, puesto que, si no hay , más dinero en

circulación, no habrá forma de que el aumento de los precios sea generalizado, sustancial y sostenido. De modo similar, se ha detectado que una de las formas de canalizar el aumento de la cantidad de dinero en circulación, para que sea posible la inflación es a través de una elevación de los salarios.

El exceso de dinero en circulación no es la causa básica de la inflación es solo uno de sus efectos y de sus manifestaciones externas. No es la cantidad de dinero la que determina los precios, sino son éstos los que determinan la cantidad de dinero, los monetaristas suponen que las mercancías entran al mercado sin precio y que lo adquieren al intercambiarse por dinero, al realizar esto, se convierte al dinero en hacedor de precios quitando así la responsabilidad a los agentes económicos.

Se deja de lado el hecho de que el dinero en circulación aumenta para garantizar los incrementos de precios previamente determinados.

La política antiinflacionaria recomendada por la escuela de los monetaristas consiste en medidas como: reducción del gasto publico, incremento de los impuestos y de las tarifas del sector publico y la congelación y reducción de los salarios reales de los trabajadores. Tales medidas detienen el desarrollo económico, agravan la crisis económica, además de que solo logran efectos temporales y muy limitados en el control del proceso inflacionario, si se introducen controles directos, fijando el nivel o el ritmo de

crecimiento de los precios de los distintos bienes y servicios, y no se elimina el exceso de demanda, tan pronto se relaje o se levante el control aflorará la inflación reprimida, decimos que es temporal, ya que si se prolonga distorsiona la asignación de recursos, al hacer menos atractiva la producción de los bienes y servicios sometidos a control, esto implica la necesidad de que, en una aplicación prolongada, el control sea cada vez más fuerte y amplio.

Por otro lado, la austeridad agrava la situación económica y social de los grupos económicamente más débiles al contraer todavía más los salarios reales de por sí deteriorados por la inflación y al incrementar de manera alarmante el desempleo.

La inflación es un fenómeno que tiene su origen en el proceso productivo mismo.

Es justificado considerar a la inflación como uno de los instrumentos favoritos para intensificar la explotación de los trabajadores. Por que, si los precios de las mercancías que se consumen crecen a una tasa más rápida que los salarios nominales que les pagan, quiere decir que por la vía de los precios se está obteniendo una mayor tasa de plusvalía, como se sigue laborando la misma jornada, la reducción de su consumo de satisfactores que resulta de la disminución de los salarios reales provocada por la inflación, implica una disminución de la parte de la jornada en que reproducen su salario y un incremento del

trabajo excedente que retiene y del cual se apropia el capitalista.

La inflación es, un resultado de las contradicciones de la acumulación capitalista; un mecanismo de extracción de plusvalía absoluta que se utiliza para incrementar, mantener o cuando menos amortiguar la caída de la tasa de ganancia. Se trata de plusvalía absoluta porque el aumento del trabajo excedente no proviene de un cambio en las condiciones técnicas de producción (que es la plusvalía relativa), sino de una disminución absoluta en los ingresos de los trabajadores.

El impacto de la inflación en el proceso económico, sin embargo, es contradictorio pues si bien contribuye a "regular" las contradicciones del sistema, es, en si mismo un factor de desequilibrio pues no solo perjudica a la mayoría de los trabajadores y a la población más débil económicamente, sino que, también, alcanza cierto nivel y grado de desarrollo, y por lo tanto se convierte así en un obstaculo para el desarrollo del proceso económico y a la acumulación de capital.

Como las responsabilidades del Estado en el gasto y la inversión totales entraban en contradicción con sus limitadas fuentes de ingreso, ya que éstos provienen fundamentalmente de las ventas de los productos y servicios de las empresas estatales y de los ingresos fiscales, las primeras son totalmente insuficientes para satisfacer las necesidades de financiamiento de las empresas

estatales, porque los bienes y servicios se venden generalmente a "precios subsidiados" que impiden la valorización íntegra de la plusvalía creada por sus trabajadores. Por esta razón y no por ineficiencia, corrupción o razones de orden social -aunque estos fenómenos se encuentran también presentes-, las empresas estatales operaban con pérdidas o con bajas tasas de ganancia y por lo tanto no estaban en condiciones de financiar sus inversiones con sus propios recursos. Razón por la cual ahora se ha dado la venta de algunas empresas paraestatales que ya no era posible subsidiar.

Los ingresos fiscales representan transferencias ya sea de los asalariados o de los capitalistas. Dado el interés del Estado por favorecer la inversión privada, los impuestos han caído principalmente en los trabajadores.

El Estado financia sus gastos e inversiones mediante la contratación de deuda interna en el mercado nacional (vía emisión de valores y créditos del sistema bancario), la contratación de deuda externa con los organismos internacionales (Banco Mundial, BID, etc) y principalmente y cada vez más con la Banca transnacional. Cuando estos mecanismos resultan insuficientes para financiar el déficit simplemente se procede a la emisión de billetes.

Estos mecanismos crean inflación y empujan los precios a la alza en la medida en que se estimula la expansión del volumen del dinero en circulación más allá del crecimiento de la producción real. Este

dinero en exceso no es como lo piensan los monetaristas, el resultado de una política económica equivocada seguida por el Estado ni un fenómeno exclusivamente monetario. Se trata de un fenómeno estructural que se deriva de la aplicación de un conjunto de mecanismos de regulación con los que el Estado trata de contrarrestar las crecientes dificultades de la acumulación de capital y de elevar la rentabilidad de la inversiones privadas.

Unas de las causas de la inflación son: la elevación de los precios por parte de los monopolios privados para mantener o evitar el decrecimiento de sus ganancias , el elevado gasto que realiza el Estado con miras a impulsar el proceso de acumulación del capital y el capital no aumenta si el dinero que genera la inflación se gasta para el pago de altos salarios a empleados. Es decir, el origen de la inflación está en el proceso mismo y en las contradicciones que éste genera.

El hecho de que el crecimiento excesivo del dinero en circulación no sea la causa de la inflación sino un efecto de la misma, no implica que los fenómenos monetarios carezcan de importancia, un ejemplo representativo de esto es la elevación de las tasas de interés, entre inflación y tasas de interés hay una relación recíproca, el nivel alcanzado por éstas es una consecuencia de la agudización de la inflación. Con el alza de las tasas de interés se busca restringir el volumen del crédito y la creación monetaria. Pero al mismo tiempo, el aumento de las tasas de interés acelera la

inflación; en primer lugar como elemento del costo de producción que dada la existencia de una estructura monopolista se traslada a los precios de las mercancías, en segundo lugar el alza de las tasas implica que los propietarios del capital-dinero se apropian de una mayor proporción de la plusvalía social, en detrimento del capital ubicado en la actividad productiva. Este último reacciona, aumentando más los precios de las mercancías para resarcir así el creciente tributo que debe pagar a sus deudores.

Cuando el alza generalizada de los precios alcanza tasas muy altas y se vuelve un fenómeno incontrolable, y entonces de un factor de estímulo para el desarrollo de las fuerzas productivas se convierte en uno de los principales obstáculos para su desarrollo posterior.

