



01180

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
Facultad de Ingeniería

2  
2ey

ESTUDIO TEORICO-EXPERIMENTAL DE LAS FUERZAS INDUCIDAS  
POR LOS SISTEMAS DE SELLOS DE LABERINTO RECTOS,  
CONVERGENTES, DIVERGENTES Y MIXTOS SOBRE LOS ROTORES  
DE TURBINAS DE VAPOR, TURBINAS DE GAS Y COMPRESORES

OCTAVIO RAMON SALAZAR SAN ANDRES

TESIS DOCTORAL

PRESENTADA A LA DIVISION DE ESTUDIOS DE  
POSGRADO DE LA

FACULTAD DE INGENIERIA



01181  
V O S S E S I T A T I O N E S  
ta a h o i c e r d i s E d u d a n g F

LA N T E S M D Y G A S B I E C T O R T R A S N A S T U D E S  
N S I U U D A S B R O C T X R M A R Q U E D E E L L I S T O S S I  
D E A L B D A S B I Z A S R U C E N E  
D R C O S P R D E V A P O M

D R N E S T R A M O C A S A Z A

TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INDICE

RESUMEN

ABSTRACT

INDICE.....1

LISTA DE FIGURAS.....v

NOMENCLATURA.....xxiv

INTRODUCCION.....xxviii

CAPITULO 1. DESCRIPCION DE LAS FUERZAS Y VIBRACIONES

SUBSINCRONAS INDUCIDAS POR LOS SELLOS DE

LABERINTO.....1

1.1 Introducci3n.....1

1.2 Localizaci3n, funcionamiento y geometrías de los  
sellos de laberinto para turbinas y compresores...5

1.3 Descripci3n de la fuerza inducida por el flujo  
que escapa a trav3s de los sellos de laberinto...10

CAPITULO 2. REVISION BIBLIOGRAFICA ACERCA DE LAS

FUERZAS Y VIBRACIONES INDUCIDAS POR

LOS SELLOS DE LABERINTO.....14

2.1 Introducci3n.....14

2.2 Revisi3n bibliogr3fica.....14

2.3 Conclusiones de la revisi3n bibliogr3fica.....47

CAPITULO 3. MODELO MATEMATICO PARA DETERMINAR LAS

FUERZAS INDUCIDAS POR LOS SELLOS DE

LABERINTO.....50

3.1	Introducción.....	50
3.2	Modelo matemático.....	51
3.3	Expresión de Troyanovski para calcular las fugas a través de los sellos de laberinto.....	60
3.4	Linealización de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento empleando la teoría de perturbaciones.....	61
3.4.1	Solución de orden cero.....	65
3.4.2	Solución de orden uno.....	66
3.5	Cálculo de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los sellos de laberinto.....	76
<b>CAPITULO 4. EVALUACION DEL MODELO MATEMATICO APLICADO</b>		
A SELLOS DE LABERINTO RECTOS Y MIXTOS.....		82
4.1	Introducción.....	82
4.2	Evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto rectos.....	83
4.3	Evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto mixtos.....	97
4.4	Conclusiones de la evaluación del modelo matemático para sellos de laberinto rectos y mixtos.....	100
<b>CAPITULO 5. DESCRIPCION DEL EQUIPO EXPERIMENTAL PARA</b>		
SELLOS DE LABERINTO RECTOS, CONVERGENTES Y DIVERGENTES.....		104
5.1	Introducción.....	104



5.2 Descripción del equipo experimental para sellos de laberinto rectos, convergentes y divergentes.....	106
5.3 Problemas detectados durante la puesta en marcha del equipo experimental.....	124
5.4 Conclusiones sobre el equipo experimental.....	125
<b>CAPITULO 6. COMPARACION ENTRE EL MODELO TEORICO Y</b>	
<b>LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA</b>	
<b>SELLOS RECTOS, CONVERGENTES Y DIVERGENTES...127</b>	
6.1 Introducción.....	127
6.2 Estudio teórico - experimental de los sellos de laberinto rectos.....	129
6.2.1 Conclusiones sobre la evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto rectos.....	142
6.3 Estudio teórico - experimental de los sellos de laberinto convergentes.....	143
6.3.1 Conclusiones relativas a la evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto convergentes.....	155
6.4 Estudio teórico - experimental de los sellos de laberinto divergentes.....	155
6.4.1 Conclusiones relativas a la evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto divergentes.....	170

7

6.5 Comparación entre el comportamiento de los sellos convergentes y divergentes.....	170
CAPITULO 7. CONCLUSIONES.....	183
REFERENCIAS.....	188
ANEXO A. DEDUCCION DE LAS ECUACIONES DE CONTINUIDAD Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.....	198
A.1 Introducción.....	198
A.2 Ecuación de continuidad.....	198
A.3 Ecuación de cantidad de movimiento.....	199
ANEXO B. PROGRAMA DE COMPUTO.....	203
B.1 Introducción.....	203
B.2 Introducción de los datos al programa.....	203
B.3 Programa de cómputo.....	211

## LISTA DE FIGURAS

<u>Figura número</u>	<u>Descripción</u>	<u>Página</u>
1.1	Sistema externo de sellos de laberinto rectos de la turbina Toshiba de 5 MW, instalada en Los Azufres, Michoacán. Ref [5].	2
1.2	Sistema interno de sellos de laberinto: a) Sellos ubicados en la parte superior de los álabes. b) Sellos localizados entre el diafragma de toberas y el rotor.	3
1.3	Geometrías básicas empleadas en sellos de laberinto: a) Recta. b) Mixta o combinada. c) Escalonada.	7
1.4	Nuevos tipos de sellos: a) Sellos 'panal de abeja'. Bondarenko y Pshik [16]. b) Sellos helicoidales. Miyake et al. [17].	8
1.5	Clasificación adicional de los sellos de laberinto: a) Convergentes. b) Divergentes. c) Rectos.	9
1.6	Excentricidad que provoca una	

	distribución de la presión estática en dirección circunferencial y a la vez una fuerza resultante $F$ con componentes $F_x$ y $F_y$ . Alford [18].	12
2.1	Area de salida menor que la de entrada. Conjunto de sellos inestable según Alford [18].	16
2.2	Area de salida mayor que la de entrada. Conjunto de sellos estable según Alford [18].	18
2.3	Soporte original de los sellos de laberinto de una turbina de gas. Alford [27].	20
2.4	Soporte modificado de los sellos de laberinto de la figura 2.3 para incrementar la rigidez y el amortiguamiento. Alford [27].	21
2.5	Ensamble de la parte fija de los sellos de laberinto de una turbina de gas en la zona de baja presión. Alford [27].	22
2.6	Ensamble de la parte móvil de los sellos de laberinto de una turbina de gas en la zona de baja presión. Alford [27].	23



- 2.7 Aumento de la estabilidad de los sellos localizados en la parte superior de los álabes por la adición de sellos extra a la carcasa. Kuzmichev et al. [34]. 26
- 2.8 Modelo de Kostyuk [2]: a) Balance de materia en un volumen de control ubicado en el interior de una cámara formada por sellos rectos. b) Diagrama de cuerpo libre del mismo volumen de control. Dibujo tomado de Kostyuk [2]. 27
- 2.9 Efecto Lomakin que tiende a centrar el rotor a causa de la diferencia de presión estática en el interior de la(s) cámara(s), provocada por un desplazamiento lateral del rotor, paralelo al eje de la máquina. Lomakin [36]. 28
- 2.10 Condiciones creadas en el interior de las cámaras por la estructura de los componentes de la velocidad de entrada al grupo de sellos: a) Axial. b) Tangencial. c) Combinada axial-tangencial. Dibujo tomado de Boyman y Suter [37]. 30

2.11	Configuración del flujo en una cámara considerando al medio incompresible y para tres velocidades de entrada distintas: a) Cuando el componente axial de la velocidad es casi nulo. b) Para una combinación de los componentes axial y circunferencial. c) Componente axial mayor que el circunferencial. Esquema tomado de Stoff [38].	31
2.12	División de una cámara en dos volúmenes de control para su análisis. Dibujo tomado de Wyssmann et al. [6].	36
2.13	Las cuatro zonas dominantes en que puede dividirse el flujo dentro de una cámara. Stoff [38], Wyssmann et al. [6] y Jenny [46]. Dibujo tomado de Wyssmann et al. [6].	38
2.14	Comparación entre la presión medida por Childs y Scharrer [50] y la calculada por Rhode y Sobolik [49] con un programa de cómputo herencia del código TEACH, para una cámara. Gráfica tomada de Rhode y Sobolik [49].	41
2.15	Comparación entre los resultados	

	alcanzados por Rhode y Sobolik [49] y los medidos por Stoff [38], respecto a la velocidad en el interior de una cámara sencilla. Gráfica tomada de Rhode y Sobolik [49].	42
2.16	Comparación entre los resultados experimentales alcanzados por Childs et al. [51] y [52] y los teóricos de Tam et al. [43] para una cámara: a) Fuerza radial. b) Fuerza tangencial. Gráfica tomada de Tam et al. [43].	43
3.1	Volumen de control en el interior de una cámara del sistema de sellos de laberinto.	54
3.2	Volumen de control que muestra el balance de materia que circula por una cámara del sistema de sellos de laberinto.	55
3.3	Balance de fuerzas que intervienen en una cámara: a) Diagrama de cuerpo libre del volumen de control de la figura 3.1. b) Aproximación al volumen de control antes señalado.	56
3.4	Coefficiente $\mu_1$ para sellos de laberinto con geometrías y dimensiones diversas.	

- Gráfica tomada de Schegliáiev [9]. 62
- 3.5 Coeficiente de corrección  $K_1$  para calcular las fugas por los sellos de laberinto ensamblados totalmente en el rotor. Gráfica extraída de Schegliáiev [9]. 63
- 4.1 Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.32$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 51.88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3]. 85
- 4.2 Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.66$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 37.47 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3]. 86
- 4.3 Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.32$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a



- 66.68 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3]. 88
- 4.4 Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.66$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 33.44 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3]. 89
- 4.5 Coeficiente de rigidez mixto contra velocidad del rotor para sellos instalados en la carcasa, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 60 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48]. 90
- 4.6 Coeficiente de rigidez directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en la carcasa, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 60 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48]. 91

- 4.7 Coeficiente de amortiguamiento directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en la carcasa, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 60 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48]. 92
- 4.8 Coeficiente de rigidez mixto contra velocidad del rotor para sellos instalados en éste, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48]. 93
- 4.9 Coeficiente de rigidez directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en éste, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48]. 94
- 4.10 Coeficiente de amortiguamiento directo

7

contra velocidad del rotor para sellos instalados en éste, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48]. 95

4.11 Fuerza de excitación contra excentricidad para  $P_s / P_e = 0.39$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a 65.4 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3]. 98

4.12 Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.49$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a 140.2 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3]. 99

4.13 Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para una frecuencia de

	rotación de $1000 \text{ s}^{-1}$ $P_s / P_e = 0.66$ y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a $46.9 \text{ m/s}$ . Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].	101
4.14	Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para una frecuencia de rotación de $747 \text{ s}^{-1}$ $P_s / P_e = 0.49$ y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a $29.9 \text{ m/s}$ . Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].	102
5.1	Fotografía de la instalación completa del banco de pruebas empleado para analizar el comportamiento de sellos de laberinto rectos, convergentes y divergentes.	107
5.2	Fotografía del ensamble rotor - carcasa.	109
5.3	Carcasa con los sellos de laberinto.	110
5.4	Parte superior de la carcasa donde se	



	pueden distinguir las tomas de presión estática, el conector de alimentación del aire y el tornillo que sirve para apretar el carbón contra el rotor.	111
5.5	Pedestal con tres grados de libertad para soportar la carcasa.	113
5.6	Regulador de presión con válvula de diafragma.	114
5.7	Medidor de flujo del tipo turbina.	115
5.8	Carátula del medidor de flujo.	116
5.9	Filtro de aluminio con arena silícica.	117
5.10	Micromanómetro digital.	118
5.11	Selector de presiones con veinte canales.	119
5.12	Rotor experimental empleado para las pruebas de los sellos de laberinto.	121
5.13	Filtro digital de vectores Bently Nevada.	122
5.14	Tacómetro de la instalación general.	123
6.1	Distribución de presión en la cámara de admisión para posiciones del rotor concéntrica y excéntrica. Se observa que al estar el rotor excéntrico, la distribución de presión es mayor en todo punto respecto a la localización	

- concéntrica. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). Sellos de laberinto rectos. 131
- 6.2 Distribución de presión en la cámara dos para sellos rectos, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidades angulares comprendidas entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto. 132
- 6.3 Distribución de presión en la cámara nueve para sellos rectos, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidades angulares comprendidas entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto. 133
- 6.4 Distribución de presión en la cámara dos para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 135
- 6.5 Distribución de presión en la cámara dos para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil

- revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 136
- 6.6 Distribución de presión en la cámara nueve para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 137
- 6.7 Distribución de presión en la cámara nueve para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 138
- 6.8 Demostración de que la presión es mayor cuando el rotor se encuentra concéntrico. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 140
- 6.9 Distribución de presión en la cámara de admisión para posiciones del rotor concéntrica y excéntrica. La excentricidad se localiza en dirección

	del eje 'x' (cero grados). Sellos de laberinto convergentes.	145
6.10	Distribución de presión en la cámara dos para sellos convergentes y una posición concéntrica del rotor con la carcasa.	146
6.11	Distribución de presión en la cámara nueve para sellos convergentes y una posición concéntrica del rotor con la carcasa.	148
6.12	Distribución de presión en la cámara dos para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).	149
6.13	Distribución de presión en la cámara dos para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).	150
6.14	Distribución de presión en la cámara nueve para sellos convergentes,	



- posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 152
- 6.15 Distribución de presión en la cámara nueve para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 153
- 6.16 Demostración de que la presión es mayor cuando el rotor se encuentra estático. Sellos de laberinto convergentes. 154
- 6.17 Distribución de presión en la cámara de admisión cuando el rotor se halla concéntrico, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto. Sellos de laberinto divergentes. 156
- 6.18 Distribución de presión en la cámara de admisión cuando el rotor se halla excéntrico, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). Sellos de

	laberinto divergentes.	157
6.19	Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula.	159
6.20	Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto.	160
6.21	Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula.	161
6.22	Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto.	162
6.23	Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).	164

- 6.24 Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 165
- 6.25 Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 167
- 6.26 Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 168
- 6.27 Demostración de que la presión es mayor cuando el rotor se encuentra estático. 169
- 6.28 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes

- cuando el rotor se encuentra estático y concéntrico con la carcasa. 174
- 6.29 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra girando a cuatro mil revoluciones por minuto y concéntrico con la carcasa. 175
- 6.30 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y con velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en en dirección del eje 'x' (cero grados). 176
- 6.31 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y girando a cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 177
- 6.32 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes

- cuando el rotor se encuentra concéntrico y con velocidad angular nula. 178
- 6.33 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra concéntrico y girando a cuatro mil revoluciones por minuto. 179
- 6.34 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y con velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección el eje 'x' (cero grados). 180
- 6.35 Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y con velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). 181

## NOMENCLATURA

### Variables

A	área circunferencial por unidad de longitud, matriz de coeficientes;
a	excentricidad en dirección 'x';
B	vector de coeficientes;
b	excentricidad en dirección 'y';
C	coeficiente de amortiguamiento;
$D_h$	diámetro hidráulico;
$E_o^*$	número adimensional de Benckert y Wachter (3.77);
e	excentricidad;
F	fuerza;
G	coeficiente de la ecuación de continuidad perturbada;
h	altura del sello;
K	coeficiente de rigidez, coeficiente para corregir el flujo másico a través de los sellos de laberinto rectos;
$K_Q^*$	número adimensional de Benckert y Wachter (3.78);
L	distancia entre sellos adyacentes;
M	flujo másico por unidad de longitud circunferencial;
MC	exponente del número de Reynolds para calcular



7

el factor de fricción en la carcasa;

MR exponente del número de Reynolds para calcular el factor de fricción en el rotor;

m flujo másico;

N número de cámaras;

NC coeficiente del número de Reynolds para calcular el factor de fricción en la carcasa;

NR coeficiente del número de Reynolds para calcular el factor de fricción en el rotor;

P presión;

PATM presión atmosférica;

R número de Reynolds, constante del gas ideal;

r radio;

S distancia entre sellos de laberinto rectos, suma resta de las presiones perturbadas para todas las cámaras;

T temperatura;

t tiempo;

u velocidad periférica del rotor;

V velocidad del flujo en dirección circunferencial;

v volumen específico;

X coeficiente de la ecuación de cantidad de movimiento perturbada, vector de incógnitas relacionadas con la presión y velocidad, desplazamiento en dirección 'x';

- Y desplazamiento en dirección 'y';  
Z número de sellos.

### Simbología griega

- $\Delta$  espesor del sello;  
 $\delta$  claro;  
 $\epsilon$  relación de excentricidad;  
 $\lambda$  factor de fricción;  
 $\mu$  relación entre gasto másico real e ideal;  
 $\nu$  viscosidad cinemática;  
 $\omega$  frecuencia de rotación del rotor;  
 $\theta$  ángulo en dirección circunferencial;  
 $\tau$  esfuerzo cortante;  
 $\varphi$  ángulo tangencial.

### Subíndices

- ax axial;  
c relativo a la carcasa, relativo a la perturbación  
coseno;  
e relativo a la entrada;  
i número de cámara;  
r relativo al rotor;  
s relativo a la perturbación seno, relativo a la

- salida;
- x relativo a la dirección 'x';
- y relativo a la dirección 'y';
- 0 características del flujo cuando el rotor está concéntrico;
- 1 correspondiente a la zona exterior del rotor, parte perturbada;
- 2 correspondiente a la zona interior de la carcasa.

### Superíndices

- T transpuesta;
- . derivada respecto al tiempo;
- + propiedad del coeficiente relacionado con el coseno y seno de la suma de los ángulos  $\theta$  y  $\omega t$ ;
- propiedad del coeficiente relacionado con el coseno y seno de la resta de los ángulos  $\theta$  y  $\omega t$ .

## INTRODUCCION

Los modelos actuales que describen el comportamiento de los rotores de turbinas y compresores, no contemplan la influencia que los sellos de laberinto ejercen sobre éstos a consecuencia de un desconocimiento de su fenomenología. Sin embargo, los sellos de laberinto inducen fuerzas que excitan a los rotores a partir de ciertas condiciones, dando origen en estos casos a vibraciones subsíncronas que como su nombre lo indica, poseen una frecuencia inferior a la velocidad angular del rotor.

El objetivo de este trabajo fue desarrollar un modelo confiable que ayudara a predecir el comportamiento de los rotores de una manera más completa, al calcular las fuerzas inducidas por los sellos de laberinto rectos, convergentes, divergentes y mixtos. Una investigación como ésta debería incorporarse en forma de rutina a un programa general relacionado con el estudio de rotores, donde se consideraran: desalineamientos, fracturas, chumaceras, desbalanceo, cambios en el régimen de funcionamiento, vibraciones torsionales, corrientes eléctricas, efecto giroscópico, acoplamientos, reductores de velocidad, reguladores de la misma, etc.

A partir del primer artículo de Thomas [1] publicado en 1955, algunas investigaciones se llevaron a cabo para

7

analizar la interacción flujo-rotor-sellos como se detalla en los capítulos uno y dos, donde en forma respectiva se describen: la autoexcitación originada por los sellos de laberinto y los estudios que históricamente han sido importantes. Entre los trabajos pioneros se encuentran los de Kostyuk [2], Benckert y Wachter [3], Iwatsubo [4], Iwatsubo et al. [5], Wyssmann et al. [6], Childs y Scharrer [7] y algunos más recopilados en la revisión bibliográfica. Estas investigaciones demostraron lo complicado que es predecir con exactitud la magnitud de las fuerzas de excitación, las distribuciones de la presión estática y la velocidad del fluido en las cámaras de los sellos de laberinto.

Dada la naturaleza del fenómeno, los métodos perturbatorios fueron los más aplicados durante los últimos veinte años para resolver las ecuaciones que constituyen el modelo matemático, cuya solución permite calcular las fuerzas y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los sellos de laberinto. Sin embargo, estos trabajos emplearon formulaciones para calcular las fugas de vapor o gas donde no se contemplaba en forma detallada la importancia que el perfil de los sellos posee, perdiendo exactitud en los resultados obtenidos. La presente investigación incluye este efecto, al aplicar una metodología tan versátil como la planteada por Trojanovskij

[8] y Schegliáiev [9] para calcular las fugas, lo que en forma conjunta con el modelo propuesto, constituye una aportación para determinar con mayor precisión el comportamiento del fluido a través de las cámaras. Por otra parte, al generalizar el modelo matemático para calcular las fuerzas inducidas por sellos de laberinto convergentes, divergentes y mixtos, se tiene una aportación útil, ya que los sellos rectos durante la operación de las unidades no mantienen una distancia constante con el rotor, como las investigaciones anteriores supusieron, sino que tienden en algunos casos a formar geometrías similares a las mostradas en la figura 1.5 del capítulo uno, donde la convergencia o divergencia se origina por la erosión o por localizarse los sellos cerca de alguna chumacera, donde la deflexión del rotor es casi nula, incrementándose ésta a medida que el rotor se aleja de ella.

Los capítulos tres y cuatro contienen el modelo matemático y una evaluación del mismo para sellos rectos y mixtos respectivamente, al comparar los resultados teóricos con datos experimentales de las dos publicaciones clásicas acerca del tema, como son las de Benckert y Wachter [3] y Childs y Scharrer [7], que hasta el momento demostraron ser las más precisas. Sin embargo, aunque los primeros llevaron a cabo una investigación donde se incluyeron las geometrías recta y mixta, no incorporaron mediciones cuando el rotor

estaba en operación, esto para el tipo recto. Por otra parte, los segundos llevaron a cabo experimentación sobre sellos rectos únicamente, incluyendo la velocidad del rotor, pero encontrando problemas para validar el coeficiente de amortiguamiento mixto a consecuencia de no caer los resultados en el intervalo esperado. Esto también se deduce después de revisar el capítulo cuatro que contiene la evaluación del modelo.

Como puede concluirse del párrafo anterior, las investigaciones experimentales que se encuentran en la literatura son pocas, con excepción de los mixtos, haciendo difícil validar los resultados obtenidos por medio de la teoría, en especial cuando el rotor gira y la geometría de los sellos es convergente o divergente. Por tanto, a causa de no tener disponible una máquina real donde se pudiera analizar el comportamiento del flujo a través de los sellos de laberinto y sus variantes de tipo recto, convergente y divergente, se diseñó y construyó un equipo a escala que posee la ventaja de estar instalado sobre un rotor experimental totalmente instrumentado, donde se reproducen los efectos de la rigidez y el amortiguamiento, incluyendo la interacción de las chumaceras hidrodinámicas. Este modelo a escala consiste en una carcasa que es capaz de contener hasta diez sellos de laberinto, según se describe en el capítulo cinco, además de poder determinar en forma

7

directa a través de una integración de la presión, las fuerzas de excitación en cualquier cámara, sin necesidad de globalizar el resultado en una fuerza total, lo que permite una simulación más precisa al localizar cada fuerza en su lugar exacto.

De los capítulos cuatro y seis se concluye que el modelo matemático propuesto es capaz de predecir las fuerzas inducidas por los sellos de laberinto rectos, convergentes, divergentes y mixtos, y que los métodos perturbatorios representan un instrumento adecuado, sobre todo cuando se trata de modelar una gran cantidad de sellos como la existente en turbinas y compresores, donde inclusive se tienen hasta ochenta y nueve de ellos en línea, haciendo imposible la aplicación de cualquier método numérico basado en discretizaciones del medio, en especial durante el arranque de las unidades.

Un modelo como éste puede incorporarse a sistemas de monitoreo portátiles o instalados en planta, ya que es posible obtener una respuesta en pocos minutos e inclusive segundos, dependiendo de la cantidad de sellos analizada.

El capítulo siete contiene las conclusiones, así como las recomendaciones para investigaciones futuras.

En el anexo A se presenta la deducción del modelo matemático. En el anexo B se lista el programa de cómputo que resuelve el modelo, así como un manual para el usuario.



## CAPITULO 1

### DESCRIPCION DE LAS FUERZAS Y VIBRACIONES SUBSINCRONAS INDUCIDAS POR LOS SELLOS DE LABERINTO

#### 1.1 Introducción

Los sellos de laberinto de las turbinas y compresores tienden a inducir vibraciones subsíncronas en los rotores a causa de la excentricidad, o de la orbitación natural que éstos presentan durante su funcionamiento. Estas vibraciones como Vance [10] hizo notar, poseen una frecuencia inferior a la del rotor y por tanto, no son producto del desbalanceo.

El término 'sistema de sellos de laberinto' engloba tanto a los conjuntos de sellos que evitan las fugas hacia el medio ambiente, el cual se conoce por sistema externo, como a los grupos de sellos que impiden las fugas entre etapas y que se denomina sistema interno, figuras 1.1 y 1.2 respectivamente.

La aparición de vibraciones subsíncronas en rotores no es algo nuevo, pues en los años veinte, investigadores de General Electric [11] las detectaron en turbocompresores calculados y manufacturados por ellos mismos. Aunque la fuente del problema no se localizó inmediatamente, las primeras conclusiones parecían indicar que los rozamientos

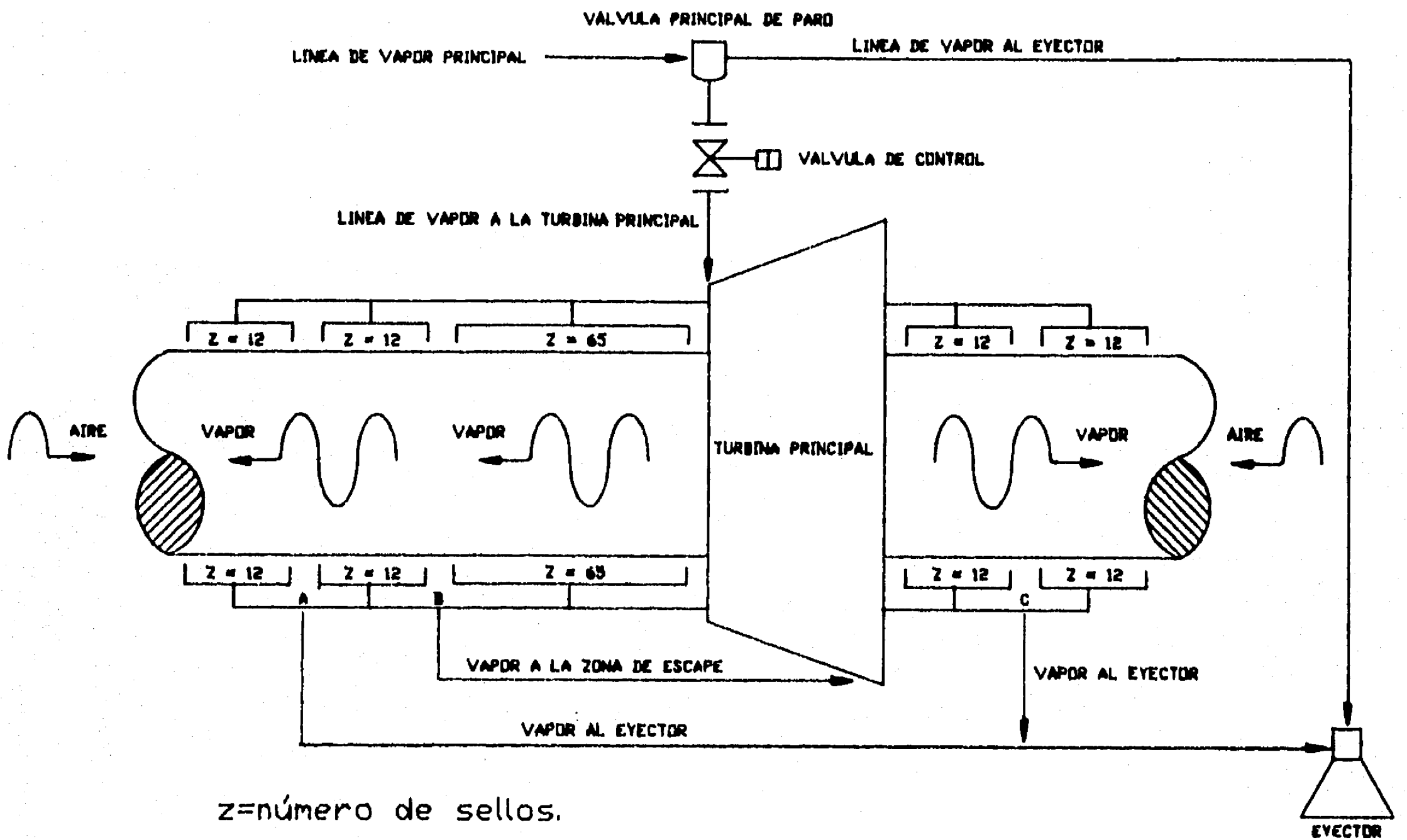


Figura 1.1. Sistema externo de sellos de laberinto rectos de la turbina Toshiba de 5 MW, instalada en Los Azufres, Michoacán. Ref. [14].

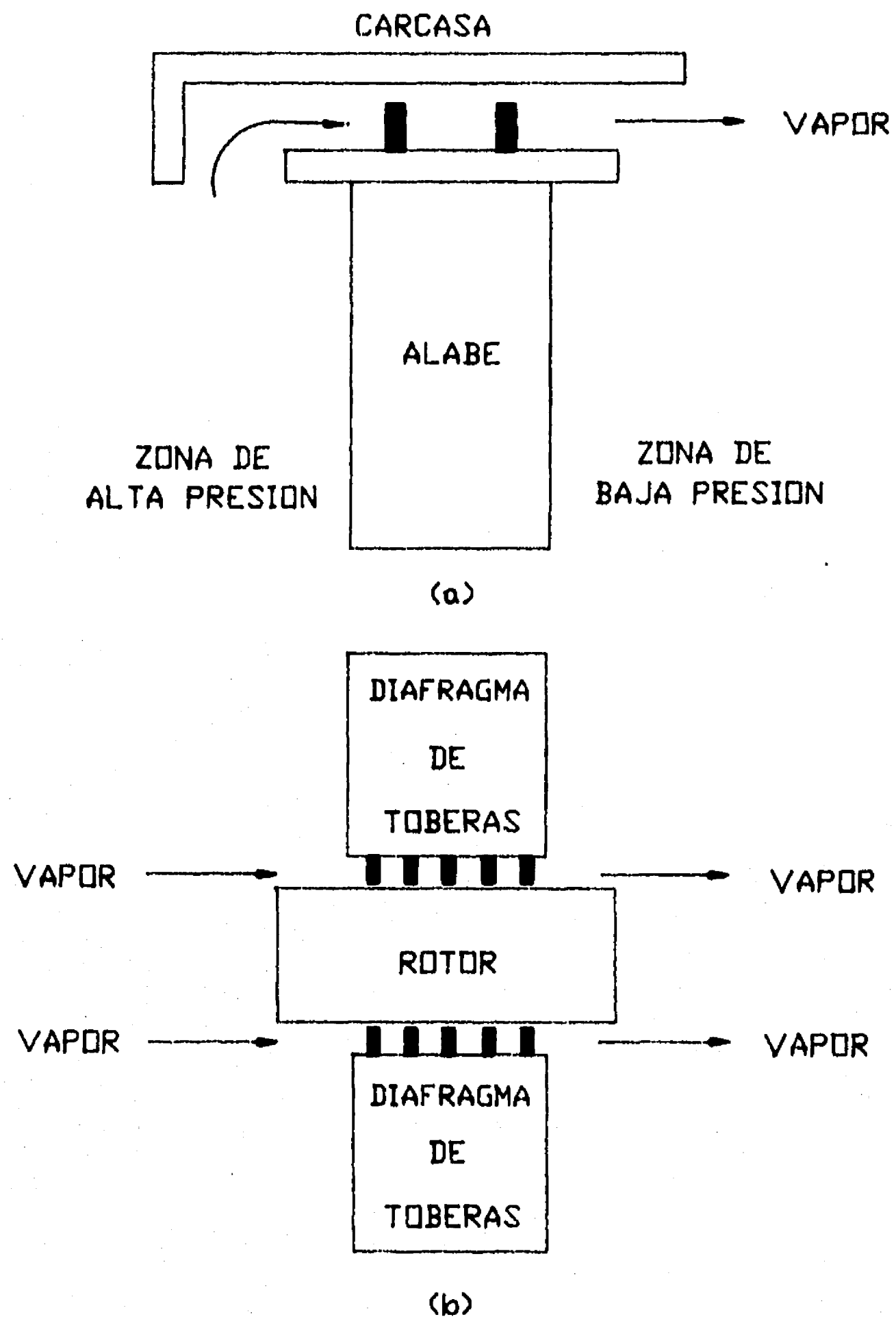


Figura 1.2. Sistema interno de sellos de laberinto:  
 a) Sellos ubicados en la parte superior de los álabes. b) Sellos localizados entre el diafragma de toberas y el rotor.

internos daban lugar a este tipo de vibraciones, pudiendo concluirse después de cierto tiempo, que las chumaceras hidrodinámicas eran la causa y en particular la película de aceite [12].

Vance [10] agrupó las fuentes que inducen vibraciones subsíncronas en rotores y las resumió como sigue:

- 1) Chumaceras hidrodinámicas.
- 2) Fricción interna.
- 3) Líquidos atrapados.
- 4) Desalineamiento.
- 5) Aleteo de los álabes.
- 6) Impulsores centrífugos.
- 7) Sistemas de sellos de laberinto.

De todas éstas, los sellos de laberinto son los menos investigados hasta el momento, quedando una gran cantidad de trabajo teórico y experimental por llevar a cabo, ya que las compañías constructoras de turbinas y compresores han tratado algunas veces de evadir el problema a costa de perder eficiencia, permitiendo escapar más flujo que el admisible con el propósito de reducir la autoinducción de vibraciones subsíncronas. Esto puede observarse sobre todo en turbinas de vapor con capacidades iguales o mayores a 300 MW y sellos instalados en la parte superior del cinturón que sujeta los álabes.

## 1.2 Localización, funcionamiento y geometrías de los sellos de laberinto para turbinas y compresores

La figura 1.1 muestra un esquema convencional de lo que es el sistema exterior de sellos de laberinto, donde se presenta el caso de una turbina de vapor Toshiba de 5 MW, instalada en el campo geotérmico de Los Azufres, Michoacán, para generar energía eléctrica.

El funcionamiento de cualquier sistema externo de sellos de laberinto como el expuesto en la figura 1.1, consiste en lograr que aire del exterior penetre hasta los puntos 'A' y 'C' para formar un 'tapón' con el vapor proveniente de la turbina, evitando que éste escape hacia el medio ambiente. Esto reduce la posibilidad de contaminación y provoca a la vez un efecto en cadena que disminuye las fugas e incrementa la eficiencia del ciclo. Para conseguir lo anterior es necesario que la presión de la mezcla extraída por el eyector se encuentre entre 0.02 y 0.03 bar debajo de la atmosférica, según recomendación dada por Neumann [13] y el manual de sellos de laberinto publicado por la compañía Toshiba [14].

No solamente los sellos externos son la fuente de vibraciones, sino que cualquier tipo de sellos existente en el interior también puede inducirlos. Así por ejemplo, los ubicados en la parte superior de los álabes o en la zona de confluencia entre rotor y diafragmas causan problemas de

7

inestabilidad, cómo Rozenberg et al. [15] señalaron, figura 1.2.

Los sellos de laberinto pueden construirse a partir de tres geometrías básicas: recta, escalonada y combinada, siendo esta última una mezcla de las dos primeras, figura 1.3. Nuevos tipos de sellos como los 'panal de abeja' y 'helicoidales', figura 1.4, se introdujeron en las turbinas de gas, obteniendo una reducción sustancial en las fugas, según Bondarenko y Pshik [16] y Miyake et al. [17] indicaron respectivamente. La experiencia demuestra que los escalonados, combinados y tipo panal poseen una resistencia excelente al paso del fluido, superior a la registrada por los rectos, pero el costo de su manufactura es más elevado y corren el riesgo de romperse durante la expansión o contracción axial del rotor, siendo cómo Schegliáiev [9] sugirió, más adecuada su instalación en zonas aledañas a las chumaceras.

Una clasificación adicional agruparía a los sellos de laberinto en: convergentes, divergentes y rectos dependiendo de la forma que posea el conjunto de cámaras, figura 1.5. Para aplicaciones prácticas se prefieren los sellos rectos a los convergentes y divergentes, ya que reducen con mayor efectividad las fugas. Respecto a la estabilidad, la revisión bibliográfica muestra que los convergentes son más estables que los rectos y éstos a su vez que los divergentes.

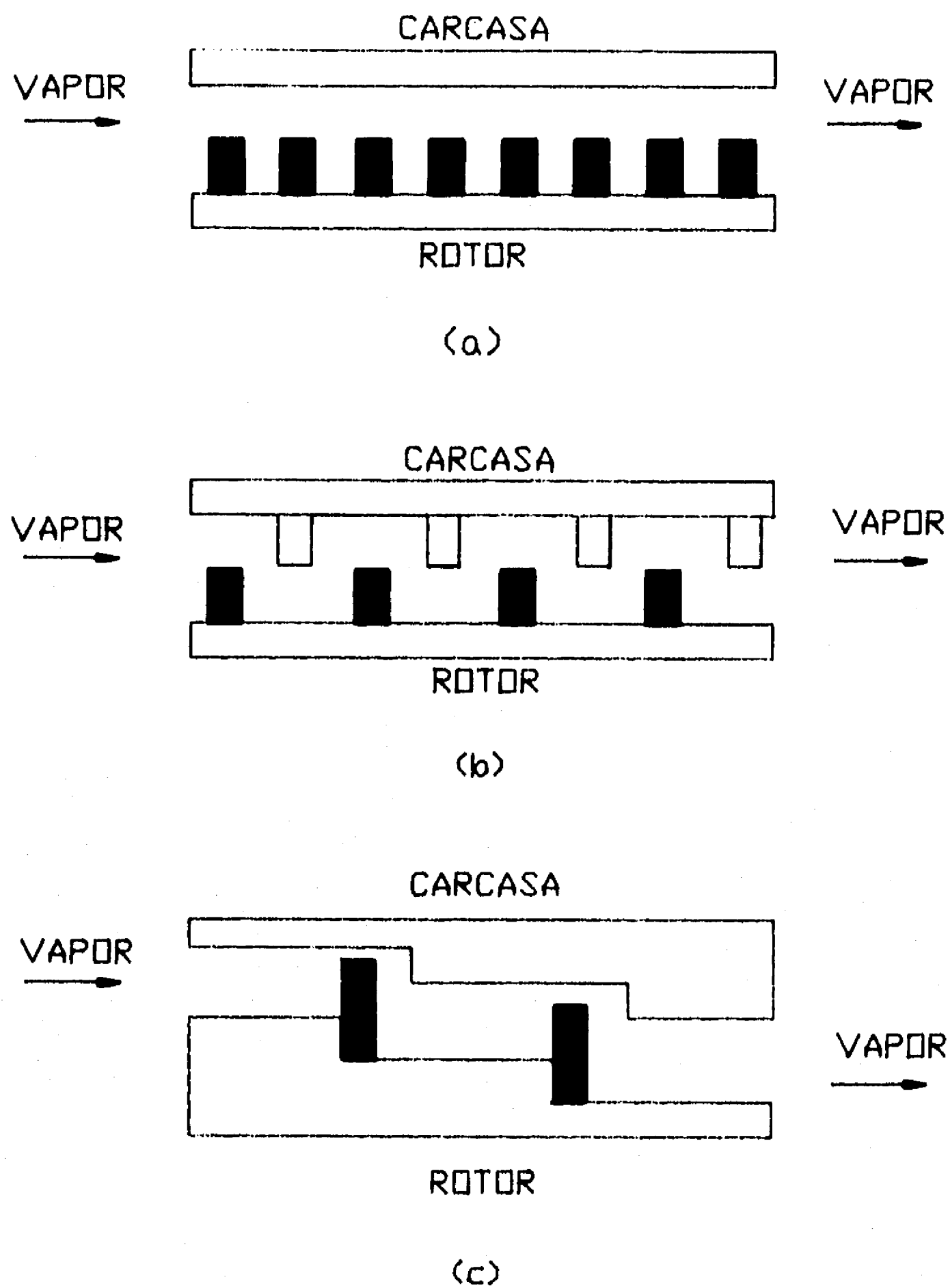
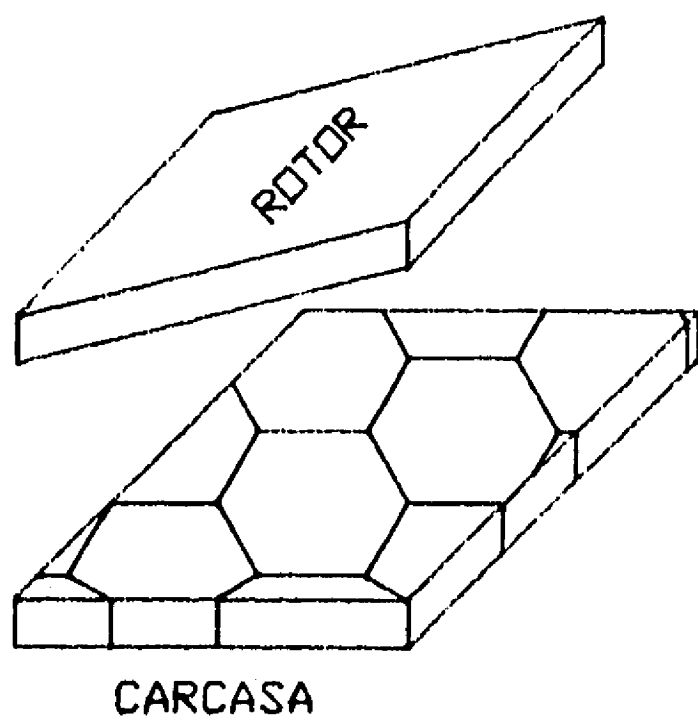
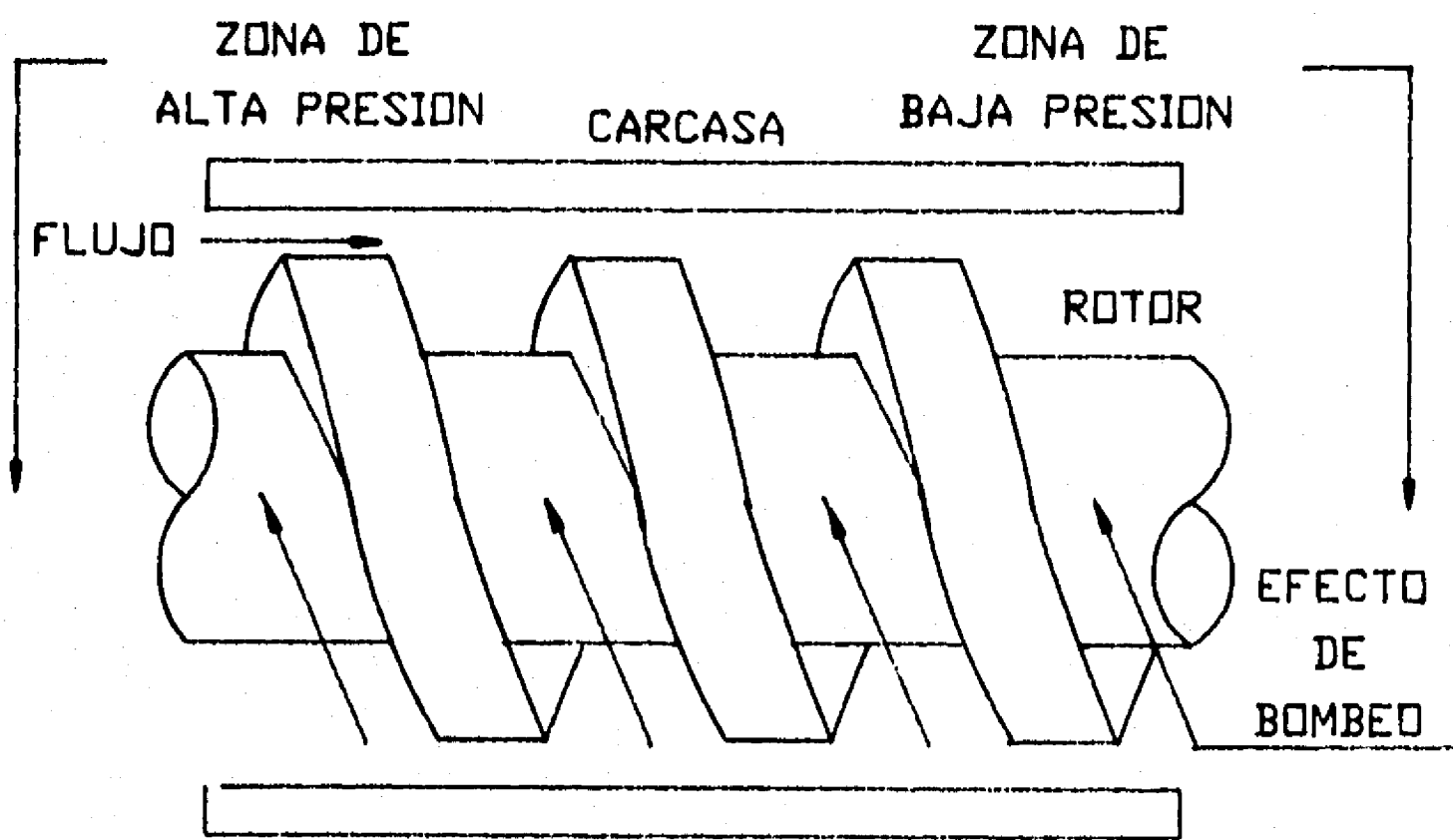


Figura 1.3. Geometrías básicas empleadas en sellos de laberinto: a) Recta. b) Mixta o combinada. c) Escalonada.



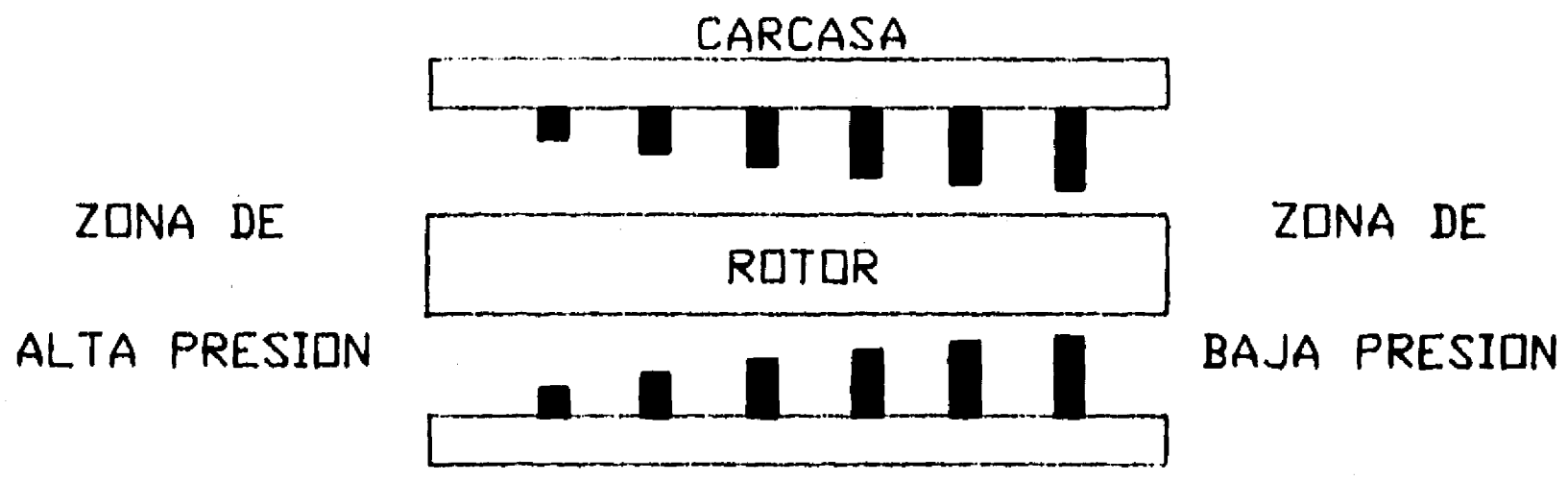
(a)



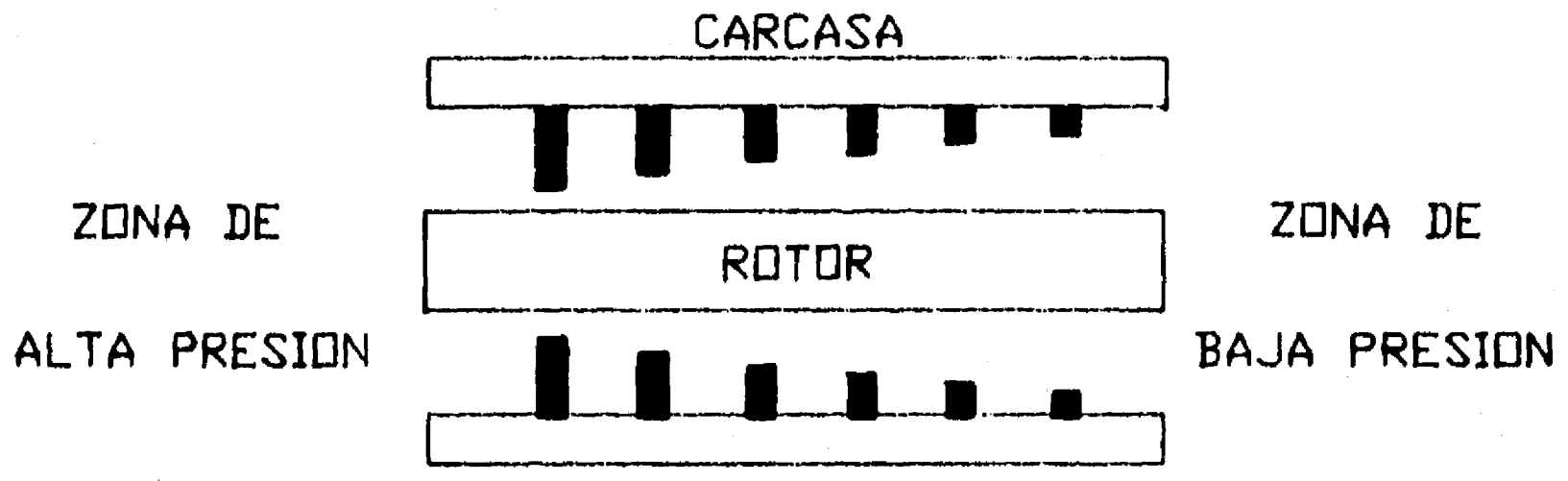
(b)

Figura 1.4. Nuevos tipos de sellos: a) Sellos 'panal de abeja'. Bondarenko y Pshik [16]. b) Sellos 'helicoidales'. Miyake et al. [17].

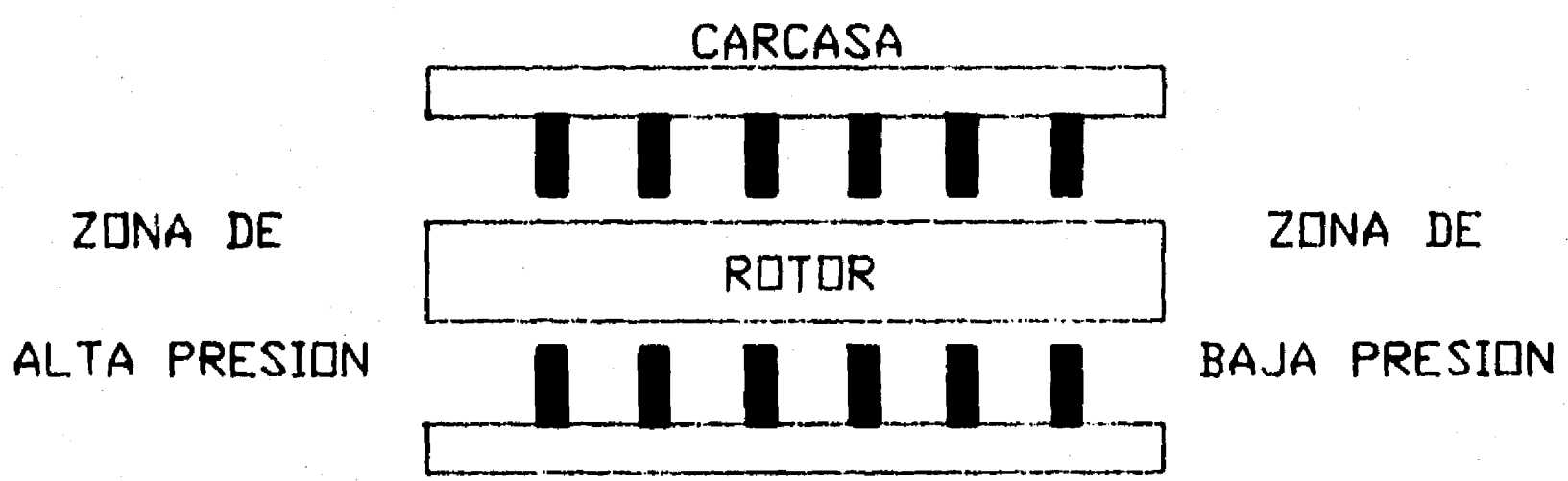




(a)



(b)



(c)

Figura 1.5. Clasificación adicional de los sellos de laberinto: a) Convergentes. b) Divergentes. c) Rectos.

### 1.3 Descripción de la fuerza inducida por el flujo que escapa a través de los sellos de laberinto

La fuerza inducida por los sellos de laberinto es producto de la excentricidad que el mismo rotor adquiere por dos causas:

- 1) EXCENTRICIDAD SIN ORBITACION. Este es el caso más frecuente y en cuyo régimen operan los rotores que emplean chumaceras hidrodinámicas, pues es imposible mantener concéntrico al rotor respecto al eje central de la máquina toda vez que se halla soportado por una película de aceite.
- 2) EXCENTRICIDAD CON ORBITACION. Provocada por alguna de las causas que a continuación se indican: la inestabilidad de la película de aceite de las chumaceras hidrodinámicas, fractura(s) en el rotor, flexibilidad del mismo, desalineamiento, sellos de laberinto, etc.

Normalmente, la frecuencia de la orbitación aumenta al hacerlo la velocidad del rotor, efecto conocido por la palabra inglesa *whirl*, pero llega un momento en que la frecuencia no crece a pesar de hacerlo la velocidad, dando lugar al fenómeno conocido en inglés por *whip*, que a cierta frecuencia deja de ser estable, apareciendo de

nueva cuenta *whirl*, pero a una velocidad del rotor superior a la anterior, repitiéndose *whip* y el ciclo hasta que la unidad sale de operación.

Dicha excentricidad es fuente de una distribución desigual de la presión estática a lo largo de la circunferencia que conforma cada cámara del sistema de sellos de laberinto, similar a la registrada por las chumaceras hidrodinámicas. Esta distribución de presión da lugar a una fuerza cuyos componentes  $F_x$  y  $F_y$  actúan sobre el rotor, como Thomas [1] y Alford [18] indicaron, figura 1.6. Tales componentes reciben en la literatura especializada los nombres de tangencial y radial respectivamente. También se conocen como fuerzas cruzadas o fuerzas de excitación y restauración. Estas fuerzas dependen directamente del comportamiento del vapor o gas que escapa a través de las cámaras.

La figura 1.6 indica cómo la suma vectorial de  $F_x$  y  $F_y$  forma un par con la excentricidad, provocando en algunos casos que el rotor orbite, ya sea en el sentido de giro del rotor o en dirección contraria. Esto dependerá de la condición planteada por la distribución de la presión estática.

La distribución de la presión estática también está relacionada con el perfil del sello, pero como se indica en la introducción, poco énfasis se ha puesto en este inciso,

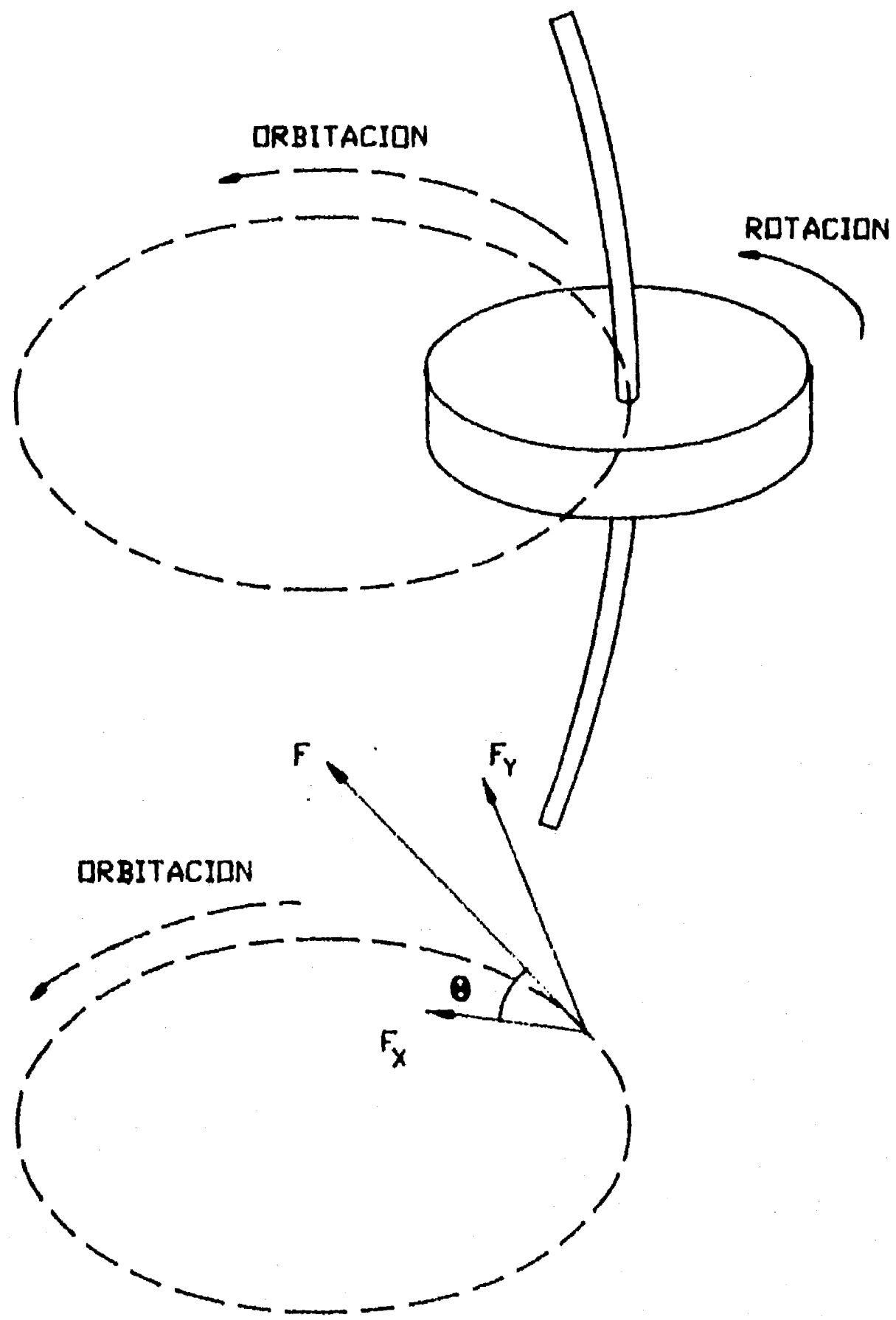


Figura 1.6. Excentricidad que provoca una distribución de la presión estática en dirección circunferencial y a la vez una fuerza resultante  $F$  con componentes  $F_x$  y  $F_y$ . Alford [18].

7

dejando a un lado un punto básico y que incide directamente  
en la selección del sistema de sellos óptimo.

## CAPITULO 2

### REVISION BIBLIOGRAFICA ACERCA DE LAS FUERZAS Y VIBRACIONES INDUCIDAS POR LOS SELLOS DE LABERINTO

#### 2.1 Introducción

Las investigaciones relacionadas con los sellos de laberinto tienen dos facetas muy bien definidas. La primera de ellas está relacionada con la determinación cuantitativa de las fugas y la segunda con la vibración inducida por éstas. La presente revisión bibliográfica se aboca a este último punto, pues el primero puede considerarse muy avanzado, ya que desde el trabajo pionero de Martin [19] en 1908, se han llevado a cabo una gran cantidad de investigaciones. Entre las publicaciones principales pueden mencionarse las de Stodola [20], Egli [21], Hodkinson [22], Jerie [23], Vermes [24], Neumann [25] y Trojanovskij [8].

#### 2.2 Revisión bibliográfica

Aunque Den Hartog [26] abordó el tema de las perturbaciones inducidas por los sellos de laberinto, su estudio formal dió inicio con el trabajo de Thomas [1], quien observó que vibraciones de gran amplitud hacían imposible la operación de las turbinas de vapor. Encontró

que la característica especial de estas vibraciones era que aparecían cuando las unidades alcanzaban una carga determinada y desaparecían al reducirse ésta a un valor inferior al crítico. En los casos analizados por Thomas, la frecuencia de la vibración inducida tenía el mismo valor que la primera velocidad crítica del rotor de la turbina. La fuente de esta vibración se encontró en las fugas de vapor a través de los sellos de laberinto externos y en aquellos localizados en la parte superior de los álabes. Thomas consideró que la fuerza de excitación que originaba la vibración era producto de los esfuerzos cortantes creados por el vapor en las cámaras de los sellos de laberinto. Sobre esta base desarrolló relaciones matemáticas para calcular la fuerza de excitación que produce la orbitación y que se localiza perpendicular a la excentricidad. Asimismo, obtuvo expresiones para determinar los límites de estabilidad del sistema rotor-sellos en función de su rigidez y amortiguamiento.

Alford en [18] y [27] concluyó que los sellos de laberinto provocan que el rotor orbite en forma subsíncrona cuando un descentramiento, o la misma orbitación producida por el desbalanceo, hacen que el área de entrada al conjunto de sellos sea mayor que el de salida, figura 2.1. Según Alford, esto provoca que el flujo másico sea menor a la salida que a la entrada, aumentando la presión estática en el interior de la(s) cámara(s), dando lugar con ello a

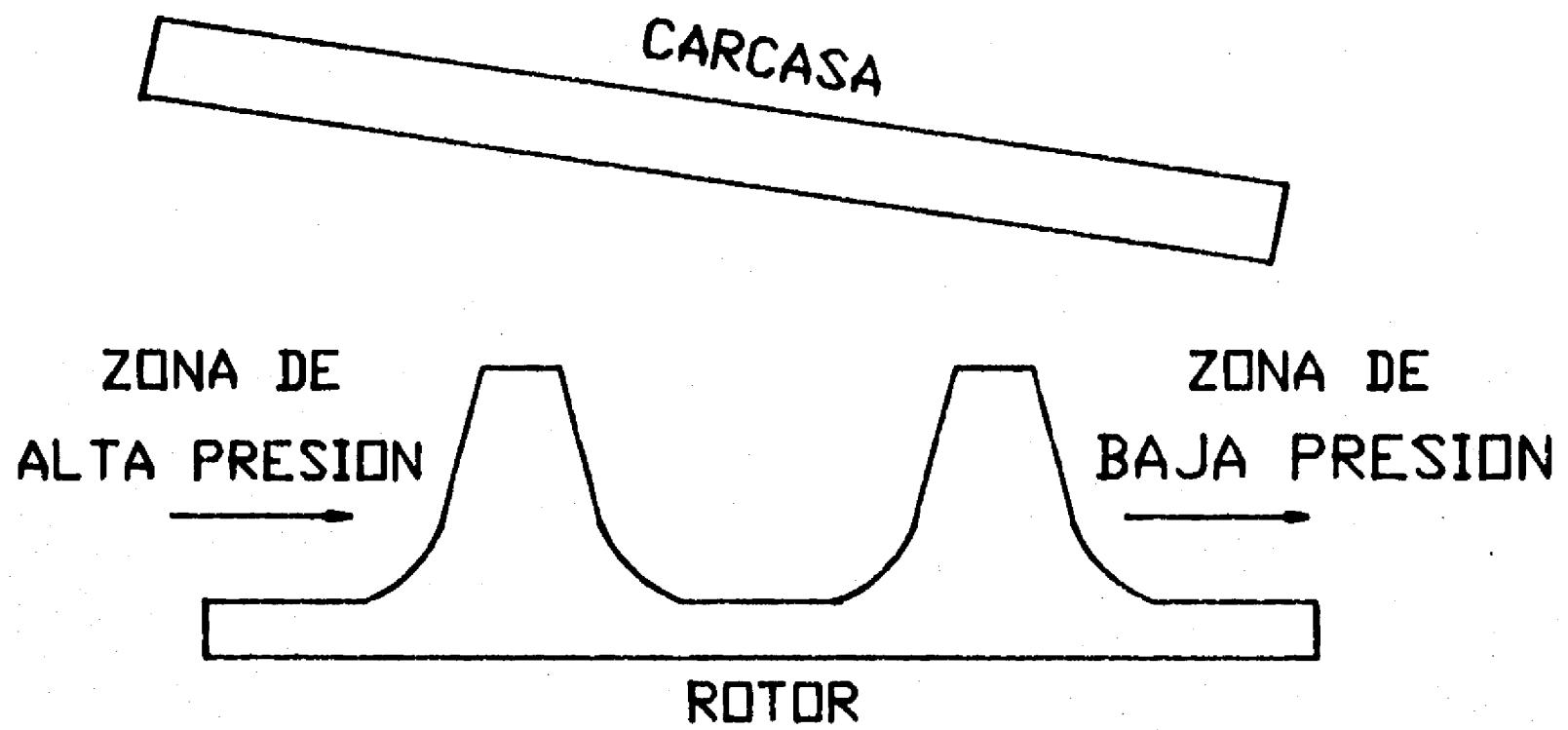


Figura 2.1. Area de salida menor que la de entrada.  
 Conjunto de sellos de laberinto inestable  
 según Alford [18].



la fuerza descrita en el capítulo anterior. También dedujo que lo opuesto sucede si el área de entrada es inferior al de salida, figura 2.2. En ambos artículos Alford no involucró el flujo circunferencial en la(s) cámara(s). Más tarde estas conclusiones serían soportadas por las investigaciones de Murphy y Vance [28], sin embargo, Ehrich [29] encontró resultados opuestos a los de Alford para las mismas condiciones. Spurk [30] al considerar el flujo circunferencial en su análisis, aunque sin incluir el giro del rotor concluyó, coincidiendo con Ehrich, que los resultados de Alford estaban invertidos, demostrando que cuando la zona de salida posee un área inferior al de entrada el sistema rotor-sellos es estable y viceversa. Las investigaciones de Wright [31] e Iwatsubo et al. [5] cuando el rotor gira también avalaron este resultado.

