

24  
2 ej



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

CALCULO DE LA ENTRADA DE AGUA A UN  
YACIMIENTO DE ACEITE, APLICANDO  
PERIODOS VARIABLES DE TIEMPO

T E S I S  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO PETROLERO  
P R E S E N T A :  
FRANCISCO JAVIER OJEDA MACIAS



MEXICO, D. F.

1991

FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE GENERAL

### INTRODUCCION.

### CAPITULO I. ASPECTOS GENERALES.

I.1.- DEFINICION DE ACUIFERO.....	2
I.2.- CLASIFICACION DE LOS ACUIFEROS.....	5
I.3.- EMPUJE HIDRAULICO.....	6
I.4.- ANALOGIA HIDRAULICA DE LA ENTRADA DE AGUA.....	8

### CAPITULO II. ECUACION DE BALANCE DE MATERIA.

II.1 - MECANISMOS DE DESPLAZAMIENTO.....	15
II.2.- COMPRESIBILIDAD DEL SISTEMA ROCA-FLUIDOS.....	21
II.3.- DEDUCCION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA (E.B.M).....	25
II.3.1.- E.B.M. PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.....	25
II.3.2.- DEDUCCION DE LA E.B.M. PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.....	26
II.3.3.- GENERALIZACION DE LA E.B.M. PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS..	28
II.3.4.- INDICES DE EMPUJE.....	31
II.3.5.- DETERMINACION EN FORMA SIMULTANEA DE "M" Y "W" .....	32
II.4.- E.B.M. PARA YACIMIENTOS DE ACEITE.....	33

### CAPITULO III. ECUACION DE L.T. STANLEY.

III.1.- ECUACION DE VAN EVERDINGEN - HURST.....	40
---	----

III.2.- PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.....	49
III.3.- L.T. STANLEY.....	54
III.4.- AJUSTE DE CURVAS PARA LA CONSTANTE DE ENTRADA DE AGUA.....	56
III.5.- EXPRESIONES PARA CALCULAR LA $w$ EN VARIOS TIPOS DE VACS....	59
III.6.- PROCEDIMIENTO DE CALCULO.....	61
III.7.- DETERMINACION DE "C" Y "N".....	62
III.8.- EJEMPLO DE CALCULO.....	64
CAPITULO IV. APLICACION DEL METODO.	
IV.1.- PERIODOS CONSTANTES Y VARIABLES.....	68
IV.2.- ECUACION DE L.T.STANLEY EN PERIODOS CONSTANTES.....	70
IV.3.- APLICACION DE LA ECUACION DE L.T.STANLEY CON PERIODOS VARIABLES.....	73
IV.4.- COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN PERIODOS VARIABLES.....	74
IV.5.- TIEMPO ADIMENSIONAL CON PERIODOS VARIABLES.....	76
IV.6.- TIEMPO ADIMENSIONAL CON PERIODOS CONSTANTES.....	78
IV.7.- VALIDEZ DE LA ECUACION PROPUESTA.....	79
CONCLUSIONES.....	81
NOMENCLATURA.....	82
REFERENCIAS.....	83

## INTRODUCCION:

Actualmente, en la explotación de yacimientos petroleros, se utilizan métodos alternativos para la extracción de hidrocarburos, tales como métodos artificiales de producción ( bombelo neumático, mecánico, etc) y la inyección de agua como proceso de recuperación secundaria.

La inyección de agua previamente tratada es un recurso que da buenos resultados y es el método de recuperación con mayor aceptación hasta hoy, siempre y cuando se disponga de dicho fluido, además de ser necesaria una fuerte inversión tanto en instalacines superficiales como el tratamiento de los fluidos.

Los métodos artificiales de producción mencionados tienen en común un objetivo: Recuperar el aceite que el yacimiento por sí solo no es capaz de producir debido al abatimiento de presión provocado por la explotación primaria de este mismo.

Cuando el agua se encuentra en grandes cantidades en el subsuelo localizándose adjunto al yacimiento se toma como una fuente de abastecimiento natural, comunmente llamada dentro del ámbito petrolero como "Acuífero asociado al yacimiento".

Así, la entrada de agua al yacimiento conocida como " $W_e$ " actúa como un mecanismo de empuje adicional, presentando como efecto directo un mayor porcentaje de recuperación de hidrocarburos del yacimiento, reflejando un abatimiento menos brusco de a presión del yacimiento.

Dada la importancia que provoca la entrada de agua en el comportamiento del yacimiento diversos autores se han dado a la tarea de evaluar y cuantificar dicha entrada de agua.

Las ecuaciones mas utilizadas actualmente son las desarrolladas por Van Everdingen y Hurst y la de L.T. Stanley, siendo esta última una de las mas usadas por la sencillez de su aplicación. Sin embargo requiere que la historia del comportamiento del yacimiento sea dividida en intervalos iguales de tiempo, siendo esto una limitante si se toma en cuenta que en la mayoría de los yacimientos existentes no se hacen levantamientos de presión periodicamente.

Debido a la situación antes mencionada se desarrolló una expresión a partir de la ecuación de Stanley para ser aplicada a periodos variables en base al trabajo del M.I. Maximino Meza M.<sup>5</sup>

El método que se utiliza es una modificación de la ecuación de L.T. Stanley para entrada de agua; en tanto que Stanley propone su método para la obtención de la " $W_e$ " utilizando  $\Delta t$  constantes, aqui se utiliza una expresión desarrollada del tiempo adimensional ( $t_D$ ) que permite variar los intervalos de tiempo  $\Delta t$  para lo cual se quiere conocer la " $W_e$ ".

Lo exuesto en el párrafo anterior se puede considear de gran utilidad, ya que si se requiere simular un periodo muy extenso evaluando ahí mismo la " $W_e$ " no se necesitaria un número muy grande de

cálculos para conocer la incógnita buscada, sino que sería solo necesario espaciar los  $\Delta t$  de un valor relativamente pequeño a uno, cuyo valor acelere la convergencia de los cálculos empleados obteniendo rápidamente el valor de la " $W$ ," buscado, recordando que los  $\Delta t$  se varían siguiendo un cierto orden, como se vera en el desarrollo de este trabajo.

Así el objetivo de este trabajo es ayudar en la divulgación y aplicación de este nuevo método, además de servir como un requisito de graduación.

## CAPITULO I

### ASPECTOS GENERALES

---



## 1.1.- DEFINICION DE ACUIFERO

La mayoría de los yacimientos que presentan empuje hidráulico son aquellos que están limitados por una gran porción de rocas saturadas 100% de agua llamadas "ACUIFEROS".

Los acuíferos pueden ser considerados tan grandes en comparación con el yacimiento que colindan que parezcan infinitos para todo propósito práctico y de un tamaño muy chico cuando tienen un efecto pobre respecto al comportamiento del yacimiento; es decir, si el acuífero disminuye notoriamente su empuje al abatirse la presión en el yacimiento, se dice que existe un acuífero pequeño y que su empuje es despreciable por el efecto que este causa, si por el contrario, el acuífero no siente los abatimientos de presión que se crean en el yacimiento se dice que existe un acuífero infinito, considerando así el empuje que este causa por la expansión del agua.

Por otra parte el acuífero puede estar completamente limitado por una roca impermeable, así este y el yacimiento forman conjuntamente una unidad volumétrica y cerrada sabiendo de antemano, que existe un acuífero asociado al yacimiento.

Otra forma en que el acuífero se puede presentar es por una afloración en uno o más lugares donde pueda ser reabastecido de agua superficial si hay oportunidad de hacerlo.

Finalmente, un acuífero puede estar en posición horizontal al yacimiento con el que colinda o levantarse a la orilla estructural del mismo proporcionando algún tipo de flujo artesiano a éste.

Como respuesta a una caída de presión en el yacimiento, el acuífero responde retrasando o compensando la declinación de la presión por medio de la invasión de agua debido a:

- a).-Expansión del agua
- b).-Expansión de acumulaciones conocidas o no de hidrocarburos en la roca del acuífero.
- c).-Compresibilidad de la roca del acuífero.
- d).-Flujo artesiano, donde el acuífero se encuentra a un nivel más alto que el yacimiento, pudiendo, el acuífero, manifestarse o no además de poderse reestablecer de agua superficial si es posible como se mencionó anteriormente.

Desde un punto de vista analítico el acuífero se puede considerar como una unidad independiente, la cual abastece de agua al yacimiento en respuesta únicamente de las variaciones de la presión con el tiempo en la frontera de éste, por ejemplo la presión media en el contacto agua-aceite.

La presión en la frontera del yacimiento será generalmente más alta que la presión promedio en el mismo sin embargo se toma la presión media en el yacimiento para fines prácticos.

Si bien, la naturaleza de varios acuíferos se presta a semejar el comportamiento que siguen cuando se aplican algunas de las ecuaciones propuestas por investigadores como Van Everdingen y Hurst, Shiltius, Stanley etc, no se puede decir de antemano cual de estas representaría adecuadamente la entrada de agua a algún yacimiento en particular, haciendose necesario por consiguiente, la realización de estudios para determinar que ecuación es mas viable para su aplicación.

En los yacimientos con empuje hidráulico, la recuperación de aceite depende del ritmo de explotación, es decir, cuando se tengan gastos altos el yacimiento se depresionará de manera rápida provocando la liberación de gas (disuelto), haciendo que el agua desplace al aceite en presencia de una fase gaseosa.

Con lo anterior, podemos decir que el hecho de que exista la presencia de una fase gaseosa durante el empuje por agua, que hace que la recuperación de aceite sea mayor debido a que la saturación de aceite residual ( $S_{or}$ ) se puede reducir en forma sustancial, aventajando en ese sentido a la recuperación que se obtiene cuando no existe una fase gaseosa durante el empuje hidráulico.

Cuando se desea obtener una recuperación alta, debemos cuidar siempre el ritmo de producción para que el desplazamiento con agua se efectue a las condiciones más favorables de presión.

## 1.2.- CLASIFICACION DE LOS ACUIFEROS

En un yacimiento de aceite el empuje de agua principalmente se presenta de alguna de las siguientes maneras:

- 1).-Por la expansión del agua contenida en la formación almacenante.
- 2).-Por flujo proveniente de un acuífero adjunto a la formación.

De acuerdo al mecanismo de interacción yacimiento-acuífero podemos clasificar los acuíferos de la siguiente manera:

### a).-Acuífero infinito:

Durante la explotación de un yacimiento se observa una caída de presión en el mismo y si ésta no se transmite a las fronteras externas del acuífero entonces se le considera infinito.

### b).-Acuífero limitado:

Este tipo de acuífero se conoce ya que la caída de presión en el yacimiento es transmitida al acuífero resintiéndolo este mismo en sus fronteras, declinando así la presión que este proporciona al yacimiento con el tiempo.

### c).-Limitado con fuente de abastecimiento en la frontera externa:

Este tipo de acuíferos tienen la particularidad de abastecerse de agua en uno o varios lugares de la superficie y estos responden a la caída de presión provocada por el yacimiento manteniendo la presión en el mismo al alcanzar flujo en régimen permanente.

### 1.3.- EMPUJE HIDRAULICO:

Bajo este mecanismo de empuje, el aceite es desplazado de la siguiente manera:

El agua invade progresivamente la zona de hidrocarburos desde las fronteras exteriores del yacimiento hacia los pozos productores. Cuando la magnitud del empuje hidráulico es muy grande, de tal manera que no existe liberación de gas por el mantenimiento de la presión casi es recuperado todo el aceite por el desplazamiento de agua. Aún si existiera liberación de gas, como esta es pequeña, entonces de esa misma magnitud sería el volumen de aceite recuperado por la expansión ya que si existiera una caída de presión sería muy pequeña cuando se tiene este tipo de empuje.

Para que exista el mecanismo de empuje por agua debe:

- 1).-Existir una fuente adecuada de agua que se suministre al yacimiento en forma natural o artificial sin ningún problema.
- 2).-Existir una presión diferencial entre la zona de aceite y la del agua para que permita el paso del agua y mantenga la invasión que origine el desplazamiento.

De acuerdo a lo anterior, para que el empuje hidráulico se presente en forma natural, debe existir junto a la zona productora un gran volumen de agua en la misma formación y buena permeabilidad para que haya filtración adecuada.

En la mayoría de los casos la entrada de agua es debida a la expansión del sistema roca-fluido en el acuífero, ocasionado por el abatimiento de presión transmitida desde el yacimiento. Como la compresibilidad de la roca y la del agua son muy pequeñas, necesariamente se requiere un acuífero cientos de veces mayor que el yacimiento para que exista un empuje hidráulico regular.

Para imaginar como se desplaza el aceite por el agua, basta saber que cuando el agua invade la zona de aceite inmediatamente disminuye la saturación de aceite ( $S_o$ ) aumentando por consiguiente la permeabilidad efectiva al agua ( $K_w$ ), provocando con esto que el agua de invasión fluya junto con el aceite.

Lo anterior se puede observar en la Fig.I.1 que compara la relación de permeabilidades al aceite y al agua con respecto a la saturación de fluidos.

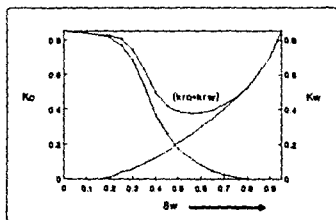


Fig.1. GRÁFICA DE PERMEABILIDADES EFECTIVAS EN UN MEDIO POROSO MOJABLE POR AGUA.

Un aspecto interesante es la ventaja que presenta el agua sobre desde el punto de vista de agente desplazante es que, debido a la mayor viscosidad del agua, un determinado volumen de esta que entre al espacio poroso desplazará más aceite que un mismo volumen de gas mostrando menos tendencia a fluir dentro del aceite que el gas.

Cuando el contacto agua-aceite alcanza a un pozo productor, éste da principio a una producción de agua en forma progresiva. En el instante en que se alcanzan los pozos superiores comienza a disminuir su producción de aceite dándose por terminada la etapa de explotación del pozo por ser incosteable, aunque la presión sea relativamente alta.

#### 1.4.- ANALOGIA HIDRAULICA DE LA ENTRADA DE AGUA.

En la Fig. 1.2 se ejemplifican tanto al yacimiento como al acuífero asociado por medio de dos recipientes interconectados por un tubo horizontal lleno de arena.

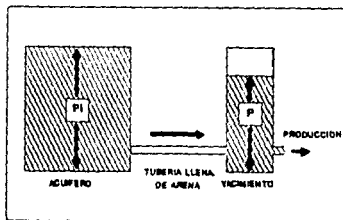


FIG.1.2 ANALOGIA HIDRAULICA DE ENTRADA DE AGUA EN ESTADO DE FLUJO PERMANENTE A UN YACIMIENTO

Inicialmente, ambos tanques estan llenos hasta el mismo nivel teniendo la misma presión, cuando el yacimiento empieza a "hacerse" producir a un gasto constante, las caidas de presión son mas rápidas en el primer recipiente que semeja al yacimiento que en el segundo que semeja al acuífero.

A cualquier instante cuando la presión en el yacimiento a caido a un valor " $P_1$ ", el gasto de agua obtenido con la Ley de Darcy será proporcional a la permeabilidad de la arena en el tubo, al área de la sección transversal del mismo, a la caida de presión ( $P_1-P$ ) e inversamente proporcional a la viscosidad del agua y la longitud de la tubería, proporcionará la presión suficiente del acuífero para mantener la presión constante en el yacimiento.

Esta presión permanecerá constante o aproximadamente constante en la salida de agua del acuífero en lugares donde el tamaño del acuífero es mucho mayor que el yacimiento.

El máximo gasto de entrada de agua ocurrirá cuando  $P=0$ , si ese gasto es mayor que el gasto de vaciado del yacimiento, entonces a alguna presión intermedia el gasto de entrada de agua será igual al gasto de vaciado de tal manera que la presión del yacimiento se estabilizará.