La inflación asimismo afecta desfavorablemente la balanza comercial con el exterior, ya que el incremento interno de los precios debilita la posición competitiva de los productos exportables. El desequilibrio comercial es un fenómeno estructural que aparte de la inflación responde a otros factores como el intercambio desigual de mercancías y la desarticulación de la industria.

Otro efecto perturbador de la inflación se da en el mercado interno de dinero y capitales. El incremento de los precios desalienta el ahorro. La captación bancaria y la Bolsa de Valores se ven abatidas porque los dueños del capital-dinero prefieren enviar sus recursos al exterior o utilizarlos en actividades especulativas (mercado de divisas, compra de joyas, bienes raíces,



compras anticipadas y masivas de materias primas, etc). La menor captación de recursos por parte de la Banca o la Bolsa de Valores aunada al aumento de las tasas de interés en el exterior, provocan la elevación de las tasas de interés internas.

La inflación es un fenómeno propio del capitalismo que, expresa, en buena medida los distintos mecanismos de regulación que los monopolios privados y el Estado han puesto en marcha como un vano intento para eliminar las contradicciones del sistema y la crisis. Los responsables de la inflación no son los comerciantes, o los acaparadores vistos en forma aislada, aunque no dejan de ser actores del drama; no lo son los monopolios privados y el Estado vistos forma separada.

La inflación responde a la operación de los monopolios privados y el Estado integrados en un mecanismo unico de reproducción del capital. Es el resultado del accionar conjunto de estas dos fuerzas que actúan de manera entrelazada para preservar el régimen de explotación del trabajo asalariado en que se funda el capitalismo.

### Expectativas por adaptación.

La dificultad fundamental en el análisis de las expectativas se encuentra en la naturaleza propia de las mismas. Las expectativas son fenómenos psicológicos que no pueden ser observados directamente, en la forma en que lo son las cantidades y los precios.

Analicamente, la sucesión de expectativas a través del tiempo puede ser considerada como el resultado de un proceso continuo de recepción y elaboración de información. El propósito final de esta actividad es el de formar unas expectativas concernientes a los valores futuros de las variables económicas, o el de revisar las ya existentes.

Este modelo nos conduce a dos preguntas:

1.-¿En que forma corrigen los agentes privados sus errores de pronóstico cuando el nivel previsto para las variables se desvía del nivel real?

2.-¿De que manera pueden relacionarse las expectativas sobre la futura inflación con las observaciones sobre el pasado?

El primer problema supone la existencia de expectativas y se ocupa, únicamente, de su ajuste a las observaciones de la realidad, pero el segundo problema es más profundo y fundamental. Tiene en cuenta el hecho de que las expectativas no son directamente observables en si mismas y deben, por lo tanto, ser referidas a observaciones del pasado. Considerando estos dos aspectos podemos

desarrollar el modelo de las expectativas por adaptación en dos formas:

$$\pi_t^* - \pi_{t-1}^* = \theta(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) \quad 0 < \theta < 1 \quad (1)$$

Esta ecuación manifiesta que la variación en la tasa prevista de inflación (es decir, la diferencia  $\pi_t^* - \pi_{t-1}^*$ ) es proporcional al error pronosticado que nosotros definimos como la discrepancia entre las tasas de inflación real y prevista del periodo anterior. Si la tasa de inflación presente fue prevista exactamente, la tasa de inflación prevista para el próximo periodo no se modificará. Si la tasa de inflación presente es mayor o menor que la prevista, la tasa de inflación prevista para el próximo periodo deberá ser revisada al alza o a la baja, en una cantidad igual al porcentaje  $\theta$  del error pronosticado  $(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*)$ . Esta formulación expresa la capacidad de los agentes económicos para aprender de sus equivocaciones.

Otra forma de expresar el modelo es la siguiente:

$$\pi_t^* = \theta\pi_{t-1} + (1 - \theta)\pi_{t-1}^*$$

aquí la tasa de inflación prevista para el periodo  $t$  es una media ponderada de las tasas de inflación actual y prevista para el periodo  $t-1$ , en la que los parámetros  $\theta$  y  $(1 - \theta)$  sirven como elementos de ponderación.

La segunda forma de presentación del modelo de las expectativas por adaptación intenta explicar como se forman las expectativas. Las expectativas de inflación, que no son directamente observables,

vienen enlazadas a las tasas de inflación de periodos anteriores, que si son observables. El modelo de las expectativas por adaptación implica que la variable prevista puede ser explicada como una media ponderada de anteriores tasas de inflación.

Sustituyendo términos, podemos observar que la primera forma del modelo que implica que:

$$\pi_t^* = \theta\pi_{t-1} + \theta(1-\theta)\pi_{t-2} + \theta(1-\theta)^2\pi_{t-3} + \dots + \theta(1-\theta)^{n-1}\pi_{t-n} + (1-\theta)^n\pi_{t-n}^* \quad (3)$$

Y al tender n al infinito, se desprende que:

$$\pi_t^* = \theta \sum_{i=1}^{\infty} (1-\theta)^{i-1} \pi_{t-i} \quad (4)$$

En la ecuación (4) la tasa de inflación prevista no observada, para el periodo t, está vinculada con las tasas de inflación ya conocidas de periodos anteriores  $\pi_{t-1}$ ,  $\pi_{t-2}$ , etc; que vienen ponderadas por los parámetros  $\theta$ ,  $\theta(1-\theta)$ ,  $\theta(1-\theta)^2$ , etc; este esquema de ponderación puede considerarse como una "memoria". Si el valor de  $\theta$  se encuentra cercano a cero, los elementos de ponderación disminuyen lentamente y el agente económico (o la sociedad en su conjunto) tiene una memoria "duradera". Por el contrario, si el valor de  $\theta$  está cerca de la unidad, los elementos de ponderación decrecen rápidamente y el agente económico tiene una memoria corta.

El esquema de ponderación corresponde a una serie geométrica cuyos términos decrecen:  $1, 1-\theta, (1-\theta)^2, (1-\theta)^3, \dots$

Se mantiene que:

$$\sum_{i=1}^m (1 - \theta)^{i-1} = \frac{1}{1 - (1 - \theta)} = \frac{1}{\theta}$$

Por lo tanto obtenemos la siguiente expresión:

$$\pi_t^* = \theta \sum_{i=1}^{\infty} (1 - \theta)^{i-1} \pi_{t-i} = \sum_{i=1}^{\infty} W_i \pi_{t-i}$$

En la que la suma de los elementos de ponderación es igual a la unidad

$$\sum_{i=1}^{\infty} W_i = 1$$

## CAPITULO DOS

## INVERSION

La eficiencia de la inversión es el incremento del producto nacional que se obtiene con una unidad de erogación neta de la inversión para remplazo de los medios de producción.

Denotaremos por  $X$  el producto nacional anual,  $\Delta X$  su incremento en el año siguiente e  $I$ , la cantidad anual total de la inversión neta de reposición. Si se miden todas estas cantidades en unidades de valor -por ejemplo, en unidades monetarias a precios constantes- entonces la eficiencia de la inversión es:

$$\frac{\Delta X}{I}$$

Ahora bien, esta eficiencia satisface la siguiente relación algebraica:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{X}{I} \frac{\Delta X}{I}$$

Esta ecuación nos indica que la tasa de incremento del producto nacional es igual a la tasa de inversión multiplicada por la eficiencia de la inversión. Esta ecuación es la que se conoce como la relación algebraica fundamental.

