

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

DIAGRAMAS CUANTICOS ESTRUCTURALES



FALLA DE ORIGEN

MEXICO, D. F.



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Introducción
CAPITULO I El estado cristalino.
1.1 Estructura cristalina4
1,1.1 Indices de Miller10
1.3 Clasificación de las estructuras cristalinas11
1.4 Tipos generales de estructuras cristalinas
1.5 Los cuatro tipos principales de sólidos 18
CAPITULO II Teoría del seudopotencial.
2.1 El problema del seudopotencial 24
2.2 Seudopotenciales de primeros principios 26
2.3 El seudopotencial de Zunger 28
2.3.1 Interpretación física del seudopotencial de Zunger 37
2.4 Propiedades de seudopotencial de Zunger 40
CAPITULO III Coordenadas de Zunger.
3.1 Seudopotenciales y escalas estructurales
3.2 Coordenadas de Zunger 50
CAPITULO IV Aplicaciones.
4.1 Mapa bidimensional de separación estructural con las
coordenadas de Zunger
4.2 Mapa tridimensional de separación estructural: Las coordenadas
doradas64
4.3 Diagramas cuánticos estructurales para compuestos binarios,
ternarios, etc
4.4 Conclusión117
Bibliografia 110

Predecir la estructura cristalina de una combinación de elementos ha sido considerado un problema interesante tanto, desde el punto de vista académico como del técnico, ya que la industria moderna está muy interesada en nuevos materiales con propiedades específicas.

A raíz del descubrimiento de los materiales cerámicos superconductores de alta temperatura de transición, se ha desarrollado una carrera para encontrar materiales con una mayor Tc. Desafortunadamente las diferencias de energía entre las diversas estructuras es muy pequeña y, por tanto, los cálculos usando el formalismo de la mecánica cuántica son muy laboriosos para obtener buenos resultados, y más pensando que la teoría BCS no describe adecuadamente su comportamiento.

El trabajo experimental muestra que gran parte de los compuestos posibles pueden ser descritos en los 650 tipos de estructuras "clásicas" que se conocen. Hasta la fecha se ha estudiado una minima parte de los compuestos posibles, y la predicción de las estructuras cristalinas de compuestos desconocidos puede ser más fácil usando la información disponible de los compuestos conocidos estables localizados en un mapa de estabilidad estructural. En estos mapas se agrupan compuestos con la misma estructura en una cierta región.

El interés por poder distinguir fases con diferentes tipos de estructuras acordes con propiedades atómicas se debe a Mooser y

Pearson [28], quienes lograron una separación exitosa de fases binarias AB, AB2, (donde A es un átomo al cual le están "adheridos" otros átomos (B) 6 grupos (C)), usando la diferencia de la electronegatividad de Pauling y el promedio del número cuántico principal de los elementos que componen las fases. En años más recientes ha habido otros intentos de separar fases binarias, usando tanto propiedades físicas como atómicas calculadas. El éxito más grande usando sólo dos ejes en un diagrama de estabilidad estructural se debe a A.Zunger [27], quien logró distinguir 495 compuestos AB usando la suma y la diferencia de los radios de los seudopotenciales por él calculados. Pero quien ha logrado predecir y clasificar más compuestos ha sido P. Villars [9], usando tres ejes en un diagrama de estabilidad estructural, en el cual las coordenas son propiedades atómicas calculadas.

El propósito del presente trabajo consiste en describir el método usado por Villars para compuestos AB, AB2, AB3, A3B5, compuestos ternarios, cuasicristales, superconductores y materiales ferromagnéticos, explicando el éxito de éstos diagramas y haciéndo especial enfásis en el desarrollo de estos diagramas para superconductores.

En el capítulo I se hace una introducción a la estructura cristalina en general (enlaces, tipos de estructuras, etc.). En la sección 1.4 se hace una redefinición del número de coordinación, clasificando las distintas estructuras en 5 tipos generales.

En el capítulo II se describe el método desarrollado por A.Zunger para obtener seudopotenciales atómicos ab initio, a partir de los cuales se definen ciertos radios "iónicos".

En el capítulo III se muestran las distintas aplicaciones de los radios iónicos para el cálculo de distintas propiedades de los sólidos a partir de la definición de dos escalas, del tipo de la escala de electronegatividad, usando la suma y la diferencia de los radios del seudopotencial de Zunger.

En el capítulo IV, se usan las escalas definidas en el capítulo III para construir un mapa de estabilidad estructural con la cual Zunger logra la separación estructural de 565 compuestos binarios. En seguida, se describe la generalización, propuesta por P.Villars, a tres dimensiones de los diagramas de estabilidad estructural, a los que llama "Diagramas Cuánticos Estructurales", de esta forma es posible la separación estructural de un mayor número de compuestos, dado que se consideran no sólo fases binarias, sino también fases ternarias y cuaternarias (de hecho un número arbitrario de componentes). Se concluye con una discusión acerca del poder predictivo de éstos diagramas.

з

1.1 Estructura cristalina

Se llama cristal a aquél sólido cuya estructura atómica se basa en un patrón espacial que se repite con regularidad, aún cuando no se manifieste una forma geométrica regular externa. Sin embargo el ordenamiento atómico de muchos sólidos comunes (vidrio, plásticos, madera, hueso) no es de largo alcance 6 simplemente no existe y, por lo tanto, no tienen estructura cristalina.

En la figura 1.1 la distancia entre los átomos vecinos más cercanos a lo largo del eje x es a y a lo largo del eje y es b (los ejes x y y no son necesariamente ortogonales). Un cristal perfecto mantiene la periodicidad de sus átomos de $+\infty$ a $-\infty$. Se dice entonces que la periodicidad de un conjunto de átomos es un conjunto de equivalencia , lo cual significa que el cristal es exactamente igual para un observador situado en cualquiera de los sitios atómicos.

Dada la periodicidad que se produce en el estado cristalino, éste presenta varias características cuya mención es importante. Por ejemplo, se dice que un sólido es un cristal cuando, examinado mediante difracción de rayos X, presenta un arreglo simétrico invariante ante traslaciones. Este arreglo simétrico está definido en términos de los elementos de simetría. Un elemento de simetría es una operación que deja al patrón del arreglo atómico sin cambios. Por ejemplo, la rotación de π radianes de un cubo, en torno a un eje que pase por el centro



FIGURA 1.1 Periodicidad en un cristal.

de una de sus caras, dejará de nuevo el mismo cubo sin cambio aparente (cosa que no ocurriría en un paralelepípedo). A este elemento de simetría se le conoce como rotación. Otros elementos de simetría son las reflexiones, es decir, dado un eje en el cristal, este es simétrico a ambos lados del eje, el cual correspondería a un espejo plano (Ver fig.1.2). Si ignoramos las fronteras del cristal, existe otra clase de operaciones que dejan el arreglo sin cambios, llamadas traslaciones. Esto es, si se traslada el origen a otro punto del cristal, este se mantiene igual.

La definición de un cristal se hace a partir de una celda unitaria, la cual, al unirse con otras iguales, forman el cristal. La celda unitaria de un cristal se define como un poliedro con las siguientes propiedades:

 a) Ninguna de las operaciones de translación descritas antes, salvo la idéntica, da como resultado que se traslapen dos celdas unitarias.

b) El conjunto completo de paralelepípedos generados de la celda por las operaciones de traslación debe cubrir todos los puntos en el espacio.

Una manera conveniente de seleccionar a la celda unitaria consiste en asociar un punto arbitrario con el origen. Entonces los puntos que conformen la celda unitaria a partir de este origen (arbitrario) forman lo que se denomina red cristalina (cristal lattice) cuya propiedad principal es "...cada punto de la red tiene los mismos alrededores en la misma orientación "[1].

En 1848 Bravais demostró que existen tan sólo 14 redes en el espacio tridimensional; las cuales se muestran en la figura 1.3



FIGURA 1.2 Elementos de simetría en un cristal: reflexiones. Hexiadas pasan por los puntos λ , C, D y E, Por los puntos B pasan tríadas.Las reflexiones correspondientes a un espejo plano son perpendiculares a todas las líneas de mayor grosor.

 [1]. Asimismo existen siete diferentes formas de celda unitaria,
 las cuales forman las 14 redes. Estas siete formas de celdas unitarias son:

 1)Cúbica (o regular): cristales cuyas formas se pueden referir a una cruz axial de tres ejes equivalentes perpendiculares entre sí. Los ejes axiales son aquéllos ejes que cruzan la celda unitaria por vértices opuestos.

 tetragonal: cristales cuya cruz axial está formada por tres ejes perpendiculares, dos iguales y el tercero (el vertical) distinto.

3) Hexagonal: Tres ejes equivalentes, de los cuales uno es "innecesario", que se cortan bajo ángulos de 120°, y otro no equivalente perpendicular al plano de los tres primeros.

 Romboédrico (trigonal): En este grupo existe una cruz axial de tres ejes equivalentes que se cortan oblicuamente pero en ángulos iguales.

5). Ortorrómbico (rómbico): La cruz axial está formada por tres ejes no equivalentes que se cortan en ángulos rectos.

6) Monoclínico: Todos los ejes axiales tienen magnitud distina; dos de ellos se cortan en ángulo oblicuo y el tercero es perpendicular al plano de los dos primeros.

 Triclínico: Tres ejes axiales desiguales se cortan en ángulos oblicuos distintos.

Existen solamente 32 clases de grupos puntuales [1-5] que combinándolas con las catorce redes unitariasposibles, dan 230 grupos espaciales de simetría.



7)

5)

1)

4)

TRICLINICO



ORTORROMUICO SIMPLE



TETRAGONAL SIMPLE



CUBICO SIMPLE



TRICONAL



EL CUERPO

TETRAGONAL

ORTORROMBICO

CENTRADO EN LAS BASES







HEXACONAL







SIMPLE MONOCLINICO

EN EL CUERPO

ORTORROHBICO CENTRADO

DRTORROMBICO

CENTRADO EN LAS BASES



Indices de Miller.

Si se considera en un cristal cualquiera el origen de coordenadas en un punto arbitrario A, el vector posición para cualquier punto de la red se puede escribir como:

$$R_n = n_1 a + n_2 b + n_3 c$$

donde a, b, c son 3 vectores unitarios y (n_1, n_2, n_3) son 3 escalares enteros cuyos valores dependen del punto de la red.

Los tres vectores a, b, c, no colineales forman el conjunto de la base vectorial de la red, gracias a la cual todos los puntos de la red quedan descritos por la ecuación anterior. Al conjunto de todos los vectores expresados por esta ecuación se les llama "vectores de la red".

La orientación de un plano de la red se representa por los Índices de Miller, definiéndose como sigue:

Dado un plano P cualquiera en la red, sus índices estarán dados por las intersecciones del plano con los ejes a lo largo de los vectores a,b,c. Sean estas intersecciones los puntos x, y, z. Usualmente éstos puntos se expresan como fracciones de los vectores a,b,c. (su magnitud), mediante la tripleta:

$$\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}\right)$$

e invirtiéndola:

$$\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{x}}, \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{y}}, \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{z}}\right)$$

Este conjunto se reduce entonces a uno similar, factorizándolo al

entero más pequeño.

Por ejemplo: Sean las intersecciones los puntos x=2a; y=(3/2) b; z=1. El primer conjunto es:

$$\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}\right) = \left(2, \frac{3}{2}, 1\right)$$

al invertirlo queda (1/2, 2/3, 1) y multiplicándolo por el común denominador, que es seis, los índices de Miller para este plano son (346). Si los cruces son negativos, los índices de Miller quedan como (\overline{hkl}) . Los índices de Miller son importantes dado que nos ayudan a entender la forma del cristal cuando lo estudiamos con difracción de rayos x.

1.3 Clasificación de las estructuras cristalinas.

Los cristales se clasifican de acuerdo a su estructura y se denotan a partir de los índices de Miller y de las clases de simetría. De ésta forma tenemos dos nomenclaturas usadas en cristalografía : la Shoenflies y la Hermann-Hauguin que actualmente es la más utilizada y se define a partir de los elementos de simetría como sigue:

Una letra al principio nombra al tipo de red al que pertenece de la forma:

P: celda elemental o unitaria, o primitiva.

I: celda centrada en el cuerpo.

A: celda centrada en la cara (100).

B: celda centrada en la cara (010).

C: celda centrada en la cara (001).

F: Atomos centrados en cada una de las caras del paralelepípedo.

R: Los átomos están situados en las coordenadas 1/3, 2/3, 1/2, y 2/3, 1/3, 2/2, i.e., se tienen dos átomos situados a lo largo de la diagonal mayor de la malla.

Los siguientes caracteres pueden ser letras o números. Una letra m representa uno ó más planos de simetría o reflexión. Los números 1, 2, 3, 4, 6, representan los ejes de rotación, según su orden. Los mismos números con una raya encima representan los ejes de inversión según su orden. El orden en el que se escriben los símbolos es diferente para cada tipo de sistema:

Para los cristales monoclínicos el primer símbolo es el ortoeje. Para los ortoclínico el primer símbolo es el eje a, el segundo es el eje b, y el tercer símbolo es el eje c. Para los cristales trigonales, hexagonales y tetragonales, el primer símbolo es el eje principal, el segundo es el eje secundario y el tercer símbolo es el eje intermedio.

Tomando como símbolo X para indicar un eje principal, de cualquier grado, tienen las siguientes combinaciones:

X: únicamente eje de rotación, que se orienta como vertical.

 $\bar{\mathbf{X}}$: sólo eje de inversión, orientado del mismo modo.

X/m: eje de rotación perpendicular a un plano de simetría.

Xm: eje de rotación con un plano vertical de simetría.

X2: eje de rotación con un eje binario que le es perpendicular.

X/mm: eje de rotación con dos clases de planos de simetría. Otra nomenclatura importante y que es usada para simplificar

los nombres dados por las otras dos, es la introducida por Pearson [28], en la cual las estructuras típicas se denotan por una letra y un número.

1.3 Tipos generales de estructuras cristalinas.

A pesar del número casi infinito de compuestos que pueden existir, estos cristalizan en un número finito de estructuras cristalinas. Por ejemplo, una gran cantidad de compuestos binarios AB cristalizan en la estructura fcc (cúbica centrada en la cara). que es en la forma de cristalización de la sal de mesa (NaCl). Otra característica importante en los cristales es el llamado número de coordinación: si se escoge un átomo arbitario A en un cristal, el número de coordinación es el número de átomos que rodean a A. En algunos casos se encuentran a la misma distancia. Es este número de átomos vecinos el que define al poliedro (figura geométrica) que da la forma a la red cristalina (ver figura 1.4a en dos dimensiones y 1.4b en tres dimensiones). Sin embargo no existe ningún criterio unificado para definir el tamaño de la vecindad. Sea por ejemplo el caso de la estructura cúbica centrada en el cuerpo (simple). Usualmente sólo se toman en cuenta los ocho átomos equidistantes más cercanos, con lo cual obtenemos un cubo en el poliedro de coordinación (ver figura 1.4c en tres dimensiones). Ahora si se suman los siguientes seis átomos cercanos a la figura, se obtiene un dodecaedro rómbico, (ver figura 1.4d). Y si se quiere, se pueden agregar los 12 siguientes átomos vecinos más cercanos, y así seguirse.

Para evitar el problema de definir un número de coordinación único, P. Villars [9] realiza un tratamiento distinto para unificar criterios, cuyo propósito es reducir el número de 650





(b)



FIGURA 1.4 Representaciones en dos (a) y tres (b) dimensiones de la estructura centrada en la cara. Los números indican desde el átomo más cercano hasta el quinto. (c) El primer poliedro de coordinación el cual es un cubo (CN8) y (d) el segundo poliedro de coordinación el cual es un dodecaedro rómbico (CN14).

estructuras cristalinas "típicas". El procedimiento que hace es el siguiente:

Si se grafica el número de átomos vecinos vs.el cociente da/deerca., donde da es la distancia de los a átomos del cristal al átomo central y deerea, es la distancia entre el átomo central y el átomo más cercano, se suelen presentar en éstos histogramas una brecha muy pronunciada, (ver fig.1.5), y tomando el número de átomos dado a la izquierda de la brecha máxima, se encuentra una forma segura para definir el poliedro de coordinación adecuado. Desgraciadamente, en estructuras distorsionadas no se puede encontrar el poliedro ideal, ya que éste se encontrará también distorsionado. Estas estructuras podrán ser agrupadas si se encuentra, en los histogramas antes descritos, un patrón o arreglo difuminado que pueda utilizarse para hallar el poliedro ideal. Esta claro que para distorsiones muy severas, no se puede distinguir entre una estructura fuertemente distorsionada y una estructura con poca simetría. Realizando este análisis con los 650 tipos de estructuras "clásicas" se encontró que estos tipos de estructuras tienen menos de 5 poliedros de coordinación distintos: estructuras con un poliedro de coordinación único, y estructuras que tienen entre dos y hasta cuatro poliedros de coordinación (i.e. compuestos AB, en donde el poliedro asociado al átomo A es distinto al poliedro que se encuentra para el átomo B),

El grupo de coordinación única contiene 47 tipos de estructuras "clásicas" con más de 2500 compuestos representativos binarios, ternarios y cuaternarios, y a su vez éstos tipos de estructuras pueden ser agrupados en ocho grupos de tipos de estructuras generales distintas, (ver tabla 1.1). Los



Estructura

bcc

FIGURA 1.5 El número de vecinos más cercanos n como función de dn/deeres para la estructura cúbica centrada en la cara. deeres es la distancia entre el átomo central y el átomo más cercano. dn es la distancia de los n-ésimos átomos del átomo central.

16,

correspondientes ocho poliedros aparecen en la figura 1.7 junto

,

con sus histogramas de da/deeres.