Lo explicado en el párrafo anterior es una analogía que se hace a la entrada de agua al yacimiento en régimen permanente y se puede expresar mediante la ecuación:  $W_e \cdot K (P_1-P)dt$ , en la cual la cte. " $K$ " depende de la permeabilidad, la viscosidad promedio del agua en el acuífero y de las dimensiones que tenga la roca del mismo (acuífero).



Si el recipiente que representa al acuífero no es muy grande ni tampoco es reabastecido de agua como se supone para ayudar a mantener la presión inicial, entonces a medida que avanza la explotación, el nivel del acuífero con el que se tenía la presión inicial, se abatirá y esto a su vez provocará que el potencial o actividad de éste haga lo mismo.

En algunos yacimientos, esta declinación es exponencial y dicho comportamiento puede ser aproximado por la ecuación:  $W_e = C \frac{P_i - P}{\log(at)}$  en donde el valor del decaimiento de "K" esta representado por:  
$$K = \frac{C}{\log(at)}$$

Para este caso la presión puede o no estabilizarse completamente al tener un gasto de producción constante, aunque esto no impedira que siga decayendo la presión ya que el ritmo de producción depende de:

- a).-Las dimensiones relativas del acuífero y el yacimiento.
- b).-El ritmo de producción.
- c).-La resistencia de las conexiones del tubo.

La analogía hidraulica en régimen transitorio se muestra en la Fig. 1.3 donde el tanque que representa al yacimiento y que esta ubicado a la derecha, esta conectado a una serie de tanques con diámetros diferentes .

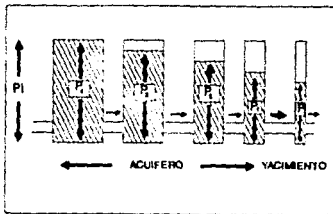


Fig.13 ANLOGIA HIDRAULICA DE ENTRADA DE AGUA A UN YACIMIENTO EN ESTADO DE FLUJO TRANSITORIO

La unión de de estos recipientes esta hecha con tubos llenos de arena en el interior, teniendo además diámetro constante. El proceso se describe como sigue:

Inicialmente todos los tanques estan llenos hasta un mismo nivel para que se tenga la misma presión, a medida que se procede a la producción, la presión del yacimiento decaerá e inducirá la entrada de agua desde el acuífero (recipiente #1), causando una caída de presión ahí mismo, esta caída de presión en el recipiente #1 hará a su vez que se induzca el flujo de agua desde el recipiente #2 y así sucesivamente cada recipiente provocará una caída de presión propiciando flujo del tanque subsecuente.

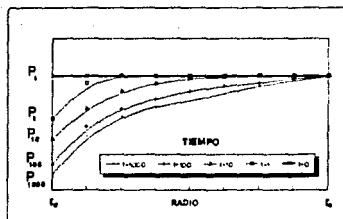


Fig.14 DISTRIBUCION DE PRESIONES EN UN ACUIFERO A VARIOS TIEMPOS PARA GASTO CONSTANTE EN UN YACIMIENTO CILINDRICO EN  $r/r_w$

Es evidente, que la caída de presión en el resipiente que representa al acuífero no será uniforme, sino que variará con el tiempo y el gasto de producción lo hará de una manera tal como se muestra en la Fig. I.4 para un un yacimiento con PRODUCCION CTE. y como lo muestra la Fig. I.5 para un yacimiento con PRESION CTE.

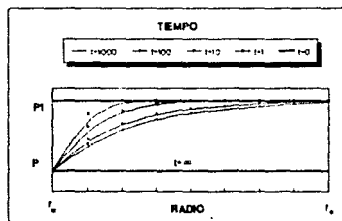


Fig.16 DISTRIBUCION DE PRESIONES EN UN ACUIFERO A VARIOS TIEMPOS PARA PRESION CONSTANTE EN UN YACIMIENTO CILINDRICO EN  $r/r_w$

Al igual, si hay un numero infinito de resipientes que representan al acuífero, es evidente que la presión en el yacimiento nunca puede estabilizarse completamente a un gasto de producción cte. debido a que siempre se incrementará la entrada de agua y la distancia de la cual esta proviene reflejandose esto en el valor de "K" de la ecuación anterior.

La disminución en el potencial o actividad del acuífero esta contemplada en las expresiones de entrada de agua que se tratan en el Capitulo III.

## CAPITULO II

### ECUACION DE BALANCE DE MATERIA

## II.1.-MECANISMOS DE DESPLAZAMIENTO :

El aceite dentro del yacimiento se desplaza debido a que existen varias formas en que este "migra", siendo todas ellas función del gradiente de presión.

El movimiento del aceite se realiza solo si otro volumen de fluido, llamado fluido desplazante llena el espacio que es desocupado por el aceite, cuando este se mueve; al mismo tiempo debe existir la presión suficiente para que el aceite siga fluyendo.

Se puede decir en cierto modo que, el aceite se mueve por acción de agentes desplazantes como son : el agua y el gas.

Los principales procesos de desplazamiento que pueden actuar en un yacimiento son:

- a).-Expansión de la roca y los fluidos
- b).-Empuje por gas disuelto liberado
- c).-Empuje por casquete de gas
- d).-Empuje hidráulico
- e).-Desplazamiento por segregación gravitacional

a).-Expansión de la roca y los fluidos:

Este mecanismo se presenta únicamente en yacimientos "bajosaturados" en los cuales el aceite se mueve debido a que tanto el agua congénita, la roca y el mismo aceite se expanden, haciendo por consiguiente que el aceite se mueva de su lugar original y fluya hacia las zonas de

menor presión como lo son los pozos productores. En la Fig. II.1 se muestra el comportamiento de la Presión con respecto a la Recuperación, en donde se puede observar una pendiente muy "elevada" debido a la pobre expansión que tienen tanto el agua congénita como la roca.

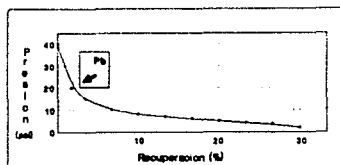


Fig. II.1 REPRESENTACION DE UNA GRAFICA PRESION vs RECUPERACION

b).-Empuje por gas disuelto liberado

Cuando se ha alcanzado la presión de saturación ( $P_b$ ) se empieza a liberar el gas que está disuelto en el aceite ayudando al movimiento del mismo, siendo el gas que se está liberando el principal mecanismo de desplazamiento debido a la disminución en la presión que actúa en el yacimiento. Según lo anteriormente dicho, el sistema roca-fluidos continúa expandiéndose, pero su contribución al movimiento del aceite resulta despreciable debido a la baja compresibilidad tanto del agua como de la roca. El tipo de empuje antes mencionado se presenta por lo general en yacimientos "cerrados" y su recuperación varía entre el 5% y el 15% del volumen de aceite contenido a la presión de saturación y

en donde la producción de agua es muy poca o nula. La Fig.II.2 muestra como a medida que la relación gas-aceite (RGA) aumenta, la recuperación también lo hace hasta que se alcanza la presión de abandono para que luego disminuya, tanto la RGA como la presión del yacimiento.

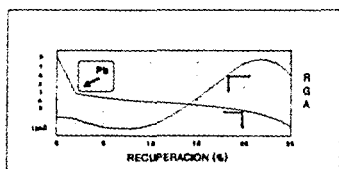


Fig.II.2 REPRESENTACION DE UNA GRAFICA  
PRESION vs RECUPERACION  
RGA vs RECUPERACION

c).-Empuje por casquete de gas

Este tipo de empuje, consiste en la expansión de la capa (o casquete) de gas a la zona de aceite en forma progresiva en dirección fuera de la zona de gas libre y hacia los pozos productores.

Las causas principales para que exista este tipo de empuje son:

- a).-Que la parte superior del yacimiento tenga una alta saturación de gas.
- b).-Que la zona ocupada por gas este en continuo crecimiento, es decir que su saturación aumente gradualmente; este mecanismo puede presentarse de tres maneras diferentes:



- 1).-Existencia inicial de un casquete de gas en el yacimiento.
- 2).-Formación de un casquete por la liberación de gas disuelto, el gas disuelto liberado se acumula en la parte superior del yacimiento cuando hay condiciones favorables para su segregación, debido al abatimiento de presión que impera en el mismo.
- 3).-Formación de un casquete por inyección de gas a la parte superior del yacimiento cuando existen condiciones favorables para su segregación.

El mecanismo por el cual el aceite se recupera mediante este proceso comprende los siguientes puntos:

- 1).-Considerar la naturaleza del desplazamiento cuando se mantiene la presión por la inyección del gas desde la superficie.

Si se mantiene la presión del yacimiento en su valor original, el gas que se inyecta no tiene acceso a la zona de aceite excepto atrás o en el frente de la zona de gas libre, logrando con eso que la parte inferior de la estructura del aceite conserve sus condiciones originales de saturación hasta que esta sea invadida por el gas de inyección.

Si se tiene una adecuada localización y terminación de los pozos se obtendrá producción de aceite de la parte del yacimiento que no contiene gas libre, quedándose en la parte superior del yacimiento el gas que se utilizó para el desplazamiento del aceite.

2).-Considerando la naturaleza del desplazamiento cuando se deja abatir la presión al yacimiento.

Aquí la capa de gas empuja el aceite debido a la expansión causada por el abatimiento de la presión.

Cuando se tiene inicialmente un volumen de gas libre mayor que el volumen total original de aceite, no produciéndose gas libre durante la explotación, la caída de presión requerida para invadir la zona de aceite en su totalidad será poca, comportándose el yacimiento como cuando se tiene inyección de gas.

Por otra parte, cuando se tiene un volumen pequeño de gas libre, la presión en el yacimiento disminuye a un ritmo más acelerado existiendo la liberación de gas disuelto y formándose una saturación de gas libre en la zona de aceite, si esta forma una fase continua, su exclusión es prácticamente imposible, siendo ahora el mecanismo de empuje semejante al de "gas-disuelto".

d).-Empuje hidráulico.

Es uno de los mas eficaces y que en forma mas detallada se trató en el capítulo anterior.

e).-Desplazamiento por segregación gravitacional

La segregación gravitacional es también una forma de desplazamiento de aceite y por lo tanto funciona como un mecanismo de empuje.

Una manera sencilla de comprender el fenómeno de segregación gravitacional es simplemente considerar la tendencia que tienen el agua, gas y aceite de distribuirse en el yacimiento de acuerdo a sus densidades específicas.

Un ejemplo de como actúa la segregación gravitacional como mecanismo de empuje es el siguiente:

Supóngase que el yacimiento que se toma como ejemplo posee condiciones favorables para la segregación gravitacional, esto es, que haya buena permeabilidad vertical, presentándose altos espesores o relieves estructurales y movimiento de fluidos independiente del gradiente de presión. Cuando se está produciendo el aceite, el gas que se libera en vez de irse hacia los pozos debido al gradiente de presión, tiende a fluir hacia la parte superior del yacimiento formando o aumentando la capa de gas en el mismo. Como esta capa se expande (por la baja de presión), empuja al aceite hacia los pozos productores, aumentando así la eficiencia total en dicho desplazamiento y por consecuencia el flujo de aceite.

Se debe tomar en cuenta que la segregación (cuando existe) es función del ritmo de producción lo cual quiere decir que si se produce a un ritmo lento (gastos pequeños) los gradientes de presión serán menores y la segregación mayor.

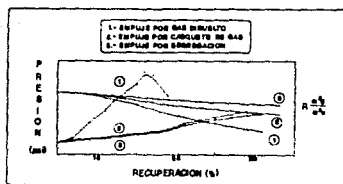


Fig.18 REPRESENTACION DEL COMPORTAMIENTO DE LA PRESION Y ROCA vs RECUPERACION PARA YACIMIENTOS CON SEGREGACION GRAVITACIONAL.

#### Mecanismos de Empuje Combinados:

En la mayor parte de los yacimientos están presentes varios empujes a la vez durante su etapa de producción, solo bastará con imaginarse como funcionan los mecanismos de empuje antes descritos con respecto a la presión y al final conjuntarlos, para que lo anterior explicado se presente.

#### 11.2- COMPRESIBILIDAD DEL SISTEMA ROCA-FLUIDOS

Cuando se hace referencia a la expansión de la roca y el agua, en cierto modo se hace mención a su compresibilidad, porque si bien, el aceite y el gas aumentan su volumen al abatirse la presión, lo hacen también aunque en menor grado, el agua y la roca, por eso es importante tener una medida exacta del volumen de aceite, agua, gas y roca de la formación para evaluar la cantidad de fluidos que son expulsados cuando ocurre la caída de presión antes mencionada.

Definiendo a la compresibilidad como la variación del volumen que sufre un cierto material por unidad de variación de presión y, en donde el material para el caso se particulariza a roca y fluidos (agua-aceite y/o gas), se expresa de la siguiente manera:

$$C = - \frac{1}{v} \left( \frac{dv}{dp} \right) \quad (2.1)$$

En la ecuación (2.1) la derivada es de pendiente negativa, por lo que el signo negativo convierte a " C " en un valor positivo. Como el valor de la pendiente  $\left( \frac{dv}{dp} \right)$  varía con la presión, la compresibilidad es diferente a cualquier valor de esta, incrementando su valor generalmente cuando la presión disminuye.

Cuando se tienen datos tales como la presión inicial del yacimiento ( $P_1$ ) y volumen original de roca ( $V_1$ ), se puede estimar el volumen de roca o fluidos cuando la presión está por arriba de la presión de saturación ( $P_0$ ) con la ayuda de la compresibilidad media como se muestra a continuación:

$$C = - \frac{1}{v} \left( \frac{v_1 - v_2}{P_1 - P_2} \right) \quad @ \quad T = \text{cte.} \quad (2.2)$$

El volumen (v) en la ecuación anterior, debe tomarse como el promedio de " $v_1$ " y " $v_2$ " aunque algunos autores prefieren tomar integralmente el valor de " $v_1$ " ó " $v_2$ ".

## COMPRESIBILIDAD Y TIPOS DE FLUIDOS:

Anteriormente se mencionó un método para determinar ya sea, la compresibilidad de un fluido o el volumen de poros cuando el medio tiene una determinada compresibilidad, que es llamada de formación ( $C_r$ ).

En la naturaleza de los fluidos, no solo afecta su viscosidad sino que también lo hace su compresibilidad, los fluidos dentro del yacimiento se clasifican de la siguiente manera:

- a).-Incompresibles.
- b).-Ligeramente compresibles.
- c).-Compresibles.

El concepto de los fluidos antes mencionados simplifican en gran parte las ecuaciones que se utilizan para fines de su comportamiento, por ejemplo: el de fluido incompresible cuyo volumen no cambia con la presión, este tipo de fluido puede simplificar ecuaciones cuyo resultado sea lo suficientemente bueno para los fines que se persiguen. Un fluido ligeramente compresible, es definido como aquel cuyo volumen cambia con la presión pero este cambio es pequeño representándolo de la siguiente manera:

$$V = V_1 e^{(C_r P - P_1)} \quad (2.3)$$

La ecuación anterior puede obtenerse integrando a la ec.(2.1) entre los límites que asumen una compresibilidad promedio como se muestra a continuación:

por separación de variables:

$$-c \int dp = \int \frac{dv}{v}$$

realizando la integración:

$$c(p_1 - p) = \ln \left( \frac{v}{v_1} \right)$$

aplicando propiedades de logaritmos:

$$e^{c(p_1 - p)} = \left( \frac{v}{v_1} \right)$$

así, la ecuación anterior queda:

$$v = v_1 e^{c(p_1 - p)}$$

En esta ecuación, la función exponencial puede ser calculada con la serie de potencias de Taylor como se ve a continuación:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$$

Como los valores de "x" son pequeños (por tener valores de exponentes negativos) es buena aproximación tomar solo los dos primeros términos quedando entonces:

$$\text{si } x = c(p_1 - p)$$

$$v = v_1(1 + c(p_1 - p))$$

La ecuación (2.3) permite determinar el volumen que se obtiene para un fluido cuando existen variaciones de presión dentro de un rango considerado.