Sea:

$$R = \frac{\Delta X}{X} \quad \text{la tasa de crecimiento del producto nacional.}$$

$$\alpha = \frac{I}{X} \quad \text{la tasa de inversión.}$$

$$\beta = \frac{\Delta X}{I} \quad \text{la eficiencia de la inversión.}$$

Entonces la relación algebraica fundamental la podemos

representar de la siguiente manera:

$$R = \alpha\beta$$

El inicio del análisis es el cuadro de insumo-producto. Para esto dividimos la economía nacional en  $n$  sectores y sea  $X_i$  el producto anual total del sector  $i$ . Parte del producto se asigna entre los diversos sectores de la economía nacional (esto lo definimos como entregas intersectoriales) que lo han de consumir como medio de producción. Las partes del producto total  $X_i$  asignadas a los diversos sectores de la producción las designaremos como  $X_{i1}, \dots, X_{in}$ ; las  $X_{ij}$  constituyen la parte del producto del sector  $i$  que se asigna al sector  $j$  como medios de producción. La parte restante del producto total  $X_i$  no asignada a los otros sectores se denomina producto final del sector  $i$ , se denotará como  $Y_i$ .

Por lo tanto podemos representar el cuadro de insumo-producto de la siguiente manera:



CUADRO I

ENTREGAS	PRODUCTOS	PRODUCTOS
INTERSECTORIALES	FINALES	TOTALES
$X_{11} \dots \dots \dots X_{1n}$	$Y_1$	$X_1$
$X_{21} \dots \dots \dots X_{2n}$	$Y_2$	$X_2$
$\dots \dots \dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots \dots \dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots \dots \dots$	$\dots$	$\dots$
$X_{n1} \dots \dots \dots X_{nn}$	$Y_n$	$X_n$
$X^{(1)} \dots \dots \dots X^{(n)}$	$Y$	$X$

Todas las cantidades del cuadro anterior se refieren a un año como unidad de tiempo; es decir, representan los productos totales anuales, los productos finales anuales y las entregas intersectoriales anuales. Hacemos el supuesto de que todas las cantidades se expresan en unidades de valor y por lo tanto podemos sumar las hileras y las columnas, algunas celdas del cuadro pueden tener el valor de cero, por ejemplo; si  $X_{28} = 0$ , significa que el producto del segundo sector no tiene aplicación como medio de producción en el sector ocho.

Las hileras del cuadro de insumo-producto satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$X_{11} + \dots + X_{1n} + Y_1 = X_1$$

$$X_{21} + \dots + X_{2n} + Y_2 = X_2$$

.....

.....

.....

$$X_{n1} + \dots + X_{nn} + Y_n = X_n$$

entonces

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} + Y_i = X_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

Por lo tanto la suma de las partes del producto que se asignan de un sector como medio de producción a varios sectores, más el producto final del sector, es igual a su producto final.

Sumando las columnas del cuadro de insumo-producto obtenemos otro conjunto de ecuaciones que son:

$$X_{11} + \dots + X_{1n} = X_1$$

$$X_{21} + \dots + X_{2n} = X_2$$

.....

.....

.....

$$X_{n1} + \dots + X_{nn} = X_n$$

$$\sum_{i=1}^n X_{i1} + \dots + \sum_{i=1}^n X_{in} = X^{(j)}$$

por lo que podemos escribir:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = X^{(j)} \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

donde  $X^{(j)}$  es la suma de los medios de producción producidos por varios sectores y entregados al sector  $j$ .

Y además tenemos la siguiente ecuación:

$$Y_1 + \dots + Y_n = \sum_{i=1}^n Y_i = Y \quad (3)$$

que nos indica que el ingreso nacional  $Y$  es igual a la suma de los productos finales de los sectores particulares de la producción.

Finalmente tenemos la siguiente ecuación:

$$X_1 + \dots + X_n = \sum_{i=1}^n X_i = X \quad (4)$$

Esta igualdad nos indica que el producto nacional  $X$ , es igual a la suma de los productos totales de los sectores particulares de la producción.

De la ecuación (1) que es:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} + Y_i = X_i$$

entonces:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n X_i$$

y como:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = Y \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n X_i = X$$

por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + Y = X \quad (5)$$

y considerando la igualdad:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = X^{(j)}$$

para sustituirla en la ecuación (5), entonces tenemos:

$$\sum_{j=1}^n X^{(j)} + Y = X \quad (6)$$

Esto nos indica que el producto nacional se puede obtener ya sea sumando la última columna o la última hilera del cuadro de insumo-producto.

Despejando a Y de la ecuación (6) tenemos:

$$Y = X - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} \quad (7)$$

es decir, que el ingreso nacional es igual al producto nacional menos la cantidad anual total de los medios de producción que se consumieron en la economía nacional. La cantidad total de los medios de producción consumidos en la economía nacional es igual a la suma de todas las entregas intersectoriales; es decir, es la

suma de todas las celdas de la primera parte cuadrada (matriz) del cuadro I.

Parte de los productos finales de los diversos sectores de la economía nacional se consume y otra parte se destina a la inversión.

Sea  $C_i$  la parte del producto final anual del sector  $i$  destinado al consumo e  $I_i$  la parte destinada a la inversión, por lo tanto tenemos que:

$$C_i + I_i = Y_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

La parte del producto final del sector final  $i$  destinada a inversión se asigna a varios sectores de la economía nacional en los que incrementa el inventario de los medios de producción. Sea  $I_{ij}$  la parte del producto final del sector  $i$  destinada a invertir en el sector  $j$ . Podemos ahora obtener el cuadro de erogaciones de inversión:

CUADRO II

ENTREGAS INTERSECTORIALES DE INVERSION	PRODUCTO FINAL DESTINADO A INVERSION
$I_{11} \dots \dots \dots I_{1n}$	$I_1$
$I_{22} \dots \dots \dots I_{2n}$	$I_2$
.....	..
.....	..
.....	..
$I_{ni} \dots \dots \dots I_{nn}$	$I_n$
$I^{(1)} \dots \dots \dots I^{(n)}$	$I$

En este cuadro algunas casillas pueden tener el valor de cero.

Los valores  $I_{ij}$  que se encuentran en la parte izquierda del cuadro II se denominan entregas intersectoriales de inversión. Estas entregas satisfacen las siguientes ecuaciones:

En primer lugar tenemos:

$$I_{11} + \dots + I_{1n} = \sum_{j=1}^n I_{1j} = I_1$$

$$I_{21} + \dots + I_{2n} = \sum_{j=1}^n I_{2j} = I_2$$

.....

.....

$$I_{n1} + \dots + I_{nn} = \sum_{j=1}^n I_{nj} = I_n$$

por lo tanto:  $\sum_{j=1}^n I_{ij} = I_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$

Estas ecuaciones muestran que la suma de las entregas de inversión de un sector a varios otros de la economía nacional es igual a la parte del producto de este sector destinada a la inversión.