Un punto importante que Alford en [18] y [27] hizo notar y corroboraron Rajakumar y Sisto en [32], es que un aumento en la frecuencia de orbitación está íntimamente ligado con un incremento en la amplitud.

Alford [18] entregó una serie de recomendaciones sobre experiencias anteriores para evitar que los sellos de laberinto den origen a las fuerzas radial y tangencial, producto de la variación de la presión estática en el interior de la(s) cámara(s). Estas fueron:

- 1) Es necesario rigidizar y amortiguar los soportes de

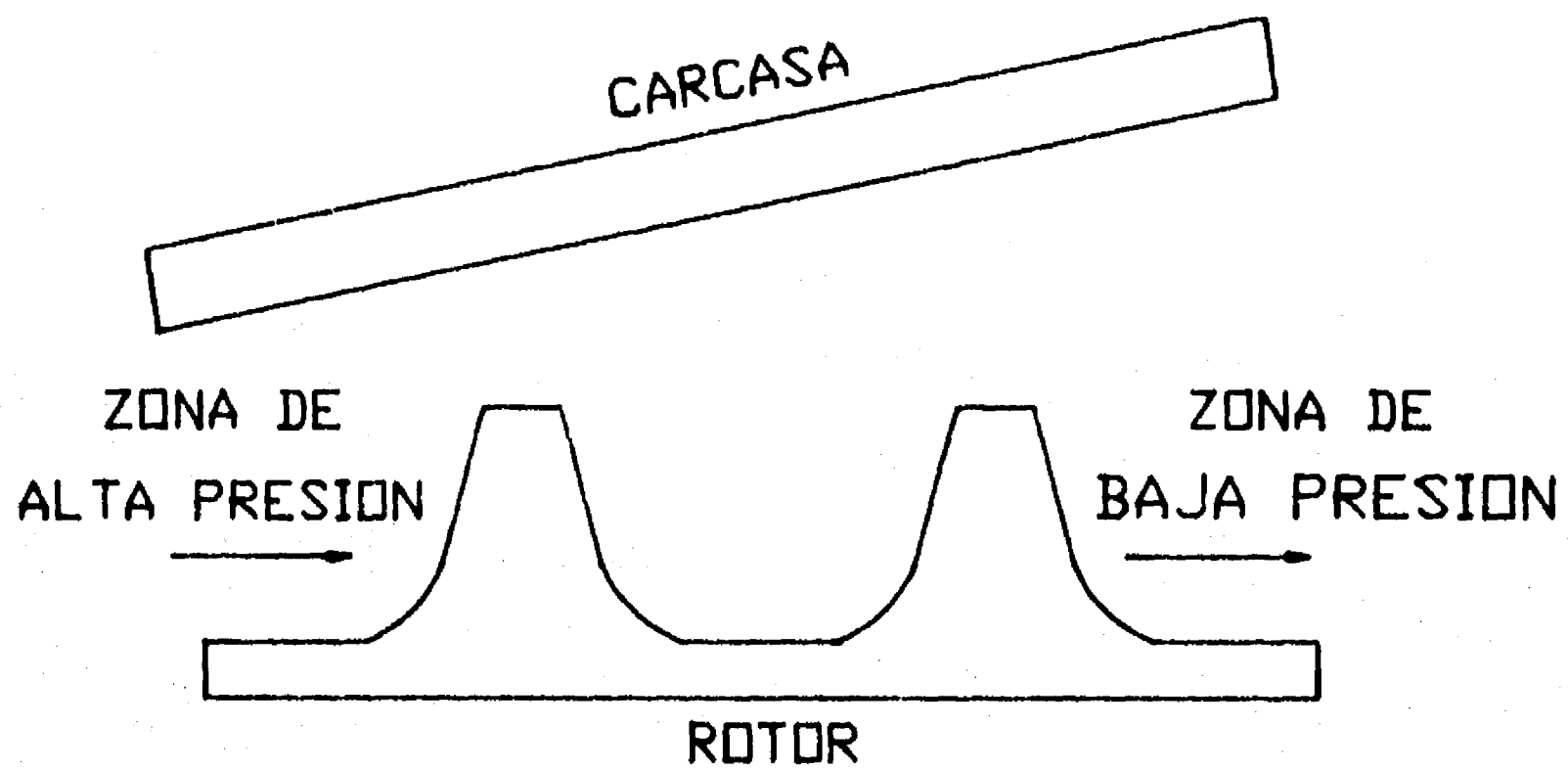


Figura 2.2. Area de salida mayor que la de entrada. Conjunto de sellos de laberinto estable según Alford [18].

7

los sellos de laberinto de las turbinas y compresores, tal y como se muestra en las figuras 2.3 y 2.4. En la primera aparece el sistema original mientras en la segunda se observa la mejora hecha a la estructura.

- 2) La frecuencia de rotación de la máquina no debe coincidir con la frecuencia natural de las partes fijas de los sellos de laberinto para evitar la fatiga del material. Por tanto, es recomendable calcular las zonas fijas con una frecuencia natural 20% arriba de la correspondiente a la velocidad del rotor.
- 3) El ensamblar la parte fija de los sellos de laberinto en la zona de baja presión como muestra la figura 2.5, provoca que aumente su resistencia a la fatiga a causa de que la diferencia de presión entre la zona de alta presión y la existente en las cámaras no difiere mucho, ya que su caída a través de éstas no es grande. Lo contrario sucede con la parte rotatoria que se ubica en la zona de alta presión.
- 4) Lo opuesto a lo señalado en el inciso anterior ocurre cuando la instalación se efectúa según la figura 2.6. En este caso, al estar ligada la parte móvil a la zona de baja presión, su capacidad para resistir la fatiga aumenta, lo que no se presenta

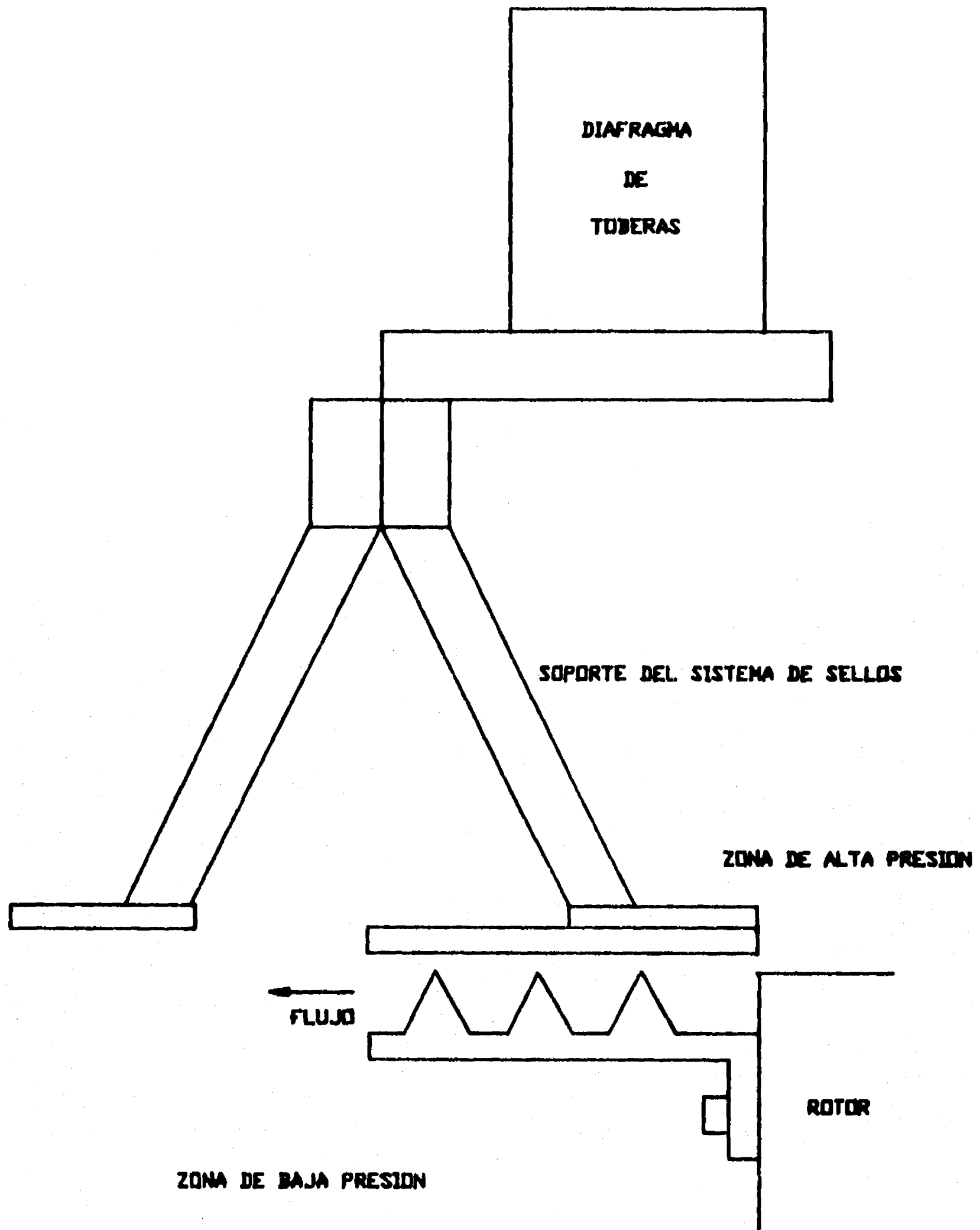


Figura 2.3. Soporte original de los sellos de laberinto de una turbina de gas. Alford [27].

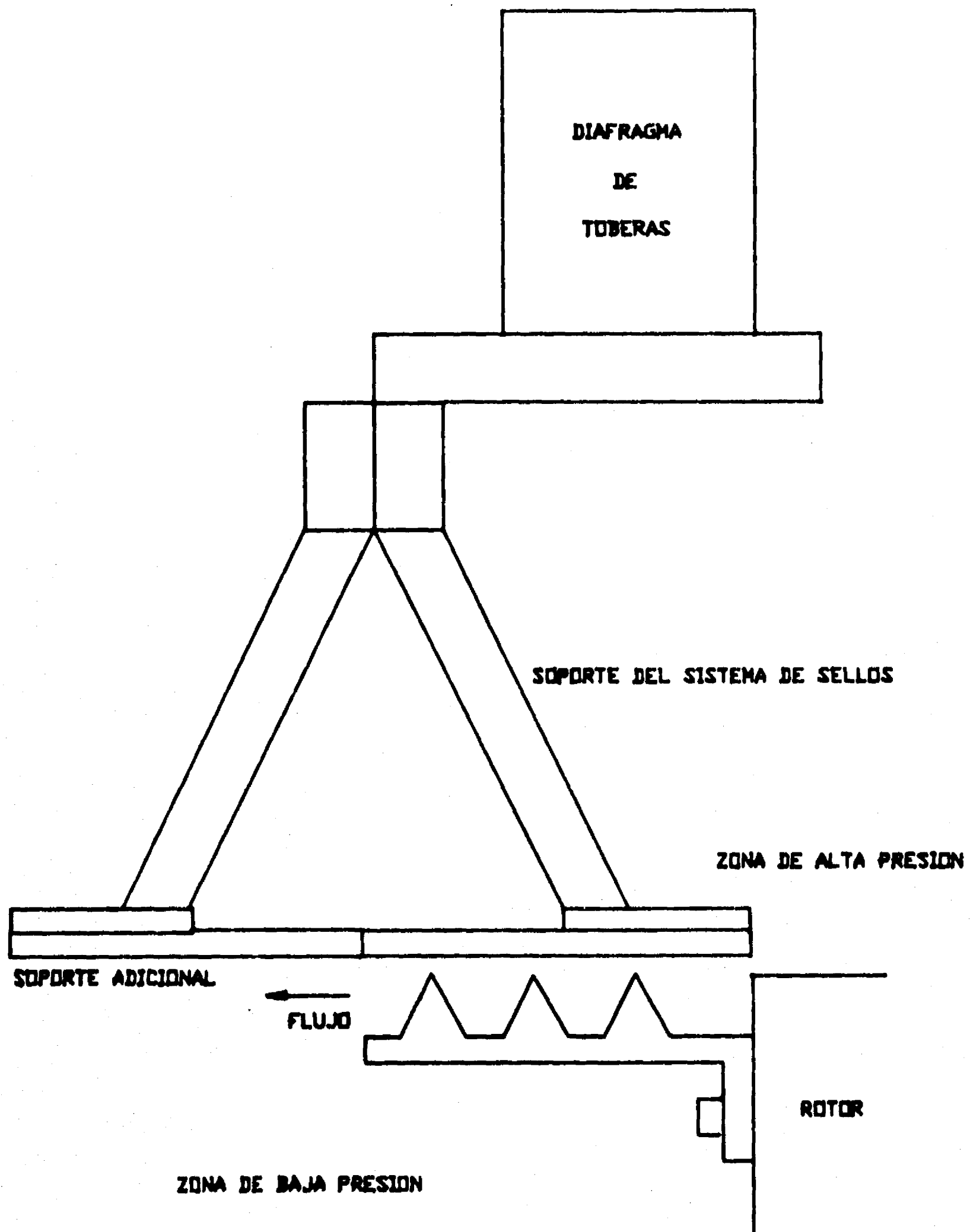


Figura 2.4. Soporte modificado de los sellos de laberinto de la figura 2.3 para incrementar la rigidez y el amortiguamiento. Alford [27].

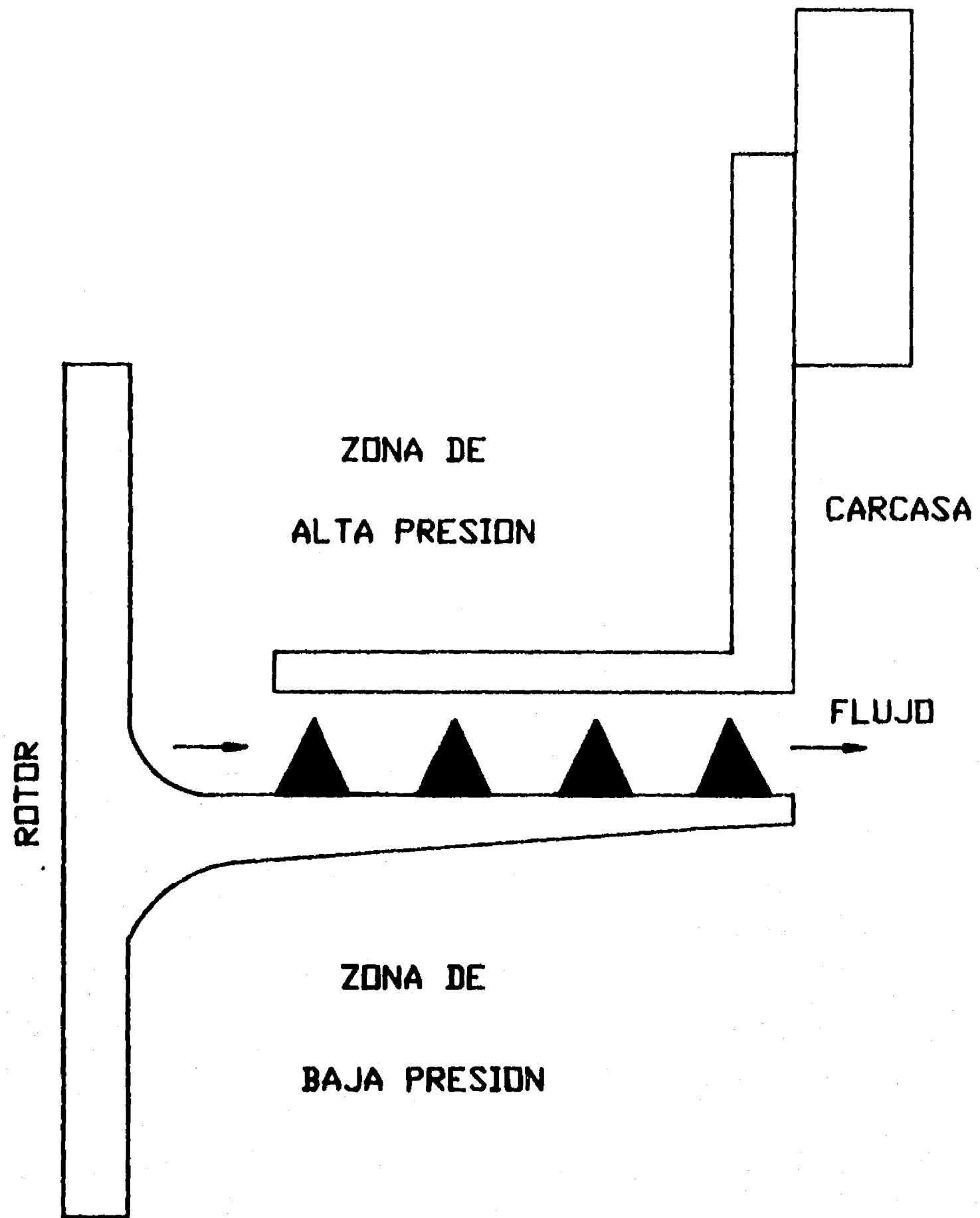


Figura 2.5. Ensamble de la parte fija de los sellos de laberinto de una turbina de gas en la zona de baja presión. Alford [27].

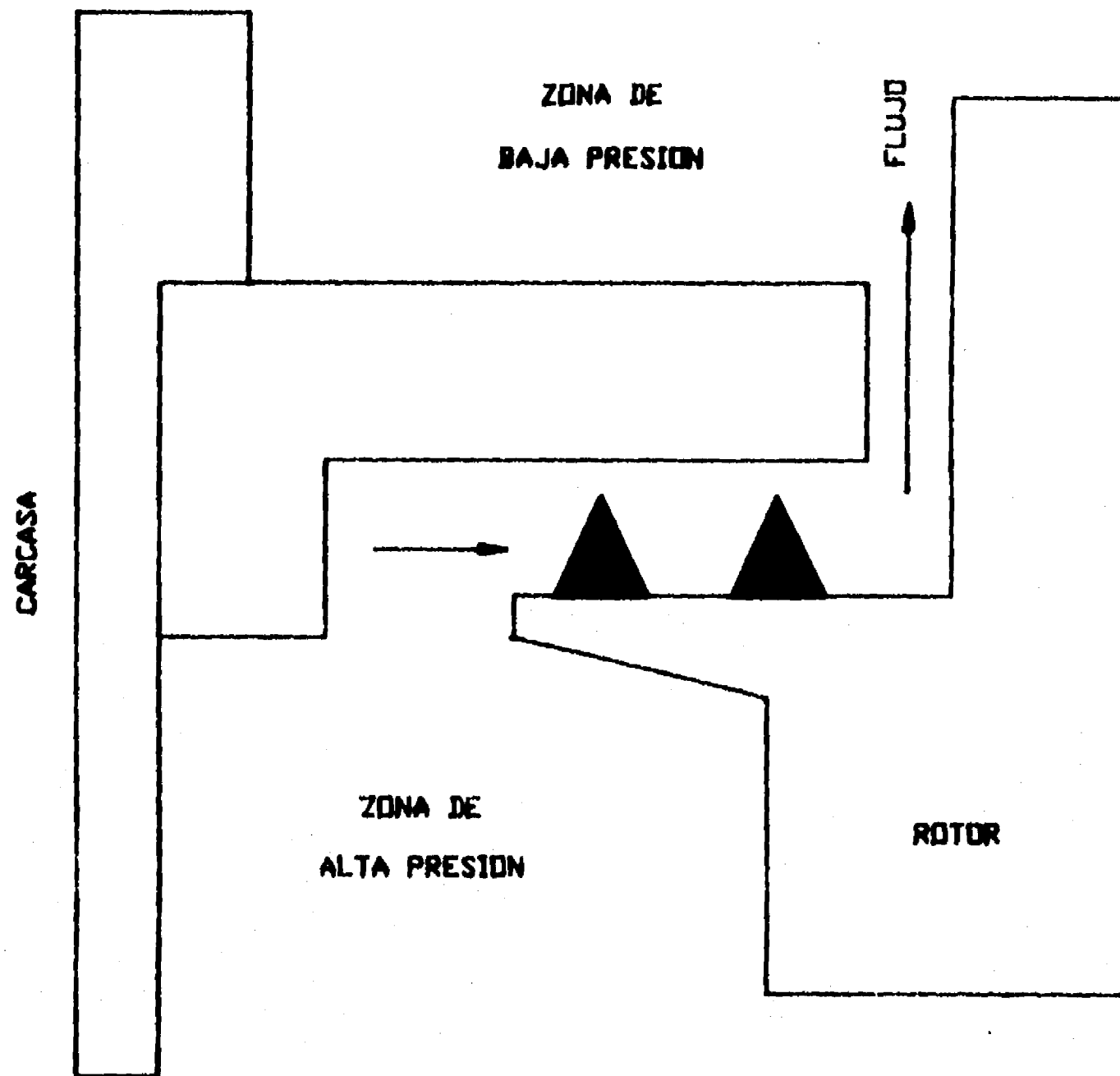


Figura 2.8. Ensamble de la parte móvil de los sellos de laberinto de una turbina de gas en la zona de baja presión. Alford [27].

7

en la parte fija.

- 5) Para evitar los problemas expuestos en los dos párrafos anteriores, es necesario llevar a cabo las indicaciones del primer inciso.
- 6) Con el propósito de proteger los sellos de la vibración inducida por el flujo en las cámaras, es indispensable que no se maquinen de una sola pieza con el rotor o la carcasa, sino independientes de estas zonas, esto es, que se instalen en ranuras practicadas especialmente en alguno de los dos lugares.

Alford [27] demostró que cuando el claro existente entre los sellos instalados en la parte superior de los álabes y la carcasa varía, aparece una fuerza perpendicular a la excentricidad, del tipo expuesto en el capítulo anterior. En este análisis Alford no tomó en cuenta la velocidad circunferencial del flujo en el interior de la(s) cámara(s), ni su velocidad de entrada. Vance y Laudadio [33] comprobaron experimentalmente la fuerza predicha por Alford, pero incluyendo estas dos consideraciones. Concluyeron que tomando ambas como restricciones para ciertas combinaciones de la velocidad del rotor y el par aplicado, la fuerza se invierte, siendo necesario efectuar más experimentación para encontrar la relación de la eficiencia con las fugas por la parte superior de la etapa



y la altura del álabe con el coeficiente de rigidez mixto. Kuzmichev et al. [34] encontraron la forma para reducir las vibraciones subsíncronas causadas por los sellos de laberinto de la zona superior de los álabes, instalando dos sellos en la carcasa que envuelven a cada uno que el cinturón posee, figura 2.7.

Kostyuk [2] por primera vez tomó en consideración tanto el flujo en dirección axial como circunferencial, combinado con la velocidad del rotor. Supuso que el flujo a través de los sellos es estrangulado y compresible, deduciendo las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento a partir de la figura 2.8. Encontró la solución perturbando las ecuaciones a través de la excentricidad, cuyo movimiento supuso armónico. Concluyó que un desalineamiento lateral del rotor, paralelo al eje de la máquina, no provoca la aparición de las fuerzas cruzadas descritas por Alford [18]. Rozenberg et al. [15] y Rozenberg [35] contravinieron este punto y señalaron que un desplazamiento lateral del rotor si origina fuerzas cruzadas, sobre todo si se tiene en cuenta que existe un flujo helicoidal en cualquier grupo de sellos. También detectaron la presencia de la fuerza de Lomakin [36] que tiende a estabilizar el rotor a consecuencia de una diferencia de presiones entre la entrada y la salida del conjunto de sellos de laberinto, figura 2.9, producto de un desplazamiento paralelo del rotor respecto al eje de la máquina. La existencia del

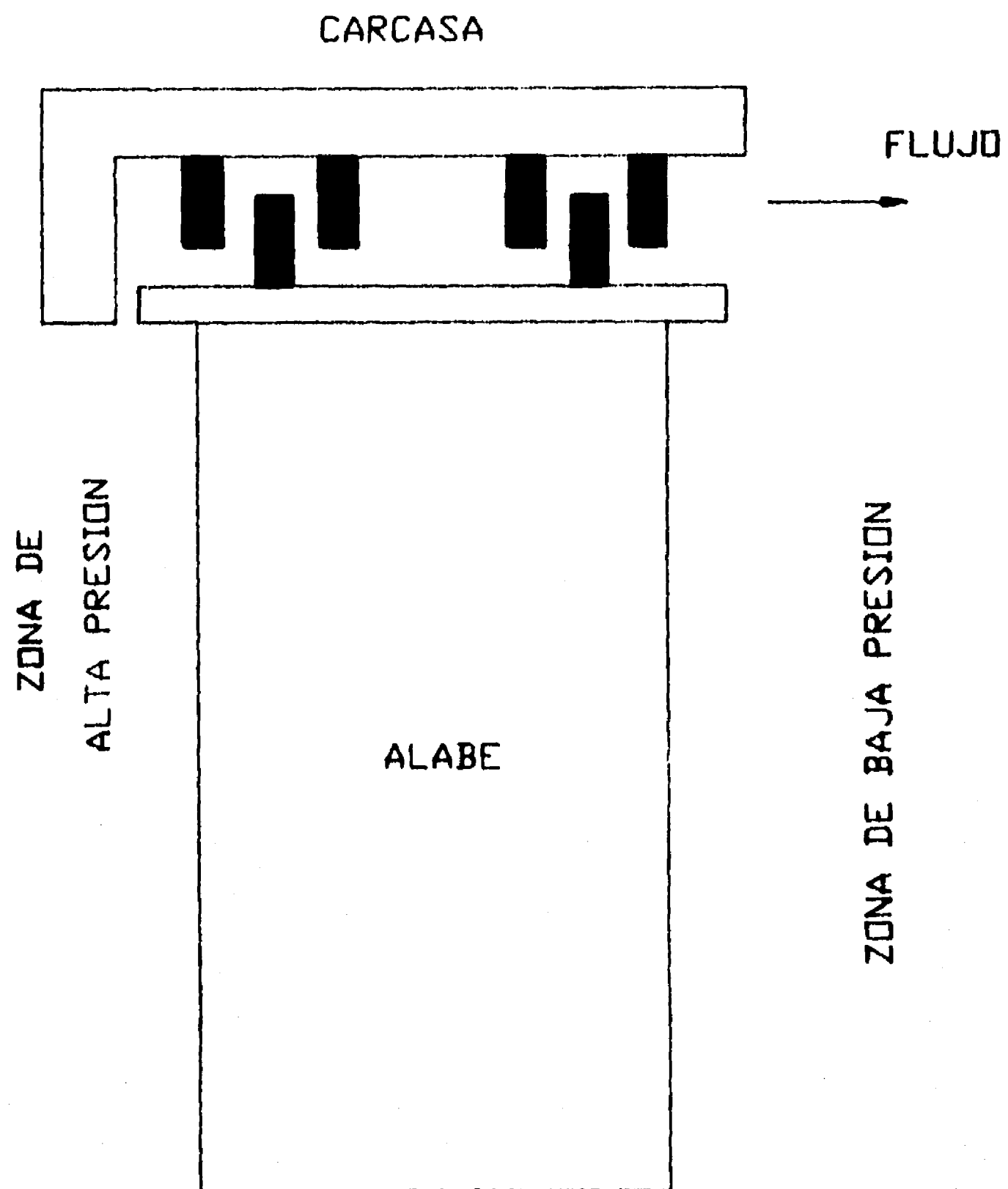
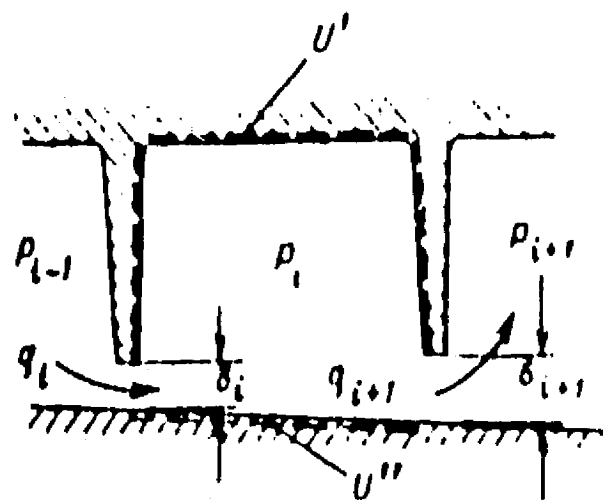
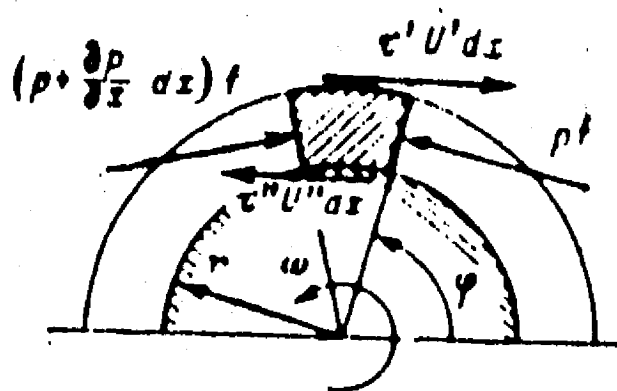


Figura 2.7. Aumento de la estabilidad de los sellos localizados en la parte superior de los álabes por la adición de sellos extra a la carcasa. Kuzmichev et al. [34].



(a)

P presión.  
 q flujo másico.  
 U velocidad del rotor.  
 $\delta$  claro.



(b)

P presión.  
 f área.  
 U velocidad del rotor.  
 r radio.  
 $\omega$  velocidad angular.  
 $\varphi$  ángulo de posición.

Figura 2.8. Modelo de Kostyuk [2]: a) Balance de materia en un volumen de control ubicado en el interior de una cámara formada por sellos rectos. b) Diagrama de cuerpo libre del mismo volumen de control. Dibujo tomado de Kostyuk [2].

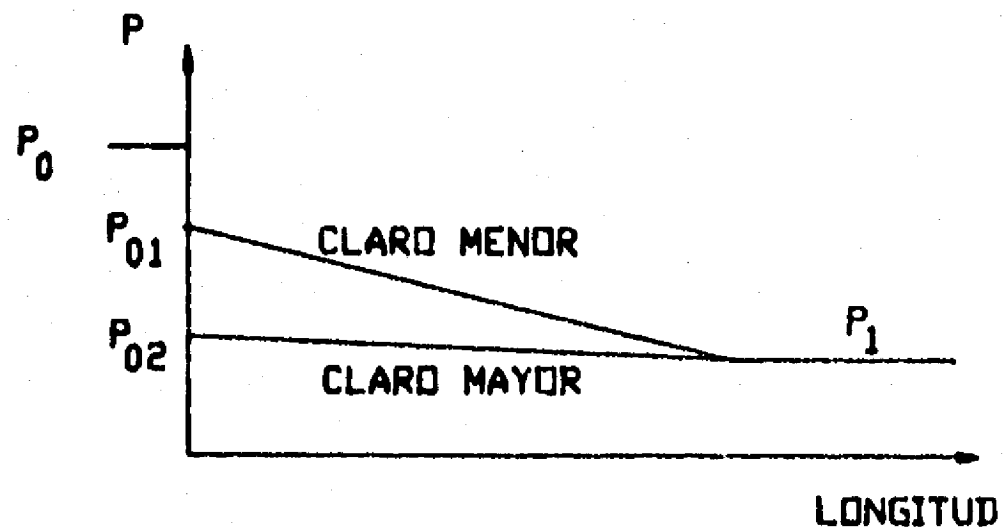
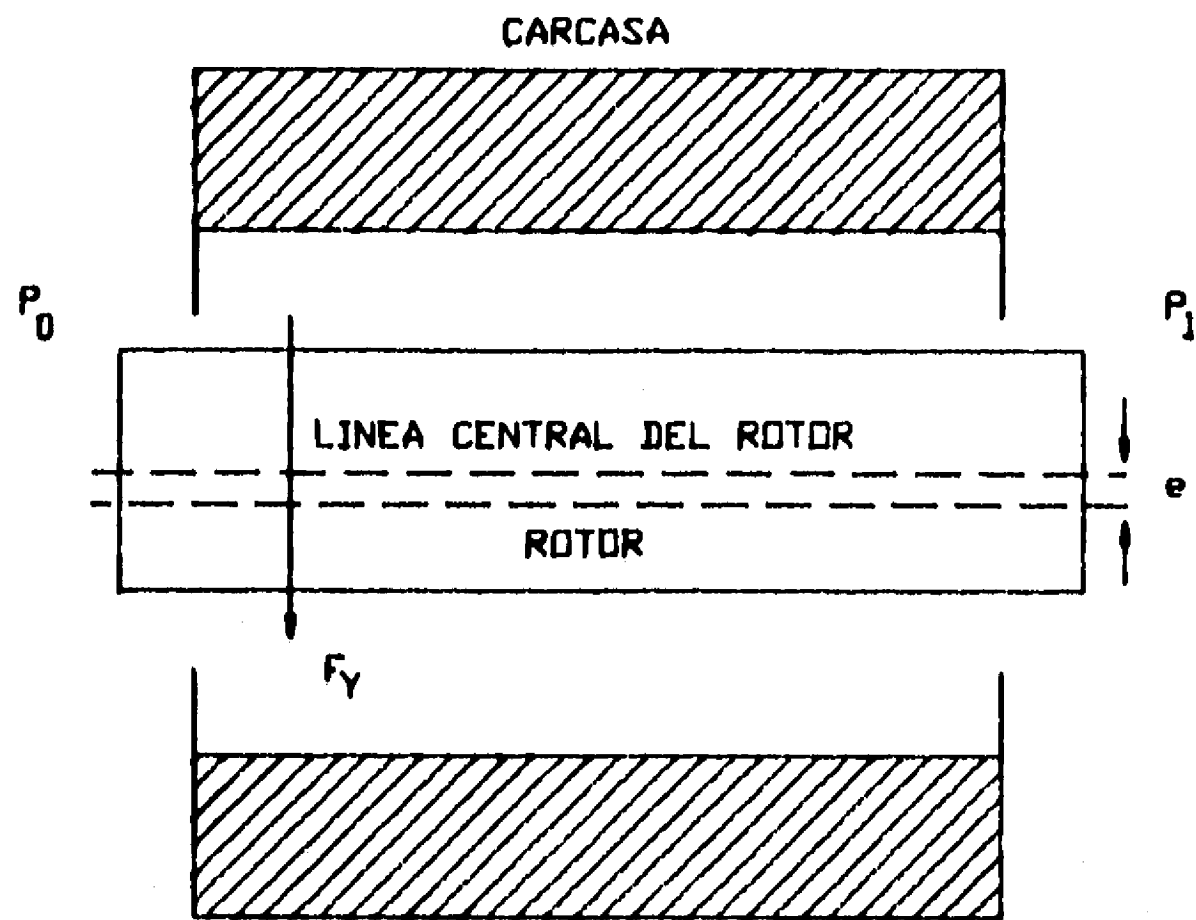


Figura 2.9. Efecto Lomakin que tiende a centrar el rotor a causa de la diferencia de presión estática en el interior de la(s) cámara(s), provocada por un desplazamiento lateral del rotor, paralelo al eje de la máquina. Lomakin [36].

7

flujo helicoidal fue probada por Boyman y Suter [37] con mediciones en equipo experimental, demostrando que depende de la velocidad del fluido a la entrada del grupo de sellos. La figura 2.10 muestra esquemáticamente los resultados de Boyman y Suter [37]. Estos encontraron que cuando no existe componente tangencial de la velocidad a la entrada de los sellos, el flujo en el interior de las cámaras es helicoidal con una hélice. Para un componente axial de entrada casi nulo se superponen dos hélices paralelas. Cuando los dos componentes existen, la superposición es transversal. Stoff [38] demostró teórica y experimentalmente para un medio incompresible lo expuesto por Boyman y Suter [37], figura 2.11. Al respecto, Baumgartner [39] encontró que el número de vórtices en el interior de una cámara depende de su geometría, no limitándose a uno sólo, pues a medida que la relación longitud/altura disminuye, el número de vórtices aumenta a dos. También observó que la ubicación del centro depende del número de Reynolds circunferencial. Posteriormente, el mismo Kostyuk [40] al modelar el flujo en el intersticio que forman los álabes con la carcasa, advirtió que la componente circunferencial de la velocidad del fluido a la entrada de la zona de sellos ejerce una influencia considerable. Trabajos experimentales efectuados por Benckert y Wachter [3], Brown y Leong [41], Rajakumar y Sisto [42], así como el modelo teórico de Childs y Scharrer

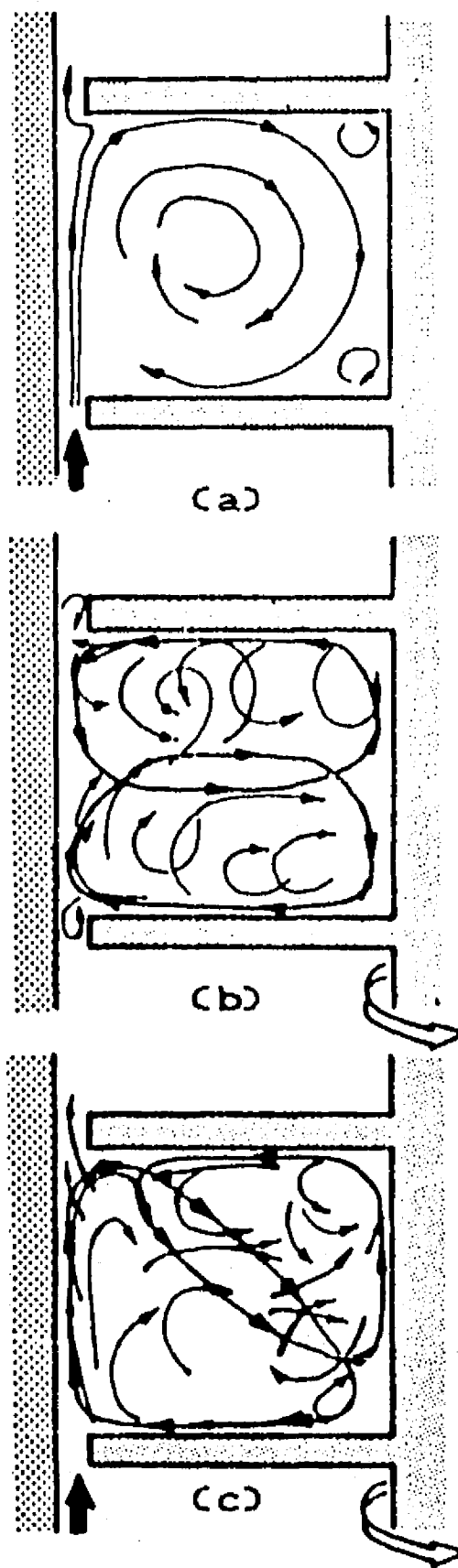
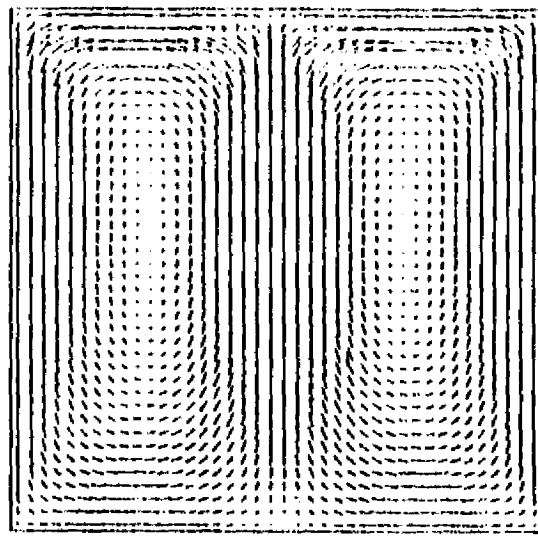
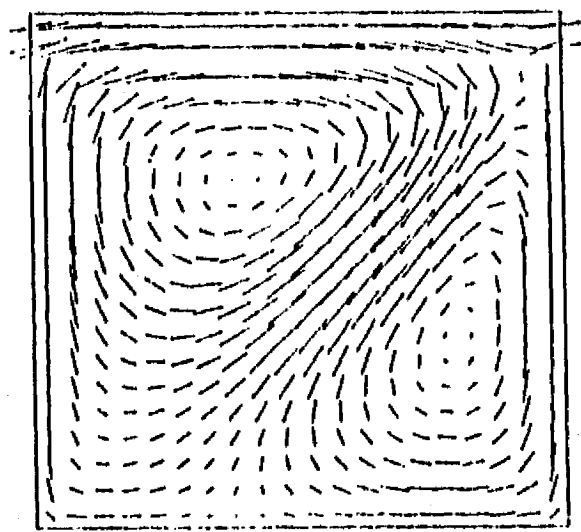


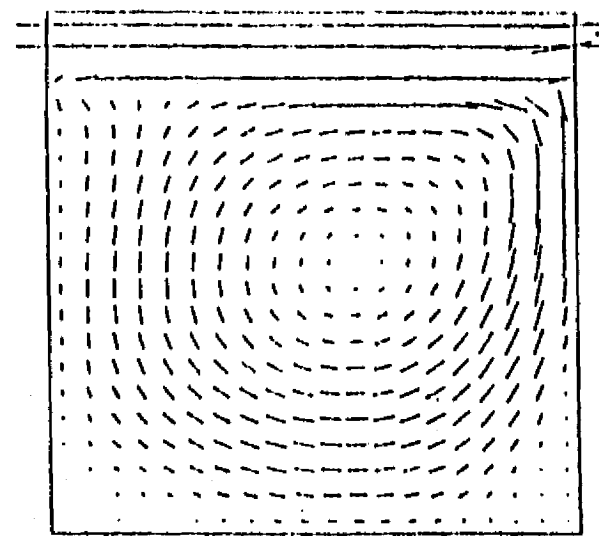
Figura 2.10. Condiciones creadas en el interior de las cámaras por la estructura de los componentes de la velocidad de entrada del flujo al grupo de sellos: a) Axial. b) Tangencial. c) Combinada axial-tangencial. Dibujo tomado de Boyman y Suter [37].



(a)



(b)



(c)

Figura 2.11. Configuración del flujo en una cámara considerando al medio incompresible y para tres velocidades de entrada distintas: a) Cuando el componente axial de la velocidad es casi nulo. b) Para una combinación de los componentes axial y circumferencial. c) Componente axial mayor que el circumferencial. Esquema tomado de Stoff [38].

[7] entre otros, llevaron a la conclusión señalada por Rozenberg et al. [15] y Rozenberg [35], demostrando que aunque el rotor estuviera estático, la fuerza de excitación aparece y que su comportamiento depende de la velocidad del fluido a la entrada de los sellos de laberinto. Tam et al. [43] demostraron que la fuerza inducida aumenta cuando el componente circunferencial de la velocidad del flujo a la entrada del grupo de sellos es contrario a la rotación del rotor y viceversa, manteniendo una posición intermedia el caso en que el flujo es totalmente axial. Este punto lo habían visualizado con anterioridad Wyssmann et al. [6], indicando que para el primer caso el cambio en la cantidad de movimiento que se imprime al fluido desde la entrada hasta la salida, es superior a aquel experimentado cuando el fluido posee la misma dirección que la velocidad del rotor, haciendo que la fuerza de excitación aumente. Como conclusión final al respecto, Wyssmann et al. [6] señalaron la necesidad de instalar mamparas que rompan los vórtices para reducir, o en el mejor de los casos, eliminar la componente circunferencial de la velocidad del flujo a la entrada del conjunto de sellos de laberinto y así aumentar la estabilidad del rotor reduciendo la fuerza inducida.

Reconocida la importancia del componente circunferencial de la velocidad del fluido a la entrada del conjunto de sellos, Kirk [44] propuso un método para calcularla. Partiendo de las ecuaciones de Navier-Stokes,



7

suponiendo que el componente circunferencial de la velocidad no varía y despreciando los esfuerzos de corte radiales, Kirk estableció que la distribución de presión en la zona de entrada a los sellos está dada por:

$$\frac{dp}{dr} = \rho r \omega_f^2$$

donde  $\omega_f$  es la velocidad angular del flujo a la entrada. Dando un valor inicial a esta velocidad angular se obtiene la distribución de la presión en la zona de sellos, pudiendo calcularse las fugas por medio de cualquier expresión del tipo empleado por Neumann [25]. En caso de no coincidir la presión calculada con la existente a la entrada del grupo de sellos, será necesario modificar la velocidad angular propuesta para el flujo y volver a calcular la distribución de presión. Este procedimiento deberá repetirse hasta lograr que la presión calculada para la entrada al conjunto de sellos de laberinto coincida con la especificada en el diseño. Una vez alcanzado esto último, el análisis del conjunto de sellos podrá realizarse por cualquier procedimiento numérico.

Kostyuk [2] dedujo que para una orbitación circular del rotor, las fuerzas cruzadas son proporcionales al ángulo de inclinación de éste respecto a la horizontal, pudiendo apoyar la orbitación o estar contra ella. Wright [31] aclaró este punto mediante pruebas con un equipo

7

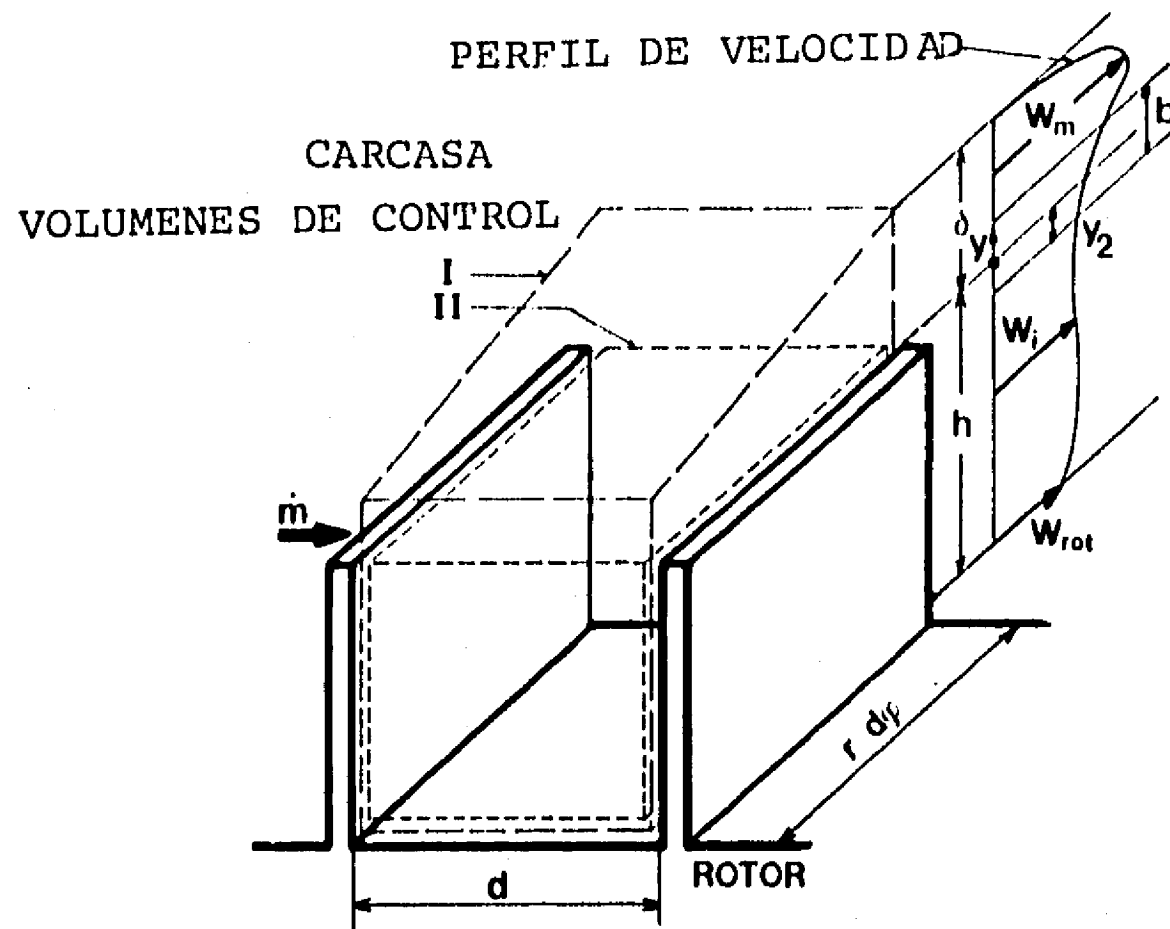
experimental consistente en una sola cámara. Encontró que para sellos divergentes la orbitación en el sentido de giro del rotor hace que las fugas tiendan a estabilizarlo, sucediendo lo contrario cuando la orbitación es opuesta. Concluyó que para sellos convergentes la estabilidad es absoluta. Demostró además que los sellos rectos son inestables cuando la orbitación tiene una dirección contraria a la rotación y viceversa. Una consecuencia adicional que se desprendió de la investigación de Wright, es la influencia que posee la caída de presión en el grupo de sellos, encontrándose que la orbitación es proporcional a ésta y a la presión de escape. Murphy y Vance [28] contradijeron las conclusiones anteriores indicando que Wright llevó a cabo sus experimentos a una velocidad del rotor de 15 Hz, que en opinión de ambos sería demasiado baja comparándola con los 50 ó 60 Hz nominales de un equipo rotatorio. Iwatsubo et al. [5] comprobarían con mayor detalle las aseveraciones de Wright. Tam et al. [43] para un sistema rotor-sellos aclararon algo de lo dicho por Wright [31] respecto a los sellos rectos, e indicaron que inyectando directamente a la cámara una cierta cantidad de fluido en dirección opuesta al giro del rotor, la estabilidad del sistema rotor-sellos aumenta, ya que con ello el amortiguamiento crece a causa de la reducción del componente circunferencial de la velocidad en las cámaras.

El modelo propuesto por Kostyuk [2] excluyó la

7

variación del área circunferencial tanto en función del tiempo como de la posición. El mismo error cometieron Kurohashi et al. [45]. Esto lo recogió Iwatsubo en [4] y [5], e incluyó la variación del área circunferencial transversal con el tiempo, obteniendo resultados que casi coincidían con los alcanzados durante la experimentación que él mismo llevó a cabo y corroboró en [4] por medio de diferencias finitas. Childs y Scharrer [7] con un modelo análogo al propuesto por Rajakumar y Sisto [32] vinieron a mejorar la formulación, incluyendo la variación del área antes mencionada con el tiempo y la posición. Los resultados obtenidos por Iwatsubo y Childs-Scharrer alcanzaron un buen acercamiento con la experimentación. Para comprobarlo, estos últimos establecieron una comparación con los resultados de Benckert y Wachter [3].

Wyssmann et al. [6] modificaron el modelo de Kostyuk [2], dividiendo cada cámara en dos volúmenes de control en lugar de uno, tal y como muestra la figura 2.12. Esta idea provino de la investigación efectuada por Jenny [46], quien basándose en un programa de cómputo desarrollado por Stoff [38] para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes desde un punto de vista incompresible y donde se empleaba el método de diferencias finitas, encontró que existen cuatro zonas dominantes en una cámara: flujo circunferencial, chorro en la pared proveniente del sello que precede a la cámara, fricción de las capas límite y flujo cortante, tal y como



$w$  VELOCIDAD EN DIFERENTES ZONAS  
 $b$  y  $Y$  DISTANCIAS.

$d$  DISTANCIA ENTRE SELLOS.

$d\phi$  ANGULO DE DESPLAZAMIENTO.

$h$  ALTURA DE LOS SELLOS.

$\dot{m}$  FLUJO MASICO.

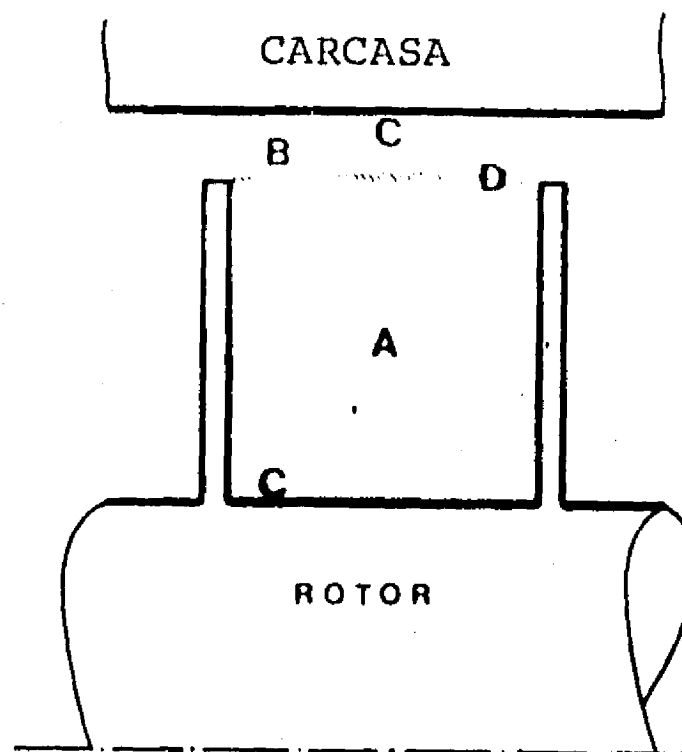
$r$  RADIO DEL ROTOR.

Figura 2.12. División de una cámara en dos volúmenes de control para su análisis. Dibujo tomado de Wyssmann et al. [6].

7

se muestra en la figura 2.13. Sus resultados finales aunque interesantes, alcanzaron el mismo nivel de aproximación que los obtenidos con los modelos basados en un volumen único. Scharrer [47] mejoró el trabajo de Wyssmann et al. [6] introduciendo la condición de compresibilidad que dichos autores habían omitido. Con el nuevo modelo se acercó a los datos experimentales para los coeficientes de rigidez mixto y amortiguamiento directo, pero se quedó muy lejos de los dos coeficientes restantes. Para emitir esta conclusión hizo eco del trabajo experimental que Childs y Scharrer [48] desarrollaran un año antes y donde cinco puntos resumen la investigación:

- 1) Para sellos instalados en el rotor, los coeficientes de amortiguamiento directo aumentan al hacerlo el claro. Lo contrario sucede cuando los sellos se ensamblan a la carcasa.
- 2) Los coeficientes de rigidez mixtos son indiferentes a los cambios de claro.
- 3) Para sellos localizados en la carcasa y frecuencias arriba de 16000 RPM, los coeficientes de rigidez y amortiguamiento directo no varían, mientras los mixtos disminuyen al aumentar la velocidad del rotor. Lo opuesto sucede cuando los sellos se ensamblan al rotor.
- 4) A medida que el claro disminuye, los sistemas que



- A ZONA CENTRAL CON VELOCIDAD CASI UNIFORME.
- B ZONA DE CHORRO.
- C ZONA DE CAPA LIMITE REDUCIDA.
- D ZONA DE FLUJO CORTANTE DONDE SE MEZCLAN EL CHORRO Y EL FLUJO UNIFORME O CASI UNIFORME.

Figura 2.13. Las cuatro zonas dominantes en que puede dividirse el flujo dentro de una cámara. Stoff [38], Wyssmann et al. [6] y Jenny [46]. Dibujo tomado de Wyssmann et al. [6].

7

poseen sellos instalados en el rotor pierden estabilidad en comparación a aquellos que los tienen ubicados en la carcasa.

5) En teoría, al aumentar la frecuencia de giro del rotor, los coeficientes de rigidez directos incrementan su valor en forma parabólica. Sin embargo, la experimentación indicó lo contrario.

Resultados del comportamiento fluidodinámico en el interior de las cámaras de los sellos de laberinto, basados en paquetes de cómputo comerciales como TEACH y PHOENICS-84, fueron obtenidos en los últimos años por Rhode y Sobolik [49], así como Tam et al. [43] respectivamente. Con ellos se calculó el perfil de velocidad y presión en las cámaras que forman los sellos de laberinto, incluyendo la turbulencia asociada, basada en el modelo  $\kappa$ - $\epsilon$  clásico. El pionero en esta clase de trabajos fue Stoff [38] como ya se mencionó, quien se basó en un programa de diferencias finitas por él desarrollado para obtener el perfil de velocidad en el interior de una cámara. Stoff dedujo para un medio incompresible y turbulento (modelo  $\kappa$ - $\epsilon$ ), que la velocidad de mezcla del fluido en el interior de la cámara alcanza el 65% de la velocidad del rotor y no el 50% que señala el flujo de Couette para dos cilindros concéntricos, donde el interior rota y el exterior se encuentra estático. Las mediciones llevadas a cabo por el mismo Stoff sobre un

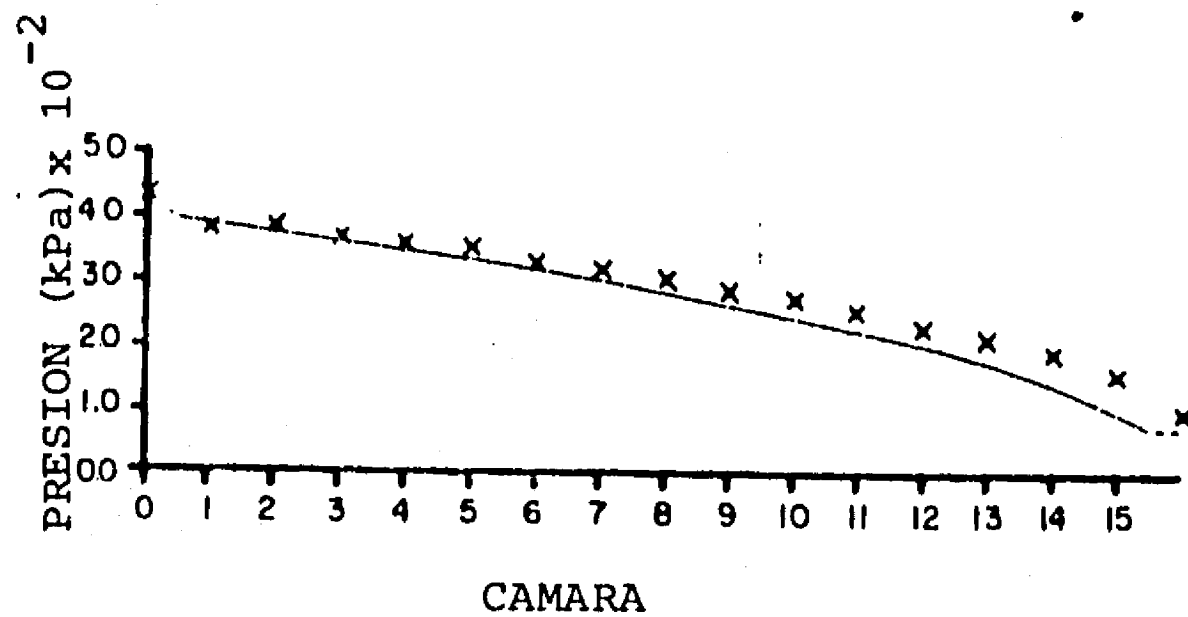
7

medio incompresible como el agua, fluyendo a través de una cámara con área transversal cuadrada, probaron esta conclusión. Dichas mediciones fueron registradas por un anemómetro láser. Los resultados de Stoff refuerzan la influencia que posee el componente circunferencial de la velocidad de entrada al grupo de sellos. Rhode y Sobolik [49] modelaron una cámara sencilla con un programa herencia de TEACH para un medio compresible y en dirección r-z. Compararon los cálculos obtenidos para la presión en cada cámara con las mediciones de Childs y Scharrer [50], figura 2.14, logrando una precisión considerable al calcular la presión. Sus resultados sobre la distribución de velocidad en la cámara comparados con los medidos por Stoff [38] poseen una ligera desviación, figura 2.15. Por su parte, Tam et al. [43] efectuaron un estudio más profundo, y por medio del programa PHOENICS-84 calcularon los campos de velocidad y presión empleados en la determinación de las fuerzas radial y tangencial. Compararon sus resultados con las mediciones experimentales de Childs et al. [51] y [52], obteniendo tendencias cualitativas y cuantitativas similares, figura 2.16.

Tanto Benckert y Wachter [3], como Brown y Leong [41] indicaron que la variación circunferencial de la presión disminuye a medida que el flujo tiende hacia las últimas cámaras.

Childs y Scharrer [7] observaron que la caída de

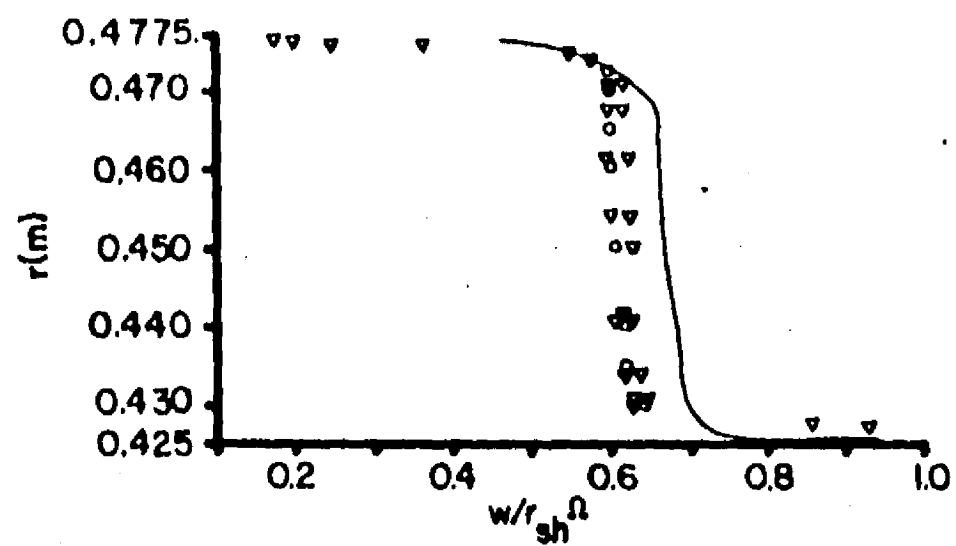




X EXPERIMENTACION [51].

- TEORIA [49].

Figura 2.14. Comparación entre la presión medida por Childs y Scharrer [50] y la calculada por Rhode y Sobolik [49] con un programa de cómputo herencia del código TEACH, para una cámara. Gráfica tomada de Rhode y Sobolik [49].



W VELOCIDAD DE MEZCLA.

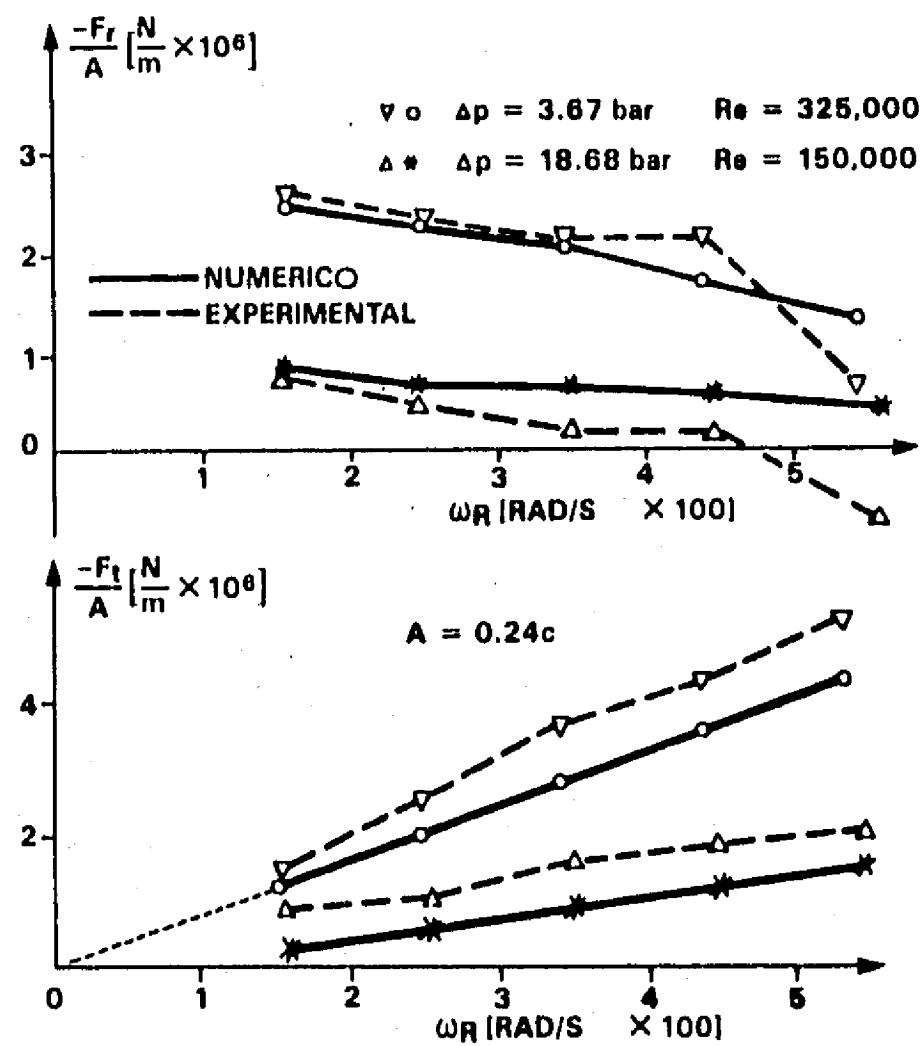
$r_{sh}$  RADIO DEL ROTOR.

