

14  
20



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA**

**"CORRELACIONES ENTRE MODULOS  
DINAMICOS DE CORTANTE Y PRUEBAS  
DE CONO ELECTRICO"**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**INGENIERO CIVIL**  
P R E S E N T A :

**ROBERTO ANZALDUA BONILLA**

**TESIS CON  
FALLA DE ORIGEN**

México, D. F.

1991





## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

### 1.-INTRODUCCIÓN

1.1.-Descripción del problema

1.2.-Objetivos

1.3.-Métodos para obtener el módulo de rigidez al cortante G

1.3.1.-Métodos de laboratorio

- a) Prueba de corte simple cíclica
- b) Prueba de columna resonante
- c) Prueba de vibración torsional simple
- d) Prueba triaxial cíclica

1.3.2.-Métodos de campo

- a) Prueba de superficie-pozo
- b) Prueba de pozos cruzados
- c) Prueba de pozo-superficie
- d) Prueba de suspensión

1.4.-Prueba de cono eléctrico

### 2.-BASES TEÓRICAS PARA CORRELACIONAR LOS MÓDULOS DE CORTANTE CON LA RESISTENCIA DE PUNTA

2.1.-Correlaciones empíricas

2.2.-Teoría de expansión de cavidades

2.3.-Modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos

2.3.1.-Modelo hiperbólico de Ramberg-Osgood

**2.3.2.-Modelo hiperbólico de Hardin-Drnevich**

**2.3.3.-Modelo hiperbólico general**

**2.4.-Modelo de deformaciones pequeñas**

**3.-PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

**3.1.-Teoría de expansión de cavidades**

**3.2.-Modelos hiperbólicos**

**3.3.-Modelo de deformaciones pequeñas**

**3.4.-Recapitulación**

**3.5.-Simplificación de las correlaciones**

**3.6.-Consideraciones prácticas**

**4.-LINEAMIENTOS PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN "CONO  
SÍSMICO"**

**5.-CONCLUSIONES**

**6.-REFERENCIAS**

## I.-INTRODUCCIÓN

### 1.1.-Definición del problema

En el estudio de la respuesta sísmica de un depósito de suelo, es indispensable conocer entre otras propiedades del material, sus características dinámicas como el módulo de rigidez al cortante  $G$ , el módulo de young  $E$ , la relación de Poisson  $\nu$ , el coeficiente de amortiguamiento  $\lambda$ , etc. La obtención de dichos parámetros puede efectuarse en campo y en laboratorio, como lo describiremos más adelante. Sin embargo, la realización de estos ensayos requiere de técnicas especializadas cuyo costo suele ser elevado y no siempre se justifica realizarlos.

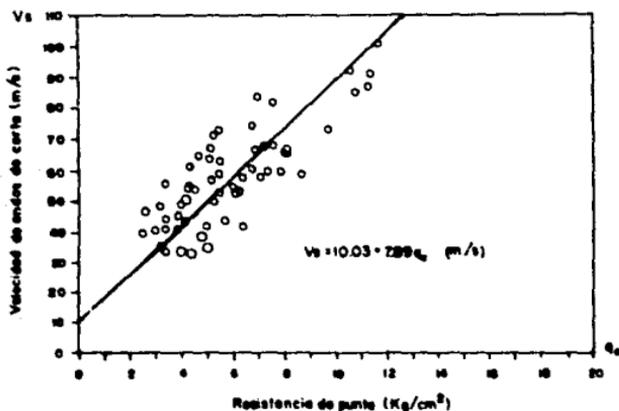
A fines de 1986 el Instituto de Ingeniería llevó a cabo una campaña de mediciones de campo para determinar las propiedades dinámicas de la arcilla de la ciudad de México. Como resultado se dispuso, por primera vez, de perfiles detallados de la variación de la velocidad de propagación de ondas sísmicas (ondas P y S) en varios sitios representativos de las zonas de los exlagos de Texcoco y de Xochimilco-Chalco. Sin embargo, a pesar del esfuerzo, los datos obtenidos hasta la fecha son escasos.

Interesa conocer los perfiles de variación de las ondas sísmicas en la cuenca de México para estimar la respuesta sísmica global de la zona; interesa también en estudios eminentemente

prácticos para determinar espectros de sitio y en otros de interacción dinámica suelo-estructura. De ahí la necesidad de contar con medios para extrapolar los valores medidos de la velocidad de las ondas P y S a otras localidades dentro del valle de México. Para tal efecto se han establecido correlaciones empíricas (como las que se muestran en la figura 1.1) basadas en resultados de ensayos de campo, ya que se observó que la forma de los perfiles de  $V_s$  (Velocidad de propagación de ondas de corte u ondas S) contra la profundidad guardaban similitud con los de resistencia a la penetración medida con el cono eléctrico,  $q_c$ , según se ejemplifica en la figura 1.2.