Después tenemos:

$$I_{11} + \dots + I_{1n} = I_1$$

$$I_{21} + \dots + I_{2n} = I_2$$

.....

.....

.....

$$I_{n1} + \dots + I_{nn} = I_n^{(j)}$$

$$\sum_{i=1}^n I_{i1} + \dots + \sum_{i=1}^n I_{in} = I^{(j)}$$

por lo tanto:

$$\sum_{i=1}^n I_{ij} = I^{ij} \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

en que  $I^{ij}$  es la suma de todas las inversiones realizadas en el sector  $j$  de la economía nacional. Por lo tanto las sumas de las inversiones en un sector de la economía es igual a la suma de todas las entregas de inversión de varios sectores a este.

La suma total de todas las erogaciones de inversión en la economía nacional  $I$  se puede obtener ya sea mediante la suma de la última columna o de la hilera inferior del cuadro de inversión (cuadro II) ya que:

$$\sum_{i=1}^n I_i = \sum_{j=1}^n I^{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} = I \quad (11)$$

Por lo que concluimos que, la suma total de las erogaciones de inversión en la economía nacional es la suma de todos los elementos contenidos en la parte cuadrada (matriz) del cuadro II.

Combinando los cuadros I y II formamos un cuadro ampliado que se llama cuadro de insumo-producto ampliado y es el siguiente:



CUADRO III

$X_{11} \dots X_{1n}$	$I_1 \dots I_{1n}$	$C_1$	$X_1$
$X_{21} \dots X_{2n}$	$I_1 \dots I_{2n}$	$C_2$	$X_2$
.....	.....	..	..
.....	.....	..	..
.....	.....	..	..
$X_{r1} \dots X_{rn}$	$I_1 \dots I_{rn}$	$C_n$	$X_n$
$X^{(1)} \dots X^{(n)}$	$I^{(1)} \dots I^{(n)}$	$C$	$X$

En el cuadro anterior la primera parte (matriz) contiene las cantidades de los productos de varios sectores que se consumen anualmente como medios de producción en los sectores particulares de la economía nacional. Se debe suministrar a dichos sectores una cierta cantidad de productos para reemplazar los medios de producción desgastados en la obtención del producto total de los sectores particulares de la economía nacional. Estas cantidades de productos se llaman, entregas para reposición. El segundo cuadrado (matriz) del cuadro III enlista las cantidades del producto final que varios sectores suministran a los sectores de la economía nacional para incrementar los inventarios de los medios de producción; es decir, como inversión. Se llama a estas cantidades entregas de inversión.

De las hileras del cuadro III:

$$X_{11} + \dots + X_{1n} + I_{11} + \dots + I_{1n} + C_1 = X_1$$

$$X_{21} + \dots + X_{2n} + I_{21} + \dots + I_{2n} + C_2 = X_2$$

.....

.....

.....

$$X_{n1} + \dots + X_{nn} + I_{n1} + \dots + I_{nn} + C_n = X_n$$

sumando obtenemos:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} + \sum_{j=1}^n I_{ij} + C_i = X_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (12)$$

La ecuación anterior nos dice que la suma de la cantidad del producto de un sector dado destinado a la reposición de los medios de producción desgastados, más la cantidad del producto destinado a inversión, más la cantidad destinada al consumo es igual al producto total de este sector.

De las igualdades siguientes:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + Y = X$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = Y$$

$$C_i + I_i = Y_i$$

$$\sum_{j=1}^n I_{ij} = I_i$$

$$\sum_{i=1}^n C_i + \sum_{i=1}^n I_i = \sum_{i=1}^n Y_i$$

pero  $I_i = \sum_{j=1}^n I_{ij}$  entonces

$$\sum_{i=1}^n C_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} = \sum_{i=1}^n Y_i$$

y  $\sum_{i=1}^n Y_i = Y$  por lo tanto

$$\sum_{i=1}^n C_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} = Y$$

y sustituyendo esta expresión en la ecuación (5):

$$X = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} + \sum_{i=1}^n C_i \quad (13)$$

y despejando a Y de (5):

$$Y = X - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

y como:

$$X = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} + \sum_{i=1}^n C_i$$

entonces:

$$Y = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} + \sum_{i=1}^n C_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

por lo tanto:

$$Y = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} + \sum_{i=1}^n C_i \quad (14)$$

que significa que el producto nacional anual es igual a la suma de todas las reposiciones, todas las inversiones y el consumo total de la economía nacional, mientras que el ingreso nacional es igual a la suma de todas las inversiones y el consumo total.

Para generar una cantidad dada de un producto en las condiciones técnicas existentes es necesario consumir cantidades definidas de los diferentes medios de producción. Si para la producción de  $X_j$  unidades del producto del sector  $j$  es necesario consumir  $X_{ij}$  unidades del producto del sector  $i$ , entonces:

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (15)$$

unidades del producto del sector  $i$  se deben de consumir por unidad del producto del sector  $j$ .

Los valores de  $a_{ij}$  se denominan coeficientes de producción y, definen la cantidad de un medio de producción que se consume en la producción de una unidad de un producto.

Los coeficientes de producción se pueden ordenar en una matriz de la siguiente manera:

$$\begin{array}{|c|}
 \hline
 a_{11} \dots \dots \dots a_{1n} \\
 \hline
 a_{21} \dots \dots \dots a_{2n} \\
 \hline
 \dots \dots \dots \dots \dots \\
 \hline
 \dots \dots \dots \dots \dots \\
 \hline
 \dots \dots \dots \dots \dots \\
 \hline
 a_{n1} \dots \dots \dots a_{nn} \\
 \hline
 \end{array}$$

(16)

Esta matriz representa las condiciones técnicas de la producción corriente que existen en la economía nacional y la denominaremos matriz técnica de producción.

De la igualdad (15):

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j}$$

despejamos a  $X_{ij}$ :

$$X_{ij} = a_{ij} X_j$$

y sustituyendola en la siguiente ecuación:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} + Y_i = X_i$$

por lo tanto:

$$Y_i = X_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (17)$$

De la ecuación (17) concluimos que: la relación entre los productos totales  $X_i$  y los productos finales  $Y_i$  de los sectores particulares ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) depende de las condiciones técnicas de la producción expresadas por la matriz técnica de la producción.

Si en el año siguiente la producción de algún sector , el  $i$ , digamos, se ha de elevar en  $\Delta X_i$ , se debe de incrementar en este sector el inventario de medios de producción consistente de productos de varios sectores (por ejemplo, acero, maquinas, edificios, etc). Sea  $I_{ij}$  la cantidad de producto del sector  $i$  que se debe de instalar en el sector  $j$  durante el año en curso con el objeto de que el año siguiente el inventario de los medios de producción del sector  $j$  alcance el nivel incrementado necesario.

La relación:

$$b_{ij} = \frac{I_{ij}}{\Delta X_j} \quad i = 1,2,3,\dots,n \quad (18)$$

define la cantidad del producto del sector  $i$  que se debe instalar en el sector  $j$  con objeto de incrementar el producto en una unidad.