TABLA 1.1

Los 47 tip	oos de es	tructura de	coordina	ación	simple.		
Prototipo	Grupo	Not	Número	de Co	mpuestos.		Notas.
E	spacial.	de Pearson	AB	ABC	ABCD	Total	
	paciai	de Tearbon		100	1000	10001	
Tipo tetra	edro.(CN	4)					
cs	Fd3m	cF8	-	2	-	2	Ideal.
SZn T	F43m	cF8	39	75	42	156	Ideal.
SZn ⊢	Рбэтс	hP4	28	30	18	76	Poco dist.
Bi0"/	R3m	hR2	1	-	-	1	Elongada 15%
BeO ^b -	P42/mnm	tP8	1	-	-	1	Ideal.
CdP ₂ 1	P43212	tP24	1		-	1 1	oco dist.
BeP2	I41/amd	t112	1	-	-	1	Ideal.
Cu2FeS4Sn r	142m	t116	-	3	23	26	Poco dist.
CuFeS2 1	T42d	t.716	-	43	47	90	Casi ideal.
OPb <	Phom	OPR	1			1	Distorción.
APCUS A	Pna2	0012	-	2	-	2	Distorción
AcCusSe 1	Dmn2.	0016 -	2	~	13	16 20	co Dist
MnNaSi v	Pnali	0P16 -	ຊັ		-	8 200	o Dist
AcCuSo S	Phon	0972	_~	1	_	1 1	Distorción
CurcaSon	Tmm7	0112	_	<u>,</u>	_	1	Distortion.
Do7n 4	D31/0	mP24	2	-	_	2 1	Nictoralán
F2011 '	P21/C	NG 24	2	-		2 1	JISCOLCION.
Tipo Octae	dro. (CNG)					
Po	Pm3m	CP1	-		-		Ideal.
ClNa 🖷 👘	Fm3m	cF8	298	273	78	649	Ideal.
La203 🔶 '	Im3m	CTR	2	-	-	2 1	[deal.
C2La	Fm3m	cF36	ī	-	-	ĩ	(deal.
Co0	T4/mnm	t.T4	- 1	-	-		Elongada.
Sn A	T41/amd	t.T4	-	-	-		Elongada.
CrN W	Dmmn	oP4	1	1	-	2	Distoraión
CrNaS2	123m	hpa	_	102	٨	106	Distoraión
0111002	NJM	111.3		102	-	100	Distorcion.
Tipo prism	a triangu	ilar.(CN 12c)					
AsNb	I41md	t118 (4	1	-	5	Ideal.
					. (91. 10.)		
Tipo Dipir	amide eci	ipsada hexag	ional tr	uncad	a. (CN 128)		
wg Q	P63/mmC	np2	21	5	-	26	Ideal.
Auca C	Pmma	OP4	11	3	-	14	Ideal.
Custi O	Cmc21	0C4	2	-	-	2 1	deal.
Tipo Cubo-	octaedro.	(CN 12c)					
Cu 🖌	Fm3m	cF4	. 4	-	-	4	Ideal.
AuCus +	Pm3m	CP4	248	100	o –	348	Ideal.
Ca7Ge x	Fm3m	cF32	2	_	-	2	Poco Comp.
Al3Ti ×	I4/mmm	t118	21	19		40	Poco Comp.
AuCu 🔹	P4/mmm	tP4	58	1	5 -	73	Poco Comp
NbP	I41/amd	t.T.R	1	-			Elongada
PdoTi2 🕉	Cmcm	0C20	ĩ			ī	Comp.y Elon.

۲,

Prototipo	Grupo	Not.	Número	Número de Compuestos.			
<u> </u>	spacial.	de Pearson	λВ	ABC	ABCD	Total	
Tipo dode	caedro rói	nbico.(CN 12 m	IJ.				
¥ Þ	ImJm	c12	16	5	-	21	Ideal.
ClCs O	Pm3m	cP2	271	216	-	487	Ideal.
NaT1 🛇	Fd3m	cF16	11	20	-	31	Ideal.
CeD₃ ⊳	FmJm	cF44	2	-	-	2 1	[deal.
BiF₃ √	FmĴm	cF16	32	147	10	189 1	Ideal.
CuHq₂Ti▽	F43m	cF16	-	31	-	31 1	[deal.
HgMn° ()	P4/mmm	tP2	4	-	-	4 1	Poco Comp
M03U22 🗍	P4/nbm	tP8	1	-	-	1 P	oco Comp.
AgInLa2	I4/mmm	tI16	-	1	-	11	Poco Comp
loSi₂ ∆	I4/mmm	t <i>16</i>	66	9	-	75 Coi	mprimida.
Tipo bipin	ramide qir	ada hexagonaj	l rómbic	a trun	cada. (C	N14)	
Si2Ti	Fddd	oF24	1	-	<u>-</u>	1	Ideal.
ripo bipin	-ám <u>i</u> de hex	agonal cortac	la. (CN14	•)			
	P6m2	hP2	14	10	-	24	Ideal.

Dist, «Distorcionada. Comp. =Comprimida.

TABLA 1.1 (continuación).

1.4 Los cuatro tipos principales de sólidos.

Hasta ahora se han estudiado a los sólidos como sistemas constituídos por partículas discretas que forman una estructura tridimensional, periódica y perfecta, y el interés de la presente obra se ha centrado en las regularidades de la estructura y en la simetría de las redes cristalinas. Al hacer esto nada se ha dicho de las fuerzas que mantienen a las partículas cerca de sus posiciones de equilibrio. Estas fuerzas son, en lo fundamental,

TIPO TETRAEDRICO (CN 4)







CING (cF8)

1.6

d_{NEAREST} = 0.2731 nm Au Cu_s(cP4)

12 14 16 18 2 d_{NEAREST} • 0.2651 nm

2.0

30

20

10

20

NO OF NEIGHBORS

TIPO OCTAEDRICO (CN 6)





TIPO CUBO-OCTAEDRICO (CN 12)





TIPO PRISMA TRIANGULAR (CN 6)





dn/dNEAREST

FIGURA 1.6 Una selección de las estructuras tipo "clásicas", su poliedro y el histograma d_n/d_{cores} para los ocho tipos de estructrura cristalina ordenados de la misma forma que en la tabla 1.1.

TIPO BIPIRAMIDAL ECLIPSADA HEXAGONAL TRUNCADA (CN 12,)



FIGURA 1.6 (continuación).

las fuerzas electrostáticas existentes entre los electrones y los núcleos de los átomos (atractiva) y las fuerzas que hay entre los electrones de distintos átomos (repulsivas), (aunque, como se verá más adelante, también intervienen otro tipo de interacciones no necesariamente del tipo coulombiano); estas interacciones son las que definen la forma del tipo de enlace que va a existir en los sólidos, de tal manerA que éstos se pueden clasificar de acuerdo al tipo de enlace. Son cuatro los tipos de sólidos:

- a) Cristales moleculares;
- b) Cristales covalentes, con átomos iguales o similares;
- c) Cristales iónicos;
- d) Conductores metálicos y sus aleaciones;

Cabe la aclaración de que éstas cuatro clases no están perfectamente delineadas, existiendo sólidos que son un estado intermedio entre alguna de éstas cuatro clases.

a) Cristales moleculares.- Estos cristales son formados por sustancias cuyas moléculas no son polares. Todos los electrones de estas moléculas se encuentran por pares, de tal manera que no se pueden formar enlaces covalentes entre los átomos de dos distintas moléculas. Las fuerzas responsables de la unión de estas moléculas son bastante distintas a las fuerzas de "valencia"[10] que forman a cada molécula diatómica. Estas fuerzas son del tipo van der Waals ó de polarización; son muy débiles y es por esto que en la mayoría de los casos la temperatura de formación del cristal es muy baja. Como ejemplo tenemos los cristales de los halógenos.

b) Cristales covalentes.-Estos cristales son llamados así por que las fuerzas que intervienen para mantener la estructura son las mismas que forman el enlace covalente. Como ejemplo de este

tipo de cristales tenemos al diamante, silicio, germanio. Existen muchos tipos de compuestos que tienen la misma forma que el diamante: $A^{III}B^{V}, A^{I}B^{VI}, A^{I}B^{VII}$, en donde A y B son átomos pertenecientes a las familias (I-VII) de la tabla periódica. Sus estructuras son del tipo de la esfalorita y la wurzita. Los cristales covalentes son, por lo general, semiconductores.

c) Cristales iónicos.-Como su nombre lo indica son aquéllos en los que prevalece el carácter iónico del enlace químico, en cuva base se encuentra la interacción electrostática entre los iones con carga. Son representantes típicos de los cristales iónicos los halógenuros alcalinos, como el NaCl y el CsCl. En estos compuestos los átomos de los halógenos, que tienen gran afinidad electrónica, capturan los electrones de valencia de los metales alcalinos. Con esto se forman iones positivos y negativos cuyas capas electrónicas se asemejan a las capas $s^2 p^6$ de simetría esférica, cuyo número de coordinación, igual a 6, corresponde a los seis enlaces de valencia de cada átomo con sus vecinos. Así, en la estructura de NaCl los grandes aniones de Cl forman un empaquetamiento cúbico denso, en el cual todos los huecos octaédricos están ocupados por los pequeños cationes de Na. De acuerdo con el mecanismo así descrito se forman no sólo los halogenuros alcalinos, sino también los nitruros y carburos de los multivalentes metales de transición, la mayoría de los cuales tienen estructura del tipo NaCl.

 d) Conductores metálicos y aleaciones.- El enlace metálico se produce cuando interactúan átomos de los elementos electropositivos, cuyos electrones exteriores de valencia están

débilmente ligados con el núcleo. A diferencia del enlace covalente, en el que cada par de electrones transita "libremente" entre dos átomos vecinos, aquí un electrón transita entre varios átomos, visitando sucesivamente cada átomo (ión positivo) del sólido. Entonces, en el metal, los electrones de valencia se encuentran "colectivizados" y forman un gas electrónico que llena el espacio interiónico. Los iones, cargados positivamente, son oprimidos por el gas electrónico, cargado negativamente, en el cristal. Los electrones libres determinan no sólo las propiedades eléctricas y físicas del cristal, sino también su estructura cristalina, la cual suele ser hexagonal, ó cúbica centrada en el cuerpo.

CAPITULO II.

Teoria del Seudopotencial.

2.1 El problema del seudopotencial.-

Al final del capítulo anterior se mencionó que los electrones de valencia son los directamente responsables de la formación de una molécula ó de un sólido. Sin embargo, cuando se intenta hacer una descripción cuantitativa de sus propiedades (energías de Fermi, conductividad eléctrica etc.), hay que considerar explícitamente los electrones del carozo (éstos electrones son aquéllos comprendidos en la configuración del gas noble anterior más cercano al elemento). De esta forma, el éxito de un cálculo cuantitativo depende de la consideración de todos los electrones, de todos los átomos.

El método por excelencia para llevar a cabo un cálculo como el que acabamos de mencionar, es el método del campo autoconsistente, llamado Hartree-Fock [11] en honor a sus creadores. Este cálculo parte de la suposición de que cada electrón en un átomo se mueve bajo la acción de un campo central. En este se reemplaza la acción instantánea de todos los electrones sobre cada uno de ellos (lo cual es un problema mecánico imposible de resolver), por el problema mucho más sencillo en el cual cada electrón es afectado por la distribución de carga promedio de los demás electrones y por el promedio del acoplamiento de espín de todos los electrones. Para resolver este problema se hace uso del cálculo variacional y se resuelve autoconsistentemente. Dada la complejidad de este cálculo para átomos con muchos electrones, existen muchas aproximaciones,

especialmente del término de intercambio-correlación, siendo una de las más populares la que suele denominarse como Χα [12].

Además del método Hartree-Fock (H.F), existen otros métodos que hacen uso de la mecánica estadística y de la densidad de electrones, como el Thomas-Fermi, o la aproximación de densidad local, aunque varios autores no reconocen la utilidad de estos métodos, como J.C. Slater (13-14).

Desafortunadamente, la precisión de éstos métodos no tiene nada que ver con aspectos académicos, sino de la fuerza bruta del análisis numérico. Sin embargo, dada la estabilidad de los electrones del carozo (capa cerrada) y su comportamiento periódico, en el cual se basa la construcción de la exitosa tabla periódica, intuitivamente pareciera que el esfuerzo computacional puede simplificarse, y por tanto se puede pensar en otros tratamientos distintos.

Varias técnicas han surgido para eliminar la inclusión de los electrones del carozo en los cálculos cuantitavos. Algunos de estos modifican el hamiltoniano de los electrones de valencia para "camuflar" los efectos del carozo, que equivale a modificar sus elementos de matriz en un conjunto de bases dada. Este es el esquema empleado en la mayoría de los métodos que utilizan la estructura electrónica, y que son la base de muchos de los hamiltonianos usados en la discusión de la estructura electrónica del estado sólido [1,5]. La mayoría de estos esquemas son semiempíricos, en los cuales se fijan los elementos de matriz en concordancia con los datos experimentales.

Otro método, relacionado con el anterior, utiliza los seudopotenciales semiempíricos. Los seudopotenciales semiempíricos

fijan ciertas componentes (de Fourier) del potencial debido a los electrones del carozo que actúan en el espacio de valencia, en base a datos experimentales. Cuando el seudopotencial empírico es 10 suficientemente preciso (de acuerdo а 105 datos experimentales), el comportamiento de los electrones de valencia se describe de acuerdo a primeros principios (15-17). De esta forma el esquema del seudopotencial empírico resulta ser un puente entre el modelo de la aproximación del hamiltoniano semiempírico y el método, no empírico, del seudopotencial de primeros principios.

El método del seudopotencial fué inventado en 1934 por Fermi, quién lo usó para calcular la perturbación causada por átomos extraños en las órbitas externas de los átomos alcalinos en un gas. Fermi aproximó con bastante éxito la función de estado de los electrones de valencia por seudofunciones de estado suaves y sin nodos en la región del carozo.

2.2 Seudopotenciales de primeros principios.

El método de seudopotenciales de primeros principios consiste en aproximar los efectos de los electrones del carozo sobre los electrones de valencia por un operador efectivo que los reemplace completamente. La idea básica consiste en remover la constricción dada por la teoría H.F., la cual requiere que los electrones de valencia sean ortogonales a los electrones del carozo. Esto se al hamiltoniano logra añadiendo un término aue es 91 seudopotencial de Phillips-Kleinman (15), el cual proyecta las componentes del carozo en una función de estado del tipo de los orbitales de valencia. Esto permite el uso de un seudoorbital de valencia suave y sin nodos, como los que se obtienen por una

transformación de los orbitales atómicos H.F. Otro término del los efectos, tanto de repulsión seudopotencial aproxima interelectrónica como de intercambio y correlación de los electrones del carozo. La transformación de la función de estado no es única, dado que hay un número infinito de formas para obtener funciones propias del hamiltoniano H.F. para obtener orbitales sin nodos. Así es que se escoge la transformación adecuada de los orbitales del H.F., de tal forma que los seudorbitales que resulten tengan el comportamiento deseado (es decir, que sean muy parecidos a los orbitales originales en la región del espacio deseada).

En el esquema del seudopotencial de H.F. existen tres suposiciones importantes [18]:

 i) Los orbitales del carozo que se encuentran en la matriz de densidad y en el seudopotencial se encuentran "congelados" (frozen) en un estado electrónico de referencia, de tal forma que así permanecen para cualquier estado excitado.

ii) A diferencia del modelo H.F., aparece una parte radial local de la región del carozo, cuyo origen se debe al efecto no local de los términos de Coulomb y de intercambio.

iii) Se supone que los seudopotenciales para todos los estados de momento angular l que no aparecen en el carozo son iguales.

Con este esquema se han hecho numerosos cálculos, logrando importantes resultados en moléculas y sólidos [19]. También se han hecho seudopotenciales semiempíricos, los cuales parametrizan ciertos términos del hamiltoniano H.F. que, sin embargo, dependen de la base que se esté usando [20,21].

Por otra parte el formalismo de las funcionales de densidad local (LDF) desarrollado por Hohenberg V Kohn [22] V Kohn V Sham [23] ofrece un camino distinto para resolver el problema de moléculas y sólidos, ya que parte de la ecuación de Shrödinger. Incorpora en un sólo potencial los efectos de intercambio y correlación, que simplifican muchísimo los cálculos, de tal forma que las aproximaciones *ii*) y *iii*) son innecesarias. A partir de este desarrollo surge la aproximación Xa [12] (también llamado Método Hartree-Fock-Slater), de la cual se ha hecho una gran cantidad de cálculos para problemas de estructura en estado sólido, aproximaciones de las energías de las superficies de Fermi [13], etc., a pesar de que en este tratamiento se tienen los mismos problemas computacionales que en el N.F. va que es un cálculo de todos los electrones. De esta forma, resulta conveniente la utilización de la teoría del seudopotencial, ya que simplifica mucho los cálculos.

2.3 El seudopotencial de Zunger.

De acuerdo a lo mencionado en la sección anterior, el seudopotencial de Phillips y Kleinman (20), se puede escribir de la forma:

$$V_{ps}(r,\epsilon^{v}) = \sum_{j \in C} (\epsilon^{v} - \epsilon^{c}) |\psi_{j}^{c} > \langle \psi_{j}^{c} |.$$

donde $V_{P*}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\epsilon}^{\mathbf{v}})$ es el seudopotencial, que es función de los valores propios $\boldsymbol{\epsilon}^{\mathbf{v}}$ de los electrones de valencia y de la posición r, y $\boldsymbol{\epsilon}^{\mathbf{v}}$ y $|\psi_{j}^{\mathbf{v}}\rangle$ son los valores propios de la energía y los estados de ocupación, respectivamente, de los electrones del carozo. Este seudopotencial permite obtener funciones de estado sin nodos y

suaves en la región del carozo. Desgraciadamente este esquema presenta severas dificultades. Además de la no unicidad de las funciones de estado que describen a los estados de valencia, este esquema es difícil de llevar a la práctica, dado que se necesitan orbitales exactos de los estados del carozo (lo que equivale a llevar a cabo una solución completa de todos los electrones), y la necesidad de calcular los operadores de proyección para cada estado excitado. Este esquema de seudopotencial, por lo tanto, ha tenido mucho más éxito en su forma semiempírica, en el que varios de las componentes de Fourier del sistema son usados como parámetros para obtener eigenvalores parecidos a los observados.

Para simplificar este problema A.Zunger propone un seudopotencial partiendo del formalismo de las funcionales de densidad local (LDF) y de una modificación al esquema de Phillips Kleinman.

El formalismo de la *densidad local* de Hohenberg, Kohn y Sham [22,23] se basa en el teorema fundamental de que en presencia de de un campo externo V_{ext}(r), la energía total de un gas electrónico, inhomogéneo e interactuante, puede ser escrita como:

$$E = \left[V_{ext}(r) \rho(r) dr + \frac{1}{2} \right] \int \frac{\rho(r) \rho(r')}{|r - r'|} dr dr' + G[\rho]. \quad (1)$$

donde G[$\rho(\mathbf{r})$] es una funcional de la densidad $\rho(\mathbf{r})$, independiente del potencial externo, y, en el estado base, E es un mínimo para la densidad, calculada autoconsitentemente, correcta¹.