Para el gas, se asume que la variación de la compresibilidad con respecto a la presión depende del gas que se considere.

### II.3.- DEDUCCION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA (E.B.M.).

Para poder efectuar una explotación adecuada de un yacimiento petrolero, es necesario conocer varios factores primordiales tales como son: volumen original de hidrocarburos, tipo de empuje o empujes predominantes en el yacimiento, tipo de estructura o trampa almacenadora, etc., una herramienta indispensable para este tipo de predicciones es la "Ecuacion de Balance de Materia", por lo que a continuación se explicará su desarrollo, primeramente para yacimientos bajosaturados y posteriormente se efectuará su generalización para yacimientos de todo tipo.

#### II.3.1.- ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.

Si se considera al yacimiento como una roca unitaria compuesta por aceite, gas y agua, los cuales estan distribuidos de acuerdo a sus densidades, entonces el yacimiento se podría representar como se muestra en la Fig.II.4.

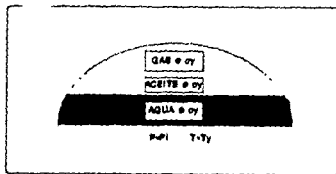


Fig.II.4 REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UN YACIMIENTO VOLUMETRICO CONTENIENDO LOS TRES FLUIDOS PRINCIPALES AGUA,ACEITE,GAS



A continuación se explica la deducción del volumen original de aceite en el yacimiento y las formas en que éste puede expresarse por medio de la deducción analítica de la E.B.M.

### II.3.2.-DEDUCCION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.

Un yacimiento volumétrico a condiciones bajasaturadas, es aquel que se considera cerrado y todo el gas que este puede tener se encuentra disuelto en el aceite para las condiciones de presión y temperatura dadas.

Sea un yacimiento como lo muestra la Fig.II.5.

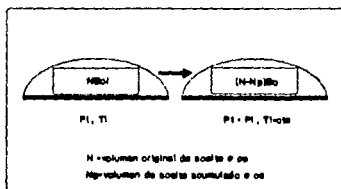


Fig.II.5 REPRESENTACION ESQUEMATICA DE UN YACIMIENTO BAJOSATURADO.

para las condiciones iniciales se tiene que el volumen de aceite medido a  $P_1$  y  $T_1$  es igual al volumen de aceite medido a  $P_2$  y  $T_2$  (igual a  $T_1$ ) menos el volumen de aceite producido, es decir:

$$NB_{0i} = (N - N_p)B_o \quad (1)$$

Despejando "N" de la ecuación (1) se tiene:

$$N(Bo-Boi) = NpBo \quad (2.4)$$

donde:

N =  $Np[Bo/(Bo-Boi)]$  : que es el volumen de aceite original \* c.s.

Np = volumen de aceite producido ( dato de producción ) \* c.s.

Bo = factor de volumen del aceite \* P,T (datos P.V.T) \* c.y.

Boi = factor de volumen del aceite \* Pi,Ti ( datos P.V.T) \* c.y.

La aplicación de la ecuación anterior es un balance de materia a un yacimiento cerrado pero sin considerar la expansión de la roca y el agua.

M.E Hawkins desarrolló una ecuación aplicable a yacimientos bajosaturados expresada en la forma siguiente:

$$NBoiCe\Delta P = NpBo + WpBw - We \quad (2.5)$$

Aquí se observa que ya se cuantifica la entrada de agua y la única dificultad que presenta la ecuación (2.5) es la evaluación del termino "Ce" cuyo valor es lo suficientemente aproximado a la "realidad" cuando se tienen datos lo más exactos posibles tanto de porosidad como de saturación de agua del yacimiento ya que la evaluación de We se obtiene de la ecuación anterior.

### II.3.3.-GENERALIZACION DE LA ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS BAJOSATURADOS.

Los fluidos producidos por el yacimiento son producto de la expansión de los mismos y de la entrada de agua a la roca que los almacena en base a esto se puede iniciar la deducción de la E.B.M. partiendo de una caída de presión  $\Delta P = P_i - P$  y las consecuencias que esta ocasiona.

Se sabe que el volumen de fluidos desplazados es igual a la suma de la expansión del aceite, agua y medio poroso más el volumen de agua que entra cuando ocurre una  $\Delta P$  expresándose de la siguiente manera:

$$V_{fd} = E_o + E_w + E_s + W_e \quad (2.6)$$

En donde:

$V_{fd}$  = volumen de fluidos desplazados

$E_o, E_w, E_s$  = expansión de el aceite, agua y medio poroso respectivamente.

$W_e$  = volumen de entrada de agua al yacimiento

De la ecuación (2.6) las expansiones se pueden expresar de la siguiente forma :

$$E_o = V_o i C_o \Delta P = V_{pi} (1 - S_{wi}) C_o \Delta P \quad (2.7)$$

$$E_w = V_w C_w \Delta P = V_{pi} S_{wi} C_w \Delta P \quad (2.8)$$

$$E_s = V_{pi} C_f \Delta P \quad (2.9)$$

En los tres casos se considera a  $S_w$  como la saturación de agua media en el yacimiento y  $V_{pi}$  es el volumen de poros inicialmente en el mismo.

La cuantificación del volumen de fluidos producidos @ c.y. a la presión final es:

$$V_{fp} + c_y = N_p B_o + W_p B_w \quad (2.10)$$

El volumen de poros inicial será entonces:

$$V_{pi} = \frac{V_{oi}}{S_{oi}} = \frac{NB_{oi}}{1-S_{wi}} \quad (2.11)$$

Substituyendo (2.11), (2.9), (2.8), (2.7) en (2.6) y luego en (2.10) se tiene:

$$\begin{aligned} V_{fd} &= NB_{oi} C_o \Delta P + NB_{oi} \left( -\frac{S_{wi}}{S_{oi}} \right) C_w \Delta P + NB_{oi} C_f \\ N_p B_o + W_p B_w &= NB_{oi} \Delta P \left( \frac{S_o C_o + C_w S_w + C_f}{1-S_{wi}} \right) + W_e \end{aligned} \quad (2.12)$$

Como se mencionó anteriormente, el único problema que existe cuando se procede a evaluar la ec (2.5) es "Ce" que se define como:

$$C_e = \frac{C_o S_o + C_w S_w + C_f}{1-S_{wi}} \quad (2.13)$$

Este término es conocido como compresibilidad efectiva de la formación e incluye el producto de las saturaciones de agua y aceite por sus respectivas compresibilidades mas la compresibilidad de la formación dividido entre la saturación de hidrocarburos.

Así, substituyendo la expresión (2.13) en la expresión (2.10) se tiene:

$$NB_{oi} C_e \Delta P = N_p B_o + W_p B_w - W_e \quad (2.14)$$

Despejando de (2.14)

$$N = \frac{N_p B_o + W_p B_w - W_e}{B_o i C_e \Delta P} \quad (2.15)$$

A la ecuación (2.15) se le conoce como "Ecuación de Balance Volumétrica" para un yacimiento bajosaturado.

En palabras la ecuación anterior se puede expresar de la siguiente manera:

$N B_o i C_e \Delta P$  = expansión del sistema roca fluidos

$W_e$  = entrada de agua al yacimiento

$N_p B_o + W_p B_w$  = Volumen de fluidos producidos = c.y.

Cuando no existe entrada de agua y la producción de la misma es despreciable tiene :

$$N B_o i C_e \Delta P = N_p B_o$$

Para expresar la recuperación de hidrocarburos se toma la siguiente relación que expresa el porcentaje de aceite extraído al volumen de aceite original como  $Rec = \frac{N_p}{N}$ ; procediendo a factorizar la ecuación anterior la recuperación se expresa como :

$$Rec = \frac{N_p}{N} = \frac{B_o i C_e \Delta P}{B_o}$$

Existen varias formas de expresar la E.B.M., debido a esto se han desarrollado métodos para determinar tanto la entrada de agua al yacimiento ( $W_e$ ) como el volumen original de hidrocarburos ( $N$ ); a continuación se describirán los más empleados.

### II.3.4.-INDICES DE EMPUJE.

Por medio de la Ecuación de Balance de Materia se puede conocer "N" y "We" y por medio de un proceso algebraico sencillo, conocer que cantidad de la producción es debida a la entrada de agua y que cantidad de esta es producida por la expansión del sistema roca-fluidos, al arreglo resultante se le conoce como "Indices de Empuje Totales"

La E.B.M. se puede expresar de la siguiente manera:

$$NB_0 + Ce\Delta P = NpB_0 + W_pB_w - We \text{ (para yac. bajosaturado)}$$

reacomodando términos de la ecuación anterior y dividiendo por  $NpB_0$

$$1 = \frac{NB_0 + Ce\Delta P}{NpB_0} + \frac{We - W_pB_w}{NpB_0}$$

(A)                      (B)

En esta ecuación, los dos términos del lado derecho reciben el nombre de índices de empuje por expansión del sistema y por entrada de agua respectivamente, donde "A" indica que volumen de aceite es producido ( $Np$ ) por la expansión del sistema y "B" el volumen de aceite producido por la entrada de agua (si es que esta existe).

Como observación se puede decir que esta forma de la E.B.M. no indica el "Np" por expansión del sistema en alguna etapa de depresión del yacimiento, solo intuir cual fue la producción desde el principio hasta el momento en que se ha tenido la caída de presión final en cuanto a porcentajes proporcionados por las expansiones ya sea del sistema roca fluidos o entrada de agua.

### II.3.5.-DETERMINACION EN FORMA SIMULTANEA DE "N" Y "We".

Separando los términos de la E.B.M. se obtiene:

$$NB_{o1}Ce\Delta P + We = NpBo + W_pB_w$$

despejando "N":

$$N = \frac{NpBo + W_pB_w}{B_{o1}Ce\Delta P} - \frac{We}{B_{o1}Ce\Delta P}$$

expresando al término  $N' = \frac{NpBo + W_pB_w}{B_{o1}Ce\Delta P}$

sustituyendo y reacomodando se obtiene:

$$N = N' - \frac{We}{B_{o1}Ce\Delta P}$$

En la ecuación se observa que los datos de producción permiten graficar valores de  $N'$  y  $Np$  obteniendo un conjunto de puntos, los cuales se pueden ajustar mediante una línea recta como se ve en la Fig.II.6.

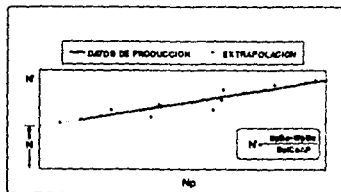


Fig.II.6 DETERMINACION SIMULTANEA DE N Y We CON LA E.B.M EN FORMA DE LINEA RECTA.

La ordenada al origen que se obtiene por extrapolación es el volumen original de aceite, sustituyendo un valor de "N'" y su "Np" correspondiente se tiene consecuentemente la "We".

#### II.4.-ECUACION DE BALANCE DE MATERIA PARA YACIMIENTOS DE ACEITE.

Para poder desarrollar la E.B.M en su forma general se hará referencia a las figuras siguientes, las cuales nos representan el cambio en la distribución de los fluidos provocada por la explotación que se efectúa en el yacimiento.

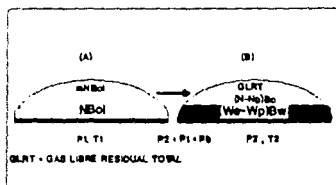


Fig.17 CAMBIO EN LA DISTRIBUCION DE LOS FLUIDOS EN UN YACIMIENTO: (A).- COND. INICIAL & (B).- COND. EXPLOTACION

El significado de los términos que se emplean en las figuras anteriores son :

vol.de aceite original \* c.y. = NB<sub>0i</sub> = NB<sub>ti</sub>

vol.de gas disuelto en ac.original \* c.s. = NR<sub>si</sub>

vol.de gas libre inicial \* c.y. = GB<sub>gi</sub> = mNB<sub>0i</sub> = mNB<sub>ti</sub>

prod.acumulativa de gas \* c.s. = G<sub>p</sub> = N<sub>p</sub>R<sub>p</sub>

entrada de agua neta al yacimiento \* c.y. = W<sub>e</sub> - W<sub>p</sub>B<sub>w</sub>

vol.de ac.remanente en el yacimiento \* c.y. = (N - N<sub>p</sub>)B<sub>o</sub>

vol.de gas disuelto en el aceite residual \* c.s. = (N - N<sub>p</sub>)R<sub>s</sub>

factor de volumen de las dos fases = B<sub>t</sub> = B<sub>o</sub> + B<sub>g</sub>(R<sub>si</sub> - R<sub>s</sub>)



DESARROLLO DE LA (E.B.M) PARA YACIMIENTOS DE ACEITE.

A continuación se desarrollará el procedimiento para establecer el balance de volúmenes \* c.y. con la ayuda de la siguiente ecuación:

$$NB_{01} + mNB_{01} = (\text{gas libre residual}) + (N - N_p)B_0 + W_e - W_p B_v \quad (2.16)$$

despejando de la ecuación anterior:

$$\text{gas libre residual} = NB_{01}(1+m) - (N - N_p)B_0 - (W_e - W_p B_v) \quad (2.17)$$

Estableciendo una ecuación similar para el gas \* c.s se tiene la igualdad siguiente:

$$\frac{mNB_{01}}{B_{q1}} + NR_{s1} = (\text{gas.res.total * c.s}) + (N - N_p) + N_p R_p \quad (2.18)$$

Despejando el vol.de gas residual total tenemos:

$$\text{gas.res.total * c.s} = \frac{mNB_{01}}{B_{q1}} + NR_{s1} - (N - N_p) - N_p R_p$$

Sustituyendo la ec.(2.17) en la ecuación anterior se tiene:

$$\frac{mNB_{01}}{B_{q1}} + NR_{s1} = \frac{NB_{01}(1+m) - (N - N_p)B_0 + (W_e - W_p B_v)}{B_{q1}} + (N - N_p) + N_p R_p \quad (2.19)$$

haciendo simplificaciones algebraicas tenemos la siguiente ecuación :

$$\{B_1 - B_{11} + mB_{11} \left( \left[ \frac{B_2}{B_{q1}} \right] - 1 \right)\} N = N_p \{B_1 + B_2(R_p - R_{s1})\} - (W_e - W_p B_v) \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20) es la E.B.M. en forma general para yacimientos saturados.

Sería falso decir que la E.B.M. tal y como se expresa en la ec.(2.20) no provoca errores cuando se aplica a porciones del yacimiento, por lo que se estima conveniente tomar en cuenta las siguientes características de dicha ecuación.

- 1).-Considerar al yacimiento como un recipiente de volumen constante.
- 2).-Considerar la magnitud del error que se comete cuando dicha ecuación se aplica a porciones del yacimiento.
- 3).-La ecuación tiene tres incógnitas:  $N$ ,  $m$  y  $W_e$ , por lo que se hace necesario determinar el valor de dos de ellas por cualquier otro procedimiento.

Un buen marco de referencia para poder comparar que tan exactos son los resultados que se obtienen por medio de la E.B.M. en forma de línea recta o con otro método (Havlena-Odeh) es obteniendo el valor de " $N$ " por medio del método volumétrico (Iso-hidrocarburos) y comparándolo con cualquiera de los utilizados, siempre y cuando se tengan los datos requeridos cuando se utiliza el método mencionado anteriormente.

Visto lo anterior, se pueden hacer simplificaciones que hagan la expresión de la ecuación de balance de materia más fácil de manipular, esto es, si el yacimiento para el cual se quiere aplicar la (E.B.M.) no tiene casquete de gas, entonces  $m=0$  y la (E.B.M.) quedará:

$$N = \frac{N_p[B_t + B_g(R_p - R_s)] - [W_e - W_p B_w]}{B_t - B_{ti}}$$

Una simplificación más que se puede obtener será cuando el yacimiento no tiene entrada de agua y la que esta produce es insignificante, haciendo efectivo lo antes mencionado tenemos :

$$N = \frac{N_p[B_t + B_g(R_p - R_s)]}{B_t - B_{ti}}$$

Ahora se explicará brevemente el significado de cada uno de los términos empleados en la ecuación de balance de materia, ya que estos son de sumo interés para la comprensión de las expresiones utilizadas.