$\Omega$  FRECUENCIA DE ROTACION.

r RADIO DONDE SE CALCULA LA VELOCIDAD.

NOTA. Los triángulos indican experimentación. La línea continua teoría.

Figura 2.15. Comparación entre los resultados alcanzados por Rhode y Sobolik [49] y los medidos por Stoff [38], respecto a la velocidad en el interior de una cámara sencilla. Gráfica tomada de Rhode y Sobolik [49].



$F_t$  FUERZA TANGENCIAL.

$F_r$  FUERZA RADIAL.

A AMPLITUD.

C CLARO.

Figura 2.16. Comparación entre los resultados experimentales alcanzados por Childs et al. [51] y [52] y los teóricos de Tam et al. [43] para una cámara: a) Fuerza radial. b) Fuerza tangencial. Gráfica tomada de Tam et al. [43].

7

presión entre cámaras adyacentes es pequeña en comparación a la existente entre la última cámara y el eyector, lo que provoca la aparición de ondas de choque producto de la velocidad supersónica alcanzada. Esto implica que si la relación de presión entre la salida y la entrada al grupo de sellos es igual o inferior a la crítica y dependiendo del número de éstos, algunas veces la velocidad de escape del fluido será igual o mayor que la del sonido. En turbinas es común encontrar al último sello muy erosionado después de operar la máquina durante un año, según experiencia de Toshiba [53].

Respecto a la influencia que poseen las dimensiones de las cámaras y los sellos de laberinto, Iwatsubo et al. [5] observaron que:

- 1) Al aumentar el radio del rotor, la fuerza de excitación se incrementa en forma proporcional, igual que el flujo másico.
- 2) Conforme el claro entre sellos y carcasa o sellos y rotor, dependiendo del caso, crece, la fuerza de excitación disminuye y el flujo másico se eleva.
- 3) La altura de los sellos no influye decisivamente en la estabilidad del sistema. Su mayor dependencia se presenta cuando están localizados en el rotor, coincidiendo con los resultados experimentales de Childs y Scharrer [48].

- 4) Si la caída de presión en el grupo de sellos se reduce, la fuerza de excitación disminuye, lo mismo que el flujo másico.
- 5) Los sellos de laberinto convergentes son más estables que los rectos y éstos a su vez que los divergentes, ya que la fuerza de excitación disminuye.
- 6) Al aumentar la distancia entre sellos vecinos, la fuerza de excitación se eleva, manteniéndose constante el flujo másico.
- 7) Cuando el número de sellos crece, la fuerza de excitación sigue la misma tendencia, disminuyendo el flujo másico.

Wyssmann [54] indicó que el modelo resuelto a partir de la teoría de perturbaciones es el camino más adecuado, ya que puede aplicarse al estudio de grandes grupos de sellos sin requerir una computadora con elevada memoria. Basta recordar que la malla utilizada por Rhode y Sobolik [49] para analizar una cámara en dos dimensiones consistía de 33 x 33 nodos, mientras que Tam et al. [43] utilizaron 1152 volúmenes de control para modelar una cámara en tres dimensiones.

Nordmann et al. [55] resolvieron las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía en forma acoplada para analizar el comportamiento de sellos de

laberinto, empleando métodos perturbatorios y diferencias finitas en forma conjunta. Los resultados obtenidos con este modelo se confrontaron con los teóricos de Nelson [56] y los teórico - experimentales de Elrod y Nicks [57] para un caso particular de sellos anulares, logrando mejorar en ciertos puntos la aproximación a los resultados experimentales, aunque perdieron precisión en otros respecto a los modelos convencionales resueltos por la teoría de perturbaciones. Por tanto, puede considerarse que si por un lado el modelo se afinó, por otro fue más impreciso.

Kostyuk [40] buscó establecer la importancia que tiene el considerar las fuerzas de excitación al diseñar turbinas y compresores. Encontró después de experimentar con tres geometrías, que la capacidad nominal se sobrestima en un factor de 1.5 a 2.0 si dichas fuerzas no se consideran.

Rajakumar y Sisto [42] demostraron experimentalmente que la presión máxima en el interior de las cámaras se halla a más de ciento ochenta grados de la excentricidad mínima cuando el rotor gira. Esto difiere de los ciento ochenta obtenidos para el rotor sin movimiento.

Wyssmann et al. [6] observaron que al aumentar el peso molecular del fluido que circula a través de los sellos de laberinto, la estabilidad del rotor se incrementa, al reducirse las fuerzas de excitación.

### 2.3 Conclusiones de la revisión bibliográfica

Para determinar las fuerzas inducidas por los sellos de laberinto, así como sus coeficientes rotodinámicos, se propusieron modelos basados en: un volumen de control, dos volúmenes de control acoplados o la solución directa de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía en forma conjunta. El alcance de este último tipo de análisis está restringido, ya que la capacidad de memoria requerida en una computadora para determinar los campos de presión y velocidad en grupos de sellos de laberinto es elevada y poco práctica, sobre todo cuando se considera la orbitación del rotor. Por otra parte, los modelos de uno y dos volúmenes resueltos a partir de métodos perturbatorios, además de no estar limitados por el número de sellos, han demostrado ser igualmente confiables y aplicables a cualquier geometría.

También se desarrolló un procedimiento combinado entre métodos perturbatorios y diferencias finitas, sin embargo, los resultados demostraron una aproximación similar a los alcanzados por otros métodos.

Los trabajos teóricos y experimentales demostraron que la fuerza de excitación está íntimamente relacionada con la velocidad de entrada al conjunto de sellos de laberinto, siendo más fuerte la dependencia cuando ésta es contraria a la velocidad del rotor.

Respecto a las dimensiones de las cámaras, solamente la altura de los sellos no influye en el comportamiento de la fuerza de excitación, a menos que éstos se encuentren localizados en el rotor.

La experiencia probó que los sellos instalados en el rotor son menos estables que aquellos montados en la carcasa, ya que registran fuerzas de excitación más altas. También, que los sellos convergentes son más estables que los rectos y éstos que los divergentes.

Una conclusión general que se deriva de la revisión bibliográfica es que no se cuenta con una información lo suficientemente completa como para afirmar que la investigación está cerrada, basta revisar en la literatura especializada la dificultad que se tiene para determinar las fuerzas de excitación y los coeficientes rotodinámicos, siendo el coeficiente de rigidez mixto el único que puede calcularse con cierta precisión. El problema se complica sobre todo si el análisis se lleva a cabo cuando el rotor está en operación, lo que posiblemente sea consecuencia de la falta de exactitud de los coeficientes y exponentes de la ecuación de Blasius [58], empleada para determinar los esfuerzos cortantes. Este punto se trata con más detalle en los capítulos cuatro y seis como parte de la validación del modelo matemático.

Los modelos matemáticos propuestos no han tomado en consideración la real importancia que posee el perfil del



7

sello, siendo indispensable efectuar más investigación al respecto con formulaciones más precisas que ya existen en la literatura especializada para calcular el flujo másico a través de los sellos de laberinto. Este es uno de los puntos a tratar en esta investigación, donde se emplea un procedimiento más moderno y exacto que permite obtener con facilidad los coeficientes de pérdidas para cualquier tipo de geometría o perfil del sello, como se presenta en el capítulo tres.

## CAPITULO 3

### MODELO MATEMATICO PARA DETERMINAR LAS FUERZAS INDUCIDAS POR LOS SELLOS DE LABERINTO

#### 3.1 Introducción

El modelo matemático propuesto para determinar las fuerzas y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los sellos de laberinto, está estructurado sobre la base de la idea original de Kostyuk [2], modificada posteriormente por Iwatsubo [4], Childs y Scharrer [7] y Rajakumar y Sisto [32].

Para deducir las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento se emplea el modelo de un solo volumen, cuya solución se obtiene a través del método de perturbaciones, donde como parámetro pequeño se utiliza la relación excentricidad a claro propuesta por Childs y Scharrer [7]. Se incluye la variación del área transversal de la cámara con el tiempo y la posición en dirección circunferencial. El flujo másico que circula a través de los sellos de laberinto se calcula con la fórmula de Troyanovski [9], válida tanto para flujo subsónico como supersónico y que posee la versatilidad de ser aplicable a diversos perfiles del sello, ventaja que las expresiones empleadas en otras investigaciones no poseen.

Las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento se obtienen para un flujo compresible y laminar o turbulento según el caso, en dirección axial y circunferencial, donde los esfuerzos cortantes originados por el rotor y la carcasa se determinan con la expresión de Blasius [58].

Se supone que el proceso es estrangulado y que el medio cumple con las condiciones de gas ideal, despreciando el efecto de la masa agregada a sugerencia de Childs y Scharrer [7].

Una vez que se obtienen los campos de presión y velocidad, se calculan los componentes radial y tangencial de la fuerza de excitación originada por el fluido, así como su posición y los coeficientes de rigidez y amortiguamiento.

El modelo matemático propuesto tiene la facilidad de analizar el flujo a través de cualquier perfil de los sellos, extendiéndose a geometrías convergentes y divergentes inclusive, lo que constituye una aportación importante, ya que en la literatura especializada no se encuentran formulaciones válidas para este tipo de casos.

### 3.2 Modelo matemático

El modelo matemático se apoya en las suposiciones de Childs y Scharrer [7] que con anterioridad demostraron ser

7

exactas, al quedar validadas por medio de resultados experimentales y observaciones en campo:

- 1) El fluido se considera que cumple con las condiciones de gas ideal.
- 2) De acuerdo a lo observado en sellos de laberinto de turbinas y compresores, la variación de la presión dentro de las cámaras es pequeña comparada con la caída de presión entre cámaras adyacentes.
- 3) La frecuencia de resonancia acústica dentro de la cámara es mayor que la velocidad angular del rotor para evitar la resonancia que provoca fatiga en los materiales.
- 4) Los términos de la masa agregada se desprecian.
- 5) Se considera que la velocidad axial no produce esfuerzos cortantes.
- 6) Se desprecia la contribución directa de los esfuerzos cortantes en los coeficientes de rigidez y amortiguamiento.
- 7) Se supone que el proceso es estrangulado, ya que después de observar el comportamiento del vapor en los sellos de laberinto de las turbinas de 300 MW, se encontró una caída de temperatura de quince grados centígrados en el conjunto de sellos delanteros [59]. Por tanto, de esta observación y del inciso uno se concluye que el proceso puede

considerarse a entalpía constante.

Al tomar un volumen de control dentro de una cámara cualquiera de los sellos de laberinto, localizados en la carcasa o en el rotor, lo que no importa pues ambos casos son semejantes, figuras 3.1 y 3.2, la ecuación de continuidad queda determinada por la expresión:

$$\frac{\partial (\rho_1 A_1)}{\partial t} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial (\rho_1 V_1 A_1)}{\partial \theta} + M_{i+1} - M_i = 0 \quad (3.1)$$

cuya deducción se muestra en el anexo A.

La figura 3.3 presenta el diagrama de cuerpo libre del volumen de control anterior empleado para obtener la ecuación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial (\rho_1 V_1 A_1)}{\partial t} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial (\rho_1 V_1^2 A_1)}{\partial \theta} + \frac{A_1}{r_1} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} + \tau_{ci} A_{ci} -$$

$$\tau_{ri} A_{ri} + M_{i+1} V_i - M_i V_{i-1} = 0 \quad (3.2)$$

que también se desglosa en el anexo A.

El área transversal  $A_1$  que aparece en las dos últimas expresiones abarca sistemas de sellos de laberinto rectos, convergentes, divergentes, mixtos e inclusive sin geometría

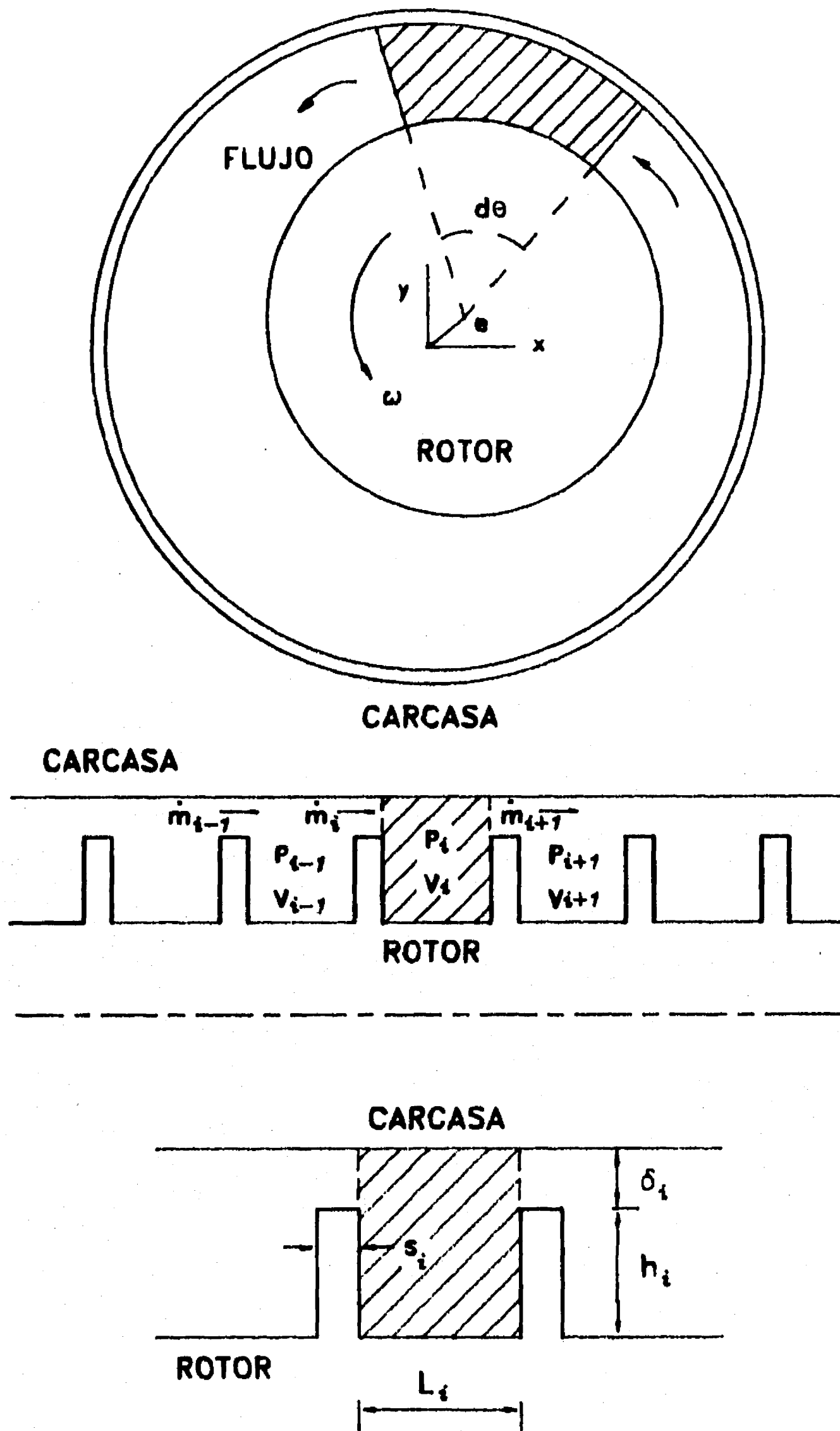


Figura 3.1. Volumen de control en el interior de una cámara del sistema de sellos de laberinto.

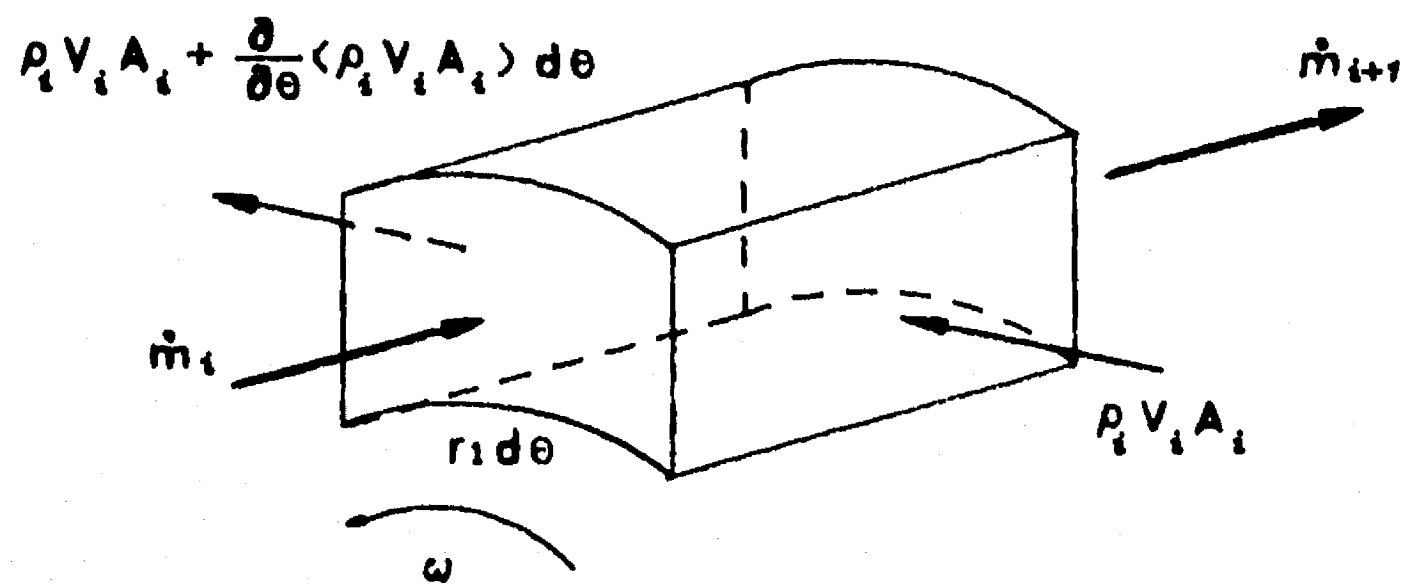


Figura 3.2. Volumen de control que muestra el balance de materia que circula por una cámara del sistema de sellos de laberinto.

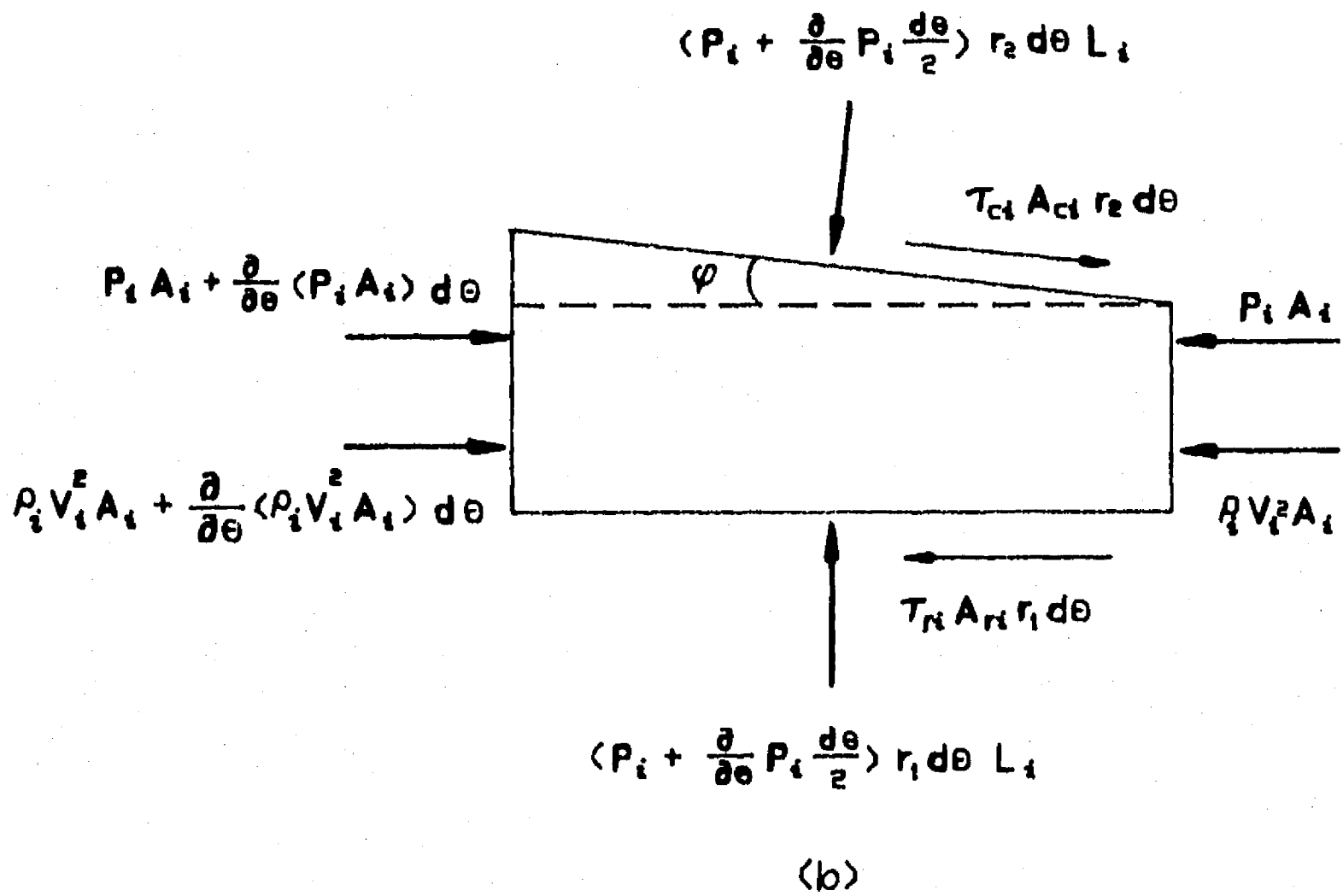
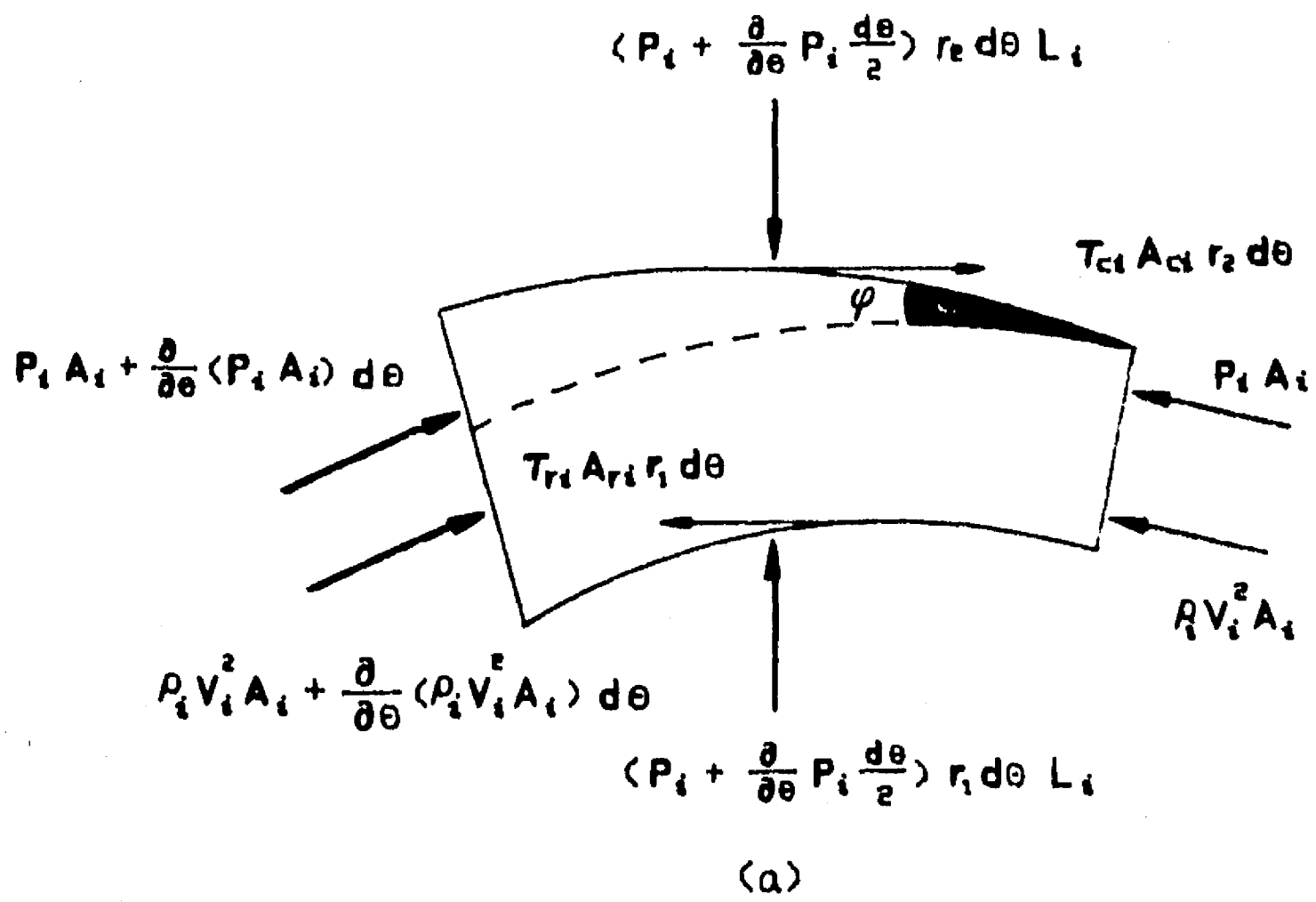


Figura 3.3. Balance de fuerzas que intervienen en una cámara: a) Diagrama de cuerpo libre del volumen de control de la figura 3.1. b) Aproximación al volumen de control antes señalado.



a causa del desgaste:

$$A_i = (h_i + \delta_i + h_{i+1} + \delta_{i+1}) \frac{L_i}{2} \quad (3.3)$$

Para sellos de laberinto ensamblados en la carcasa, los valores de  $A_{ci}$  y  $A_{ri}$  que en conjunto representan el área por unidad de longitud circunferencial de la cámara número 'i' que baña el fluido, están dados por las expresiones:

$$A_{ci} = (r_2 - h_i) \frac{h_i}{r_1} + (r_2 - h_{i+1}) \frac{h_{i+1}}{r_1} + \frac{r_2}{r_1} L_i \quad (3.4)$$

donde los dos primeros términos corresponden a áreas planas transversales al rotor y el último a un área cilíndrica.

Además:

$$A_{ri} = L_i \quad (3.5)$$

Para sellos de laberinto instalados en el rotor:

$$A_{ci} = \frac{r_2}{r_1} L_i \quad (3.6)$$

$$A_{ri} = h_i + h_{i+1} + L_i \quad (3.7)$$

Respecto a los sellos de laberinto mixtos, las

expresiones de  $A_{ci}$  y  $A_{ri}$  son una combinación de las cuatro últimas, dependiendo si primero aparece el sello ensamblado en la carcasa, en cuyo caso:

$$A_{ci} = (r_2 - h_i) \frac{h_i}{r_1} + \frac{r_2}{r_1} L_i \quad (3.8)$$

$$A_{ri} = h_{i+1} + L_i \quad (3.9)$$

o si el ensamblado en el rotor es primero:

$$A_{ci} = (r_2 - h_{i+1}) \frac{h_{i+1}}{r_1} + \frac{r_2}{r_1} L_i \quad (3.10)$$

$$A_{ri} = h_i + L_i \quad (3.11)$$

Los esfuerzos cortantes inducidos por la carcasa  $\tau_{ci}$  y por el rotor  $\tau_{ri}$  se definen de acuerdo con Blasius [58]:

$$\tau_{ci} = \frac{1}{2} \lambda_{ci} \rho_i V_i^2 \operatorname{sgn}(V_i) \quad (3.12)$$

$$\tau_{ri} = \frac{1}{2} \lambda_{ri} \rho_i (u - V_i)^2 \operatorname{sgn}(u - V_i) \quad (3.13)$$

donde  $u$  es la velocidad periférica del rotor. Los factores de fricción para la carcasa y el rotor  $\lambda_{ci}$  y  $\lambda_{ri}$  respectivamente, son los mismos que se utilizan para determinar los esfuerzos cortantes del flujo entre

cilindros coaxiales:

$$\lambda_{ci} = NC (R_{ci})^{MC} \quad (3.14)$$

$$\lambda_{ri} = NR (R_{ri})^{MR} \quad (3.15)$$

Los coeficientes y los exponentes 'NC', 'MC', 'NR' y 'MR' dependen del material empleado para fabricar el sistema de sellos de laberinto y sus valores pueden obtenerse de los manuales de mecánica de fluidos. Las variables  $R_{ci}$  y  $R_{ri}$  representan los números de Reynolds para la carcasa y el rotor respectivamente, definidos por:

$$R_{ci} = \frac{D_{hi} |V_i|}{\nu} \quad (3.16)$$

$$R_{ri} = \frac{D_{hi} |u - V_i|}{\nu} \quad (3.17)$$

donde el diámetro hidráulico  $D_{hi}$  está dado por la expresión:

$$D_{hi} = \frac{2 (h_i + \delta_i) L_i}{h_i + \delta_i + L_i} \quad (3.18)$$

La ecuación de cantidad de movimiento (3.2) se puede reducir, al restar de ésta la ecuación de continuidad (3.1) multiplicada por la velocidad en dirección circunferencial  $V_1$ :

$$\rho_1 A_1 \frac{\partial V_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 V_1 A_1}{r_1} \frac{\partial V_1}{\partial \theta} + \frac{A_1}{r_1} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} + \tau_{ci} A_{ci} - \tau_{ri} A_{ri} + M_1 (V_1 - V_{1-1}) = 0 \quad (3.19)$$

Para reducir el número de variables, todos los términos de densidad se sustituyen por los de presión, al reemplazar la ecuación de los gases ideales:

$$P_1 = \rho_1 R T \quad (3.20)$$

en cada una de las relaciones anteriores.

### 3.3 Expresión de Troyanovski para calcular las fugas a través de sellos de laberinto

El modelo de Troyanovski<sup>1</sup> [9] elegido para este análisis, posee la ventaja de poder incorporar varias

1. Apellido castellanizado del ruso y cuya traducción al alemán es Trojanovskij.

geometrías de los sellos, seleccionando únicamente los coeficientes empíricos  $\mu_1$  y  $K_1$  respectivos.

El flujo másico por unidad de longitud incorporado a las expresiones (3.1) y (3.2), o su forma simplificada (3.19), está dado por la expresión:

$$M_1 = \mu_1 K_1 \delta_1 \left[ \frac{P_{i-1}^2 - P_i^2}{R T} \right]^{1/2} \quad (3.21)$$

donde  $\delta_1$  es el claro local.

Los coeficientes experimentales de (3.21) están contenidos en las figuras 3.4 y 3.5. Para sellos de laberinto ensamblados en el rotor o mixtos,  $K_1$  es uno.

La ecuación (3.21) además de emplearse para calcular el flujo que circula por el grupo de sellos, se utiliza para obtener la caída de presión entre cámaras adyacentes.

### 3.4 Linealización de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento empleando la teoría de perturbaciones

Para linealizar y resolver las ecuaciones (3.1) y (3.19) que describen el comportamiento del flujo a través de los sellos de laberinto, se emplea el método de perturbaciones. Las variables perturbadas son: la presión

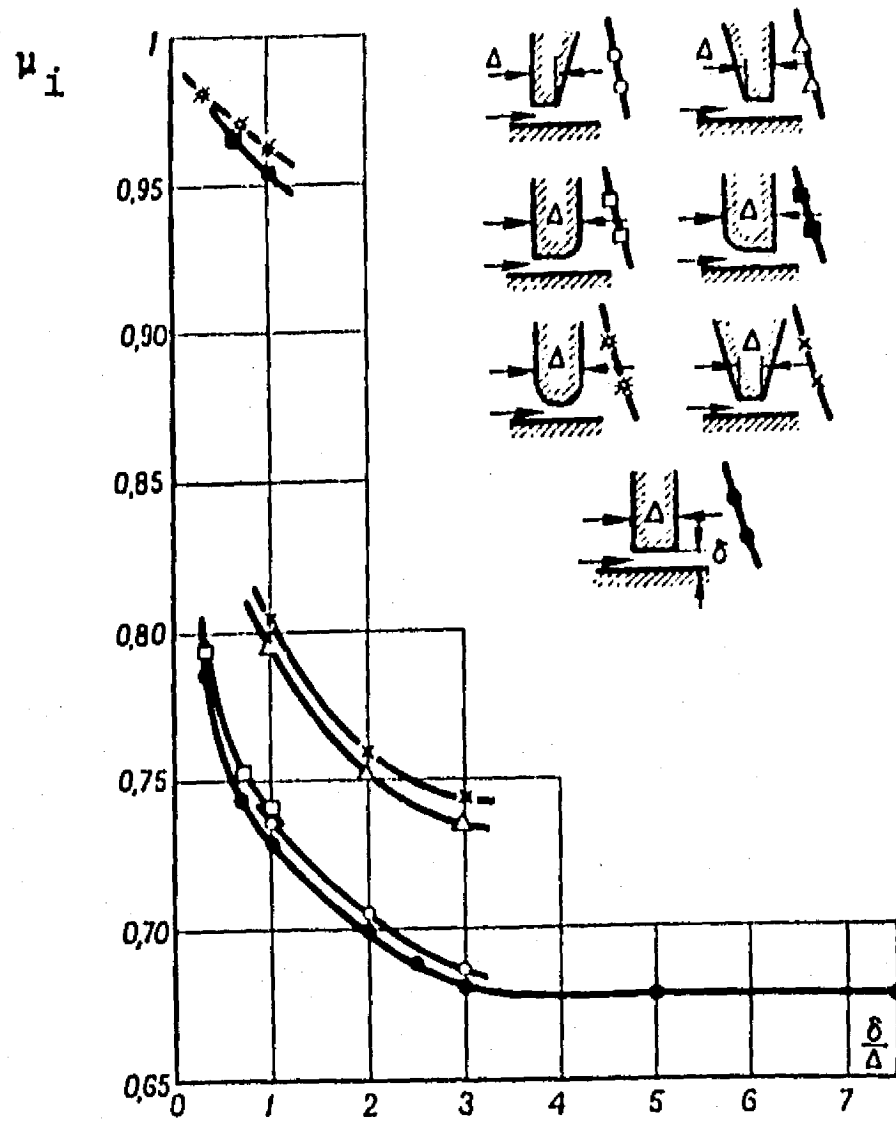


Figura 3.4. Coeficiente  $\mu_i$  para sellos de laberinto con geometrías y dimensiones diversas. Gráfica tomada de Schegliáiev [9].

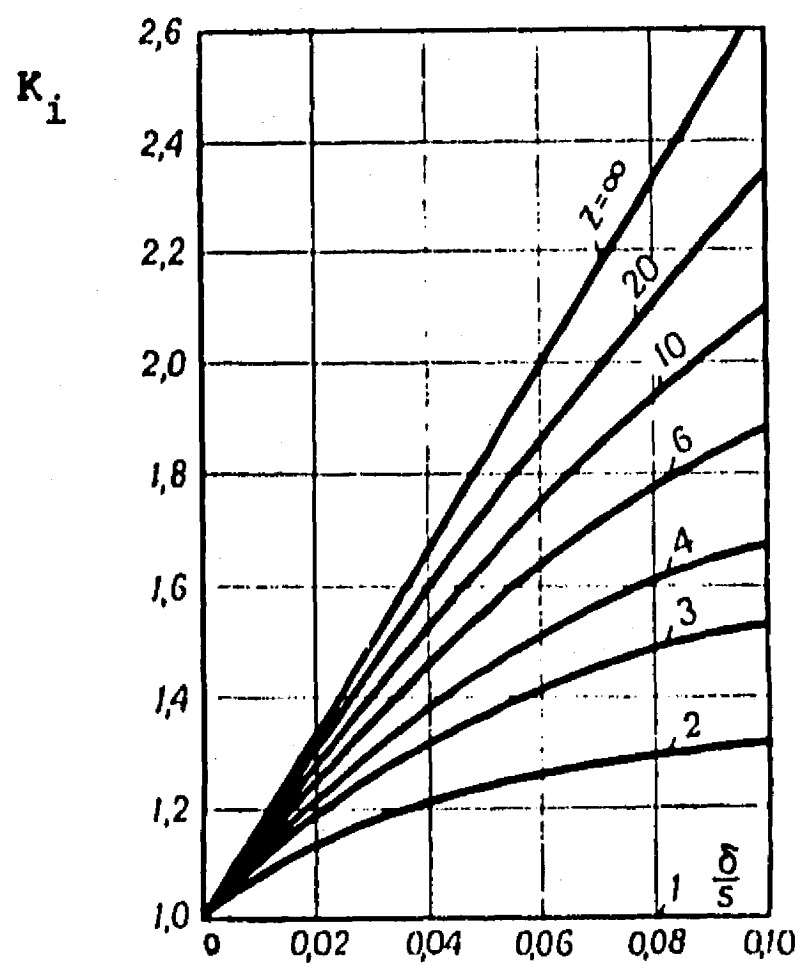
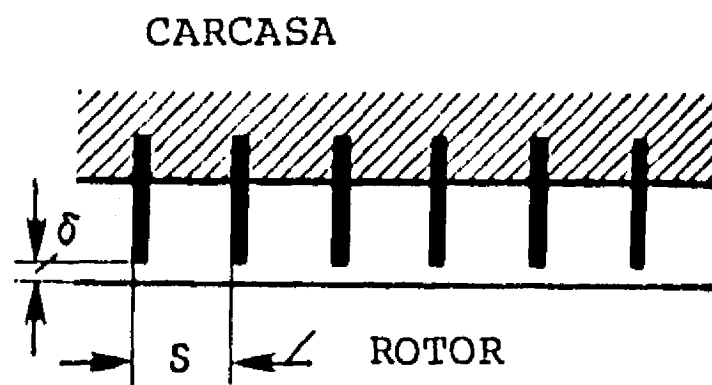


Figura 3.5. Coeficiente de corrección  $K_i$  para calcular las fugas por los sellos de laberinto ensamblados totalmente en el rotor. Gráfica extraída de Schegliáiev [9].

estática, el componente circunferencial de la velocidad, el claro entre sello y rotor o sello y carcasa dependiendo del caso, así como el área transversal de la cámara. Se utiliza la relación excentricidad a claro como parámetro pequeño, definido por  $\epsilon$ . Resumiendo lo anterior:

$$\left. \begin{aligned}
 P_1 &= P_{01} + \epsilon P_{11} \\
 V_1 &= V_{01} + \epsilon V_{11} \\
 \delta_1 &= \delta_{01} + \epsilon \delta_{11} \\
 A_1 &= A_{01} + \epsilon \delta_{11} L_1
 \end{aligned} \right\} (3.22)$$

donde:

$$\epsilon = \frac{e}{\delta} \quad (3.23)$$

siendo 'e' la excentricidad del rotor y  $\delta$  el claro medio.

El método consiste en determinar la distribución de presión y velocidad en las cámaras para una posición concéntrica del rotor con el eje axial de la turbomáquina, conocida como solución de orden cero. Posteriormente, los resultados obtenidos por medio de las perturbaciones, también llamada solución de orden uno, que representa el comportamiento del flujo cuando el rotor no está concéntrico, se suman a los calculados en el primer paso



según (3.22), para determinar el comportamiento total del sistema rotor-sellos.

### 3.4.1 Solución de orden cero

Puesto que en este caso el rotor está concéntrico, las propiedades no varían con el tiempo y la posición angular  $\theta$ , reduciéndose la ecuación de continuidad:

$$M_{i+1} = M_i = M_0 \quad (3.24)$$

Esta relación se emplea para calcular la distribución de presión dentro de cada una de las cámaras conociendo el flujo másico de (3.21).

El flujo másico  $M_0$  se obtiene al reemplazar en (3.21):  $\delta_i$  por el claro medio  $\delta$ ,  $P_e$  por  $P_{i-1}$ ,  $P_s$  por  $P_i$  e introducir el número de sellos  $Z$  como denominador en el interior del radical.

Al aplicar las mismas consideraciones en la ecuación de cantidad de movimiento (3.19):

$$\tau_{c0i} A_{ci} - \tau_{r0i} A_{ri} + M_0 (V_{0i} - V_{0i-1}) = 0 \quad (3.25)$$

La distribución de la componente circunferencial de la velocidad en cada cámara se calcula de (3.25) conociendo su valor de entrada al grupo de sellos, aplicando el método

de Newton-Raphson a cada una de las cámaras y utilizando (3.12) - (3.21).

### 3.4.2 Solución de orden uno

Cuando el rotor está excéntrico, los parámetros del fluido que circula por las cámaras pueden variar con el tiempo y la dirección circunferencial. Considerando la variación respecto al tiempo y al ángulo  $\theta$ , incluyendo la igualdad:

$$M_{i+1}^2 - M_i^2 = \frac{M_{i+1}^2 - M_i^2}{2M_0} \quad (3.26)$$

y reemplazando las variables (3.22) que involucran el parámetro de perturbación en la ecuación de continuidad (3.1):

$$\begin{aligned} G_{1i} \frac{\partial P_{1i}}{\partial t} + G_{1i} \frac{V_{0i}}{r_1} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} + G_{1i} \frac{P_{0i}}{r_1} \frac{\partial V_{1i}}{\partial \theta} + G_{3i} P_{1i} + \\ G_{4i} P_{1i-1} + G_{5i} P_{1i+1} + \frac{G_{2i}}{\epsilon} \frac{\partial (\epsilon \delta_1)}{\partial t} + \frac{G_{2i} V_{0i}}{r_1 \epsilon} \frac{\partial (\epsilon \delta_1)}{\partial \theta} + \\ \frac{G_{6i}}{\epsilon} (\epsilon \delta_1) = 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

donde los coeficientes 'G' de (3.27) están agrupados en las expresiones:

$$G_{11} = \frac{A_{0i}}{R T} \quad (3.28)$$

$$G_{21} = \frac{P_{0i} L_1}{R T} \quad (3.29)$$

$$G_{31} = \frac{M_0 (P_{0i-1}^2 - P_{0i+1}^2) P_{0i}}{(P_{0i}^2 - P_{0i+1}^2) (P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} \quad (3.30)$$

$$G_{41} = - \frac{M_0 P_{0i-1}}{P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2} \quad (3.31)$$

$$G_{51} = - \frac{M_0 P_{0i+1}}{P_{0i}^2 - P_{0i+1}^2} \quad (3.32)$$

$$G_{61} = M_0 \left( \frac{\delta_{0i} - \delta_{0i+1}}{\delta_{0i} \delta_{0i+1}} \right) \quad (3.33)$$

De manera análoga se deduce la ecuación de cantidad de movimiento, al reemplazar (3.22) en (3.19):

$$\begin{aligned}
 X_{1i} \frac{\partial V_{1i}}{\partial t} + X_{1i} \frac{V_{0i}}{r_1} \frac{\partial V_{1i}}{\partial \theta} + \frac{A_{0i}}{r_1} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} + X_{2i} V_{1i} - M_0 V_{1i-1} + \\
 X_{3i} P_{1i} + X_{4i} P_{1i-1} + \frac{X_{5i}}{\epsilon} (\epsilon \delta_1) = 0
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Los coeficientes 'X' de (3.34) están definidos por las relaciones:

$$X_{1i} = \frac{P_{0i} A_{0i}}{R T} \tag{3.35}$$

$$X_{2i} = (MC + 2) \frac{\tau_{c0i}}{V_{0i}} A_{ci} + (MR + 2) \frac{\tau_{r0i}}{(u - V_{0i})} A_{ri} + M_0 \tag{3.36}$$

$$X_{3i} = \frac{\tau_{c0i}}{P_{0i}} A_{ci} - \frac{\tau_{r0i}}{P_{0i}} A_{ri} - M_0 \frac{V_{0i} - V_{0i-1}}{P_{0i-1} - P_{0i}} P_{0i} \tag{3.37}$$

$$X_{4i} = \frac{M_0 (V_{0i} - V_{0i-1}) P_{0i-1}}{P_{0i-1} - P_{0i}} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
 X_{Si} = & \frac{M_0 (V_{0i} - V_{0i-1})}{\delta_{0i}} + \frac{MC \tau_{c0i} A_{ci} D_{h0i}}{2 (\delta_{0i} + h_i)^2} - \\
 & \frac{MR \tau_{r0i} A_{ri} D_{h0i}}{2 (\delta_{0i} + h_i)^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.39}$$

Se supone que la variación del claro puede expresarse como una elipse clásica igual a la registrada por el rotor y definida por la expresión:

$$\begin{aligned}
 \epsilon \delta_1 = & - \frac{a}{2} [\cos (\theta - \omega t) + \cos (\theta + \omega t)] \\
 & - \frac{b}{2} [\cos (\theta - \omega t) - \cos (\theta + \omega t)]
 \end{aligned}
 \tag{3.40}$$

Los trabajos experimentales de Benckert y Wachter [3], Brown y Leong [41], Rajakumar y Sisto [42] y Childs y Scharrer [48] demostraron que tanto la presión como la velocidad se distribuyen periódicamente alrededor de las cámaras. Por tanto, es posible esperar una respuesta armónica de la presión:

$$\begin{aligned}
 P_i = & P_{ci}^+ \cos (\theta + \omega t) + P_{si}^+ \sin (\theta + \omega t) + \\
 & P_{ci}^- \cos (\theta - \omega t) + P_{si}^- \sin (\theta - \omega t)
 \end{aligned}
 \tag{3.41}$$

y de la velocidad:

$$V_i = V_{ci}^+ \cos(\theta + \omega t) + V_{si}^+ \sin(\theta + \omega t) +$$

$$V_{ci}^- \cos(\theta - \omega t) + V_{si}^- \sin(\theta - \omega t) \quad (3.42)$$

Al reemplazar (3.40), (3.41) y (3.42) en (3.27), y suponer que la aceleración angular es nula, los términos de seno y coseno que se obtienen quedan agrupados en las expresiones:

$$\underline{\cos(\theta + \omega t)} : G_{1i} \left( \omega + \frac{V_{0i}}{r_1} \right) P_{si}^+ + G_{1i} \frac{P_{0i}}{r_1} V_{si}^+ +$$

$$G_{3i} P_{ci}^+ + G_{4i} P_{ci-1}^+ + G_{5i} P_{ci+1}^+ +$$

$$\frac{G_{6i}}{2\epsilon} (b - a) = 0 \quad (3.43)$$

$$\underline{\sin(\theta + \omega t)} : -G_{1i} \left( \omega + \frac{V_{0i}}{r_1} \right) P_{ci}^+ - G_{1i} \frac{P_{0i}}{r_1} V_{ci}^+ +$$

$$G_{3i} P_{si}^+ + G_{4i} P_{si-1}^+ + G_{5i} P_{si+1}^+ +$$

$$\frac{G_{2i}}{2\epsilon} (a - b) \left( \omega + \frac{V_{0i}}{r_1} \right) = 0 \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\cos (\theta - \omega t)} : & G_{1i} \left( \frac{V_{0i}}{r_1} - \omega \right) P_{si}^- + G_{1i} \frac{P_{0i}}{r_1} V_{si}^- + \\
 & G_{3i} P_{ci}^- + G_{4i} P_{ci-1}^- + G_{5i} P_{ci+1}^- \\
 & \frac{G_{6i}}{2 \varepsilon} (a + b) = 0 \qquad (3.45)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\sin (\theta - \omega t)} : & -G_{1i} \left( \frac{V_{0i}}{r_1} - \omega \right) P_{ci}^- - G_{1i} \frac{P_{0i}}{r_1} V_{ci}^- + \\
 & G_{3i} P_{si}^- + G_{4i} P_{si-1}^- + G_{5i} P_{si+1}^- \\
 & \frac{G_{2i}}{2 \varepsilon} (a + b) \left( \frac{V_{0i}}{r_1} - \omega \right) = 0 \qquad (3.46)
 \end{aligned}$$

Por un procedimiento análogo sobre (3.34):

$$\begin{aligned}
 \underline{\cos (\theta + \omega t)} : & X_{1i} \left( \omega + \frac{V_{0i}}{r_1} \right) V_{si}^+ + \frac{A_{0i}}{r_1} P_{si}^+ + \\
 & X_{2i} V_{ci}^+ - M_0 V_{ci-1}^+ + X_{3i} P_{ci}^+
 \end{aligned}$$

$$X_{4i} P_{ci-1}^{+} + \frac{X_{5i}}{2\epsilon} (b - a) = 0 \quad (3.47)$$

$$\underline{\text{sen}(\theta + \omega t)} : -X_{1i} \left( \omega + \frac{V_{0i}}{r_1} \right) V_{ci}^{+} - \frac{A_{0i}}{r_1} P_{ci}^{+} +$$

$$X_{2i} V_{si}^{+} - M_0 V_{si-1}^{+} + X_{3i} P_{si}^{+} +$$

$$X_{4i} P_{si-1}^{+} = 0 \quad (3.48)$$

$$\underline{\text{cos}(\theta - \omega t)} : X_{1i} \left( \frac{V_{0i}}{r_1} - \omega \right) V_{si}^{-} + \frac{A_{0i}}{r_1} P_{si}^{-} +$$

$$X_{2i} V_{ci}^{-} - M_0 V_{ci-1}^{-} + X_{3i} P_{ci}^{-} +$$

$$X_{4i} P_{ci-1}^{-} - \frac{X_{5i}}{2\epsilon} (a + b) = 0 \quad (3.49)$$

$$\underline{\text{sen}(\theta - \omega t)} : -X_{1i} \left( \frac{V_{0i}}{r_1} - \omega \right) V_{ci}^{-} - \frac{A_{0i}}{r_1} P_{ci}^{-} +$$

$$X_{2i} V_{si}^{-} - M_0 V_{si-1}^{-} + X_{3i} P_{si}^{-} +$$



$$X_{4i} P_{si-1} = 0 \quad (3.50)$$

Las expresiones (3.43) - (3.50) dan lugar a un sistema de ecuaciones de ocho por ocho, cuya forma general es:

$$A_{i-1} X_{i-1} + A_i X_i + A_{i+1} X_{i+1} + B_i = 0 \quad (3.51)$$

donde:

A<sub>i-1</sub> :

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= A_{22} = A_{33} = A_{44} = G_{41} \\ A_{55} &= A_{66} = A_{77} = A_{88} = -M_0 \\ A_{51} &= A_{62} = A_{73} = A_{84} = X_{41} \end{aligned} \right\} (3.52)$$

A<sub>i</sub> :

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= A_{22} = A_{33} = A_{44} = G_{31} \\ A_{12} &= -A_{21} = G_{11} \left( \omega + \frac{V_{01}}{r_1} \right) \end{aligned} \right\} (3.53)$$

$$A_{34} = -A_{43} = G_{11} \left( \frac{V_{01}}{r_1} - \omega \right)$$

$$A_{16} = -A_{25} = A_{38} = -A_{47} = G_{11} \frac{P_{01}}{r_1}$$

$$A_{51} = A_{62} = A_{73} = A_{84} = X_{31}$$

$$A_{52} = -A_{61} = A_{74} = -A_{83} = \frac{A_{01}}{r_1}$$

$$A_{55} = A_{66} = A_{77} = A_{88} = X_{21}$$

$$A_{56} = -A_{65} = X_{11} \left( \omega + \frac{V_{01}}{r_1} \right)$$

$$A_{78} = -A_{87} = X_{11} \left( \frac{V_{01}}{r_1} - \omega \right)$$

(3.53)

cont..

$A_{1+1}$  :

$$A_{11} = A_{22} = A_{33} = A_{44} = G_{51}$$

(3.54)

$B_1 :$

$$B_1 = \frac{G_{01}}{2 \epsilon} (b - a)$$

$$B_2 = \frac{G_{21}}{2 \epsilon} \left( \omega + \frac{V_{01}}{r_1} \right) (a - b)$$

$$B_3 = - \frac{G_{01}}{2 \epsilon} (a + b)$$

$$B_4 = \frac{G_{21}}{2 \epsilon} \left( \frac{V_{01}}{r_1} - \omega \right) (a + b)$$

$$B_5 = \frac{X_{51}}{2 \epsilon} (b - a)$$

$$B_6 = 0$$

$$B_7 = - \frac{X_{51}}{2 \epsilon} (a + b)$$

$$B_8 = 0$$

(3.55)

Los términos restantes que no aparecen en (3.52), (3.53) y (3.54) son nulos.

Los vectores incógnita  $X_{i-1}$ ,  $X_i$ , y  $X_{i+1}$  contienen las variables:

$$X_{i-1} = \left( \begin{array}{cccccc} + & + & - & - & + & + \\ P_{ci-1} & P_{si-1} & P_{ci-1} & P_{si-1} & V_{ci-1} & V_{si-1} \\ - & - & & & & \\ V_{ci-1} & V_{si-1} & & & & \end{array} \right)^T \quad (3.56)$$

$$X_i = \left( \begin{array}{cccccc} + & + & - & - & + & + & - & - \\ P_{ci} & P_{si} & P_{ci} & P_{si} & V_{ci} & V_{si} & V_{ci} & V_{si} \end{array} \right)^T \quad (3.57)$$

$$X_{i+1} = \left( \begin{array}{cccccc} + & + & - & - & + & + \\ P_{ci+1} & P_{si+1} & P_{ci+1} & P_{si+1} & V_{ci+1} & V_{si+1} \\ - & - & & & & \\ V_{ci+1} & V_{si+1} & & & & \end{array} \right)^T \quad (3.58)$$

### 3.5 Cálculo de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento de los sellos de laberinto

Las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema rotor-sellos sobre las consideraciones expuestas al inicio del capítulo y donde se supone que  $K_{yx} = -K_{xy}$ ,  $K_{yy} = K_{xx}$ ,  $C_{yx} = -C_{xy}$  y  $C_{yy} = C_{xx}$  ya que los ejes centrales de la carcasa y el rotor coinciden, son las siguientes:

$$- \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ -K_{xy} & K_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ -C_{xy} & C_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix}$$

(3.59)

Se considera que el rotor orbita con la forma de una elipse clásica, cuyas componentes de desplazamiento y velocidad están dadas por las expresiones:

$$X = a \cos \omega t$$

$$Y = b \sin \omega t$$

$$\dot{X} = -a\omega \sin \omega t$$

$$\dot{Y} = b\omega \cos \omega t$$

(3.60)

Al sustituir (3.60) en (3.59):

$$F_x = F_{xc} \cos \omega t + F_{xs} \sin \omega t$$

$$F_y = F_{yc} \cos \omega t + F_{ys} \sin \omega t$$

(3.61)

donde:

$$-F_{xc} = K_{xx} a + C_{xy} b\omega$$

$$-F_{xs} = K_{xy} b - C_{xx} a\omega$$

$$-F_{yc} = -K_{xy} a + C_{xx} b\omega$$

$$-F_{ys} = K_{xx} b + C_{xy} a\omega$$

(3.62)

Los componentes de la fuerza inducida por el flujo sobre el grupo de sellos de laberinto se determina integrando la presión a lo largo de la circunferencia en cada una de las N cámaras:

$$F_x = - \sum_{i=1}^{i=N} \int_0^{2\pi} P_i L_i r_1 \cos \theta d\theta \quad (3.63)$$

$$F_y = - \sum_{i=1}^{i=N} \int_0^{2\pi} P_i L_i r_1 \sin \theta d\theta \quad (3.64)$$

Al sustituir la presión de (3.22) y la perturbación de (3.41) en (3.63) y (3.64):

$$F_x = - \epsilon \pi r_1 \sum_{i=1}^{i=N} L_i [(P_{si}^+ - P_{si}^-) \sin \omega t + (P_{ci}^+ + P_{ci}^-) \cos \omega t] \quad (3.65)$$

$$F_y = - \epsilon \pi r_1 \sum_{i=1}^{i=N} L_i [(P_{si}^+ + P_{si}^-) \cos \omega t + (P_{ci}^- - P_{ci}^+) \sin \omega t] \quad (3.66)$$

De (3.61) y (3.62) en (3.65):

$$\begin{aligned}
 K_{xx} a + C_{xy} b\omega &= S_1 \\
 K_{xy} b - C_{xx} a\omega &= S_2 \\
 -K_{xy} a + C_{xx} b\omega &= S_3 \\
 K_{xx} b + C_{xy} a\omega &= S_4
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

en que:

$$S_1 = \varepsilon \prod r_1 \sum_{i=1}^{i=N} (P_{ci}^+ + P_{ci}^-) L_i \tag{3.68}$$

$$S_2 = \varepsilon \prod r_1 \sum_{i=1}^{i=N} (P_{si}^+ - P_{si}^-) L_i \tag{3.69}$$

$$S_3 = \varepsilon \prod r_1 \sum_{i=1}^{i=N} (P_{si}^+ + P_{si}^-) L_i \tag{3.70}$$

$$S_4 = \varepsilon \prod r_1 \sum_{i=1}^{i=N} (P_{ci}^- - P_{ci}^+) L_i \tag{3.71}$$

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento se obtienen al solucionar el sistema (3.67) con (3.68) - (3.71):

$$K_{xx} = \frac{S_1 a - S_4 b}{a^2 - b^2} \tag{3.72}$$

$$K_{xy} = \frac{S_2 b + S_3 a}{b^2 - a^2} \quad (3.73)$$

$$C_{xx} = \frac{S_3 + \left( \frac{S_2 b + S_3 a}{b^2 - a^2} \right) a}{bw} \quad (3.74)$$

$$C_{xy} = \frac{S_1 - \left( \frac{S_1 a - S_4 b}{a^2 - b^2} \right) a}{bw} \quad (3.75)$$

A sugerencia de Benckert y Wachter [3], dos parámetros adimensionales se agregan:

$$K_Q = \frac{\delta K_{xy}}{r_1 L (Z - 1) (P_e - P_s)} \quad (3.76)$$

$$E_0 = \frac{0.5 V_{01}^2}{(P_e - P_s) v_e + 0.5 V_{ax}^2} \quad (3.77)$$

donde  $\delta$  es el claro promedio,  $L$  la distancia media entre sellos,  $Z$  el número de sellos,  $V_{01}$  el componente circunferencial de la velocidad que posee el fluido antes de ingresar a los sellos de laberinto,  $v_e$  el volumen específico en el mismo punto y  $V_{ax}$  el componente axial de la velocidad del fluido antes de la primera cámara.



7

\*  
 $K_Q$  es la relación entre la fuerza de excitación causada por el descentramiento del rotor y la presión en dirección axial.  $E_0$  \* es un cociente que indica la importancia que posee la componente circunferencial de la velocidad del fluido a la entrada del grupo de sellos de laberinto.

## CAPITULO 4

### EVALUACION DEL MODELO MATEMATICO APLICADO A SELLOS DE LABERINTO RECTOS Y MIXTOS

#### 4.1 Introducción

Para evaluar el modelo matemático propuesto en el capítulo tres, se establece una comparación con los resultados experimentales de Benckert y Wachter [3] y Childs y Scharrer [48]. A causa de que las revistas especializadas no contienen información experimental para cotejar el comportamiento de los sellos de laberinto convergentes y divergentes, los resultados de este capítulo se centran en los de tipo recto y mixto, dejando los otros para ser analizados en el capítulo seis con el modelo experimental descrito en el capítulo cinco.

Se concluye que el modelo matemático propuesto si puede predecir las fuerzas y los coeficientes de rigidez cuando el rotor no gira, tanto para sellos rectos como mixtos. El problema se complica, como Baumgartner [39] señaló, si además de lo anterior se requiere determinar las fuerzas en sistemas de sellos de laberinto cuando el rotor ya está en operación. Esto es causado por el relativo desconocimiento de los coeficientes y exponentes de la expresión de Blasius [58], que determina los esfuerzos

7

cortantes en el rotor y la carcasa. Para demostrar lo anterior se establece una comparación entre los resultados obtenidos con los coeficientes y exponentes empleados por Childs y Scharrer [48] y los utilizados por Serkov [60].

Por otra parte, los sellos de laberinto rectos son un poco menos sensibles a los coeficientes y exponentes de la expresión de Blasius [58], presentando la solución numérica menor grado de desviación respecto a los resultados experimentales.

El programa de cómputo desarrollado para resolver el sistema de ecuaciones del capítulo tres y utilizado para llevar a cabo la evaluación, así como un pequeño manual para el usuario, se incluyen en el anexo B.

#### **4.2 Evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto rectos**

Los datos geométricos del conjunto de sellos de laberinto fijos a la carcasa y utilizados para evaluar el modelo matemático cuando el rotor no gira, se tomaron de las figuras 26 y 27 de la referencia [3]. Se emplearon los coeficientes y exponentes dados por Childs y Scharrer [48] para calcular los esfuerzos cortantes. La geometría de los sellos de laberinto rectos cuyo comportamiento se describe en la figura 26, está compuesta por los parámetros:

Radio del rotor = 150.0 mm.

Radio interior de la carcasa = 152.75 mm.

Número de sellos = 18.

Altura de los sellos = 2.0 mm.

Claro rotor - sellos = 0.25 mm.

Distancia entre sellos = 5.0 mm.

Espesor del sello = 0.25 mm.

Velocidad del rotor = 0 RPM.

Las presiones de entrada y salida al conjunto de sellos de laberinto, así como las fuerzas de excitación calculadas con el modelo matemático para diferentes excentricidades, se encuentran en las figuras 4.1 y 4.2. Las fuerzas de excitación que se analizan a través de este capítulo, corresponden al componente de la fuerza inducida por el flujo en dirección 'x', ya que Benckert y Wachter [3] propusieron excentricidades permanentes a noventa grados la mayoría de las veces y doscientos setenta en otras, definida ésta por los autores como excentricidad negativa.

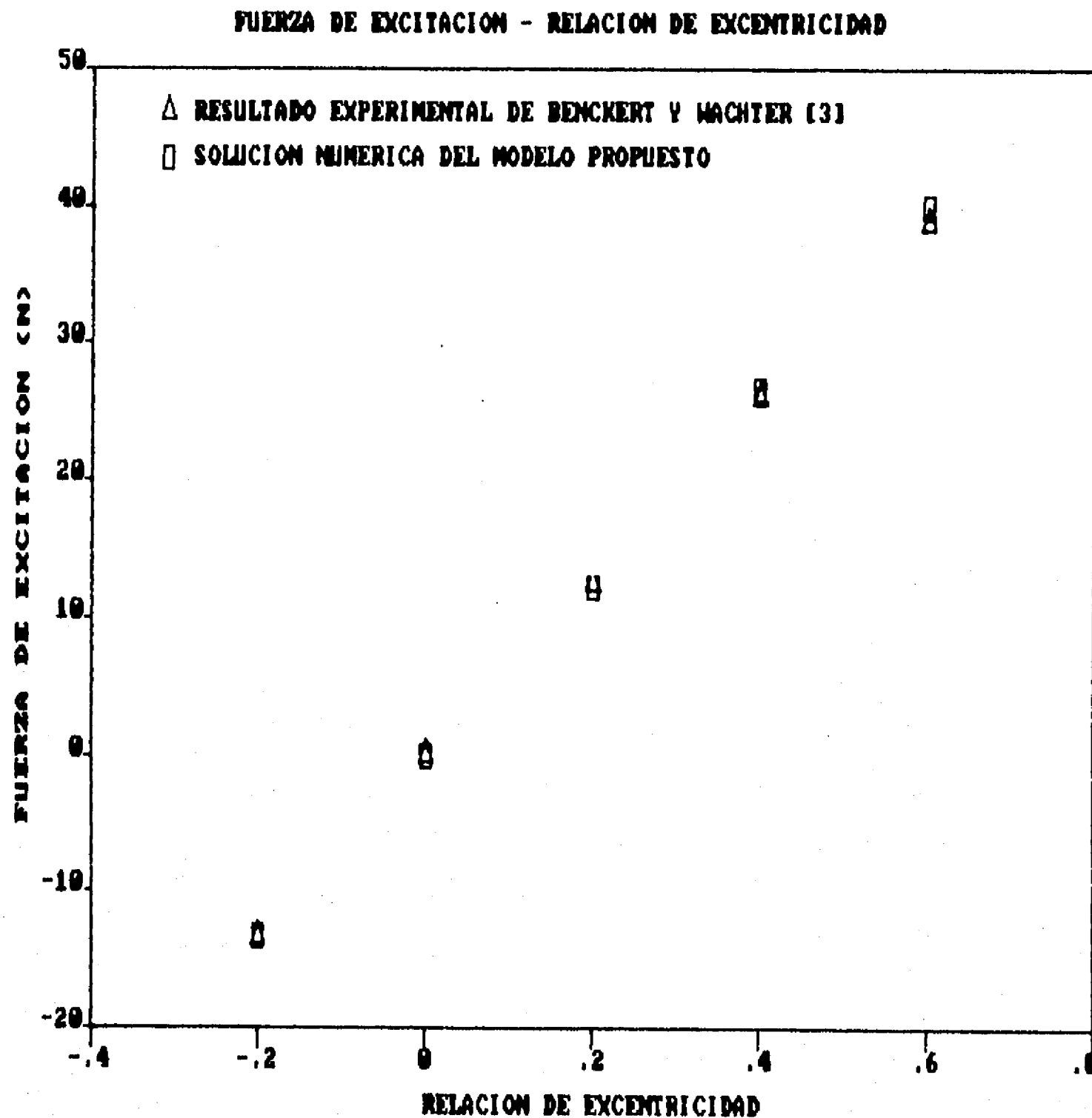
De la figura 27 de [3] se tienen las dimensiones siguientes:

Radio del rotor = 150.0 mm.

Radio interior de la carcasa = 156.0 mm.

Número de sellos = 18.