1 5e entiende aguí como densidad correcta aquella que logra 1a aproximación ná. precisa del energía valor đe 1a del gas. electrónico para e١ estado segundo término base. E١ de la ecuaci Ón (1) corresponde repulsión . la l interelectrónica por 10 aue aparece el término ρ(r').

Ahora escribimos

$$G[\rho(r)] = T_{s}[\rho(r)] + E_{xc}[\rho(r)]$$
 (2)

donde T*[$\rho(\mathbf{r})$] es la energía cinética de un sistema de electrones que no interactúan, $\rho(\mathbf{r})$ es su densidad y Exc[$\rho(\mathbf{r})$] es la energía de intercambio y correlación de un sistema interactuante con, otra vez, la densidad $\rho(\mathbf{r})$. Si $\rho(\mathbf{r})$ varía lentamente, se puede demostrar: [18]

$$\operatorname{Exc}[\rho(\mathbf{r})] = \int \rho(\mathbf{r}) \operatorname{exc}[\rho(\mathbf{r})] d\mathbf{r}.$$
 (3)

en donde $e_{xc}[\rho(r)]$ es la energía de intercambio y correlación por electrón en un gas uniforme de electrones con densidad ρ .

Dado que se trata un estado estacionario en (1), se debe cumplir que:

$$\int \delta \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = 0 \tag{4}$$

se obtiene la ecuación

$$\int \delta\rho(\mathbf{r}) \left\{ V(\mathbf{r}) + \frac{d\mathbf{T} \cdot [\rho(\mathbf{r})]}{d\rho(\mathbf{r})} + V_{xc}[\rho(\mathbf{r})] \right\} d\mathbf{r} = 0 (5)$$

en donde

$$V(\mathbf{r}) = V_{\text{ext}}(\mathbf{r}) + \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$$
 (6)

$$V_{xc}[\rho(\mathbf{r})] = d(\rho(\mathbf{r}) \in c[\rho(\mathbf{r})])/d\rho(\mathbf{r})$$
(7)

es la contribución de intercambio y correlación al potencial químico del gas electrónico.

Ahora, dadas la forma de V(r) y de V_{xc} $[\rho(r)]$, se encuentra una $\rho(r)$ que satisfaga todas las ecuaciones (1-7) resolviendo la ecuación de Shrödinger para una sola partícula:

$$\left\{-\frac{1}{2}\nabla^{2} + V_{ext}(r) + V_{ee}[\rho(r)] + V_{xc}[\rho(r)]\right\} \psi_{n1}^{q}(r) = \epsilon_{n1}\psi_{n1}^{q}(r) \quad (8)$$

con la densidad:

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{n \in I} N_{nl}^{q} |\psi_{n}(\mathbf{r})|^{2}$$
(9)

donde Nai son los estados de ocupación del sistema en el estado base (g).

La forma del potencial de intercambio y correlación ha sido discutida por varios autores [12,22,23], y en el desarrollo del gradiente a primer orden esta dado por:

 $V_{xc}[\rho(\mathbf{r})] = V_{x}[\rho(\mathbf{r})] + V_{c}[\rho(\mathbf{r})].$

El potencial de intercambio $V_{x}[\rho(r)]$ está dado a su vez por la densidad: $V_{x}[\rho(r)] = -(3/\pi)^{2}\rho^{\frac{1}{2}3}$. Este resultado está relacionado con el "hoyo de Fermi", el cual, si lo consideramos como una esfera, tiene un radio proporcional a V_{x} . El potencial de correlación no es tan simple, pero está asociado al término $\alpha =$ 2/3 dado por Kohn y Sham, aunque el resultado dado por Slater

31

У

[12,14] es un poco mayor.

Las ecuaciones (6-9) se resuelven autoconsistentemente, esto es, se propone un valor de ρ , se calcula V a partir de (1) y (8), y se calcula (9), y así hasta que el valor n-1 de ρ no difiera mucho del valor n-ésimo.Entonces la energía estará dada por:

$$\mathbf{E} = \sum_{\mathbf{n},\mathbf{l}} \mathbf{N}_{\mathbf{n}\mathbf{l}}^{\mathbf{q}} \mathbf{e}_{\mathbf{n}\mathbf{l}}^{\mathbf{q}} - \frac{1}{2} \iint \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \, \mathrm{d}\mathbf{r}\mathrm{d}\mathbf{r}' - \int \rho(\mathbf{r}) \, \mathrm{Vxc}[\rho(\mathbf{r})] \, \mathrm{d}\mathbf{r} + \mathrm{Exc}[\rho(\mathbf{r})] \tag{10}$$

En principio, el teorema de las Funcionales de Densidad Local (LDF), asegura que si conocemos la forma de $E_{xc}[\rho(\mathbf{r})]$, podemos generar el potencial total (*i.e.* la suma de los demás potenciales), y resolver la ecuación (8) autoconsistentemente. Desgraciadamente, no se conoce la forma de $E_{xc}[\rho(\mathbf{r})]$ para cualquier tipo de $\rho(\mathbf{r})$, y hay que conformarse con groseras aproximaciones (como las mencionadas anteriormente), fijar el potencial de intercambio y correlación empíricamente, 6 más drásticamente, aplicar durante mucho tiempo la computadora. Dadas todas éstas dificultades, una reducción al seudopotencial [12-17] es de lo más adecuada.

El propósito, como se mencionaba anteriormente, es reemplazar los efectos de los electrones del carozo por un potencial (seudopotencial), de tal forma que los electrones de valencia se muevan en un potencial efectivo:

 $V_{off}(r) = V_{P^{0}}(r) + V_{ee}[n_{s}(r)] + V_{xc}[n_{s}(r)] (11)$ donde n_q(r) es la densidad de los electrones de valencia, $V_{ee}[n_{q}(r)] \quad y \quad V_{xc}[n_{q}(r)] \quad son \quad los \quad potenciales \quad de \quad Coulomb \quad y \quad de \quad intercambio-correlación \quad respectivamente, \quad y \quad V_{P^{e}}(r) \quad es \quad el$

seudopotencial. (El subíndice = es para denotar un estado electrónico específico).

Se resuelve ahora la ecuación de Shroedinger para este sistema:

$$\left\{-\frac{1}{2}\nabla^{2} + V_{Ps}(\mathbf{r}) + V_{es}[ns(\mathbf{r})] + V_{xc}[ns(\mathbf{r})]\right\} \chi_{n}(\mathbf{r}) = \lambda_{ni}\chi_{ni}(\mathbf{r}) \quad (12)$$

En contraste con los seudopotenciales empíricos, $V_{P*}(r)$ no se determina ajustando los eigenvalores λ_{n1} al experimento, dejando a la eigenfunción $\chi_{n1}(r)$ implicitamente determinada por dicho proceso. En su lugar, se construyen las funciones $\chi_{n1}(r)$ físicamente deseadas, y se resuelve autoconsistentemente para el seudopotencial que producirá estas seudofunciones de onda junto con los eigenvalores correctos $\lambda_{n1}=\epsilon_{n1}$ (del estado base de la ecuación de todos los electrones).

Para hacer esto, se requiere que la función de onda $\chi_{nl}(r)$ esté dada como una combinación lineal de las funciones de onda "verdaderas" del problema original:

$$\chi_{n1}(r) = \sum_{n}^{coro+1} C_{n1,n1}(\psi_{n1}(r))$$
(13)

donde $C_{n1,n1}$, son los coeficientes que aproximan a las funciones de estado de los estados del carozo, más la función de estado del estado de valencia con las seudofunción de estado $\chi_{n1}(r)$. De aguí que ahora la densidad de seudocarga esté dada por:
$$n_{s}(r) = \sum_{occ}^{v} \frac{g, v}{Nn! |\chi_{n1}(r)|^{2}}$$
(14)

siendo la suma sobre los números de ocupación.

Dado que las seudofunciones de onda $\{\chi_{n1}(r)\}$ son los estados que conforman el estado base solución del seudohamiltoniano (hermitiano, ec.12), no tendrán nodos para cada una de las más bajas simetrías angulares (s y p). Los coeficientes $\{C_{n1,n'1}\}$ se escogen de tal forma que cumplan con la condición anterior, además de estar normalizados (Volveremos a este punto después).

Hasta este punto el desarrollo es general, dado que no se ha dado la forma de Vext(r).Si trabajamos en un cálculo electrónico para un átomo, el potencial externo será el producido por el núcleo:

$$V_{oxt}(r) = -Z/r \tag{15}$$

De esta forma procedemos a escribir la ecuación (8) para este potencial y, resolviendo para la parte radial de la ecuación de Shrödinger, se tiene:

$$\left\{ \frac{1}{2} \nabla_{r}^{2} - (Z_{c} + Z_{v})/r + l(l+1)/2r^{2} + V_{ee}[\rho(r)] + V_{xc}[\rho(r)] \right\} \Phi_{nl}(r) =$$

=∈ni⊈ni(r) (16)

donde $Z_{\sigma}+Z_{\tau} = Z$,y $\Phi_{n1}(r)$ son las funciones de estado radiales. Con esto se tiene que:

$$\frac{1}{2} \frac{\nabla^2 \hat{\Theta}_{nl}(\mathbf{r})}{\hat{\Phi}_{nl}(\mathbf{r})} = -(Z_c + Z_v)/r + l(l+1)/2r^2 + V_{ce}[\rho(\mathbf{r})] + V_{xc}[\rho(\mathbf{r})] - \epsilon_{nl}$$
(17)

De igual forma podemos tratar a la ecuación (12): Resolviendo la parte radial

$$\left\{ -\frac{1}{2} \nabla_{r}^{2} + \nabla_{pe}^{(1)}(r) + l(l+1)^{2} r + \nabla_{ee}[n_{g}(r)] + \nabla_{xe}[n_{g}(r)] \right\} \lambda_{nl} X_{nl}(r)$$
(18)

en en donde $X_{n1}(r)$ es la función de estado radial. Despejando el laplaciano:

$$\frac{1}{2} \frac{\nabla^{e} X_{n1}(r)}{X_{n1}(r)} = V_{pe}^{(1)}(r) + 1(l+1)/2r^{2} + V_{ee}[ng(r)] + V_{xc}[ng(r)] - \lambda_{n1}$$
(19)

Ahora bien, dado que las funciones $\phi_{n1}(r)$ intervienen en la definición de las funciones radiales $\chi_{n1}(r)$, se pueden igualar las ecuaciones (17) y (19), obteniéndose la ecuación para el seudopotencial:

$$V_{ps}^{(1)}(r) = U_{r}(r) + V_{tot}[\rho(r)] - V_{v}[n_{g}(r)].$$
(20)

Donde U(r) está dada por:

$$U_{1}(\mathbf{r}) = \frac{\sum_{\mathbf{n}'} C_{\mathbf{n},\mathbf{n}'}^{\{1\}} (\epsilon_{\mathbf{n}1} - \epsilon_{\mathbf{n}'1}) \Phi_{\mathbf{n}'1}(\mathbf{r})}{\sum_{\mathbf{n}'} C_{\mathbf{n},\mathbf{n}'}^{\{1\}} \Phi_{\mathbf{n}'1}(\mathbf{r})}$$
(21)

En este "potencial", dado que en todos los casos se considera el estado base , se implica que $\lambda_{n1} = \epsilon_{n1}$ para el estado de valencia particular. El término Vtot[$\rho(r)$] está dado por:

$$V_{tot}(\mathbf{r}) = -Z/r + V_{ee}[\rho(\mathbf{r})] + V_{xc}[\rho(\mathbf{r})]$$
(22)

mientras que $V_v[n_g(r)] = V_{ee}[n_g(r)] + V_{xc}[n_g(r)].$

La ecuación (20) es la forma del seudopotencial de Zunger. En la siguiente sección se discutirá su interpretación física, y algunas de sus propiedades.

Las seudofunciones de onda definidas por la ecuación (13), dada la transformación de las eigenfunciones "verdaderas", no son únicas, como ya se había mencionado. Sin embargo esta libertad puede ser usada para obtener resultados muy útiles: Para que el seudopotencial represente de la mejor manera posible los resultados del problema original, queremos que las seudofunciones $\chi_{n1}(r)$ sean lo más parecidas posible a las funciones "verdaderas" $\psi_{n1}^{*}(r)$ en las regiones del espacio deseadas. También es deseable que las seudofunciones sean espacialmente "suaves", sin los nodos radiales característicos de $\psi_{n1}(r)$ (dado que $\chi_{n1}(r)$ son las soluciones más bajas del seudohamiltoniano de la ecuación (12)) de tal manera que puedan ser convenientemente expandidas en una base simple y pequeña [15], lo cual permite la comparación directa

entre los átomos de una mísma columna en la tabla periódica, sin tener que hacer referencia a los electrones pasivos del carozo.

Un método que nos permite llevar acabo la similitud entre las funciones "verdaderas" y las seudofunciones, sujeto a la condición de una representación no ortogonal, es la minimización del valor esperado del operador de proyección del carozo (24).

$$<\chi_{n1}(r)|\hat{p}|\chi_{n1}(r)> = \min.$$
 (23)

para todos los estados de valencia nl, sujetos al requerimiento de no- nodicidad de $\chi_{nl}(r)$. Otra forma de llevar a cabo estas condiciones es minimizando la parte radial de la energía cinética:

$$\int_{0}^{\infty} \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{X_{n1}(r)}{r_{1}} \right) \right]^{2} dr = \min.$$
 (24)

Con ambos métodos es posible encontrar la transformación adecuada para determinar χnι(r) ó más convenientemente, Xnl(r).

2.3 Interpretación física del seudopotencial de Zunger.

Desarrollando la ecuación (20) en todos sus términos, y tomando en cuenta la aproximación a primer término del potencial de intercambio-correlación, de tal forma que se obtenga:

$$V_{tot}(r) = -(Z_c + Z_v)/r + V_{oe}[\rho_c(r) + \rho_v(r)] + V_x[\rho_c(r) + \rho_v(r)] + V_{cr}[\rho_c(r) + \rho_v(r)].$$
(24)

$$V_{v}[n_{g}(r)] = V_{v}[n_{g}(r)] + V_{x}[n_{g}(r)] + V_{cr}[n_{g}(r)],$$
 (25)

donde $(Z_c+Z_v) = Z_i$

$$\rho_{c}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{c} |\psi_{n1}^{c}(\mathbf{r})|^{2}$$

$$\rho_{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{r} |\psi_{n1}^{\mathbf{v}}(\mathbf{r})|^{2} (26)$$
$$\mathbf{v}_{n}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{r} |\chi_{n1}(\mathbf{r})|^{2}$$

Ahora, sumando y restando $V_x[\rho_c(r)] + V_x[\rho_v(r)] + V_{cr}[\rho_c(r)] + V_{cr}[\rho_v(r)], y distribuyendo los términos adecuadamente, se obtiene para el seudopotencial:$

$$V_{P^{\ast}}^{(1)}(\mathbf{r}) = \left(U_{1}(\mathbf{r}) - Z_{\nu}/\mathbf{r} \right) + \left(-Z_{c}/\mathbf{r} + V_{\ast \varepsilon}[\rho_{c}] + V_{\times}[\rho_{c}] + V_{cr}[\rho_{c}] \right) + \left(V_{x}[\rho_{c}+\rho_{\nu}] - V_{x}[\rho_{c}] - V_{x}[\rho_{\nu}] \right) + \left(V_{cr}[\rho_{c}+\rho_{\nu}] - V_{cr}[\rho_{c}] - V_{cr}[\rho_{\nu}] \right) + \left(V_{\varepsilon \varepsilon}[\rho_{\nu}] - V_{\varepsilon \varepsilon}[\rho_{\nu}] - V_{cr}[\rho_{\nu}] \right) + \left(V_{\varepsilon \varepsilon}[\rho_{\nu}] - V_{\varepsilon \varepsilon}[\rho_{\nu}] \right) + \left(V_{\varepsilon \varepsilon}[\rho_{$$

Este seudopotencial atómico, tiene una interpretación física simple [18]: El primer término de la ecuación (27) es el único término del seudopotencial que depende de la función de estado sobre la que opera, y del momento angular (i.e. "no local", independiente de la densidad en el punto r), mientras que los demás términos en la ecuación (27) son comunes a todos los momentos angulares (i.e. "locales", dependientes de la densidad en el punto r). El término U₁(r) reemplaza la constricción de la ortogonalidad de los orbitales del carozo-valencia, ya que han perdido los nodos dada la transformación de la funciones de estado. Para aquéllos átomos que tienen un sólo electrón de valencia y que, por lo tanto, no tienen estados del carozo en la misma simetría angular, U₁(r)= es igual a cero, dado que $\chi_{n1}(r)=$ $\psi_{n1}(r)$. Entonces, el seudopotencial es "local" en todos sus términos, y el primer término de la ecuación (27) tiende a -Z/r.

segundo término de la ecuación (27) representa el E1 potencial "apantallado" del núcleo por la carga del carozo. El tercero y cuarto términos representan la no-linealidad de los potenciales de intercambio-correlación con respecto а la interferencia de ρ_c y ρ_v . De alguna manera miden las interacciones carozo-valencia en el sistema, y son proporcionales la. а penetrabilidad en el carozo por los electrones de valencia. E1 quinto término es "el potencial del hoyo ortogonal de Coulomb"[16]. Este tiene su origen en la fluctuación de carga $\Delta Q(r) = \rho_v(r) - n(r)$ que resulta de haber removido los nodos de la seudofunción de estado. De manera similar, los dos últimos términos en la ecuación (27) representan este tipo de "hoyos" debidos a la ortogonalidad AQ(r) en los potenciales de intercambio y correlación respectivamente.

2.4 Propiedades del seudopotencial de Zunger.

A. Zunger reporta [25] las componentes para 1=0 del seudopotencial atómico de la ecuación (27) para el Sb.(fig.2.1). La curva (1) representa el término de Pauli U:(r), la curva (2) muestra la atracción Coulombiana -Zv/r, y la curva (3) representa los términos del apantallamiento (términos 2-6 de la ecuación (27)). Finalmente, la curva (4) muestra el seudopotencial total.

De la figura 2.1 se observa que existe un punto r_i° para el cual $V_{P^*}(r_i^{\circ})=0$. Este punto representa, de la ecuación (27), el punto en el que el "potencial de Pauli", que es repulsivo, se encuentra en equilibrio con el potencial Coulombiano atractivo -Zv/r, renormalizado por el potencial apantallado del carozo, la no-linealidad de los potenciales de intercambio-correlación, y la ortogonalidad de los "hoyos" de los potenciales de Coulomb e intercambio-correlación.