Aunque las líneas de mejor ajuste de dichas correlaciones empíricas son razonablemente buenas se justifica cuestionarlas y para hacerlo se puede argumentar al menos lo siguiente. Las regresiones tienen ordenadas al origen diferentes de cero lo cual es incorrecto pues un material con resistencia al esfuerzo cortante nula no es capaz de permitir el paso de las ondas S. La existencia de la ordenada al origen no nula también implica que para valores pequeños de  $q_c$  las correlaciones empíricas sobreestiman los valores reales de  $V_s$ . Esto repercute importantemente en la práctica ya que la arcilla de la ciudad de México tiene, en especial en sus estratos más superficiales, resistencias a la penetración que bien podrían caer dentro del rango de valores en el que las correlaciones exageran los valores de  $V_s$ .

### LAGO DE TEXCOCO PRECONSOLIDADO



### LAGO DE TEXCOCO VIRGEN

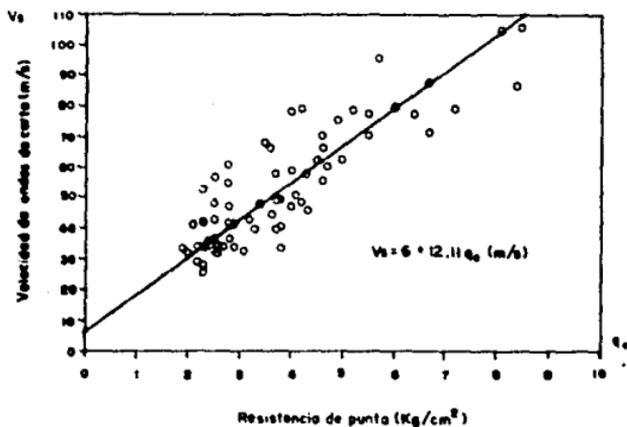


Fig.1 CORRELACIONES EMPIRICAS ENTRE  $V_s$  (MEDIDA CON Sonda SUSPENDIDA) Y  $q_c$

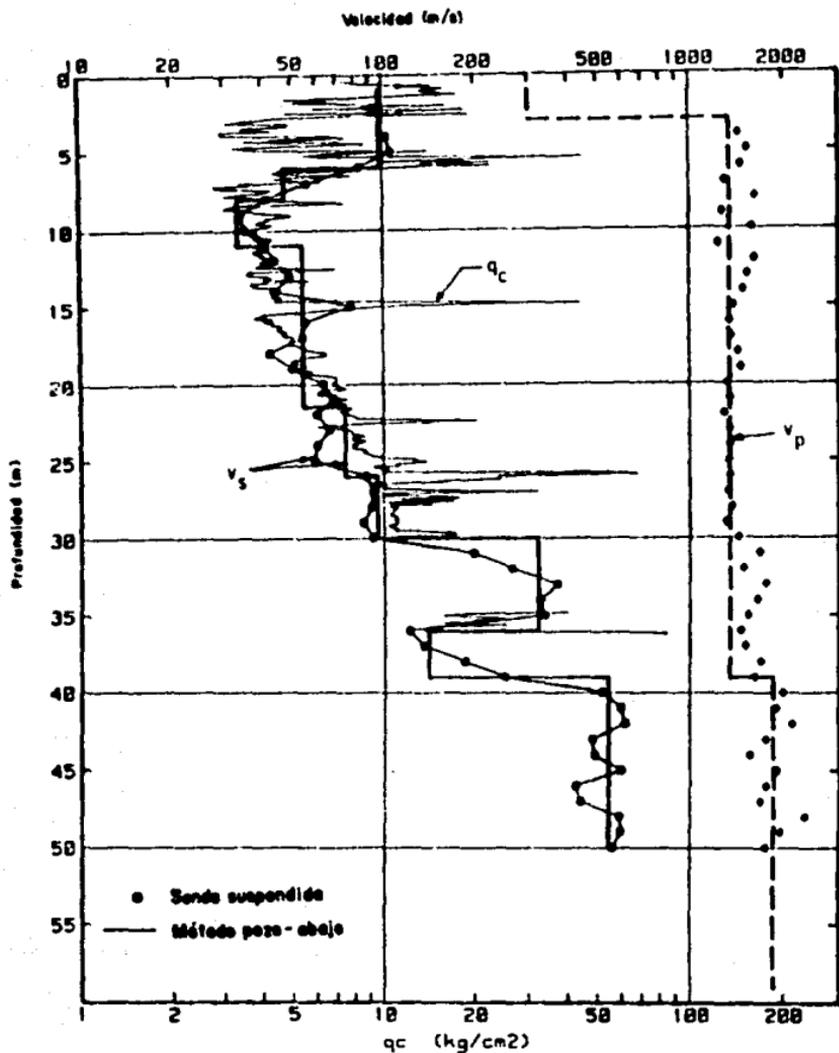


Fig.1.2 PERFIL DE LA VELOCIDAD DE ONDAS DE CORTE  $v_s$  Y LA RESISTENCIA A LA PENETRACION  $q_c$  CONTRA LA PROFUNDIDAD

## 1.2.-Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es proporcionar herramientas teóricas para poder hacer una estimación razonable del módulo de rigidez al cortante,  $G$ , a partir de los resultados de una prueba de cono eléctrico. Al cumplir con este objetivo se