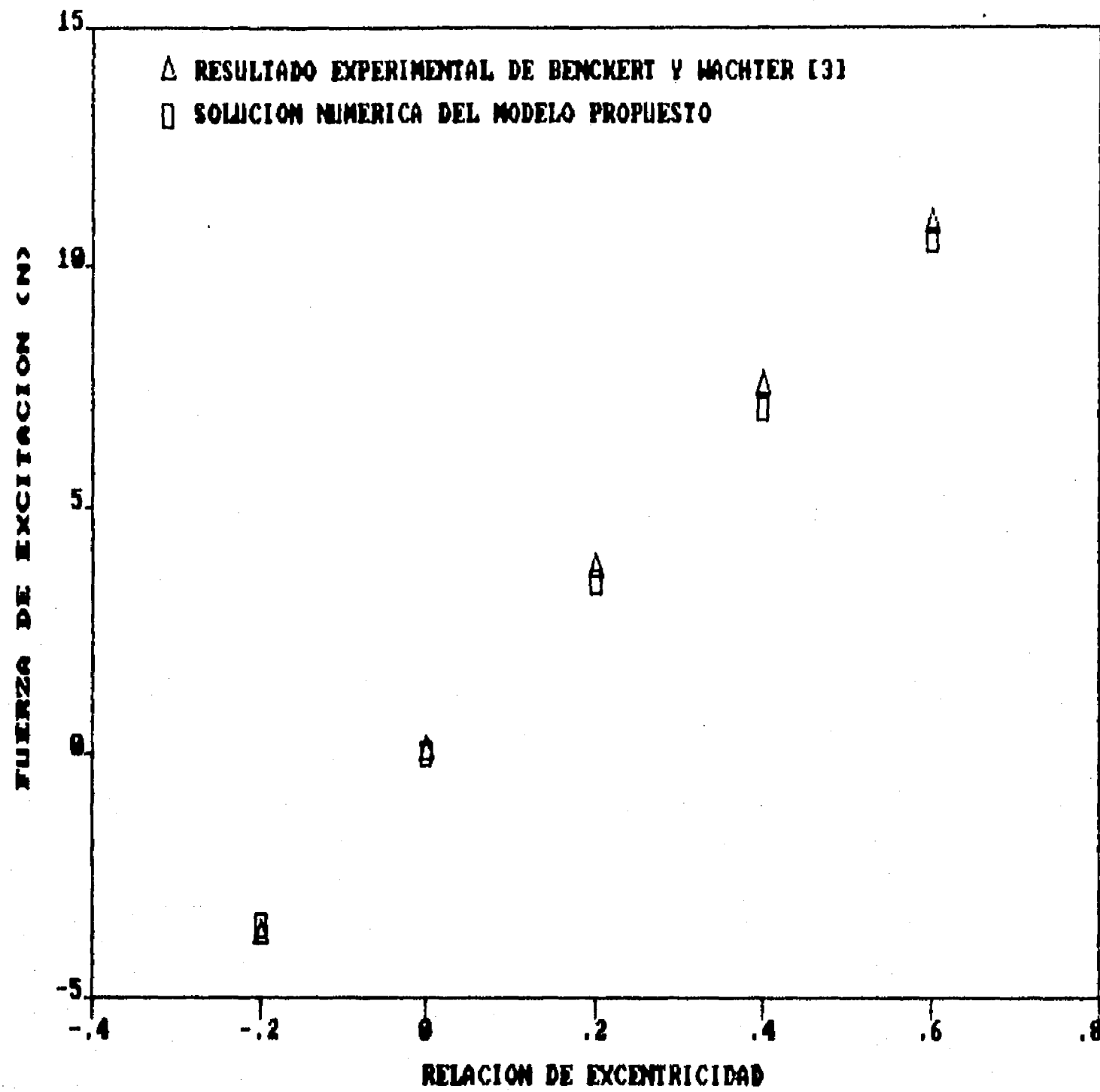
Altura de los sellos = 6.0 mm.



$K_{yx}$  (N/mm) = 257.0 (experimental), 265.44 (teórico).

Figura 4.1. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.32$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 51.88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

FUERZA DE EXCITACION - RELACION DE EXCENTRICIDAD



$K_{yx}$  (N/mm) = 75.0 (experimental), 70.2 (teórico).

Figura 4.2. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.66$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 37.47 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

Claro rotor - sellos = 0.25 mm.

Distancia entre sellos = 5.0 mm.

Espesor de cada sello = 0.25 mm.

Velocidad del rotor = 0 RPM.

Las figuras 4.3 y 4.4 presentan los resultados para la geometría anterior y las condiciones de operación que se señalan en dichas gráficas.

De los resultados anteriores se deduce, que la solución numérica del modelo teórico propuesto en el capítulo tres para sellos de laberinto rectos, coincide en su totalidad con la experimental cuando el rotor no gira.

Las figuras 4.5 a 4.10 muestran la confrontación entre los resultados experimentales de Childs y Scharrer [48] y los correspondientes al modelo teórico para los coeficientes de rigidez y amortiguamiento cuando el rotor gira. Como se observa, dos opciones están incluidas: sellos montados en la carcasa y sellos instalados en el rotor. Las características geométricas de ambos modelos experimentales son:

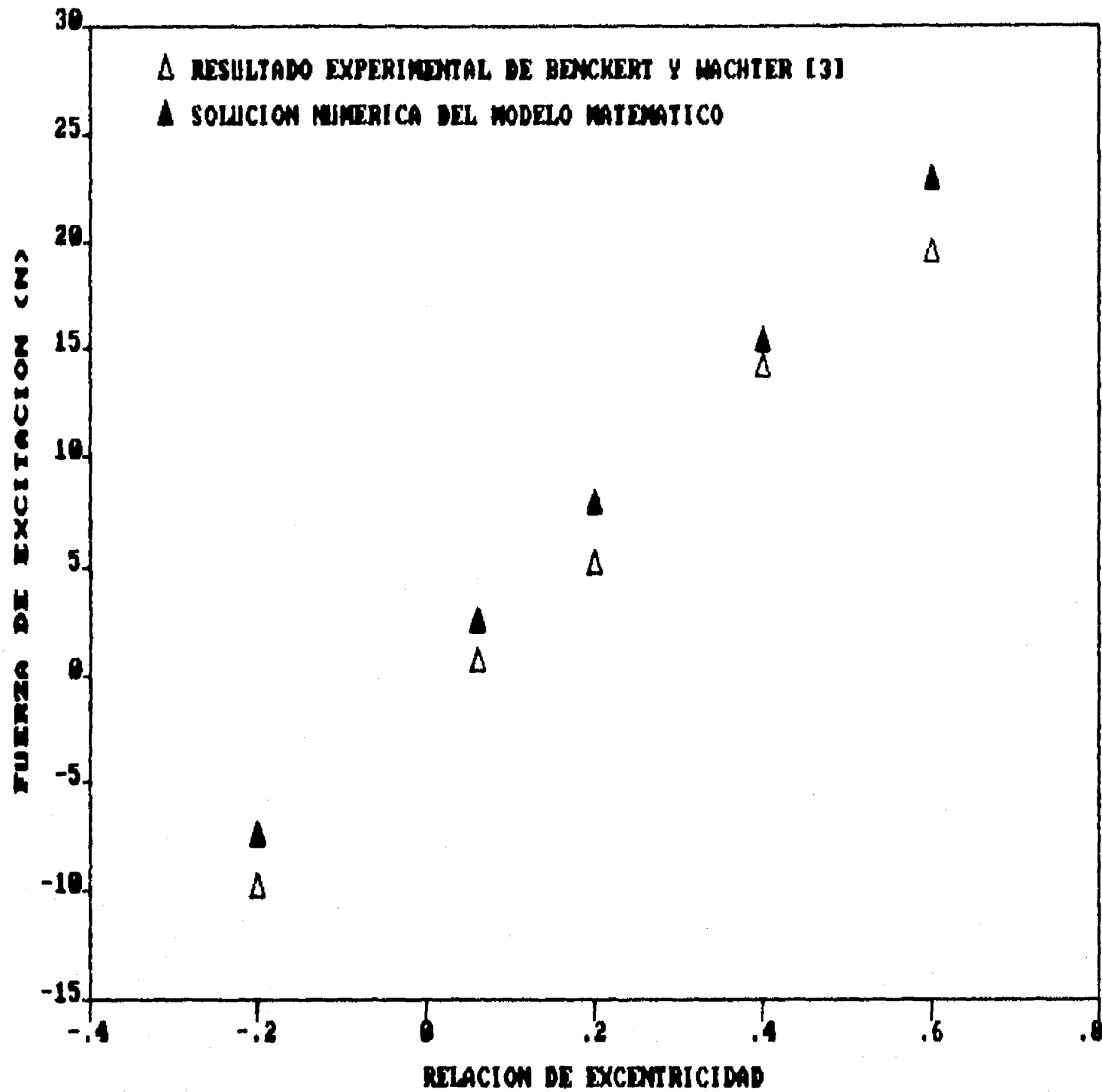
#### Sellos en la carcasa

Radio del rotor = 75.6 mm.

Radio interior de la carcasa = 79.181 mm.

Número de sellos = 16.

FUERZA DE EXCITACION - RELACION DE EXCENTRICIDAD

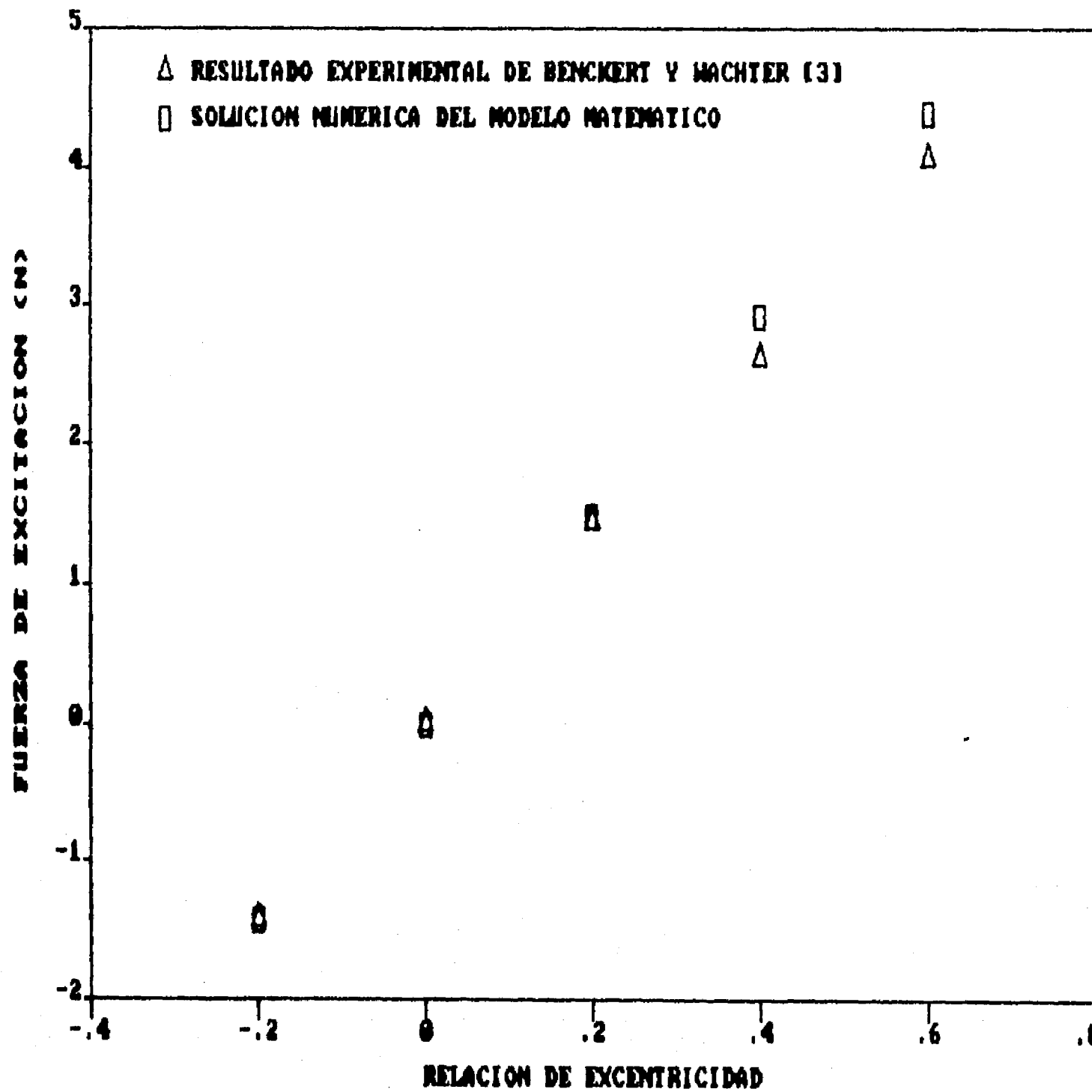


$K_{yx}$  (N/mm) = 157.0 (experimental), 151.62 (teórico).

Figura 4.3. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.32$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 66.68 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].



FUERZA DE EXCITACION - RELACION DE EXCENTRICIDAD



$K_{yx}$  (N/mm) = 27.0 (experimental), 29.11 (teórico).

Figura 4.4. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.66$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 33.44 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

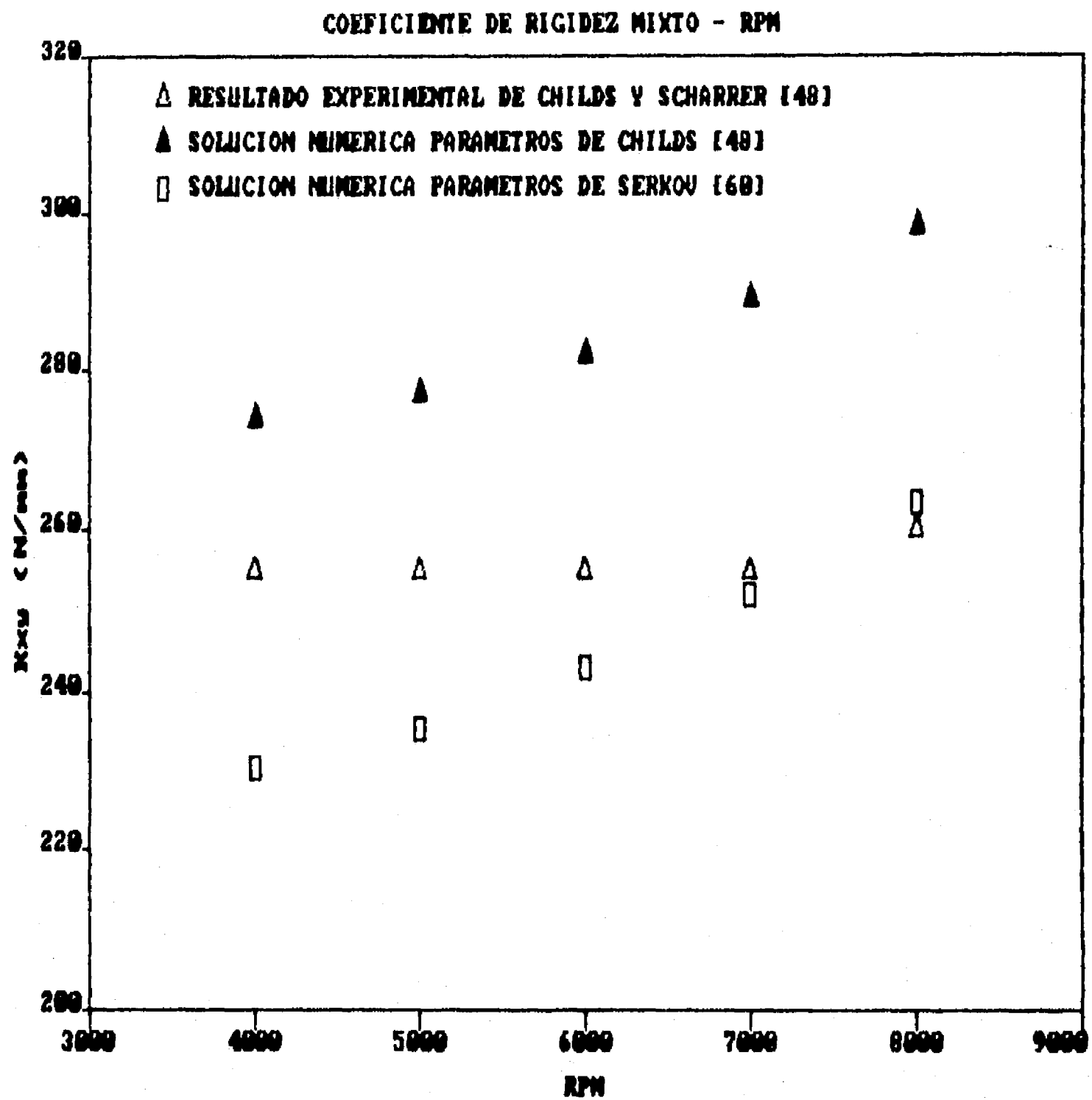


Figura 4.5. Coeficiente de rigidez mixto contra velocidad del rotor para sellos instalados en la carcasa, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 60 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48].

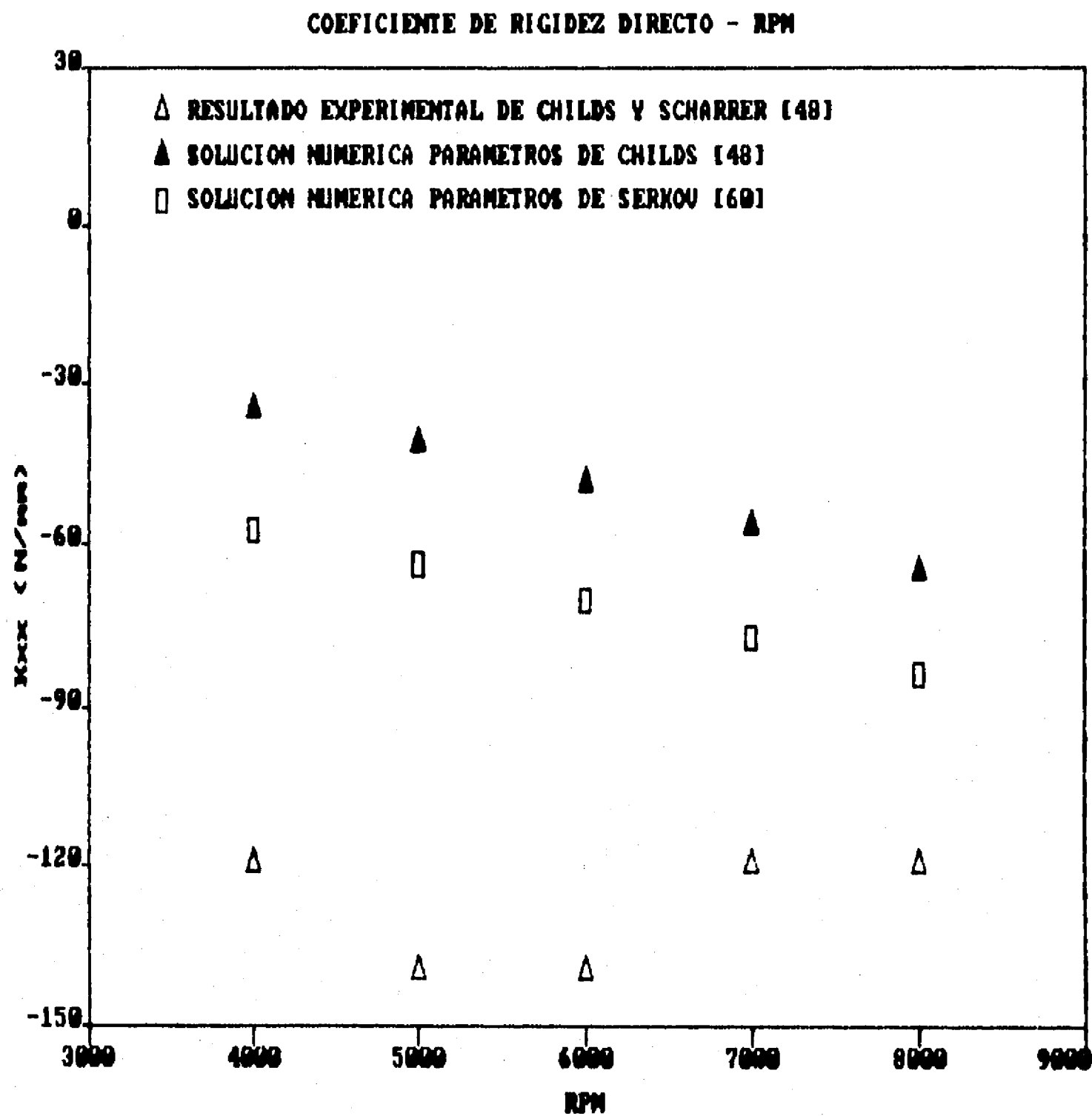


Figura 4.6. Coeficiente de rigidez directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en la carcasa, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 60 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48].

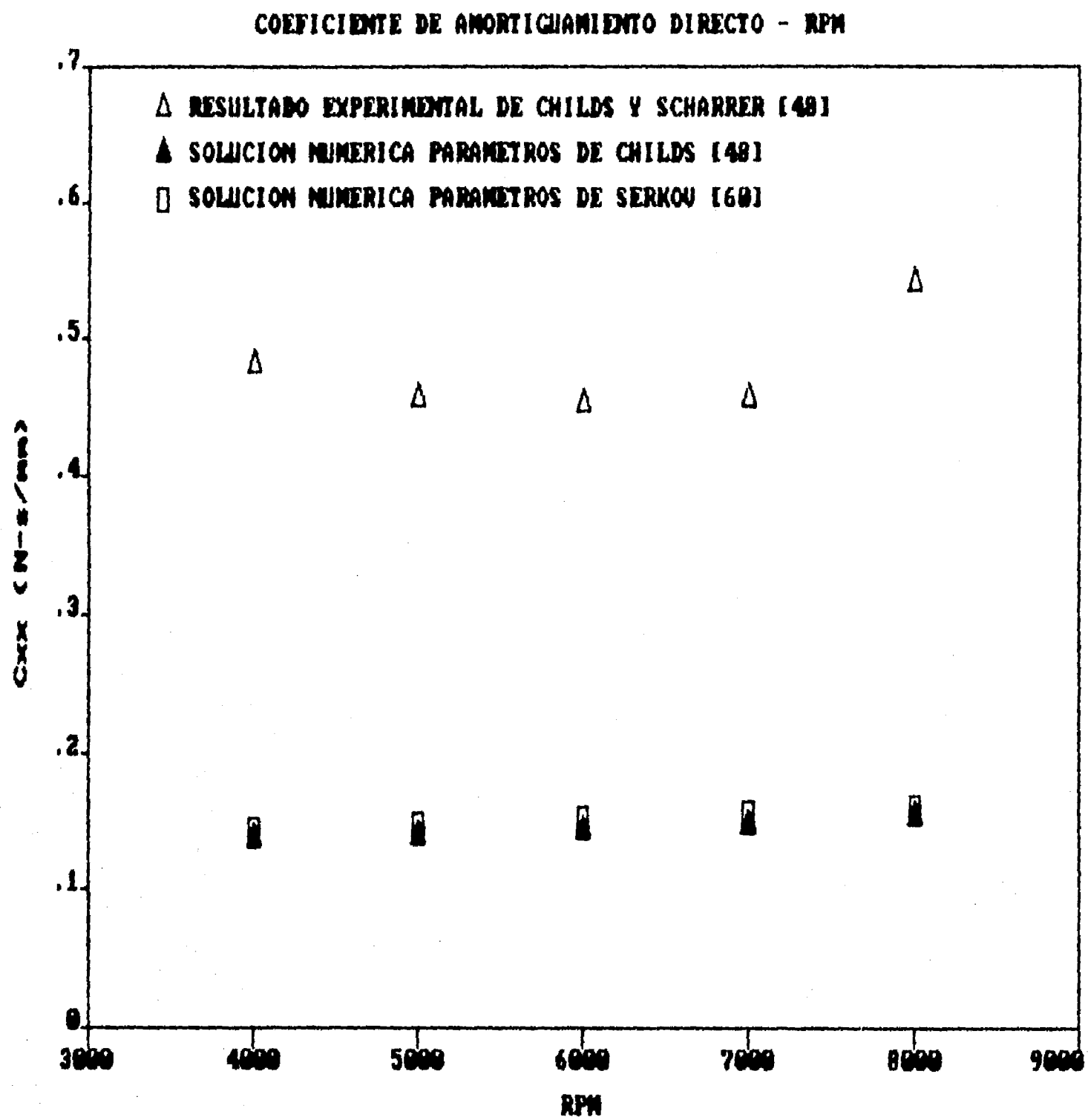


Figura 4.7. Coeficiente de amortiguamiento directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en la carcasa, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 60 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48].

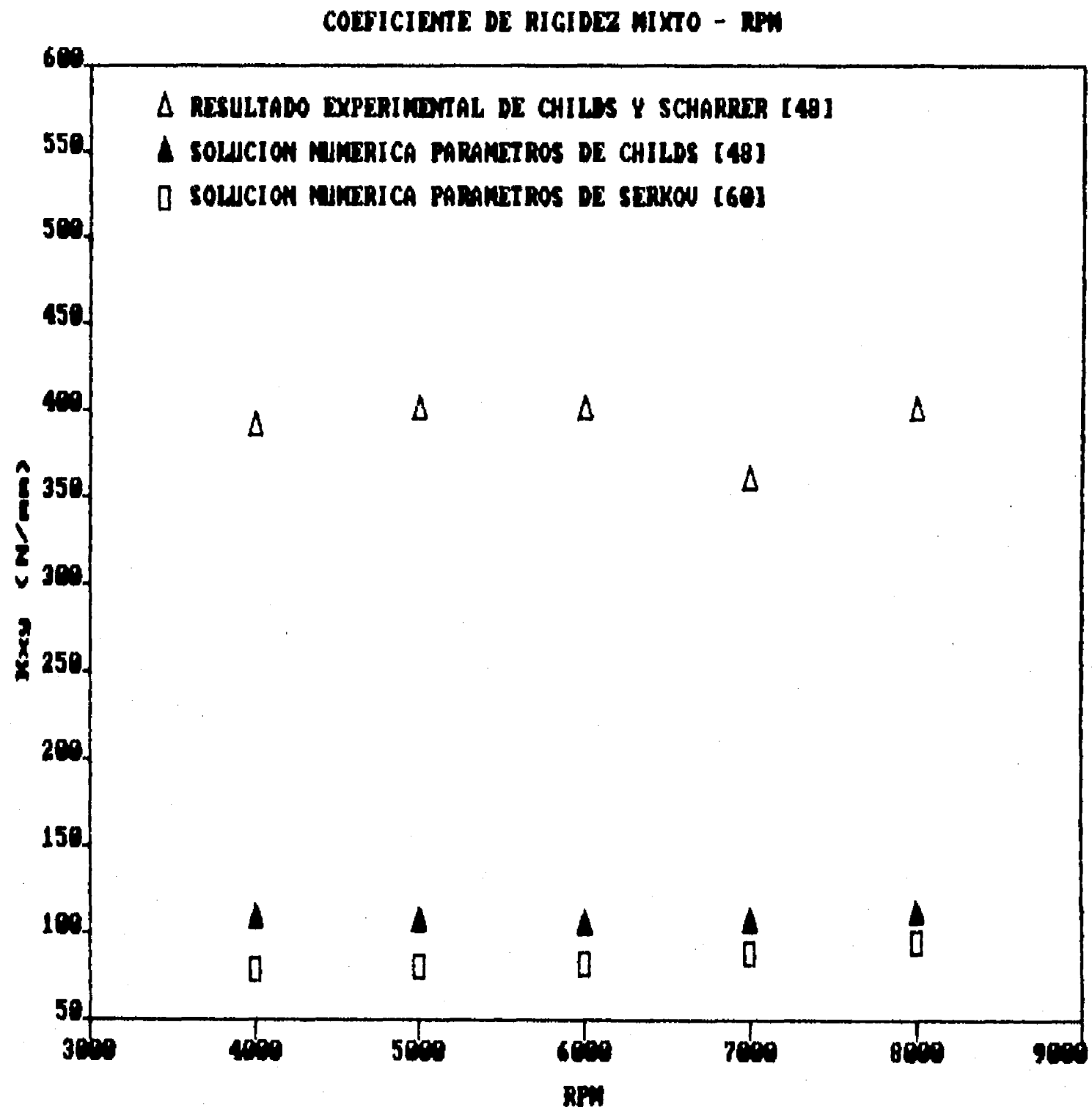


Figura 4.8. Coeficiente de rigidez mixto contra velocidad del rotor para sellos instalados en éste, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48].

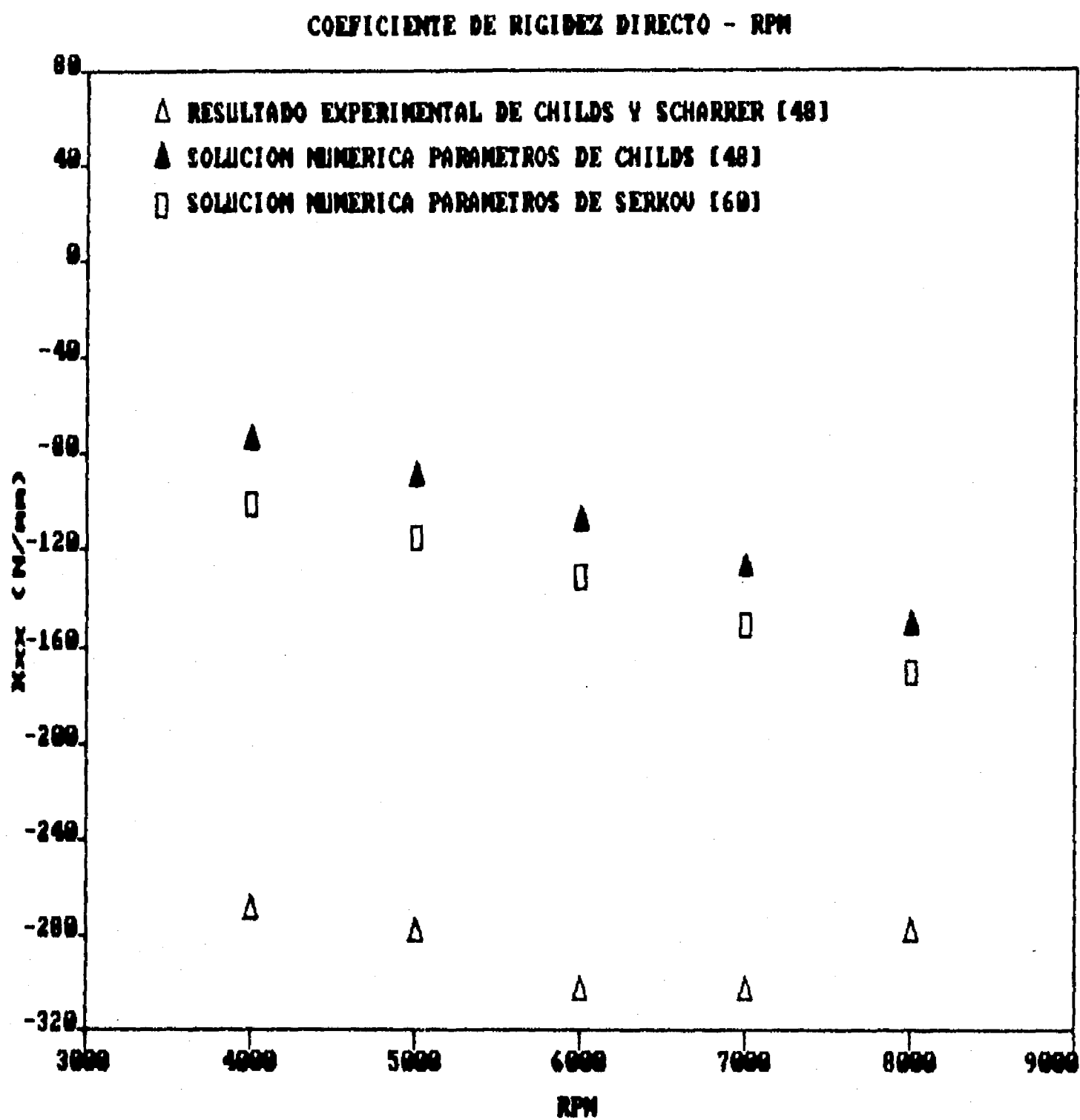


Figura 4.9. Coeficiente de rigidez directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en éste, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48].

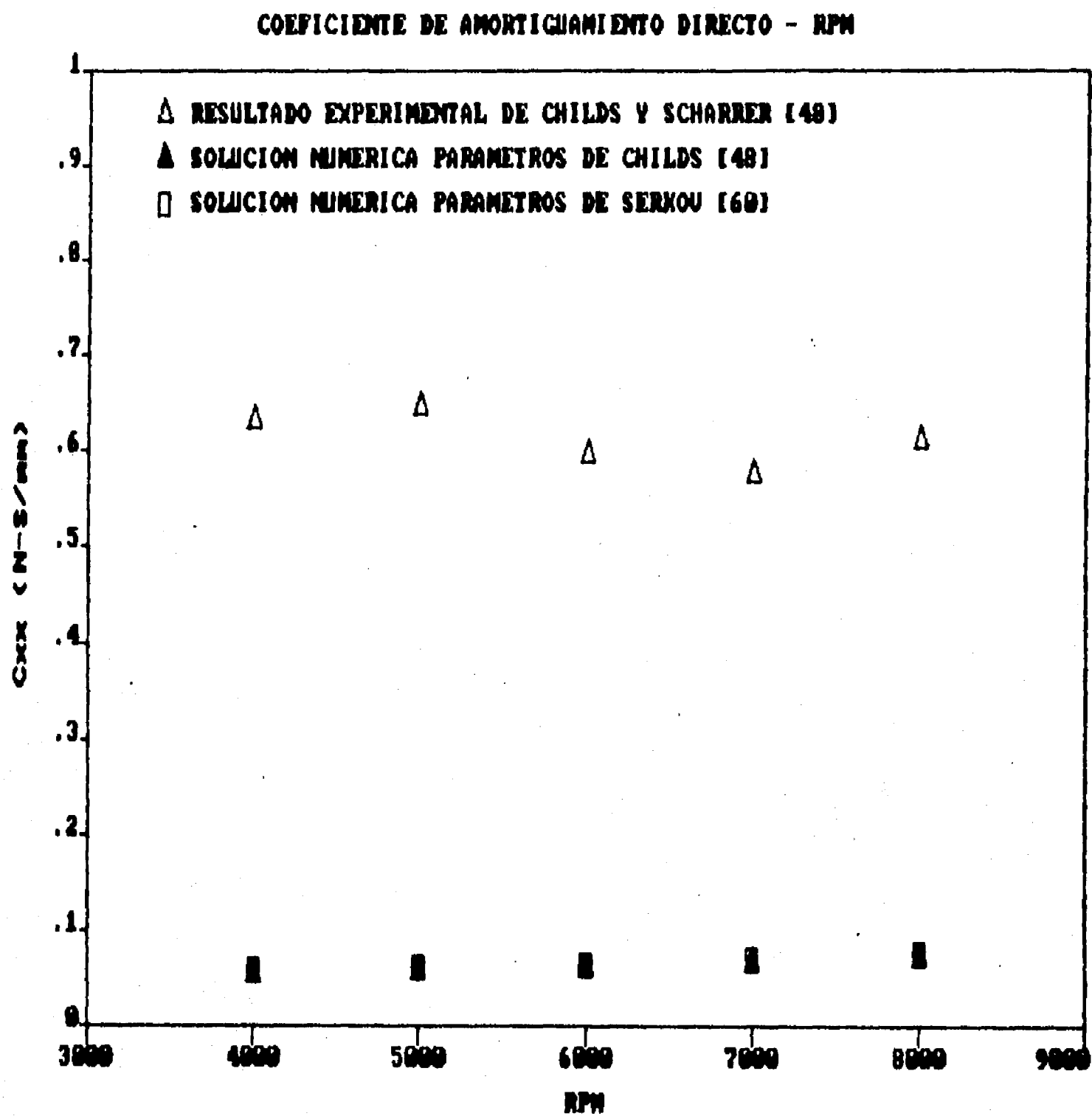


Figura 4.10. Coeficiente de amortiguamiento directo contra velocidad del rotor para sellos instalados en éste, con  $P_e / P_s = 7.5$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto igual a 88 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Childs y Scharrer [48].

7

Altura de los sellos = 3.175 mm.  
Claro rotor - sellos = 0.406 mm.  
Distancia promedio entre sellos = 2.5 mm.  
Espesor del sello = 0.1524 mm.

#### Sellos en el rotor

Radio del rotor = 72.5 mm.  
Radio interior de la carcasa = 76.081 mm.  
Número de sellos = 16.  
Altura de los sellos = 3.175 mm.  
Claro sellos - carcasa = 0.406 mm.  
Distancia media entre sellos = 2.5 mm.  
Espesor del sello = 0.1524 mm.

Al observar estas gráficas una vez más se demuestra la importancia que los coeficientes y exponentes de la expresión de Blasius [58] juegan en el cálculo de las fuerzas de excitación.

En el trabajo experimental de Childs y Scharrer [48], no se muestran las fuerzas en sí, sino los coeficientes de rigidez y amortiguamiento. Sin embargo, el coeficiente de amortiguamiento mixto no lo incluyeron los autores a causa de que no siguió el comportamiento previsto, por tanto, es necesario señalar que estos datos experimentales deben tomarse con cierta reserva, como resultado de la



incongruencia señalada.

De las figuras 4.5 a 4.10 se concluye, que es más difícil modelar el comportamiento de los sellos rectos instalados en el rotor que de aquellos montados en la carcasa. Además, en general, se puede afirmar que los parámetros empleados por Serkov [60] permiten que los resultados se aproximen más a la solución, tanto para sellos instalados en la carcasa como para sellos montados en el rotor.

#### 4.3 Evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto mixtos

Las figuras 4.11 y 4.12 muestran también un buen grado de aproximación entre los resultados teóricos y los experimentales para sellos de laberinto mixtos cuando el rotor no gira. Las características geométricas del modelo experimental son:

Radio del rotor = 150.0 mm.

Radio interior de la carcasa = 156.0 mm.

Número de sellos = 10.

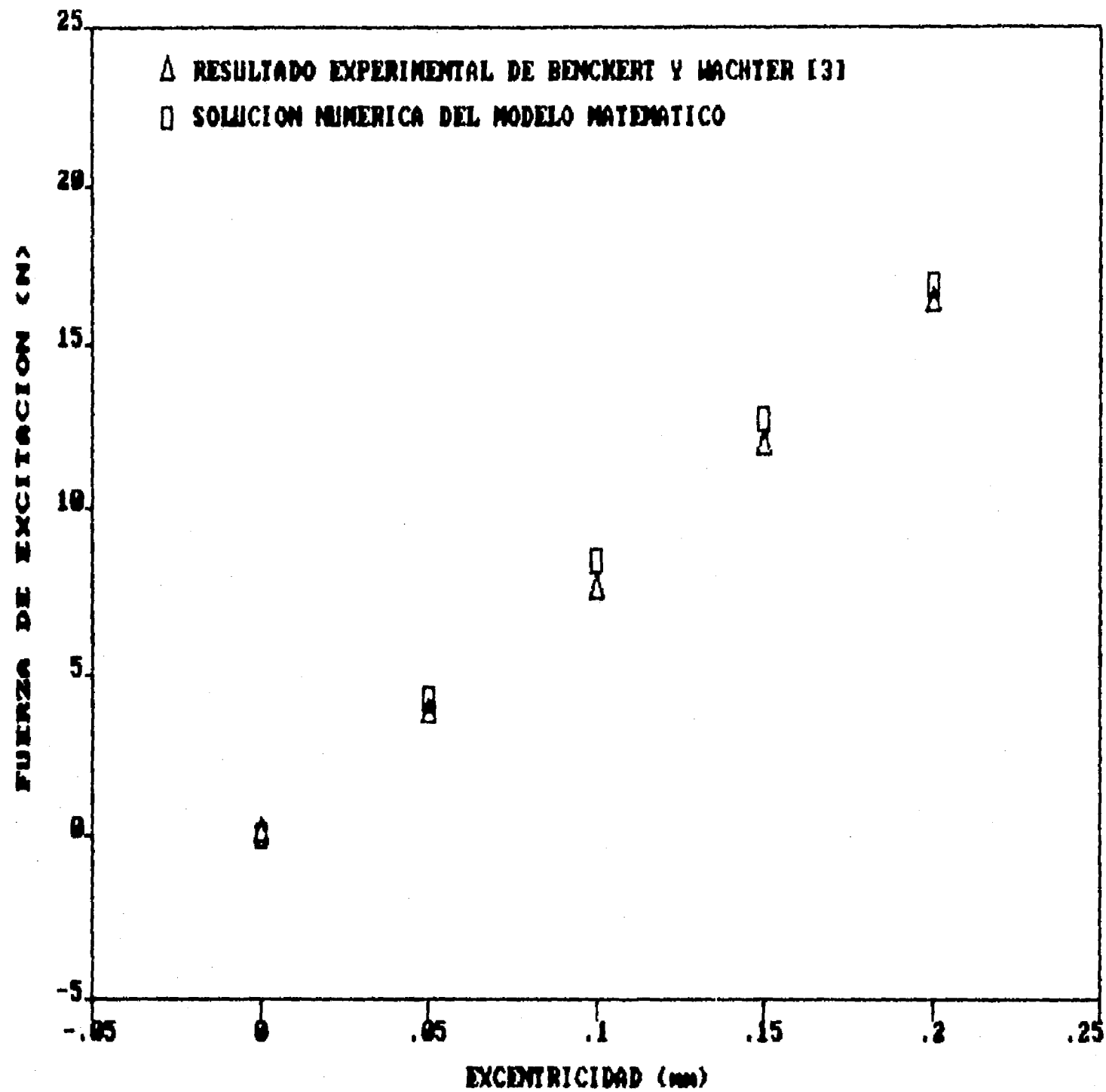
Altura de los sellos = 5.5 mm.

Claro rotor - sellos = 0.5 mm.

Distancia entre sellos = 8.0 mm

Espesor de cada sello = 0.50 mm.

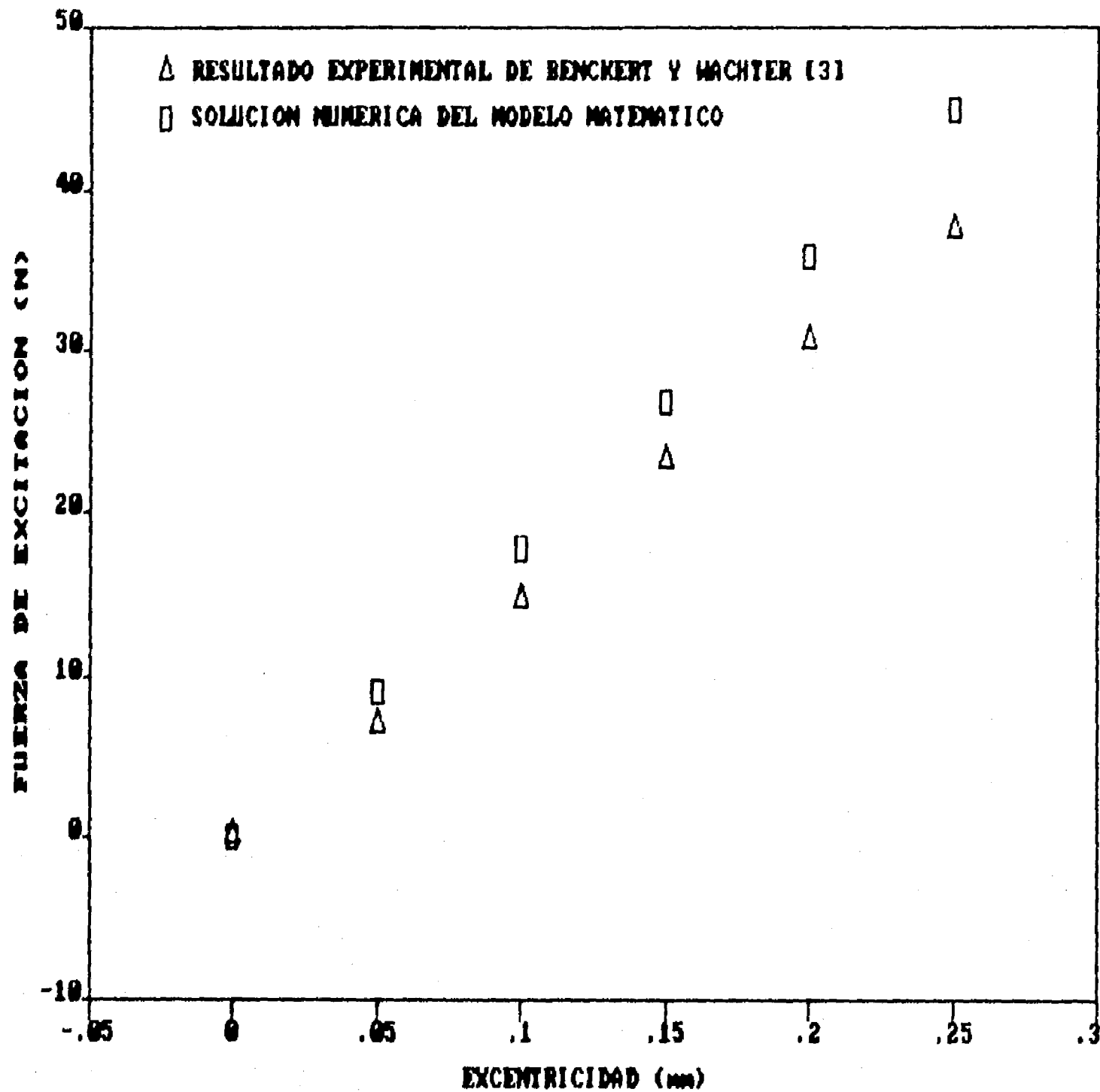
FUERZA DE EXCITACION - EXCENTRICIDAD



$K_{yx}$  (N/mm) = 84.0 (experimental), 84.6 (teórico).

Figura 4.11. Fuerza de excitación contra excentricidad para  $P_s / P_e = 0.39$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a 65.4 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

FUERZA DE EXCITACION - EXCENTRICIDAD



$K_{yx}$  (N/mm) = 147.0 (experimental), 179.52 (teórico).

Figura 4.12. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para  $P_s / P_e = 0.49$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a 140.2 m/s. Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

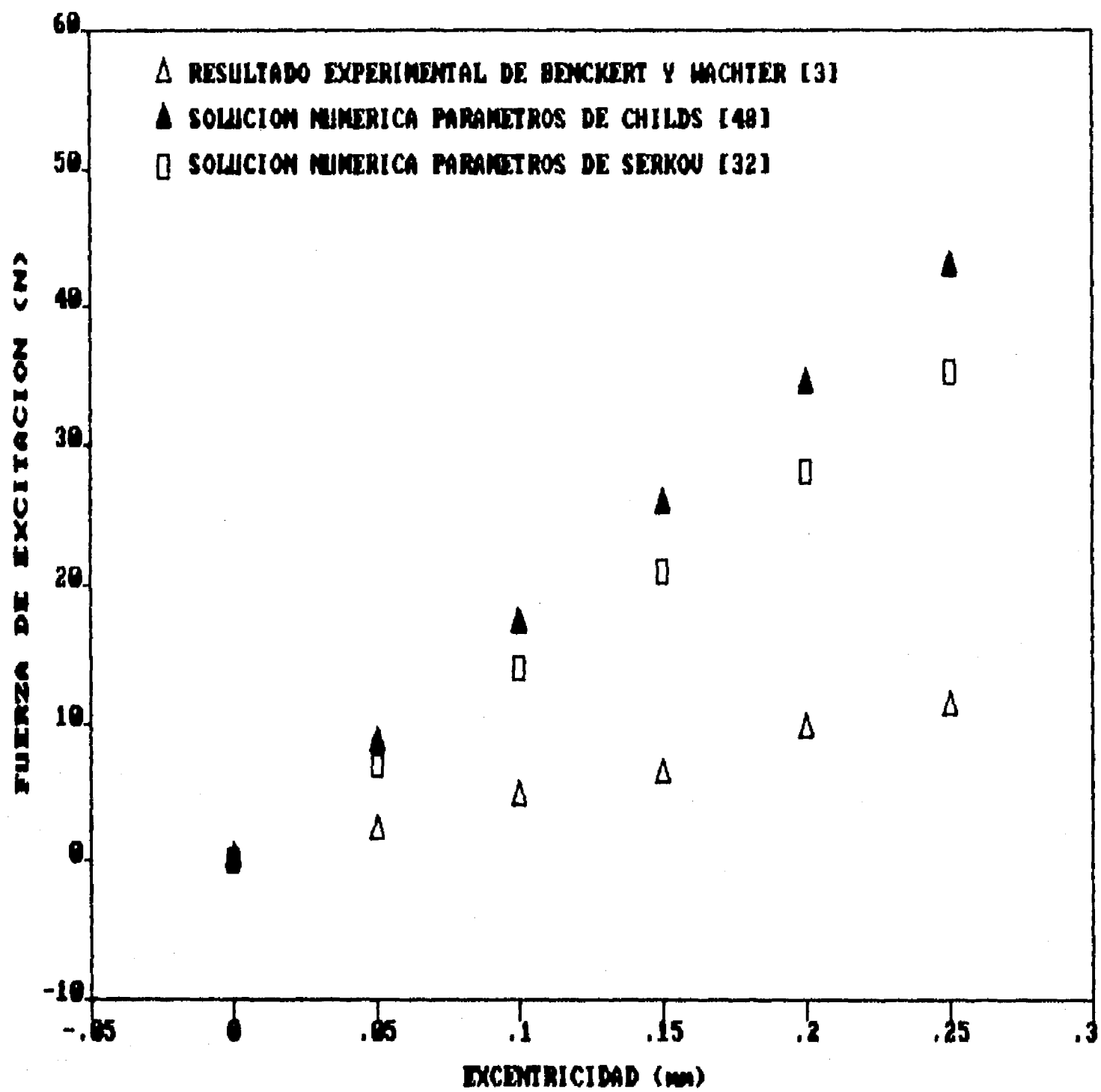
Velocidad del rotor = 0 RPM.

Las figuras 4.13 y 4.14 presentan cierta divergencia en los resultados cuando el rotor gira. En la primera, se exhiben los valores de las fuerzas aplicando los parámetros empleados por Childs y Scharrer [48], así como por Serkov [60], encontrando que los primeros están más lejos de la solución que el segundo. En la segunda, la situación se invierte, y aunque ambos resultados estén muy cercanos a la solución experimental, se puede deducir que los parámetros de Childs y Scharrer [48] alcanzan mayor aproximación.

#### **4.4 Conclusiones de la evaluación del modelo matemático para sellos de laberinto rectos y mixtos**

Es necesario llevar a cabo más experimentación, sobre todo en equipos instalados en plantas termoeléctricas y aeronaves para poder determinar los coeficientes y exponentes de la ecuación de Blasius [58] con más precisión, pues es ilógico pensar que el modelo matemático pueda dar soluciones casi exactas cuando el rotor se encuentra arrancando y se tenga cierta divergencia cuando está en operación. Este es un punto importante, ya que los métodos perturbatorios son hasta el momento junto con la experimentación, la única salida real al problema de la inestabilidad planteada por los sellos de laberinto, puesto

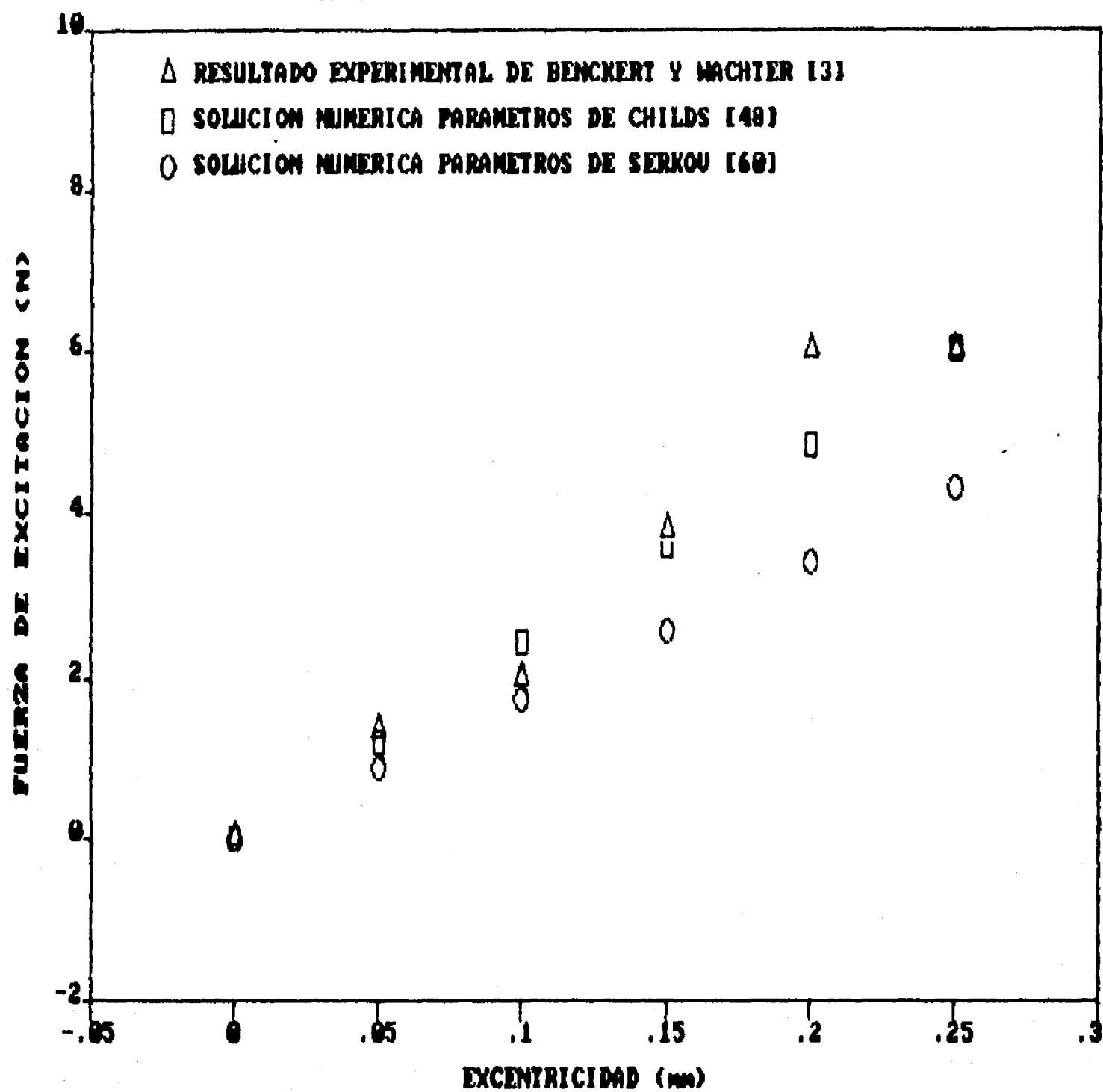
FUERZA DE EXCITACION - EXCENTRICIDAD



$K_{yx}(\text{CN/mm}) = 44.0$  (experimental),  $140.81$  (teórico - Serkov),  
 $171.0$  (teórico - Childs).

Figura 4.13. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para una frecuencia de rotación de  $1000 \text{ s}^{-1}$ ,  $P_s / P_e = 0.68$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a  $46.9 \text{ m/s}$ . Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

FUERZA DE EXCITACION - EXCENTRICIDAD



$K_{yx}(CN/mm) = 24.0$  (experimental),  $24.11$  (teórico - Childs),  
 $17.2$  (teórico - Serkov).

Figura 4.14. Fuerza de excitación contra relación de excentricidad para una frecuencia de rotación de  $747 \text{ s}^{-1}$ ,  $P_s / P_e = 0.49$  y un componente circunferencial de la velocidad del aire a la entrada del conjunto de sellos de laberinto mixtos igual a  $29.9 \text{ m/s}$ . Los datos experimentales se obtuvieron de Benckert y Wachter [3].

7

que cómo Wyssmann [54] observó, la solución por elemento finito, diferencias finitas o volumen finito requiere más de cien horas de computadora para una cámara sola, modelada en tres dimensiones, y si se piensa que algunas máquinas llegan a tener en su parte delantera ochenta y nueve sellos [14], el problema se complica.

## CAPITULO 5

### DESCRIPCION DEL EQUIPO EXPERIMENTAL PARA SELLOS DE LABERINTO RECTOS, CONVERGENTES Y DIVERGENTES

#### 5.1 Introducción

A causa de la cantidad tan reducida de resultados publicados en revistas especializadas, relacionados con la medición y cálculo de las fuerzas inducidas por los sellos de laberinto, sobre todo aquellos con geometrías convergentes y divergentes como las expuestas en la figura 1.5, se calculó y construyó un equipo experimental capaz de reproducir las condiciones de funcionamiento de los sistemas de sellos de laberinto de turbinas y compresores. La ventaja de este banco de pruebas lo constituye el estar montado sobre un rotor experimental, capaz de reproducir los efectos de rigidez y amortiguamiento de las chumaceras hidrodinámicas, permitiendo una orbitación natural del rotor.

Entre los pocos resultados experimentales publicados y relacionados con la medición de fuerzas en sellos de laberinto, los trabajos de Benckert y Wachter [3], Iwatsubo [4], Childs y Scharrer [48], así como de Rajakumar y Sisto [42] constituyen los más importantes. Pero la investigación



7

que aportó mayor información fue la que efectuaron Benckert y Wachter [3], pues incluyó la determinación experimental de la fuerza de excitación y de los coeficientes de rigidez mixtos para varias geometrías de los sellos de laberinto y número de sellos. La desventaja de este estudio es que para sellos rectos no muestra resultados experimentales cuando el rotor gira. Iwatsubo et al. [5] a través de la teoría determinaron esta fuerza pero sobre dos cámaras a lo sumo, aunque involucraron los casos de las geometrías convergente y divergente, del tipo expuesto en la figura 1.5. Childs y Scharrer [48] aportaron información experimental muy valiosa de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para sellos rectos instalados en la carcasa y sellos rectos incorporados al rotor, para diversas presiones y velocidades; sin embargo, tuvieron problemas al tratar de validar el coeficiente de amortiguamiento mixto, haciendo imposible determinar con exactitud la fuerza inducida por el flujo. Por otra parte, en la investigación de Rajakumar y Sisto [42] hay algunas incongruencias en los resultados. Esto se puede apreciar al comparar las fuerzas publicadas en el artículo con las calculadas para los mismos casos a través de las distribuciones de presión que los autores incluyeron en dicho estudio. La importancia de este trabajo radica en que involucra la velocidad del rotor.

Al repasar la bibliografía se encuentra que el

7

componente circunferencial de la velocidad del flujo a la entrada de los sellos de laberinto ejerce una influencia considerable en la magnitud de la fuerza inducida por éstos, pero poco énfasis se ha puesto en la distribución de presión existente en esta zona. Por tanto, se calculó el equipo experimental para que tuviera una distribución desigual de la presión en la cámara de admisión, que se localiza en el área de entrada a los sellos de laberinto, buscando condiciones más reales, ya que los equipos rotatorios a causa del desbalanceo e incrustaciones presentan esta característica, que Rajakumar y Sisto [42] ya habían señalado.

Los modelos matemáticos basados tanto en uno como en dos volúmenes de control, resueltos a través de métodos perturbatorios, consideran que la presión estática a la entrada de los sellos de laberinto es constante a lo largo de toda la circunferencia. Sin embargo, lo adecuado es evaluar estos modelos con una distribución de presión no uniforme.

## 5.2 Descripción del equipo experimental para sellos de laberinto rectos, convergentes y divergentes

Una fotografía de la instalación completa se muestra en la figura 5.1, donde de izquierda a derecha se tiene: un

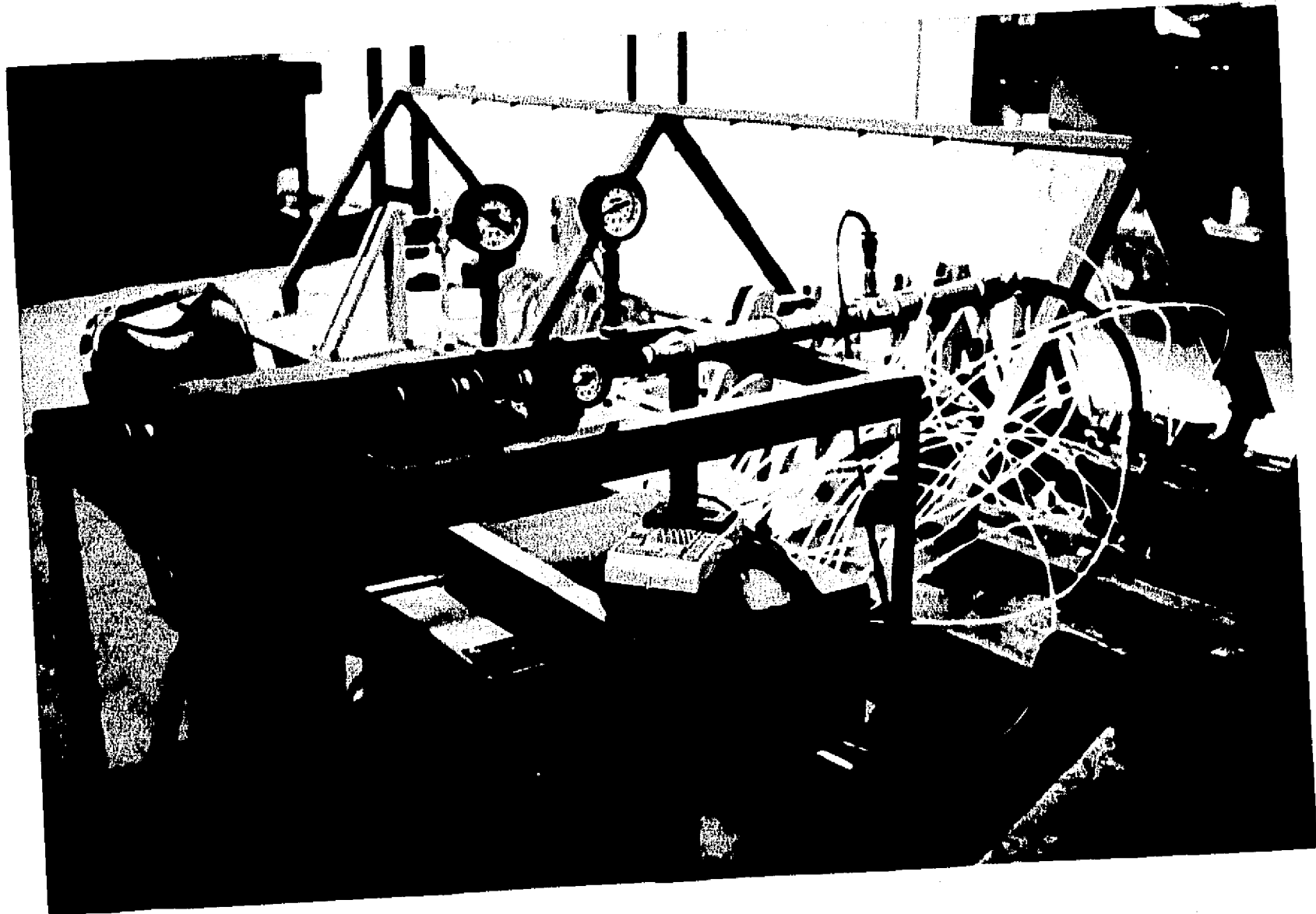


Figura 5.1. Fotografía de la instalación completa del banco de pruebas empleado para analizar el comportamiento de sellos de laberinto rectos, convergentes y divergentes.

7

filtro de aluminio con arena silícica, un regulador de presión con tres manómetros, un selector de presiones con veinte canales, un micromanómetro digital, un medidor de flujo del tipo turbina, un rotor experimental con velocidad variable y su instrumentación, así como la carcasa que contiene los sellos de laberinto y el equipo requerido para medir la presión tanto a la entrada del conjunto de sellos como alrededor de las cámaras dos y nueve. Una fotografía del ensamble rotor - carcasa se presenta en la figura 5.2, mientras que la figura 5.3 muestra la carcasa. Esta se fabricó con tubo mecánico de acero al carbón, en tanto que los sellos se manufacturaron de latón. La figura 5.3 muestra además el sello de carbón utilizado para evitar las fugas y obligar a que el aire circule sólo a través de los sellos de laberinto. La figura 5.4 presenta la parte exterior de la zona superior de la carcasa, donde se pueden distinguir las tomas de presión estática, el conector de alimentación del aire, así como uno de los tornillos diseñados para apretar el sello de carbón contra el rotor a medida que se va desgastando. Para mantener una presión constante entre ambas partes se instaló un resorte cuya guía fue el tornillo antes descrito. Finalmente, la carcasa se montó sobre un pedestal con tres grados de libertad que permitió ajustar los movimientos vertical, longitudinal y transversal facilitando la localización de la carcasa.