Usando el seudopotencial de la ecuación (27), se definen ahora los puntos cero (crossing points) del seudopotencial atómico apantallado, en el estado base $V^{(1)}$ erc(r):

$$V_{eff}^{(1)} = V_{ps}^{(1)}(r) + \frac{1(l+1)}{2r^2} + V_{ee}[ng] + V_{x}[ng] + V_{cr}[ng] (28)$$

como

$$V_{eff}^{(1)}(r) = 0.$$

Este es el potencial total efectivo que experimentan los electrones de valencia, con momento angular 1, debido al núcleo y al carozo. La tabla 2.1 muestra los valores {ri} para 70 elementos



FIGURA 2.1 Componentes del seudopotencial atómico $V_{\rm pii}^{(1)}(r)$ para l=0 del átomo del antimonio Sb: (1) Potencial de Pauli Ui(r), (2) la atracción coulombiana -Zv/r, (3) apantallamiento del carozo, y (4) el seudopotencial total. Ro es el punto de cruce y Rm es el mínimo.[27].

para los cuales se ha resuelto el seudopotencial.

Se ha escogido este potencial efectivo para definir los indices {ri}, en lugar del seudopotencial (que también presenta estos puntos cero), dada la forma arbitraria en que se ha partido al átomo en electrones del carozo y de valencia. En la presente teoría, los orbitales del carozo son aquéllos presentes en los estados de la configuración de los átomos de los gases raros de la fila precedente en la tabla periódica. Sin embargo esta partición no es absoluta, en el sentido de que los orbitales presentes en el carozo de un nivel atómico mayor, pueden entrar en resonancia con electrones de valencia de otro átomo con el mismo orbital, de tal forma que la partición y, por tanto, el seudopotencial puede no representar la situación real. De esta forma. el potencial efectivo apantallado de la ecuación (28) es un buen intento para evitar el problema de la asignación de los electrones. Esto se debe a que mientras $U_1(r)$ en la ecuación (27), depende únicamente de los orbitales con momento angular 1 , la seudodensidad de carga de la valencia $n(\dot{r})$ depende de todos los orbitales asignados a los estados de valencia. Consecuentemente, la barrera pseudopotencial v(1), cambia dependiendo de la asignación de orbitales en el carozo o en la valencia. De la ecuación (27) se puede ver que:

$$V_{p*}^{(1)}(\mathbf{r}) = U_1(\mathbf{r}) + f(Z_c, Z_v, \rho_c, \rho_v, n).$$
 (29)

mientras que de la ecuación (28):

$$V_{eff}^{(1)} = U_1(r) + g(Z, \rho_c + \rho_v)$$
 (30)

ALCAC.	rs	rp	rJ	int sao	r9	rp	rc
ti 👘				Lr.	(-5,0)	6.:40	. 172
8p	0,649	9,440		Fb	1.570	2.43)	A, 710
8	0, 459	0.315		5r	1.425	1.795	0.pT
C .	6, 795	0.250		,	1.320	1.620	0.560
H	6, 739	0.210		21	1.265	1.5:0	6.546
A.	0.265	A. 190		No	1.230	1.533	6.510
r	6.250	0.155		Ho.	1.770	1.520	. 476
tle .	0.220	0,140		Tc	1.169	1.470	0.455
tta	1.100	1.550		Ru	1.145	1.455	1,450
No	0.720	1.130		Fh	1.110	1.410	0.420
A1 -	6.770	6.45		Fd	1,080	1.370	4.6
Si	0.530	e,740		Ag	1.045	1.330	9,125
F	0.500	0.640		Ed	0,935	1.230	Ó. 370
5	0.54)	0.560		In	0.540	1.110	0.360
C1	0.500	0.516		26	0.680	1.000	0.345
Ar	0.480	C. 460		Sb	0.830	0.935	0.335
ĸ	1.540	2.150	6.370	Te	0.790	0.840	0.325
Ca	1.320	1.689	0.340	1	0.755	0.830	0.315
Sc	1.2.0	1.530	0.310),e	0.750	0,810	0.305
Tí	1.150	1.430	0.260	Cs	1.710	2.60)	
۷	1.090	1,349	0.260	Fa	1.515	1. Bd7	6,740
ûr 👘	1.070	1.376	0.250	La	1.375	1.705	674
កែ	(), 990	1.230	0.230	Hi	1.300	1.610	0.50)
Fe	0.750	1.160	0.220	ta.	1.250	1.540	9.605
to .	6.920	1,100	0.210	N .	1.220	1.515	0,570
Ni	9,759	1.220	0,195	Fe	1.190	1.47)	9.5c5
Lu	0.850	1.160	6.185	Ds.	1.170	1.480	0.543
în	0,829	1.050	0.175	Ir	1.160	1.468	0.526
lie	(. 19	0.975	0.170	Ft	1.240	1.450	i 10
6 4	0,729	0.840	0.165	μiu	1.210	1.450	0,488
Á5	0, 570	6.745	0.155	Hg	1.070	1.340	. 475
:e	あざ博	0.670	0,159	11	1,015	1.220	0.463
£r_	0.580	0.020	6.143	Pb	6.560	1,130	0,450
				Bi	0.920	1.077	9.43
				Fo	0.Bbi	1.020	0.425
				4t	0.850	0.530	0,475
				Fn	0.840	6.740	$(4,4)^{2}$

table 2.1. Los radios atomicos para los primeros 70 elementos, es invariante ante la asignación de electrones ya sea del carozo o de valencia.

Por ejemplo, el seudopotencial $V_{p^{(1)}}^{(1)}$ del Zn es distinto para los electrones s y p si los electrones 3d se asignaran a la valencia, o si se toman como parte del carozo.En contraste, de la cuación (30) el potencial $V_{err}(r)$ para l=0 ó l=1 es invariante ante cualquier posible asignación de los electrones d.

Estos radios orbitales se presentarán en el siguiente capítulo como í*ndices estructurales*, de tal forma que tienen que ser independientes de la asignación de orbitales ψ_{n1} '(r) de otras *capas* angulares tanto del carozo como de valencia.

CAPITULO III

Coordenadas de Zunger

3.1 Seudopotenciales y escalas estructurales.-

El método que se ha seguido a lo largo de los años para comprender el mecanismo por el cual se forman la gran variedad de estructuras cristalinas, se ha desarrollado en dos líneas de trabajo distintas: Mecánica cuántica variacional y el enfoque semiclásico. En el capítulo anterior dimos un repaso a los diferentes métodos que ha seguido la mecánica cuántica, centrándonos en el proceso de los seudopotenciales de densidad local.

La aproximación semiclásica a estructuras cristalinas y moleculares se basa en la construcción de escalas fenomenológicas en donde se miden varios aspectos de los enlaces y características moleculares. Este desarrollo incluye construcciones químicas, cristalográficas y metalúrgicas, tales como la electronegatividad, los factores geométricos y de tamaño, el número de coordinación, etc. Estos factores suelen representarse en varias escalas cuantitativas que se usan para deducir sistemáticamente una gran variedad de propiedades estructurales. Como ejemplo de estas escalas cuantitativas tenemos los trabajos de Mooser y Pearson [26], quienes lograron una separación exitosa de fases binarias AB, AB2, etc. usando la diferencia de la electronegatividad de Pauling y el promedio del número cuántico principal (ver figura

3.1, en donde los puntos blancos corresponden a estructuras tetraédricas y los puntos negros a estructuras octaédricas). Además de este trabajo existen muchos otros, los cuales han logrado un gran éxito predictivo, demostrado sobre una gran base de datos.

Se sabe, gracias a la termodinámica, que en la mayoría de los sólidos la energía responsable de la estructura AE. es mucho menor que la energía de cohesión AE., Mediciones sobre el calor de formación, amén de cálculos mecánico-cuánticos, muestran que $\Delta E_{\bullet}/\Delta E_{\bullet}$ puede ser del orden de 10⁻³- 10⁻⁴ lo cual implica que la diferencia de energías entre estructuras probables de un compuesto son del orden de 0.1 eV /átomo. Esto representa una gran dificultad para el tratamiento variacional de la mecánica cuántica. Las aproximaciones que se realizan para calcular los potenciales interelectrónicos en los cálculos para muchos átomos hacen que ΔE_{\bullet} sea inseparable de ΔE_{\bullet} y, por lo tanto, la información que se obtiene resulta incapaz para caracterizar a una estructura cristalina. Por ejemplo, aunque los 12 metales de transición Sc, Ti, V, Cr, Fe, Y, Zr, Nb, Mo, Hf, Ta, y W tienen potenciales efectivos (mecánico- cuánticos) muy distintos entre sí, si se caracterizan cada uno por su energía de cohesión AE., todos cristalizan en la misma forma cristalina: bcc.

A pesar de esto se han logrado describir las estructuras cristalinas de un gran número de sólidos elementales por medio de los métodos descritos anteriormente.

Un puente entre la mecánica cuántica y los desarrollos semiclásicos resultan ser los seudopotenciales empíricos, de los cuales se discutieron sus características más importantes en el



FIGURA 3.1 Trabajo de Mooser y Pearson: Estructuras AX con coordinación tetraédreica (puntos blancos) y octaédrica (puntos negros) [28].

capítulo anterior. Dentro del esquema de los seudopotenciales empíricos resalta el desarrollo de Simmons y Bloch [16,17,19], quienes encontraron que existe al menos una clase de seudopotenciales empiricos con un gran significado estructural. La forma del potencial apantallado es:

$$V_{eff}^{(i)}(r) = V_{ps}^{(1)}(r) + V_{scr}[n(r)]$$
 (1)

en donde se observa que, al igual que en el desarrollo del seudopotencial de Zunger, tanto el seudopotencial como el potencial efectivo actúan sólo en la componente l del momento angular de la función de estado, siendo en este caso $V_{mer}[n(r)]$ el apantallamiento producido por los efectos, de Coulomb, correlación e intercambio, debidos a la seudodensidad de carga n(r) de los electrones de valencia. En el caso de que los iones tengan un sólo electrón, el seudopotencial toma la forma:

$$V_{eff}^{(1)}(r) = V_{Pe}^{(1)}(r) = B_1/r^2 - Z_v/r$$
 (2)

en donde Zv es la carga de valencia y el parámetro B≀ se ajusta de acuerdo al valor propio ∈n≀ de la ecuación:

$$\left[-\frac{1}{2}v_{r}^{2}+V\left\{\frac{1}{2}\right\}(r)\right]\psi_{n1}(r)=\epsilon_{n1}\psi_{n1}(r)$$
(3)

que esté de acuerdo con los valores observados de las energías de ionización de los iones unielectrónicos tales como Bé¹, C^{*3}, O^{*5}, etc. Este tipo de seudopotenciales se caracterizan por un punto de cruce r^o para el cual $V_{eff}^{(+)}$ (r^o) = 0. Estos radios orbitales tienen

el mismo comportamiento periódico observado en las energías de ionización unielectrónicas, (es importante aclarar que es precisamente este desarrollo el que da lugar al seudopotencial de Zunger et al). Estos radios atómicos son característicos del carozo atómico y como tales se pueden transferir a átomos en diversas condiciones de enlaces, lo cual ha permitido la construcción de nuevas relaciones fenomenológicas $G=f(r_1^o)$ que permiten relacionar observables físicas en fases condensadas con los radios orbitales de los átomos constituyentes. Algunos ejemplos de esto son las funciones de trabajo Φ^A para elementos dadas por Chelikowski y Phillips [20], como :

$$\Phi^{A} = \sum_{i=0}^{2} \frac{a_{i}}{r_{i}} + b \qquad (4)$$

(en donde \star se refiere al elemento y a_1 y b son parámetros ajustados a los valores experimentales). Otro ejemplo es el punto de ebullición T^{AB} para compuestos binarios AB [20]:

$$\mathbf{T}^{AB} = \mathbf{C}_{0} + \mathbf{C}_{1}\mathbf{R}_{\sigma}^{AB} + \mathbf{C}_{2}\mathbf{R}_{\pi}^{AB} + \mathbf{C}_{3}\mathbf{R}_{\sigma}^{AB}\mathbf{R}_{\pi}^{AB} + \mathbf{C}_{4}\mathbf{R}_{\sigma}^{AB}\mathbf{R}_{\sigma}^{AB} + \mathbf{C}_{5}\mathbf{R}_{\pi}^{AB}\mathbf{R}_{\pi}^{AB}$$
(5)

expresado como combinación lineal de las coordenadas estructurales R_{σ}^{AB} y R_{π}^{AB} , que son función de los radios de los seudopotenciales:

$$R_{\pi}^{AB} = \left(\mathbf{r}_{e}^{A} - \mathbf{r}_{P}^{A} \right) + \left(\mathbf{r}_{P}^{B} - \mathbf{r}_{e}^{B} \right) \qquad (a)$$

$$R_{\sigma}^{AB} = \left(\mathbf{r}_{P}^{A} + \mathbf{r}_{e}^{A} \right) - \left(\mathbf{r}_{P}^{B} + \mathbf{r}_{e}^{B} \right) \qquad (b)$$

St.John, Simmons y Bloch [34,37] muestran que éstas coordenadas estructurales tienen el mismo comportamiento que la electronegatividad de Pauling (6a) y la hibridización de los electrones s-p (6b), (Ver tabla 3.1). Los mismos autores muestran que estas coordenadas estructurales logran separar con gran eficacia las fases estructurales de 54 compuestos binarios graficando $R_{\sigma}^{AB}vs$ R_{σ}^{AB} , (ver figura 3.2).

Lo que se desprende de todos estos trabajos, es que las características de un carozo atómico aislado, representadas de alguna manera por los puntos r_1 , son las responsables de la estructura cristalina que adopta un sistema poliatómico. St. John y Bloch [21] concluyen que ésta escala electronegativa es un buen indicador de las propiedades químicas de las estructuras cristalinas.

3.2 Coordenadas de Zunger.

Los puntos de cruce r_1^0 encontrados por los seudopotenciales de Zunger tienen el mismo comportamiento que los puntos de cruce de Simmons *et al.*(21,23). Siguiendo la línea de trabajo de estos últimos, Zunger utiliza la forma de las escalas estructurales (ec.6) con los radios atómicos encontrados en los seudopotenciales de densidad local. La ventaja que se tiene al utilizar los radios atómicos de Zunger, en lugar de los radios encontrados por los seudopotenciales empíricos, radica en el hecho de que estos últimos sólo se han desarrollado con éxito para átomos con un sólo electrón de valencia, por lo que su tratamiento no puede ser llevado a cabo para átomos con potenciales de ionización díficiles de conocer (como por ejemplo 1⁴⁶, At⁴⁶), con lo cual su aplicación

Li	£e i		Ð	£	N	0	F
0.99	1.50		2.00	2.50	3,00	3.50	4.00
1.00	1.50		2.00	2.50	3.00	3.50	4.00
1,00	1.50		2,00	2.50	3,00	3,50	4,00
Na	Ng		Al	Si	F	5	CI
0,90	1.18		1.43	1.66	1.90	2.12	2.35
C. 70	1.20		1.50	1.60	2,10	2.50	3.00
0, I <u>2</u>	0, 46		1.18	1,41	1.64	1.87	2.10
ĸ	Ca	In	64	Ge	As	Se	
9,79	1.10	1.40	1.50	1.66	1.81	1.95	
0.80	1.00	1.60	1.60	1.80	2.00	2.40	
0,74	0.91		1.13	1.35	1,57	1.79	
Н¢	Sr	Cđ	In	Sn	Sb	Te	
0.77	1.01	1.31	1.39	1.50	1.63	1.77	
0.3)	1.00	1.70	1.70	1.80	1.90	2.10	
0.66	0.83		0.99	1.15	1.31	1.47	
Cs	Ba	Hg	п	Pb .	Bi		•
0.75	0.75	1.43	1,44	1.52	1.61		
0,70	0.90	1.90	1.80	1.80	1.60		
0.64	0.79		0.94	1.07	1.24		

Table 3.1. Comparación de la electronegatividad de St. John y Elech con las escalas de Fauling (en segundo lugar) y Phillips (en tercero). Esta escala se define como la suma de los inversos de los rácitos ri, siendo esta suma ajustada a la escala de Pauling.





resulta ser reducida.

Es importante hacer notar, también, que a pesar del comportamiento muy parecido entre ambos radios atómicos, en algunos casos discrepan cuantitativamente hasta en dos ordenes de magnitud (ver tabla 3.1). Zunger y Cohen reconocen las ventajas que la aproximación empírica goza sobre los radios de primeros principios (radios de Zunger), los cuales son:

ii) Implicito en la construcción de los potenciales empíricos se encuentran efectos que no están tomados en cuenta en los seudopotenciales de primeros principios, como, por ejemplo, correcciones relativistas, y efectos de polarización del carozo.

Sin embargo, son precisamente los seudopotenciales de primeros principios los que, a pesar del esfuerzo computacional, se han desarrollado para un mayor número de átomos dada la dificultad para encontrar valores experimentales precisos.

Aunque cuantitativamente los radios de Zunger son mayores para algunos átomos, se encuentra que tienen el mismo comportamiento que los radios encontrados por el seudopotencial de St. John, Simmons y Bloch. Esto significa que se comportan con las mismas características que las distintas escalas electronegativas, (Pauling, Martynov-Batsanov, Mulliken [7], etc.) a lo largo de la tabla periódica. La figura 3.3 muestra el comportamiento de la suma de los radios de Zunger:

$$R^{A} = (r_{s}^{A} + r_{p}^{A})$$

vs el número atómico ordenado por familia y grupo. (La razón de este ordenamiento es que de esta manera se pueden distinguir mucho mejor la periodicidad del comportamiento de esta función. En las figuras 3.4 se hace una comparación con otras escalas).

En el siguiente capítulo se analizará la aplicación más importante, que es en los "diagramas cuánticos estructurales".



FIGURA 3.3 La coordenada (r. + r.) vs. número atómico [30].



FIGURA 3.4 a) Relación entre los radios tetraedrales de Pauling y los radios del orbital s del seudopotencial apantallado de Zunger.b) Correlación entre los radios univalentes de Pauling Ru y la coordenada Rome ratro. Solo el primer y último elemento en cada fila están escritos por su símbolo químico. Nótese la ruptura no mondotona en Ru y Ro que ocurre al final de la serie de transición 3d (27).