$N(B_t - B_{ti})$  = expansión del aceite con su gas disuelto contenido originalmente en el yacimiento.

$N_m \left( \frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right)$  = expansión del gas original en el casquete.

$W_e$  = volumen de entrada de agua al yacimiento.

$N_p(B_o + B_g(R_p - R_s))$  = vol. total de hidrocarburos producidos.

$N_p B_o$  = vol. de aceite producido (c/su gas disuelto).

$N_p B_g R_p$  = gas total producido (libre + disuelto).

$N_p B_g R_s$  = vol. total de gas disuelto en el aceite.

La ecuación anterior (E.B.M.) no considera la expansión de la roca y el agua intersticial (o congénita); pero si por alguna razón se tienen que considerar dichas expansiones, se deben incluir tales efectos y la ecuación quedará como se expresa a continuación:

La expansión de la roca y los fluidos (como el aceite y el agua) se expresa como:

$$E_o = V_o C_o \Delta p \quad (2.21)$$

$$E_w = V_w C_w \Delta p \quad (2.22)$$

$$E_s = V_s C_f \Delta p \quad (2.23)$$

Las expresiones anteriores indican que la expansión de los elementos mencionados es directamente proporcional al abatimiento de presión multiplicado por su respectiva compresibilidad, en donde:

$$V_{pi} = \frac{NB_{oi}}{1-S_{wi}}$$

Considerando que tanto el agua como la roca se expanden en las zonas de aceite como de gas:

$$E_s = E_{s_{to}} + E_{s_{tg}}$$

$$E_w = E_{w_{to}} + E_{w_{tg}}$$

Tomando en cuenta el volumen de agua en las zonas de aceite y gas se tiene:

$$V_{w_{to}} = \left\{ \frac{NB_{oi}}{[1-S_{wi}]_o} \right\} S_{wi} \quad (2.24)$$

$$V_{w_{tg}} = \left\{ \frac{GB_{gi}}{[1-S_{wi}]_g} \right\} S_{wi}_g = \left\{ \frac{mNB_{ti}}{[1-S_{wi}]_g} \right\} S_{wi}_g \quad (2.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.24) y (2.25) en la ecuación (2.22) se tiene:

$$Ew = Ew_{z0} + Ew_{zq} = \left( \left( \frac{NB0i}{1-Sw1} \right)_0 S_{w1} + \left( \frac{mNBti}{1-Sw1} \right)_q S_{w1} \right) C_v \Delta p$$

Haciendo la sustitución similar con respecto a la expansión de la formacon :

$$E_s = E_{s1} + E_{s2q} = \left( \frac{NBti}{1-Sw1} \right)_0 + \left( \frac{mNBti}{1-Sw1} \right)_q C_r \Delta p$$

Sumando las expresiones deducidas anteriormente se obtiene el efecto de las expansiones mencionadas al principio de esta discusión quedando la ecuación de balance contemplando los efectos de dichas expansiones.

### **CAPITULO III**

#### **ECUACION DE L.T. STANLEY.**

### CAPITULO III

#### ECUACION DE L.T. STANLEY.

### III.1. -ECUACION DE VAN EVERDINGEN-HURST.

La entrada de agua ( $W_e$ ) y el gasto de invasión ( $dW_e/dt$ ) al yacimiento se han expresado con buena aproximación como funciones de la presión y el tiempo, de esta manera han surgido especialistas en la materia y han dado a conocer la forma en que dicha invasión se puede cuantificar por ejemplo:

a).-Ec.de Shilthius (reg.permanente)

$$\left. \begin{aligned} W_e &= K \int (P_i - P) dt \\ \frac{dW_e}{dt} &= K (P_i - P) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

En donde "K" es la constante de entrada de agua en las siguientes unidades:  $(b_1)/(1b/pq_2)$  y  $(P_i - P)$  es la caída de presión en la frontera en  $(1b/pq_2)$

b).-Ecuación modificada por Hurst (régimen permanente)

$$\left. \begin{aligned} W_e &= C \int \frac{P_i - P}{\log(a.t)} dt \\ \frac{dW_e}{dt} &= C \frac{P_i - P}{\log(a.t)} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

"C" es la constante de entrada de agua en  $(b_1)/(1b/pq_2)$ ,  $(P_i - P)$  es la caída de presión en la frontera en  $(1b/pq_2)$  y "a" es una constante de conversión de tiempo la cual depende de las unidades de "t".



Investigadores como VAN EVERDINGEN Y HURST realizaron estudios para evaluar el empuje hidráulico en los yacimientos, así como la determinación de la "We" por medio de la ecuación de difusión, que abarca consideraciones como la de yacimiento cilíndrico (circular recto) con radio " $r_w$ ", asociado con un acuífero circular de radio " $r_e$ " y en donde sus propiedades tales como espesor (h), permeabilidad (k), porosidad ( $\phi$ ) y compresibilidad efectiva de la formación (C) son uniformes Fig.III.1.

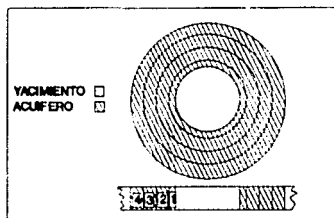


FIG.1.1. ELEMENTOS CILÍNDRICOS DE UN ACUÍFERO QUE RODEAN A UN YACIMIENTO CIRCULAR.

Estrictamente, las soluciones de VAN EVERDINGEN y HURST para la ecuación de difusividad se limita solo a yacimientos circulares rodeados por acuíferos horizontales circulares (finitos o infinitos) con las características antes mencionadas.

Van Everdingen y Hurst establecieron la ecuación que representa la entrada de agua en régimen transitorio como:

$$W_e = B \int_0^t Q(t) dt$$

(3.3)

En donde "B" es la constante de entrada de agua en  $(b_1/1b/p_1^2)$ ,  $\Delta P$  es el decremento de la presión en  $(1b/p_1^2)$  y  $Q(t)$  es el gasto de entrada de agua adimensional, que a su vez, es función del tiempo adimensional  $t_0$ .

El sistema mostrado en la Fig. III.1 puede representarse por la analogía hidráulica explicada con anterioridad en donde los tanques de agua se pueden semejar a una serie de cilindros concéntricos Fig.I.3.

Suponiendo que el volumen de agua que proporciona cada elemento cilíndrico es el equivalente al que cada tanque de la Fig.III.1 puede proporcionar cuando se tiene una caída de presión " $\Delta p$ " propiciado a su vez una dilatación del agua y la roca, siendo las  $\Delta p$  sucesivas hasta que  $P_1$  tiende a cero, se tiene al calcular la dilatación de agua del n-ésimo elemento cilíndrico :

$$V_n = C_e V_w \Delta p = C_e \Pi \left( r_{n-1}^2 - r_n^2 \right) h \phi ( p_1 - p_n ) \quad (3.4)$$

Por lo tanto, el volumen total aportado por cada elemento concéntrico es igual a la suma de los n volúmenes o sea  $\sum V_{ni}$ .

Se observa que con la sumatoria se tendrán una serie de cálculos que pueden llegar a ser largos y por consiguiente tediosos. Aún para el caso del uso de la ecuación de difusión para el ejemplo anterior se llegarían a tener cálculos no muy sencillos, afortunadamente, VAN EVERDINGEN y HURST resolvieron la ecuación de difusión presentándola en forma de tablas para varias relaciones entre el tamaño del acuífero y el tamaño del yacimiento,  $\left( \frac{r}{r_w} \right)$ .

Los datos presentados en estas tablas están en función de  $t_0$  y  $Q_0$ , de tal manera que con un solo conjunto de datos es suficiente para todos los acuíferos en relación a su tamaño y cuyo comportamiento pueda expresarse en la forma radial de la ecuación de difusión, las tablas mencionadas pueden considerarse similares a las tablas logarítmicas que son soluciones de la ecuación :  $dy = \frac{Dx}{x}$  o  $y = \ln x$ .

Hasta aquí se ha hablado de la presentación de resultados de la ecuación de difusión en forma radial por VAN EVERDINGEN y HURST, no incluyendo el desarrollo matemático de la Transformada de La Place de dicha ecuación por no ser este el propósito perseguido en el presente trabajo.

A continuación se darán unos ejemplos que muestran la utilización de las tablas y como calcular la "We" por medio de la ecuación establecida por los autores antes mencionados

Considérese un acuífero circular concéntrico alrededor de un yacimiento de la misma forma cuya presión inicial es  $P_1$ , si la presión disminuye instantáneamente y se mantiene constante en  $P=P_1$  al tiempo  $t=t_0$ , la variación de la presión se extenderá hacia el acuífero como se ilustra en la Fig.III.1, a un gasto que depende de la constante de difusividad :  $\eta = \frac{k}{\phi \mu C}$ .

Después de un periodo de tiempo suficientemente largo, la presión a través del acuífero será  $P_1$  y la entrada de agua puede calcularse con la ecuación (3.4) como se indica en el siguiente ejemplo:

a).- Calcúlese el volumen de agua que un acuífero con radio ( $r_0$ ) de 30,000 (pies) puede suministrar a un yacimiento de radio ( $r_w$ ) de 3,000 (pies), debido a las compresibilidades del agua y la roca, si la  $\Delta P$  a través del acuífero es de 1000 (lb/pq<sup>2</sup>), suponer:

$$\phi = 0.20, h = 40 \text{ (pies)}, C_w = 3 \times 10^{-6} \text{ (lb/pq}^2\text{)}$$

$$S_w = 0.25, C_r = 5 \times 10^{-6} \text{ (lb/pq}^2\text{)}^{-1}.$$

Si  $C_e = C_w + C_r = (3.5) \times 10^{-6} \text{ (lb/pq}^2\text{)}^{-1}$ , entonces sustituyendo en la ecuación (3.4) se tiene:

$$V_n = 8 \times 10^6 \times 3.1416 \times (30,000^2 - 3000^2) \times 40 \times 0.20 \times 1000$$

$$V = 179.1 \times 10^6 \text{ (pie}^3\text{)}.$$

b).-Comprobar la entrada de agua disponible con el volumen inicial para hidrocarburos en el yacimiento.

$$V_{hcs} = \pi r^2 h (1 - S_w)$$

$$V_{hcs} = 169.6 \times 10^6 \text{ (pie}^3\text{)}$$

Con lo anterior se puede observar que el acuífero puede proporcionar un mayor volumen de agua que el existente de hidrocarburos e intuir que a una disminución uniforme de presión (1000 lb/pq<sup>2</sup>) se puede tener un buen barrido del volumen de hcs. Esto no indica el gasto de entrada de agua al que ocurre la invasión, siendo este último un dato muy importante.

Si no se conoce el gasto de entrada de agua en el yacimiento y se tienen altos ritmos de producción de aceite provocando altas caídas de presión, se puede provocar la invasión de agua en una etapa temprana de producción, haciendo que el pozo o los pozos en una determinada zona se abandonen por alto grado de producción de agua.

Otro aspecto es que al conocer el gasto de invasión se puede planear una mejor explotación del campo, evitando con esto el fenómeno de la conificación.

Las variaciones de presión en el límite del yacimiento con el acuífero (contacto  $\nu/0$ ), pueden aproximarse en la práctica por una serie de decrementos ó incrementos de presión y el efecto neto sobre la invasión de agua puede calcularse por medio de la solución de la ecuación de difusión desarrollada por Van Everdingen y Hurst.

Antes de resolver un ejemplo, se debe aclarar como se ha hecho anteriormente, que de las tablas 3.1, 3.2 y de las Figs III.1.1 y III.1.2 se obtienen los valores de invasión de agua adimensional que entra al yacimiento cuando ocurre una  $\Delta P$  unitaria a un tiempo adimensional  $t_D$ , que se relaciona al tiempo real con la siguiente expresión:

$$t_D = 6.323 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{k t}{\phi \mu C_e r^2} \right) \quad (3.5)$$

En donde:  $k$  (md),  $t$  (días),  $\phi$  (fracción),  $\mu$  (cp),  $C_e$  ((lb/pgal)-1),  $r_w$  (pie).

El tiempo adimensional se emplea con el fin de evitar cálculos diferentes para cada acuífero, por la misma razón la invasión de agua ( $Q(t) - Q_0$ ) se da en términos de volúmenes adimensionales, la conversión a volumen real en barriles se hace empleando la siguiente constante:

$$B = 1.119 \cdot C_p \cdot r_w^2 \cdot h \cdot (\alpha / 360^\circ)$$

En donde B es la constante de entrada de agua en ( $b_1 \cdot b_2 / 10^6 \cdot \rho \cdot g$ ); y " $\alpha$ " es el ángulo formado por la circunferencia del yacimiento, por ejemplo, para un yacimiento que asemeje un círculo completo  $\alpha = 360^\circ$  y para un yacimiento semicircular contra una falla  $\alpha = 180^\circ$ .

El empleo de la ecuación de Van Everdingen - Hurst se puede ilustrar con el siguiente ejemplo además muestra el uso de las tablas 3.1 y 3.2 en periodos sucesivos de tiempo para el caso de presión constante en el límite del yacimiento.

Los valores de tablas para acuíferos de extensión infinita, pueden usarse cuando las magnitudes del tiempo adimensional son pequeñas aunque el acuífero sea de extensión limitada, en el caso de acuíferos 99 veces más grandes que el yacimiento (ó  $r_e/r_w = 10$ ) el efecto de los límites del acuífero es insignificante, es decir para valores de  $t_D$  menores a 15 y transcurre algún tiempo antes de que los límites del acuífero afecten la entrada de agua en forma considerable.

**Ejemplo:**

Calcúlese la entrada de agua a un yacimiento después de: 100 [días], 200 [días], 400 [días] y 800 [días] si su presión en la frontera interna (contacto  $\frac{v}{o}$ ) se reduce instantáneamente y se mantiene a 2724 ( $b_1 \cdot b_2$ ) ( $P_1 = 2734$   $b_1 \cdot b_2$ ).

Se cuenta con la siguiente información del yacimiento:

$$k = 83 \text{ (md)}, \phi = 0.20 \text{ (fracción)}, \mu = 0.62 \text{ (cp)}, h = 40 \text{ (pie)}$$

$$C_e = 8 \times 10^{-6} \text{ (lb/psg}^2\text{)}, r_w = 3000 \text{ (pie)}, r_e = 30000 \text{ (pie)}, \sigma = 360^\circ$$

Solución:

Calculando para cada tiempo adimensional su relación con el tiempo real se tiene según (3.5)

$$t_D = \frac{6.323 \times 10^{-3} \times 83}{0.20 \times 0.62 \times 8 \times 10^{-6} \times 3000^2} \times t$$

$$t_D = 0.0588 \times t$$

$$B = 1.119 \phi C_e r_w^2 h (\alpha/360^\circ) = 644.5$$

para  $t = 100$  días:

$$t_D = 5.88, \left(\frac{r}{r_w}\right) = 10$$

Con la curva correspondiente a la relación anterior Fig.III.1.1 se obtiene:  $Q_D = Q(t) = 5.07$

El mismo valor puede encontrarse por interpolación en la tabla (3.1) ya que para  $t_D < 15$ , el acuífero se comporta como si fuera infinito.

Si  $\Delta P_i = P_1 - P_2 = 2734 - 2724 = 10 \text{ (lb/psg)}$ , entonces  $W_e$  al término de los 100 días es:

$$W_e = B \Delta P Q_D$$

$$W_e = 644.5 \times 10 \times 5.07$$

$$W_e = 32,680 \text{ (bbl)}$$

Similarmente para :

t=	200(días)	400(días)	800(días)
t <sub>0</sub> =	11.76	23.52	47.04
Q <sub>0</sub> =	8.43	13.90	22.75
W <sub>e</sub> =	54,330	89,590	146,600

Debe observarse que, al contrario de un sistema en régimen permanente los valores de  $W_e$  calculados en el ejemplo anterior no doblan el valor de  $W_e$  cuando se duplica el periodo de tiempo.