diversificaría la aplicación de esta útil herramienta de exploración geotécnica, proporcionando información de las propiedades dinámicas de un suelo al tiempo de efectuar una prueba de cono eléctrico. Así, se conseguiría ahorrar tiempo y dinero, condición muy deseable en ingeniería civil.

Por otra parte, en el capítulo V se presentan los lineamientos para la construcción de un "cono sísmico", instrumentado para poder efectuar directamente en campo mediciones de la velocidad de propagación de ondas sísmicas (de corte) "Vs". Dicho instrumento se construye actualmente en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

### 1.3.-Métodos para obtener el módulo de rigidez al cortante G

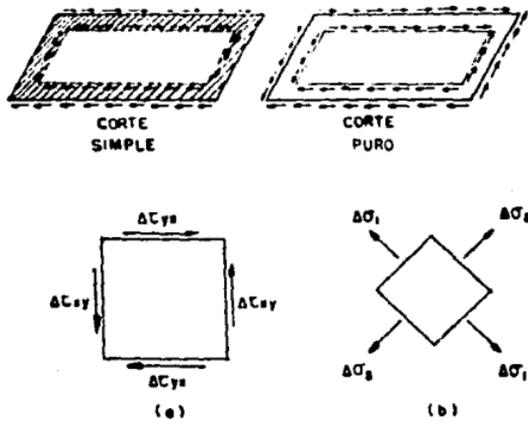
#### 1.3.1.-Métodos de laboratorio

Las técnicas más usadas para evaluar las propiedades dinámicas de los suelos en el laboratorio, son las siguientes:

##### a) Prueba de corte simple cíclico

Esta prueba reproduce el estado de esfuerzos que experimenta un elemento de suelo sujeto a la acción sísmica. En la parte superior de la figura 1.3 se puede observar la condición real y la aproximación que se logra en el laboratorio con un estado de corte simple, ya que a partir de una cierta distancia dentro de la probeta de suelo se presentan condiciones similares a las de campo.

Un ejemplo de un sistema de corte simple para cargas cíclicas es el del Instituto de ingeniería de la UNAM, cuyo esquema aparece en la figura 1.4.