CAPITULO IV

APLICACIONES

4.1 Mapa bidimensional de separación estructural con las coordenadas de Zunger.

Utilizando la misma idea de St.John, Simmons y Bloch, de que los radios atómicos encontrados por ellos tienen características que permiten distinguir las diferencias entre distintas estructuras cristalinas, A. Zunger utiliza las coordenadas R_{σ}^{AB} y R_{π}^{AB} (ecs. 3.6) para construir un mapa de R_{σ}^{AB} vs. R_{π}^{AB} , con los radios encontrados por él , para compuestos binarios [27]. Con estas coordenadas, Zunger consigue separar exitosamente 565 compuestos binarios, (formados por elementos de las primeras cinco columnas de la tabla periódica), en un mapa de estabilidad estructural. Se entiende aquí como mapa de estabilidad estructural, a la gráfica de propiedades atómicas que logra distinguir a la estructura cristalina de un compuesto dado.

Estos mapas se muestran en las figuras 4.1 (que corresponde a 112 compuestos octales), 4.2 (que corresponde a 356 compuestos no octales) y la figura 4.3 (correspondiente a otros 81 compuestos no-octales). Estos mapas se formaron a partir de una extensa base de datos de elementos binarios AB que muestra una amplia gama de propiedades estructurales (números de coordinación, tamaños iónicos relativos de los átomos A y B), propiedades químicas (tipos de enlace, diferencia de electronegatividades) y propiedades físicas (aislantes, conductores, semiconductores, superconductores, metales, semimetales) que comprende a la



FIGURA 4.1. Separación estructural para 112 compuestos binarios octales $A^{H}B^{B-H}$ usando las coordenadas $R^{H}Y R^{H} \frac{1}{27}$.







FIGURN 4.3 Separación estructural para 81 compuestos binarios no-octales usando las coordenadas de Zunger [27.

totalidad de los compuestos aquí graficados. Debe mencionarse que un compuesto octal es aquél en el cual la suma de los electrones de valencia de sus elementos constituyentes es 8.

En los mapas se ha identificado a cada estructura con un símbolo diferente, buscándose en el plano el menor número de líneas rectas que encerraran áreas mínimas y que lograran separar las diferentes estructuras. En algunos casos, la solución era única para éste problema topológico; en otros, existen varias soluciones posibles (e.g. las estructuras B33, cP64 y ti64), que sin embargo no importa demasiado que líneas se escojan. El hecho de que se escojan líneas rectas para separar las diferentes estructuras, en vez de utilizar líneas más complicadas, que las "separarían" mejor, responde a la necesidad de comprobar el verdadero éxito de éste método.

El resultado más importante de éstas gráficas es que, con la misma combinación lineal de los radios atómicos, se logra que la mayoría de las estructuras a las que pertenecen los 468 compuestos que aparecen en estas gráficas puedan ser separadas. Las locaciones relativas de los dominios estructurales parecen razonables. Así, las estructuras B27-B33 (número de coordinación CN=7) se encuentran entre la estructura B1 (CN=6) y la estructura B2-L1 (CN=8), mientras que la mayoría de los compuestos metálicos no-octales aparecen separados de los no-metálicos a la derecha (cP64, ti64, mc32, mP16, oC16).

Zunger menciona que hay estructuras estrechamente relacionadas que se superponen: CSCl (B2) de la CuAu (L1.), NiAs(B81) de MnP(B31), y CrB (B33) de FeB(B27). Por claridad, se muestran los 81 compuestos que tienen éstas estructuras en la

figura 4.3 usándose las mismas líneas usadas para los otros compuestos no octales. No resulta extraño que éstas estructuras se superpongan, o que se dificulte la separación entre ellas, dado que son muy parecidas entre sí, además de que existen compuestos que pueden cristalizar tanto en una como en otra estructura, dependiendo de la temperatura. Por ejemplo, al AgCd (que tiene la estructura B19) tiene un calor de formación $\Delta H= 0.094 \pm 0.004$ eV, mientras que en la estructura B2 tiene un calor de formación de 0.080 ± 0.004 eV.

Sin embargo, aparecen 32 compuestos (de un total de 56) que aparecen "fuera de lugar". Esto es, compuestos con una estructura conocida, aparecen en los diagramas estructurales (6 mapas de separación estructural), en regiones asignadas a otras estructuras. Estos 32 compuestos aparecen en la tabla 4.1. La explicación que Zunger da a la localización de varios de estos compuestos es que no hay acuerdo entre distintos autores sobre su estructura. Este punto será discutido más adelante.

Un hecho importantísimo del presente esquema es que tiene la capacidad de predecir propiedades electrónicas inusuales de compuestos pertenecientes al mismo grupo estructural. Un ejemplo notable es el de los compuestos CSAu y RbAu (pertenecientes a la estructura B2) que aparecen en la figura 4.2 aislados de los otros 167 compuestos B2 que tienen propiedades semiconductoras, mientras que los otros compuestos tienen propiedades metálicas. En cálculos electrónicos, éstos compuestos aparecen como metales, pero al hacer correcciones relativistas, resultan ser semiconductores. Resulta sorprendente el poder predictivo de estos diagramas, con lo cual se pueden obtener interesantes consecuencias.

Compuesto	Estructura esperada,	Dominio estructural en el cual es encontrado.	
	···	OCTALES	
CuF	B3	Bl	
MgS	B1	B3	
BeO	B4	B1-B3	
MgTe	B4	B1-B3	
MgSe	B1	B1-B3-B4	
		NO OCTALES	
COAl	B2	B81-B31-B20	
FeAl	B2	B81-B31-B20	
NIAL	B2	B81-B31-B20	
CoGa	B2	B81-B31-B20	
FeGa	B2	B81-B31-B20	
NiGa	B2	B81-B31-B20	
NiIn	B2	B81-B31-B20	
MnIn	B2	B81-B31-B20	
CoPt	L1o	B81-B31-B20	
TIAL	L1.	B81-B31-B20	
OsSi	B2	B81-B31-B20	
CoBe	B2	B81-B31-B20	
PdBe	B2	B33-B27	
NaPb	tI64	B2-L10-B32	
AuBe	B20	B1-B33-B27	
FeC	B1	B1-B81-B31	
TiB	B1 '	B1-B33-B27	
PtB	B81	B1-B33-B27	
IrPb	B81	B81-B31-B2	
AgCa	B33	B1-L1.	
HÍPt	B33	B2-L1.	
NiHf	B33	B2-L1.	
NiLa	B33	B2-L1.	
NiZr	B33	B2-L1.	
PtLa	B33	B2-L1.	
RhLa	B33	B2-L1.	
ZrPt	B33	B2-L1.	1.1
PdLa	B33	B2-L1o	
AuLa	B33-B27	B2-L1.	
NIY	B27	B2-L1.	
PtY	B27	B2-L1.	
LaCu	B27	B2-L1.	

TABLA 4.1 32 compuestos en fuera de lugar en los diagramas bidimensionales de Zunger.

ġ.

4.2 Mapa tridimensional de separación estructural: Las coordenadas doradas.

Se mencionaba en la sección anterior la necesidad de hacer otra gráfica (figura 4.3) para 81 compuestos no-octales cuyas estructuras se superponían con otras. Además de tener que hacer la separación entre compuestos octales y no-octales. Estos hechos sugieren que dos coordenadas no son suficientes para llenar todas las necesidades topológicas del problema, dado que el plano de coordenadas R_{σ}^{AB} vs. R_{π}^{AB} parece más o menos acotado. Entonces, si se quisiera agregar más compuestos a estos diagramas, se tendría una sobrepoblación que haría imposible la distinción de un compuesto con otro. El mismo Zunger reconoce esta limitación , y menciona la necesidad de agregar otra coordenada: la suma de los electrones de valencia de los elementos que componen el compuesto (*i.e.* $Z_{\sigma}^{A} + Z_{\sigma}^{B}$).

La necesidad de utilizar una tercer coordenada para los diagramas cuánticos (mapas de estabilidad estructural) impulsa el trabajo de P.Villars para encontrar las tres coordenadas más adecuadas para lograr la mejor separación estructural.

Para este propósito examinó 53 propiedades físicas y propiedades atómicas calculadas en función del número atómico, encontrando que existen solamente cinco tipos específicos de diagramas de propiedades *v.s* número atómico, los cuales se muestran en la figura 4.4. Estos patrones son similiares cualitativamente, más no cuantitativamente.



FIGURA 4.4 Los cinco diagramas de propiedad vs. número atómico. () posición del elemento. ..., primer período corto; ..., segundo período largo;...., número de grupo 1-12): (a) Suma de los radios de Zunger ($r_* + r_p$)² vs. número atómico (patrón A); (b) Número atómico vs. Número atómico (patrón B); (c) Energía de Brever AHo/R de atomización de lg átomo del elemento sólido a OK vs. Número atómico (patrón C); (d) Electronegatividad de Martynov y Batsanov vs. Múmero atómico (patrón D); (e) Múmero de electrones de valencia vs. Númere atómico (Patrón E) [30].



FIGURA 4.4 (continuación).



FIGURA 4.4 (continuación).

En estos diagramas, los elementos fueron ordenados de acuerdo del grupo atómico y cada grupo fué ordenado аł número incrementando el número cuántico. Es así que se puede apreciar de mejor manera el patrón que siguen las propiedades atómicas entre los átomos a lo largo de cualquier grupo, y también a lo largo de cualquier periódo. Las 53 propiedades físicas y atómicas calculadas están en la tabla 4.2 distribuidas en los cinco patrones encontrados. Para escoger las propiedades más adecuadas para formar los ejes de los mapas estructurales, se tomó una propiedad de cada clase (patrón) que tuviera el conjunto de datos más completo. De esta forma las cinco que se tomaron fueron: clase A_1 , los radios del seudopotencial de Zunger; clase A_2 los radios iónicos de Kordes; clase A3, radios metálicos; clase B, número atómico; clase C, la energía de atomización de 1 g átomo del elemento sólido a 0 K; clase D, la electronegatividad de Pauling; clase E, el número de electrones de valencia correspondiente al número de grupo.

Utilizándose una base de datos sobre el tipo de estructuras del NaCl y CsCl, se logró encontrar, por medio de ensayo y error (que consistió en que las propiedades de cada elemento A y B constituyentes de un compuesto AB con alguna de las dos estructuras mencionadas arriba, fueron combinadas como sumas, diferencias, productos y fracciones) que la mejor separación de las estructuras cristalinas se lograba usando la diferencia entre las propiedades elementales en las clase A: y D y la suma de las propiedades elementales de la clase E. Y otra vez, fué tan sólo

Tabla 4.2

Propiedades físicas y propiedades atómicas calculadas agrupadas de acuerdo a su patrón en los diagramas de propiedad atómica vs. número atómico. (Ver fig. 4.4). (*a)

Clase	Propiedad elemental determinada experimentalmente o derivada a partir de un modelo.					
À1	Puntos ciásicos do cruce de los autoc o nsistentemente apantallados seudopotenciales atómicos.					
•	Radion de la máxima densidad electrónica					
	radial para los orbitales externos de los					
	Calculos de Herman-Skillman. Radios ochitales repormalizados.					
	Radios calculados con el método					
	Hartree-Fock-Slater.					
A2	Radios iónicos,					
	Parámetro de suavidad.					
	Volumen atómico.					
Aa	Radios metálicos.					
	Radion covalentes.					
	Polencial termodinámico reducido a 298 K.					
	Peso electroquímico equivalente.					
	Entropía de elementos sólidos a 298%					
	Densidad. (*b)					
B	Número atómico.					
	Peso atómico.					
	Número atómico principal.					
	ractor de dispersion atomica de electrones.					
	Later específico. (°c)					
С	Longitud de onda de las series K y L.					
	Maximo humero de electrones en el elemento solido.					
	Punto de ebuilicion.Punto de lumaicion.					
	Calor de stonización de la étono del					
	elemento sólido a OK.					
	Nódulo de bulto (bulk).					
	Nódulo de Young.					
	Módulo de compresión.					
	Energía de la red cristalina.					
	Energía de disociación de Dimer.					
	Tensión superficial.					
	Energía de la interfacie sólido-Líquido.					
	Entalpía de formación de las monovacancia.					
	Energía de cohesión.					
	Parámetro de solubilidad.					
	Módulo de compresibilidad.(*d)					
Tabla 4.2 (continúa).

Clase	Propiedad elemental determinada experimentalmente o derivada de un módelo.
C(continum)	Coeficiente lineal de expansion térmica a 273 K. (*d)
D	Electronegatividad. Potencial químico (después Miediema). Num (después Miediema). Energía de ligadura do los electrones s. Parámetro s-p. Rango de aniquilación del positrón. Afinidad electrónica. Dureza. Potencial de electrodo normal. Primer potencial de ionización.
E	Valor de termino (después de Horman-Skilmann). Número de los electrones de valencis. (correspondiente al número de grupo. Rúmero de vacantes u hoyos en las bandas d arriba del nivel de Formi.(*e).
*a. Solo se han y las propiedes ató ios elementos. Tambié que no sostraban ningún pat *b. Este patrón se obliene *c. Este patrón se obliene *d. Este patrón se obliene *a. Este patrón se obliene	listado aquí los conjuntos de propiedades físicas suicas calcuiadas existentes para aós del 60% de n se han omitido 19 de las 182 propiedades trón simétrico. 'dividiendo B por A3. dividiendo 1 por B. dividiendo 1 por C. suntrayendo de E uma constante.

de ensayo y error el determinar las tres propiedades de la clase A1, D y E que mejor funcionaran. La mejor separación se obtuvo con las siguientes propiedades:

1) La magnitud $|\Delta(\mathbf{r}_* + \mathbf{r}_P)_{AB}^{Z_B}| = R_{cr}^{AB}$.

2) La magnitud $[\Delta X^{W}_{AB}]$ de la electronegatividad de Martynov y Batsanov [27]. Esta electronegatividad se define como la raíz cuadrada del promedio del potencial de ionización de los electrones de valencia, dando las mismas dimensiones para los valores de la electronegatividad de la formulación de Mulliken y Pauling.

3) La suma SVEAB del número de valencia de los átomos.

En la tabla 4.3 se muestran los valores de éstas propiedades para cada elemento. Es también en la tabla 4.3 que se explican los métodos para encontrar los valores de los elementos no reportados, tanto de la electronegatividad de Martynov-Batsanov como de los radios de Zunger.

Estas coordenadas cuánticas, también llamadas "coordenadas doradas" son usadas en un mapa tridimensional de separación estructural, al que Villars bautiza como "diagramas cuánticos estructurales", de modo que cada propiedad es un eje ortogonal.

4.3 Diagramas cuánticos estructurales para compuestos binarios, ternarios, etc.

Estos mapas se han realizado para:

 a) 988 compuestos binarios AB, donde A y B incluyen a todos los elementos excepto los gases nobles y los actínidos con número atómico mayor a 95 [28].

b) 1011 compuestos binarios intermetálicos AB2, donde A y B son todos los elementos excepto los gases nobles, los halógenos y los actínidos con número mayor a 95 [29].

c) 648 compuestos intermetálicos AB3, con, otra vez, A y B todos los elementos excepto los gases nobles y los actínidos con número atómico mayor a 95 [30].

d) 389 compuestos intermetálicos A3Bs con, otra vez, A y B todos los elementos excepto los gases nobles y los actínidos con número atómico mayor a 95 [30].

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	3	4	5	6	7	
H 2,100a 1,250 b																	
L1 0.900 1.610	Be 1.450 1.080											B 1.900 0.795	C 2.370 0.640	N 2.850 0.540	0 3.320 0.465	F 3.700 0.405	
Na 0.890 2.650	Mg 1.310 2.030											A1 1.640 1.675	51 1.980 1.420	P 2.320 1.240	S 2.650 1.100	C1 2,980 1,010	
K 0.800 3.690	Ca 1.170 3.000	Sc 1.500 2.750	Ti 1.860 2.580	V 2.220 2.430	Cr 2.000 2.440	Mn 2.040 2.220	Fe 1.670 2.110	Co 1.720 2.020	Ni 1.760 2.180	Cu 1.080 2.040	Zn 1.440 1.880	Ca 1.700 1.695	Ce 1.990 1.560	As 2.227 1.415	Se 2.540 1,285	Br 2.830 1.200	
Rb 0.800 4.100	Sr 1.130 3.210	Y 1.410 2.940	Zr 1.700 2.825	Nb 2.030 2.760	Mo 1.940 2.720	Tc 2.180 2.650	Ru 1.970 2.605	Rh 1.990 2.520	Pd 2.080 2.450	Ag 1.070 2.375	Cd 1.400 2.215	ln 1.630 2.050	Sn 1.680 1.680	5b 2:140 1.765	Te 2.380 1.670	1 2.760 1.585	
Cs 0.770 4.310	Ba 1.080 3.402	La 1.350 3.080	Hf 1.730 2.910	Ta 1.940 2.790	W 1.790 2.735	Re 2.060 2.680	0s 1.850 2.650	ir 1.910 2.628	Pt 1.990 2.700	Au 1.190 2.660	Hg 1.490 2.410	T1 1.69D 2.235	Pb 1.920 2.090	Bi 2.140 1.997	Po 2.400 1.900	At 2.640 1.830	
Fr 0.700 4.370	Ra 0.900 3.530	Ac 3.120 3.120	a b	3 Ce 1.100 4.500	3 Pr 1.100 4.480	3 Nd 1.200 3.990	3 Pa 1.150 3.990	3 S 1.200 4.140	3 Eu 1.150 3.940	3 Gd 1.100 3.910	3 Tb 1.200 3.890	3 Dy 1.150 3.670	3 Ho 1.200 3.650	3 Er 1.200 3.630	3 Tm 1.200 3.600	3 Yb 1.100 3.590	3 Lu 1.20D 3.370
				Th 1.300 4.980	Pa 1.500 4.960	U 1.700 4.720	Np 1.300 4.930	Pu 1.300 4.910	Am 1.300 4.890	•							

TABLA 4.3. Valores de la valencia electrônica EV., la electronegatividad X de Martynov y Batsanov y la coordenada Rs de Zunger.

El encuberado de cada columna nos dice los electrones de valencia, la segunda línea corresponde a la electronegatividad de Martynovy Bucsanov, y la carcara lína se la corcenada 18 de Lunger. dedos por Hartynovy Batsanov. El balándica ba corresponde a los valores de 18 que no son calculdodos por Lunger. Esca valores no asián dados enterpolando los radios de Herran Stilian, los cuales teleneum correlación casi líneal con los radios de Lunger. Los sub-findes a y bactersponden dos los las conse de la misma línea.

e) Cuasicristales icosahédricos del tipo A15B35CS0, donde A es un elemento p (como Al, Ga, Ge, ó Sr), B es un elemento s (Como Li, Na, ó Mg) y C es un metal cercano a los nobles (como Ni, Cu, ó Zn) [31].

f) 60 compuestos superconductores con Tc > 10 K. [32].