El siguiente ejemplo muestra el cálculo de  $W_e$  cuando ocurre una caída de presión 100 días después de suceder la primera en el ejemplo anterior, visualizándose la aplicación del Principio de Superposición al calcular los efectos mencionados.

Supóngase que al final de los 100 días, la presión en el límite del yacimiento cae instantaneamente a  $P_2=2704$  ( $(1b/P_1^2)$ ); es decir  $\Delta P_2=P_1-P_2=20(1b/P_1^2)$ , entonces determinar la  $W_e$  al final de  $t=400$  días.

Solución:

La  $W_e$  calculada en el ejemplo anterior correspondiente a la  $\Delta P_1$  al final de los 400(días) fue igual a 89,590 ( $b_1$ ), y será la misma aunque a los 100 días ocurre una segunda  $\Delta P$  que actúa hasta los 400 días, es decir, que esta  $\Delta P$  actúa por 300 días, correspondiente a un tiempo adimensional de  $t_0=17.6$ ; de la Fig. III.1.2 ó tabla (3.2) para la relación  $(r_e/r_w)=10$  y el  $t_0$  calculado se obtiene  $Q_0=Q(t)=11.14$ , por lo tanto la  $W_e$  es:



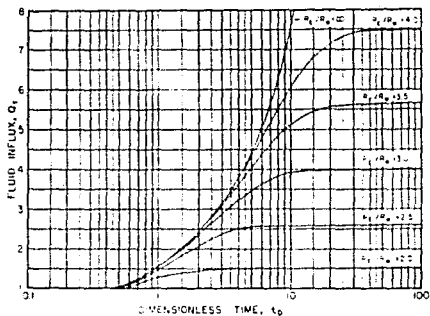


Fig.III.1.1. Valores de  $Q_D$  vs  $t_D$  para acuíferos limitados dados por la relación de radios  $r_e/r_w$ .

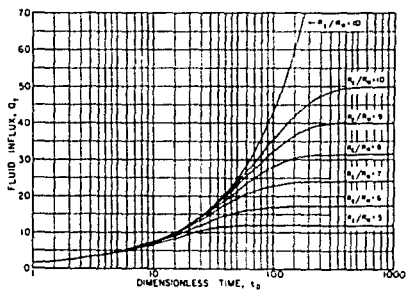


Fig.III.1.2. Valores de  $Q_D$  vs  $t_D$  para acuíferos limitados dados por la relación de radios  $r_e/r_w$ .

$$W_{e2} = B \Delta P_2 Q_{02} = 644.5 * 20 * 11.14 = 143,600 \text{ (bbl)}$$

$$W_{e2} = \Delta W_{e1} + \Delta W_{e2} = B \Delta P_1 Q_{01} + B \Delta P_2 Q_{02} = B \Delta P Q_0$$

$$W_e = 644.5 * (10 * 13.9 + 20 * 11.14)$$

$$W_e = 89,590 + 143,600 = 233,190 \text{ (bbl)}$$

### III.2.-PRINCIPIO DE SUPERPOSICION.

Para dar solución a la ecuación (3.3) se puede disponer de una herramienta muy útil como lo es el principio de Superposición.

Con esta relación fundamental disponible, se puede demostrar la interpretación para los casos en que se tiene P=cte. ó Q=cte. en la frontera del yacimiento.

La linealidad de la ecuación de difusión permite ser tratada por el principio de superposición, el cual manipula de una manera especial a los casos en que se tiene P=cte. ó Q=cte. en la frontera del yacimiento que en cierta manera reproduce la historia de presión-producción en los límites del mismo (r=1).

El significado físico a la aplicación del principio de superposición se puede observar en las siguientes figuras.

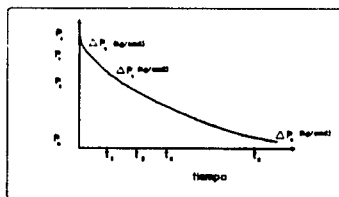


Fig.11.2. DECLINACION DE LA PRESION EN LA VICINIDAD DEL POZO.

La Fig.III.2 muestra la declinación de la presión en el yacimiento (o pared del pozo) que ha tenido flujo de fluidos y para el cual se desea calcular su  $N_p$  correspondiente. Además se observa que las caídas de presión se presentan en forma constante y alternada para el periodo de tiempo considerado.

Así, la producción acumulativa de fluido al tiempo "t" debido a la caída de presión  $\Delta P_0$  actuando desde  $t=t_0$  se obtiene con la siguiente expresión:

$$Q(t) = 2\pi \phi r_w^2 C_e \Delta P_0 Q(t_0)$$

Si se considera ahora la  $\Delta P$  en el tiempo  $t_1$  y se trata por separado, es decir, que su efecto es independiente del causado por la  $\Delta P_0$  para  $t > t_0$ , y tomando solamente en cuenta su tiempo de duración, entonces el volumen de fluidos producidos por la  $\Delta P_1$  es igual a :

$$Q(t) = 2\pi \phi r_w^2 C_e \Delta P_1 Q(t-t_1)$$

Mediante el principio de superposición, los efectos mencionados por los cambios de presión pueden ser interpretados junto con la entrada de agua a un tiempo "t" Fig III.3 con la ecuación:

$$Q(t) = 2\pi C_e \phi r_w^2 \sum_{i=1}^n \Delta P_i Q(t-t_i) \quad \forall t > t_n \quad (3.7)$$

La reproducción de la Fig.III.2 puede llevarse a cabo tomando las presiones del plano infinitamente pequeñas representando éstas la suma de la ecuación (3.7) por medio de la siguiente integral:

$$Q(t) = 2\pi C_o \phi r_w^2 \int_0^t \frac{\partial(\Delta P)}{\partial t'} Q(t-t') dt' \quad (3.8)$$

Considerando ahora gastos variables de producción, tal como se muestra en la Fig. III.3 y reproduciendolos como una serie de gastos uniformes en el plano :

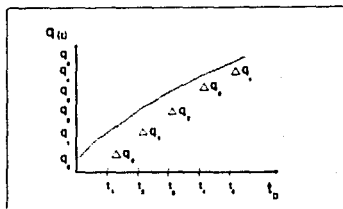


Fig. III.3. GASTOS VARIABLES DE PRODUCCION CONTRA TIEMPO ADIMENSIONAL.

Entonces se tiene la ecuación:

$$P(t) = \Delta P \frac{q(t)H}{k} \quad (3.9)$$

Donde  $q(t)$  es el gasto de entrada de agua por unidad de área de sección transversal y  $P(t)$  es la caída de presión acumulada en la cara de la formación por unidad de gasto de producción, así, la caída de presión en el tiempo "t", para un gasto " $q_0$ " es  $\Delta P_0 = q_0 P(t)$ , al tiempo  $t_1$  un incremento comparable para gasto constante, esta expresada como  $(q_1 - q_0)$ , a los efectos de este incremento de gasto le sigue un decremento correspondiente en la presión que se expresa como  $\Delta P_1 = (q_1 - q_0) P(t - t_1)$ , así, superponiendo los efectos que causan los

incrementos en el gasto para cada periodo de tiempo se tiene que la caída de presión, que suma todos los efectos provocados por los  $\Delta q$  es:

$$\Delta P = q_0 P(t) + \sum_{i=1}^n (q(t_i) - q(t_{i-1})) P(t-t_i); \quad \forall i > 1, \quad q(t_0) = q_0 \quad (3.10)$$

Si los incrementos de gasto son infinitesimales, o la ecuación anterior se aplica a la curva de  $\Delta P$  vs.  $t$  se tiene:

$$\Delta P = q_0 P(t) + \int_0^t \frac{dq(t')}{dt'} P(t-t') dt \quad (3.11)$$

Las ecuaciones desarrolladas para gasto y presión en la frontera son utilizadas por lo regular en la construcción de las historias de producción llevadas a cabo cuando se efectúan análisis en los yacimientos. Si se desea una mayor exactitud en los cálculos, se deberá utilizar las ecuaciones (3.10) y (3.11).

Se estima que las variaciones de la presión en el yacimiento pueden representarse por una serie de incrementos o decrementos repentinos o escalonados transmitiéndose al acuífero como se ilustra en la Fig.III.4.

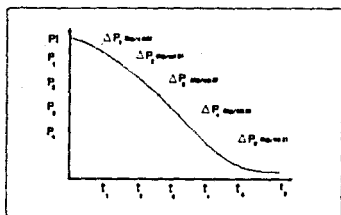


Fig.III.5. DIAGRAMA QUE ILUSTRAS EL USO DE DECREMENTOS DE PRESIÓN PARA APROXIMAR LA CURVA P-t.

Sea el siguiente ejemplo:

Si a un yacimiento cuya presión inicial es  $P_1$  se le abate repentinamente la presión a un valor  $P_1'$ , esta perturbación se transmitirá al acuífero a un ritmo que dependerá de las propiedades de difusión del mismo.

Si al tiempo  $t_1$  se produce una segunda caída de presión igual a la primera, el acuífero responderá a esta como si la primera  $\Delta p$  no hubiera existido y la segunda caída de presión como si la primera no hubiera ocurrido.

Podemos decir entonces que el efecto total que sufre el acuífero al sentir las perturbaciones provocadas por las caídas de presión ocurridas es igual a la suma de dichas perturbaciones como se ilustra en la Fig.III.5.

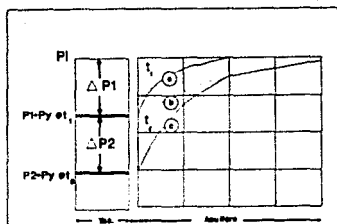


Fig.18. DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN UN ACUÍFERO DEBIDO A DOS CAÍDAS DE PRESIÓN DE IGUAL MAGNITUD A TIEMPOS IGUALES.

En este caso  $\Delta P_1 = \Delta P_2$  y  $t_2 > t_1$ , las curvas "a" y "b" representan la distribución de presiones en el acuífero como respuesta a la primera y segunda caída de presión cuando han transcurrido los tiempos  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente siendo los efectos de éstas perturbaciones absorbidas en forma independiente.

La curva "c" representa la distribución de presión en el acuífero en respuesta a ambas señales cuando ha transcurrido el tiempo " $t_2$ " y es el resultado de la superposición o suma de las curvas "b" y "a".

### III.3.-L.T.STANLEY

Stanley observó que mediante una relación exponencial involucrando  $Q_0$  y  $t_0$  podía obtenerse una similitud de las curvas que obtuviera Van Everdingen-Hurst en su trabajo desarrollado para calcular la  $W_e$  en yacimientos cilindricos con flujo lineal y radial, así, Stanley estableció las siguientes expresiones:

$Q_0 \cdot t_0^{0.5}$	flujo lineal
$Q_0 \cdot t_0^{0.8}$	flujo radial

Recordando la ecuación de Van Everdingen-Hurst y sustituyendo las expresiones de Stanley en la expresión mencionada se tiene:

$$W_e \cdot C \int \Delta p \cdot t_0^\alpha \quad (3.12)$$

En la expresión anterior el exponente "a" varía en el rango mostrado  $0.5 \leq \alpha \leq 0.8$ , siendo usados los valores extremos con mayor frecuencia por ser los que satisfacen en la mayoría de las ocasiones los resultados obtenidos para cualquier tipo de flujo en cuestión.

La ecuación (3.12) permite tomar incrementos unitarios de tiempo en forma arbitraria.

Existen ocasiones en que, como se vió anteriormente, se presentan acuíferos limitados, en este caso, el valor de  $t_0^\alpha$  permanecerá constante a partir de cierto periodo de explotación, en similitud con el caso de Van Everdingen-Hurst en el que estos autores mantienen constante el gasto adimensional  $Q_0$  a partir de determinado  $t_0$ .

Stanley también hace uso del principio de superposición para calcular la  $W_e$ , el siguiente ejemplo muestra la manera en que se aplica el método simplificado del autor en cuestión y la ventaja de prescindir la consulta de las tablas de Van Everdingen-Hurst.



Sea la siguiente tabla de datos:

t	P(kg/cm)	$\Delta P$	$t_d$	$\sum \Delta P(t)_d^a$
0	323.0	-	-	-
1	320.0	1.5	1.0000	1.5
2	310.0	6.5	1.7411	9.11165
3	300.0	10.0	2.4082	24.92945

Se ilustra la secuencia que se toma a partir de el tercer periodo, es decir, cuando  $t=3$  procedemos como sigue:

$$\sum \Delta P t^a = \Delta P_1 t_1^{0.8} + \Delta P_2 t_2^{0.8} + \Delta P_3 t_3^{0.8}$$

Sustituyendo los valores en la ecuación anterior se tiene:

$$\sum \Delta P(t^{0.8}) = 1.5 * 2.4082 + 6.5 * 1.7411 + 10.0 * 1.0 = 24.92945$$

Esto explica lo mencionado en el principio de superposición, la primera perturbación en la presión actúa durante los tres periodos de tiempo, la segunda sobre los dos últimos periodos y la tercera perturbación en la presión solo en el tercer periodo.

Así, para poder calcular la entrada de agua en un yacimiento se debe aplicar el principio de superposición al utilizar el método de Stanley que considera una serie de ajustes para en primer lugar, calcular la constante de entrada de agua y proceder posteriormente al cálculo de la  $W_e$ .

#### III.4.-AJUSTE DE CURVAS PARA LA CONSTANTE DE ENTRADA DE AGUA.

La entrada acumulativa de agua a través de los límites del yacimiento expresada como fracción del volumen poroso puede representarse por la ecuación:

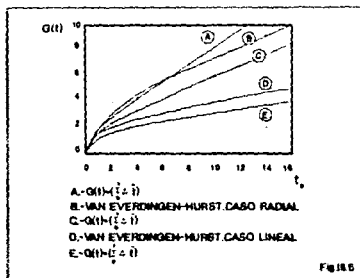
$$\int_0^t q_{e,at} = 2\pi\phi C_e r_w^2 \Delta p G(t) \quad (3.13)$$

en donde:

$$G(t) = \int_0^t F(t) dt \quad \begin{cases} F(t) = \text{gasto en función de } t_d \\ G(t) = \text{volumen de agua en función de } t_d \end{cases}$$

Una gráfica de  $F(t)$  vs  $t$  muestra la declinación en el gasto de invasión de agua como función del tiempo adimensional  $(t/t_D)$  para un valor fijo de  $\Delta p$ , siendo la  $\Delta p$  consecuencia de la recesión en el radio de drenaje mientras se "mueve" hacia el exterior de los límites del yacimiento.

Así mismo, una gráfica de  $G(t_D)$  vs  $t_D$  muestra la entrada de agua acumulativa con el tiempo para una  $\Delta p$  constante Fig.III.6.



Quando la entrada de agua disminuye,  $G(t)$  se sigue incrementando a un gasto decreciente hasta que finalmente la entrada de agua se aproxima a un comportamiento de incremento lineal con el tiempo

independientemente de las propiedades del sistema acuifero-yacimiento, ademas, la forma de la gráfica de  $G(t)$  vs  $t$  da la predicción anticipada para cualquier cálculo requerido, así, esta es una curva, cuya pendiente disminuye monótonamente, es decir, la curva se desarrolla en la dirección hacia donde aumenta  $t$  y su pendiente disminuye o permanece constante pero nunca crece, el valor mas grande que la pendiente puede tomar es cuando  $t=0$  ver Fig III.6.

Lo anterior se puede generalizar de la siguiente manera:

$$G(t) = \sum_0^t (\Delta t_D^n), \text{ en donde:}$$

$\Delta t_D$  = incremento unitario de tiempo adimensional.

$n$  = exponente entre el rango de valores 0 y 1.