SISTEMAS DE CARGA PARA PRODUCIR UN ESTADO DE ESFUERZOS DE CORTE PURO

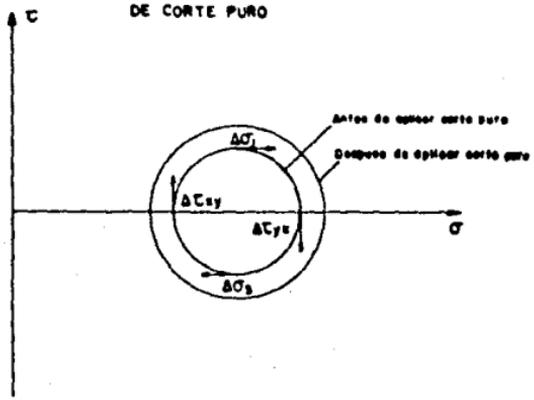
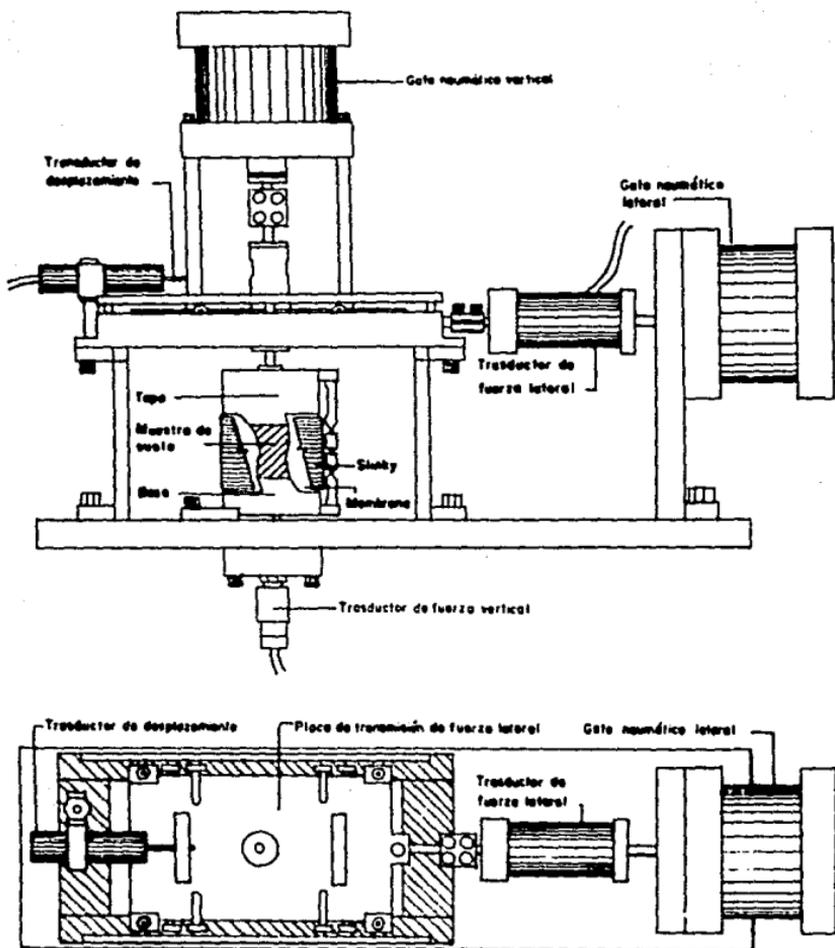


Fig.3 CORTE SIMPLE, PURO Y SU REPRESENTACION EN EL CIRCULO DE MOHR



**Fig.1.4 ESQUEMA GENERAL DEL APARATO DE CORTE SIMPLE CICLICO  
 DEL INSTITUTO DE INGENIERIA DE LA UNAM**

En general estos ensayos consisten en aplicar una fuerza cortante cíclica a un espécimen de suelo y graficar los esfuerzos de corte generados y sus correspondientes deformaciones para cada ciclo como se muestra en la figura 1.5. De las curvas esfuerzo-deformación que resultan se puede calcular el módulo de rigidez al cortante  $G$ , la relación de amortiguamiento  $\lambda$  y la variación de estos en función de la deformación. Esta prueba induce deformaciones angulares mayores de 0.1 % por lo que los valores de  $G$  obtenidos con ella resultan menores a los determinados en campo.