Ahora se discutirán brevemente los aspectos relevantes de cada aplicación.

a) Al igual que Zunger, Villars utiliza una base de datos bastante amplia: 1121 compuestos binarios, en donde se muestra una gran cantidad de propiedades físicas, químicas, etc. De esta base de datos fueron excluídos compuestos y fases problemáticas (como fases de alta presión, metaestables, con estabilización de impurezas, desordenadas, y películas delgadas), además de compuestos con menos de seis fases representativas. Los compuestos con la estructura del tipo AsTi fueron excluídos también, dado que en los diagramas aparecieron graficados a lo largo de todo el diagrama. De esta forma, quedaron 988 compuestos binarios AB, cristalizando en 20 diferentes tipos de estructuras. Estas 20 estructuras y el número de fases asociadas a ellas aparecen en la tabla 4.4. Estas 20 estructuras-tipo aparecen en la figura 4.5, (dado que es difícil manipular una gráfica en tres dimensiones, se muestran las curvas de nivel para diferentes valores de \sum EVAB). Las fronteras de estas regiones, (que aparecen como áreas en las gráficas, son en verdad volúmenes) se escogieron a la manera de Zunger, y de tal forma que no existieran "violaciones", que se definen como: 1) una violación ocurre cuando un compuesto con una estructura conocida aparece en una región asignada a otra estructura. 2) No ocurre una violación cuando el compuesto aparece



de estabilidad FIGURA 4.5 Diagramas estructural en tres dimensiones para compuestos AB, presentando 16 secciones de YEVAB para $|\Delta X^{HB}_{AB}|$ vs, R^{AB} de 988 compuestos , excepto 22 violaciones: I, AsLi; ● , AuCd; * ,BFe; 〈 ,GeS; ♥ ,HnP; ♥ ,AlEr; + ,BCr; ■ ,AuCu; \neg , τ -CuTi; \triangleright , NaPb; \uparrow , CW; \triangle , SZn \models \square , HgS; \blacklozenge , AsTi; \times , ClCs; \bigcirc , FeSi; \diamondsuit , GeK; \bigtriangledown , SZn \models , O, ClNa; \triangleright , NaTi; NC, no compounds; I, insolubilidad completa de acuerdo al diagrama de fase; S, solubilidad completa de acuerdo al diagrama de fase; E, sistema eutectico peritectico sin ningún compuesto formado; N, no existe compuesto en el sistema pero no hay información del tipo I, S, o E. (símbolos más grandes indican compuestos polimórficos).a) $\sum EV_{AB}=2-4$; b) $\sum EV_{AB}=5$; c) $\sum EV_{AB}=6$; d) $\sum EV_{AB}=7$; e) $\sum EV_{AB}=8$; f) $\sum EV_{AB}=7$; e) $\sum EV_{AB}=7$; e) $\sum EV_{AB}=8$; f) $\sum EV_{AB}=7$; e) $\sum EV_{AB}=7$; e) \sum EV_{AB}=7; e) $\sum EV_{AB}=7$; e) EV_{AB}=7 9; g) $\sum EV_{AB}=10$; h) $\sum EV_{AB}=11$; i) $\sum EV_{AB}=12$; j) $\sum EV_{AB}=13$; k) $\sum EV_$ 1) $\sum EV_{AB} = 15; m$) $\sum EV_{AB} = 16; n$) $\sum EV_{AB} = 17; o$) $\sum EV_{AB} = 18; p$) 14: ∑EVAB= 19-23. [30].



FIGURA 4.5 (continuación).



FIGURA 4.5 (Continuación).





1.0

FIGURA 4.5 (continuación).

en la línea o superficie que separa las regiones asignadas a dos estructuras distintas. 3) No ocurre una violaciónh en regiones donde dos ó tres fases se superponen, donde éstas se encuentran definidas por fases conocidas con la región prototípica que adopta a ambas o a todas las estructuras tipo.

De esta forma se encontraron 22 compuestos (de los 988) que aparecen fuera de lugar. Estos compuestos están en la tabla 4.5. Las 20 estructuras tipo aparecen en la tabla 4.4.

De estos diagramas se obtienen varias cosas: En primer lugar, los diagramas representan bastante bien el polimorfismo, esto es, compuestos que cristalizan en dos (tres) modificaciones (ver tabla 4.6). También muestran regiones en donde no se formaría ningún compuesto.

Una comparación con el trabajo de Zunger resulta difícil, dado que este permite que se traslapen regiones como las de las estructuras BCr y BFe, las estructuras AsNi, FeSi, y MnP, las estructuras AuCd, AuCu, ClCs, 7-CuTi y NaTl, mientras que Villars permite esto sólo cuando experimentalmente se encuentra polimorfismo, excluyendo las estructuras del tipo AsTi. Además mientras que en los diagramas de Zunger aparecen 37 violaciones cen 550 compuestos, en los diagramas de Villars sólo aparecen 22 violaciones en 988 compuestos. Es, pues, evidente la superioridad de los diagramas en tres dimensiones que en dos.

b) Dado el éxito obtenido para compuestos intermetálicos AB, Villars continúa este desarrollo para compuestos binarios del tipo AB2. Para este propósito realiza un cambio en las coordenadas: en lugar de usar los valores absolutos de las coordenadas, se

ESTA TESIS NO CEBE Salib de la biblioteca

Tabla 4.4 Estructuras cristalinas usadas en los diagramas de estabilidad estructural.

Estructuras AB. AsLi - P21/C 6 AuCd B19 Pmma 12 BFe * B27 Pnma 74 GeS ⊲ B16 Pnma 7 MnP B31 Pnma 30 AlEr - Pmma 12 BCr + B33 Cmcm 117 AuCu L1° P4/nmm 7 NaPb ▷ - I1/acd 9 Cut b P4/nmm 7	estos.
AsLi - P21/C 6 AuCd B19 Pmma 12 BFe * B27 Pnma 74 GeS B16 Pnma 7 MnP B31 Pnma 30 AlEr - Pmma 12 BCr + B33 Cmcm 117 AuCu L1° P4/mmm 32 7-CuTi- B11 P4/nmm 7 NaPb > - I41/acd 9	
AuCd B19 Pmma 12 BFe * B27 Pmma 74 Ges <	
BFe * B27 Pnma 74 GeS <	
GeS <	
MnP B31 Pnma 30 AlEr - Pmma 12 BCr + B33 Cmcm 117 AuCu L1° F4/mmm 32 7-CuTi B11 P4/mmm 7 NaPb > - I4/nam 7 V > P P	
AlEr - $Pmma$ 12 BCr + B33 $Cmcm$ 117 AuCu L1o $P4/mmm$ 32 γ -CuTi- B11 $P4/mmm$ 7 NaPb > - I4/acd 9 Cut B $Pa-2$ 0	
BCr + B33 Cmcm 117 AuCu III- L1₀ P4/mmm 32 7-CuTi- B11 P4/mmm 7 NaPb → - I4//acd 9 Cut A P P-20	
AuCu L1₀ P₄/mmm 32 γ-CuTi- B11 P₄/mmm 7 NaPb ▷ - I₄/acd 9 Cu B D - I₄/acd 9	
γ -CuTi- B11 P4/nmm 7 NaPb b - Iu1/acd 9 Cu B D - 0	
NaPb – Isi/acd 9	
Cti ▲ D. D. D. O.	
Ch Dh Poliz 9	
SZn 🛆 Be P63mc 21	
HgS 🗋 B9 P3221 5	
AsTi(γ'-MoC) Bi P63/mmc 6	
ClCs × B2 Pm3m 298	
FeSi A B20 P213 18	
GeK 🟹 - P43n 6	
SZn y B3 F43m 33	
C1Na Ó B1 Fm3m 282	
NaTl B32 Fd3m 14	
- 998	
Compuestos AB2	
02V ▷ - P21/C 6	
FeS2 🗆 C18 Pnnm 19	
AlHoz - Pnma 9	
CV2 - Pbcn 6	
Cl2Pb + C23 Pnma 46	
Co2Sil C37 Pnma 13	
MoPtz 🔿 - Immm 8	
Si2Zr 🗸 C49 Cmcm 6	
CeCuz - Imma 55	
α-GdSiz 📹 - Imma 15	
Cu2Sb 🕻 C38 P4/nmm 20	
02Ti C4 P42/mnm 10	
C2Ca	
MoSiz × Cl1 14/mmm 56	
Al2Cu C16 14/mcm 56	
SizTh A Cc 141/amd 20	
A1B2 * C32 P6/mm 102	
Cd2Ce 1 P3m1 24	
CdI2 🔺 C6 P3m1 30	
CaInz - P61/mmc 7	
CrSi2 C40 P6222 10	
MgZn2 C14 P61/mmc 130	
MgNi ₂ Λ C36 P63/mmc 13	
FeS2 -: C18 Da3 27	

CaF2 🕒	C1	Fm3m	75	
Cu2Mg O	C15	Fd3m	218	Total:1011

Tabla 4.4 (continuación)

Prototipo	Estructura	Grupo Espacial	Número de Compuestos	
Estructuras A	Вз			
SejZr ∐	-	P21/m	8	
AlCl3	-	C2/m	15	
β-CuiTi	-	Pmmm	17	·
CFej 🗌	DO11	Pnma	29	
F3Y 🚫	-	Рлта	16	
BroPu (-	Comm	21	
CuTis 🛇	L6.	P4/mmm	12	
CoGaa 🕨	-	P4n2	10	
AlsTi +	D022	I4/mmm	20	
NipP 🔺	D0.	14	8	
AsNas	D018	P63/mmc	12	
NinSn x	D019	P63/mmc	21	
ClaU ~	_	P63/m	22	
NiaTi ¥	D024	P63/mmc	11	
Dallo T	-	P3c1	8	
Fila 🗆	-	P63/mcm	20	
	<u> -</u>	R3	30	
Aucus a	7.10	Pmlm	253	
Crosi A	A15	Pm3n	· 66	
AsiCo I	D02	Tm3	12	
BiFa O	D03	Fm3m	37	
			648	
Estructuras A	3Bs			
GeaRhs 🗖	-	Pbam	11	
SsUa 🗂	-	Pnma	32	
Nb3Ps	-	Pnma	5	
PdsPua		Cmcm	16	
PusRha O	-	P4/ncc	19	
BaCrs ×	D81	T4/mcm	45	
SiaWs	DBm	I4/mcm	55	
PdsThr *	_	P62m	6	
MnsSia A	D8a	P63/mcm	200	
1113D43 ()	100	• 3 57 MOM		
			380	
			202	

encontró que la mejor separación se lograba con las diferencias en lugar de los valores absolutos¹. El procedimiento a seguir fué el

Por ejemplo, en lugar de tener $|X^A - X^B|$, so utiliza $X^A - X^B$ únicamente.

mismo que con los compuestos AB, excepto que se excluyeron los halógenos. De una base de datos de 1155 compuestos, se eliminaron aquéllos compuestos difíciles (ver apartado anterior), quedando tan sólo 1011 fases binarias AB2 las cuales cristalizan en 26 distintos tipos de estructuras, las cuales están en la tabla 4.4. En la tabla 4.6 aparecen los compuestos que se conoce cristalizan en dos (tres) modificaciones. La figura 4.6 muestra las diferentes regiones asignadas a las 26 estructuras típicas. En este caso, también se encontró un número pequeño de violaciones: 27 (ver tabla 4.5). Como en el caso anterior se encuentran regiones donde no se da la formación de compuestos. Un hecho muy importante es que se logró predecir la estructura cristalina de 257 compuestos AB2 (ver tabla 4.7). En 152 casos 'una sola estructura tipo fué determinada, mientras que en todos los demás casos aparecen en dos estructuras-tipo parecidas.

c) y d) El desarrollo para compuestos AB3 y ABs es igual al desarrollado para los compuestos del inciso anterior, aunque aquí se se incluyen los halógenos. Por ende tenemos 7832 compuestos posibles. De la base de datos disponible se excluyeron, otra vez, compuestos difíciles, de tal manera que se tienen 648 compuestos AB3 que cristalizan en 21 estructuras típicas y 389 compuestos A3B5 que cristalizan en 9 estructuras típicas distintas (tabla 4.4); en las figuras 4.7 y 4.8 se muestran las regiones para los compuestos AB3 y A3B5 respectivamente.

Para el caso de los compuestos AB3 se encontraron 11 violaciones (tabla 4.5); también se encontraron compuestos que se conoce cristalizan en dos estructuras distintas (tabla 4.6), encontrándose además regiones para las cuales no hay formación de



FIGURA 4.6 Diagrama de estabilidad estructural tridimensional para compuestos AB2 presentados en 16 secciones de $\sum EVAB$ constantes para las gráficas de ΔX^{MB}_{AB} vs \mathbb{R}_{σ}^{AB} . Todos los 1011 compuestos, excepto las 27 violaciones, han sido incluídas en las gráficas. Los símbolos de cada estructura se presentan en la tabílicad. Los símbolos I, S, E, N, son iguales a los explicados en la figura 4.5. a) $\sum EVAB^{2} 2^{-4}$; b) $\sum EVAB^{2} 5$; c) $\sum EVAB^{2} 6$; d) $\sum EVAB^{2} 7$; e) $\sum EVAB^{2} 8$; f) $\sum EVAB^{2} 9$; g) $\sum EVAB^{2} 10$; H) $\sum EVAB^{2} 11$; i) $\sum EVAB^{2} 12$; J) $\sum EVAB^{2} 13$; h) $\sum EVAB^{2} 15$; m) $\sum EVAB^{2} 16^{-22}$. [31].









FIGURA 4.6 (continuación).

Número	Compuesto	Estructura experimental	Dominio estructural en el cual es encontrado.
Compuest	os AB.		
1	Alti	AuCu	BCr
2	AlV	MnP	SZne-SZnh
3	AsV	MnP	FeSi
4	BFe	BFe	MnP
5	BNI	BCr	AlCs-FeSi-MnP
6	BiLi	AuCu	AsLi
7	BiNa	AuCu	AsLi
8	BrCs	ClCs	ClNa
9	ClCs	ClCs	CINa
10	HgPo	CINa	SZRc-SZRh
11	InPu	AuCu	BCr-ClCs
12	LaNi	BCr	CICS-FeS1-MnP
13	Lapt	BCr	CICS
14	LaRn	BCr	CIUS
15		CICS	NATI
17	L12n	NAT1 Olya	CICS DOm-DEc
17	Mn5	CINA	olon Paci Map
10	nise	CINA	ClCs-FeSI-MnP
19	PUI	Bre alor	CICS-rest-mip
20	PuRu		CINA
22	SnYb	AuCu	BCr
Compuesto	os AB2		
1 .	Ag2Gd	MoSi2	CeCuz
2	AlzAu	CaF2	FeS2(0)~FeS2(C)
3	AuGaz	CaF2	FeS2(0)-FeS2(C)
4	Au2Pb	Cu2Mg	AlB2
5	AuPba	AlzCu	FeS2(0)-FeS2(C)
6	BezCu	Cu2Mg	FeS2(0)-FeS2(C)
7	Be2Ta	Cu2Mg	MgZnz
8	BiTi2	Cu2Sb	NC
9	Cange	A1B2	CeCu2-MgZn2
10	CO2P	CI2PD	MOS12
11	CTH2	Carz	S122F
12	Cuzng	Cuzng	CI2PD-AI2CU
1.5		Cu2SD	MOSI2
14	HISD2	Cu2SD	NC Charles
15	ng2K	Lecu2	
17	Maay	ChipMet	CdTa
10	MoBoo	Cu2rig Ma7na	
10	Nb7na	CuaMa	
20	Nicia	Cara	CoCur-Marn
21	DDba	Care	Claph=AlaCu
22	PtSno	Cars	Mosia
23	PuZn2	CupMer	CeCure (A) BreCdrCeeCdT
24	RhTi2	MoSia	Clapb-Alacu

 TABLA
 4.5
 Compuestos
 que
 se
 encuentran
 en
 fuera
 de

 lugar.(Violaciones).
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .
 .

•

Número	Compuesto	Estructura experimental	Dominio estructural en el cual es localizado.		
Compuestos	AB2 (continuación).				
25 26 27	Sb2V SiTe2 W2Zr	Al2Cu CdI2 Ci2Mg	MgZnz-MgNiz MoSiz MgZnz-MgNiz		
Compuestos	AB3				
1 2 3 4 5 6 7 7 8 9 10 11	CrIro FeoGa GaTio HgMgo HgoLi InNio NboOs NioSn PdoTh PtoU SnTio	AuCu3 AuCu3 Aisan Asna3 Ni3Sn Cr3Si Ni3Sn Ni3Sn Ni3Sn Ni3Sn	β-Cu3Ti-Al3Ti Ni3Sn NC Ni3Ti-AuCu3-Cr3Si CuTi3-AuCu3 CuTi3-AuCu3 CuTi3-AuCu3 Ni3Ti-AuCu3-Cr3Si AuCu3 AuCu3 Cr3Si		
Compuestos	АзВя		5		
1	GasLas	B3Cr5	SigWsMnsSig		
NC= no hay	compuesto.				

TABLA 4.5 (continuación).

compuestos, lo cual también ocurre en los compuestos A3Bs.En este caso se encontró un sólo compuesto en fuera de lugar: Ga3Las, el cual aparece en la región asignada al dominio Si3Ws-MnsSi3, pero que experimentalmente se conoce que tiene el tipo de estructura B3Crs. En los compuestos A3Bs fué en donde se encontró el mayor número de compuestos que cristalizan en dos (tres) estructuras tipo. (tabla 4.6).



FIGURA 4.7 Diagrama de estabilidad estructural tridimensional para compuestos AB3 presentados en 9 secciones de \sum EVAB constantes para las gráficas de ΔX^{HB}_{AB} vs R_{σ}^{AB} . Todos los 648 compuestos, excepto las 11 violaciones, han sido incluídas en las gráficas. Los símbolos de cada estructura se presentan en la tabla 4.4. Los símbolos I, S, E, N, son iguales a los explicados en la figura 4.5. a) \sum EVAB= 2-5; b) \sum EVAB= 6; c) \sum EVAB= 7; d) \sum EVAB= 8-10; f) \sum EVAB= 13; g) \sum EVAB= 14; h) \sum EVAB= 15; i) \sum EVAB= 16-22 [32].