Hutchinson y Sikora utilizaron la curva característica de la función flujo ( $G(t)$ ) para desarrollar un análisis del empuje hidráulico basándose en historias del índice de productividad y datos de presión, ajustándose por medio de la técnica de prueba y error.

El procedimiento que los autores mencionados utilizaron es semejante al que desarrolló Stanley en el ajuste de curvas para el cálculo de la  $W_e$ , solo que la diferencia entre ellos y Stanley es que los primeros requieren el conocimiento de "N".

Las curvas de Van Everdingen y Hurst son gráficas de la función  $\int_0^t \frac{\partial p}{\partial r} dt$  vs  $t_D$ , derivada de la aplicación de la transformada de Laplace a la ecuación de difusión.

La función de flujo, para casos lineal y radial es aproximada por medio de  $G(t) \approx t^{0.5}$  y  $G(t) \approx t^{0.8}$  respectivamente, es decir, la función de flujo de mas yacimientos puede ser esperada entre los límites de  $t^{0.5} < G(t) < t^{0.8}$ , donde  $t_D = C \cdot t$  en la cual "C" es la constante de entrada de agua para un yacimiento en particular.

Ótése también de la Fig.III.6 que la pendiente  $\frac{d G(t_D)}{d t_D}$  es aproximadamente la misma que la de las curvas de Van Everdingen-Hurst para los casos de flujo lineal y radial para valores de  $t_D^{0.5}$  y  $t_D^{0.8}$  respectivamente para todo valor de  $t_D > 2$ .

Esta similaridad implica que la historia transitoria de la mayoría de los yacimientos pueda ser descrita por una simple función del tiempo adimensional seleccionando unidades arbitrarias para un incremento

$\Delta t_D$ , permitiendo ademas obtener empíricamente un valor de "C" propio de cada yacimiento.

En base a lo expresado, la entrada de agua será:

$$W_e = C \sum_0^t \Delta p(t)_{t-t'}^n \quad (3.14)$$

En donde:  $0.5 \leq n \leq 0.8$

### III.5.-EXPRESIONES PARA CALCULAR LA $W_e$ EN VARIOS TIPOS DE YACIMIENTOS

Cuando la expresión de la entrada de agua en flujo inestable se iguala con la E.B.M con entrada de agua, se obtiene una expresión para varios tipos de yacimientos con el arreglo de sus términos como se muestra a continuación:

Para yacimientos de aceite bajosaturado.

$$\frac{N_p B_o + W_p}{B_o - B_{o1}} = C \left[ \frac{\sum_0^t \Delta p(t) \bar{t}^n}{B_o - B_{o1}} \right] + N \quad (3.15)$$

Para yacimientos de aceite saturados sin casquete de gas:

$$\frac{N_p B_t + N_p (R_p - R_{s1}) B_g + W_p}{B_t - B_{t1}} = C \left[ \frac{\sum_0^t \Delta p(t) \bar{t}^n}{B_t - B_{t1}} \right] + N \quad (3.16)$$

Para yacimientos de aceite saturados con casquete de gas :

$$\frac{N_p B_t + N_p (R_p - R_{s1}) B_g + W_p}{B_t - B_{t1} + a B_{t1} \left( \frac{B_g}{B_{g1}} - 1 \right)} = C \left[ \frac{\sum_0^t \Delta p(t) \bar{t}^n}{B_t - B_{t1} + \left( \frac{B_g}{B_{g1}} - 1 \right)} \right] \quad (3.17)$$

Para yacimientos de gas:

$$\frac{G_p B_g + W_p}{\frac{B_g}{B_{g1}} - 1} = C \left[ \frac{\sum_0^t \Delta p(t) \bar{t}^n}{\frac{B_g}{B_{g1}} - 1} \right] + G B_{g1} \quad (3.18)$$

Se observa que cada una de las ecuaciones anteriores es lineal de primer orden con las constantes "C", "G" ó "N" por determinar, siendo también claro que los términos variables en cada ecuación se obtienen por medio de la historia de Presión-Producción del campo en cuestión.

Dicho lo anterior para cualquier yacimiento, si se conoce el exponente al que está elevado  $t_p$  los valores de "C y N (ó G)" que satisfagan de una mejor manera el cumplimiento de la ec (3.14) serán los valores mas "probables" a los reales.

Para obtener una mayor precisión de los resultados en el cálculo de las constantes antes mencionadas, basta emplear un simple procedimiento estadístico que proporciona buenos resultados y es lo suficientemente aceptable para la precisión que se requiere en los cálculos de las constantes buscadas.

### III.6.-PROCEDIMIENTO DE CALCULO.

El procedimiento de cálculo consiste en fijar un valor del exponente "n" y seleccionar los valores de "N" ó "G" que produzcan la menor variación en el cálculo de la "C", esto es, la combinación que da la menor desviación de "C" sera considerada la  $\bar{C}$  representativa de los valores mas probables de "C" para los valores de "N" ó "G" en usados.

El exponente "n" puede estar entre los límites de 0.5 y 0.8, pero en la práctica se ha encontrado que cuando se toma alguno de los valores extremos se tiene la aproximación necesaria en la estimación de la reserva, de tal modo que es suficiente probar con valores de ( $t^{0.5}$ ) ó ( $t^{0.8}$ ) seleccionando aquel que se ajuste mejor a los datos dados.

Notese que de la ecuación (3.14) hasta la (3.17) se tienen formas simplificadas de la ecuación de balance de materia, en donde no se contemplan ni la expansión de la roca ni la del agua ó el decremento con el tiempo en el volumen del yacimiento por la entrada de agua.

El método de cálculo no necesita ser restringido a formas simplificadas ya que las ecuaciones pueden expresarse en forma lineal según sea requerido.

### III.7.-DETERMINACION DE C Y N ó G.

1.-Dividir la historia de presión-producción del yacimiento en un número conveniente de incrementos iguales de tiempo asignando a cada incremento de tiempo un valor unitario, es decir  $t_1=1, t_2=2, \dots$  etc.

2.-Calcular la  $\Delta p$  promedio para cada  $\Delta t$ .

$$\sum_{i=1}^{n_1 \Delta t} (\Delta p)_i (\bar{t})_{n_1 \Delta t - i}^{0.8}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n_1 \Delta t} (\Delta p)_i (\bar{t})_{n_1 \Delta t - i}^{0.5}$$

3.-Seleccionar varios valores de  $N$  (ó  $G$ ) que serán valores anticipados del valor verdadero y calcular  $\bar{C}$  para cada uno de los valores de  $N$  (ó  $G$ ) tomados para la historia de producción usando cualquier ecuación de la (3.14) a la (3.17) según sea el caso.

A menudo se verá que los valores obtenidos de  $\bar{C}$  para los primeros periodos de producción no serán muy razonables según el resto de los datos, esto se puede deber a que las funciones de entrada de agua no están bien caracterizadas por las ecuaciones seleccionadas para el comportamiento del acuífero durante los primeros periodos de explotación ó porque la historia de producción inicial no representa las condiciones de frontera del acuífero ó ser tambien una combinación de los casos anteriores, para tales situaciones, se ha encontrado ventajoso omitir los primeros datos del análisis de la historia de producción basándose en los datos restantes.

4.-Hacer una gráfica de  $C$  vs  $t$  para cada  $N$  ó  $G$  tomándola como referencia para los casos de n.o.s y n.o.s.

5.-Inspeccionar las gráficas para observar evidencias de convergencia.

Si los valores supuestos de  $N$  ó  $G$  mantuvieron el valor real, ocurrirá un cambio en la concavidad en algún lugar entre los valores mas bajos y mas altos de  $N$  ó  $G$  seleccionados, los valores de  $n$  que produzcan la menor varianza de " $C$ " con el tiempo, será el valor apropiado de  $n$ .

Para aproximaciones estimadas, puede no ser necesario seguir con los pasos subsecuentes, en estimaciones mas precisas o en casos donde haya dispersión de los datos, se recomienda seguir con los pasos siguientes.

6.-Calcular la desviación estandar de " $C_n$ " para cada caso seleccionado y graficar la desviación estandar contra los valores de  $N$  ó  $G$  tomados, el valor de éstos que produzca la mínima desviación es el valor buscado.

La desviación estandar se calcula con la ecuación siguiente:

$$\sigma = \left[ \frac{\sum (C_n - C_1)}{n_1 - 1} \right] \quad (3.18)$$

La discusión anterior esta basada en la suposición de que el acuífero es ilimitado (infinito), sin embargo, si este es limitado y los efectos de frontera han sido sentidos por el mismo durante la historia de presión en estudio, se puede observar la gráfica de " $C$  vs  $t_p$ ".



Cuando los efectos de frontera se hacen efectivos en el yacimiento "C" comienza a disminuir a gasto constante no importando el valor de N ó G seleccionado.

Si algún valor de  $\bar{C}$  y N (ó G) han sido establecidos, se pueden hacer predicciones en la forma usual, aplicando a la ecuación de balance de materia en régimen transitorio.

En el caso de acuífero limitado la constante de entrada de agua será  $\bar{C} - \Delta C$ ; en donde  $\Delta C$  es una función del tiempo, establecida de la gráfica de  $C$  vs  $\bar{C}_D$ .

El método simplificado ha sido aplicado a 4 yacimientos de gas y un yacimiento de aceite, se muestra una comparación de resultados para los yacimientos aplicando los métodos mostrando los resultados en la tabla III.3.

TABLA III.3

TIPO DE YACIMIENTO	METODO DE CALCULO		
	ISOPOROSIDAD	VAN E-HURST	SIMPLIFICADO
GAS	150	NO DISPONIBLE	50
GAS	16	NO DISPONIBLE	17
GAS	67	689	620
GAS/ACEITE	2928/452	2553/398	2761/427

### III.8.-EJEMPLO DE CALCULO.

La tabla (III.4) muestra una parte de la historia de presión-producción de un yacimiento de gas que durante su etapa de producción ha permanecido con una presión arriba del punto de rocío sin que se haya producido agua.

TABLA III.4

Tiempo total de prod. (anos)	Presion prom. (psia)	$8q \left( \frac{b_1}{p_{1e3}} - \frac{c_1}{c_2} \right)$	$Gp_{1KNp_{1e3} @ c_2}$	C
0.0	3745	0.000826	-----	-----
0.5	3731	0.000827	2680	0.1956
1.0	3708	0.000834	7254	-0.2380
1.5	3688	0.000837	12342	-0.1321
2.0	3670	0.000840	17497	0.0232
2.5	3645	0.000844	23162	0.0229
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
8.0	3175	0.000947	172591	0.0252

Así mismo se muestran los valores calculados de  $\bar{C}$  para valores supuestos de  $GB_2 = 700 \times 10^6$  (bbl) y  $n = 0.8$ .

La Fig. III.7 muestra una gráfica de  $\bar{C}$  vs  $t_D$  para varios valores de  $GB_2$  desde  $400 \times 10^6$  (bbl) a  $1000 \times 10^6$  (bbl) a  $n = 0.8$ .

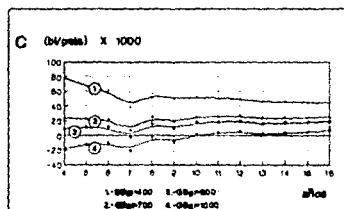


Fig. 7. VALORES DE "C" CALCULADOS COMO FUNCION DEL TIEMPO PARA  $n=0.8$  EN UN YACIMIENTO DE GAS.

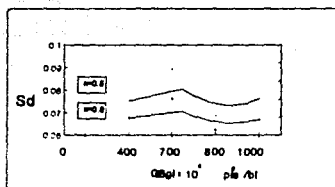


Fig. 8. GRAFICA PARA PODER DETERMINAR EL VALOR MAS PROBABLE DEL VOLUMEN ORIGINAL DE GAS

De la misma figura se observa que los valores de  $GB_{q1}$  óptimos caen en el rango de  $600 \times 10^6$  (b/s) y  $700 \times 10^6$  (b/s) # c.y.

La Fig.III.8 muestra la gráfica de  $\sigma$  vs  $GB_{q1}$  para volores de  $n = 0.5$  y  $n = 0.8$ , tambien se indica el valor óptimo del volumen original de gas, que es aproximadamente igual a  $670 \times 10^6$  (b/s) # c.y.





## CAPITULO IV

### APLICACION DEL METODO

#### IV.1.-PERIODOS CONTANTES Y VARIABLES.

La ecuación de Stanley es una simplificación al método desarrollado por Van Everdingen y colaboradores, en el que se requiere conocer tanto las propiedades de difusión del medio poroso así como la clasificación del acuífero asociado al yacimiento, es decir si éste es finito ó ilimitado.

Ahora se propone el uso de periodos variables aplicando la ecuación de Stanley, con la cual se optimiza tiempo en el proceso de datos

Uno de los principales objetivos al tratar de introducir nuevas formas de optimización en el procesamiento de datos es, lograr una convergencia a la solución de manera rápida y estable en problemas que utilizan algún tipo ó proceso de simulación.

Se conoce que en la simulación de fenómenos de flujo a nivel de pozo se generan altos gradientes de presión y saturación en las vecindades del pozo, donde reside en gran parte la inestabilidad que se genera en la solución del problema a resolver.

Para solucionar los problemas antes mencionados se involucran sistemas de ecuaciones no lineales, en donde normalmente se ocupan técnicas iterativas que pueden tardar demasiado tiempo para llegar a la solución, siendo esto en algunos casos, prohibitivo en partes que utilizan sistemas de cómputo de tiempo compartido

Según lo anterior, el uso de pasos de tiempo pequeños hace que la solución del sistema de ecuaciones formado por el problema analizado sea mas estable, solo que se ocupa una gran cantidad de tiempo en la solución del sistema de ecuaciones formado por el problema en cuestión, regresando a la limitante anteriormente tratada.

Para reducir el tiempo utilizado en computadora en esta clase de problemas, se hace necesario la utilización de periodos variables.

Para el caso que concierne al presente trabajo, se hara enfoque a la entrada de agua en el yacimiento, es decir, tratar de aplicar periodos variables a yacimientos que presenten empuje hidráulico.

El método que normalmente se utiliza para la determinación de la entrada de agua a un yacimiento con empuje hidráulico es el de L.T.Stanley el cual puede representar una amplia variedad en cuanto a diferentes regimenes de flujo.

No obstante el utilizar el metodo de L.T.Stanley para resolver el problema en la determinación de " $W_e$ " en un yacimiento lleva implícito el utilizar periodos constantes, razón por la cual resulta no muy práctica su aplicación para problemas como el descrito con anterioridad.

En este trabajo se pretende utilizar el metodo de L.T.Stanley, haciendo una modificación en el tiempo adimensional, que permite trabajar el caso de periodos variables.



#### IV.2.-ECUACION DE L.T STANLEY EN PERIODOS CONSTANTES.

Se comenzara por mostrar el comportamiento que se tiene en un yacimiento hipotético, para el cual se suponen incrementos de tiempo iguales a 60 días, ( $\Delta t=60$ ), tambien para este incremento de tiempo se refiere a una constante de entrada de agua igual a  $120 \text{ (lb/seg/cm}^2\text{)}$ .

La constante " C " fue calculada con el procedimiento tratado en el capítulo anterior ó bien se puede emplear cualquier otro método para la obtención de ésta.

Habiendo calculado la constante de entrada de agua, se procede a dividir la historia de producción en un numero convenido de periodos (ésto depende de cada analista), para el caso que se trata en este trabajo, la historia de producción del yacimiento hipotético en cuestión fue dividida en 52 periodos con incremento constantes de tiempo para cada división, procediendose al cálculo de los tiempos adimensionales ( $t_D$ ) en flujo radial, por lo que se toma un valor de exponente  $\alpha=0.8$ , tabla IV.1. Al graficar los resultados obtenidos de la tabala IV.1 se procede a construir la curva que representa el comportamiento de la " $W_e$ " para el yacimiento sometido a analisis.