Los coeficientes  $b_{ij}$  se denominan coeficientes de inversión y estos se pueden ordenar en una matriz de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Esta matriz expresa las condiciones técnicas en que el incremento de la producción tiene lugar. Sus elementos determinan la cantidad de producto de un sector dado que se debe instalar en un sector con objeto de que la producción ahí se incremente en una unidad. Denominaremos a esta matriz como matriz de inversión técnica.

De la siguiente igualdad:

$$b_{ij} = \frac{I_{ij}}{\Delta X_j}$$
$$b_{ij} \Delta X_j = I_{ij}$$

ahora substituyendo la última igualdad en la siguiente ecuación:

$$\sum_{j=1}^n I_{ij} = I_i$$

por lo tanto, las ecuaciones de las entregas de inversión se pueden escribir de la siguiente manera:

$$I_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta X_j \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (20)$$

Las ecuaciones escritas de esta manera muestran la relación entre el incremento del producto de los diversos sectores y la cantidad del producto de un sector dado que se destina a inversión. Esta cantidad es la suma ponderada del incremento del producto de los diversos sectores.

La ecuación (20) muestra, sin embargo, de que manera  $I_i$  dependen de  $\Delta X_1, \dots, \Delta X_n$ , es decir, qué cantidad del producto del sector  $i$  se debe destinar a inversión con objeto de lograr los incrementos deseados del producto en los diferentes sectores.

La ecuación (20) se puede resolver para las incógnitas  $X_j$  cuando las  $I_i$  están dadas. Obteniendo así:

$$\Delta X_j = \sum_{i=1}^n B_{ij} I_i \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (21)$$

donde los coeficientes  $B_{ij}$  son los elementos de una matriz que es

la inversa de la matriz de inversión técnica.

La solución que así se obtiene muestra que el incremento del producto en un sector es la suma ponderada de las cantidades de los productos de varios sectores que se destinan a inversión. Las ponderaciones en este caso son los coeficientes  $B_{ij}$  que denominaremos eficiencia intersectorial de la inversión.

Supongamos que la cantidad de producto del sector  $k$  que se destina a inversión se incrementa en una unidad, es decir, que es  $I_k + 1$  en lugar de  $I_k$  como antes. Entonces el incremento del producto del sector  $j$  será:

$$\Delta^i X_j = \sum_{i=1}^{k-1} B_{ij} I_i + B_{jk}(I_k + 1) + \sum_{i=k+1}^n B_{ij} I_i$$

Esto significa que un incremento de una unidad en la cantidad del producto del sector  $k$  destinada a inversión genera un incremento de  $B_{ij}$  de producto en el sector  $j$ . De esta manera, los coeficientes  $B_{ij}$  representan el incremento del producto de un sector originado por un incremento de una unidad en la cantidad del producto de un sector particular destinada a inversión. Por esto es que lo llamamos eficiencia intersectorial de la inversión.

Sea:

$$B_{ij} = \frac{D_{ij}}{D} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (22)$$

donde  $D$  es el determinante de la matriz (19) y  $D_{ij}$  es el cofactor de la línea  $i$  y la columna  $j$  de esta matriz. Los determinantes  $D$  y



$D_{ij}$  tienen como elementos los coeficientes de inversión  $b_{ij}$ . Estos determinantes dependen así solamente de las condiciones técnicas que determinan la relación entre el incremento de la producción y la inversión. Por lo tanto, la eficiencia intersectorial de la inversión  $B_{ij}$  dependen únicamente de las condiciones técnicas mencionadas.

Ordenando las relaciones  $B_{ij}$  en la matriz siguiente:

$$\begin{bmatrix} B_{11} & \dots & \dots & \dots & B_{n1} \\ B_{12} & \dots & \dots & \dots & B_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{1n} & \dots & \dots & \dots & B_{nn} \end{bmatrix}$$

obtenemos la matriz de la eficiencia intersectorial de la inversión, esta matriz es la inversa de la matriz de inversión técnica (19). Sus elementos son, los coeficientes de inversión y, dependen exclusivamente de las condiciones técnicas del crecimiento de la producción en los diversos sectores de la economía nacional.

El incremento del producto nacional es la suma de los incrementos de los productos totales en los diversos sectores de la economía nacional y, por lo tanto:

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n \Delta X_j \tag{23}$$

Sustituyendo la ecuación:

$$\Delta X_j = \sum_{i=1}^n B_{ij} I_i \quad (21)$$

en la siguiente ecuación:

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n \Delta X_j \quad (23)$$

obtenemos:

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n B_{ij} I_i \quad (24)$$

El incremento del producto nacional es, entonces, la suma ponderada de las cantidades de los productos de los diversos sectores destinadas a inversiones y los elementos de la matriz de la eficiencia intersectorial de la inversión sirven como ponderaciones. Como los elementos de esta matriz dependen solamente de las condiciones técnicas del crecimiento de la producción expresadas en la matriz de inversión técnica (19), el incremento del producto nacional esta completamente determinado por estas condiciones técnicas.

Con objeto de calcular la tasa de incremento del producto nacional, la fórmula (24) se transformará en lo siguiente:

$$\mu_i = \frac{I_i}{I} \quad i = 1,2,3,\dots,n \quad (25)$$

para indicar la fracción que muestra qué parte de las erogaciones totales de inversión consiste de los productos del sector i

destinados a inversión. Obviamente:

$$0 < \mu < 1 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n \mu_i = 1 \quad (26)$$

Las fracciones  $\mu_i$  definen la composición física de la inversión en la economía nacional porque muestran que parte de las erogaciones totales de inversión en la economía nacional consiste de los productos del sector  $i$ . Por lo tanto, les llamaremos coeficientes de composición física de la inversión en la economía nacional.

De la igualdad (25) obtenemos:

$$I_i = \mu_i I \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la expresión (24) y colocando  $I$  antes del signo de la suma obtenemos:

$$\Delta X = I \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^n \mu_i B_{ij} \quad (27)$$

Por la igualdad (26) podemos decir, que la expresión que tiene la forma de la doble suma es la media ponderada de toda la eficiencia intersectorial de la inversión en la economía nacional. En este caso, las ponderaciones son los coeficientes de la composición física de la inversión. Llamaremos a esta expresión eficiencia nacional de la inversión.

La relación de la eficiencia de la inversión se denotará con  $\beta$  y

de esta manera tenemos la siguiente ecuación:

$$\beta = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \mu_i B_{ij} \quad (28)$$

Así, la eficiencia nacional de la inversión es una media aritmética ponderada. Depende de dos factores: las condiciones técnicas del incremento de la producción expresadas por la eficiencia intersectorial de la inversión  $B_{ij}$  y la composición física de la inversión en la economía nacional expresada por los coeficientes  $\mu_i$ .

Por lo tanto en la expresión (27) obtenemos:

$$\Delta X = I\beta \quad (29)$$

Así, el incremento anual del producto nacional es igual a las erogaciones totales de inversión en la economía nacional multiplicadas por la eficiencia nacional de la inversión.