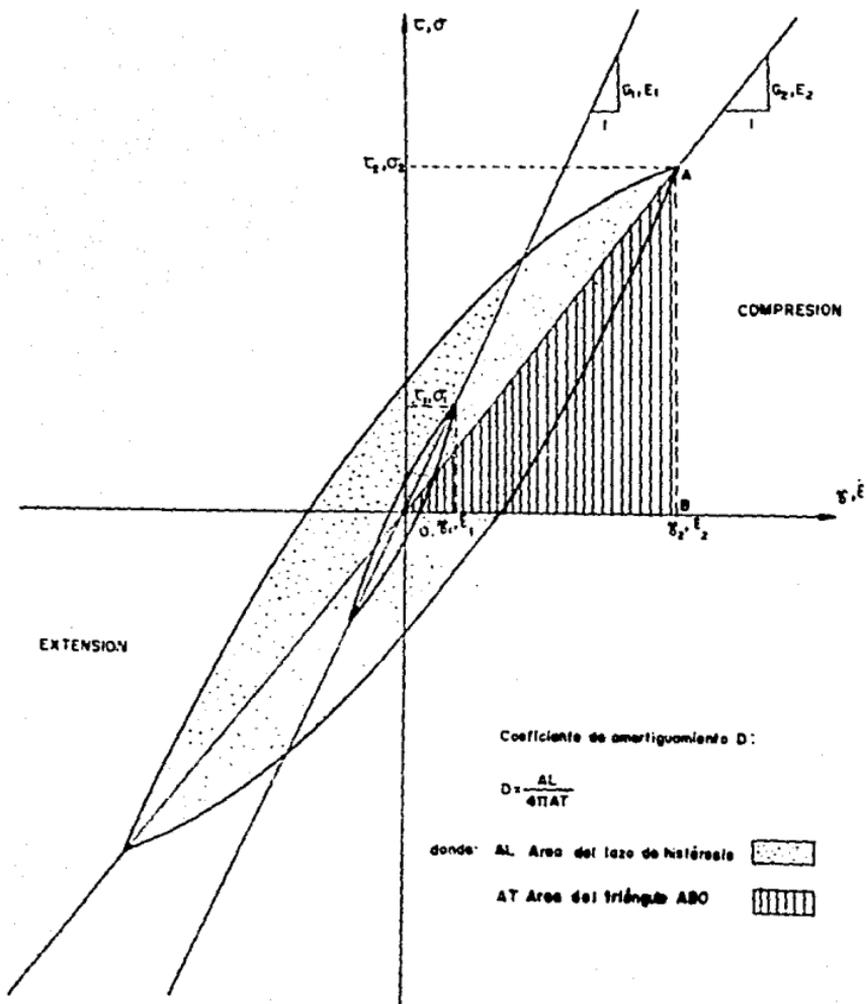


Fig 1.5 RELACION HISTERICA ESFUERZO-DEFORMACION PARA DIFERENTES AMPLITUDES DE DEFORMACION

## b) Prueba de columna resonante

Este ensaye se basa en la teoría de propagación de ondas en barras de longitud finita. De acuerdo con esta teoría la frecuencia de resonancia de una barra depende de sus condiciones de frontera, mismas que podemos clasificar en:

- 1) Ambos extremos libres o empotrados

$$\omega_n = \frac{n\pi V}{L} \quad (1)$$

- 2) Un extremo empotrado y otro libre

$$\omega_n = \frac{n\pi V}{2L} \quad (2)$$

- 3) Un extremo empotrado y en el otro un peso  $W_0$

$$\frac{\omega_n L}{V} \tan \frac{\omega_n L}{V} = \frac{W_0}{W_n} \text{ ó } \frac{I}{I_0} \quad (3)$$

donde:  $I, I_0$  momento, polar de inercia de la barra y del peso sujeto en el extremo respectivamente

$L$  longitud de la barra

$n$  modo de vibración;  $n \in \mathbb{N}$

$V$  velocidad del tipo de onda generada en el medio que forma la barra

$\omega_n$  frecuencia circular del modo de vibración

correspondiente (rad/seg)

$$F_n = \frac{W_n}{2\pi}$$

$W_b$  peso de la barra

$W_a$  peso de la masa sujeta en el extremo

La onda generada en el medio que forma la barra puede ser de corte, en cuyo caso  $V$  es igual a la velocidad de ondas de corte  $V_c$  del suelo o longitudinal, en cuyo caso la velocidad es la de ondas de compresión,  $V_b$ . Esta última es diferente a la velocidad de onda compresional en un medio semi-infinito  $V_p$ .

La prueba consiste en excitar longitudinal o torsionalmente uno de los extremos de la columna de material, que puede ser sólida o hueca, hasta encontrar la frecuencia de resonancia del espécimen. La frecuencia de resonancia está asociada a la amplitud de vibración de respuesta máxima del espécimen de suelo.

Conocida la frecuencia de resonancia, la geometría y las condiciones de frontera del espécimen, así como el tipo de onda generada, se pueden obtener las velocidades  $V_c$  o  $V_p$  según el caso.

Los módulos dinámicos  $G$  y  $E$  pueden obtenerse a partir de las siguientes expresiones:

$$E = \rho V_p^2 \quad (1)$$

$$G = \rho V_c^2 \quad (2)$$

y la relación de Poisson  $\nu$  a partir de la relación:

$$\frac{E}{G} = 2(1+\nu) \quad (3)$$

Para determinar las propiedades de amortiguamiento del material, se parte de un estado establecido de vibración en el espécimen, suspendiendo subitamente la excitación y dejando que la muestra oscile libremente para obtener la gráfica de decaimiento de la amplitud de vibración con la cual se calcula el decremento logarítmico  $\delta$  y posteriormente la fracción de amortiguamiento crítico  $\xi$ .

$$\delta = \ln \frac{X_n}{X_{n+1}}$$

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

Donde  $X_n$ ,  $X_{n+1}$  son amplitudes consecutivas cuales quiera.