Para el mismo yacimiento se procedio ahora a dividir la historia de producción en 102 periodos reduciendo el  $\Delta t$  a 30 (días) en comparación con el  $\Delta t$  de 60 (días) que se manejó en el caso anterior.

Al aplicar la ecuación de Stanley para el nuevo conjunto de datos se obtuvieron los correspondientes resultados de " $W_e$ " graficándose ésta contra el tiempo real  $t$ , dando una curva que difiere por mucho con la obtenida para  $\Delta t$  de 60 días tabla IV.1.

Se puede observar como al cambiar la magnitud del  $\Delta t$  para el mismo yacimiento se provocan diferencias en los valores obtenidos de  $W_e$ .

Cabe aclarar que la constante de entrada de agua utilizada para la obtención de la segunda curva de " $W_e$ " ( $\Delta t=30$ ) fue la misma que se utilizó con el  $\Delta t=60$  (días), poniendo en evidencia que no hay motivo aparente para volver a calcular otra constante de entrada de agua ya que ésta es función de las propiedades de difusión del sistema yacimiento-acuífero.

Hecha la observación anterior, se puede afirmar que utilizando una "C" ajustada para una determinada magnitud de periodos  $\Delta t_c$ , no garantiza la obtención de los mismos resultados cuando se aplica para otro incremento de tiempo  $\Delta t_c$  como se observa en la Fig. IV.1.

Con el fin de establecer una solución a ésta anomalía se ensayo la introducción de algún factor de ajuste que permitiera obtener una curva representativa para el mismo yacimiento, es decir, que aunque se varíe el intervalo de tiempo de  $\Delta t_c$  a  $\Delta t_c$  se tenga uniformidad al obtener un valor de " $W_e$ " en cualquier tiempo.

El factor encontrado, se probó en función del cociente  $\frac{\Delta t_x}{\Delta t_c}$ ; siendo igual a:  $F = \left(\frac{\Delta t_x}{\Delta t_c}\right)^{\alpha}$ .

Al introducir éste factor a la ecuación de Stanley se obtuvo la tabla IV.3 con los datos mostrados, pudiéndose observar que la curva que subtienden éstos puntos corrije satisfactoriamente la desviación que se obtuvo al cambiar de  $\Delta t_c$  a  $\Delta t_x$  Fig. IV.1.

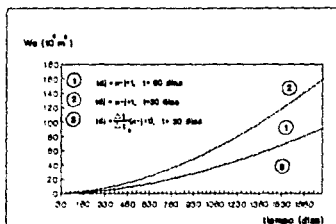


Fig.1. PREDICIÓN DE LA ENTRADA DE AGUA PERIODOS CONSTANTES.

Según lo dicho anteriormente, si la constante de entrada de agua "C" es característica de cada sistema yacimiento-acuífero, entonces la corrección debe estar asociada al tiempo adimensional y no a la constante mencionada en donde el tiempo adimensional es función del tiempo real en días.

Por otra parte, si el gasto adimensional está asociado directamente con el tiempo adimensional entonces es aquí precisamente donde se introduce el factor de corrección "F" quedando la relación para  $Q_0$  de la siguiente forma:

Si:

$$\begin{aligned} Q_{Dx} &= Fx t_D^\alpha \\ &= \left( \frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} \right)^\alpha t_D^\alpha \\ &= \left( \frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} t_D \right)^\alpha \end{aligned}$$

Se define:

$$t_{Dx} = \frac{\Delta t_x}{\Delta t_c} t_D. \quad (4.1)$$

En donde:

$Q_{Dx}$  = Gasto adimensional ajustado para cualquier incremento de tiempo.

$t_{Dx}$  = tiempo adimensional ajustado para cualquier incremento de tiempo.

No se debe confundir, que el hecho de haber disminuido el incremento de tiempo de  $\Delta t=60$  a  $\Delta t=30$  es haber utilizado "periodos variables" sino que el objetivo es "ver" la variación de la " $W_e$ " al cambiar el  $\Delta t$  de un valor a otro en la forma que se mostrara mas adelante, por ejemplo ir cambiando en cada paso de tiempo de un  $\Delta t$  menor a un  $\Delta t$  mayor para para acelerar el proceso de convergencia.

#### IV.3.-APLICACION DE LA ECUACION DE L.T STANLEY EN PERIODOS VARIABLES.

Aplicando la Ecuación  $W_e = C \sum \Delta P t_e^B$ , usando una división no uniforme en el tiempo para el yacimiento hipotético en cuestión y comparando los valores obtenidos con los primeros datos del mismo yacimiento usando periodos constantes, se comprobó que existe una gran diferencia en

cuanto a la semejanza de los resultados obtenidos, siendo similar la forma de ajustar el factor de corrección al utilizar periodos constantes tablas IV.1, IV.2., Fig.IV.2 curva 2.

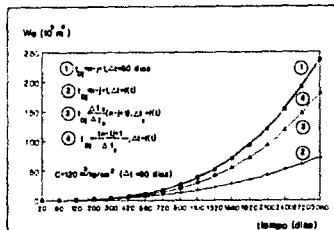


Fig.IV.2. PREDICIÓN DE LA ENTRADA DE AGUA PERIODOS VARIABLES.

Para ajustar ambos comportamientos se intento, como se mencionó anteriormente, utilizar el mismo procedimiento al tener periodos constantes cada vez que cambié el  $\Delta t$ , no siendo suficiente esta forma para ajustar el comportamiento de el yacimiento tabla IV.4 Fig. IV.2 curva 3 ).

Una forma de solucionar el problema que se presentó al tratar con periodos variables de tiempo fue la de generalizar la ecuación del tiempo adimensional, basandose en el principio de superposición.

#### IV.4.-COMPORTAMIENTO DE LA PRESION EN PERIODOS VARIABLES DE TIEMPO

Durante la explotación de un yacimiento la presión sufre fuertes cambios, estos cambios, para el proposito que se persigue, deben ser

ajustados. En la Fig.IV.3 se muestra como se forma este mencionado ajuste, suponiendo que los abatimientos de presión correspondan a periodos variables.

La obtención de las caídas de presión que son atribuibles a cada uno de los periodos en la historia de producción de un yacimiento cualquiera, se define como el promedio aritmético de los últimos decrementos parciales como se muestra a continuación :

$$\Delta P = \frac{1}{2} (\Delta P'_{j-1} + \Delta P'_j) \quad (4.2)$$

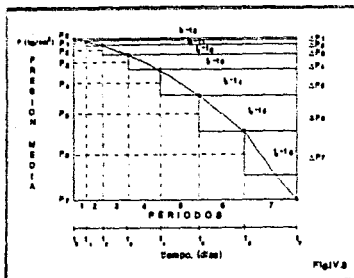
donde:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P'_j &= P_{j-1} - P_j \\ \Delta P'_{j-1} &= P_{j-2} - P_{j-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Por lo tanto al sustituir en la ecuación 4.2 se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta P_{j+2} &= \frac{1}{2} (P_{j-2} - P_{j-1} + P_{j-1} - P_j) \\ \Delta P_{j+2} &= \frac{1}{2} (P_{j-2} - P_j) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Puede observarse de la Fig.IV.3 que la caída de presión de cada período ocurre independientemente de que haya otros periodos y sus efectos parciales deben superponerse en cada nivel de tiempo.



De lo anterior podemos afirmar entonces que:

$\Delta P_1$	actúa durante el tiempo	$t_n - t_0$	
$\Delta P_2$	actúa durante el tiempo	$t_n - t_1$	
$\Delta P_3$	actúa durante el tiempo	$t_n - t_2$	(4.6)
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$\Delta P_n$	actúa durante el tiempo	$t_n - t_{n-1}$	

#### IV.5.-TIEMPO ADIMENSIONAL CON PERIODOS VARIABLES.

Según el comportamiento que muestra la Fig.IV.3; el tiempo adimensional para cada nivel, se hará proporcional al tiempo real durante el cual, la correspondiente caída de presión se deja sentir en el acuífero, como se explicó en capítulos anteriores.

Para tener una mayor comprensión del fenómeno anterior, se dará en forma explícita como se ve a continuación la relación entre "tiempo real" y su correspondiente tiempo adimensional.

Así:

$t_{01}$	es proporcional al tiempo	$t_n - t_0$	(4.7)
$t_{02}$	es proporcional al tiempo	$t_n - t_1$	
⋮	⋮	⋮	
⋮	⋮	⋮	
$t_{0n}$	es proporcional al tiempo	$t_n - t_{n-1}$	

Por otra parte, para que este parámetro quede expresado en términos adimensionales, se hará inversamente proporcional a la magnitud del intervalo encuestación, es decir:

$$\Delta t = t_j - t_{j-1}$$

Ademas para que la constante de Stanley se use como tal, para cualquier intervalo de tiempo ecuación 4.1 se introduce el factor:

$$F_1 = \frac{\Delta t_j}{\Delta t_c} \quad (4.8)$$

La expresión del tiempo adimensional que cumple con las condiciones establecidas es:

$$t_{0j} = \left( \frac{\Delta t_j}{\Delta t_c} \right) \times \left( \frac{t_n - t_{j-1}}{\Delta t_j} \right)$$



o sea:

$$t_{0j} = \frac{t_n - t_{j-1}}{\Delta t_c} \quad (4.9)$$

Esta ecuación proporciona una definición generalizada del tiempo adimensional, lo cual se puede comprobar al aplicarse a un yacimiento hipotético tabla IV.6 Fig.IV.2 curvas 1 y 4.

#### IV.6.- TIEMPO ADIMENSIONAL EN PERIODOS CONSTANTES.

En el caso particular de elegirse periodos constantes, se tiene:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_j = \Delta t_{n-1} = \Delta t_n = \Delta t \quad (18)$$

Al substituir la expresión (18) por la ecuación (17), resulta:

$$\left. \begin{aligned} t_n &= n \times \Delta t \\ t_{j-1} &= (j-1) \times \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$t_{0j} = \frac{n \times \Delta t - (j-1)}{\Delta t_c}$$

$$t_{0j} = \frac{\Delta t}{\Delta t_c} (n-j+1) \quad (20)$$

En la ecuación anterior si la constante está referida al incremento  $\Delta t_c$  se tiene:

$$t_{0j} = n-j+1 \quad (21)$$

ESTA TESIS NO DEBE  
SALIR DE LA BIBLIOTECA

Por lo tanto, al aplicarse la ecuación (17) al caso particular de periodos constantes ecuación (21), resulta idéntica a la usada por Stanley para definir el tiempo adimensional.

#### IV.7.- VALIDEZ DE LA ECUACION PROPUESTA.

Para comprobar la validez de la ecuación desarrollada (4.9) para el caso de utilizar periodos variables, se presentan los resultados que se obtuvieron al aplicar la ecuación de Stanley en periodos constantes y el que aquí se propone.

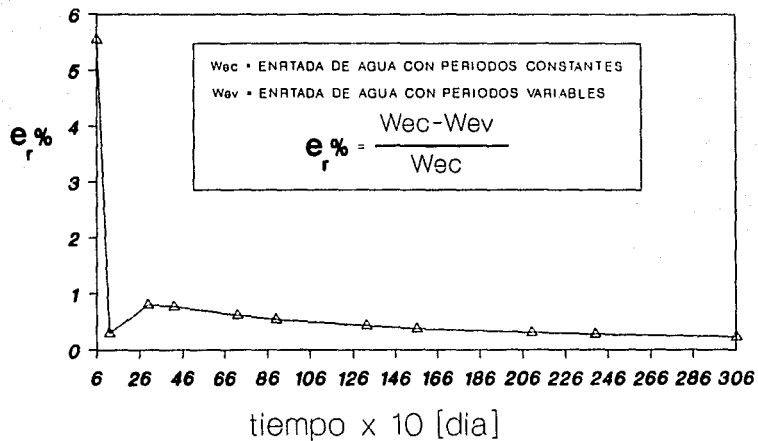
Al aplicar el método tradicional de Stanley a un yacimiento hipotético, se dividió la historia de producción en 51 periodos con un  $\Delta t$  constante e igual a 60 días cada uno, utilizándose una constante de entrada de agua  $C = 120 \left( \frac{\text{m}^3}{\text{kg}/\text{cm}^2} \right)$ , la cual se obtuvo supuestamente con un ajuste como el descrito en el Capítulo III de éste trabajo con referencia a la tabla IV.1 Fig. IV.1 curva 1.

Por otro lado, para emplear la ecuación 4.9, la misma historia de producción se dividió en 17 periodos de magnitud variable (desde 20 hasta 140 días) utilizándose la misma constante de entrada de agua tabla IV.6.

El error que se comete al comparar los resultados de la tabla IV.6 va disminuyendo a medida que avanza el tiempo de simulación como se observa en la Fig. IV.4.

En la Fig.IV.2 curvas 1 y 4 se muestra la comparación gráfica entre los comportamientos de entrada de agua al yacimiento en análisis usando tanto el procedimiento tradicional de Stanley ( $\Delta t = \text{cte.}$ ) como el desarrollado en este trabajo ( $\Delta t = \text{variable}$ ).

GRAFICA DE COMPARACION DE RESULTADOS  
MÉTODO TRADICIONAL Y PROPUESTO



grafica [a]

TABLE IV.1

Periode	Do	P	W <sub>0</sub> (m <sup>3</sup> )
1	1.50	297.0	1.80 0
2	3.00	296.9	8.25 4
3	4.50	293.0	14.20 3
4	3.00	288.0	23.99 4
5	3.00	285.0	35.97 3
6	3.00	282.0	50.04 4
7	3.00	279.0	66.12 2
8	3.00	276.0	84.16 8
9	3.00	273.0	104.10 7
10	3.00	270.0	125.90 4
11	3.00	267.0	149.51 6
12	3.00	264.0	174.91 8
13	3.00	261.0	202.06 6
14	3.00	258.0	230.94 3
15	3.00	255.0	261.51 5
16	3.00	252.0	293.76 5
17	3.00	249.0	327.71 0
18	3.00	246.0	363.20 9
19	3.00	243.0	400.26 4
20	3.00	240.0	438.81 2
21	3.00	237.0	478.85 2
22	3.00	234.0	520.35 4
23	3.00	231.0	563.40 8
24	3.00	228.0	608.00 3
25	3.00	225.0	654.31 9
26	3.00	222.0	702.35 0
27	3.00	219.0	752.08 2
28	3.00	216.0	803.50 4
29	3.00	213.0	856.60 5
30	3.00	210.0	911.37 5
31	3.00	207.0	967.80 3
32	3.00	204.0	1025.88 1
33	3.00	201.0	1085.60 8
34	3.00	198.0	1147.04 7
35	3.00	195.0	1210.21 9
36	3.00	192.0	1275.15 5
37	3.00	189.0	1341.84 7
38	3.00	186.0	1410.28 9
39	3.00	183.0	1480.47 7
40	3.00	180.0	1552.41 9
41	3.00	177.0	1626.10 3
42	3.00	174.0	1701.62 9
43	3.00	171.0	1778.97 6
44	3.00	168.0	1858.21 2
45	3.00	165.0	1939.34 9
46	3.00	162.0	2022.44 1
47	3.00	159.0	2107.58 2
48	3.00	156.0	2194.76 2
49	3.00	153.0	2284.04 6
50	3.00	150.0	2376.49 5
51	3.00	147.0	2472.15 5