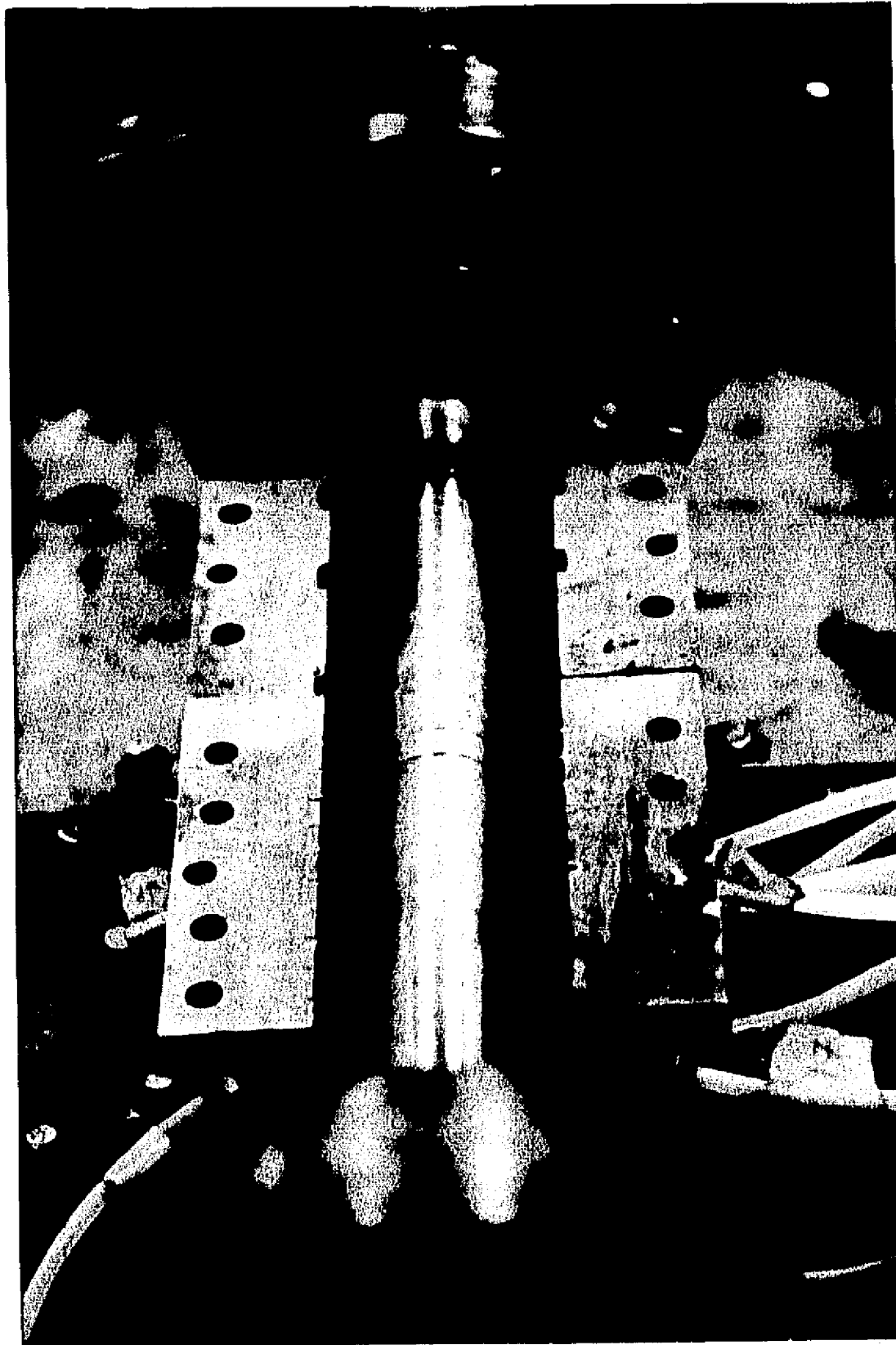


Figura 5.2. Fotografía del ensamble rotor - carcasa.

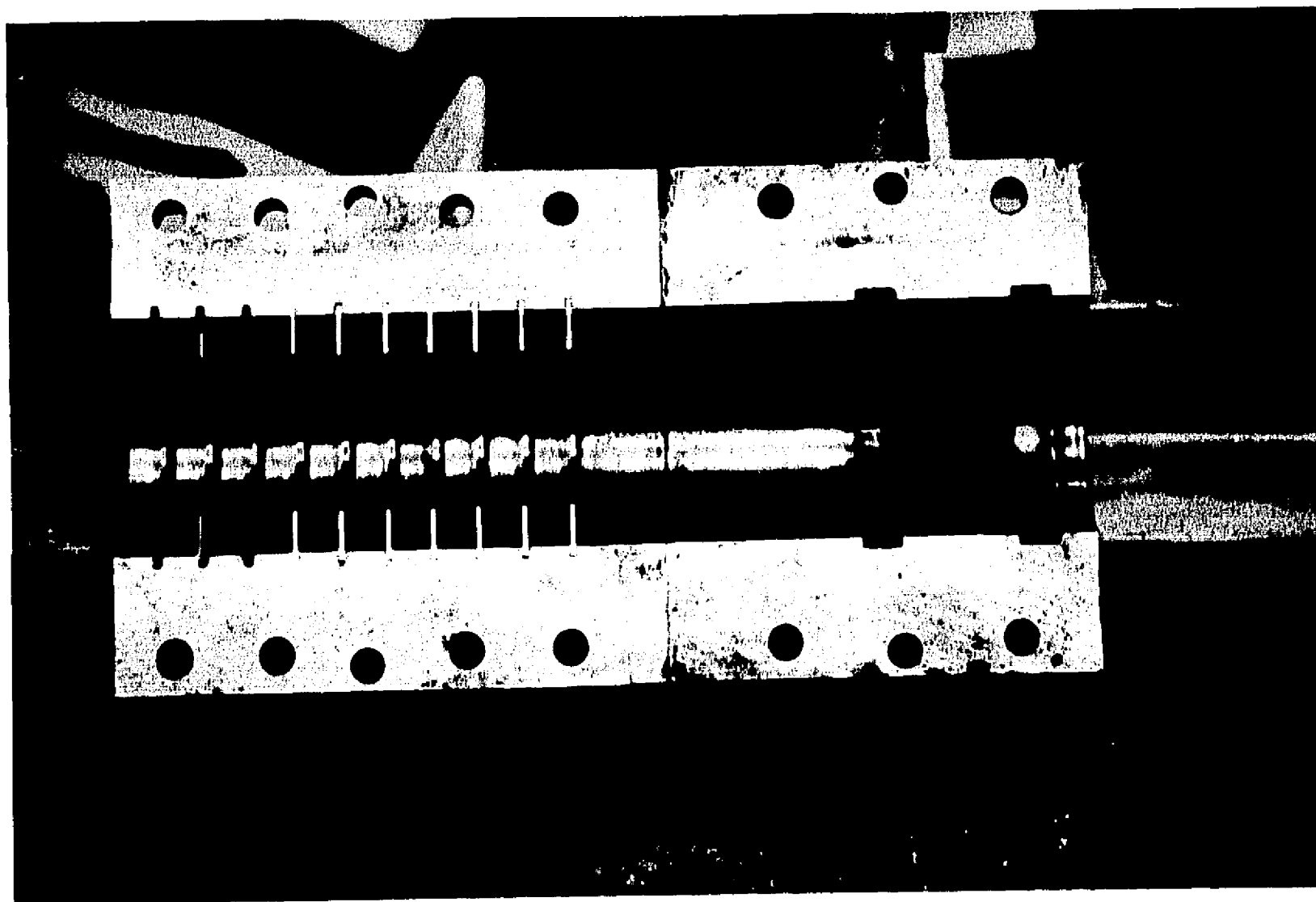


Figura 5.3. Carcasa con los sellos de laberinto.

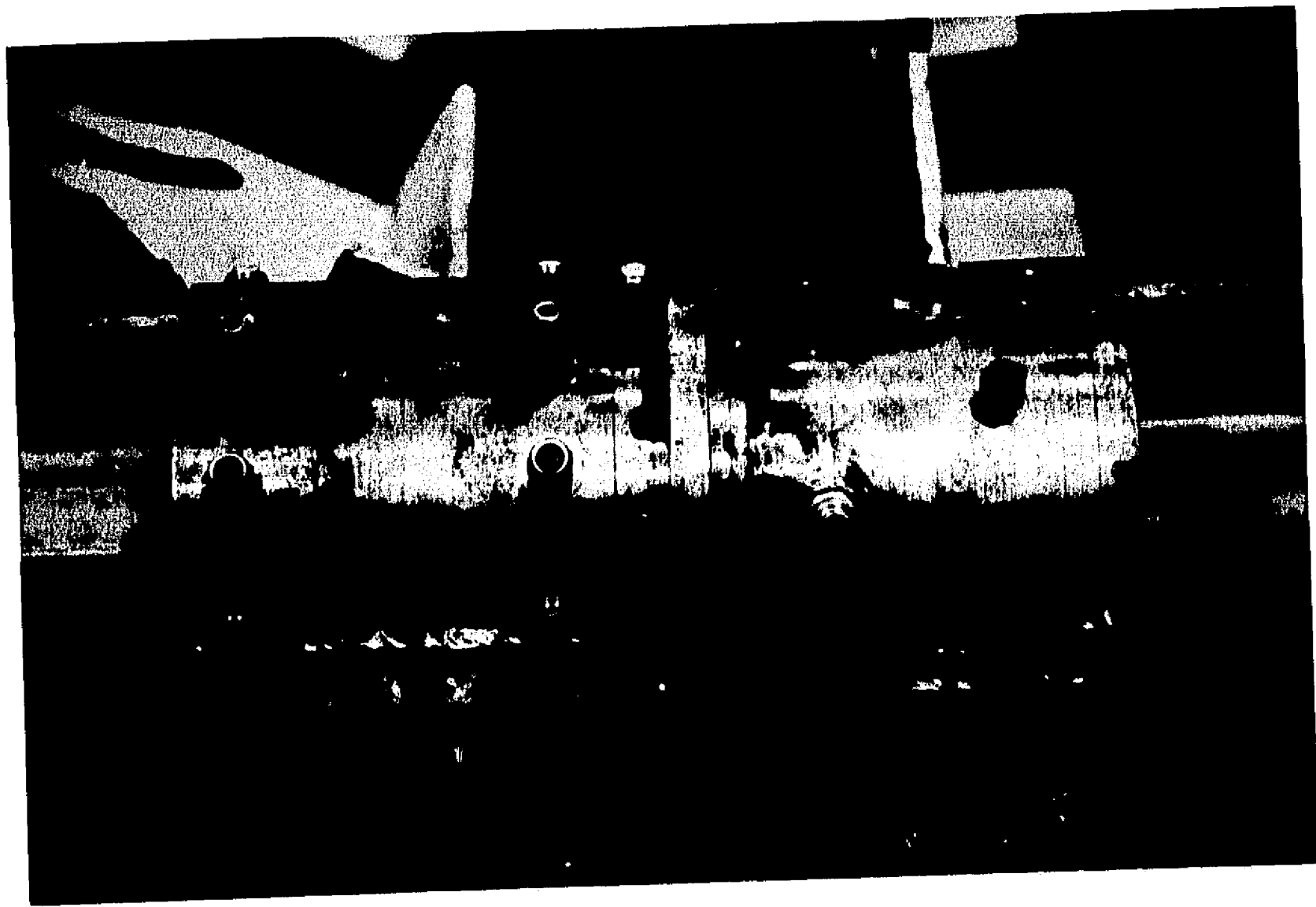


Figura 5.4. Parte superior de la carcasa donde se pueden distinguir las tomas de presión estática, el conector de alimentación del aire y el tornillo que sirve para apretar el carbón contra el rotor.

figura 5.5.

El instrumentar las cámaras dos y nueve tuvo como propósito determinar la fuerza que el flujo ejerce en las cámaras que existen a la entrada y a la salida del conjunto de sellos de laberinto, así como analizar el comportamiento de la última cámara.

Se empleó aire proveniente de un compresor de desplazamiento positivo marca Ingersoll Rand, que entregó una presión total a la salida de  $11 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$ , alcanzando  $8.5 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$  a la entrada del equipo experimental a causa de las pérdidas en las tuberías de conducción.

Para regular la presión a la entrada del conjunto de sellos de laberinto se utilizó un regulador de presión con válvula de diafragma, figura 5.6.

El flujo másico se obtuvo a través de un medidor de flujo del tipo turbina con una incertidumbre de dos por ciento, figuras 5.7 y 5.8. Se evitó la erosión de las aspas de la turbina instalando un filtro de aluminio con arena silícica en su interior, figura 5.9.

La distribución circunferencial de la presión estática se determinó a través de un micromanómetro digital con una incertidumbre de uno por ciento, figura 5.10, apoyado en un selector de presiones con una incertidumbre similar, figura 5.11, que permitió manejar veinte lecturas a un mismo tiempo, repartidas como sigue: cuatro en la cámara de



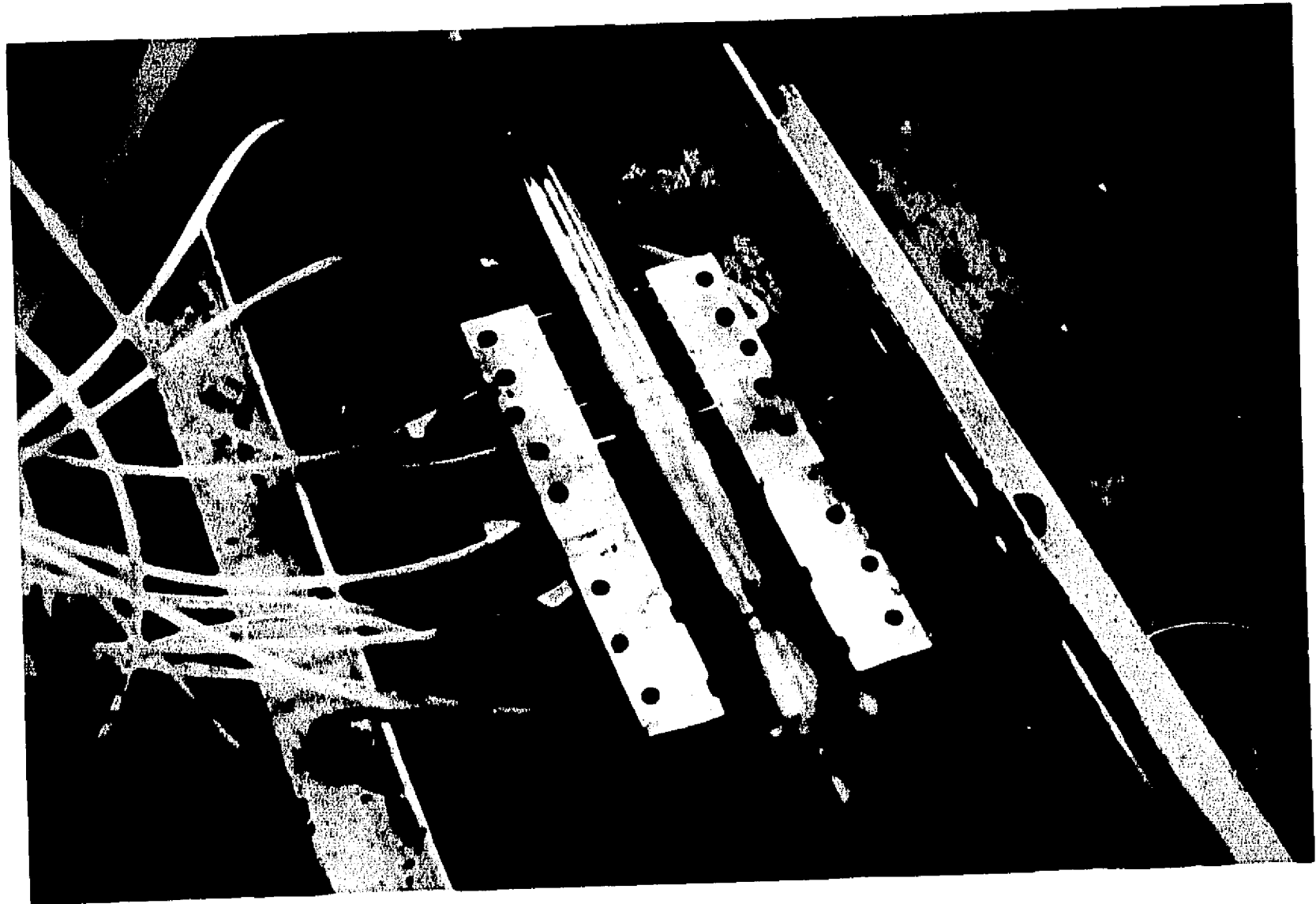


Figura 5.5. Pedestal con tres grados de libertad para soportar la carcasa.

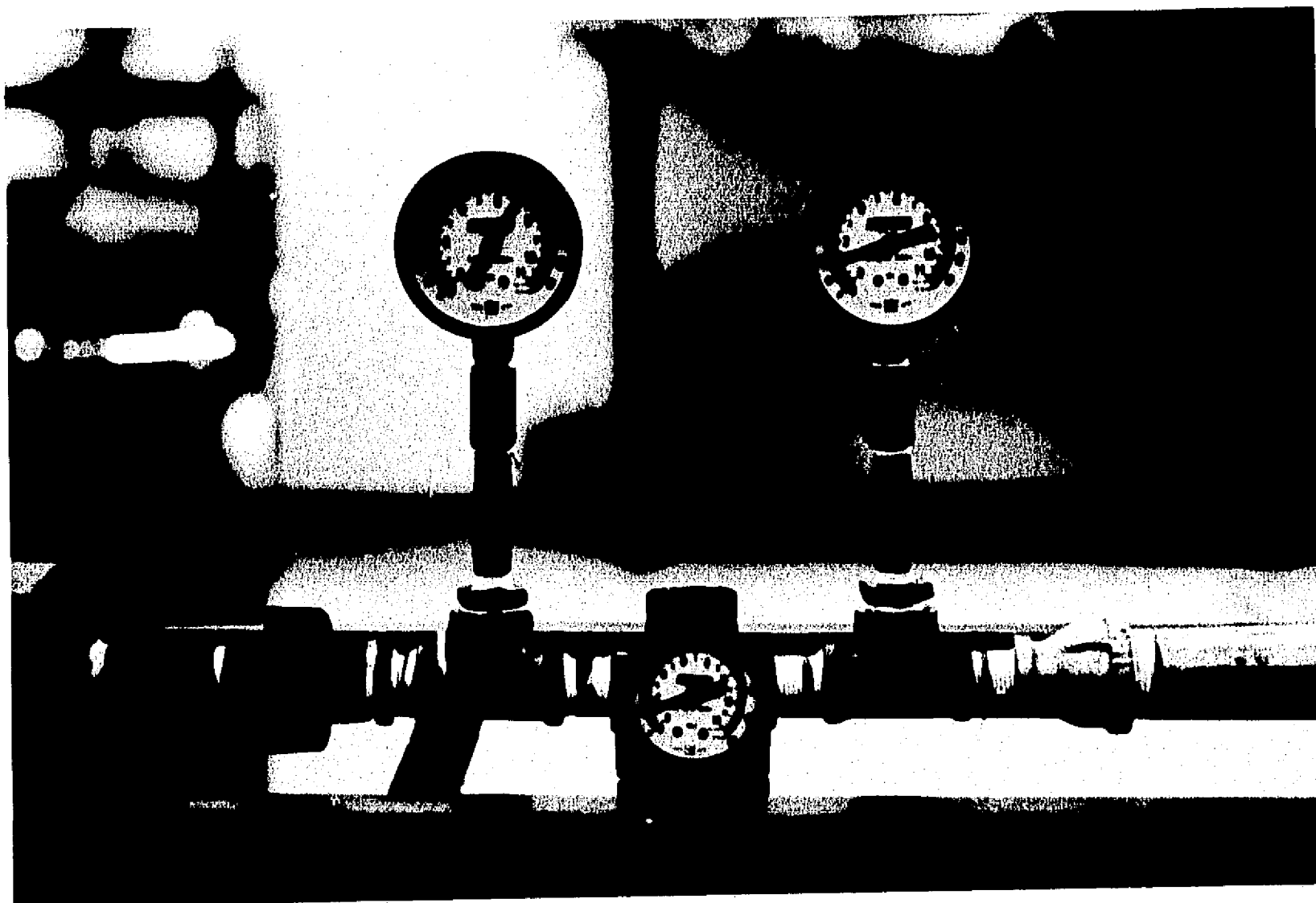


Figura 5.6. Regulador de presión con válvula de diafragma.



Figura 5.7. Medidor de flujo del tipo turbina.

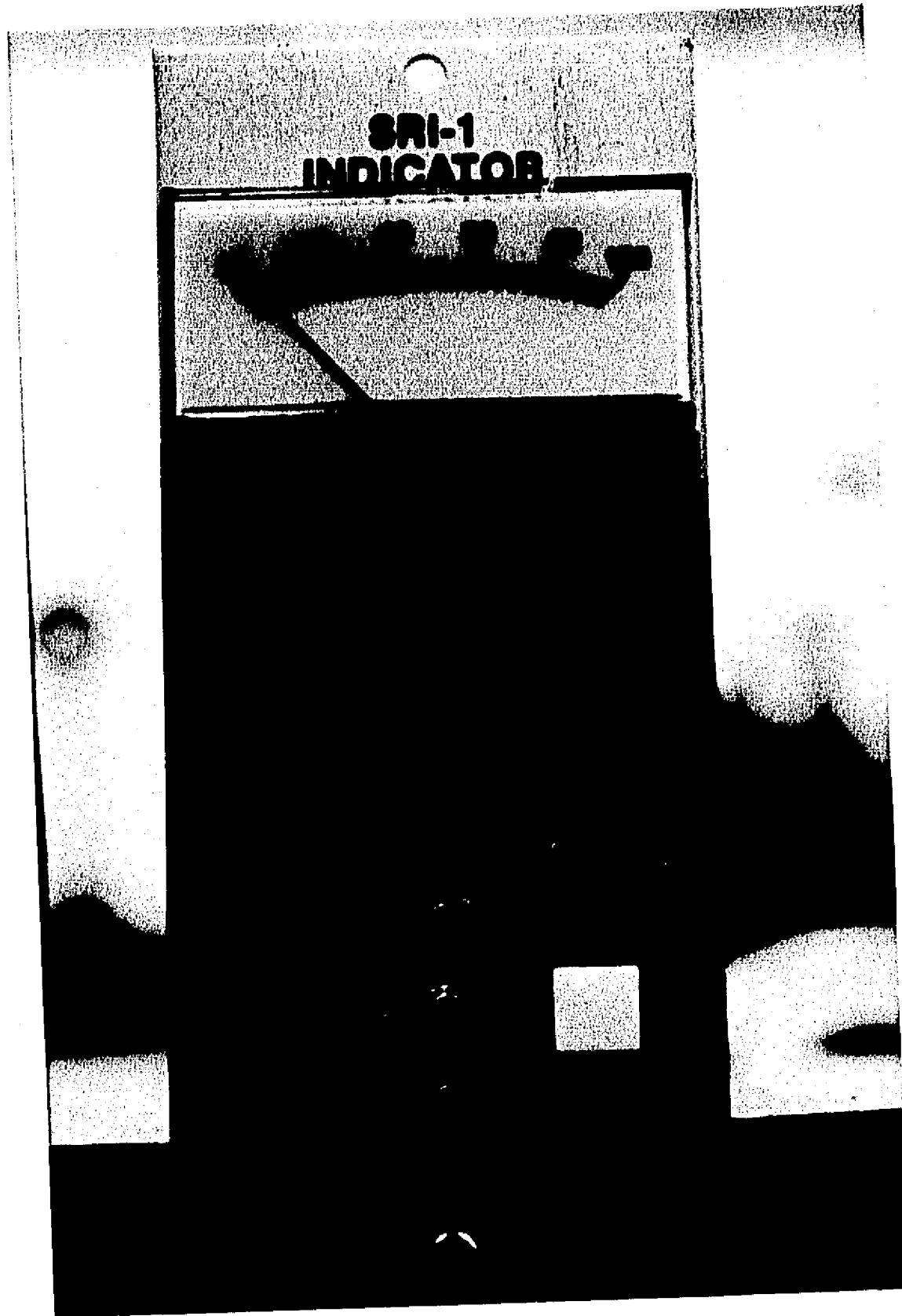


Figura 5.8. Carátula del medidor de flujo.

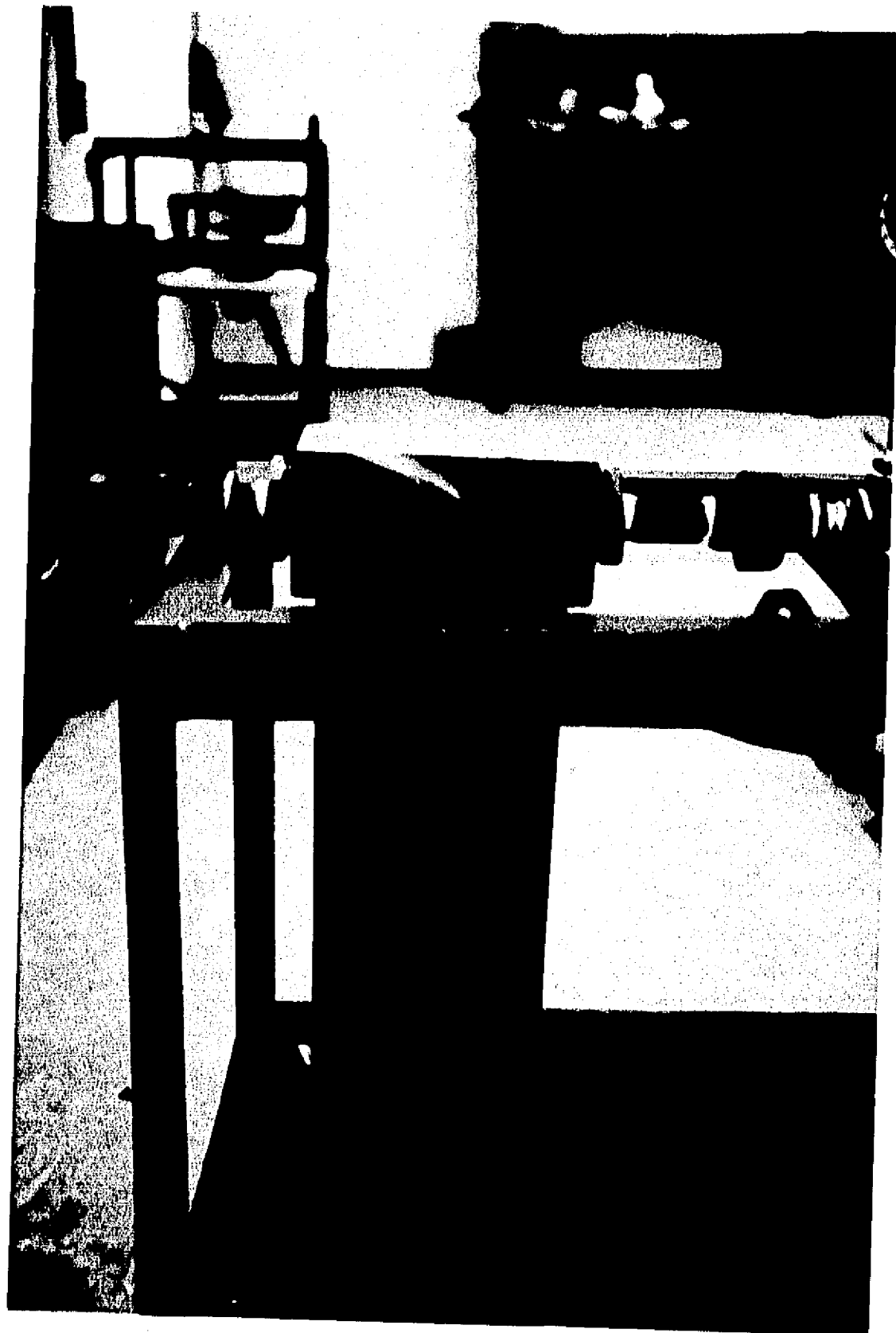


Figura 5.9. Filtro de aluminio con arena silícica.

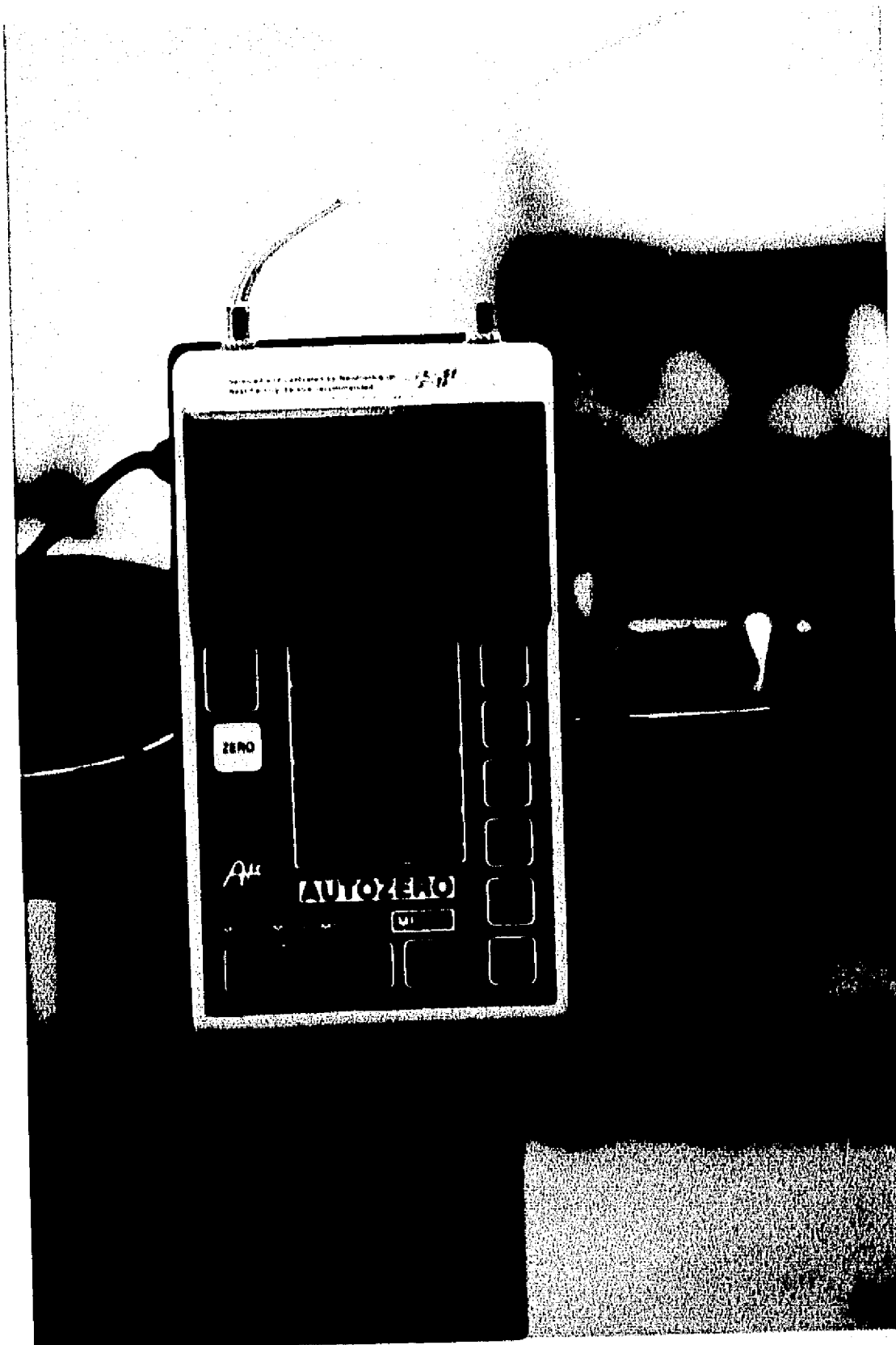


Figura 5.10. Micromanómetro digital.

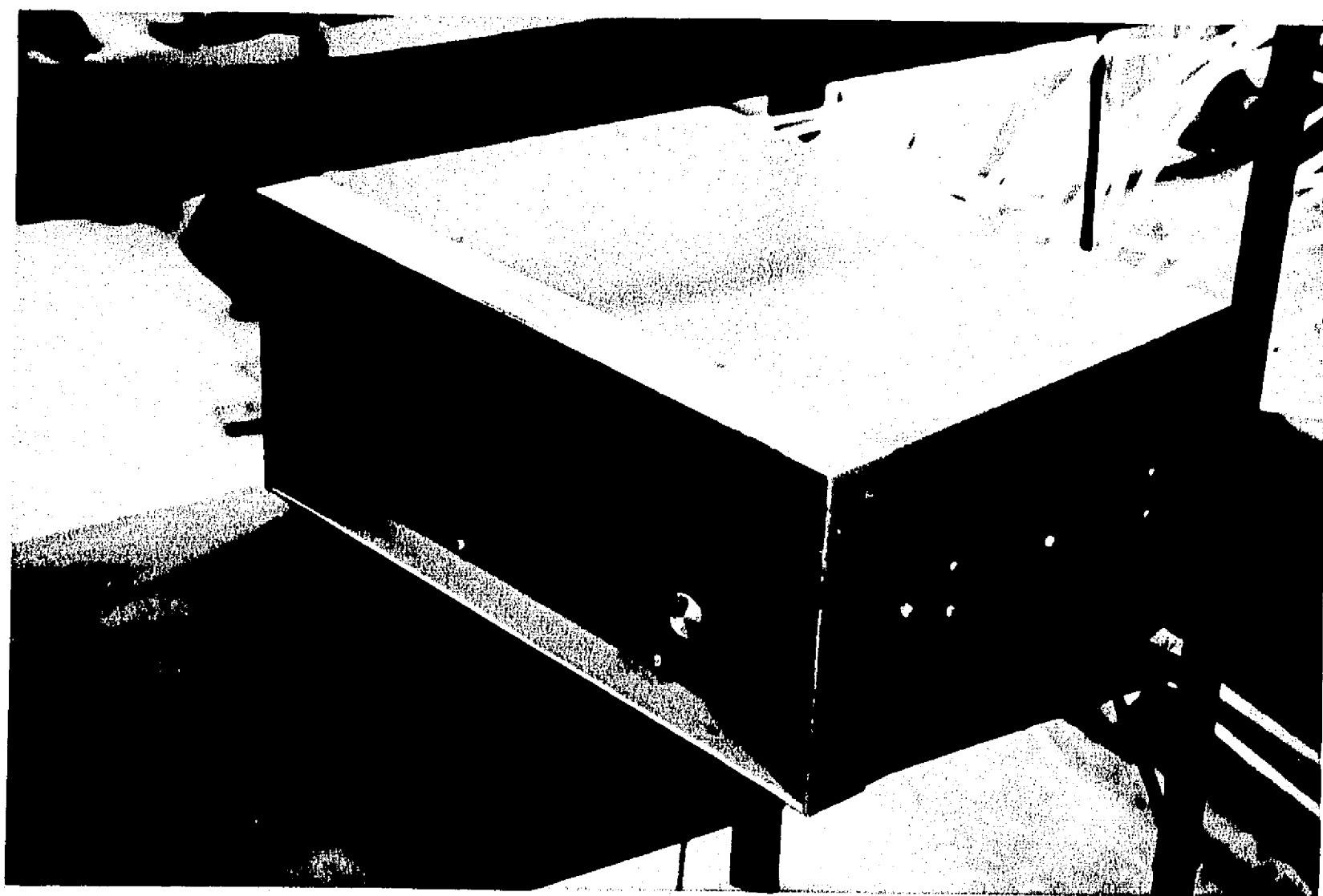


Figura 5.11. Selector de presiones con veinte canales.

7

admisión empleada para estabilizar el flujo y las dieciséis restantes entre las cámaras dos y nueve. Se tomó la determinación de instalar ocho tomas de presión estática por cámara a sugerencia de Muszynska y Bently [61].

El banco de pruebas contó además con un rotor experimental con velocidad variable, figura 5.12, cuyas dimensiones se especifican en el capítulo siguiente y cuatro sensores de desplazamiento, dos verticales y dos horizontales, así como un tacómetro de tipo digital, cuyas salidas se desplegaron en un filtro digital de vectores de la marca Bently Nevada, figura 5.13. Para verificar la velocidad del rotor se utilizó el tacómetro exterior perteneciente a la instalación general, figura 5.14. La información completa acerca del rotor experimental se encuentra en los trabajos de Aguirre y Murphy [62], así como de Pérez y Preciado [63]. En particular, estos últimos describen la metodología seguida durante el cálculo y las dimensiones finales de cada una de sus partes. Más adelante se incorporaron a la instalación chumaceras del tipo película de aceite [64], similar a las encontradas en turbinas de gas aéreas y que junto con la estructura calculada para variar la rigidez, permite una simulación real del movimiento del rotor.

Negreros [65] efectuó un estudio de la dinámica del rotor experimental muy completo, donde se incluyeron las



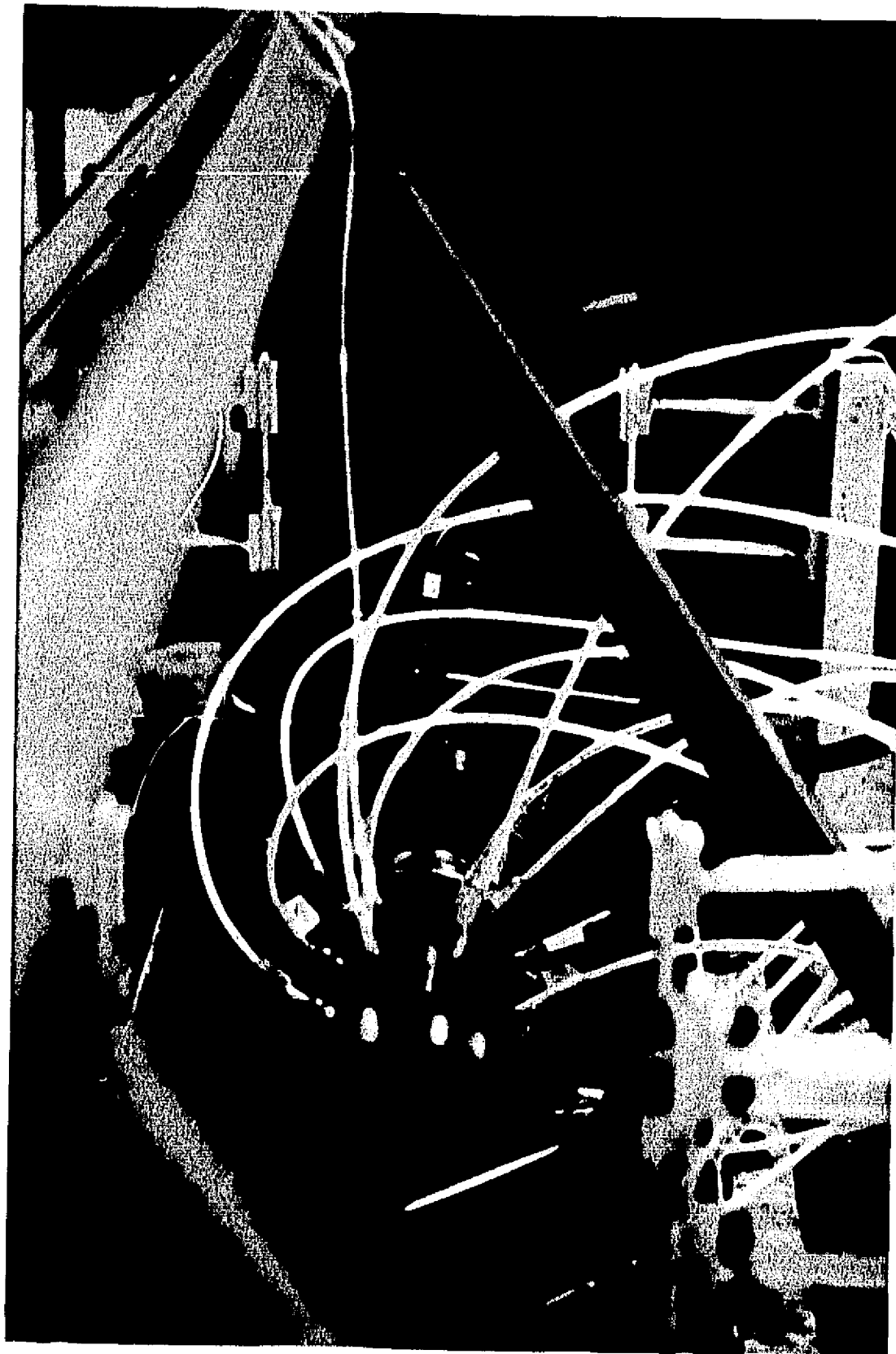


Figura 5.12. Rotor experimental empleado para las pruebas de los sellos de laberinto.

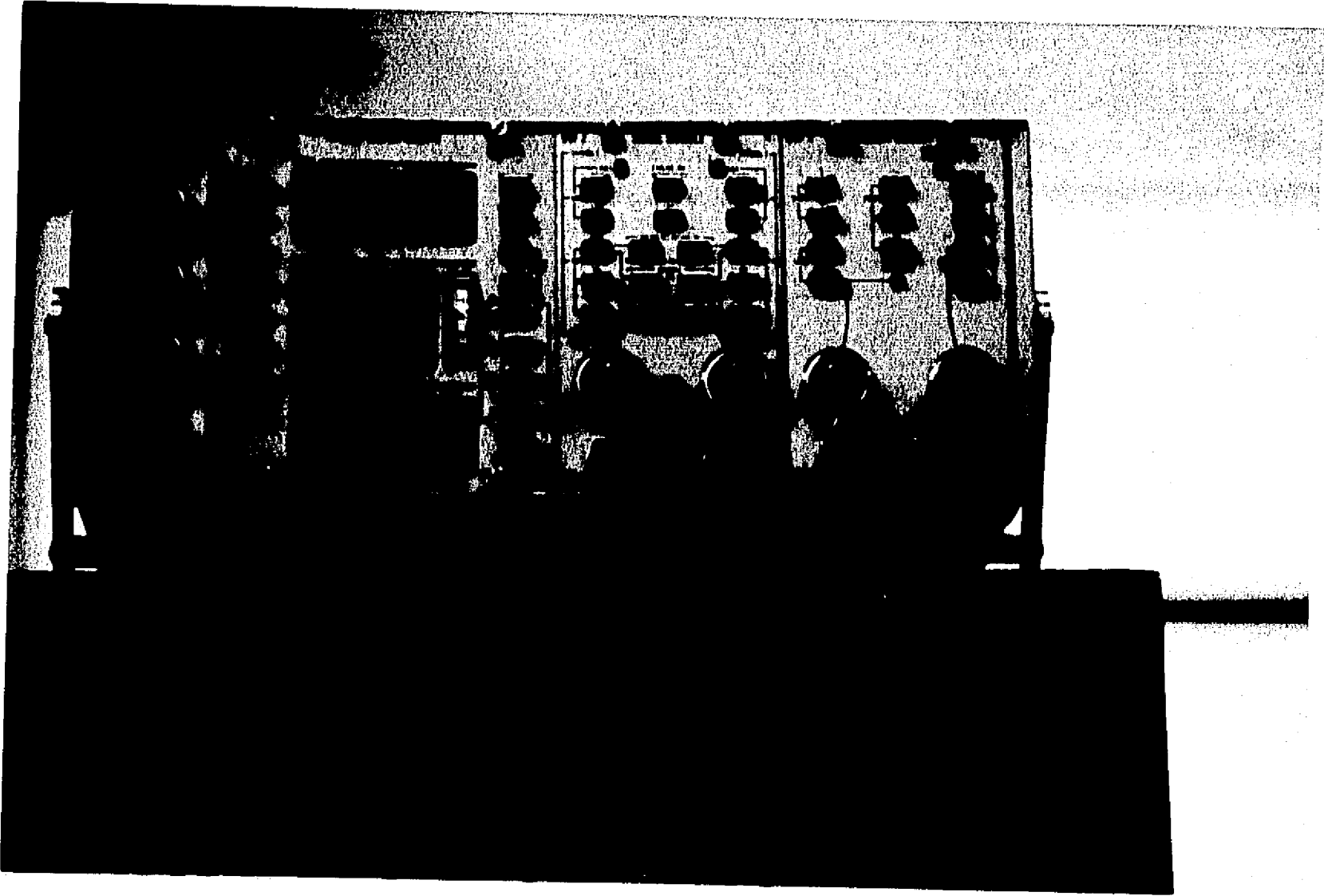


Figura 5.13. Filtro digital de vectores Bently Nevada.

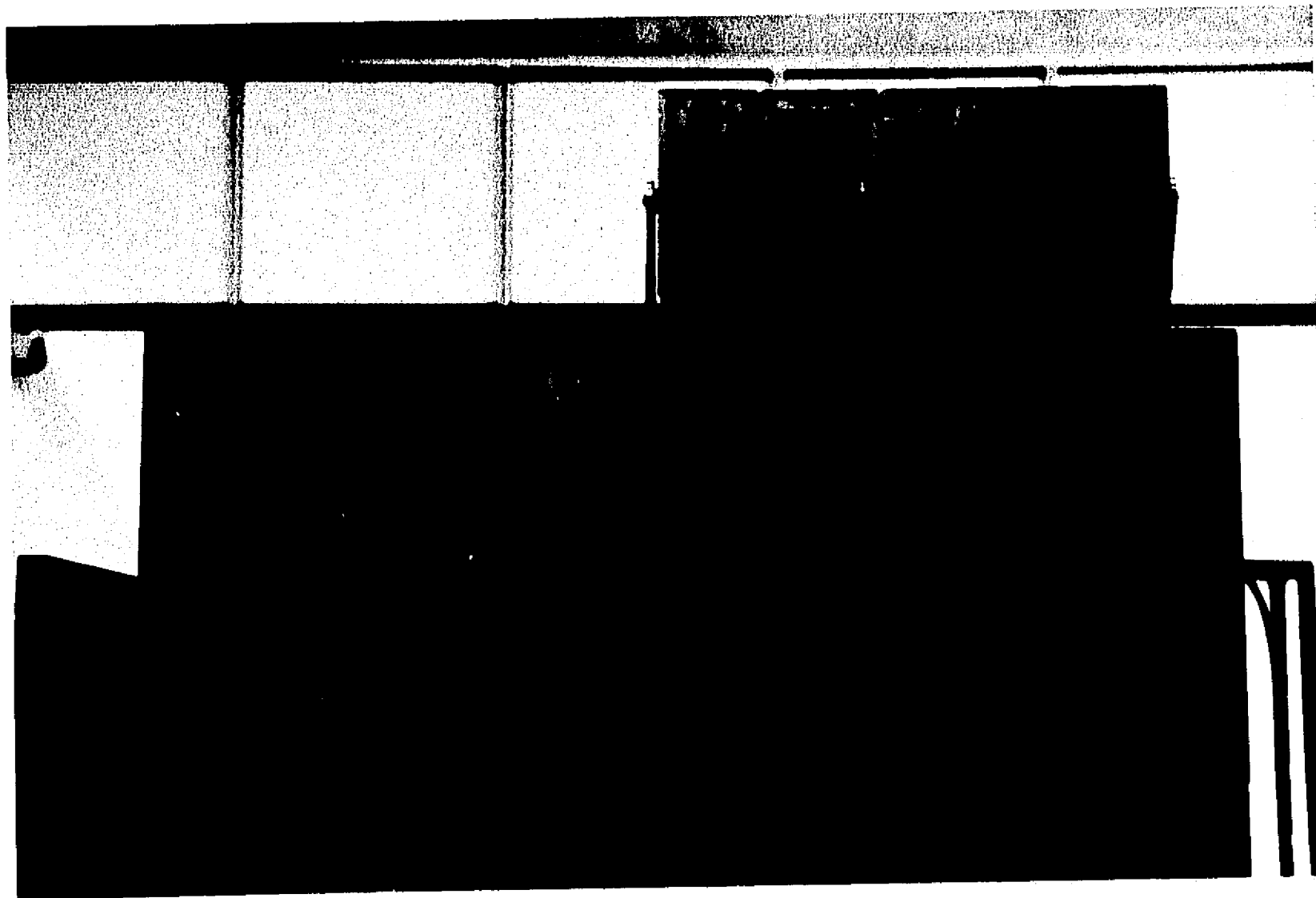


Figura 5.14. Tacómetro de la instalación general.

velocidades críticas y los modos de vibración del mismo, así como la influencia de las chumaceras hidrodinámicas.

### 5.3 Problemas detectados durante la puesta en marcha del equipo experimental

Varios problemas se tuvieron que afrontar antes de que el banco de pruebas quedara listo para llevar a cabo las mediciones finales, pero los dos que a continuación se mencionan fueron los principales. El primero y más importante fue el sobrecalentamiento experimentado por la carcasa en general y en particular por la parte que contiene el sello de carbón utilizado para evitar las fugas de aire hacia el exterior, como muestra la figura 5.3. Dicho sobrecalentamiento que llegó a alcanzar ciento veinte grados centígrados, se originó por la fricción existente entre el rotor y el carbón, haciendo que el motor conductor del rotor también sufriera un aumento en la temperatura del devanado. Esto se corrigió reduciendo el contacto entre las dos partes señaladas anteriormente, al lijar el carbón y aumentar su diámetro interior en una décima de milímetro. Con esto el sobrecalentamiento súbitamente desapareció, pero fue necesario aceptar una pequeña fuga que no afectó el comportamiento de los sellos de laberinto, ya que a través de ellos escapó el noventa y

seis por ciento del aire proveniente del compresor. Para obtener esta dimensión fue necesario montar y desmontar una gran cantidad de veces el equipo en su conjunto, así como llevar a cabo rodadas a manera de prueba para registrar la temperatura de la carcasa. El segundo problema afrontado fue poner concéntrica la carcasa y calcular la excentricidad de la misma cuando así lo requiriera la experimentación. Esto se consiguió por medio de calibradores deformables.

#### 5.4 Conclusiones sobre el equipo experimental

De acuerdo con la incertidumbre presentada por los fabricantes de cada componente de la instrumentación, se pueden esperar desviaciones en las mediciones de hasta cuatro por ciento, lo que no es elevado, haciendo confiable la instalación.

El banco de pruebas como es lógico suponer, es susceptible de mejoras, entre las cuales se pueden señalar: la detección de la presión con transductores y no con manómetro digital, un radio del rotor más grande con el fin de registrar una mayor caída de presión estática en dirección circunferencial en cada cámara, así como un compresor que aportara tanto una presión como un flujo másico superior, de preferencia un tipo axial sería la

mejor opción. Sin embargo, lo más adecuado es llevar a cabo pruebas sobre equipos instalados en plantas termoeléctricas y aeronaves.

## CAPITULO 6

### COMPARACION ENTRE EL MODELO TEORICO Y LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA SELLOS RECTOS, CONVERGENTES Y DIVERGENTES

#### 6.1 Introducción

Se presenta la evaluación final del modelo matemático descrito en el capítulo tres para sellos de laberinto rectos, convergentes y divergentes, ya que la información experimental sobre sellos mixtos que proporcionaron Benckert y Wachter [3] fue lo bastante amplia como para no requerir experimentación adicional, según conclusión del capítulo cuatro. Para finalizar el capítulo se establece una comparación entre el comportamiento de los sellos de laberinto convergentes y divergentes.

Los resultados que se muestran en los próximos párrafos fueron obtenidos en el banco de pruebas descrito en el capítulo cinco. Este equipo experimental fue calculado para buscar tendencias cualitativas, y por tanto no se recomienda utilizar las mediciones en forma directa para diseñar sellos de laberinto.

Para localizar el ángulo de posición de la presión estática en cada cámara, se debe instalar un sistema de

7

referencia izquierdo, visto de frente desde la zona de entrada a los sellos de laberinto, así como seguir el curso opuesto al de las manecillas del reloj.

Se emplearon cinco distribuciones de presión diferentes en la cámara de admisión, así como un número igual de velocidades angulares del rotor, las cuales variaron entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto, con intervalos de mil, para cada una de las distribuciones de presión. Lo anterior se llevó a cabo para sellos rectos, convergentes y divergentes, tanto para una posición concéntrica del rotor con la carcasa, como para una relación de excentricidad del cincuenta por ciento, localizada a cero grados del eje 'x'. De lo anterior y de la descripción dada del equipo en el capítulo cinco, se concluye que la cantidad de presiones registradas fue tres mil, correspondiendo mil a cada una de las geometrías antes señaladas. En realidad se tomaron doce mil registros, lo que implica que cada dato se midió cuatro veces, no encontrando desviación alguna en cada medición, haciendo innecesaria la aplicación de probabilidad y estadística para estudiar la dispersión de información. Para fines de la evaluación del modelo matemático se consideró aquella distribución de presión que presentó los valores numéricos mayores, ya que en este caso la variación circunferencial fue más acentuada, facilitando su análisis.

Para calcular la distribución de esfuerzos cortantes se



7

probaron los coeficientes y exponentes empíricos dados por Childs [48] y Serkov [60] en forma separada. Sin embargo, después de analizar los resultados obtenidos con el modelo matemático del capítulo tres, no se encontró discrepancia entre ambos, concluyéndose que no existía desviación alguna. Estos se agrupan a través del capítulo con el nombre de resultados teóricos.

## 6.2 Estudio teórico - experimental de los sellos de laberinto rectos

Las dimensiones y características del equipo experimental utilizado para evaluar el comportamiento de los sellos de laberinto rectos fueron las siguientes:

Radio del rotor = 19 mm.

Radio interior de la carcasa = 30 mm.

Número de sellos = 10.

Altura de los sellos = 10 mm.

Claro rotor - sellos = 1 mm.

Distancia entre sellos = 10 mm.

Espesor de los sellos = 1.7 mm.

Velocidad del rotor = 0, 1000, 2000, 3000 y 4000 RPM.

Presión atmosférica = 0.86 bar.

La figura 6.1 presenta dos de las distribuciones de presión empleadas en la cámara de admisión para efectuar las pruebas relacionadas con los sellos rectos, y que por cierto se mantuvieron constantes a pesar de variar la velocidad del rotor entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto, indicando con ello que el componente circunferencial de la velocidad del flujo a la entrada de los sellos de laberinto fue nulo, al permanecer dicha distribución constante y no existir arrastre del flujo por parte del rotor. En esta gráfica puede apreciarse el efecto Lomakin [36] descrito en el capítulo dos,<sup>1</sup> ya que la presión estática es mayor cuando el rotor está excéntrico, dando origen a una fuerza que tiende a centrarlo.

Las curvas de las figuras 6.2 y 6.3 muestran la comparación entre los resultados teóricos y los experimentales para las cámaras dos y nueve cuando el rotor está concéntrico y sometido a las distribuciones de presión originadas por la cámara de admisión, figura 6.1. Se observa que la distribución de presión obtenida por medio del modelo matemático está sobrevaluada respecto a la experimental. Por otra parte, la figura 6.3 demuestra que el arrastre en la cámara nueve no fue determinante y que la distribución de presión es una curva plana, cómo ya lo

1. Ver página 25.

DISTRIBUCION DE PRESION EN LA CAMARA DE ADMISION

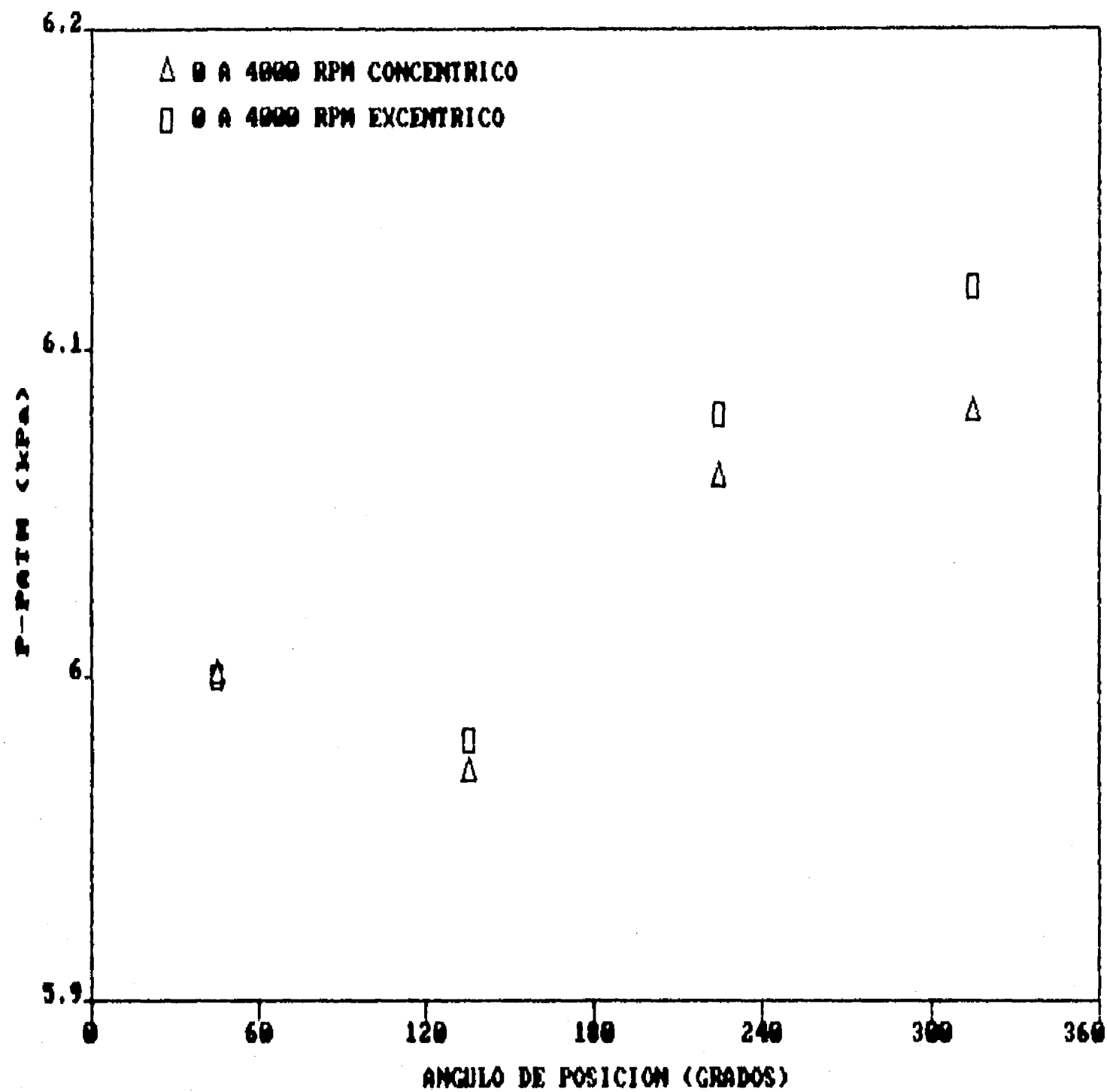
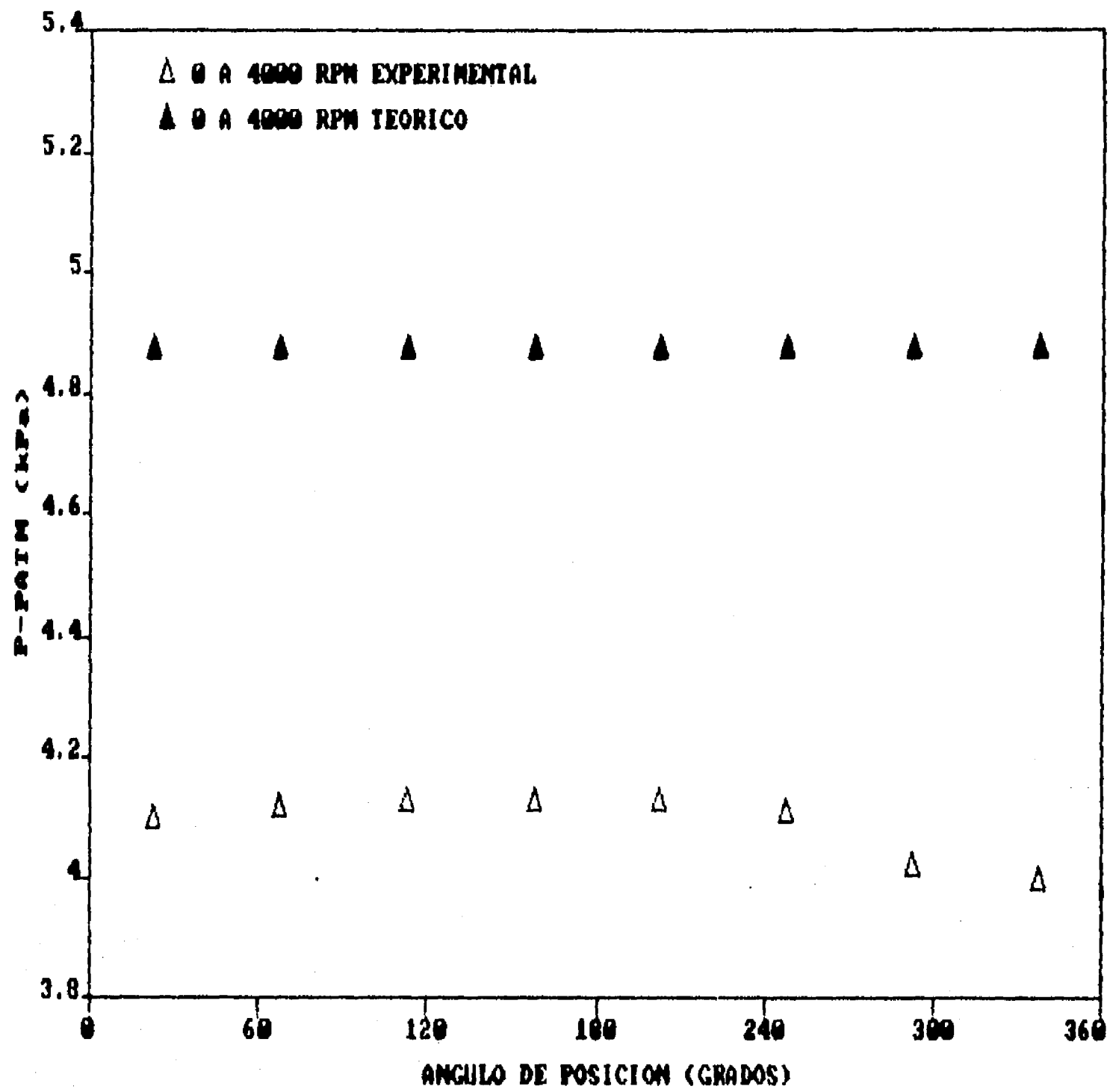


Figura 6.1. Distribución de presión en la cámara de admisión para posiciones del rotor concéntrica y excéntrica. Se observa que al estar el rotor excéntrico, la distribución de presión es mayor en todo punto respecto a la localización concéntrica. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). Sellos de laberinto rectos.

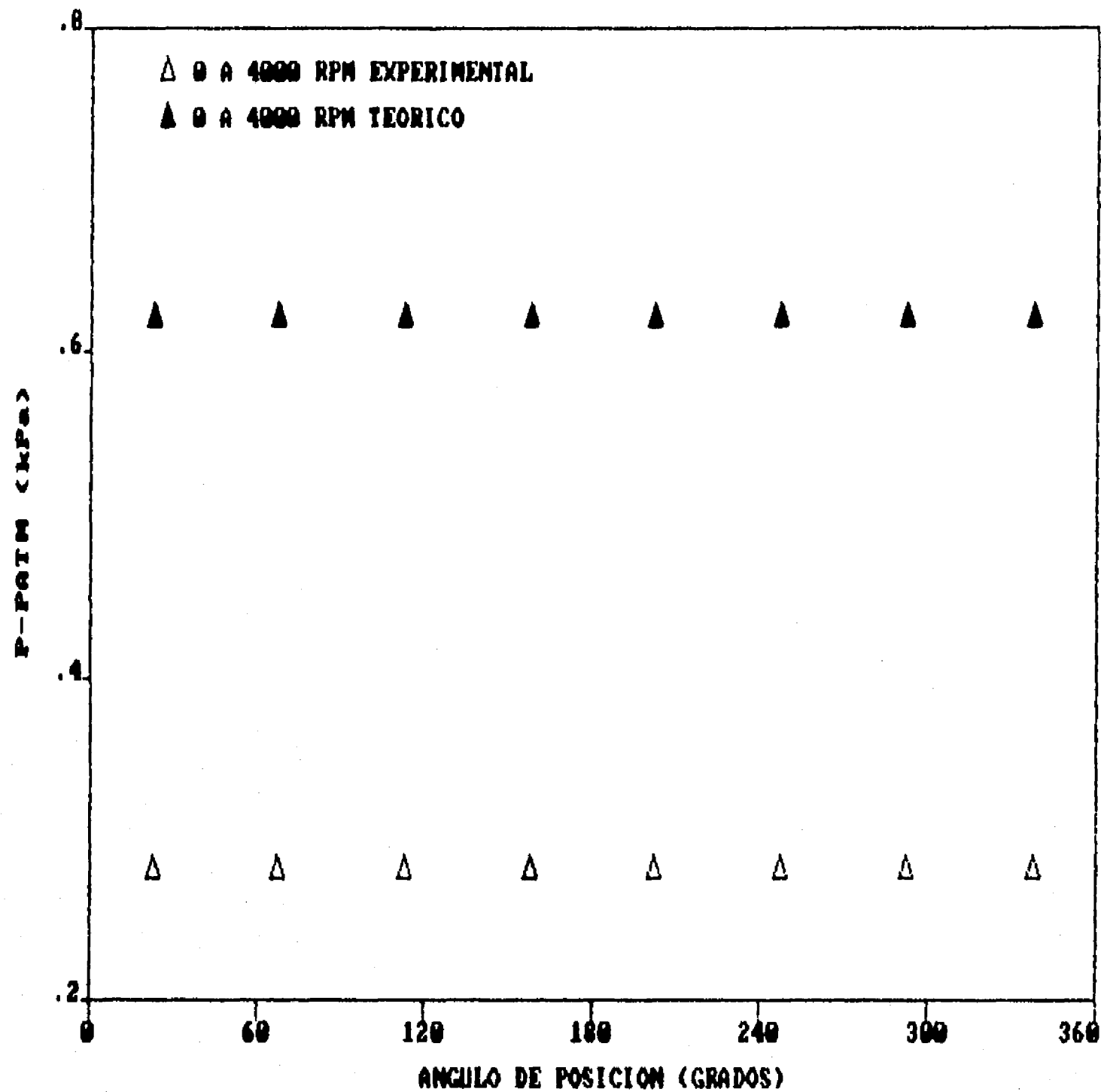
DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR CONCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.0196	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.0123	0.0

Figura 6.2. Distribución de presión en la cámara dos para sellos rectos, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidades angulares comprendidas entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto.