Como  $\alpha$  denota la tasa de inversión entonces:

$$\alpha = \frac{I}{X} \quad (30)$$

de donde:

$$I = \alpha X$$

introduciendo este valor en la igualdad (29) obtenemos:

$$\Delta X = \alpha X \beta$$

y, por lo tanto:

$$\frac{\Delta X}{X} = \alpha \beta \quad (31)$$

El primer miembro de la igualdad anterior es la tasa de

incremento del producto nacional. Denotando esta tasa con R.

$$R = \frac{\Delta X}{X} \quad (32)$$

de donde finalmente,

$$R = \alpha \beta \quad (33)$$

Y esta es la relacion algebraica fundamental que establece que la tasa de incremento del producto nacional es igual a la tasa de inversion multiplicada por la eficiencia nacional de la inversion.

Además de considerar la eficiencia de la inversión, también consideraremos la eficiencia neta de la inversión que nos expresa el incremento del ingreso nacional debido a una unidad de erogaciones netas de la inversión.

Sea  $Y$  el ingreso nacional anual (medido en unidades de valor) y  $\Delta Y$  el incremento del ingreso nacional en el año siguiente. Entonces la eficiencia neta de la inversión es

$$\frac{\Delta Y}{I}$$

la tasa de incremento la denotaremos de la siguiente manera :

$$r = \frac{\Delta Y}{Y}$$

la tasa de inversión relativa al ingreso nacional la representaremos como:

$$\alpha' = \frac{I}{Y}$$

y la eficiencia neta de la inversión por:

$$\beta' = \frac{\Delta Y}{I}$$

entonces también estas cantidades satisfacen la relación algebraica fundamental:

$$r = \alpha' \beta'$$

Para este propósito regresemos al cuadro de erogaciones de inversión (cuadro II) y al sumar las columnas obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^n I_{ij} = I^{(j)} \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n I^{(j)} = \sum_{j=1}^n I_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n I_{ij} = I \quad (11)$$

Como se ha establecido,  $I^{(j)}$  representa la suma de todas las inversiones (de diferente composición física) hechas durante un año en el sector  $j$  de la economía nacional.

De la siguiente ecuación:

$$b_{ij} = \frac{I_{ij}}{\Delta X_j} \quad (18)$$

$$b_{ij} \Delta X_j = I_{ij}$$

la expresión:

$$\sum_{i=1}^n I_{ij} = I^{(j)} \quad (10)$$

se escribe de la manera siguiente:

$$I^{(j)} = \sum_{i=1}^n b_{ij} \Delta X_j \quad (34)$$

de donde:

$$I^{(j)} = \Delta X_j \sum_{i=1}^n b_{ij}$$

y

$$\frac{\Delta X_j}{I^{(j)}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n b_{ij}} \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (35)$$

El primer miembro de esta expresión representa el incremento del producto del sector  $j$  por unidad de erogaciones de inversión en

este sector. Lo llamaremos eficiencia sectorial de la inversión del sector  $j$  y lo denotaremos con el símbolo  $\beta_j$ . Tenemos entonces:

$$\beta_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^n b_{ij}} \quad (36)$$

que significa que la eficiencia sectorial de la inversión es el recíproco de la suma de los coeficientes de inversión de los productos que constituyen la composición física de las inversiones hechas en el sector.

La eficiencia sectorial de la inversión está determinada -de manera similar que la eficiencia intersectorial de la inversión- por las condiciones técnicas del crecimiento de la producción expresadas por los coeficientes  $b_{ij}$ .

Para incrementar el producto del sector  $j$  en una unidad es necesario invertir en él  $b_{ij}$  de los productos del primer sector, etc. En total, es necesario invertir en el sector  $j$

$$b_{1j} + \dots + b_{nj} = \sum_{i=1}^n b_{ij}$$

de productos de varios sectores, de esta manera:

$$\sum_{i=1}^n b_{ij} = \frac{I^{(j)}}{X_j}$$

es la suma de todas las inversiones necesarias para incrementar en una unidad el producto del sector  $j$ . El recíproco de esta expresión es  $\beta_j$  e indica el incremento del producto del sector  $j$  por unidad de erogación de inversión en este sector.



Considerando las siguientes igualdades:

$$\frac{\Delta X_j}{I^{(j)}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n b_{ij}} \quad (35)$$

$$\beta_j = \frac{1}{\sum_{i=1}^n b_{ij}} \quad (36)$$

entonces:

$$\frac{\Delta X_j}{I^{(j)}} = \beta_j$$

$$\Delta X_j = I^{(j)} \beta_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (37)$$

que significa que el incremento del producto de un sector de la economía nacional es igual a la cantidad de inversión hecha en este sector, multiplicada por la eficiencia sectorial de la inversión.

Sumando los valores de la ecuación (37)

$$\sum_{j=1}^n \Delta X_j = \sum_{j=1}^n I^{(j)} \beta_j$$

y con la igualdad (23)

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n \Delta X_j$$

obtenemos el incremento del producto nacional que es:

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n I^{(j)} \beta_j \quad (38)$$

De esta manera, el incremento del producto nacional es la suma ponderada de las inversiones efectuadas en los varios sectores de

la economía nacional y las eficiencias sectoriales de la inversión sirven como ponderaciones.

Sea:

$$\lambda_j = \frac{I^{(j)}}{I} \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (39)$$

la fracción que indica que parte de la inversión total se asigna al sector  $j$ . Llamaremos a estas fracciones coeficientes de la asignación sectorial de la inversión. Obviamente

$$0 < \lambda_j < 1 \quad \text{y} \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (40)$$

Introduciendo los coeficientes de asignación sectorial de la inversión, tenemos:

$$I^{(j)} = \lambda_j I$$

y la expresión:

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n I^{(j)} \beta_j \quad (38)$$

adquiere la forma siguiente:

$$\Delta X = \sum_{j=1}^n \lambda_j \beta_j \quad (41)$$

En virtud de la igualdad (40), la expresión que tiene forma de suma es la media ponderada de la eficiencia sectorial de la inversión.

De la comparación de las ecuaciones:

$$\Delta X = I \sum_{j=1}^n \lambda_j \beta_j \quad (41)$$

$$\Delta X = I \beta \quad (29)$$

que indican el incremento del producto nacional correspondiente a las erogaciones de inversión I, entonces:

$$\frac{\Delta X}{I} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \beta_j$$
$$\beta = \frac{\Delta X}{I}$$

por lo tanto:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \beta_j = \beta \quad (42)$$

Esto significa que la media ponderada de la eficiencia sectorial de la inversión es igual a la eficiencia nacional de la inversión.

De las igualdades siguientes:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j \beta_j = \beta \quad (42)$$

$$\beta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mu_i B_{ij}$$

obtenemos la siguiente ecuación:

$$\beta = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \mu_i B_{ij} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \beta_j \quad (43)$$

Tenemos ahora dos formas de representar la eficiencia nacional de la inversión en forma de media ponderada. Una de ellas es

representarla como media de la eficiencia intersectorial de la inversión ponderada de los coeficientes de la composición física de la inversión en la economía nacional. La otra es la forma de una media de la eficiencia sectorial de la inversión ponderada con los coeficientes de la asignación sectorial de la inversión.