FIGURA (continuación). 7 4



Diagrama de estabilidad estructural tridimensional para FIGURA 4.8 compuestos A3Bs presentados en 6 secciones de SEVAB constantes para las gráficas de ΔX^{RB}_{AB} vs R^{AB}_{cr} . Todos los 389 compuestos, excepto las una violación, han incluídas sido еn las gráficas. Los símbolos de cada estructura se presentan en 1a tabla Los 4.4. símbolos I, S, E, N, son iguales a los explicados en la figura 4.5. a) $\sum EV_{AB} = 6$; b) $\sum EV_{AB} = 7$; c) $\sum EV_{AB} = 8$; d) $\sum EV_{AB} = 9-11$; e) $\sum EV_{AB} = 7$ 12;; f) SEVAB= 13,14.[32].

88,

Tipos de estructuras relacionadas a través del polimofismo.	Representantes.	Tipos de estructuras que se traslapan en los diagramas.
Compuestos AB.		
AuCd(oP4) — - CuTi(tP4)	AuTİ	AuCd
BFe (oP8) -BCr (oC8)	DySi, EuSi, GdNi, GePr,HoNi, HoSi, LuNi, NiTm, NiYV, PrPt.	BFe-BCr
BFe-BCr-ClCs	AuCe, AuGd, AuNd, AuPr, AuSm, AuTb.	BFe-BCr-ClCs
BFe-ClCs	Agyb, AuPm, AuYb.	BFe-ClCs
BCr-ClCs	AuDy, AuEr, AuHo, AuTm.	BCr-ClCs.
MnP-FeSi	RhSi	MnP-FeSi
GeS-ClNa	PbS, PbSe, Pbte, SnTe.	GeS-ClNa
AuCu — γ -CuTi	AgTi, CuTi.	AuCu — γ -CuTi.
AuCu-ClCs	AuMn, IrMn, MnRh.	Aucu-ClCs.
SZnh-SZnc	AgI, BrCu, CdS, CdSe, ClCu, CuI, OZn, PoZn, SZn, Se	SZnh-SZnc
HgS-SZn∘	HgS, HgSe.	HgS-SZnc
AsNi-ClNa	PdSb, PdTe.	Excluido.
ClCs-FeSi.	OsSi, RuSi	ClCs-FeSi.
Estructuras AB2		
O2V-O2Ti	MOO2, O2V, O2W	O2V-O2Ti
FeSz(Pnnm)-FeSz(Pa3).	FeS2	FeS2(Pnnm)-FeS2(Pa3
Cl2Pb-Al2Cu	Rh2Si	Cl2Pb-Al2Cu.
Cl2Pb-CaF2	Mg2Pb	ClzPb-CaFz
α-GdSiz-SizTh	CeGez, GezLa, NdSiz	α-GdSiz-SizTh

TABLA 4.6. Compuestos que experimentalmente se conoce cristalizan en dos (tres) modificaciones.

TABLA 4.6. (Continuación).

Tipos de estructuras relacionadas a través del polimofismo.	Representantes.	Tipos de estructuras que se traslapan en los diagramas.				
Estructuras AB2 (Continuación).						
CeCu2-Cd2Ce	Cd2Eu	CeCu2-Cd2Ce				
CeCuz~MgZnz	CaCdz	CeCu2~ (Cd2Ce, CdI2 AlB2).				
MoSiz-CrSiz	MoSi2	MoSiz-CrSiz				
Cd2Ce-CdI2	Cd2La	Cd2Ce-CdI2				
AlBz~CaInz	EuInz, In2Yb	AlB2-CaIn2				
AlBz-Cu2Mg	AlzCa, AlzPr	AlB2-Cu2Mg				
MgZn2-MgNi2	Cr2Hf, Fe2Hf, HfMn2.	MgZn2-MgNi2				
MgZnz-Cu2Mg.	OsPr,V2Zr	MgZnz-Cu2Mg.				
Estructuras AB:						
β-CusTiAlsTi	NaTis, PtoTa	Cu3TIAl3TI				
CuTis-AuCus.	DyIns,GaPts,InPts	CuTi3-CuCu3.				
NisSn-AuCus.	ThT13	NijSn-AuCu3.				
NisTi-AuCus	TiPt3	NioTi-AuCuo				
AuCu3-Cr3Si	AuTis, AuVs, CrsPt, HgTis, PtVs.	AuCu3-Cr3Si				
Estructuras A3B5						
S5U3-MnsSi3	AesAss, BisGds, BisTbs NoTis, PoTis.	, SsU3-MnsSi3				
B3Crs-Si3Ws	Sd3Vs, CesGa3, Cr5Si3, Ge3Tas, Ge3Ws, NbsSi3, Si3Tas.	B3Cr5-Sİ3W5				
BaCrs-SiaWs-MnsSia	MosSij	BaCrs-SiaWs-MnsSia				
BaCra-MnaSia	Ga3Gds	B3Cr5-Mn5Si3				
SigWs-Mn5Sig	Alozrs, CesSia, CesSna CrsGea, FesSia, GaoTas GaoTis, GaoZrs, GeoNbs NdsSia, PrsSna, Siavs, J	, SigWs-Mn5Sig , ,GegVs,HosIng,LasSng, SigWs.				

En la tabla 4.7 se pueden observar las estructuras predichas para 220 compuestos AB; y de 41 compuestos ABs.

f) En el desarrollo para cuasicristales se hizo necesaria la introducción de un nuevo arreglo de las coordenadas cuánticas, dado de que se trata de compuestos ternarios y cuaternarios. Para compuestos $A_xB_yC_2$ (x \leq y \leq 2), definimos las coordenadas correspondientes:

> $\phi = x \phi_A + y \phi_B + z \phi_C, \qquad 1)$ $\psi = 2x(\psi_A - \psi_B) + 2x (\psi_A - \psi_C) + 2y(\psi_B - \psi_C) \qquad 2).$

donde ϕ es la coordenada correspondiente a la suma de las coordenadas de valencia, y ψ corresponde tanto a la electronegatividad como a los radios de Zunger.

La pregunta en este problema es que si los cuasicristales son una forma curiosa de cristales, o más bien corresponden a materiales que están en la frontera de los materiales sólidos (cristalinos) o son algún tipo de vidrio. Si los cuasicristales son en verdad cristales, entonces los diagramas cuánticos funcionarán para describirlos y predecir nuevos compuestos de este tipo.

Se tomaron 10 ejemplos de cuasicristales con la estructura del tipo (cI162) Al6Mg11Zn11. Estos diez ejemplos se encuentran graficados en la figura 4.9, y listados en la tabla 4.8.

De la figura 4.9 es posible observar que caen en unà misma región, la cual excluye al 90% de las aproximadamente 100,000



FIGURA4.9 Diagramas cuánticos estructurales para compuestos icosaédricos y cuasicristales. La inserción muestra la región para la cual ∑EVAB= 1.3-2.5. Los dos puntos marcados se refieren a las aleaciones (cI 160) NiLiSi y CuLiSi listadas al final de la tabla 4.10. Las abreviaciones son como en la tabla 4.10 también.[33].

TABLA4.7,Estructurasestabilidadestructurasexperimentalmente.	predichas usando los diagramas de ral,para compuestos observados
Estructura predicha (Notación de Pearson).	Compuesto con estructura desconocida.
Compuestos AB.	
AsLi(mP16) AuCd(oP4) BFe(oP8) MnP(oP8) AlEr(oP16) BCr(oC8) NaPb(tI64)	AsNa CrPd, FeMn, MgZn, MoRh, PtTa. GeTi NbSe, NbTe, TaTe EuIn, InTb BaSi, BaGe, CFe, CeIr, DyPb, GaHf, GaZr, GdPb, GeSr, LaSn, PbSr, PuRh, SnY LiSn, NaSn
	HZr, HfRe, HgIn, HgTh, InMg, InSr, IrLa, IrZr, MnMo, NSe, NiSr, NiTa, PbPd, PdY, PdZr
Fe5i(CP8) ClNa(CF8)	GaOs. AgC, AgPo, AgTe, AlS, AsGe, AsK, AsNp, AsSi, AuC AuTa, BIr, BRu, Bin, Bith, Bizn, CCu, CLi, CPa, CPr, CTC, CaP, CdP, CrGa, CrO, CsSb, CuO, GaO, GeP, GeU, HfS, HfSe, HfTe, IrS, IrU, KS, KSe, LiO, NPd, NSb, NSi, NSr, NTI, NaPt, NaSe, NaTe, NbZn, NdPo, NiP, NiU, OPd ORb, OSi, OTC, PSi, PSn, PbU, RbSb, RbSe, RuU, TaT1, UZr, ZnZr.
SZn(cF8) Aucd(oP4)-ClCs(cP2) BFe(oP8)-BCr(oC8) MnP(oP8)-ClCs(cP2) GeS(oP8)-ClNa(cF8) BCr(oC8)-ClCs(cP2) AuCu(tP4)-7-CUTi(tP4) AuCu(tP4)-7-CUTi(tP4) AuCu(tP4)-SZn(cF8) BFe(oP8)-BCr(oC8)-ClCs(cP2) MnP(oP8)-ClCs(cP2)-FeSi(cP2)	<pre>BiSr,SbSr IrTi CePb,CsHg,NdPb,PbPr,PdPu,PtPu,ReS AuIn,CaZn,CoTa. AsN,GeSe,SSi,SeSi,TeTi. CeY,GaPm,PrY AgHf AgAu,AgPt,AuPt,CdHf,CdNi,CdTi,FeIr,MoPd CrMg 2) AuPu P8) AgSr,AuK,BaCu,CoLa,CoY,CuSr,FeTa, InPt,PRe,PoS.</pre>
Compuestos AB2	
AlHo2(0P12) CV2(0P12) Co2Si(0P12) Cl2Pb(0P12)	AlCe2, Ce2In, Cs2Sb, InPr2, K2N, K2P Gd2Ru, Hf2S, Mo2N, NW2, OTI2, OSPU2 BeHg2 BazBi, BiSr2, CEr2, CPU2, CSC2, CY2, Ce2Pb, CeSe2, Ce2Si, Ce2Sn, Er2Sn, Gd2Ge, GeLa2, NdS2, PrSe2, Pr2Sn, S2Sm, SbSr2, SiTb2, Te2Th
MoPt2(016) SizZr(0C12) Cu2Sb(tP6)	Cd2Fe C2Pb AlRuz,BiGdz,Bi2Se,Ce2Sb,Dy2Ru,ErSez, Fe2Ge,GdTez,HZnz,HgNaz,LaSz,NdSez, S2Tb,S2Tm,S2Y,Se2Tb.

Estructura predicha (Notación de Pearson).	Compuesto con estructura desconocida.				
Compuestos AB2.					
C2Ca(tI6) MoSi2(tI6)	BaN2, BaP2, KN2, NaO2, RbSe2kkkk. AlAu2, AsTe2, Au2Cr, Au2Hg, BizTe, CSe2, Co2Cr Cu2Se, Ge2Pt, OTl2, PTi2, PtZr2, ReZr2,				
Al2Cu(tI12)	CoInz, Cr2P, FeMnz, FeRez, GeNbz, GaTaz, GeZrz Reliz				
AlB2(hP3)	Ag2Cd, AsNiz, BezIr, BezRh, Hg2Mo, HgzRh, IrzTe				
CdI2(hP3)	CoH2				
MgZn2(hP12)	AlLiz, Al2Mg, Al2S, BeHz, GazLi, GaLiz, GazMg, GeHz, LizTl, NaSiz, NazTl.				
CaF2(CF12)	AgCa2, AlMg2, AmH2, Au2Ba, Au2Ca, AuMg2, Ba2N Ba2P, CeS2, CsGa2, Cs2O, Cs2Se, Cs2Te, Ga2K, GaMg2, Ga2Rb, GdS2, H2Tm, H2Zr, K2Pb, K2Sn, Li2Si NSTC, Na2Pb, Na2Sn, PrS2, Bh2Sa, Bh7la,				
Cu2Mg (CF24)	AszRe, AuBez, AuzK, AuzRb, BezNi, CrTez, DyPdz, ErPdz GdPdz, GezOs, GezRu, HERuz, HgzRb, HoPdz, LiZnz, OzSe, OSSiz, PdzSc, PdzSm, PdzTh, PdzY, PdzYb, ReSez, S2W, SezW, TcVz.				
02V(mP12)-02Ti(tP6)	NbO2, O2Se				
FeS2 (oP6) –FeS2 (cP6)	AgAl2, AgP2, C2CU, C2Hg, C2Zn, CdH2, CdP2, CuSe2, H2Hg, H2Zn, HgzLi, IrSe2, NiO2, NiP2, O2OS, O2Ru, Refe2.				
Cl2Pb(oP12)-Al2Cu(tI12)	AlPtz, AsRez, AsRuz, AuCaz, AuzCa, AuKz, Au2Pa, AuScz, BPtz, BazCd, BizIr, BiIrz, CazZn, CdSrz, CoZrz, ErzPt, GeNiz, HfzIr, HfzPt, HfzRh, HgMgz, HGSrz, InPtz, ITZrz, MM02, PdTl, 2, PdzTl, BhzSb.				
Cl2Pb(oP12)-CaF2(CF12)	AlLuz, AlScz, AsNaz, BazGe, BazSn, GdzIn, GeSrz, MgzSn, NdzY, PbSrz, SnSrz.				
MoSia(tI6)-CrSia(HP9)	GezRe, P2V, SizTc.				
α-GdSi2(0112)-Si2Th(t112)	DyPbz, GdPbz, NdPbz, PbzTh.				
CeCu2(oI12)-MgZn2(hP12)	AgaY, PdaTi.				
AlB2(hP3)-Cu2Mg(cF24)	AS2K, BaGez, BaInz, C2Mg, CSSbz, Ga2Pm, Ga2Sc, HzTa, HzTi, KSbz, KSnz, Pb2Rb, RbSbz.				
MgZn2(hP12)-MgNi2(hP24)	Al2Pd, Al2Re, Al2Rh, AuLiz, BePdz, GazIr, GazRh, HgLiz, Mg2Ni, Mg2Pt, SizTe, TezV.				
MgZn2(hP12)-Cu2Mg(cF24)	B2Fe, Co2Na, CrN2, CrP2, H2N1, LiPd2, N2Nb, N2V, NbS2, O2Sb, P2Ta, S2Si.				
Compuestos AB:	,				
SeiZr(mP8)	Нотез (атез N3T).				
β-Cu3Ti(0P8)	AgisEr, AgisGd, AgisEn, AgisTh, AgisTm, AusPu, AllisTh, ClinEr, ClinyPh.				
CFe3 (0P16)	AsMna, AsPda, BesCo, CasZa, Ceair, CoaSi, DyaRu, EraNi, GdaRu, GdaNi, IrLaa, IrNpa, IrUa, MnaN, NaaSa, NdaRh, NirDa, NpaOs, OsUa, ReaRu.				

TABLA 4.7. (Continuación).

.

.

TABLA 4.7. (Continuación).

Estructura predicha (Notación de Pearson).	Compuesto con estructura desconocida.
Compuestos AB3. (Continuac.	ión).
CoGa;(tP16)	AloCo, AloOs, InoRu.
AlsTi(tI8)	AlsCr, AlsW, CrIns, CrMgs.
AsNa;(hP8)	K3Sb, Li3P.
NIJSN (hP8)	BisIr, BisPt, CoIns, DyHgs, FesGa, HgsTb, HgsYb, NisZr, TesV, YZns.
D3Ho(hP16)	CST13.
AuCu3(cP4)	AgBes, AgMgs, AgsN, AlsPt, AlsSc, AlsY,
	AssEu, AsNas, AusCa, AusCd, AusPt,
	Basin,BaPs,BaSs,BaSes,BeCos,
	BePds,BisCa,CSms,CesGe,CeIrs,
	CePts, CoFes, CrNis, ErPts, FesGd,
	Fesho, FesLa, FesTh, FesTm,, FesY,
	GasNa, GaPms, GaPus, GdGes, GdNis,
	GdPts, GdTes, GeLas, GeLis, GePrs,
	GePus, HsTa, HgsN, HgsNi, HgsPd,
	InsMg, InRhs, IrsLa, IrsSr, IrsTh,
	KO3, LAN13, LARN3, MGPC3, MN3T1, MOSe3,
	NoT1, NaSno, NaTeo, NDS3, NDTC3, NdRho,
	NdTes, Nispr, NisTh, Nizhs, Osse, Osu,
	O3W, OS3PU, P3KE, Prses, Pt3S, Pt3Sr,
	Ptith, Puiti, KDSei, Siu, Siw, SDSri,
Constitution (Segu, Segw, TegTh, Tegu, 2ng2r.
CF351(CF8)	CoTas CoZra Hfach MaNas InMns
	Niva DSna DTia DTla DVa DZra
	SbZra, SiTaa, SiTia.
АБ3Co(cI32)	AuPbs, IrSes, IrTes, OsRu, RhSs.
BiF3(CF16)	AlsPd,CeZns,HgsPu,InLis,IrMgs,LisTl,
	Mg3Pd, Mg3Sr, NdZn3, OsY3, Pb3Rb,
	PrZn3, RbT13, RuSc3, RuY3.
β-Cu3Ti(oP8)-Al3Ti(tI8)	AgaSn, BiPda, CoaCr, CrRha, CuaHf, HgaT1.
CuTis(tI8)-AuCus(CP4)	AlbLu, AuSra, BaSha, CaSba, CdaLl, GaPda, InPda, RhaSn, SbaSr, SmaSr.
NipSn(hP8)-AuCup(cP4)	AlsTb, EuGas.
AsNa3(hP8)-BiF3(cF16)	CsoN, LioN.
NisTi(hP16)-AuCus(cP4)-	AgaLi, AgaY, CoaNb.
Cr3Si(CP4)	
AuCu3(cP4)~Cr3Si(CP8)	AgCd3, AgN3, AgP3, AgTi3, AuCd3, AuMn3,
	AuPts, AuSbs, AuZns, CdsCu, CosFe, . CoNis, HgNs, HgPbs, HgSns, OsPt.
Compuestos A3B5	
Ge3Rhs (OP16)	CdoMgs, LaoRhs, NbsPto, NboRhs, PdsTio, RhsTia, RhsZra,
SsU3(0P32)	NsNba, OSTia, RusUa, SsTha, TiaSs.
PdsPus (oC32)	Gd3Tl5, InsPu3.

TABLA 4.7. (Continuación).