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR CONCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.0	0.0
F <sub>y</sub> [N]	0.0	0.0

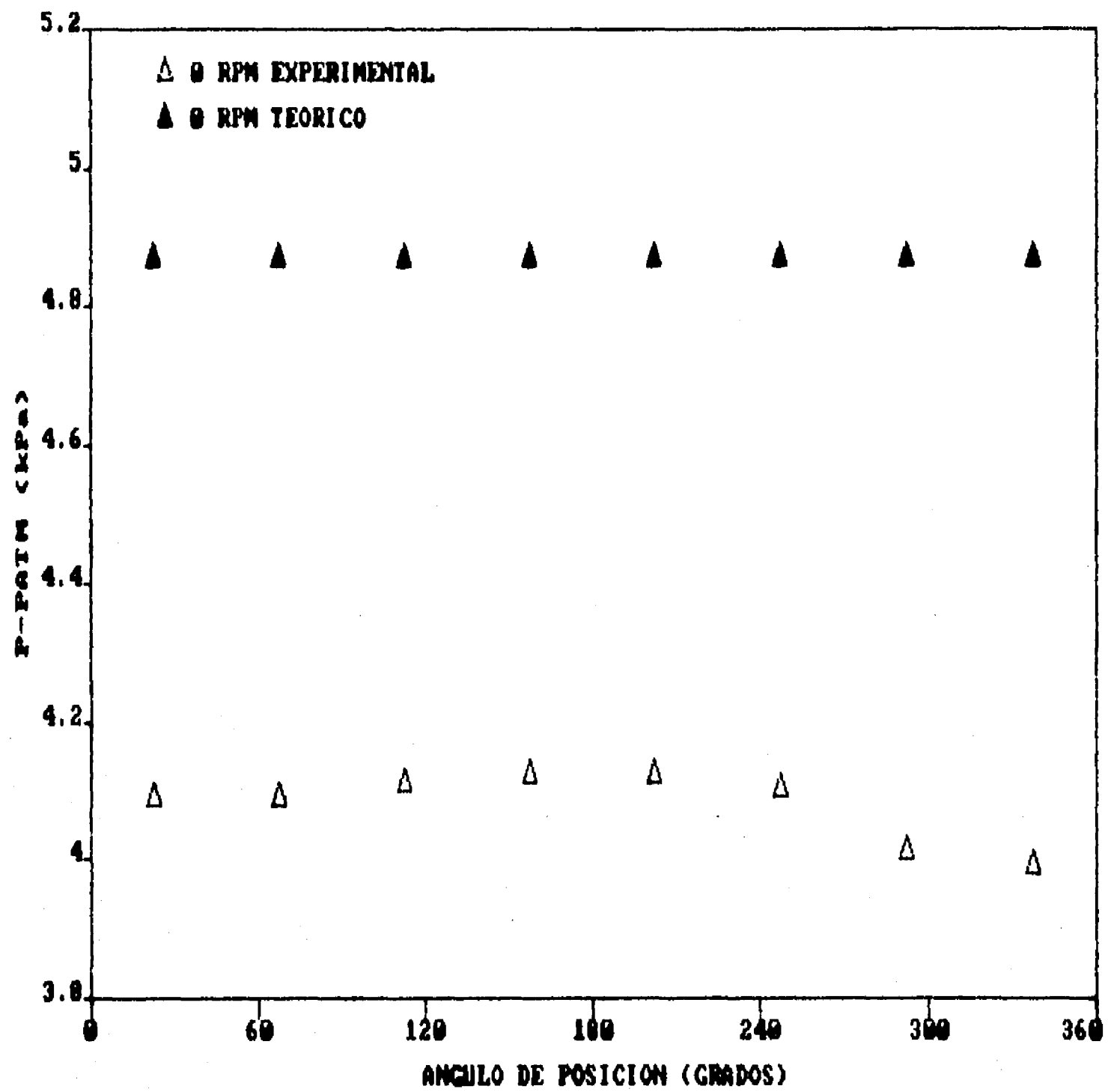
Figura 6.3. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos rectos, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidades angulares comprendidas entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto.

habían previsto Brown y Leong [41], al indicar que a medida que el flujo se acerca a las últimas cámaras, la variación de la distribución de presión alrededor de la circunferencia se vuelve casi imperceptible.

La distribución de presión en la cámara de admisión dió lugar a las fuerzas cruzadas que se muestran en la figura 6.2, a pesar de permanecer el rotor concéntrico con la carcasa. Se observa que la tendencia del componente  $F_y$  de la fuerza de excitación es hacer orbitar al rotor en el sentido de giro de las manecillas del reloj.

Las figuras 6.4 y 6.5 muestran el comportamiento de los resultados teóricos y experimentales de la distribución de presión, así como de las fuerzas cruzadas en la cámara dos, originadas por las distribuciones expuestas en la figura 6.1, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto respectivamente, estando el rotor excéntrico. En ambos casos el modelo matemático sobrestimó la presión y subestimó las fuerzas de excitación. Asimismo, se detectó una tendencia a que el rotor orbitara en el sentido de las manecillas del reloj.

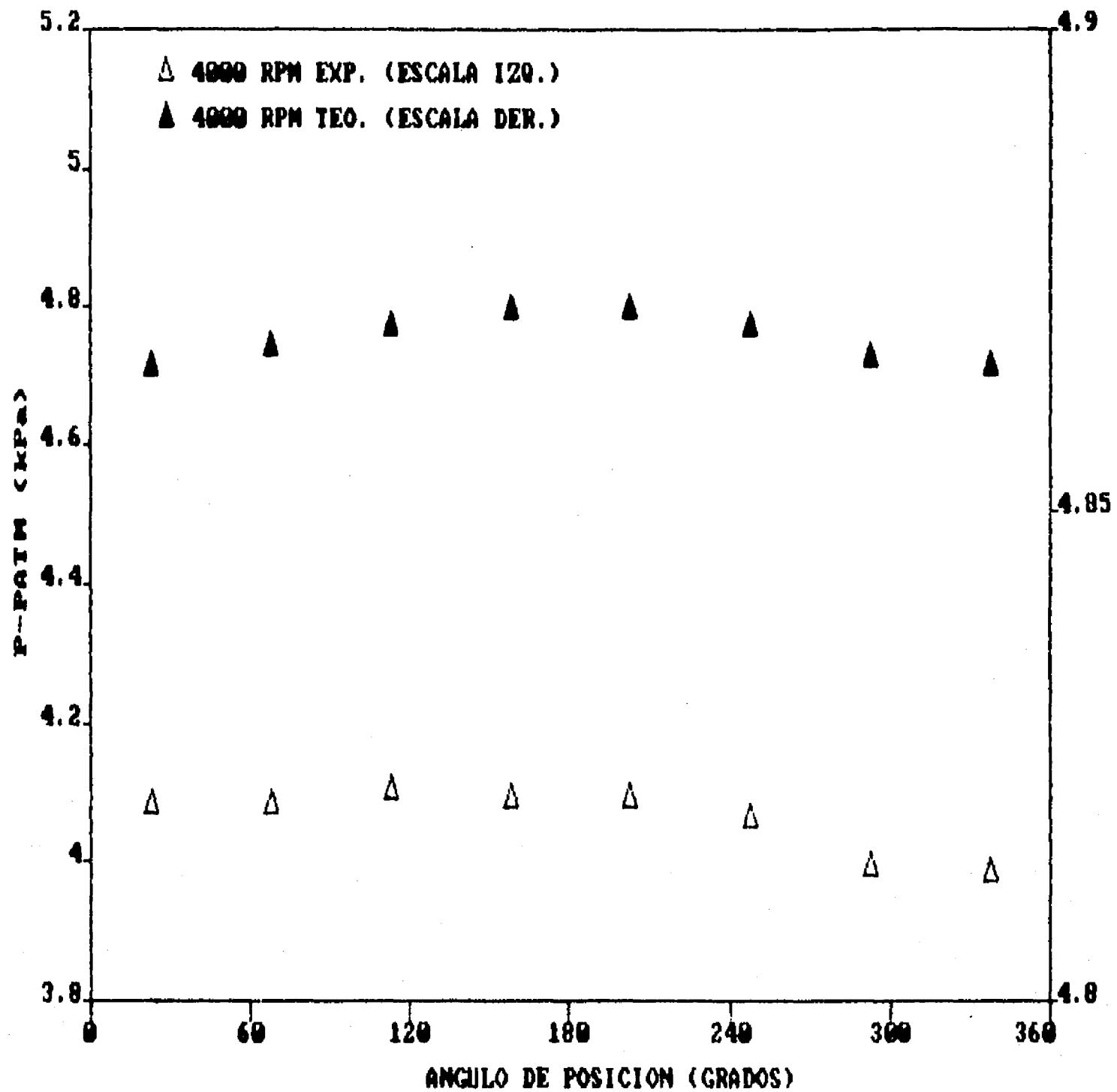
Las gráficas 6.6 y 6.7 presentan resultados análogos a los expuestos en las dos figuras anteriores, pero para la cámara nueve. Como se puede apreciar, el comportamiento en estos casos fue análogo a los dos precedentes. Sin embargo, en la cámara nueve existió una tendencia a provocar



	EXPERIMENTAL	TEORICO
$F_x$ [N]	0.0285	0.0
$F_y$ [N]	-0.0181	0.0

Figura 6.4. Distribución de presión en la cámara dos para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO

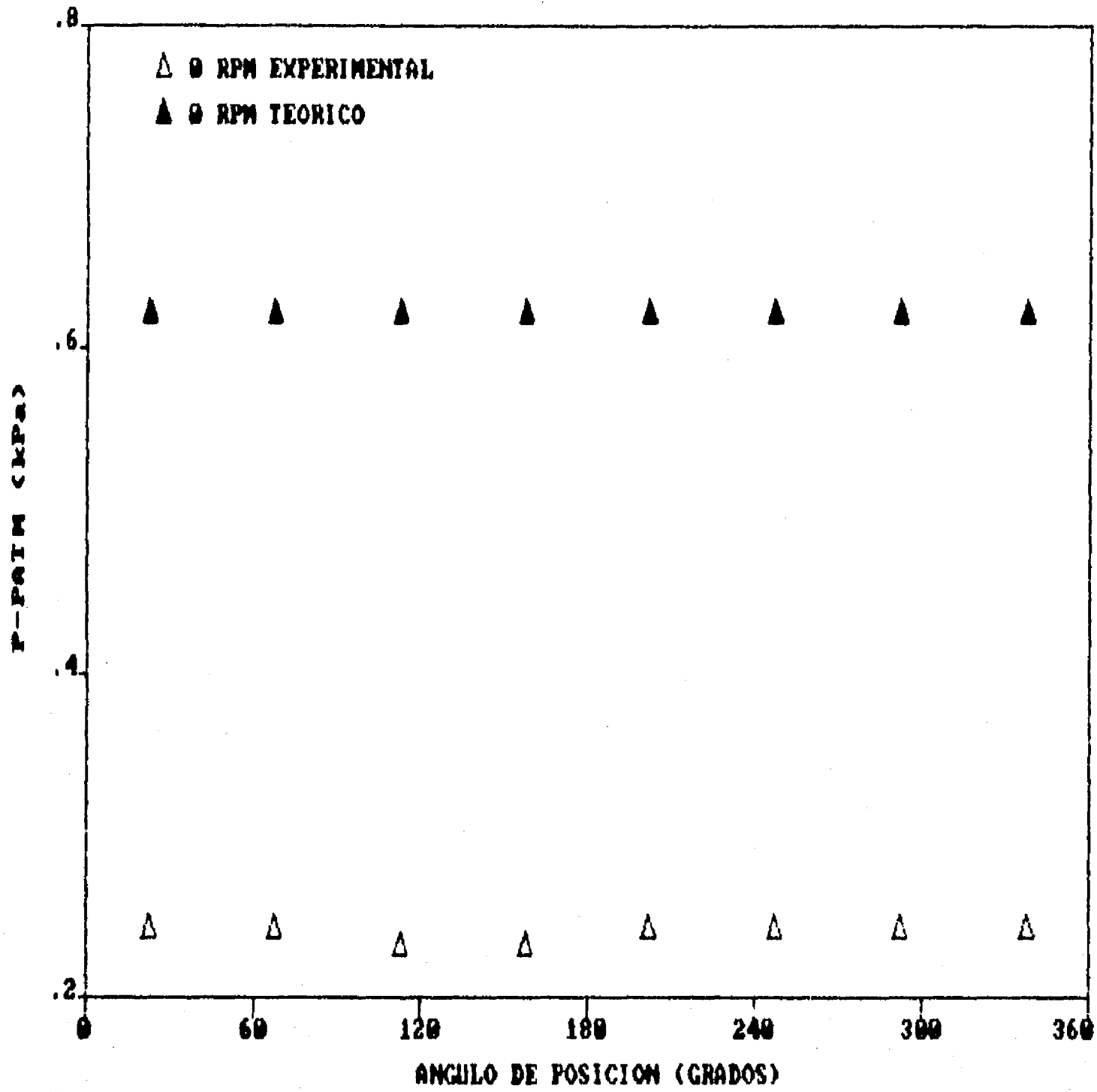


	EXPERIMENTAL	TEORICO
$F_x$ [N]	0.0215	0.002
$F_y$ [N]	-0.0236	0.0

Figura 6.5. Distribución de presión en la cámara dos para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).



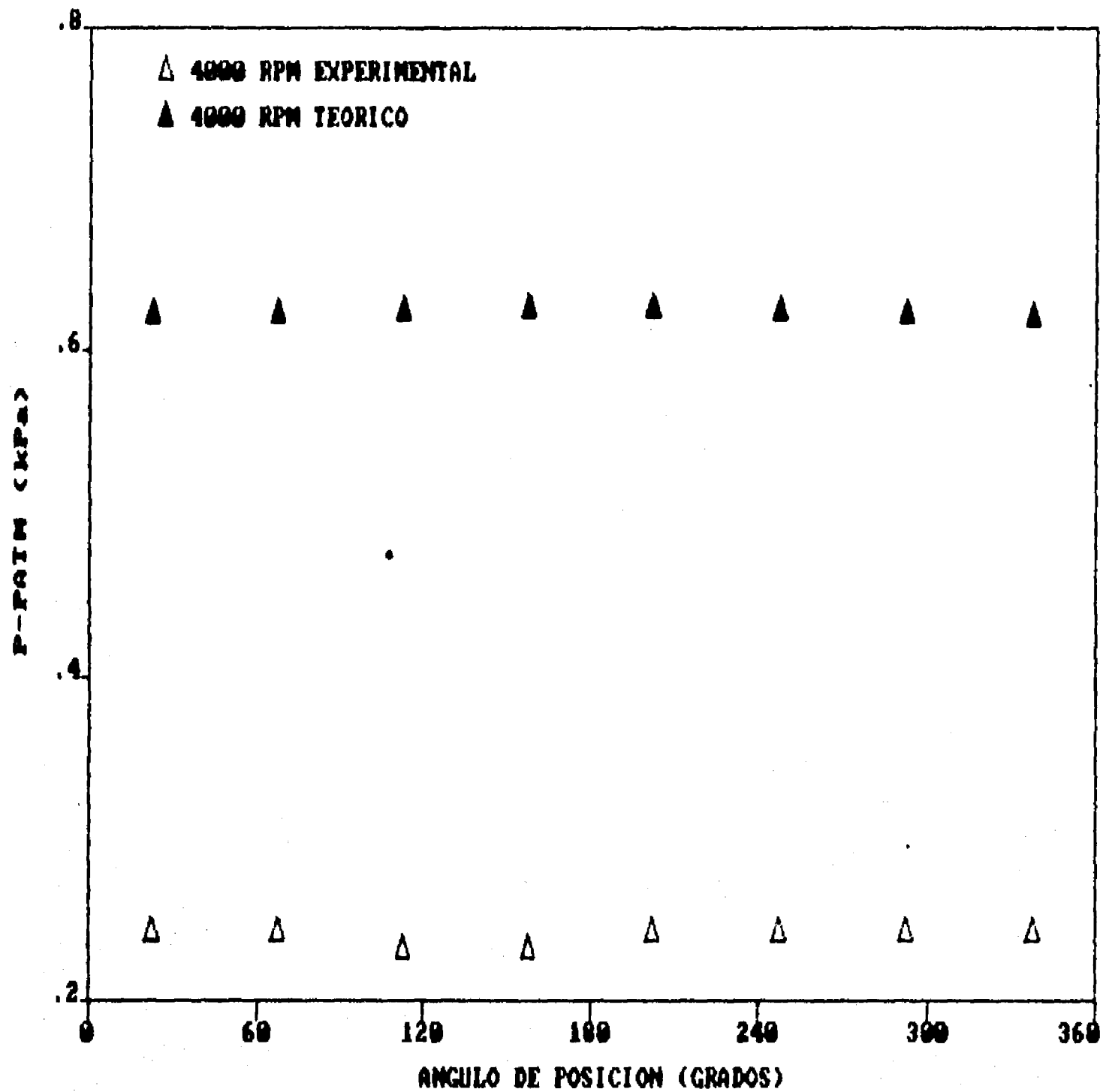
DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
Fx [N]	-0.002	0.0
Fy [N]	0.002	0.0

Figura 6.6. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	-0.002	0.0016
F <sub>y</sub> [N]	0.002	-0.0002

Figura 6.7. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos rectos, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

que el rotor orbitara en sentido opuesto a las manecillas del reloj, contrario a lo experimentado en la dos. Sin embargo esto contrasta con lo previsto por la teoría, que indica una tendencia de la cámara nueve a provocar que el rotor orbite en dirección de las manecillas del reloj.

La figura 6.8 presenta uno de los resultados más interesantes e importantes para el establecimiento de futuros modelos matemáticos, y es que experimentalmente se demuestra que la presión estática es mayor cuando el rotor está concéntrico y estático. Esto es fácil de entender, ya que en este caso la presión dinámica alcanza su valor mínimo al no existir tanto arrastre por parte del rotor, como incrementos en el componente circunferencial de la velocidad del flujo a causa de reducciones en el área transversal circunferencial de las cámaras, producto de la excentricidad. Esta conclusión se encuentra en el trabajo de Rajakumar y Sisto [42], y aunque éstos no se percataron o simplemente no lo señalaron, al comparar para una excentricidad dada la distribución de la presión circunferencial en las tres cámaras que emplearon, para los casos en que el rotor se encontraba estático y a -2025 RPM (según la convención de los autores), es fácil determinar que en el primero de dichos casos la presión fue mayor que en el segundo. Pero esto no implica que las fuerzas cruzadas sean más grandes cuando el rotor está concéntrico,

DISTR. PRESION CAMARA DOS VARIAS CONDICIONES

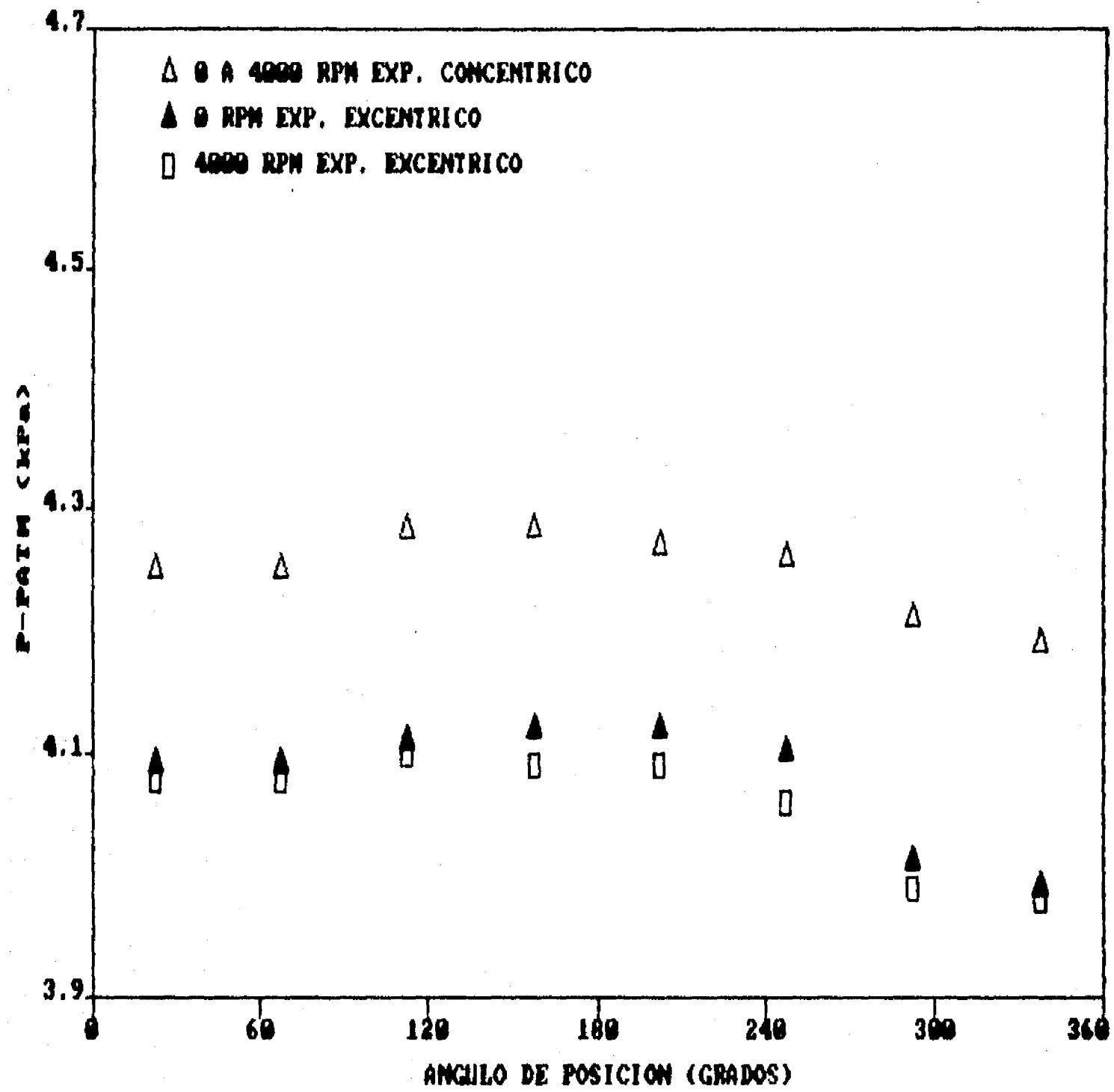


Figura 6.8. Demostración de que la presión es mayor cuando el rotor se encuentra concéntrico. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

ya que en esta situación la distribución de presión tiene una variación menor a lo largo de la circunferencia de las cámaras, dando lugar a compensaciones. Lo opuesto sucede cuando el rotor está excéntrico.

De las figuras 6.2 a 6.8 se concluye que la presión máxima en cada cámara ocurre a ciento ochenta grados o más del claro mínimo. Esta observación la visualizaron con anterioridad Rajakumar y Sisto [42], pero en este caso la situación se repite a pesar que en la cámara de admisión no existió un campo de presión uniforme, cómo éstos lo habían forzado en su investigación experimental.

Ya que la excentricidad se localizó a cero grados del eje 'x', el componente de la fuerza de excitación  $F_y$  era el que al aumentar o disminuir de valor podría volver más inestable o estable respectivamente, al sistema rotor-sellos. Se puede concluir al establecer una comparación entre los resultados de este componente en la cámara dos, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto, figuras 6.4 y 6.5, que su valor se elevó a medida que la velocidad angular también lo hizo, esto tanto teórica como experimentalmente, coincidiendo con lo señalado en la revisión bibliográfica del capítulo dos. Sin embargo el valor experimental de  $F_y$  en la cámara nueve no registró este comportamiento, permaneciendo constante, como se muestra en las figuras 6.6 y 6.7. Esto contrasta con el

aumento calculado por la teoría, que continuó indicando una tendencia a orbitar en el sentido de las manecillas del reloj.

#### 6.2.1 Conclusiones sobre la evaluación del modelo

##### matemático aplicado a sellos de laberinto

##### rectos

En los párrafos anteriores se describen las desviaciones entre el modelo matemático propuesto en el capítulo tres y lo registrado durante la experimentación, encontrando que las discrepancias señaladas fueron más marcadas en la cámara nueve que en la dos. Esto era de esperarse, ya que a medida que la presión disminuye es más difícil localizar su valor exacto.

La divergencia encontrada entre teoría y experimentación fue mayor a lo previsto a causa de que la distribución de presión en la cámara de admisión no fue uniforme. Por tanto puede concluirse que el modelo matemático resuelto a través de métodos perturbatorios y que considera un campo de presión uniforme a la entrada de los sellos de laberinto está en principio restringido. Sin embargo, las mayores desviaciones entre la presión medida y la experimental se registraron en la última cámara, donde ésta es menor y por ende su influencia pierde importancia.

concluyéndose que el cálculo de la distribución de presión en las primeras cámaras donde ésta es mayor, se vuelve primordial para determinar con exactitud la fuerza de excitación.

Después de observar los resultados experimentales para sellos rectos y contrastarlos con la teoría, puede señalarse como se detalla en el capítulo cuatro, que es necesario revisar los coeficientes y exponentes empíricos de la expresión de Blasius [58], adaptada para calcular los esfuerzos cortantes.

### **6.3 Estudio teórico - experimental de los sellos de laberinto convergentes**

Las dimensiones y características del equipo empleado para evaluar los sellos de laberinto convergentes fueron las siguientes:

Radio del rotor = 19 mm.

Radio interior de la carcasa = 30 mm.

Número de sellos = 10.

Altura del primer sello = 10.4 mm.

Altura del último sello = 10.5 mm.

Claro promedio rotor - sellos = 0.55 mm.

Distancia entre sellos = 10 mm.

Distancia entre sellos = 10 mm.

Espesor de los sellos = 1.7 mm.

Velocidad del rotor = 0, 1000, 2000, 3000 y 4000 RPM.

Presión atmosférica = 0.86 bar.

La figura 6.9 presenta dos de las distribuciones de presión empleadas en la cámara de admisión. Como se aprecia no se registraron cambios en éstas a pesar de variar la velocidad angular del rotor entre cero y cuatro mil revoluciones por minuto. Se observa que contrario a lo sucedido con los sellos rectos, la distribución de presión en la cámara de admisión cuando el rotor está concéntrico o excéntrico es igual, lo que se explica por el empleo de una geometría convergente que provoca compensación de la presión estática en sentido circunferencial, al aumentar la velocidad del flujo en dirección axial a través de la zona donde el claro es menor, destruyendo el efecto Lomakin [36] registrado en los sellos rectos.

En la figura 6.10 se muestra la distribución de la presión estática en la cámara dos cuando el rotor está concéntrico, producto de la distribución de presión generada por la cámara de admisión, figura 6.9. Se concluye que la teoría predice un valor único, no importando la velocidad angular del rotor, en tanto que la experimentación enseña que la presión disminuye a medida



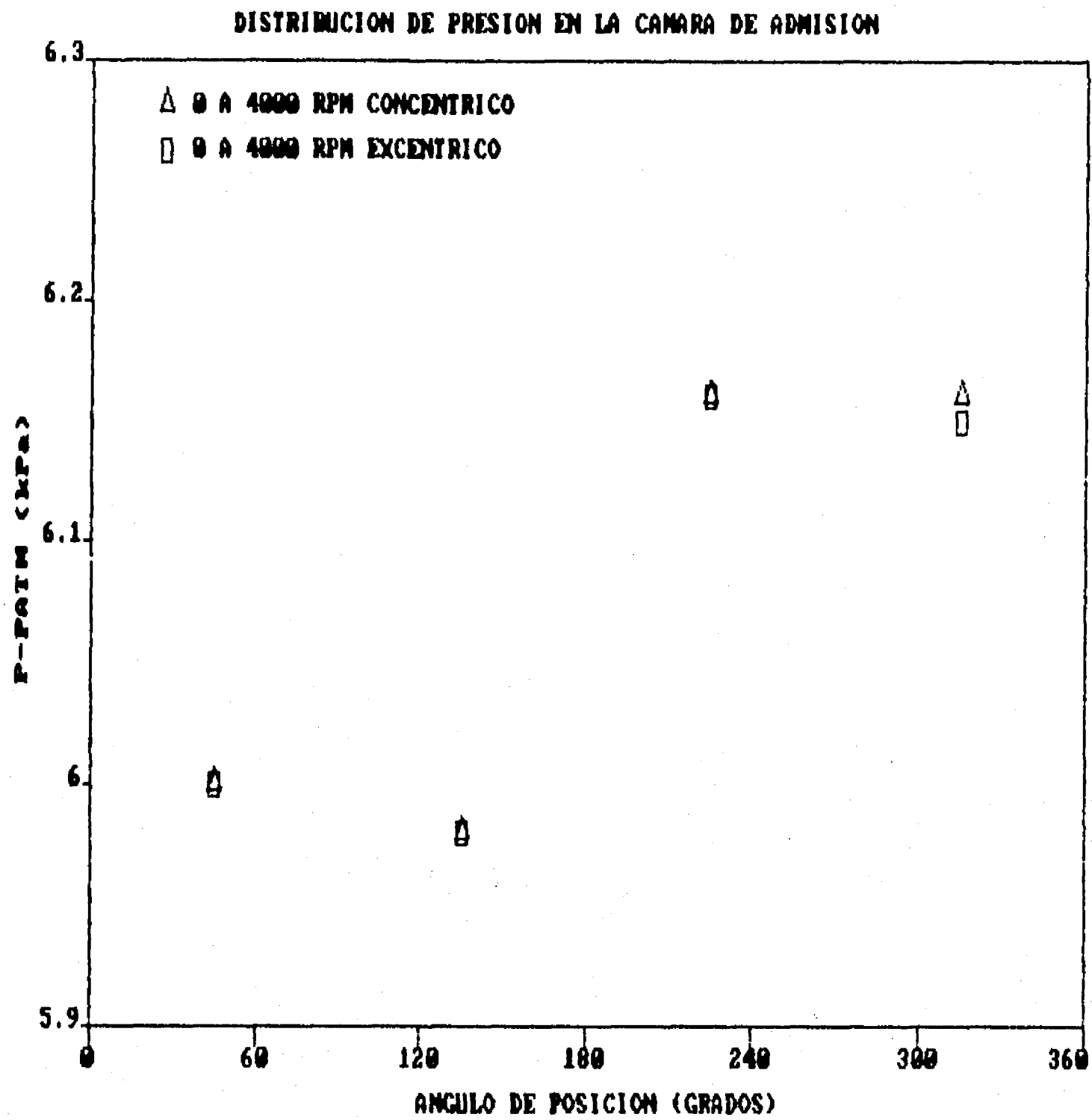
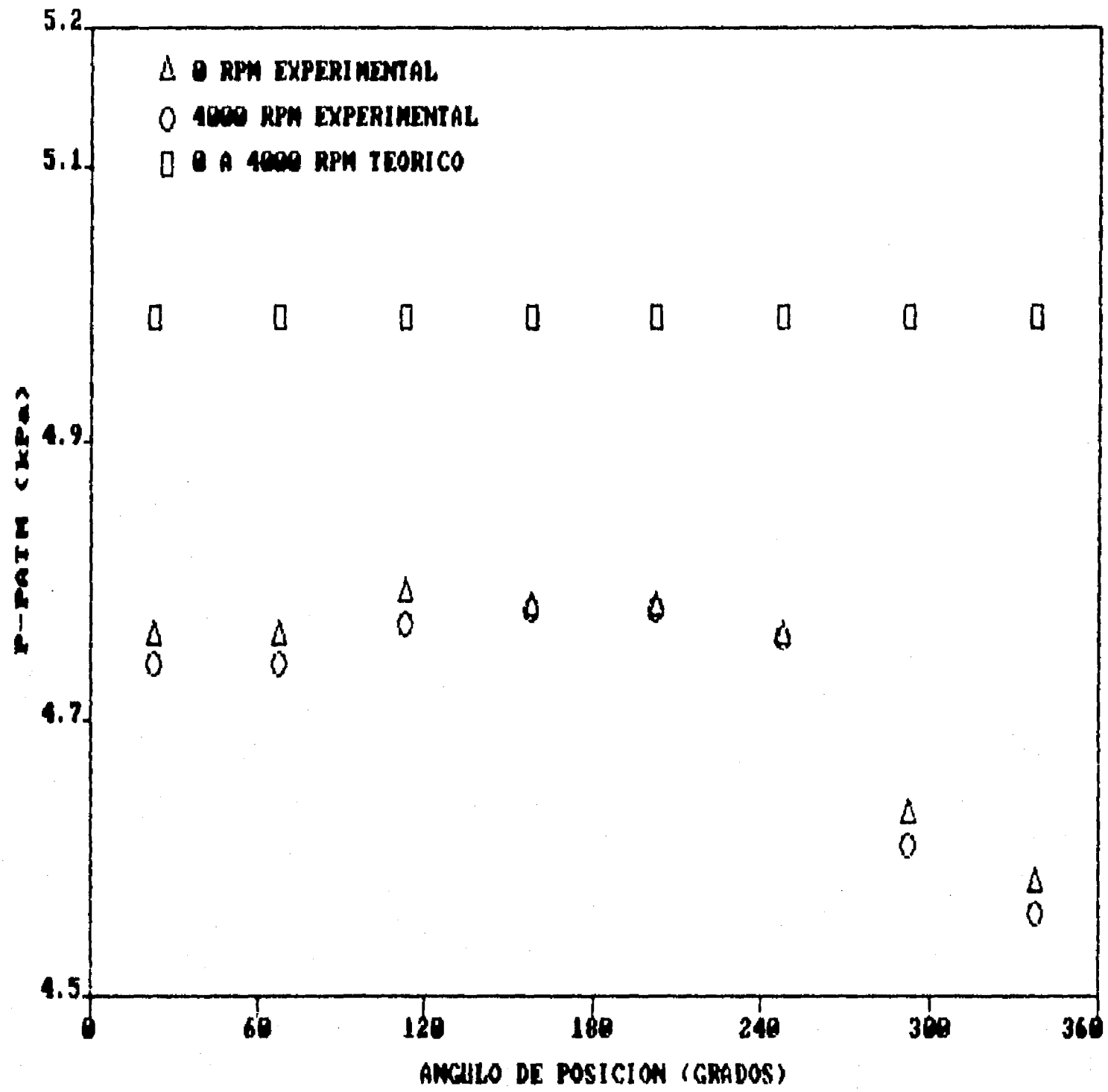


Figura 6.9. Distribución de presión en la cámara de admisión para posiciones del rotor concéntrica y excéntrica. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). Sellos de laberinto convergentes.

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR CONCENTRICO



	EXP. (0 RPM)	EXP. (4000 RPM)	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.0378	0.0462	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.0282	-0.0297	0.0

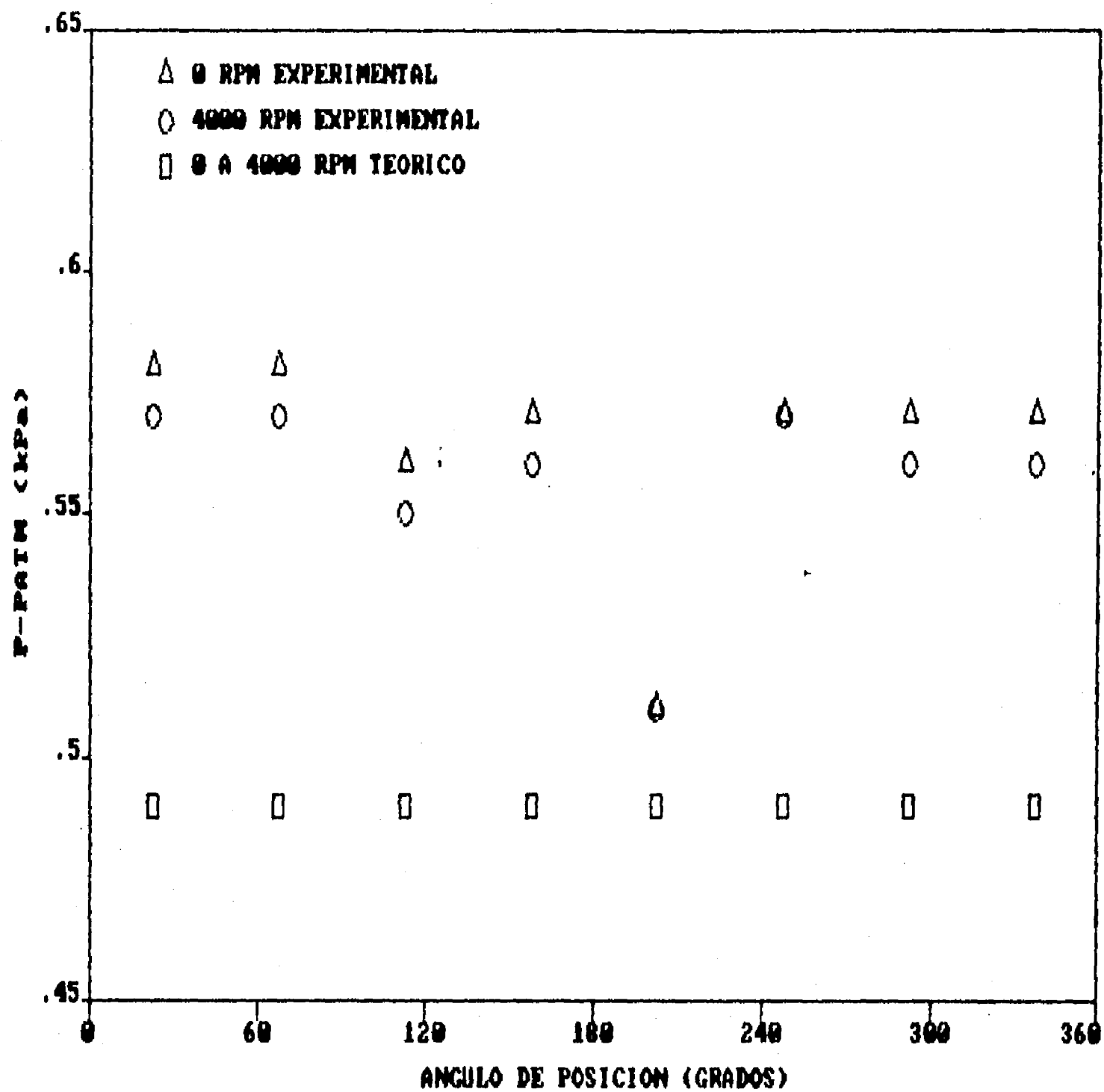
Figura 6.10. Distribución de presión en la cámara dos para sellos convergentes y una posición concéntrica del rotor con la carcasa.

que la velocidad aumenta, como ya se había observado en los sellos rectos, pero en el caso de los convergentes esto se manifiesta desde que el rotor se encuentra concéntrico. Las fuerzas que aparecen en 6.10 son consecuencia de una distribución desigual de la presión en la cámara de admisión. Como se explicó en la revisión bibliográfica del capítulo dos, al aumentar el componente circunferencial de la velocidad del flujo en las cámaras la fuerza aumenta, cosa que se puede observar en la figura antes señalada, y de donde se concluye que existe una tendencia a la orbitación en el sentido de las manecillas del reloj.

Por otra parte la gráfica 6.11 exhibe lo mismo que la anterior pero para la cámara nueve, donde las fuerzas cruzadas disminuyeron su valor respecto a las de la cámara dos, ya que el flujo en la última cámara está muy desarrollado y la presión es menor. También en este caso existe una tendencia a la orbitación en el sentido de las manecillas del reloj.

Las figuras 6.12 y 6.13 presentan la distribución de presión estática en la cámara dos cuando el rotor se encuentra excéntrico, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto respectivamente. Esto para la distribución de presión entregada por la cámara de admisión, figura 6.9. Se observa en ambos casos una tendencia a orbitar en el sentido de las manecillas del reloj.

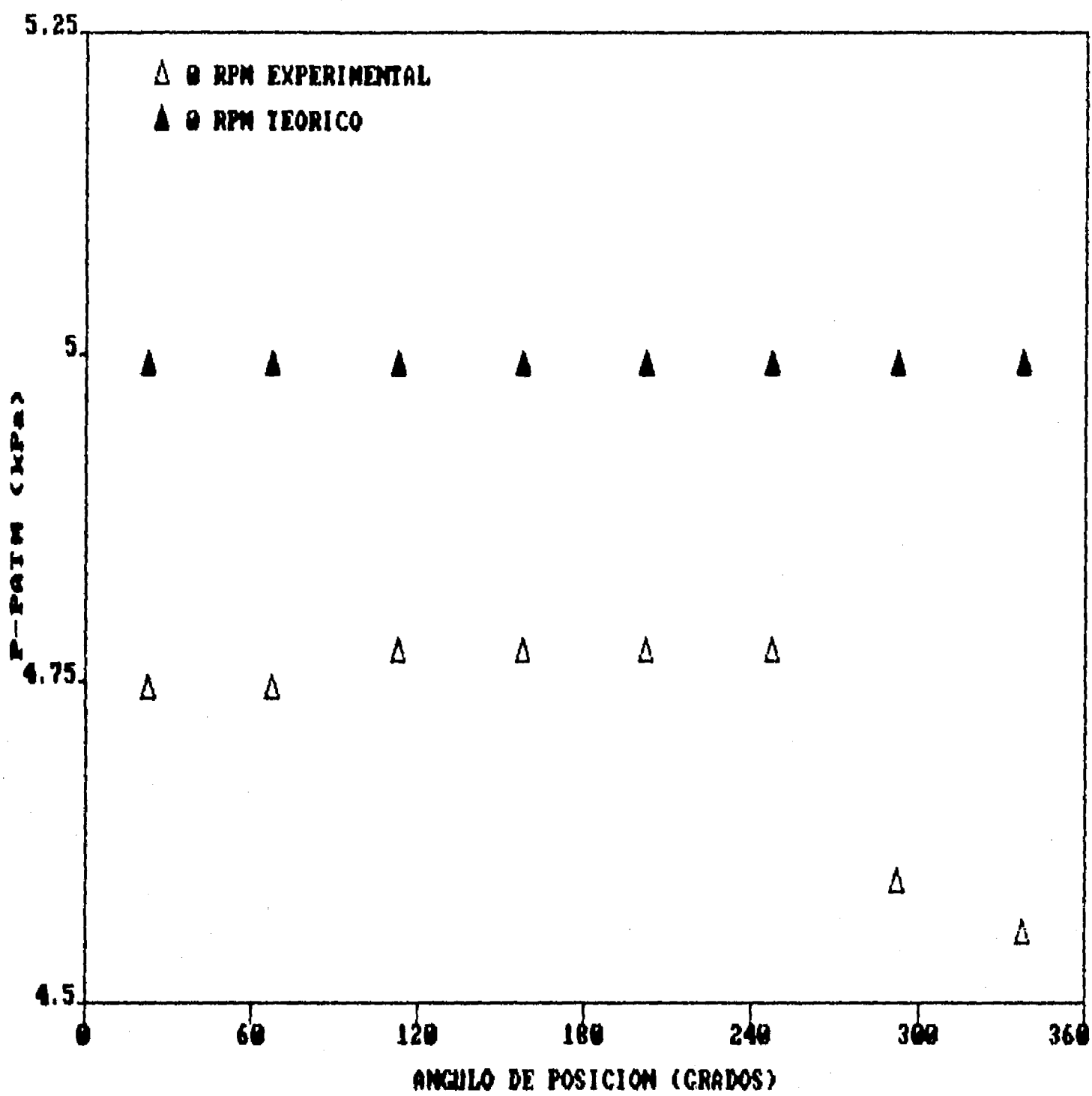
DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR CONCENTRICO



	EXP. (0 RPM)	EXP. (4000 RPM)	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	-0.0108	-0.0083	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.0051	-0.002	0.0

Figura 6.11. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos convergentes y una posición concéntrica del rotor con la carcasa.

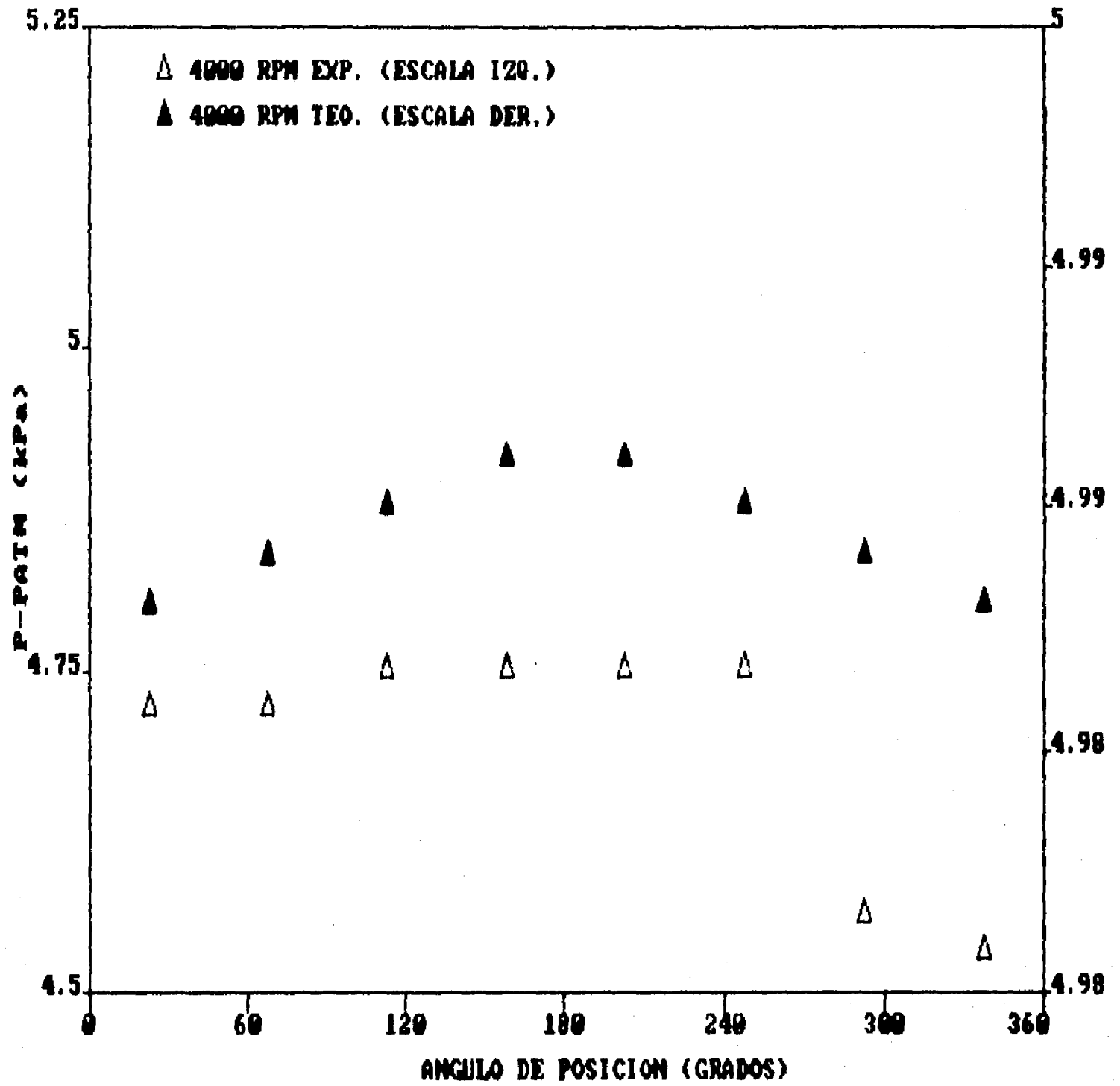
DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
$F_x$ [N]	0.0464	0.0
$F_y$ [N]	-0.0316	0.0

Figura 6.12. Distribución de presión en la cámara dos para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
$F_x$ [N]	0.0469	-0.0011
$F_y$ [N]	-0.0329	0.0

Figura 6.13. Distribución de presión en la cámara dos para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

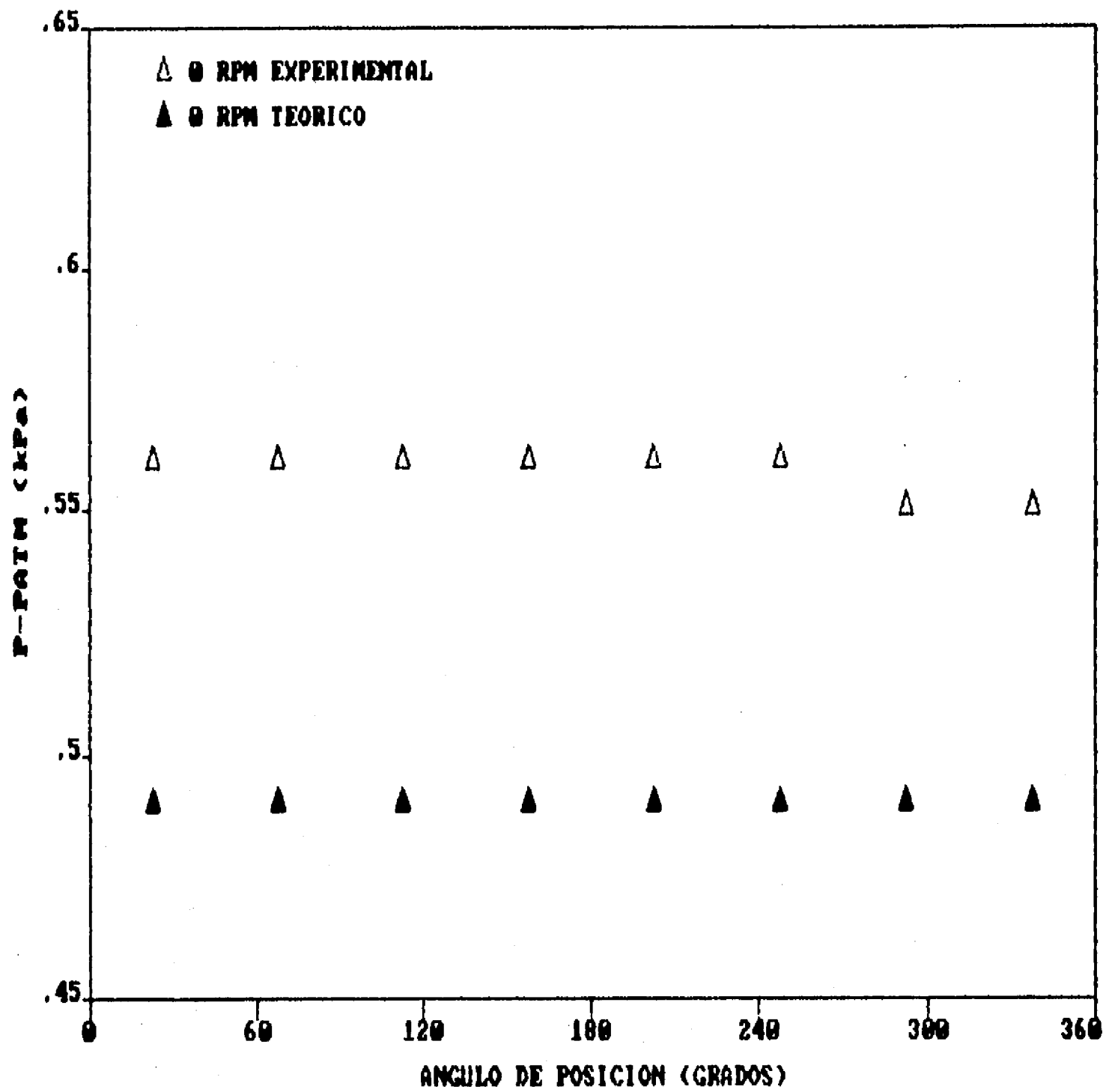
7

En las gráficas 6.14 y 6.15 se muestran las distribuciones de presión en la cámara nueve para cero y cuatro mil revoluciones por minuto, permaneciendo el rotor excéntrico (revisar la gráfica 6.9 para observar la distribución de presión que originó este comportamiento). De éstas se deduce, que la cámara nueve trata de inducir una orbitación en el sentido de las manecillas del reloj.

La figura 6.16 muestra que la presión estática es mayor cuando el rotor se encuentra arrancando que cuando se halla en operación, resultado que coincide con el registrado en los sellos rectos.

El componente  $F_y$  de la fuerza de excitación aumentó en la cámara dos a medida que lo hizo la velocidad angular del rotor, coincidiendo con lo señalado en la revisión bibliográfica expuesta en el capítulo dos. Sin embargo, la cámara nueve registró un comportamiento experimental diferente, no así el teórico, figuras 6.11, 6.14, y 6.15. Esto tal vez sea ocasionado por la convergencia del conjunto de sellos que provoca un aumento en el componente axial de la velocidad, y que junto con el arrastre del rotor hace que la presión en la última cámara se uniformice.

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO

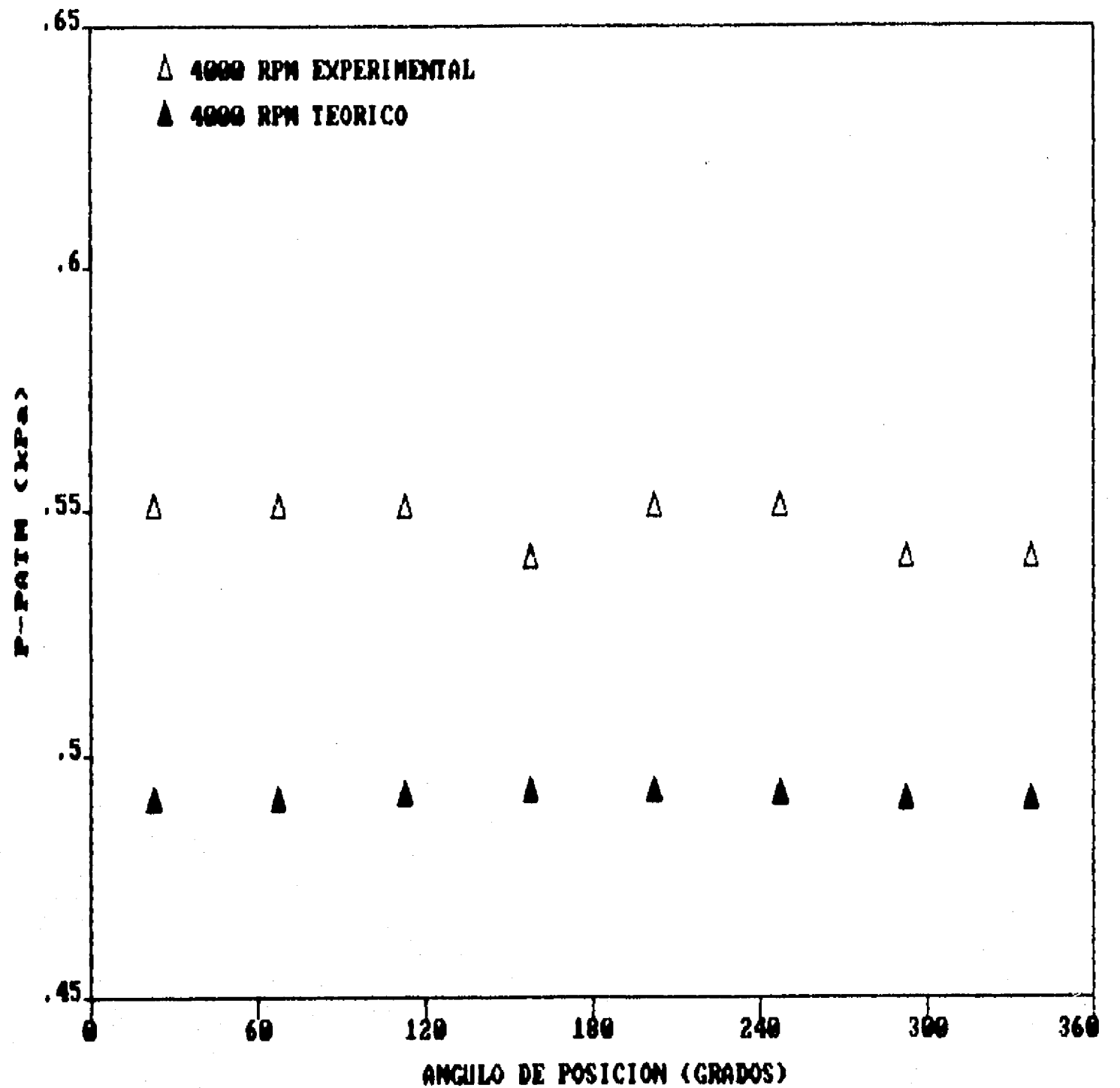


	EXPERIMENTAL	TEORICO
$F_x$ [N]	0.0019	0.0
$F_y$ [N]	-0.0019	0.0

Figura 6.14. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).



DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.006	-0.001
F <sub>y</sub> [N]	-0.0014	0.0

Figura 6.15. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos convergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA DOS VARIAS CONDICIONES

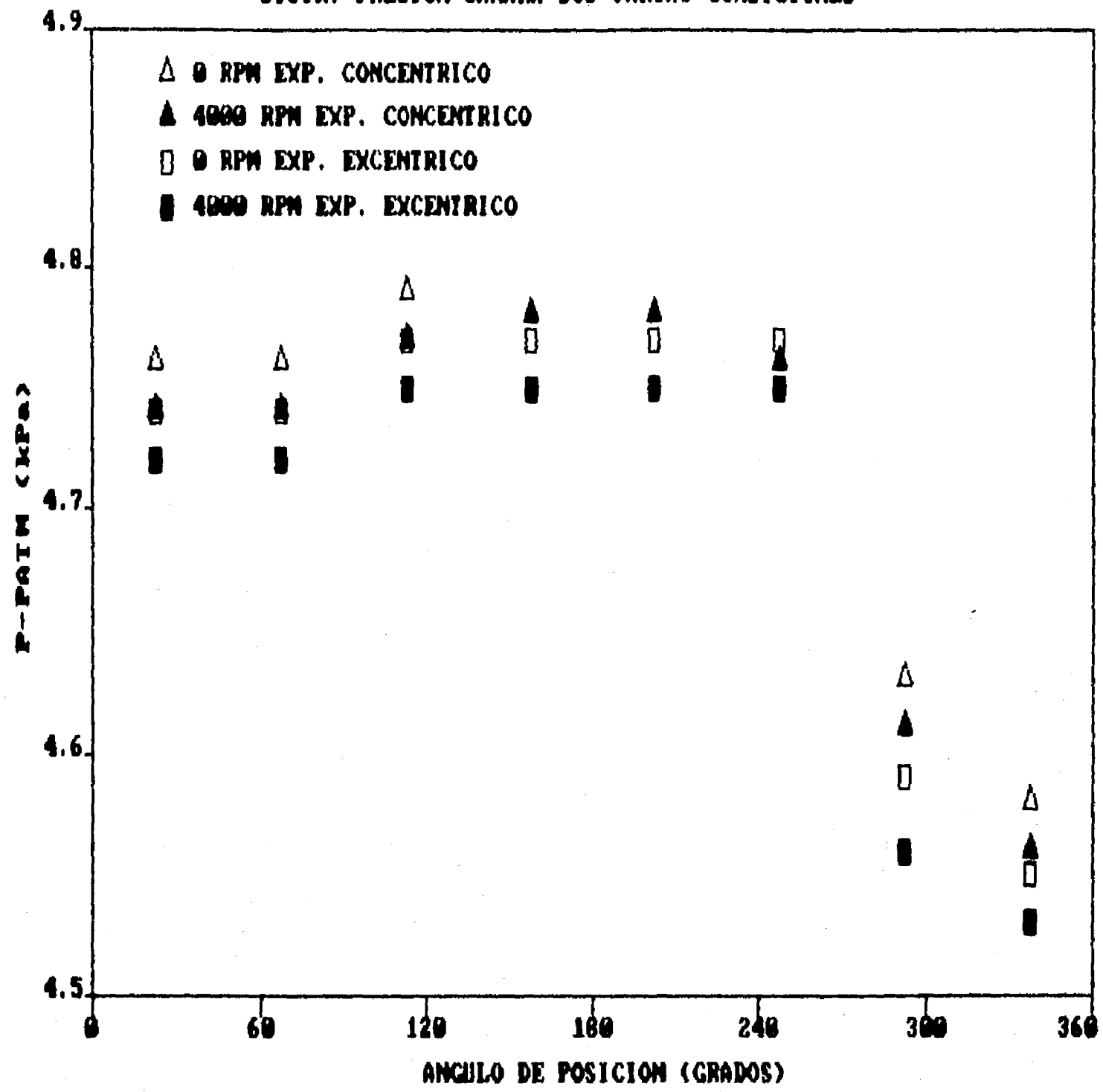


Figura 6.16. Demostración de que la presión es mayor cuando el rotor se encuentra estático. Sellos de laberinto convergentes.

7

**6.3.1 Conclusiones relativas a la evaluación del modelo**  
**matemático aplicado a sellos de laberinto**  
**convergentes**

Lo mismo que para sellos rectos, la presión estática disminuyó a medida que la velocidad angular del rotor aumentó. En este punto la discrepancia entre los resultados teóricos y los experimentales se redujo en comparación a los sellos rectos, sin embargo el error al calcular las fuerzas cruzadas continuó una tendencia similar a la exhibida por éstos.

Por primera vez una distribución de presión calculada resultó subvaluada respecto a la experimental. Esto ocurrió para la cámara nueve según muestran las figuras 6.14 y 6.15.

**6.4 Estudio teórico - experimental de los sellos de**  
**laberinto divergentes**

Las figuras 6.17 y 6.18 presentan las distribuciones de presión estática existentes en la cámara de admisión durante dos de las pruebas efectuadas. Lo mismo que para sellos convergentes, se demuestra que la presión en esta zona disminuye al aumentar la velocidad angular del rotor. En este caso, la presión en la cámara de admisión cuando el

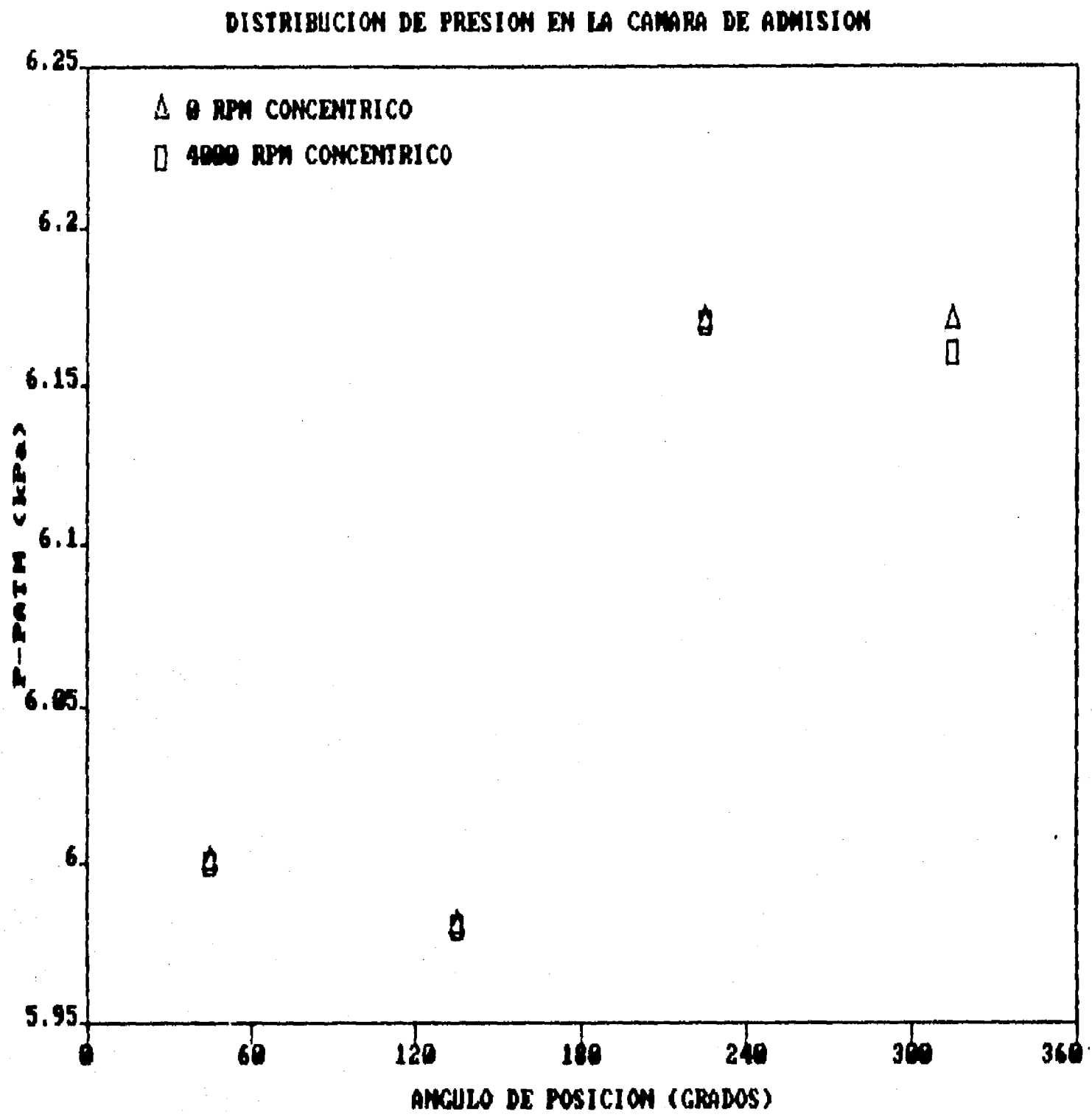


Figura 6.17. Distribución de presión en la cámara de admisión cuando el rotor se halla concéntrico, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto. Sellos de laberinto divergentes.