TABLE IV.2

Pressure	D <sub>0</sub>	P	W <sub>0</sub>
	(cm)	(kg/cm <sup>2</sup> )	(m <sup>3</sup> )
1	1.75	298.5	90.0
2	1.50	297.0	336.7
3	1.50	295.5	710.1
4	1.50	294.0	1199.7
5	1.50	292.5	1796.7
6	1.50	291.0	2502.2
7	1.50	289.5	3306.5
8	1.50	288.0	4208.4
9	1.50	286.5	5205.4
10	1.50	285.0	6295.2
11	1.50	283.5	7475.9
12	1.50	282.0	8745.8
13	1.50	280.5	10103.3
14	1.50	279.0	11547.3
15	1.50	277.5	13075.8
16	1.50	276.0	14688.3
17	1.50	274.5	16381.5
18	1.50	273.0	18160.4
19	1.50	271.5	20018.2
20	1.50	270.0	21855.8
21	1.50	268.5	23772.5
22	1.50	267.0	26067.7
23	1.50	265.5	28240.4
24	1.50	264.0	30490.0
25	1.50	262.5	32815.9
26	1.50	261.0	35217.5
27	1.50	259.5	37694.1
28	1.50	258.0	40245.2
29	1.50	256.5	42870.2
30	1.50	255.0	45566.7
31	1.50	253.5	48340.1
32	1.50	252.0	51184.0
33	1.50	250.5	54099.9
34	1.50	249.0	57087.4
35	1.50	247.5	60146.0
36	1.50	246.0	63275.3
37	1.50	244.5	66474.9
38	1.50	243.0	69744.5
39	1.50	241.5	73083.6
40	1.50	240.0	76491.9
41	1.50	238.5	79969.1
42	1.50	237.0	83514.9
43	1.50	235.5	87128.8
44	1.50	234.0	90810.6
45	1.50	232.5	94559.9
46	1.50	231.0	98376.5
47	1.50	229.5	102260.1
48	1.50	228.0	106210.3
49	1.50	226.5	110227.0
50	1.50	225.0	114310.7
51	1.50	223.5	118458.4
52	1.50	222.0	122672.5

TABLA IV.2 CONTINUACION

Periodo	D <sub>0</sub> [kg/cm <sup>2</sup> ]	P	W <sub>0</sub> [m <sup>3</sup> ]
53	1.50	220.5	126952.3
54	1.50	215.0	131296.7
55	1.50	210.5	135706.2
56	1.50	210.0	140100.3
57	1.50	214.5	144718.8
58	1.50	214.0	149421.4
59	1.50	211.5	154982.9
60	1.50	210.0	159718.1
61	1.50	208.5	164511.9
62	1.50	207.0	168368.9
63	1.50	205.5	173289.0
64	1.50	204.0	178272.0
65	1.50	202.5	183317.2
66	1.50	201.0	188425.8
67	1.50	199.5	193596.2
68	1.50	198.0	198828.0
69	1.50	196.5	204121.3
70	1.50	195.0	209479.5
71	1.50	193.5	214897.3
72	1.50	192.0	220376.5
73	1.50	190.5	225916.9
74	1.50	189.0	231518.5
75	1.50	187.5	237180.2
76	1.50	186.0	242903.1
77	1.50	184.5	248687.4
78	1.50	183.0	254533.4
79	1.50	181.5	260445.2
80	1.50	180.0	266420.1
81	1.50	178.5	272462.4
82	1.50	177.0	278580.4
83	1.50	175.5	284652.2
84	1.50	174.0	290855.5
85	1.50	172.5	297118.1
86	1.50	171.0	303440.0
87	1.50	169.5	309820.9
88	1.50	168.0	316260.8
89	1.50	166.5	322759.4
90	1.50	165.0	329316.9
91	1.50	163.5	335932.2
92	1.50	162.0	342607.1
93	1.50	160.5	349349.2
94	1.50	159.0	356160.5
95	1.50	157.5	363029.4
96	1.50	156.0	369986.1
97	1.50	154.5	376850.2
98	1.50	153.0	383873.0
99	1.50	151.5	390952.8
100	1.50	150.0	398090.1
101	1.50	148.5	405284.6
102	1.50	147.0	412536.4

TABLE IV.3

Periodo	Dn [kg/cm <sup>2</sup> ]	P	Wn [m <sup>3</sup> ]
1	.75	298.5	51.7
2	1.50	297.0	194.4
3	1.50	295.5	407.1
4	1.50	294.0	689.1
5	1.50	292.5	1033.1
6	1.50	291.0	1437.1
7	1.50	289.5	1899.1
8	1.50	288.0	2417.1
9	1.50	286.5	2989.7
10	1.50	285.0	3615.6
11	1.50	283.5	4293.8
12	1.50	282.0	5023.1
13	1.50	280.5	5802.6
14	1.50	279.0	6632.0
15	1.50	277.5	7510.1
16	1.50	276.0	8436.2
17	1.50	274.5	9409.8
18	1.50	273.0	10430.4
19	1.50	271.5	11497.4
20	1.50	270.0	12610.3
21	1.50	268.5	13768.6
22	1.50	267.0	14972.0
23	1.50	265.5	16219.9
24	1.50	264.0	17511.9
25	1.50	262.5	18847.8
26	1.50	261.0	20227.1
27	1.50	259.5	21649.6
28	1.50	258.0	23114.8
29	1.50	256.5	24622.5
30	1.50	255.0	26172.4
31	1.50	253.5	27764.1
32	1.50	252.0	29397.5
33	1.50	250.5	31072.2
34	1.50	249.0	32788.1
35	1.50	247.5	34544.5
36	1.50	246.0	36342.1
37	1.50	244.5	38179.8
38	1.50	243.0	40057.2
39	1.50	241.5	41974.5
40	1.50	240.0	43931.1
41	1.50	238.5	45930.2
42	1.50	237.0	47966.7
43	1.50	235.5	50042.4
44	1.50	234.0	52157.0
45	1.50	232.5	54310.5
46	1.50	231.0	56502.5
47	1.50	229.5	58733.0
48	1.50	228.0	61001.9
49	1.50	226.5	63308.8
50	1.50	225.0	65653.7
51	1.50	223.5	68036.5
52	1.50	222.0	70456.9



TABLA IV.3 CONTINUACION

Periodo	Db (kg/cm <sup>2</sup> )	P	Wp (m <sup>3</sup> )
53	1.50	220.5	72914.8
54	1.50	219.0	75410.2
55	1.50	217.5	77947.2
56	1.50	216.0	80512.4
57	1.50	214.5	83119.1
58	1.50	213.0	85762.6
59	1.50	211.5	88442.8
60	1.50	210.0	91159.6
61	1.50	208.5	93912.9
62	1.50	207.0	96702.6
63	1.50	205.5	99528.4
64	1.50	204.0	102390.4
65	1.50	202.5	105288.4
66	1.50	201.0	108222.2
67	1.50	199.5	111191.8
68	1.50	198.0	114197.2
69	1.50	196.5	117238.0
70	1.50	195.0	120314.4
71	1.50	193.5	123426.1
72	1.50	192.0	126571.0
73	1.50	190.5	129755.2
74	1.50	189.0	132972.3
75	1.50	187.5	136224.4
76	1.50	186.0	139511.5
77	1.50	184.5	142833.3
78	1.50	183.0	146189.8
79	1.50	181.5	149580.9
80	1.50	180.0	153006.6
81	1.50	178.5	156466.2
82	1.50	177.0	159961.1
83	1.50	175.5	163489.2
84	1.50	174.0	167052.6
85	1.50	172.5	170649.6
86	1.50	171.0	174280.5
87	1.50	169.5	177945.3
88	1.50	168.0	181644.1
89	1.50	166.5	185376.6
90	1.50	165.0	189142.8
91	1.50	163.5	192942.2
92	1.50	162.0	196776.1
93	1.50	160.5	200642.9
94	1.50	159.0	204543.2
95	1.50	157.5	208476.8
96	1.50	156.0	212443.8
97	1.50	154.5	216443.8
98	1.50	153.0	220477.0
99	1.50	151.5	224543.1
100	1.50	150.0	228642.5
101	1.50	148.5	232774.2
102	1.50	147.0	236919.6

TABLA IV.4

Periodo	Dn [kg/cm <sup>2</sup> ]	P	w <sub>0</sub> [mm]
1	.50	299.0	60.0
2	1.50	297.0	284.5
3	2.50	294.0	757.9
4	3.50	290.0	1557.7
5	4.50	285.0	2756.8
6	5.50	279.0	4425.0
7	6.50	272.0	6629.3
8	7.50	264.0	9444.9
9	8.50	255.0	12905.1
10	9.50	245.0	17301.9
11	10.5	234.0	22085.8
12	11.5	222.0	27416.4
13	12.5	209.0	34551.9
14	13.5	195.0	42349.9
15	14.5	180.0	50667.1
16	15.5	164.0	59859.3
17	16.5	147.0	71781.6

TABLA IV.5

Periodo	Dp (kg/cm <sup>2</sup> )	P	Wc (m <sup>3</sup> )
1	1.50	299.0	24.9
2	1.50	297.0	173.5
3	2.50	294.0	586.6
4	3.50	290.0	1439.9
5	4.50	285.0	2940.3
6	5.50	279.0	5322.6
7	6.50	272.0	8847.6
8	7.50	264.0	13800.6
9	8.50	255.0	20489.8
10	9.50	245.0	29245.6
11	10.5	234.0	40419.2
12	11.5	222.0	54382.2
13	12.5	209.0	71525.6
14	13.5	195.0	92259.5
15	14.5	180.0	117011.9
16	15.5	164.0	146229.3
17	16.5	147.0	180374.6

TABLE IV.G

Periodo	D <sub>50</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	P	W <sub>50</sub> (m <sup>3</sup> )
1	50	289.0	23.9
2	1.50	297.0	189.3
3	2.50	294.0	674.6
4	3.50	290.0	1709.6
5	4.50	285.0	3567.3
6	5.50	279.0	6561.1
7	6.50	272.0	11038.9
8	7.50	264.0	17363.5
9	8.50	255.0	26069.7
10	9.50	245.0	37622.6
11	10.5	234.0	52113.9
12	11.5	222.0	70068.7
13	12.5	209.0	92651.7
14	13.5	195.0	119923.7
15	14.5	180.0	152959.5
16	15.5	164.0	191165.3
17	16.5	147.0	236369.3

KINZK

```
PROGRAM PROGRES  
CHARACTER ANSWA1  
DIMENSION P(100),DP(100),TD(100),WE(100),DTX(20),DT(20),TDM(20)  
NPER=51  
I=0  
IC=120  
PI=100  
AL=8  
FAC=1.  
NTAB=6
```

C

```
WRITE(1,*) 'La corrida sera por [IMPRESORA ? (s/n)]'  
XPOS1  
READ(1,*) IANSW  
IF(IANSW.EQ.'S') OR(IANSW.EQ.'S') IIMP=6  
DO M=1,NTAB
```

C

```
IF(M.EQ.2.OR.M.EQ.3) THEN  
LDT=30  
NPER=102  
IF(M.EQ.3) FAC=.5  
DO I=1,NPER  
IF(I.EQ.1) THEN  
P(I)=PI-1.5  
ELSE  
P(I)=P(I-1)-1.5  
ENDIF  
END DO
```

```
ELSE IF(M.EQ.1) THEN  
DO I=1,NPER  
IF(I.EQ.1) THEN  
P(I)=PI-3.  
ELSE  
P(I)=P(I-1)-3.  
ENDIF  
END DO  
ENDIF
```

C

```
IF(M.EQ.4) THEN  
NPER=17  
FAC=1.  
TDM(1)=0.  
DO K=1,NPER  
DT(K)=K*20.  
TDX(K)=TDX(K-1)+DT(K)  
END DO  
DO I=1,NPER  
IF(I.EQ.1) P(I)=PI-1  
IF(I.GT.1) P(I)=P(I-1)-1  
TD(I)=I+I*FAC**AL  
END DO  
ENDIF
```

C

```
DO I=1,NPER  
IF(M.LT.4) TD(I)=I+I*FAC**AL  
IF(I.EQ.1 OR I.EQ.2) THEN  
DP(I)=0.5*(PI-P(I))
```

```

      ENDF
      DPL11=0 N*(P11-21-P111)
      ENDF
END DO
C
IFM EQ 51 THEN
  W1=0
  DO I=1,NPER
    DTX111=11*201/60.
    D=J+1,I
    W1=W1+DPL11*(DTX11111-J-111)*AL
  END DO
  W11=W1*IC
  W1=0
  ENDF
END DO
C
IFM EQ 61 THEN
  W1=0
  DO K=1,NPER
    DO H=1,K
      W1=W1+DPLH*(ITEMK1-TEMH-111/60-1)*AL
    END DO
    W11=W1*IC
    W1=0
  END DO
  ENDF
C
IFM EQ 41 THEN
  W1=0
  DO I=1,NPER
    DO J=1,I
      W11=W1+DPL11*(D11-J-11)
    END DO
  END DO
  ENDF
C
WRITE(IMP,5001)
OPEN=5
DO I=1,NPER
  WRITE(IMP,511) DPL11,P111,W111
  DREN=DREN+1
  IF DREN EQ 571 THEN
    WRITE(IMP,4001)
    WRITE(IMP,5001)
    DREN=5
  END IF
END DO
END DO
5 FORMAT(9X,13,5X,F4.2,2X,F5.1,2X,F8.1)
400 FORMAT(1011)
500 FORMAT(7Z,5X)
5
  PERCENT    DD      P      W11',Z,5X,
6          [(3/202]    [W11',Z,5X,
5
-----',Z)
END

```

## CONCLUSIONES.

En el desarrollo del presente trabajo se observaron los siguientes puntos en forma de conclusiones.

1.- La expresión desarrollada para calcular el tiempo adimensional  $t_a$  proporciona el valor de tiempo que debe utilizarse en cada periodo al haberse generalizado la expresión para tiempo adimensional que utiliza L.T. Stanley aún para el caso de magnitudes variables.

2.- El error cometido al utilizar la ecuación propuesta con respecto a la ecuación tradicional es casi despreciable y se reduce a medida que aumenta el tiempo de simulación.

3.- La introducción del factor de corrección  $F = \left( \frac{\Delta t_c}{\Delta t_e} \right)$  a la ecuación tradicional de Stanley permite ajustar los cálculos de la  $W_e$  de un periodo a otro de diferente magnitud, dada la constante de entrada de agua referida a un  $\Delta t_c$  determinado.

4.- La constante de entrada de agua utilizada con el método de Stanley es función de la magnitud de los de tiempo empleados en la historia de producción.

5.- El método empleado para calcular la constante de entrada de agua desarrollado en este trabajo proporciona valores muy aproximados de la  $W_e$  así como de el volumen original de gas ó de aceite.

#### REFERENCIAS.

- 1.- PETROLEUM TRANSACTIONS, AIME (DECEMBER 1949). "THE APPLICATION OF THE LAPLACE TRANSFORMATION TO FLOW PROBLEMS IN RESERVOIRS".
- 2.- D.HAVLENA, A.S ODEH, (AUGUST 1963). "THE MATERIAL BALANCE AS AN EQUATION OF STRIGHT LINE".
- 3.- D.HAVLENA, A.S ODEH, (JUNE 1963). " THE MATERIAL BALANCE AS AN EQUATION OF STRIGHT LINE PART II".
- 4.-L.T STANLEY, PETROLEUM ENGINEER (AUGUST 1961). "CURVE-FITTING CUTS MATERIAL BALANCE CALCULATIONS".
- 5.- MAXIMINO MEZA M. CONGRESO LATINOAMERICANO DE INGENIERIA DEL PETROLEO (1979). "APLICACION DE L.T STANLEY A PERIODOS VARIABLES".
- 6.- HURST, W. TRANS AIME (1949). "WATER INFLUX INTO A RESERVOIR AND ITS APLICATION TO THE EQUATION OF VOLUMETRIC BALANCE".
- 7.- B.C CRAFT, M.F HAWKINS (1962). "APPLIED PETROLEUM RESERVIR ENGENEERING".
- 8.- G. DE LA FUENTE G, SUBDIRECCION DE TECNOLOGIA DE EXPLOTACION I.M.P.(ENERO 1969). "VOLUMEN ORIGINAL DE ACEITE Y CONSTANTE DE ENTRADA DE AGUA EN YACIMIENTOS BAJOSATURADOS".
- 9.- D.R.ALLARD, S.M. CHEN, SPE RESERVOIR ENGENEERING, (MAY 1988). "CALCULATION OF WATER INFLUX FOR BOTTOM WATER DRIVE RESERVOIR".