Estructura predicha (Notación de Pearson).	Compuesto con estructura desconocida.				
Compuestos A3B5.(Continuación).					
PusRh3(tP32)) NaNbs				
BaCrs(tI32)	AgaEus, AsaRhs.				
PdsTh3(hP8)	Ca3Ps, Ce3Sis, Dy3Pds, GesLa3, GesPr3, IrsTh3, PdsPu3h, PtsPu3, Pu3Sis, RhsTh3, RhsU3, SnsU3.				
MnsSia(hP16)	AgsLus, AgsSrs, AssNis, CusGas, FesMos, ErsNis, EusGes, NdsRhs.				
B3Cr5(tI32)-Si3Ws(tI32)	EusGas, GasPms.				
Bacrs(tI32)-MnsSia(hP16)	GasYbs.				
SiaWs (±132) -MnsSia (hP16)	GeaThs.				

combinaciones posibles de compuestos ternarios intermetálicos. Es entonces claro que los cuasicristales si son una forma cristalina, además de que se muestra el poder predictivo de estos diagramas.

g) Usando la definición de las coordenadas hecha para los cuasicristales, elementos ternarios en general, se graficaron 70 superconductores con Tc> 10 K., los cuales cayeron en tres "islas" o regiones en los diagramas cuánticos.

En la región A se encuentran compuestos de la forma A15(cP8), con la fórmula T3M (La familia TM son los compuestos que contienen T = Ti, V, Zr, Nb ; M= C, N, O.). En la región B más de la mitad de los compuestos bóricos, carbónicos y nítricos que tienen la estructura B1 (NaCl (cF8)). La isla C contiene compuestos cuaternarios como YBa2Cu307.

4.4 Generalización de las coordenadas.

Un desarrollo general de los diagramas cuánticos es de lo más necesario, ya que es mucho mejor no tener que diferenciar los diagramas para compuestos de la forma AB, AB2, AB3, A3Bs, etc. Sino que en un sólo diagrama aparezcan todo tipo de compuestos.





Así, para los distintos tipos de compuestos tenemos las siguientes coordenadas:

Para compuestos binarios de la forma AxBy $x \le y$, y, x + y = 1, los parámetros atómicos se vuelven:

 $\overline{VE} = \chi(EV)_A + \chi(EV)_B$ $\overline{\Delta\chi} = 2\chi(\chi_A - \chi_B)$ $\overline{\Delta R} = 2\chi\{(r_s + r_p)_A - (r_s + r_p)_B\}.$

Para compuestos ternarios, tenemos:

$$\overline{EV} = \chi(EV)_{A} + \chi(EV)_{B} + z(EV)_{C}$$

$$\overline{\Delta\chi} = 2\chi(\chi_{A} - \chi_{B}) + 2\chi(\chi_{A} - \chi_{C}) + 2\chi(\chi_{B} - \chi_{C})$$

$$\overline{\Delta R} = 2\chi \left\{ R_{\sigma}^{A} - R_{\sigma}^{B} \right\} + 2\chi \left\{ R_{\sigma}^{A} - R_{\sigma}^{C} \right\} + 2\chi \left\{ R_{\sigma}^{B} - R_{\sigma}^{C} \right\}$$

donde $R_{\sigma}^{=}$ (r. + r_P), para compuestos AxByCz, x≤y≤z, y x+y+z=1. La condición x≤y para compuestos binarios y la condición x≤y≤z para compuestos ternarios, son muy importantes dado que con x=y, ó y=z existen dos soluciones del problema, y si en el caso de compuestos ternarios se tiene que x=y=z pueden existir hasta seis soluciones. Sin embargo, en muchos sólidos es posible escribir al compuesto ternario como un compuesto seudobinario:

(A1-xBx)1-zCz, con x=variable, y=constante.

Las fase cuaternarias pueden tratarse como compuestos seudoternarios promediando las coordenadas de los dos elementos con el mismo estado electrónico de valencia (elementos s, p, d y f).

Usando la definición de la tabla 1.1 para el poliedro de coordinación, se pueden agrupar en cinco tipos generales las 76 estructuras que se habían encontrado en los distintos diagramas (AB, AB2, etc.), quedando tan sólo 47 estructuras patrón (listadas en la tabla 1.1).

TABLA	4.8.	Combina	acione	es de	elemento.	s que fo	rman compuestos
icosaéd	iricos	ternar:	ios y	cuasi	lcristales	conocidos	. Abreviaciones:
stc,	compu	esto	terna	ario	estable;	s(m)qc,	, cuasicristal
(metaes	table) establ	le.				

Haterial.	Estructura.	
CutoLi30Al60	sqc	
Al25Mg36Zn38	mgc	
Cu9Mq36A155	mqc	
CunLis2A157	stc	
Zn17L132A151	stc	
Al25Li32Zn43	stc	
Al21Mg39Zn40	stc	
Ge19Na32Au49	stc	
Si19Na32Au49	stc	
SnisNa37Au48	stc	
GaisLiszZnsz	stc	
Ga16Mg32Zn52	stc	
Cu8Mg40A152	stc	
N125L131S144		
Cu36Li33Si31	•••	

En las figuras 4.11 se encuentran graficadas 2511 compuestos binarios, ternarios y cuaternarios. En estos diagramas las superficies de separación están dadas de la manera más simple posible que minimize el número de violaciones, aunque existen dominios en donde los compuestos pueden cristalizar con dos o mas modificaciones (polimorfismo). Los compuestos que se sabe experimentalmente cristalizan en dos o más estructuras diferentes se muestran en la tabla 4.9. Las violaciones (compuestos que aparecen en fuera de lugar) son un total de 66 en 2483 compuestos binarios, ternarios y cuaternarios, se presentan en la tabla 4.10.

Las estructuras que se manejan aquí son aquéllas de coordinación única (número de coordinación igual a uno), pero desgraciadamente la mayoría de los compuestos muestran tipos de

estructura más complicados, requiriéndose la introducción de dos y

. 1

TABLA 4.9. Compuestos que experimentalmente se encuentra que cristalizan en dos modificaciones pertenecientes a dos tipos de "coordinación única" distintas. (Usando las estructuras de la tabla 1.1).

Tipos de estructuras Representantes. relacionadas através del polimorfismo. Tipos tetraedro v octaedro. ClNa-CuFeSz AqInS2, AqInSe2, CdGeP2, CuGaSe2, CuInSe₂. ClNa-SZnc As2CdSn, CdIn2Set, CdIn2Tet, CdS, CdSe CdTe, CoO, HgTe, MgTe, MnS, OZn, SSn. ClNa-SZna CdS, CdSe, CeTe, CoO, InSb, MnS, MnSe Tipos octaedro y dodecaedro rómbico. ClCs-ClNa SbSn PhSh ClNa-W Tipos Cubo-octaedro y dodecaedro rómbico. IrMn, MnRh, NiZn AuCu-ClCs CoPt AuCu-HqMn ALCH-W MnNi Aucua-ClCs NisSi FeRh. ClCs-Cu Tipos cubo-octaedro y bipirámide eclipsada hexagonal truncada. PtV AuCd-AuCu Tipos dodecaedro-rómbico У bipirámide eclipsada hexagonal truncada. AuCd-ClCs AuCd, AuTi, PdTi, PtTi. Cu2FeSn, Cu2MnSn BiFs-Ma ClCs-Ma AqCd Au2Ti Mq-MoSi2

hasta cuatro poliedros de coordinación al mismo tiempo. Es entonces necesario ampliar el número de estructuras patrón para abarcar la mayor parte de los compuestos.

Con este desarrollo es posible calcular las tres coordenadas



FIGURA 4.11 Diagramas de estabilidad estructural tridimensionales para compuestos tipo de coordinación única, presentados en 16 secciones constantes de EV de ΔR vs. Δχ para 2483 fases daltónidas y beltónidas binarias, ternarias y cuaternarias. Las 66







FIGURA 4.11 (continuación).

violaciones se encuentran excluídas en éstas figuras. Los símbolos usados se encuentran en la tabla 1.1. CNA representa al tipo tetraedro, CN6 al tipo octaedro, CN12e al tipo cubo octaedro, CN12m al tipo bipirámide eclipsada hexagonal truncada y CN14 para el tipo dodecaedro rámbico. (Los compuestos que caen fuera de éstas fronteras han sido movidos dentro de la región indicado por



FIGURA 4.11 (continuación).

las flechas; los símbolos más grandes indican compuestos polimórficos que cristalizan en dos tipos diferentes de estructuras generales).[9].



FIGURA 4.11 (continuación).






FIGURA 4.11 (continuación).







FIGURA 4.11 (continuación).



FIGURA 4.11 (continuación).



FIGURA 4.11 (continuación).



FIGURA 4.11 (continuación).



FIGURA 4.11 (continuación).









de un compuesto dado, y encontrar en la sección adecuada su

TABLA 4.10 Compuestos que están fuera de lugar en los diagramas generales de estabilidad estructural (figuras 4.11). 66 violaciones de 2483 fases binarias, ternarias y cuaternarias.

AqBiTez (CrNaSz)	Ag-Bi-Ge-Te (ClNa)	Ag-Gd-In (ClCs)
Aq-S-Sb-Se (ClNa)	Ag-Sb-Se-Te (ClNa)	AlsCuMoz (AlsTí)
AlzCuU (AlsTi)	Al-Fe-Pd (AuCus)	Al-Ga-Nb (AlsTi)
Al2HfZn (AuCus)	AlsMo2Ni (AlsTi)	Al-Sn-U (AuCus)
As-Cd-S (SZnh)	As-Ga-Se (SZnc)	As-Ga-Te (SZnc)
As-Ge-In-Zn (CuFeS2)	As-In-Te (SZnc)	As2SeSr (SZnc)
As-Te-Zn (SZnc)	BeO (SZnh)	BipSr (AuCup)
CasPb (AuCus)	CaHN (ClNa)	Cd-Ga-Se (SZnh)
Cd-Ga-Te (SZnc)	Cd-In-Se (SZnc)	Cd-P-Se (SZnh)
Cd-P-Te (SZnc)	Ce-Pd-Rh (AuCus)	CeRh3 (AuCus)
CrH (SZnc)	Cu-Ge-Se-Sn (SZnc)	CuTi (AuCu)
EuPb (AuCu)	FesPt (AuCus)	Ga-Hg-Te (S2nc)
GaLiS ₂ (MnN ₂ Si)	Ga-S-Zn (SZnc)	Ga-Sb-Te (SZnc)
Ga-Se-Sm (SZnc)	Ga-Se-Te (SZnch)	Ga-Sb-Yb (SZnc)
Ga-Se-Zm (SZnc)	Ga-Te-Zn (SZnc)	GaYb (AuCu)
GdRh (ClCs)	GeMnN2 (MnN2Si)	Ge-Mn-Te (SZnc)
In-Sn-Th (AuCus)	In-Te-Zn (SZnc)	InY (CLCs)
Ge-Si-U (AuCus)	InLa (ClCs)	In-Sb-Te (SZnc)
LaT1 (ClCs)	LiN2Si (MnN2Si)	LuPbz (MoSiz)
LuPd (ClCs)	LiN2P (CuFeS2)	Mn-Se-Te (ClNa)
OPb (OPb)	Pd-Pt-Sn (AuCus)	RuoU (AuCuo)
SmTl (AuCu)	SnYb (AuCu)	Tly (ClCs).
	······································	

Nota: La estructura tipo está dada entre paréntesis.

localización. Si la estructura del compuesto pertenece a uno de los cinco tipos generales de estructura, entonces su estructura puede ser predicha, utilizando los diagramas particulares de las estructuras binarias, ternarias o cuaternarias.

Este desarrollo lo hice para los compuestos La2CuO4 y La2NiO4, observándose en la figura 4.10a que estos caen en la región C, asignada a los superconductores como (La,Sr)2CuO4 e YBa2Cu3O7. Sin embargo el La2NiO4 no es superconductor mientras que el La2CuO4 si lo es aunque no tiene una Tc tan alta como el (La,Sr)2CuO4 o el YBa2Cu3O7. Este desarrollo es general, ya que es imposible distinguir, por ejemplo, las concentraciones de Sr en el La, quedándose en la forma general (La,Sr)2CuO4, cuando se debería (La,Sr)2CuO4, cuando se debería tener La2-xSrxCuO4.

4.4 Conclusión.

En la sección anterior se han investigado los tipos de estructura para los cuales cada posición atómica de la estructura tiene la misma vecindad. A esto le llamamos tipos de coordinación única. Existen 47 estructuras cristalinas "clásicas" del tipo de coordinación única, las cuales contienen 2511 compuestos binarios, ternarios y cuaternarios. Para 44 de éstas estructuras patrón se encontró que 2483 (99%) de estos compuestos cristalizan en una de siguientes tipos de estructuras generales: tetraedro, las octaedro, cubo-octaedro, dodecaedro rómbico ó bipirámide eclipsada único diagrama tridimensional hexagonal truncada. Un de estabilidad estructural separa 2483 de los compuestos dentro de los cinco tipos de estructuras generales con una precisión del 97%

El carácter predictivo de estos diagramas radica en el hecho de que las tres coordenadas describen satisfactoriamente la estructura cristalina del sólido:

La suma de los electrones de valencia nos habla acerca del número de cargas que intervienen en el enlace atómico, estando el cáracter de este enlace determinado por la diferencia de electronegatividades. La última coordenada ΔR_{σ} mide el tamaño del espacio interatómico ocupado por el gas de electrones de valencia. Este espacio está determinado, en buena medida, por los electrones s y p del carozo atómico a los cuales Zunger califica como responsables de la estructura cristalina.

Sería sorprendente que un método simple y general como el aguí expuesto fuese capaz de predecir con todo detalle las propiedades de transporte de las estructuras cristalinas. De hecho, es notable que el método haga predicciones confiables de éstas últimas, y en tal habilidad radica su utilidad. A pesar de esta limitación, la ubicación de diferentes compuestos en una misma región de un diagrama es un indicativo de que alcuno de entre esos compuestos puede tener las propiedades buscadas. En Altima instancia, separar una serie de tales compuestos mediante un diagrama estructural sería el primer paso para el estudio de familias con propiedades similares. aunque los diferentes compuestos de estas familias puedan diferir en otros aspectos, principalmente en sus propiedades de transporte.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] PÁVLOV, P. V., JOJLOV, A.F. Física del estado sólido, la ed. Moscú, Ed. MIR, 1987, 431pp.
- BIJVOET, J.M., KOLKMEYER, N.H., MACGILLAVRY, CAROLINE H. X-Ray Analysis of Cristals; 1a ed. en inglés, Londres, Ed. Butterworths Scientific Publications, 1951, 304 pp.1, 304 pp.
- [3] HALL, H. E. FisicadelEstadoSólido; 1a

ed., México, Ed. Limusa, 1978, 401pp.

- BRUHNS, W., RAMDOHR, P., Cristalografia; 5a ed., México, Ed
 U.T.E.H.A, 1965, 127 pp., Manuales U.T.E.H.A. no.38.
- [5] OMAR, M. ALI., Elementary Solid State Physics; 1a ed. U.S.A., Ed. Addison-Wesley, 1975, 669 pp.
- [6] BROWN, P.J., FORSYTH, J.B., The Crystal Structure of Solids; 1a reimpresión con correcciones, Londres, Ed. Edward Arnold., 1979, 172 pp., 172 pp.
- [7] LEON LOPEZ ENRRIQUE G. Física de los cristales. Ed.LIMUSA. Méx. 1984.
- [8] FABRGAT G. FRANCISCO J. Cristalografía Geométrica. Ed.UNAM, Méx. 1971.
- [9] P.VILLARS, F.HULLIGER, J. Less-CommonNet., 132 (1987) 289-315.
- [10] COULSON, C.A. Valence ; 2a ed.Oxford, Ed.Oxford University Press, 1972, 406 pp.

- [11] SLATER, J.C. Quantum Theory of Atomic Structure ,vols.1 y II; laed.NewYork, Ed.MacGraw-Hill, 1960, 502pp. (volI), 439pp. (volII)
- [12] SLATER, J.C. Quantum Theory of Holecules and Solids, vol. IV; la ed.New York, Ed.MacGraw-Hill, 1974, 583 pp.
- [13] SLATER, J.C. Quantum Theory of Holecules and Solids, vol. III; la ed.New York, Ed. MacGraw-Hill, 1967, 549 pp.
- [14] SLATER, J.C. Quantum Theory of Matter; 2a ed.New York, Ed. MacGraw-Hill, 1968, 763 pp.
- [15] PHILLIPS, J.C., KLEINMAN, L. Phys. Rev 116 287 (1959).
- [16] G.SIMMONS.J. Chem. Phys. 55 756 (1971 a).
- [17] G.SIMMONS.Chem. Phys. Lett. 12 404 (1971 b).
- [18] A.ZUNGER, S.TOPIOL, M.A.RATNER, Chem. Phys. 39 (1979) 75-90
- [19] A.ZUNGER, M.A.RATNER, Chem. Phys. 30 (1978) 423-443.
- [20] A.ZUNGER, M.L.COHEN, Phys. Rev. B18 5449 (1978)
- [21] G.SIMMONS, A.N. BLOCH. Phys. Rev. B7 2754 (1973).
- [22] CHELLIKOWSKI, J.J.C. PHILLIPS. Phys. Rev. B17, 2493 (1973); Phys. Rev. Lett. 24 1687 (1977)
- [23] J. SAINT JOHN, A.BLOCH. Phys. Rev. Lett. 33 1095 (1974).
- [24] P.HOHENBERG, W.KOHN, Phys. Rev. 136 B864 (1964).
- [25] W.KOHN, L.J.SHAM, Phys. Rev. 140 A1133 (1965).
- [26] A.ZUNGER, M.L.COHEN, Phys. Rev. B 20 4082 (1979)
- [27] A.ZUNGER, Phys. Rev. B22 5839 (1980).
- [28] E.MOOSER, W.B.PEARSON. Acta Christ. 12 1015 (1959).
- [29] A.ZUNGER, Phys. Rev. Lett. 44 582 (1980)
- [30] P.VILLARS, J. Less-Common Met., 92 (1983) 215-238.
- [31] P.VILLARS, J. less-Common Met., 99 (1984) 33-43.
- [32] P.VILLARS, J. Less-Common Net., 102 (1984) 199-211.

[33] P.VILLARS, J.C. PHILLIPS, H.S. CHEN., Phys. Rev. Lett. 57 3085 (1986)

[34] P.VILLARS, J.C. PHILLIPS, Phys. Rev. B. / 3245 (1988).

[35] A.J.MARTYNOV, S.S.BATSANOV, Russ. J. Inorg. Chem., 25(1980)1737.

[36] P.VILLARS, J.C.PHILLIPS, K.RABE, I.D. BROWN, Chemical Trends in High-Tc Ferroelectricity and Superconductivity. En prensa.

[37] M.L.COHEN, Science. 234 549 (1986).