DISTRIBUCION DE PRESION EN LA CAMARA DE ADMISION

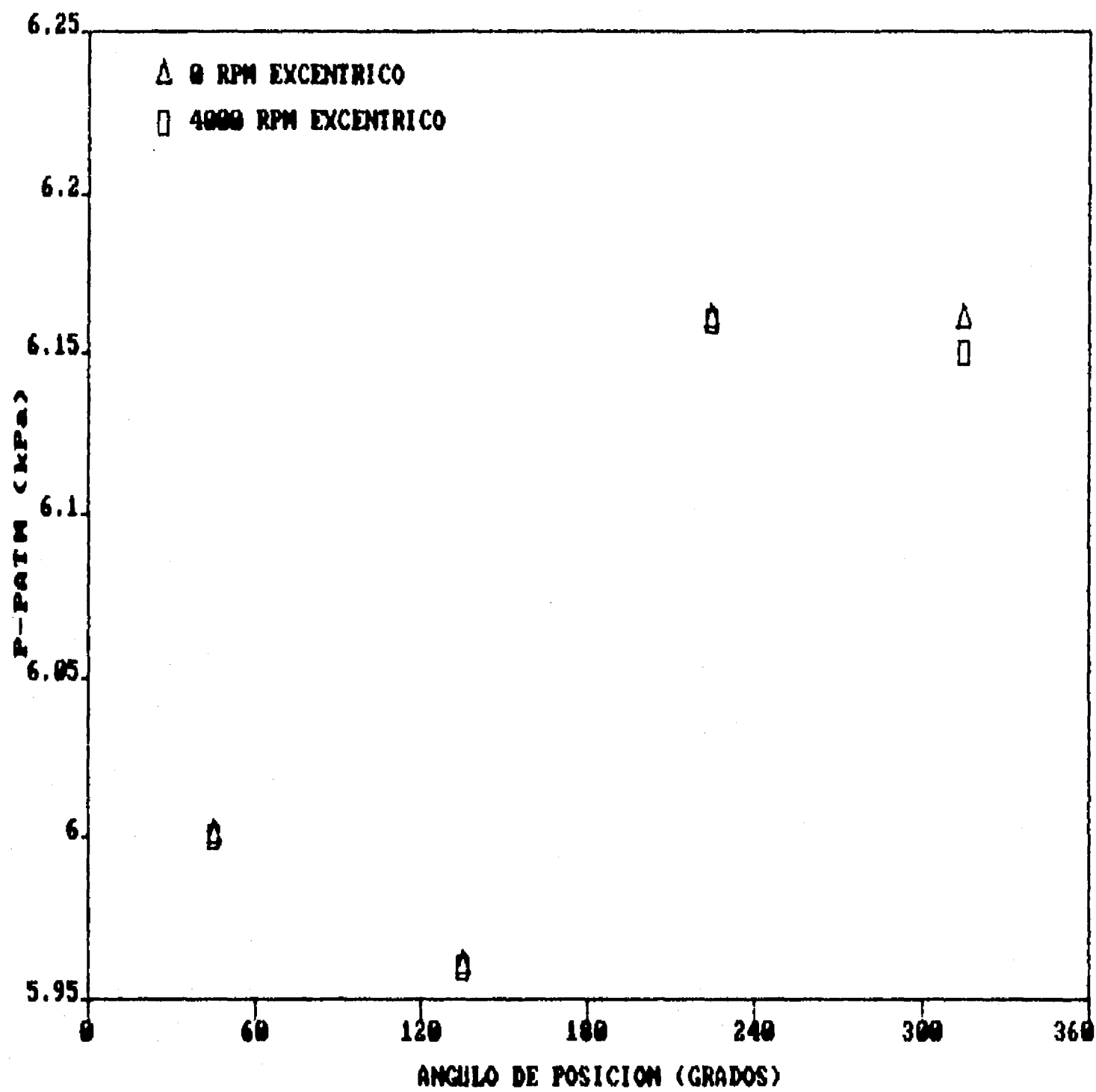


Figura 6.18. Distribución de presión en la cámara de admisión cuando el rotor se halla excéntrico, para cero y cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados). Sellos de laberinto divergentes.

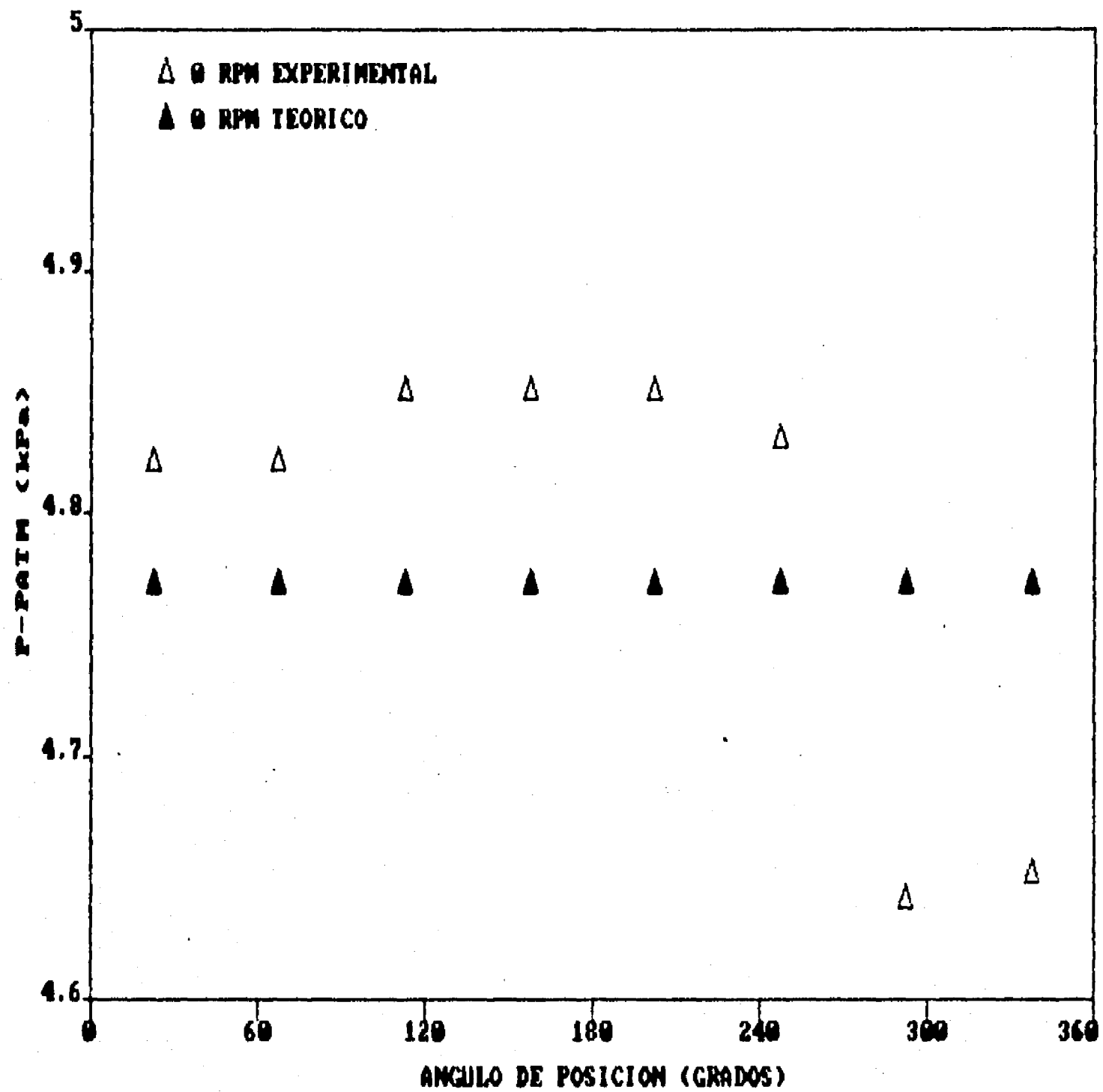
7

rotor está concéntrico difiere ligeramente respecto a cuando se halla excéntrico, exactamente en el último valor.

Las figuras 6.19 y 6.20 presentan las distribuciones de la presión estática en la cámara dos cuando el rotor está concéntrico, así como para velocidades angulares de cero y cuatro mil revoluciones por minuto respectivamente, generadas por la variación de la presión en la cámara de admisión mostrada en la figura 6.17. En ambas se observa que la desviación promedio de las presiones es nula a causa de la dispersión mostrada por los dos últimos resultados experimentales. Por otra parte, las fuerzas que aparecen en dichas gráficas son producto de la falta de uniformidad de la presión en la cámara de admisión. Se concluye que el componente  $F_y$  tiende a provocar que el rotor orbite en dirección de las manecillas del reloj.

Las figuras 6.21 y 6.22 presentan casos análogos a las dos anteriores pero para la cámara nueve, encontrando que la presión calculada está sobrevaluada respecto a la experimental para ambas situaciones. Las fuerzas registradas en estas figuras provienen de la distribución desigual de la presión en la cámara de admisión. Al comparar las curvas de las gráficas antes señaladas se deduce, que contrario a lo que ocurría con los sellos rectos y los convergentes, en los divergentes la presión en la cámara nueve aumenta a medida que la velocidad angular

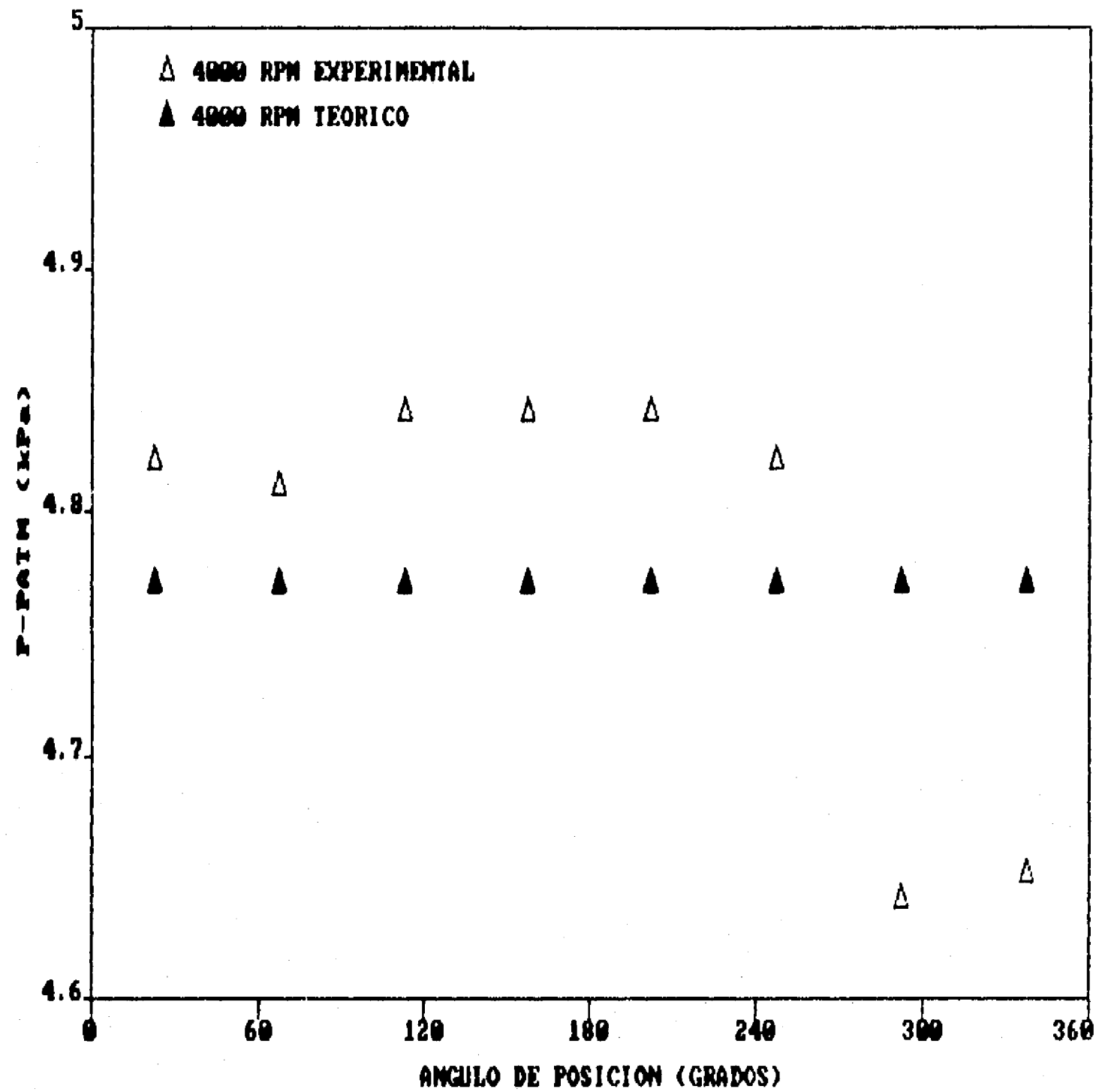
DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR CONCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.0443	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.0372	0.0

Figura 6.19. Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula.

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR CONCENTRICO

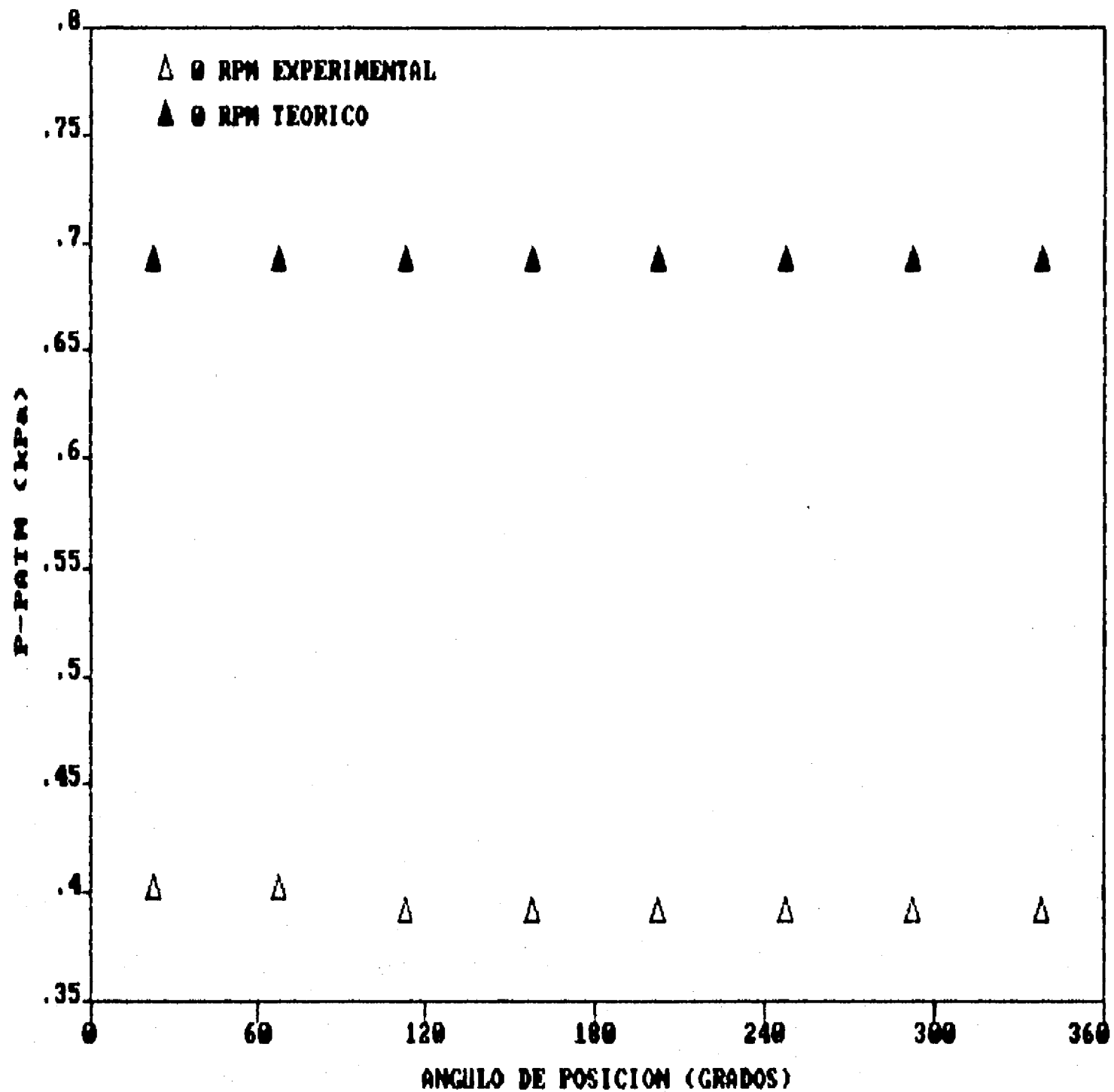


	EXPERIMENTAL	TEORICO
$F_x$ [N]	0.041	0.0
$F_y$ [N]	-0.0358	0.0

Figura 6.20. Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto.



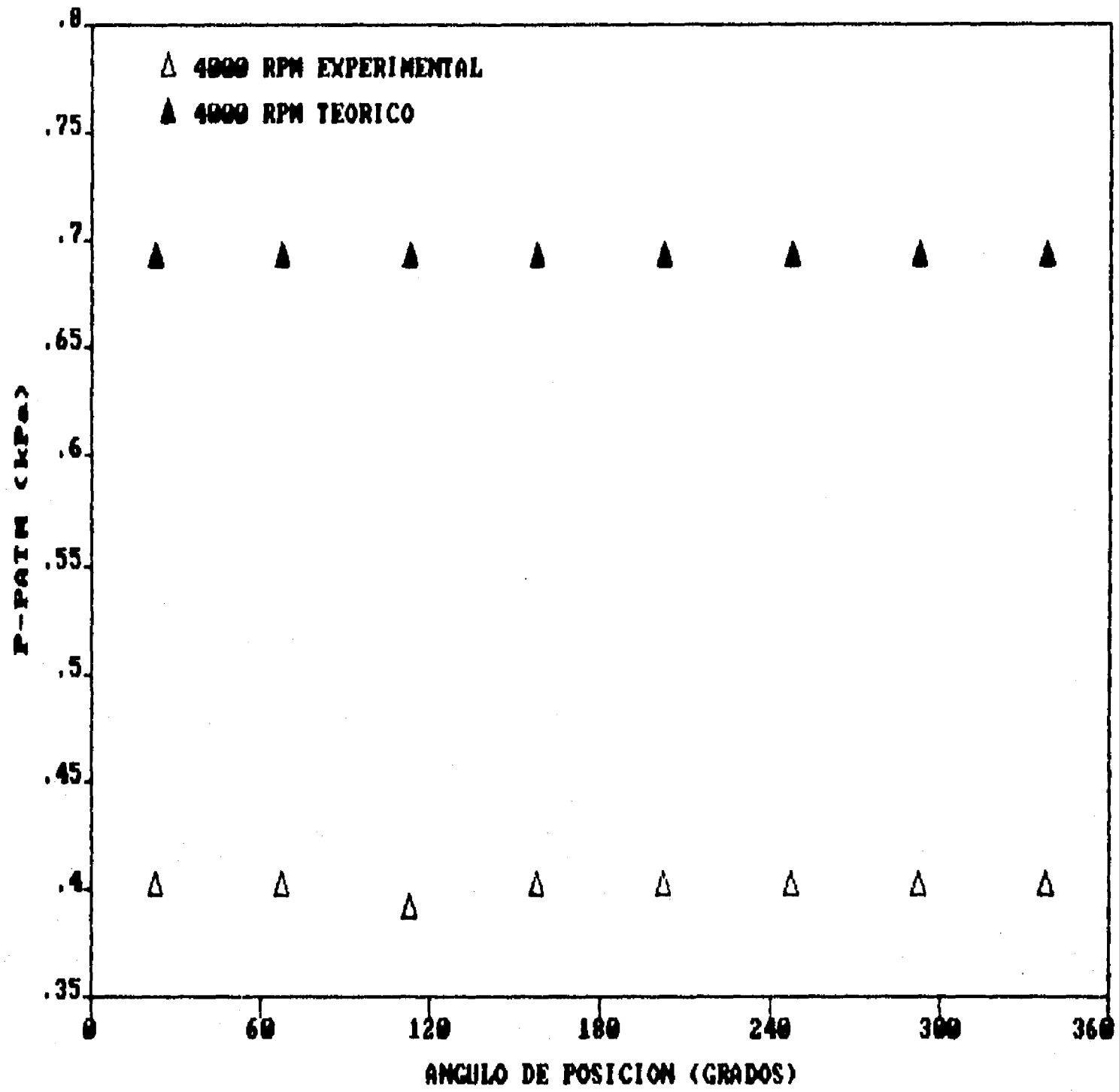
DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR CONCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	-0.002	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.002	0.0

Figura 6.21. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula.

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR CONCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	-0.0006	0.0
F <sub>y</sub> [N]	0.0014	0.0

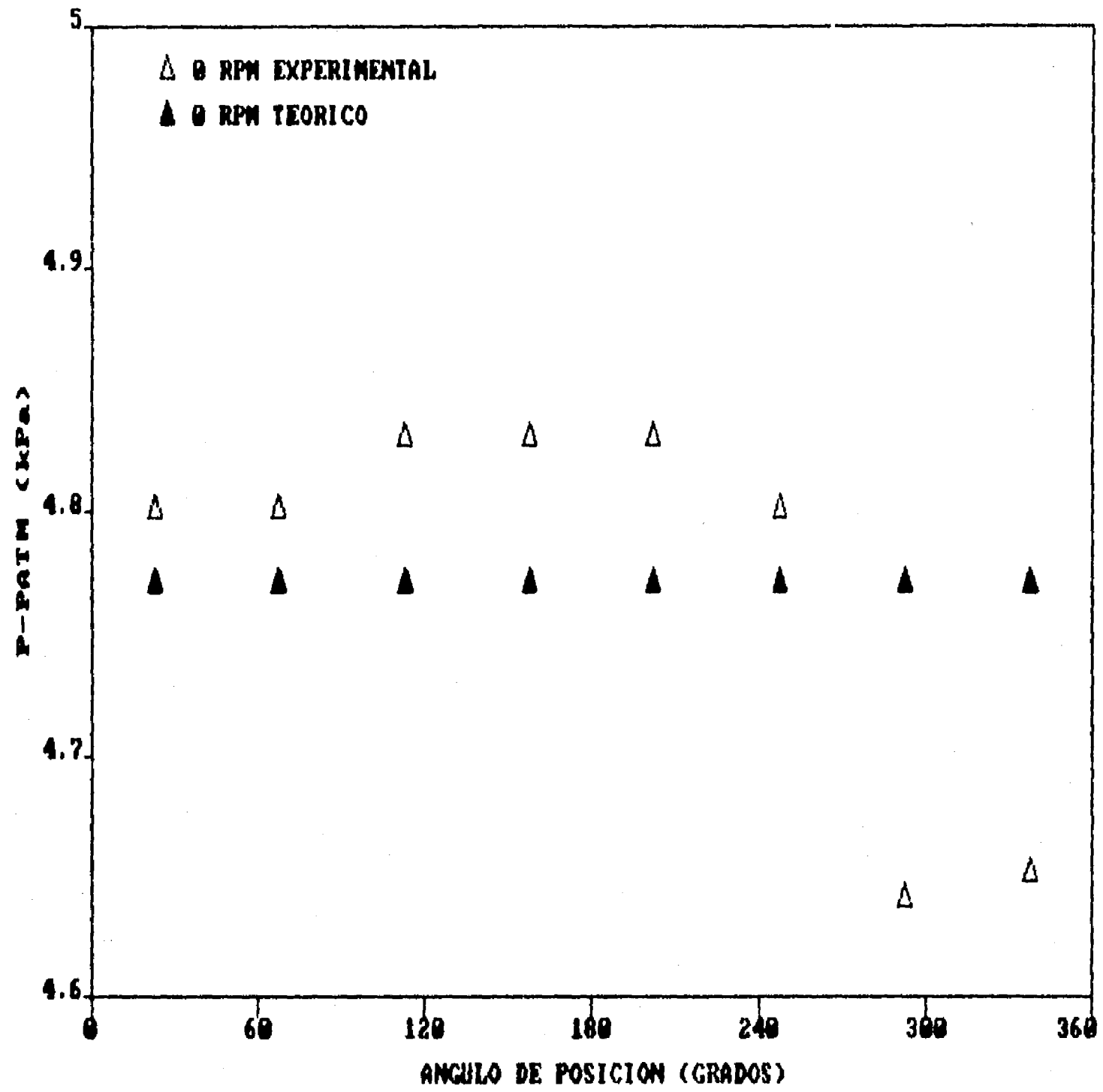
Figura 6.22. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición concéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto.

7

del rotor sigue la misma tendencia. Esto tal vez sea causado por dos situaciones: la divergencia de los sellos de laberinto que provoca un aumento en la presión estática y el incremento de la velocidad del rotor que genera corrientes encontradas en dirección circunferencial, frenando al flujo súbitamente en el interior de la cámara y provocando que la presión se eleve. Este comportamiento no se pudo observar en la cámara dos para esta geometría, que siguió la misma tendencia de reducir la presión estática a medida que la velocidad se incrementaba. En la cámara nueve se observó una tendencia a orbitar en dirección de las manecillas del reloj para cero revoluciones por minuto y contraria a ellas para cuatro mil, siendo ésta la única característica de este tipo registrada durante la experimentación.

Las gráficas 6.23 y 6.24 describen la distribución de la presión en la cámara dos cuando el rotor está excéntrico, tanto para una velocidad angular nula, como para cuatro mil revoluciones por minuto respectivamente, para las distribuciones de presión dadas en la figura 6.18. Se observa para ambos casos que la discrepancia entre los resultados teóricos y los experimentales es nula a causa de la dispersión de los dos últimos datos, producto de la distribución desigual de la presión en la cámara de admisión. Al comparar las dos gráficas antes señaladas

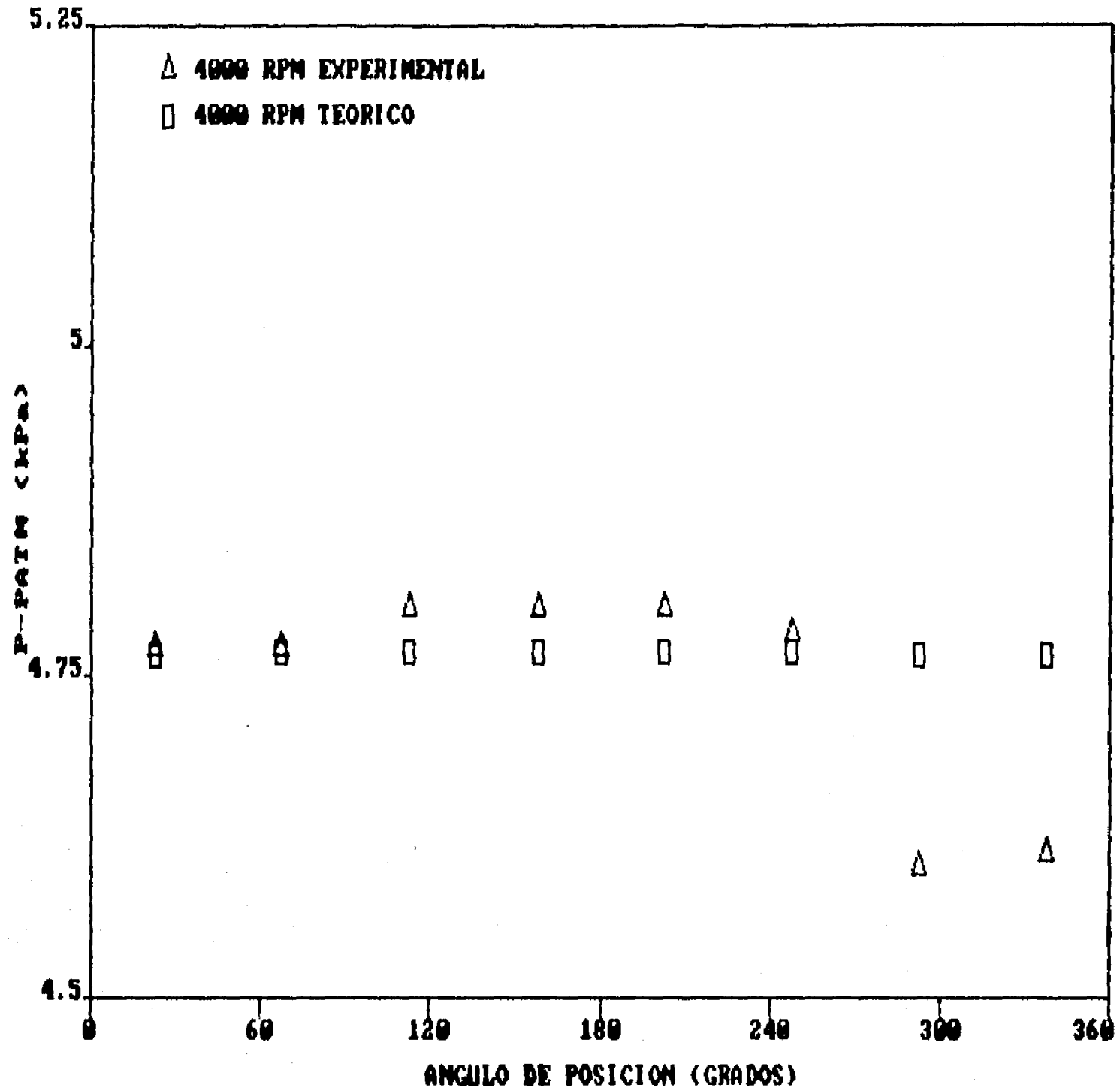
DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.04	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.0348	0.0

Figura 6.23. Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	0.0422	0.001
F <sub>y</sub> [N]	-0.0354	-0.003

Figura 6.24. Distribución de presión en la cámara dos para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

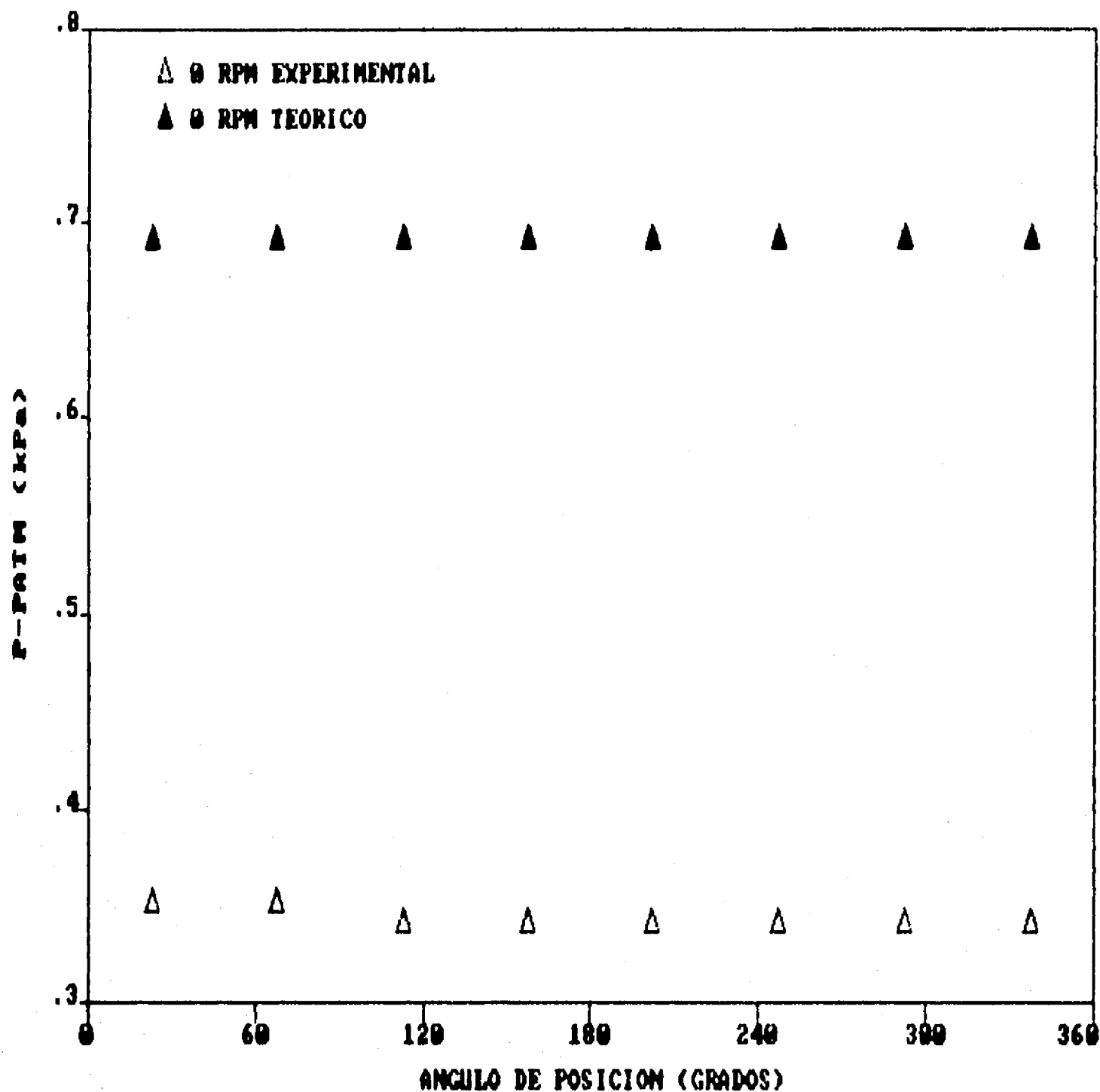
7

puede concluirse que el componente  $F_y$  de la fuerza de excitación aumenta a medida que la velocidad angular del rotor crece, coincidiendo con lo registrado en la revisión bibliográfica del capítulo dos. En ambos casos se detecta una tendencia a la orbitación en dirección de las manecillas del reloj.

Las figuras 6.25 y 6.26 presentan lo mismo que las dos anteriores pero para la cámara nueve. También en este caso se tiene una tendencia a la orbitación en dirección de las manecillas del reloj. Se concluye además que el componente  $F_y$  disminuyó su valor según creció la velocidad angular del rotor, no concordando con lo esperado, pero siguiendo un comportamiento análogo al registrado por los convergentes en esta zona. Esto tal vez sea consecuencia de que en la última cámara es mayor la influencia de la divergencia que el arrastre originado por el rotor mismo.

La gráfica 6.27 presenta varias distribuciones de presión en la cámara dos para las condiciones planteadas en las figuras 6.17 y 6.18. En ella se muestra que la presión disminuye a medida que la velocidad aumenta, sin embargo en este último caso, la distribución de la misma en dirección circunferencial se vuelve ligeramente más pronunciada cuando el rotor se halla excéntrico. También se comprueba que los valores teóricos mantienen una posición de desviación nula respecto a los experimentales a causa de la

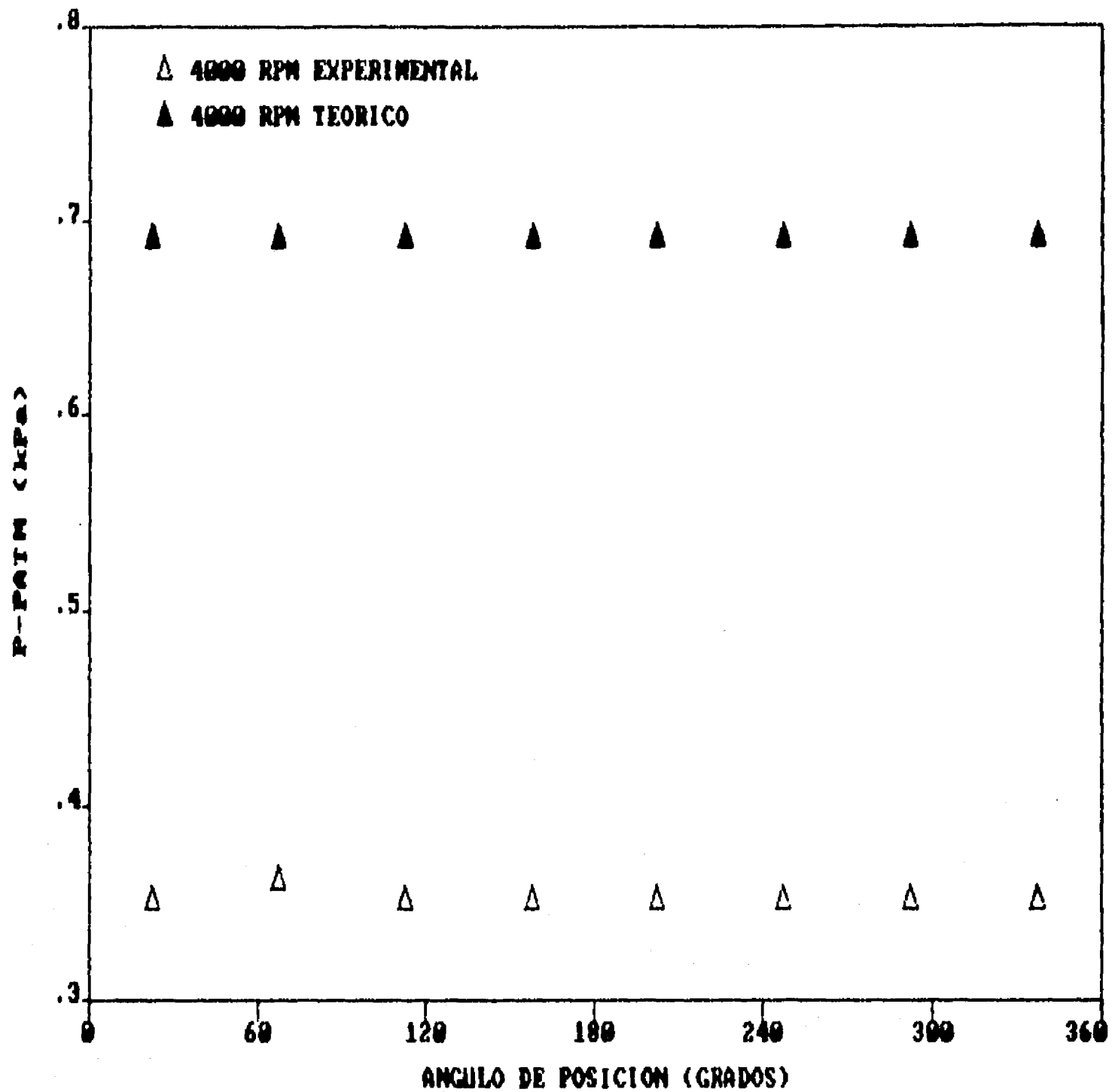
DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	-0.0019	0.0
F <sub>y</sub> [N]	-0.0019	0.0

Figura 6.25. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO



	EXPERIMENTAL	TEORICO
F <sub>x</sub> [N]	-0.0006	0.0006
F <sub>y</sub> [N]	-0.0014	-0.0001

Figura 6.26. Distribución de presión en la cámara nueve para sellos divergentes, posición excéntrica del rotor con la carcasa y velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).



DISTR. PRESION CAMARA DOS VARIAS CONDICIONES

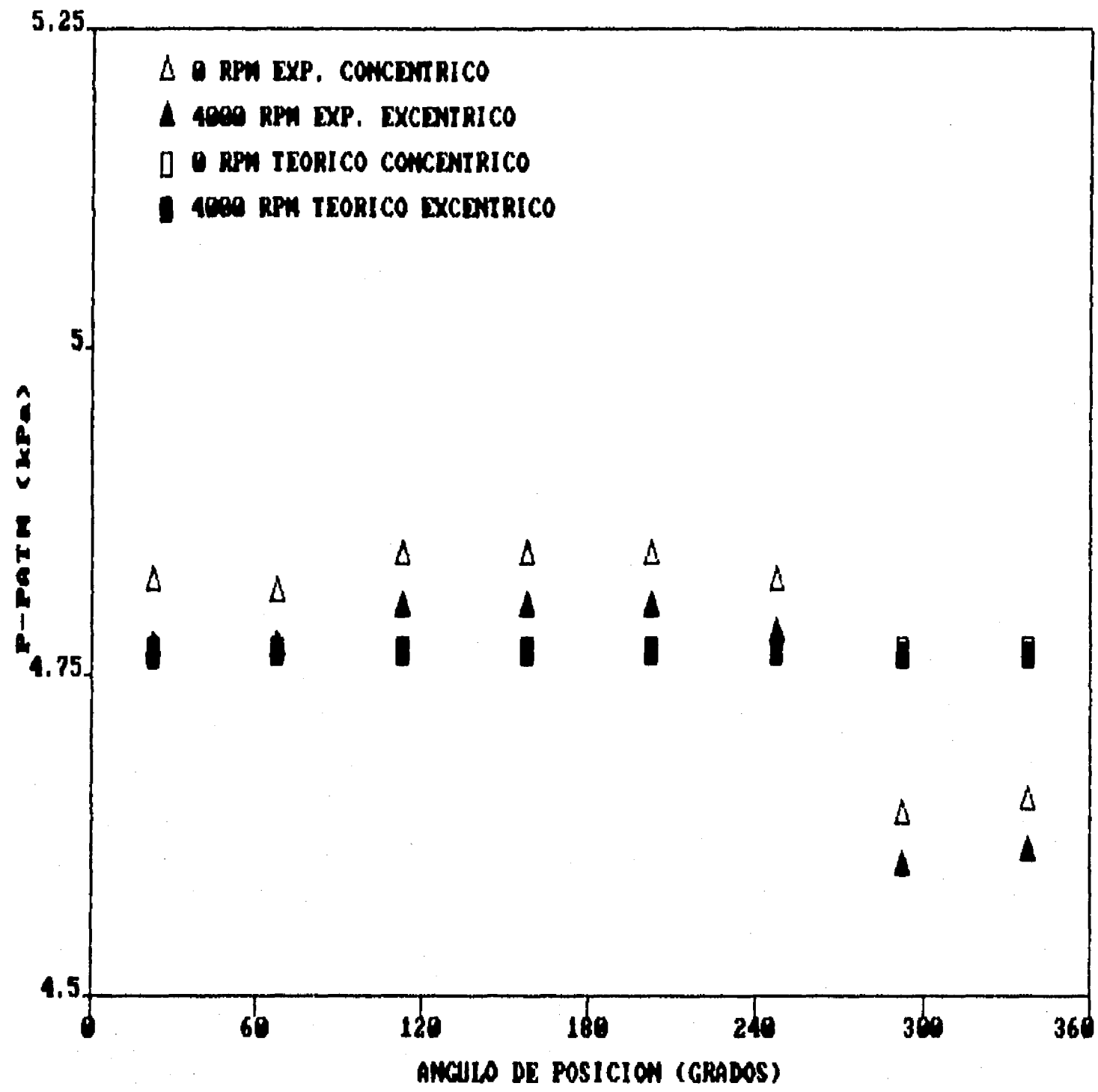


Figura 6.27. Demostración de que la presión es mayor cuando el rotor se encuentra estático.

dispersión de éstos.

#### **6.4.1 Conclusiones relativas a la evaluación del modelo matemático aplicado a sellos de laberinto divergentes**

Las tendencias registradas por los sellos divergentes fueron similares a las observadas en los convergentes, incluyendo el efecto detectado en la última cámara, donde el componente de la fuerza de excitación  $F_y$  disminuyó a medida que la velocidad angular del rotor aumentó.

El porcentaje de error al calcular la presión y las fuerzas cruzadas tuvo la misma tendencia que la exhibida por los sellos rectos y los convergentes.

#### **6.5 Comparación entre el comportamiento de los sellos convergentes y divergentes**

Como se mencionó con anterioridad, la excentricidad se localizó a cero grados del sistema de referencia y por tanto, el componente  $F_y$  de la fuerza de excitación es el que indica cuál de las geometrías genera la mayor posibilidad de volver inestable al sistema rotor - sellos. A continuación se presenta un resumen de este componente para varias condiciones.

ROTOR CONCENTRICO (CAMARA DOS)

COMPONENTE Fy

	<u>0 RPM</u>		<u>4000 RPM</u>	
	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>
CONVERGENTE	-0.0282	0.0	-0.0297	0.0
DI VERGENTE	-0.0372	0.0	-0.0358	0.0

ROTOR EXCENTRICO (CAMARA DOS)

COMPONENTE Fy

	<u>0 RPM</u>		<u>4000 RPM</u>	
	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>
CONVERGENTE	-0.0316	0.0	-0.0329	0.0
DI VERGENTE	-0.0348	0.0	-0.0354	-0.003

7

ROTOR CONCENTRICO (CAMARA NUEVE)

COMPONENTE F<sub>y</sub>

	<u>0 RPM</u>		<u>4000 RPM</u>	
	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>
CONVERGENTE	-0.0051	0.0	-0.002	0.0
DI VERGENTE	-0.002	0.0	0.0014	0.0

ROTOR EXCENTRICO (CAMARA NUEVE)

COMPONENTE F<sub>y</sub>

	<u>0 RPM</u>		<u>4000 RPM</u>	
	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>	<u>(EXP.)</u>	<u>(TEO.)</u>
CONVERGENTE	-0.0019	0.0	-0.0014	0.0
DI VERGENTE	-0.0019	0.0	-0.0014	-0.0001

7

Se observa que para la cámara dos el componente  $F_y$  siempre es mayor para los sellos divergentes que para los convergentes, manifestándose esto tanto para los resultados teóricos como para los experimentales, coincidiendo con las conclusiones de Ehrich [29], Spurk [30], Wright [31] e Iwatsubo et al. [4]. Sin embargo para la cámara nueve el resultado es opuesto cuando el rotor se halla concéntrico, coincidiendo con lo establecido por Alford [18], y demostrando que una distribución no uniforme de la presión a la entrada de los sellos de laberinto puede lograr que la fuerza de excitación en la última cámara sea mayor en el caso convergente que en el divergente. Por otra parte, el componente de la fuerza de excitación para las geometrías convergente y divergente alcanza el mismo valor para la cámara nueve cuando el rotor está excéntrico, difiriendo únicamente en el aspecto teórico donde se predice que los divergentes generan más fuerza de excitación que los convergentes, inclusive en la última cámara.

Las figuras 6.28 a 6.35 presentan la diferencia existente entre las distribuciones de presión en las cámaras dos y nueve para las geometrías convergente y divergente. A través de estas gráficas se comprueba cómo Alford [18] había señalado, que la presión estática es mayor cuando se tiene geometría convergente que divergente, sin embargo, la variación de la distribución

DIST. PRESION CAMARA DOS ROTOR CONCENTRICO

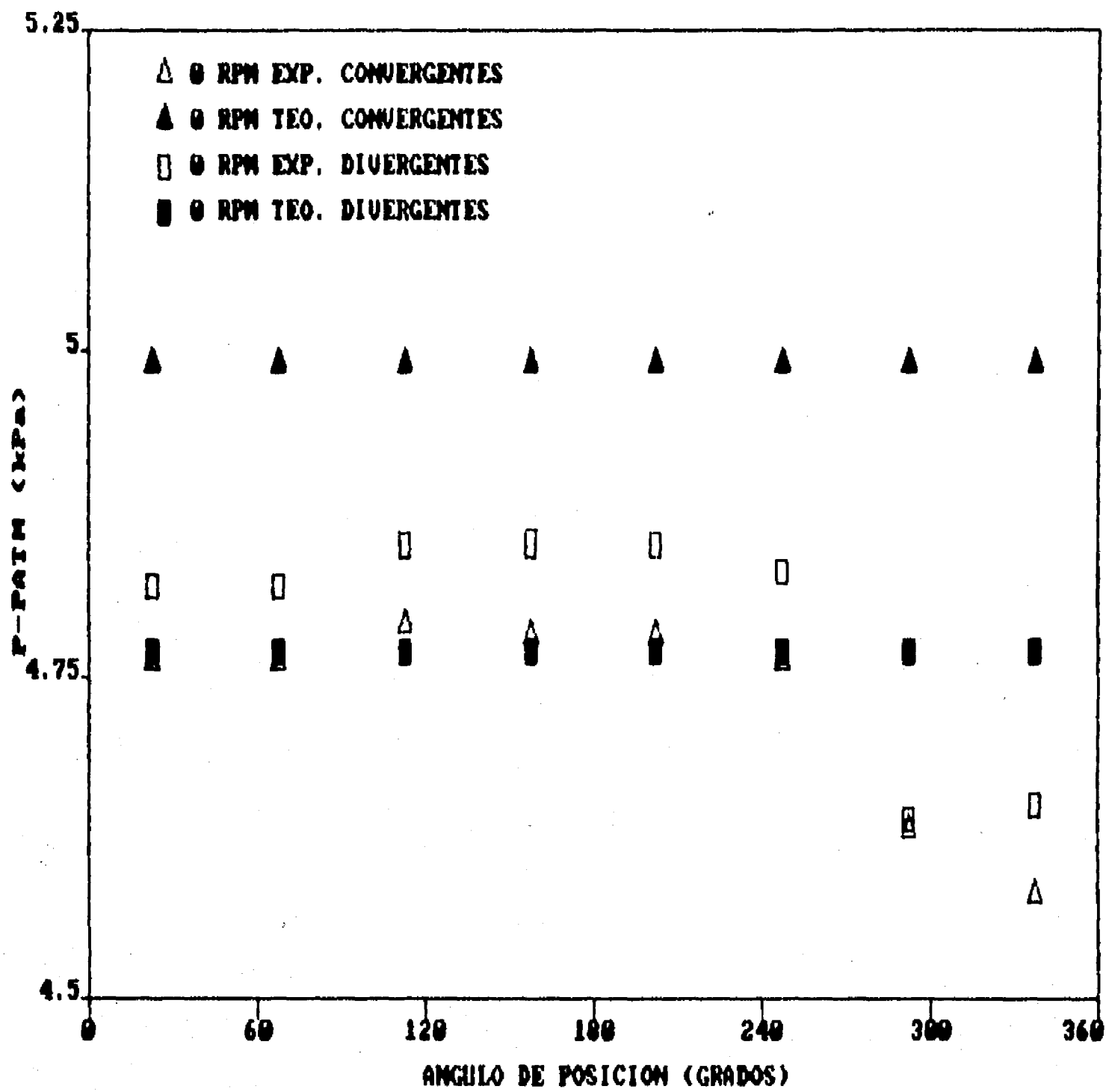


Figura 6.28. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra estático y concéntrico con la carcasa.

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR CONCENTRICO

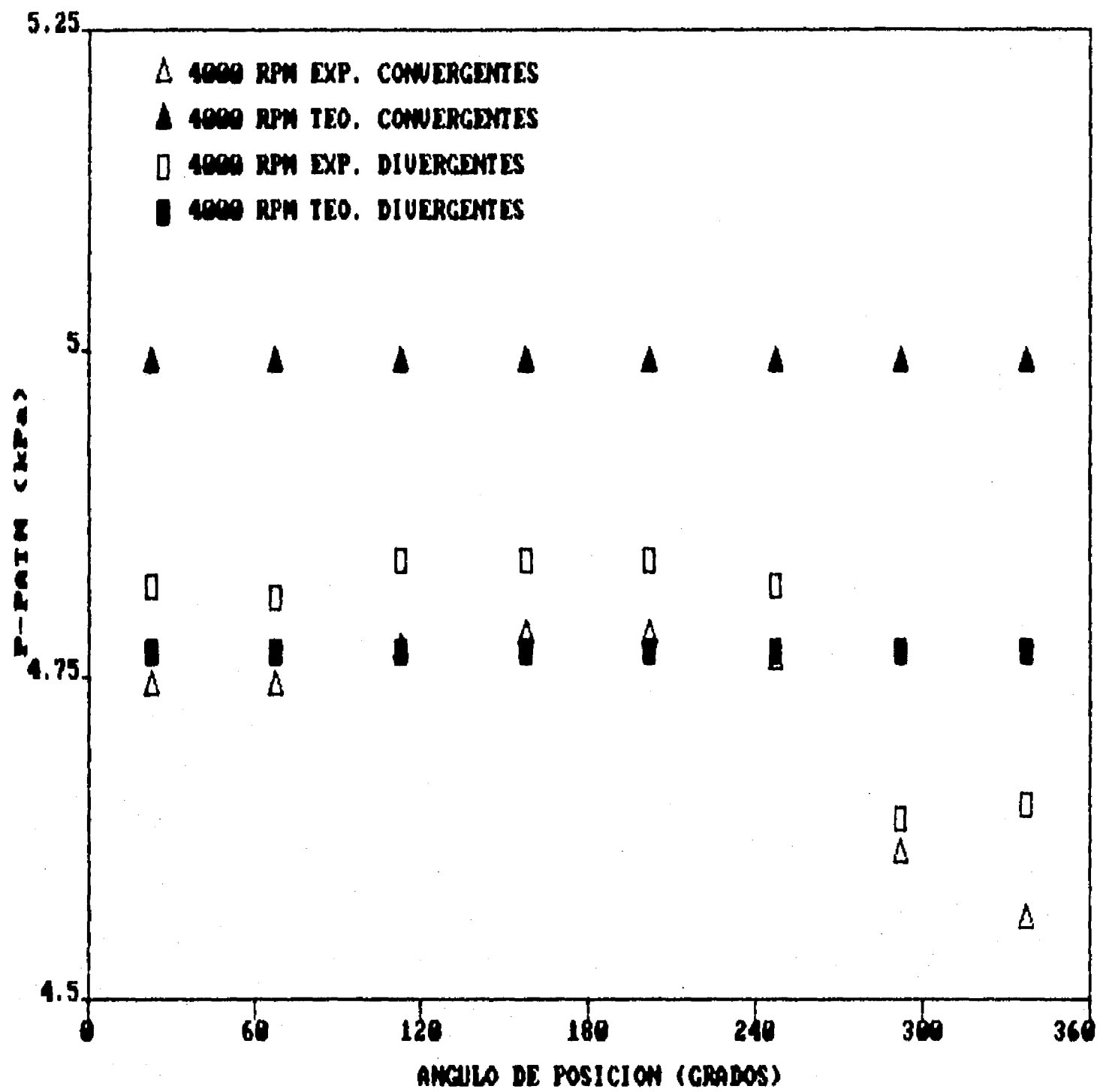


Figura 6.29. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra girando a cuatro mil revoluciones por minuto y concéntrico con la carcasa.

DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO

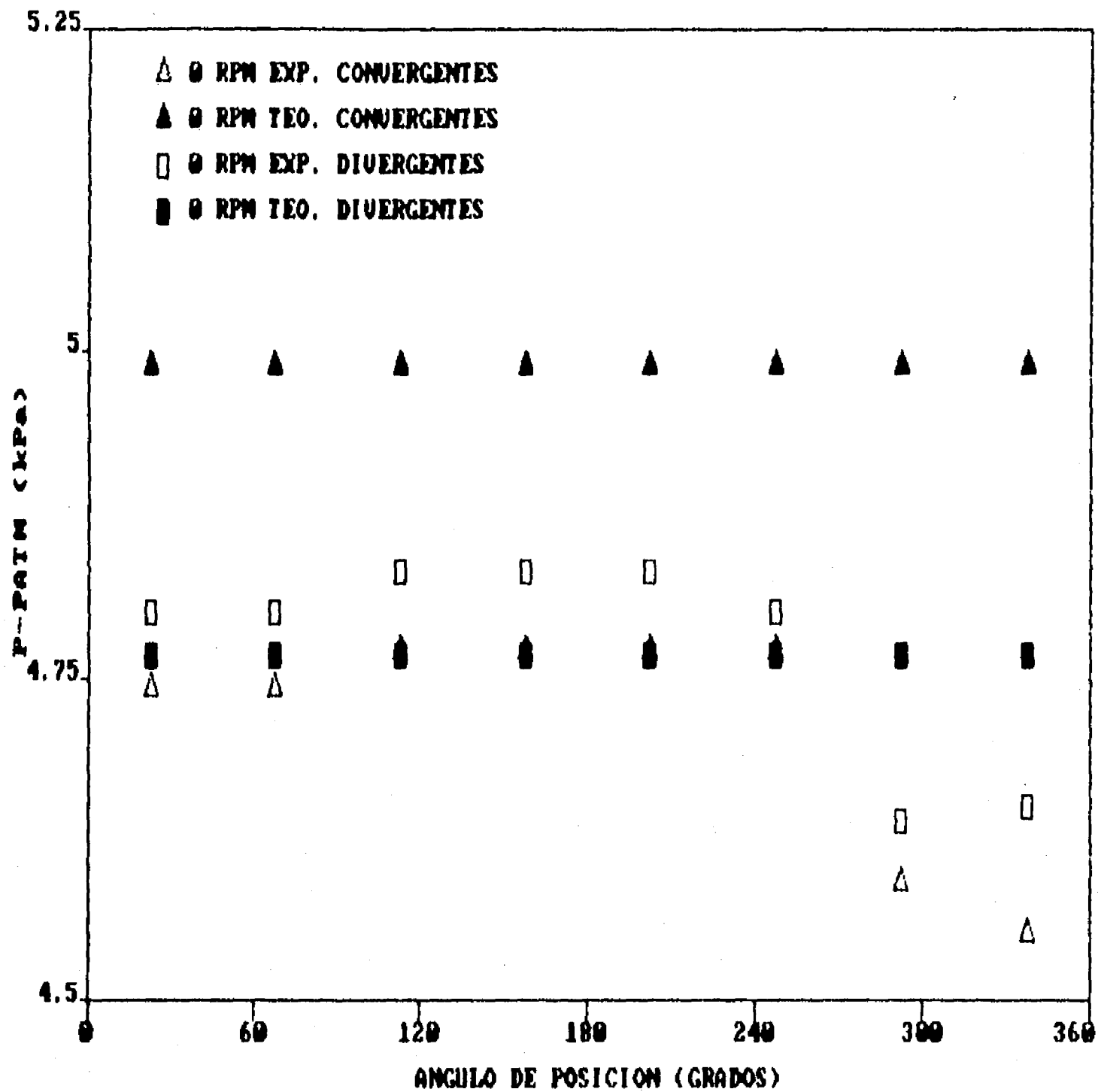


Figura 6.30. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y con velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).



DISTR. PRESION CAMARA DOS ROTOR EXCENTRICO

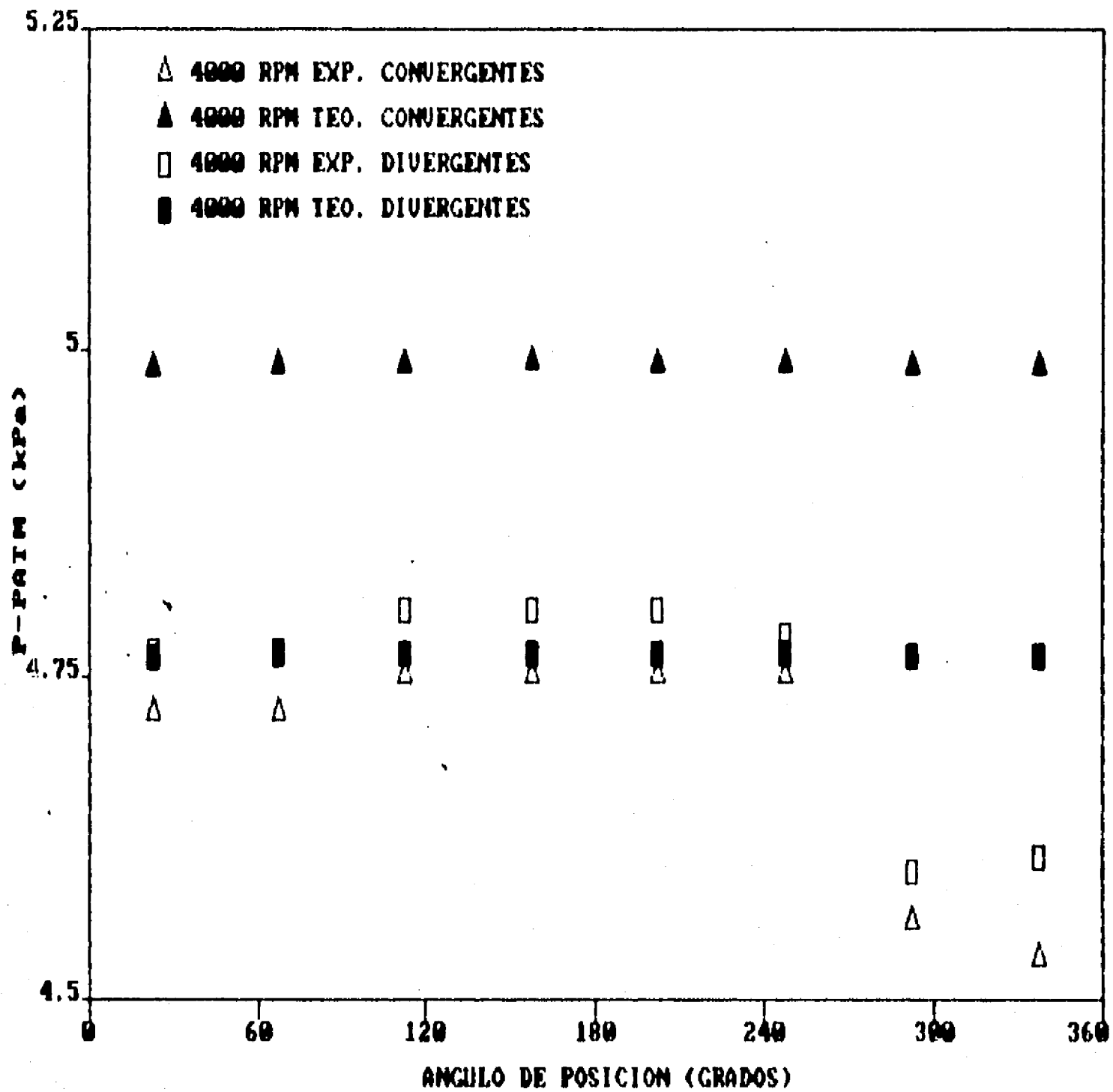


Figura 6.31. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara dos para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y girando a cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR CONCENTRICO

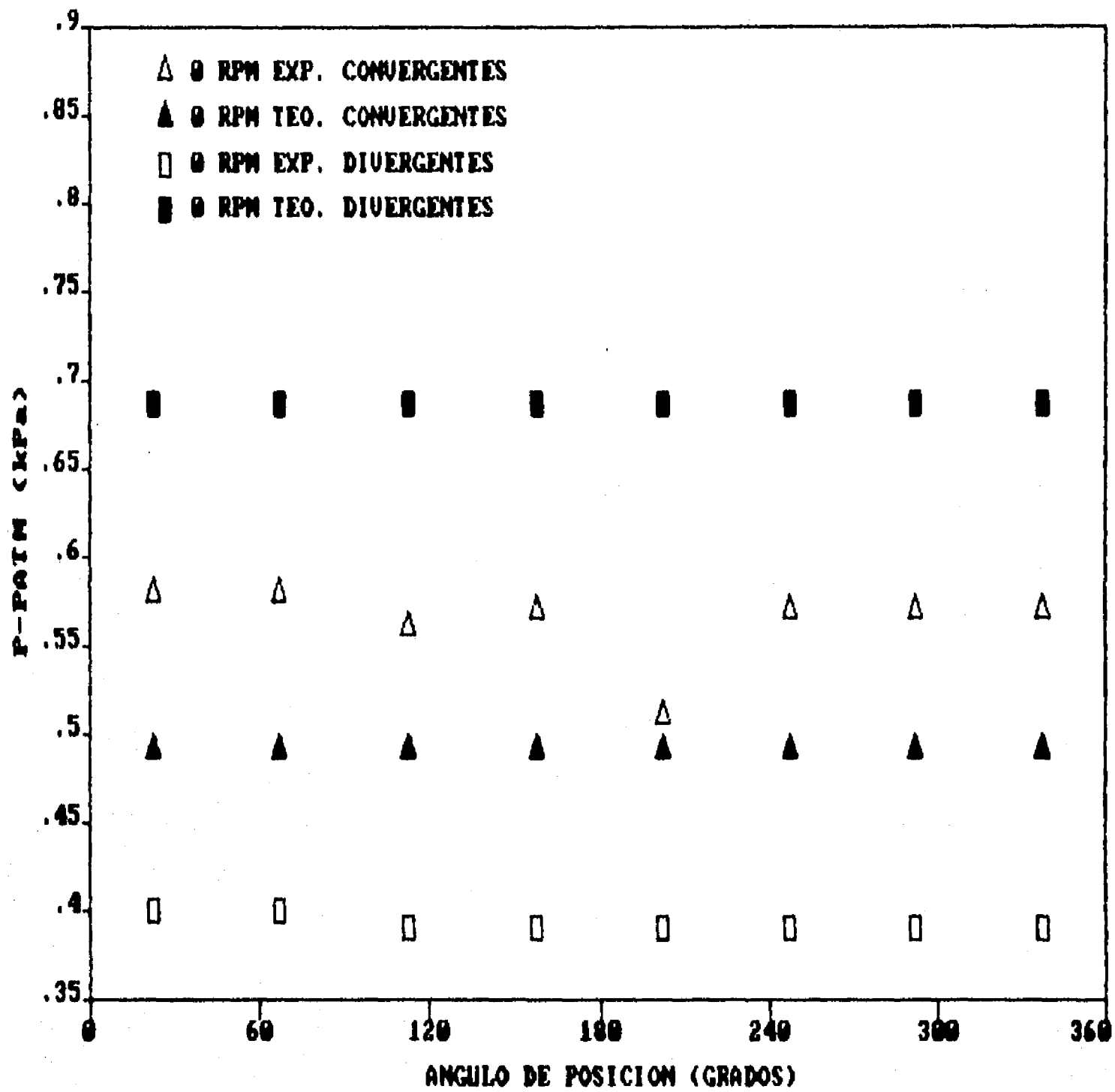


Figura 6.32. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra concéntrico y con velocidad angular nula.