Cuando consideramos la segunda manera de representar la eficiencia nacional de la inversión notamos que ésta depende, por una parte, de las condiciones técnicas del crecimiento de la producción expresadas por la eficiencia sectorial de la inversión  $\beta_j$  y, de la asignación sectorial de la inversión  $\lambda_j$ .

Para obtener la mayor tasa posible de incremento del producto nacional con una tasa dada de inversión, es necesario seleccionar los coeficientes de manera que la eficiencia nacional de la inversión sea la mayor posible.

De esta manera, en condiciones técnicas dadas y con una tasa dada de inversión, hay dos maneras de cambiar la tasa de incremento del producto nacional. Se puede lograr ya sea seleccionando los coeficientes de composición física de la inversión o seleccionando los coeficientes de la asignación sectorial de la inversión. Sin embargo, como se nota por la última igualdad, estas dos clases de coeficientes no son independientes entre sí. Un cambio en los coeficientes de una clase necesita de un cambio en los de la otra.

Hasta aquí el planteamiento ha estado relacionado con la influencia de la inversión sobre el producto total de los

diferentes sectores de la economía nacional y sobre el producto nacional. Consideremos ahora la influencia de la inversión sobre el producto final de los diversos sectores de la economía nacional y sobre el ingreso nacional.

El producto final del sector  $j$  de la economía nacional esta dado por la siguiente ecuación:

$$Y_i = X_i - \sum_{j=1}^n a_{ij}X_j \quad j = 1,2,3,\dots,n \quad (44)$$

Así, el incremento del producto final en un año es:

$$\Delta Y_i = \Delta X_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta X_j \quad j = 1,2,3,\dots,n \quad (45)$$

La suma del segundo miembro de esta expresión representa la parte del incremento del producto total del sector  $j$  destinada a reposición de los medios de producción consumidos en los diferentes sectores de la economía nacional. De esta manera, el incremento del producto final de un sector dado es igual al incremento del producto final de este sector, menos la parte del incremento del producto total asignada para reposición.

Sea:

$$\sigma_j = \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij} \Delta X_i}{\Delta X_j} \quad j = 1,2,3,\dots,n \quad (46)$$

la fracción del incremento del producto total del sector  $j$  asignada para reposición en los diversos sectores de la economía nacional. Llamaremos a estas fracciones coeficientes de reposición.

Obviamente:  $0 < \sigma < 1$

$j = 1, 2, 3, \dots, n$

(47)

Introduciendo las relaciones de reposición obtenemos:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \Delta X_i = \sigma_j \Delta X_j$$

Ahora la ecuación siguiente:

$$\Delta Y_i = \Delta X_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \quad (45)$$

y como:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} X_i = \sigma_j \Delta X_j$$

entonces:

$$\Delta Y_j = \Delta X_j - \sigma_j \Delta X_j$$

por lo tanto:

$$\Delta Y_j = \Delta X_j (1 - \sigma_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (48)$$

Y considerando la expresión:

$$\Delta X_j = \sum_{i=1}^n B_{ij} I_i \quad (21)$$

entonces:

$$\Delta Y_j = \sum_{i=1}^n B_{ij} I_i (1 - \sigma_j)$$

por lo tanto:

$$\Delta Y_i = (1 - \sigma_i) \sum_{i=1}^n B_{ij} I_i$$

ecuación que podemos escribir de la siguiente manera:

$$\Delta Y_j = \sum_{i=1}^n B_{ji}(1-\sigma_j)I_i \quad j = 1,2,3,\dots,n \quad (49)$$

La expresión  $B_{ji}(1-\sigma_j)$  representa la eficiencia intersectorial neta de la inversión. Para denotarla usaremos el símbolo  $\beta'_{ji}$  y, así,

$$B'_{ji} = B_{ji}(1-\sigma_j) \quad i, j = 1,2,3,\dots,n \quad (50)$$

La siguiente igualdad:

$$\Delta Y_j = \sum_{i=1}^n B_{ji}(1-\sigma_j)I_i \quad (49)$$

se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Delta Y_j = \sum_{i=1}^n B'_{ji}I_i \quad j = 1,2,3,\dots,n \quad (51)$$

que significa que el incremento del producto final de cada sector es la suma ponderada de los productos de los sectores particulares destinados a inversión. Las ponderaciones son en este caso la eficiencia intersectorial neta de la inversión.

Sustituyendo el valor de la igualdad siguiente:

$$\Delta X_j = I^{1/j} \beta_j \quad (37)$$

en la expresión:

$$\Delta Y_j = \Delta X_j(1-\sigma_j) \quad (48)$$

por lo cual tenemos:

$$\Delta Y_j = I^{1/j} \beta_j(1-\sigma_j) \quad j = 1,2,3,\dots,n \quad (52)$$

La expresión  $\beta_j(1-\sigma_j)$  se puede interpretar como la eficiencia sectorial neta de la inversión en el sector  $j$  de la economía

nacional. Para denotarla usaremos el símbolo  $\beta^j$ . Luego

$$\beta^j = \beta_j(1-\phi_j) \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (53)$$

y la ecuación:

$$\Delta Y_j = I^j \beta_j (1-\phi_j) \quad (52)$$

se puede escribir como:

$$\Delta Y = I^j \beta^j \quad (54)$$

De esta manera, el incremento del producto final en el sector  $j$  es igual a la inversión de este sector multiplicada por la eficiencia sectorial neta de la inversión del mismo sector.

De las ecuaciones (50) y (53) se concluye que la eficiencia neta de la inversión  $\beta^j$  y  $\beta_j$  es igual, respectivamente, a la eficiencia correspondiente de la inversión  $\beta^i$  y  $\beta_j$  multiplicada por  $(1-\phi_j)$ , es decir, por 1 menos el coeficiente de reposición del sector dado. Esta multiplicación disminuye las relaciones producto-inversión en una cantidad correspondiente a la parte del producto total que se usa para reposición.

La fórmula:

$$\phi_j = \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij} \Delta X_i}{\Delta X_j}$$

muestra que los coeficientes de reposición  $\phi_j$  dependen de los coeficientes de producción  $a_{ij}$  y de los incrementos del producto  $\Delta X_i$  en los diversos sectores de la economía nacional y, por lo tanto, dependen de las condiciones técnicas del proceso de producción. De esta manera, llegamos a la conclusión de que la



eficiencia intersectorial neta de la inversión, así como la eficiencia sectorial de la inversión, depende de las condiciones técnicas de la producción creciente.

Sumando en la siguiente igualdad:

$$\Delta Y_j = \sum_{i=1}^n B'_{ji} I_i \quad (51)$$

para todos los sectores:

$$\Delta Y_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n B'_{ji} I_i$$

y considerando la ecuación siguiente:

$$\mu_i = \frac{I_i}{I} \quad (25)$$

entonces:

$$\Delta Y_j = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta'_{ji} \mu_i I$$

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta'_{ji} \mu_i I$$

por lo tanto:

$$\Delta Y = I \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \beta'_{ji} \mu_i \quad (55)$$

También se puede obtener este incremento sumando la igualdad:

$$\Delta Y = I^{ij} \beta'_{ij}$$

$$\Delta Y = \sum_{j=1}^n I^{ij} \beta'_{ij}$$

para todos los sectores y también considerando la siguiente

igualdad:

$$I^{(j)} = \lambda_j I$$

por lo que entonces tenemos:

$$\Delta Y = I \sum_{j=1}^n \lambda_j \beta'_j \quad (56)$$

Las expresiones que tienen forma de sumas en las dos últimas fórmulas son iguales. Las denotaremos por  $\beta'$  y entonces obtenemos:

$$\beta' = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \mu_i B_{ji} = \sum_{j=1}^n \lambda_j \beta'_j \quad (57)$$

$\beta'$  es la eficiencia nacional neta de la inversión.

Por las igualdades (57) y las ecuaciones (55) y (56) tenemos la siguiente expresión:

$$\Delta Y = I \beta' \quad (58)$$

Esto significa que el incremento del ingreso nacional es igual a la inversión total en la economía nacional multiplicada por la eficiencia nacional neta de la inversión.

La igualdad (57) muestra que la eficiencia nacional neta de la inversión se puede representar bien como una media ponderada de la eficiencia intersectorial neta de la inversión o como una media ponderada de la eficiencia sectorial neta de la inversión. Las ponderaciones son, respectivamente, los coeficientes de la composición física de la inversión y los coeficientes de la asignación sectorial de la inversión.

La eficiencia nacional neta de la inversión también se puede expresar en forma que muestre directamente su relación con la eficiencia nacional de la inversión. Para este propósito introducimos  $\sigma$ , que es el coeficiente nacional de reposición:

$$\sigma = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij} \Delta X_i}{X} \quad (59)$$

Esta fracción indica la parte del incremento del producto nacional que se destina a reposición de los medios de producción consumidos en un año en toda la economía nacional.

Sumando la siguiente ecuación:

$$Y_i = X_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j$$

para todos los sectores de la economía nacional y considerando las siguientes ecuaciones:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = Y \quad \sum_{i=1}^n X_i = X$$

entonces:

$$Y = X - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} X_i$$

de donde:

$$\Delta Y = \Delta X - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta X_i \quad (60)$$

El incremento del ingreso nacional es igual al incremento del producto nacional menos la parte destinada a reposición.

Usando el coeficiente de reposición nacional, el incremento del ingreso nacional se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Delta Y = \Delta X(1-\sigma) \quad (61)$$

La introducción de este resultado en la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} \Delta Y &= I\beta' \\ \Delta X(1-\sigma) &= I\beta' \\ \beta' &= \frac{I\beta(1-\sigma)}{I} \end{aligned}$$

y como:

$$\Delta X = I\beta$$

entonces:

$$\beta' = \frac{I\beta(1-\sigma)}{I}$$

por lo tanto:

$$\beta' = \beta(1-\sigma)$$

y por la igualdad siguiente:

$$\Delta X = I\beta$$

$$\beta' = \beta(1-\sigma) \quad (62)$$

De esta manera la eficiencia nacional neta de la inversión es igual a la eficiencia nacional de la inversión multiplicada por  $1-\sigma$ .

Puesto que:

$$0 < \alpha < 1 \quad (63)$$

la eficiencia nacional neta de la inversión debe ser menor que la eficiencia nacional de la inversión. La diferencia es igual a la parte del incremento del producto nacional destinada a la reposición.

Finalmente, introduciendo la tasa de inversión relativa al ingreso nacional, representada por el símbolo  $\alpha'$ ; es decir,

$$\alpha' = \frac{I}{Y} \quad (64)$$

despejando a I:

$$I = \alpha'Y$$

podemos escribir de nuevo la igualdad (58) de la manera siguiente:

$$\Delta Y = \alpha'Y\beta'$$

así,

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \alpha'\beta' \quad (65)$$

El primer miembro de esta ecuación es la tasa de incremento del ingreso nacional. Representandola con r,

$$r = \frac{\Delta Y}{Y} \quad (66)$$

Así, tenemos que:

$$r = \alpha'\beta' \quad (67)$$

que es la relación algebraica fundamental de la tasa de incremento del ingreso nacional. Esta tasa es igual a la tasa de inversión (relativa al ingreso nacional) multiplicada por la eficiencia

**nacional neta de la inversión.**

## CONCLUSIONES.

En lo referente a la primera parte notamos que las políticas económicas recomendadas por los monetaristas, no son del todo eficientes, ya que tales medidas detienen el desarrollo económico al lograr solo efectos temporales en todo el proceso inflacionario, esto sucede al fijar el incremento de los precios de los distintos bienes y servicios, y tener preferencia por el ahorro o las actividades especulativas.

Otro de los efectos es que, no se tiene competitividad en el mercado internacional, por el control que existe en lo interno de los precios de los distintos productos.

Quien resiente la inflación de una manera más fuerte son las personas que perciben un ingreso fijo, que no tienen la posibilidad de modificar sus ingresos según se vaya dando el proceso inflacionario.

En lo que concierne al modelo de Expectativas por Adaptación notamos que para calcular la tasa de inflación esperada, es necesario basarse en la observación de tasas de inflación anteriores, razón por la cual el método, no es muy bueno.

Y no debemos olvidar que la economía depende de diversos factores sociales, que no son medibles, esto aunado a lo anterior hace que el modelo tenga deficiencias.

En lo que se refiere a la parte de la inversión se ha demostrado

**ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA**

que la tasa de incremento del producto nacional es igual a la tasa de inversión multiplicada por la eficiencia nacional de la inversión, y que también es igual a la tasa de inversión (relativa al ingreso nacional) multiplicada por la eficiencia nacional neta de la inversión. Y se ha mostrado que la eficiencia de la inversión así como la eficiencia neta de la inversión dependen de las condiciones tecnológicas en que los procesos productivos tienen lugar, asimismo que vienen a ser un instrumento valioso para planear el crecimiento de la economía nacional.



## BIBLIOGRAFIA

- 1.-Rivas P Armando. "Teoría Monetaria, Inflación y Tasas de Interés" Argentina, Ed.El Ateneo 1984.
- 2.-Trevithic A. James, Mulvey Charles. "Economía de la Inflación". Argentina. Ed. El Ateneo 1979.
- 3.-Sheffrin. M Steven. "Expectativas Racionales". España, Ed. Alianza 1985.
- 4.-Dornbusch Rudiger y Fischer Stanley. "Macroeconomía". México, Ed. Mc Graw-Hill 1989.
- 5.-Chiang Alpha C. "Métodos Fundamentales de Economía Matemática". España, Ed. Mc Graw-Hill 1987.
- 6.-Newlyn W T. y Bootle R P. "Teoría Monetaria". México, Ed. Fondo de Cultura Económica 1984.
- 7.-Harris Laurence. "Teoría Monetaria". México, Ed. Fondo de Cultura Económica 1985.
- 8.-Lancaster Kelvin. "Economía Moderna 2". España, Ed. Alianza Universidad 1977.
- 9.-Aguilar. M Alonso. "La Inflación en México". México, Ed. Nuestro Tiempo 1988.
- 10.-González Chávez Gerardo. "PECE: Salarios fijos, precios móviles". Momento Económico. Instituto De Investigaciones Económicas, UNAM. México, marzo-abril 1992. Num.60. p. 13.