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR CONCENTRICO

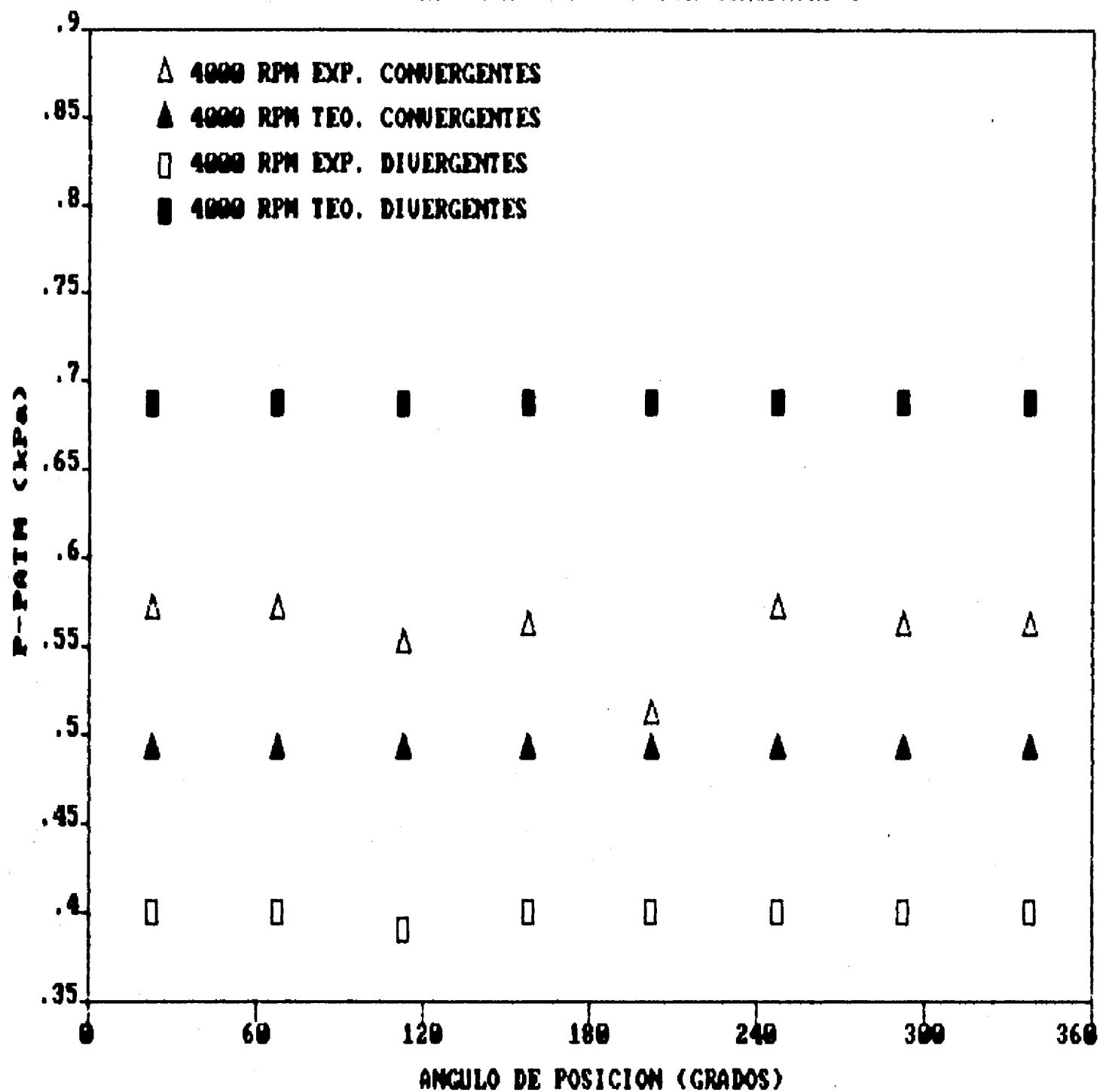


Figura 6.33. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra concéntrico y girando a cuatro mil revoluciones por minuto.

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO

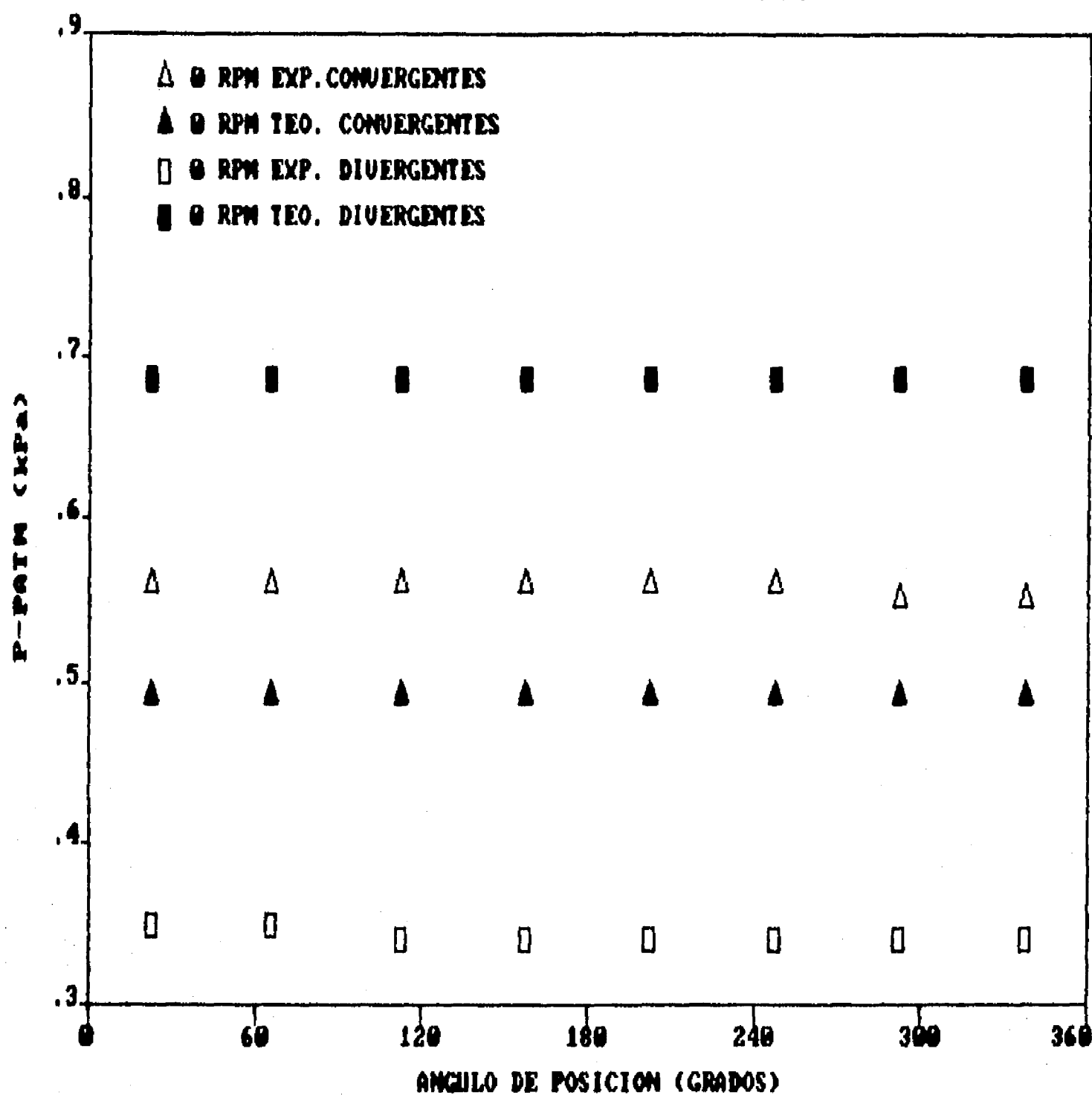


Figura 6.34. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y con velocidad angular nula. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

DISTR. PRESION CAMARA NUEVE ROTOR EXCENTRICO

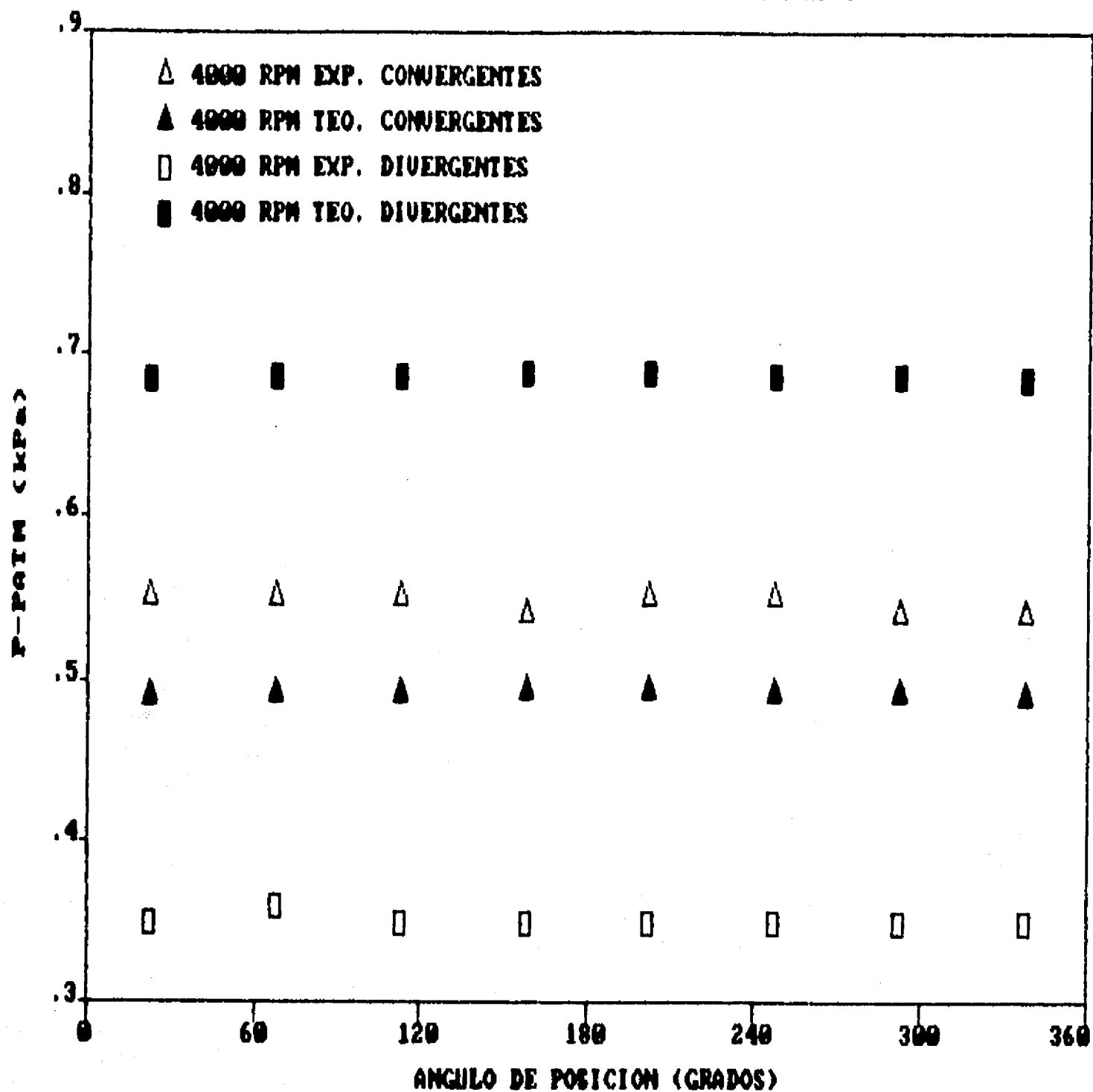


Figura 6.35. Comparación entre las distribuciones de presión existentes en la cámara nueve para sellos convergentes y divergentes cuando el rotor se encuentra excéntrico y con velocidad angular de cuatro mil revoluciones por minuto. La excentricidad se localiza en dirección del eje 'x' (cero grados).

7

circunferencial de la presión es menor en el primer caso. Esta es la razón de que la fuerza de excitación sea mayor en los sellos divergentes que en los convergentes. Una explicación más clara al respecto proviene de la geometría, como ya con anterioridad se había señalado, y es que al disminuir la velocidad en dirección axial la presión estática aumenta en el mismo sentido; esto, combinado con el arrastre del fluido por parte del rotor, da lugar a que la variación de la distribución de presión sea mayor en el caso de los sellos divergentes.

## CAPITULO 7

### CONCLUSIONES

Después de comparar los resultados entregados por el modelo matemático propuesto en el capítulo tres con datos experimentales obtenidos de revistas especializadas, y adicionales medidos en el banco de pruebas descrito en el capítulo cinco, puede concluirse que el modelo es capaz de predecir con cierto grado de aproximación las fuerzas cruzadas en sellos de laberinto con geometrías recta y mixta, sobre todo cuando el rotor se encuentra estático. Sin embargo, una vez que el rotor comienza a girar el problema se complica, lo que tal vez sea ocasionado por la incertidumbre existente respecto al valor exacto de los coeficientes y exponentes de la expresión de Blasius [58], utilizada para calcular los esfuerzos cortantes producidos por el rotor y la carcasa. Por otra parte, las predicciones de las fuerzas originadas por los sellos convergentes y divergentes demuestran que existe una pequeña discrepancia entre los resultados calculados y los medidos. Pero aunque las tendencias cuantitativas en estos dos últimos casos sean ligeramente diferentes, el comportamiento cualitativo es el que marca la revisión bibliográfica, concluyéndose que el modelo matemático desarrollado es útil para sistemas

7

de monitoreo y diagnóstico que requieren respuestas rápidas, tales como los modernos sistemas expertos capaces de predecir fallas futuras en rotores de turbinas y compresores a causa de vibraciones autoinducidas.

Una desventaja que presenta la solución del modelo matemático propuesto es suponer constante a la presión en la zona de entrada a los sellos de laberinto, problema que se viene arrastrando desde que Kostyuk [2] publicó su primer desarrollo. Esta restricción se puede superar resolviendo el sistema acoplado formado por las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía a través de un método numérico basado en discretizaciones, pero como Wyssmann [54] experimentó, es difícil abarcar una gran cantidad de sellos en poco tiempo a causa de la memoria tan elevada que se necesita, según se explica en la revisión bibliográfica del capítulo dos; esto sin tomar en cuenta la dificultad de modelar un flujo totalmente turbulento y fuertemente convectivo. Por tanto, se puede considerar que los métodos perturbatorios dan origen a resultados interesantes desde un punto de vista cualitativo y cuantitativo, marcando tendencias sobre los procedimientos a seguir para evitar problemas con vibraciones inducidas por sellos de laberinto.

Sin embargo, el esfuerzo desarrollado por Nordmann et al. [55] para resolver las ecuaciones de balance acopladas



7

y perturbadas empleando discretizaciones del medio tampoco dió el resultado esperado, ya que en ciertos casos el método perturbatorio alcanzó mayor precisión, como se indica en la revisión bibliográfica.

Por tanto, se recomienda revisar las formulaciones clásicas sobre el tema y tal vez replantear nuevos modelos sobre la base de las experiencias registradas en máquinas reales. Otro aspecto que podría utilizarse es tratar de acoplar varias computadoras en serie o una supercomputadora especialmente preparada para determinar los campos de velocidad, presión y temperatura obtenidos a través de la solución de las ecuaciones de balance, empleando discretizaciones del medio. Sin embargo esto posee una gran desventaja al requerir un tiempo de computadora excesivo, que no permite extraer conclusiones inmediatas respecto a la operación de las unidades, haciéndolo poco práctico.

Al comparar los resultados presentados por Childs y Scharrer [7] y Baumgartner [39] con los conseguidos a través del modelo desarrollado en el capítulo tres, donde hay consideraciones que los investigadores anteriores no incluyeron, se encuentra que el error en este caso se reduce, alcanzándose en la mayoría de los resultados una precisión más elevada.

Pero en el campo de las vibraciones inducidas por flujo es necesario llevar a cabo todavía una mayor cantidad de

7

investigaciones, sobre todo de tipo experimental y en máquinas instaladas en plantas termoeléctricas y aeronaves, tratando de afinar sobre todo los resultados relacionados con la determinación del campo de presión.

Es necesario llevar a cabo más investigaciones experimentales con los sellos convergentes y divergentes, ya que como se pudo apreciar en el capítulo seis, existen para un mismo grupo tendencias diferentes.

Es indispensable considerar el efecto producido por la distribución de presión en la zona de entrada a los sellos de laberinto, puesto que ésta puede hacer variar el comportamiento previsto, construido sobre la base de suposiciones uniformes.

La conclusión final respecto al modelo propuesto es que éste se puede utilizar para modelar las fuerzas inducidas por los sellos de laberinto rectos, convergentes, divergentes y mixtos.

Durante esta investigación se consideraron las fuerzas inducidas sobre los rotores por cuatro de las geometrías clásicas que se pueden encontrar en sistemas de sellos de laberinto de las turbinas y compresores. Sin embargo, el comportamiento del flujo en el interior de las cámaras vuelve al fenómeno muy complicado, y por tanto, una cuestión abierta que debería ser investigada como ya se mencionó, a través de una mayor cantidad de mediciones en

el laboratorio, así como en equipos instalados en plantas  
termoeléctricas y aeronaves.

## REFERENCIAS

- [1] Thomas, H., J., Unstable Oscillations of Turbine Rotors Due to Steam Leakage in Clearances of the Sealing Glands and the Buckets, Bulletin Scientifique, vol. 71, 1958, pp. 1039-1063
- [2] Kostyuk, A., G., A Theoretical Analysis of the Aerodynamic Forces in the Labyrinth Glands of Turbomachines, Teploenergetika, 1972 19(11), pp. 39-44.
- [3] Benckert, H.(estudiante) und Wachter, J.(asesor), Stromungsbendite Federkennwerte in Labyrinthdichtungen, Disertación Doctoral, Universidad de Stuttgart, 1980.
- [4] Iwatsubo, T., Evaluation of Instability Forces of Labyrinth Seals in Turbines or Compressors, NASA CP 2133, August 1980, pp. 139-167.
- [5] Iwatsubo, T., Matooka, N., and Kawai, R., Flow Induced Force and Flow Pattern of Labyrinth Seal, NASA CP 2250, May 1982, pp. 205-222.
- [6] Wyssmann, H., Pham, T., and Jenny, Prediction of Stiffness and Damping Coefficients for Centrifugal Compressor Labyrinth Seals, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. 106, Oct 1984, pp. 920-926.
- [7] Childs, D. and Scharrer, J., An Iwatsubo Based Solution

- for Labyrinth Seals: Comparison to Experimental Results, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, April, 1986, vol. 108, pp. 325-331.
- [8] Dejc, E. und Trojanovskij, M., Untersuchung und Berechnung Axialer Turbinenstufen, Veb verlag Technik, 1973.
- [9] Schegliáiev, A., V., Turbinas de Vapor, Editorial MIR Moscú, vol. 1, 1985, pp. 203-214.
- [10] Vance, J., Instabilities in Turbomachinery, Proceedings of the 5th. Annual Vibration Institute Seminar on Machinery, Vibration Analysis, New Orleans, April 1981, pp. 107-113.
- [11] Gunter, E., Jr., Dynamic Stability of Rotor Bearing Systems, NASA SP-113, 1966, pp. 14-17.
- [12] Newkirk, B., L., Varieties of Shaft Disturbances Due to Fluid Films in Journal Bearings, Transactions of the ASME, Vol. 78, 1956, pp. 985-988.
- [13] Neumann, K., Comunicación Personal, Cuernavaca, Morelos, Mayo 1985.
- [14] Toshiba Corporation, Steam Seal Calculation Manual, TT-KA000026-B, 1985.
- [15] Rozenberg, S., Orlik, V., and Marchenko, Yu, Studying Aerodynamic Transverse Forces Acting in Labyrinth Seals in the Presence of an Eccentric Rotor, Energomashinostroenie, no. 8, 1974, pp. 15-17.
- [16] Bondarenko, G., A. and Pshik, V., R., Experimental

7

Investigation of Vibration Response of Turbomachinery Shaft End Seals, Soviet Energy Technology, 1982, pp. 8-13.

- [17] Miyake, K., Watanabe, E., and Ariga, I., Leakage Characteristics of Gas Screw Seals, SAE Technical Paper Series, October 13, 1986, pp. 1-10.
- [18] Alford, J., S., Protection of Labyrinth Seals from Flexural Vibration, Journal of Engineering for Power, April, 1964, pp. 141-148.
- [19] Martin, H. M., Labyrinth Packings, Engineering, January 10, 1908, pp. 35-36.
- [20] Stodola and Lowenstein, Steam and Gas Turbines, vol. 1, Mc. Graw Hill, 1945.
- [21] Egli, A., The Leakage of Steam Through Labyrinth Seals, Transactions of A.S.M.E., vol. 57, 1935, pp. 115-122.
- [22] Hodkinson, B., Estimation of the Leakage Through a Labyrinth Gland, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, vol. 141, 1939, pp. 283-286.
- [23] Jerie, J., Flow Through Straight-Through Labyrinth Seals, Proceedings of the 7th. International Congress for Applied Mechanics, vol. 2, 1948, pp. 70-82.
- [24] Vermes, G., A Fluid Mechanics Approach to the Labyrinth Seal Leakage Problem, Journal of Engineering for Power, 1961, pp. 161-169.
- [25] Neumann, K., Zur Frage der Verwendung von

- 7
- Durchblickdichtungen im Dampfturbinenbau,  
Maschinentchnik, vol. 13, no. 4, 1964.
- [26] Den Hartog, J., P., Macánica de las Vibraciones,  
Editorial C.E.C.S.A., 1984, PP. 420-425.
- [27] Alford, J., S., Protecting Turbomachinery from  
Self-Excited Rotor Whirl, Journal of Engineering for  
Power, October, 1965, pp. 333-344.
- [28] Murphy, B., T. and Vance J., Labyrinth Seal Effects on  
Rotor Whirl Instability, Second International  
Conference Vibrations in Rotating Machinery, 1980, pp.  
369-374.
- [29] Ehrich, F., Aeroelastic Instability in Labyrinth  
Seals, Journal of Engineering for Power, October 1968,  
pp. 369-374.
- [30] Spurk, J., H., Self-Excited Vibration in Turbomachines  
Resulting from Flow Through Labyrinth Glands,  
Ingenieur Archiv., vol. 43, 1974, pp. 127-135.
- [31] Wright, D., Air Model Tests of Labyrinth Seal Forces  
on a Whirling Rotor, Journal of Engineering for Power,  
October, 1978, vol. 100, pp. 533-543.
- [32] Rajakumar, C. and Sisto, F., Analytical Prediction of  
Labyrinth - Seal - Flow - Induced Rotor Excitation  
Forces, Instability in Rotating Machinery, NASA  
CP-2409, pp. 195-203, 1985.
- [33] Vance, J. and Laudadio, F., Experimental Measurement  
of Alford's Force in Axial Flow Turbomachinery,

Journal of Engineering for Gas Turbines and Power,  
vol. 106, July, 1984, pp. 585-590.

- [34] Kuzmichev, R., Gogolev, I., Vodichev V., Goldberg, I., Markov, K., and Barinberg, G., The Effect of Shroud Seal Design on Turbine Stage Characteristics, Energomashinostroenie, no. 2, 1984, pp. 3-5.
- [35] Rozenberg, S., Determining Analytically the Aerodynamic Forces in the Seals that Effect the Low Frequency Vibrations of Turbines, Soviet Energy Technology, 1977, pp. 29-33.
- [36] Lomakin, A., A., Die Berechnung der Kritischen Drehzahl und der Bedingung fuer Scherung der Dynamischen Stabilitaet des Laeufers von Hydraulischen Hochdruck Maschinen unter Beruecksichtigung der Kraefte, die in der Dichtung Entstehen, Energomashinostroenie, no. 4, 1958, pp. 1-5.
- [37] Boyman, T. and Suter, P., Transport Phenomena in Labyrinth Seals of Turbomachines, AGARD Conference, Proceedings of Seal Technology in Gas Turbine Engines, London, 1978, pp. 1-10.
- [38] Stoff, H., Incompressible Flow in a Labyrinth Seal, Journal of Fluid Mechanics, vol. 100, part 4, 1980, pp. 817-829.
- [39] Baumgartner, M., Evaluation of Exiting Forces in Turbomachinery Induced by Flow in Labyrinth Seals, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES



- 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, vol. 2, pp. 337-344.

- [40] Kostyuk, A., G., Circulation Forces over the Shrouding and their Influence on the Threshold Capacity of Large Turbine Units, Teploenergetika, 22(3), 1975, pp. 47-54.
- [41] Brown, R. and Leong, Y., Experimental Measurement of Lateral Force in a Model Labyrinth and the Effect on Rotor Stability, Second International Conference Vibrations in Rotating Machinery, 1984, pp. 296-303.
- [42] Rajakumar, C. and Sisto, F., Experimental Investigations of Rotor Whirl Excitation Forces Induced by Labyrinth Seal Flow, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, vol. 1, pp. 263-272.
- [43] Tam, L., Przekwas, J., Muszynska, A., Hendricks, R., Braun, M., Mullen, R., Numerical and Analytical Study of Fluid Dynamic Forces in Seals and Bearings, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, pp. 359-370.
- [44] Kirk, R., A Method for Calculating Labyrinth Seals

- 7
- Inlet Swirl Velocity, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, vol. 2, pp. 345-350.
- [45] Kurohashi, M., Inoue, Y., Abe, T. and Fujikawa, T., Spring and Damping Coefficients of the Labyrinth Seals, Second International Conference Vibrations in Rotating Machinery, 1980, pp. 215-222.
- [46] Jenny, R., Labyrinths as a Cause of Self Excited Rotor Oscillations in Centrifugal Compressors, Sulzer Technical Review 4, 1980, pp. 149-156.
- [47] Scharrer, J., Theory Versus Experiment for the Rotordynamic Coefficients of Labyrinth Gas Seals: Part I - A Two Control Volume Model, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, vol. 2, pp. 411-426.
- [48] Childs, D. and Scharrer, J., Part II: A Comparison to Experiment, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, vol. 2, pp. 427-440.
- [49] Rhode, D. and Sobolik, R., Simulation of Subsonic Flow Through a Generic Labyrinth Seal, Journal of

Engineering for Gas Turbines and Power, October, 1986,  
vol. 108, pp. 674-680.

- [50] Childs, D. and Scharrer, J., Comunicación Personal con D. Rhode, 1985.
- [51] Childs, D., Vance, J., M. and Hendricks, R., C., Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery, Proceedings of Workshops held at Texas A and M University, NASA CP-2238, 1982.
- [52] Childs, D., SSME HPFTP Interstage Seals: Analysis and Experiments for Leakage and Reaction Force Coefficients, NASA Contract NASB-33716, Turbomachinery Laboratories, Texas A and M University, February 1983.
- [53] Toshiba Corporation, Comunicación Personal del Ing. Kitazawa, Yokohama, Japón, 1986.
- [54] Wyssmann, H., Rotor Stability of High Pressure Multistage Centrifugal Compressors, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September 27-30, 1987, vol. 2, pp. 561-570.
- [55] Nordmann, R., Dietzen, F., J. and Weiser, H. P., Calculation of Rotordynamic Coefficients and Leakage for Annular Gas Seals by Means of Finite Difference Techniques, Proceedings of the ASME DESIGN TECHNOLOGY CONFERENCES - 11th BIENNIAL CONFERENCE ON MECHANICAL VIBRATION AND NOISE, BOSTON MASSACHUSETTS, September

27-30, 1987, vol. 2, pp. 351-357.

- [56] Nelson, C., C., Rotordynamic Coefficients for Compressible Flow in Tapered Annular Seals, Journal of Tribology, vol. 107, July, 1985.
- [57] Elrod, D. and Nicks, C., A Comparison of Experimental and Theoretical Results for Rotordynamic Coefficients of Four Annular Gas Seals, Progress Report NASA Contract NAS8-33716 Texas A and M University, Turbomachinery Laboratories, Mechanical Engineering Department, College Station, Texas 77843, July, 1985.
- [58] Blasius, H., Forschungarb, Ing.-Wes, No. 131, 1913.
- [59] Luniewicz, B., Comunicación personal, Cuernavaca, Morelos, México, 1988.
- [60] Serkov, S., A., Die Bestimmung von Aerodynamischen Kräften in Turbinendichtungen zur Erhöhung der Grenzstabilität, Wärme, vol. 92, 1986, No. 45, pp. 79-83.
- [61] Muszynska, A. y Bently, D., Comunicación personal, Cuernavaca, Morelos, México, febrero, 1990.
- [62] Aguirre, J. y Murphy, E., Manual de Instrumentación para Análisis de Vibraciones, CFE-Instituto de Investigaciones Eléctricas, Cuernavaca, Morelos, 1984.
- [63] Pérez, R. y Preciado, E., Diseño del Rotor Experimental del Laboratorio de Vibraciones del IIE, Informe Interno IIE/34/3783/I/012/I, 1985.
- [64] Becerril, J., Diseño de Amortiguadores para el Rotor

7

Experimental del Laboratorio de Vibraciones del  
Instituto de Investigaciones Eléctricas, Tesis de  
Licenciatura, ESIME, 1987.

[65] Negreiros, J., Evaluación de la Respuesta Dinámica de  
Rotores, Tesis de licenciatura, Instituto Tecnológico  
de Puebla, noviembre, 1988.

## ANEXO A

### DEDUCCION DE LAS ECUACIONES DE CONTINUIDAD Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

#### A.1 Introducción

Se presenta la deducción de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento (3.1) y (3.2) a partir de los volúmenes diferenciales de las figuras 3.2 y 3.3.

#### A.2 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad se obtiene al efectuar un balance de materia a partir de la figura 3.2:

$$\dot{m}_1 + \rho_1 V_1 A_1 = \dot{m}_{1+1} + \rho_1 V_1 A_1 + \frac{\partial (\rho_1 A_1 V_1)}{\partial \theta} d\theta +$$

$$\frac{\partial (\rho_1 A_1 r_1 d\theta)}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

De (A.1):

$$\frac{\partial (\rho_1 A_1)}{\partial t} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial (\rho_1 V_1 A_1)}{\partial \theta} + \frac{\dot{m}_{1+1} - \dot{m}_1}{r_1 d\theta} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Los dos últimos términos de (A.2) se agrupan en la expresión:

$$M_{1+1} - M_1 = \frac{\dot{m}_{1+1} - \dot{m}_1}{r_1 d\theta} \quad (\text{A.3})$$

donde  $M_1$  y  $M_{1+1}$  están dados por (3.21).

Al sustituir (A.2) en (A.3):

$$\frac{\partial (\rho_1 A_1)}{\partial t} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial (\rho_1 V_1 A_1)}{\partial \theta} + M_{1+1} - M_1 = 0 \quad (\text{A.4})$$

que es la expresión (3.1).

### A.3 Ecuación de cantidad de movimiento

En forma análoga, de la figura 3.3 y de (3.21) se tiene el siguiente balance de fuerzas:

$$M_1 r_1 d\theta \left( V_{1-1} + \frac{\partial V_{1-1}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right) + P_1 A_1 + \left( P_1 + \frac{\partial P_1}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right)$$

$$r_2 d\theta L_1 \sin \varphi + \rho_1 V_1^2 A_1 + \tau_{r1} a_{r1} = M_{1+1} r_1 d\theta$$

$$\left( V_1 + \frac{\partial V_1}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right) + P_1 A_1 + \frac{\partial (P_1 A_1)}{\partial \theta} d\theta + \rho_1 V_1^2 A_1 +$$

$$\frac{\partial (\rho_1 V_1^2 A_1)}{\partial \theta} d\theta + \tau_{c1} a_{c1} \cos \varphi + \frac{\partial (\rho_1 V_1^2 A_1 r_1 d\theta)}{\partial t}$$

(A.5)

para la dirección circunferencial, mientras que para la dirección radial:

$$\left( P_1 + \frac{\partial P_1}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right) r_2 d\theta L_1 \cos \varphi + \tau_{c1} a_{c1} \sin \varphi =$$

$$\left( P_1 + \frac{\partial P_1}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right) r_1 d\theta L_1$$

(A.6)

De la figura 3.3:



$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial \theta} d\theta \\ \text{sen } \varphi &= \frac{\quad}{r_2 d\theta L_1} \\ &= \frac{1}{r_2 L_1} \frac{\partial A_1}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \text{cos } \varphi &= \frac{r_1 d\theta L_1}{r_2 d\theta L_1} \\ &= \frac{r_1}{r_2} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Las áreas  $a_{ri}$  y  $a_{ci}$  se reemplazan por las expresiones:

$$a_{ri} = A_{ri} r_1 d\theta \quad (\text{A.9})$$

$$a_{ci} = A_{ci} r_1 d\theta \quad (\text{A.10})$$

donde  $A_{ri}$  y  $A_{ci}$  son áreas por unidad de longitud circunferencial.

Al sustituir (A.7), (A.9) y (A.10) en (A.5) se obtiene:

$$\frac{\partial (\rho_1 V_1 A_1)}{\partial t} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial (\rho_1 V_1^2 A_1)}{\partial \theta} + \frac{A_1}{r_1} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} + \tau_{ci} A_{ci} - \tau_{ri} A_{ri} + M_{i+1} V_i - M_i V_{i-1} = 0 \quad (\text{A.11})$$

que es la expresión (3.2), donde se supuso que:

$$\tau_{ci} a_{ci} \cos \varphi = \tau_{ci} a_{ci} \quad (\text{A.12})$$

$$\tau_{ci} a_{ci} \sin \varphi = 0 \quad (\text{A.13})$$

ya que el esfuerzo cortante  $\tau_{ci}$  es muy pequeño, lo mismo que el ángulo  $\varphi$ . Esta es una consideración basada en el trabajo de Childs y Scharrer [7], que se tomó como aproximación para la deducción del modelo matemático. Ver la sexta consideración de la página cincuenta y dos.

Después de reemplazar (A.8) en (A.6) puede concluirse que:

$$\left( P_i + \frac{\partial P_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right) r_1 = \left( P_i + \frac{\partial P_i}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2} \right) r_1 \quad (\text{A.14})$$

y por tanto, la contribución radial es nula.

## ANEXO B

### PROGRAMA DE COMPUTO

#### B.1 Introducción

El programa de cómputo para resolver el sistema de ecuaciones planteado en el capítulo tres, está estructurado en fortran IV y se compone de un Newton - Raphson y una eliminación tipo Gauss.

#### B.2 Introducción de los datos al programa

Los datos requeridos para emplear el programa de cómputo se presentan en forma de tarjetas.

<u>LINEA</u>	<u>VARIABLE</u>	<u>FORMATO</u>
1	Radio del rotor en m.	F10.2
1	Radio interior de la carcasa en m.	F10.2
1	Número de sellos.	I2
1	Identificador: sellos rectos = 1 sellos convergentes = 2	

sellos divergentes = 3

sellos mixtos = 4

sellos sin geometría = 5 I2

2	Presión a la entrada del grupo de sellos en Pa.	F10.2
2	Presión a la salida del grupo de sellos en Pa.	F10.2
2	Temperatura a la entrada del grupo de sellos en grados Kelvin.	F10.2
2	Constante del gas ideal en $J/kg_m \cdot ^\circ K$ .	F10.2
2	Viscosidad dinámica en $N/s-m^2$ .	F10.2
2	Relación de calores específicos.	F10.2
2	Reynolds de comparación para el factor de fricción.	F10.2

Si identificador = 1:

3	Altura de los sellos en m.	F10.2
3	Claro entre sellos y rotor o sellos y carcasa en m.	F10.2
3	Distancia entre sellos adyacentes en m.	F10.2

3	Relación entre el flujo real e ideal.	F10.2
3	Factor para corregir el cálculo del flujo entre sellos rectos.	F10.2
4	Revoluciones del rotor en RPM.	F10.2
4	Componente circunferencial de la velocidad del fluido a la entrada del grupo de sellos en m/s.	F10.2
4	Componente axial de la velocidad del fluido en m/s.	F10.2
4	Parámetro que indica si los sellos están fijos al rotor o a la carcasa. Cero para lo primero y uno para lo segundo.	F10.2
4	Angulo de posición en grados.	F10.2
5	Excentricidad en dirección 'x' en m.	F8.2
5	Excentricidad en dirección 'y' en m.	F8.2
5	Coefficiente del factor de fricción de la carcasa para flujo laminar.	F8.2
5	Coefficiente del factor de	

	fricción de la carcasa para flujo turbulento.	F8.2
5	Exponente del factor de fricción de la carcasa para flujo laminar.	F8.2
5	Exponente del factor de fricción de la carcasa para flujo turbulento.	F8.2
5	Coefficiente del factor de fricción del rotor para flujo laminar.	F8.2
5	Coefficiente del factor de fricción del rotor para flujo turbulento.	F8.2
5	Exponente del factor de fricción del rotor para flujo laminar.	F8.2
5	Exponente del factor de fricción del rotor para flujo turbulento.	F8.2

Si identificador = 4, para cada una de las cámaras se  
tiene:

3	Geometría:	F5.2
	0 para sellos en la carcasa.	

1 para sellos en el rotor.

4	Altura de los sellos en m.	F10.2
5	Claro entre sellos y rotor o sellos y carcasa en m.	F10.2
6	Longitud entre sellos adyacentes en m.	F10.2
7	Relación entre el flujo real y el ideal.	F10.2
8	Factor para corregir el cálculo del flujo entre sellos rectos.	F10.2
9	Revoluciones del rotor en RPM.	F10.2
9	Componente circunferencial de la velocidad del fluido a la entrada del grupo de sellos en m/s.	F10.2
9	Componente axial de la velocidad del fluido en m/s.	F10.2
9	Parámetro que indica si los sellos están fijos al rotor o a la carcasa. Cero para lo primero y uno para lo segundo.	F10.2
9	Angulo de posición en grados.	F10.2
10	Excentricidad en dirección 'x' en m.	F8.2

10	Excentricidad en dirección 'y' en m.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción de la carcasa para flujo laminar.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción de la carcasa para flujo turbulento.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción de la carcasa para flujo laminar.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción de la carcasa para flujo turbulento.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción del rotor para flujo laminar.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción del rotor para flujo turbulento.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción del rotor para flujo laminar.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción del rotor para	



flujo turbulento.

F8.2

Si identificador = 2, 3 y 5, para cada una de las cámaras se tiene:

4	Altura de los sellos en m.	F10.2
5	Claro entre sellos y rotor o sellos y carcasa en m.	F10.2
6	Longitud entre sellos adyacentes en m.	F10.2
7	Relación entre el flujo real y el ideal.	F10.2
8	Factor para corregir el cálculo del flujo entre sellos rectos.	F10.2
9	Revoluciones del rotor en RPM.	F10.2
9	Componente circunferencial de la velocidad del fluido a la entrada del grupo de sellos en m/s.	F10.2
9	Componente axial de la velocidad del fluido en m/s.	F10.2
9	Parámetro que indica si los sellos están fijos al rotor o a la carcasa. Cero para lo	

	primero y uno para lo segundo.	F10.2
9	Angulo de posición en grados.	F10.2
10	Excentricidad en dirección 'x' en m.	F8.2
10	Excentricidad en dirección 'y' en m.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción de la carcasa para flujo laminar.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción de la carcasa para flujo turbulento.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción de la carcasa para flujo laminar.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción de la carcasa para flujo turbulento.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción del rotor para flujo laminar.	F8.2
10	Coefficiente del factor de fricción del rotor para flujo turbulento.	F8.2
10	Exponente del factor de	

	fricción del rotor para flujo laminar.	F8.2
10	Exponente del factor de fricción del rotor para flujo turbulento.	F8.2

Los formatos de salida dan la información necesaria para reconocer cada una de las variables calculadas.

### B.3 Programa de cómputo

El programa de cómputo desarrollado para resolver las ecuaciones del capítulo tres se lista a continuación.

C ESTE PROGRAMA PUEDE ANALIZAR EL COMPORTAMIENTO DE LOS SELLOS DE  
C LABERINTO RECTOS, CONVERGENTES, DIVERGENTES Y MIXTOS. ADEMÁS, CONSIDERA  
C LA EXISTENCIA DE FLUJO SUPERSONICO ENTRE LAS DOS ULTIMAS CAMARAS DE LOS  
C SISTEMAS DE SELLOS DE LABERINTO.

```

REAL*16 VOC(70),POC(70),REC(70),ESCC(70),ESRC(70),AC(70),DC(70)
REAL*16 BC(70,8),RECC(70),RERC(70),HC(70),CLC(70),LC(70),ACC(70),ARC(70)
REAL*16 PCMAC(70),PSMAC(70),PCMEC(70),PSMEC(70),PPC(70),CC(70),CCC(70)
REAL*16 VCMAC(70),VSMAC(70),VCMEC(70),VSMEC(70),FC(70),AOC(70)
REAL*16 ALFAC(70),BETAC(70),GAMAC(70),DELTAC(70),PIC(70),FXC(70),FYC(70)

```

REAL\*16 ROC70),TAOC70),XIC70)  
REAL NC,MC,MU,NU,KXX,KXY,KYY,KYX,CXY,CYX,CXX,CYY,KQ  
REAL\*16 AAC70,8,8),BTC70,8),BMEC70,8),BMAC70,8)  
REAL NCL1,NCL2,NCT1,NCT2,NCST1,NCST2,NRL1,NRL2,NRT1,NRT2  
REAL NRST1,NRST2,LI,LP,NR,MR  
INTEGER Z,GEOMC70)

C LECTURA DE DATOS

READC5,1) R1,R2,Z,ID  
1 FORMATC2F10.2,2I2)  
  
READC5,10040) PE,PS,T,R,MU,GAM,REYCO1,REYCO2  
10040 FORMATC8F10.2)  
  
IF (ID .EQ. 1) WRITE (6,5061)  
IF (ID .EQ. 2) WRITE (6,5062)  
IF (ID .EQ. 3) WRITE (6,5063)  
IF (ID .EQ. 4) WRITE (6,90000)  
IF (ID .EQ. 5) WRITE (6,10250)  
5061 FORMATC5X,'SELLOS DE LABERINTO RECTOS',/)  
5062 FORMATC5X,'SELLOS DE LABERINTO CONVERGENTES',/)  
5063 FORMATC5X,'SELLOS DE LABERINTO DIVERGENTES',/)  
90000 FORMATC5X,'SELLOS DE LABERINTO MIXTOS-RECTOS',/)  
10250 FORMATC5X,'SELLOS DE LABERINTO MIXTOS SIN GEOMETRIA DEFINIDA',/)

```

IF CID .EQ. 4) READ (5,14000) (GEOMCID),I=1,Z
IF CID .EQ. 5) READ (5,14000) (GEOMCID),I=1,Z
14000 FORMAT(40I2)
IF CID .EQ. 1) GO TO 5051
IF CID .EQ. 4) GO TO 5051
GO TO 5052
5051 READ(5,5152) HI,CLI,LI,CI,CCI
5152 FORMAT(5F10.2)
DO 5053 I=1,Z
HCID=HI
CLCID=CLI
IF CI .EQ. 1) GO TO 10004
LCID=LI
10004 CCI=CI
CCCI=CCI
5053 CONTINUE
GO TO 5054
5052 READ (5,2) (HCID),I=1,Z
READ (5,2) (CLCID),I=1,Z
READ (5,2) (LCID),I=2,Z
READ(5,2) (CCI),I=1,Z
READ(5,2) (CCCI),I=1,Z
2 FORMAT(10F8.2)
5054 READ(5,3) RPM,VO(1),VAX,ESTA,OT,CLM

```

3 FORMAT(6F10.3)

READ(5,4) AE,BE

4 FORMAT(2F10.2)

READ(5,10042) NCL1,NCL2,NCT1,NCT2,NCST1,NCST2

READ(5,10042) NRL1,NRL2,NRT1,NRT2,NRST1,NRST2

10042 FORMAT(6F10.2)

IF (CID .EQ. 1) GO TO 60000

GO TO 3122

60000 IF (CESTA .EQ. 1.0) GO TO 3121

WRITE(6,5000)

5000 FORMAT(//,2X,'====>LOS SELLOS ESTAN FIJOS AL ROTOR<==== ',//)

GO TO 3122

3121 WRITE(6,5001)

5001 FORMAT(2X,'====>LOS SELLOS ESTAN FIJOS A LA CARCASA<==== ',//)

3122 VE=R\*T/PE

C CALCULO DE LAS FUGAS HACIENDO USO DE LA FORMULA

C DADA POR TROYANOVSKI

CLP=0.0

CIP=0.0

CCIP=0.0

```

DO 5050 I=1,Z
CLP=CLP+CL(I)
CIP=CIP+CC(I)
CCIP=CCIP+CCC(I)
5050 CONTINUE
CLP=CLP/Z
CIP=CIP/Z
CCIP=CCIP/Z
IF (CID .EQ. 4) GO TO 15099
IF (CESTA .EQ. 1.0) GO TO 15000
FA=8.2832*(CR2-CLP)*CLP
GO TO 15100
15000 FA=8.2832*R1*CLP
GO TO 15100
15099 FA=3.1418*(R1+R2-CLP)*CLP
15100 FUG=3600.0*(CIP+CCIP)*FA*SQRT(PE/VE)*SQRT((1-(PE/PE)*2)/Z)
EFUG=FUG/(22619.52*R1)
WRITE(6,5) FUG
5 FORMAT(2X,'FUGA DEL VAPOR O GAS EN [Kg/h] =',F12.4, '/')
WRITE(6,5002) RPM
5002 FORMAT(2X,'REVOLUCIONES DEL ROTOR [RPM] =',F12.4, '/')

```

C CALCULO DE LAS PRESIONES DE ORDEN CERO EN CADA CAMARA

POC1)=PE

```

POCZ+1)=PS
IF (CID .EQ. 4) GO TO 15300
GO TO 12100
15300 DO 12000 I=1,Z-1
      IF (GEOMCI) .EQ. 0.0) GO TO 11000
      IF (GEOMCI) .EQ. 1.0) GO TO 11100
11000 ACCI+1)=R2*LCI+1)/R1+(R2-HCI+1))*HCI+1)/R1
      ARCI+1)=LCI+1)+HCI)
      GO TO 12000
11100 ACCI+1)=R2*LCI+1)/R1+(R2-HCI))*HCI)/R1
      ARCI+1)=LCI+1)+HCI+1)
12000 CONTINUE
      DO 12200 I=1,Z
      IF (GEOMCI) .EQ. 0.0) FCID)=6.2832*(R2-CLCI))*CLCI)
      IF (GEOMCI) .EQ. 1.0) FCID)=6.2832*R1*CLCI)
12200 CONTINUE
      GO TO 76
12100 IF (CESTA .EQ. 1.0) GO TO 75
      DO 1007 I=1,Z-1
      ACCI+1)=R2*LCI+1)/R1
      ARCI+1)=HCI)+HCI+1)+LCI+1)
      FCID)=6.2832*(R2-CLCI))*CLCI)
1007  CONTINUE
      FCZ)=6.2832*(R2-CLCZ))*CLCZ)
      GO TO 76

```



```

75 DO 10001 I=1,Z-1
   ACC(I+1)=(CR2-H(I))*H(I)/R1+(CR2-H(I+1))*H(I+1)/R1
   ARC(I+1)=LC(I+1)
   FC(I)=6.2832*R1*CL(I)
10001 CONTINUE
   FC(Z)=6.2832*R1*CL(Z)
76 DO 10 I=2,Z
   ARZ=POC(I-1)**2-(FUG/(3600.0*CC(I)*CC(I)*FC(I)))**2*R**T
   POC(I)=SQRT(ARZ)
10 CONTINUE
   REPE=PS/POC(Z)
   RC=(2.0/(1.0+GAM))*GAM/(GAM-1.0)
   IF (REPE .GT. RC) GO TO 3350
   WRITE(6,3351)
3351 FORMAT(2X,'====>HAY FLUJO SUPERSONICO A LA SALIDA<====',//)

```

C CALCULO DE LA VELOCIDAD EN ESTADO NO PERTURBADO

```

3350 U=6.2832*RPM*R1/60.0
   FUG=EFUG
   DO 77 I=2,Z
   DC(I)=2.0*(CL(I-1)+H(I-1))*LC(I)/(CL(I-1)+H(I-1)+LC(I))
77 CONTINUE
   DO 30 I=2,Z
   IF(U .EQ. 0.0) GO TO 21

```

7

```

VOCI)=0.65*U
GO TO 20
21  VOCI)=0.5*VOCI)
20  ACI)=U-VOCI)
    NU=MU*R*T/POCI)
    RECCI)=DCI)*ABS(VOCI))/NU
    IF (RECCI) .LE. REYCO1) NC=NCL1
    IF (RECCI) .LE. REYCO1) MC=NCL2
    IF (RECCI) .GT. REYCO1 .AND. RECCI) .LE. REYCO2) NC=NCT1
    IF (RECCI) .GT. REYCO1 .AND. RECCI) .LE. REYCO2) MC=NCT2
    IF (RECCI) .GT. REYCO2) NC=NCST1
    IF (RECCI) .GT. REYCO2) MC=NCST2
    IF (VOCI) .LT. 0.0) GO TO 22
    N3=2
    GO TO 23
22  N3=1
23  ESCI)=((-1)**N3)*NC*(RECCI)**MC)*POCI)*(VOCI)**2)*ACCI)/
    1(2.0*R*T)
    RERCI)=DCI)*ABS(ACI))/NU
    IF (RERCI) .LE. REYCO1) NR=NRL1
    IF (RERCI) .LE. REYCO1) MR=NRL2
    IF (RERCI) .GT. REYCO1 .AND. RERCI) .LE. REYCO2) NR=NRT1
    IF (RERCI) .GT. REYCO1 .AND. RERCI) .LE. REYCO2) MR=NRT2
    IF (RERCI) .GT. REYCO2) NR=NRST1
    IF (RERCI) .GT. REYCO2) MR=NRST2

```

```

IF (ACID) .LT. 0.0) GO TO 24
N4=2
GO TO 25
24 N4=1
25 ESR(I) = ((-1)**N4) * NR * (RER(I) ** MR) * PO(I) * (ACID ** 2) * AR(I) /
1(2.0 * R * T)

FVOI = FUG * (VO(I) - VO(I-1)) + ESC(I) - ESR(I)

FVOID = FUG + ESC(I) * (MC + 2.0) / VO(I) + ESR(I) * (MR + 2.0) / (U - VO(I))

COMP = VO(I)
VO(I) = VO(I) - FVOI / FVOID
ER = ABS(VO(I) - COMP)
IF (ER .LT. 0.001) GO TO 30
GO TO 20
30 CONTINUE
WRITE (6,30000)
30000 FORMAT(////,2X,'ESTADO NO PERTURBADO',//)
WRITE (6,11)
11 FORMAT(2X,'CAMARA',10X,'PRESION',11X,'PRESION'
1,13X,'VELOCIDAD',//,17X,'(KG/CM**2)',9X,
1'(N/M**2)',14X,'(M/S)',////)
DO 12 I=1,Z+1
PP(I) = PO(I) / 98100.0

```

7

```
WRITE(6,13) I,PP(I),PO(I),VO(I)
13  FORMAT(4X,I2,10X,F9.4,10X,F10.2,10X,F9.4,/)
12  CONTINUE
    IF (CAE .EQ. 0.0) GO TO 210
    GO TO 225
210  IF (CBE .EQ. 0.0) GO TO 205
```

C CALCULO DEL ESTADO PERTURBADO

```
225  PCMAC(1)=0.0
     PSMAC(1)=0.0
     PCMEC(1)=0.0
     PSMEC(1)=0.0
     VCMAC(1)=0.0
     VSMAC(1)=0.0
     VCMEC(1)=0.0
     VSMEC(1)=0.0
     PCMAC(Z+1)=0.0
     PSMAC(Z+1)=0.0
     PCMEC(Z+1)=0.0
     PSMEC(Z+1)=0.0
     VCMAC(Z+1)=0.0
     VSMAC(Z+1)=0.0
     VCMEC(Z+1)=0.0
     VSMEC(Z+1)=0.0
```

```

DO 5055 I=2,Z
AOC I)=(R2-R1)*LC I)
5055 CONTINUE
WRITE(6,850)
850  FORMAT(////,2X,'ESTADO PERTURBADO',//)
OM=6.2832* RPM/60.0
IF (ABS(AE) .GT. ABS(BE)) GO TO 4000
EP=BE/CLM
GO TO 3000
4000 EP=AE/CLM
3000 DO 500 I=2,Z
G1=AOC I)/(R*T)
G2=POC I)*LC I)/(R*T)
IF (POC I) .EQ. POC I+1) POC I+1)=POC I)-0.002
IF (POC I) .EQ. POC I-1) POC I)=POC I-1)-0.002
G3=(POC I-1)**2-POC I+1)**2)*FUG*POC I)/(POC I)**2-
1POC I+1)**2)*(POC I-1)**2-POC I)**2)
G4=-POC I-1)*FUG/(POC I-1)**2-POC I)**2)
G5=-POC I+1)*FUG/(POC I)**2-POC I+1)**2)
G6=FUG*(CLC I-1)-CLC I)/(CLC I-1)*CLC I)
X1=POC I)*AOC I)/(R*T)
X2=FUG+ESCC I)*(2.0+MC)*ACC I)/VOC I)+ESRC I)*(2.0+MR)*ARC I)
1/(U-VOC I)
X3=-FUG*POC I)*(VOC I)-VOC I-1)/(POC I-1)**2-POC I)**2)+
1ESCC I)*ACC I)/POC I)-ESRC I)*ARC I)/POC I)

```

7

$$X4 = FUG * POI(-1) * (VOI - VOI(-1)) / (POI(-1) ** 2 -$$

$$1 * POI ** 2)$$

$$X5 = FUG * (VOI - VOI(-1)) / (LCI(-1) + (MR * ESCI) * ACCI - MC *$$

$$1 * ESR(I) * ARCI) * DCI) / (2.0 * (LCI(-1) + HCI(-1)) ** 2)$$

$$AACI(1,1) = G3$$

$$AACI(1,2) = G1 * (VOI) / R1 + OMD$$

$$AACI(1,6) = G1 * POI / R1$$

$$AACI(2,1) = -AACI(1,2)$$

$$AACI(2,2) = G3$$

$$AACI(2,5) = -G1 * POI / R1$$

$$AACI(3,3) = G3$$

$$AACI(3,4) = G1 * (VOI) / R1 - OMD$$

$$AACI(3,8) = G1 * POI / R1$$

$$AACI(4,3) = -AACI(3,4)$$

$$AACI(4,4) = G3$$

$$AACI(4,7) = -G1 * POI / R1$$

$$AACI(5,1) = X3$$

$$AACI(5,2) = AOI / R1$$

$$AACI(5,5) = X2$$

$$AACI(5,6) = X1 * (VOI) / R1 + OMD$$

$$AACI(6,1) = -AOI / R1$$

$$AACI(6,2) = X3$$

$$AACI(6,5) = -AACI(5,6)$$

$$AACI(6,6) = X2$$

$$AACI(7,3) = X3$$

$AAI(7,4) = AOCI / R1$   
 $AAI(7,7) = X2$   
 $AAI(7,8) = X1 * (VOCI) / R1 - OMD$   
 $AAI(8,3) = -AOCI / R1$   
 $AAI(8,4) = X3$   
 $AAI(8,7) = X1 * (OM - VOCI) / R1$   
 $AAI(8,8) = X2$   
 $BMEI(-1,1) = G4 * PCMAI(-1)$   
 $BMEI(-1,2) = G4 * PSMACI(-1)$   
 $BMEI(-1,3) = G4 * PCMEI(-1)$   
 $BMEI(-1,4) = G4 * PSMEI(-1)$   
 $BMEI(-1,5) = X4 * PCMAI(-1) - FUG * VCMACI(-1)$   
 $BMEI(-1,6) = X4 * PSMACI(-1) - FUG * VSMACI(-1)$   
 $BMEI(-1,7) = X4 * PCMEI(-1) - FUG * VCMEI(-1)$   
 $BMEI(-1,8) = X4 * PSMEI(-1) - FUG * VSMEI(-1)$   
 $BCI(1) = G6 * (BE - AE) / (2.0 * EP)$   
 $BCI(2) = 0.5 * G2 * (AE - BE) * (VOCI) / R1 + OMD / EP$   
 $BCI(3) = -G6 * (AE + BE) / (2.0 * EP)$   
 $BCI(4) = 0.5 * G2 * (AE + BE) * (VOCI) / R1 - OMD / EP$   
 $BCI(5) = 0.5 * X5 * (BE - AE) / EP$   
 $BCI(6) = 0.0$   
 $BCI(7) = -0.5 * X5 * (AE + BE) / EP$   
 $BCI(8) = 0.0$   
 $BMAI(+1,1) = G5 * PCMAI(+1)$   
 $BMAI(+1,2) = G5 * PSMACI(+1)$

```

BMACI+1,3)=G5*PCMECI+1)
BMACI+1,4)=G5*PSMECI+1)
BMACI+1,5)=0.0
BMACI+1,6)=0.0
BMACI+1,7)=0.0
BMACI+1,8)=0.0
DO 2007 J=1,8
BT(I,J)=-BC(I,J)-BMECI-1,J)-BMACI+1,J)
2007 CONTINUE
DO 1001 J=1,7
IF (AACI,J,J) .EQ. 0.0) GO TO 1001
DO 1004 M=J,7
PIV=-AACI,M+1,J)/AACI,J,J)
BT(I,M+1)=BT(I,J)*PIV+BT(I,M+1)
DO 1003 K=J,8
AACI,M+1,K)=AACI,J,K)*PIV+AACI,M+1,K)
1003 CONTINUE
1004 CONTINUE
1001 CONTINUE

C CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA EXPANSION

```

```

VSMECI)=BT(I,8)/AACI,8,8)

```

```

VCMECI)=(BT(I,7)-AACI,7,8)*VSMECI)/AACI,7,7)

```



VSMACID)=(BTCL,6)-AACI,6,7)\*VCMECID)-AACI,6,8)\*VSMECID))/AACI,6,6)

VCMACID)=(BTCL,5)-AACI,5,6)\*VSMACID)-AACI,5,7)\*VCMECID)-AACI,5,8)\*  
1VSMECID))/AACI,5,5)

PSMECID)=(BTCL,4)-AACI,4,5)\*VCMACID)-AACI,4,6)\*VSMACID)-AACI,4,7)\*

1VCMECID)-AACI,4,8)\*VSMECID))/AACI,4,4)

PCMECID)=(BTCL,3)-AACI,3,4)\*PSMECID)-AACI,3,5)\*VCMACID)-AACI,3,6)\*  
1VSMACID)-AACI,3,7)\*VCMECID)-AACI,3,8)\*VSMECID))/AACI,3,3)

PSMACID)=(BTCL,2)-AACI,2,3)\*PCMECID)-AACI,2,4)\*PSMECID)-AACI,2,5)\*  
1VCMACID)-AACI,2,6)\*VSMACID)-AACI,2,7)\*VCMECID)-AACI,2,8)\*VSMECID))/  
1AACI,2,2)

PCMACID)=(BTCL,1)-AACI,1,2)\*PSMACID)-AACI,1,3)\*PCMECID)-AACI,1,4)\*  
1PSMECID)-AACI,1,5)\*VCMACID)-AACI,1,6)\*VSMACID)-AACI,1,7)\*VCMECID)-  
1AACI,1,8)\*VSMECID))/AACI,1,1)

DO 8500 J=1,8

DO 8450 K=1,8

AACI-1,J,K)=0.0

AACI,J,K)=0.0

AACI+1, J, K) = 0.0

8450 CONTINUE

8500 CONTINUE

500 CONTINUE

### C ESTUDIO DE LA CONVERGENCIA DE LOS RESULTADOS

DO 3001 I=2,Z

COMP=ABS(ALFACI)-PCMACI)/98100.0

IF (COMP .GT. 0.1) GO TO 9000

COMP=ABS(BETACI)-PSMACI)/98100.0

IF (COMP .GT. 0.1) GO TO 9000

COMP=ABS(GAMACI)-PCMECI)/98100.0

IF (COMP .GT. 0.1) GO TO 9000

COMP=ABS(DELTACI)-PSMECI)/98100.0

IF (COMP .GT. 0.1) GO TO 9000

COMP=ABS(PICI)-VCMACI)

IF (COMP .GT. 0.01) GO TO 9000

COMP=ABS(ROCI)-VSMACI)

IF (COMP .GT. 0.01) GO TO 9000

COMP=ABS(TAOXI)-VCMECI)

IF (COMP .GT. 0.01) GO TO 9000

COMP=ABS(XICI)-VSMECI)

IF (COMP .GT. 0.01) GO TO 9000

GO TO 3001

9000 ALFACID=PCMACID  
BETACID=PSMACID  
GAMACID=PCMECID  
DELTACID=PSMECID  
PICID=VCMACID  
ROCID=VSMACID  
TAOCID=VCMECID  
XICID=VSMECID  
GO TO 3000

3001 CONTINUE

C CALCULO DE LA PRESION Y DE LA VELOCIDAD EN LAS CAMARAS

WRITE(6,855)  
855 FORMAT(2X,'CAMARA',12X,'PRESION',18X,'VELOCIDAD',  
110X,'ANGULO',//,20X,'(N/M\*\*2)',18X,'(M/S)',11X,  
1'(GRADOS)',//)  
OT=3.1416/180.0\*OT  
DO 4010 I=2,Z  
TE=0.0  
IF (AE .NE. 0.0) GO TO 70000  
GO TO 71000  
70000 IF (BE .NE. 0.0) OT=TE  
71000 SFX=0.0  
SFY=0.0

7

```

4020 P=PO(I)+EP*(PCMAC(I)*COS(TE+OT)+PSMAC(I)*
      1SIN(TE+OT)+PCMEC(I)*COS(TE-OT)+PSMEC(I)*
      1SIN(TE-OT))
      V=VO(I)+EP*(VCMAC(I)*COS(TE+OT)+VSMAC(I)*
      1SIN(TE+OT)+VCMEC(I)*COS(TE-OT)+VSMEC(I)*
      1SIN(TE-OT))
      IF (TE .GT. 6.2) GO TO 35000
      SFX=SFX-3.1416/36.0*P*R1*L(I)*COS(TE)
      SFY=SFY-3.1416/36.0*P*R1*L(I)*SIN(TE)
35000 TEG=TE*180.0/3.1416
      WRITE(6,856) I,P,V,TEG
856  FORMAT(4X,I2,12X,F12.3,10X,F12.4,10X,F6.2)
      TE=TE+3.1416/36.0
      IF (AE .NE. 0.0) GO TO 72000
      GO TO 73000
72000 IF (BE .NE. 0.0) OT=TE
73000 IF (TE .GT. 6.2832) GO TO 10070
      GO TO 4020
10070 FX(I)=SFX
      FY(I)=SFY
4010 CONTINUE
      SPSIME=0.0
      SPSIMA=0.0
      SPCIMA=0.0
      SPCIME=0.0

```

7

```

DO 6600 I=2,Z
SPSI ME=SPSI ME+(PSMAC I)-PSME(I)) *L(I)
SPSI MA=SPSI MA+(PSMAC I)+PSME(I)) *L(I)
SPCI MA=SPCI MA+(PCMAC I)+PCME(I)) *L(I)
SPCI ME=SPCI ME+(PCME(I)-PCMAC I)) *L(I)
6600 CONTINUE

C CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO

LP=0.0
DO 5060 I=2,Z
LP=LP+L(I)
5060 CONTINUE
LP=LP/(Z-1)
IF (ABS(AE) .EQ. ABS(BE)) GO TO 6660
KXY=3.1416*EP*R1*(BE*SPSI ME+AE*SPSI MA)/(BE**2-AE**2)
6660 IF (COM .EQ. 0.0) GO TO 6601
IF (BE .EQ. 0.0) GO TO 6601
CXX=(KXY*AE+3.1416*EP*R1*SPSI MA)/(BE*OM)
6601 IF (ABS(AE) .EQ. ABS(BE)) GO TO 6602
KXX=3.1416*EP*R1*(AE*SPCI MA-BE*SPCI ME)/(AE**2-BE**2)
6602 IF (COM .EQ. 0.0) GO TO 6603
IF (BE .EQ. 0.0) GO TO 6603
CXY=(3.1416*EP*R1*SPCI MA-KXX*AE)/(BE*OM)
6603 KXY=KXY/1000.0

```

```

CXX=CXX/1000.0
KXX=KXX/1000.0
CXY=CXY/1000.0
KYX=-KXY
KYY=KXX
CYX=-CXY
CYY=CXX
SFX=0.0
SFY=0.0
DO 10050 I=2,Z
SFX=SFX+FX(I)
SFY=SFY+FY(I)
10050 CONTINUE
IF (SFX .EQ. 0.0) GO TO 17000
GO TO 17100
17000 IF (SFX .EQ. 0.0 .AND. SFY .LT. 0.0) TETA=270.0
IF (SFX .EQ. 0.0 .AND. SFY .GT. 0.0) TETA=90.0
IF (SFX .EQ. 0.0 .AND. SFY .EQ. 0.0) WRITE(6,17200)
17200 FORMAT(5X,'LAS COMPONENTES FX Y FY SON NULAS',/)
GO TO 25000
17100 TETA=180.0/3.1416*ATAN(SFY/SFX)
WRITE(6,15070)
15070 FORMAT(////,2X,'COMPONENTES FX Y FY EN CADA CAMARA',///,2X,
1 'CAMARA',15X,'FX [N]',10X,'FY [N]')
DO 15080 I=2,Z

```

```

WRITE(6,15090) I,FXCI),FYCI)
15090 FORMATC///,4X,I2,10X,F12.2,4X,F12.2)
15080 CONTINUE

WRITE(6,10060) SFX,SFY,TETA
10060 FORMATC////////,2X,'FUERZA EN DIRECCION X [N]=' ,F15.4,/,
12X,'FUERZA EN DIRECCION Y [N]=' ,F15.4,/,
12X,'ANGULO DE POSICION [GRADOS]=' ,F15.4,/)
25000 WRITE(6,6604) KXX, KXY, KYX, KYY, CXX, CXY, CYX, CYX
6604 FORMATC//,2X,'KXX [N/mm] =' ,F17.5,//,2X,'KXY [N/mm] =' ,F17.5,//,
12X,'KYX [N/mm] =' ,F17.5,//,2X,'KYY [N/mm] =' ,F17.5,//,2X,'CXX
1[N-s/mm] =' ,F17.5,//,2X,'CXY [N-s/mm] =' ,F17.5,//,2X,'CYX
1[N-s/mm] =' ,F17.5,//,2X,'CYY [N-s/mm] =' ,F17.5 )
KQ=1000.0*CLP*KXY/(R1*LP*(Z-1)*(PE-PS))
EO=0.5*VOC1)**2/(CPE-PS)*VE+0.5*VAX**2)
WRITE(6,6605) KQ,EO
6605 FORMATC//,2X,'KQ =' ,F17.5,/,2X,'EO =' ,F17.5)
205 STOP
END

```