Un ejemplo de un aparato de columna resonante a torsión es el de Drnevich que está esquematizado en la figura 1.6. El aparato consta de una cámara de confinamiento en la cual se coloca una muestra cilíndrica (sólida o hueca) sujeta en su base. En la parte superior de la muestra se fija una placa con dos imanes colocados en sus extremos, mismos que se introducen en bobinas. Por estas últimas se hace pasar un voltaje variable con una forma de onda conocida (triangular, senoidal, etc) cuya frecuencia se varía a

voluntad, generándose un campo magnético variable de intensidad proporcional al voltaje que induce los desplazamientos de los imanes. Los desplazamientos inducidos provocan momentos torsionantes cíclicos en la muestra de suelo.

Las condiciones de frontera en este aparato corresponden a las de un extremo libre y otro empotrado. El aparato está instrumentado con un osciloscopio con el que se registran las señales eléctricas de entrada y de salida. Los resultados obtenidos con este aparato son confiables en el intervalo de deformaciones de 0.0001 a 0.14.

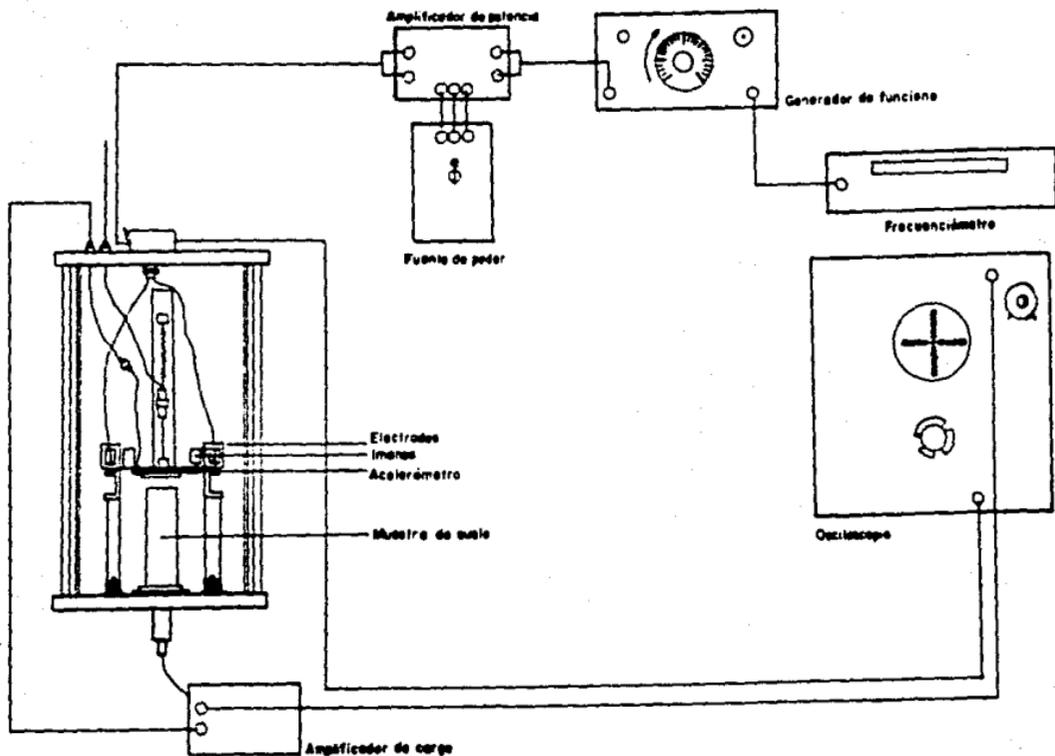


Fig 1.6 COLUMNA RESONANTE A TORSION Y EQUIPO ELECTRICO PERIFERICO

c) Prueba de vibración torsional libre

Esta prueba consiste en colocar una muestra cilíndrica de suelo en una cámara triaxial aplicando una cierta presión confinante. Se aplica un giro por medio de un vástago un giro que después se suelta para que el sistema vibre libremente hasta que recupere su posición original. La vibración se registra con algún dispositivo electrónico o mecánico y con esta información se obtiene el periodo de vibración libre amortiguada del sistema aparato-suelo,  $T_d$ , y el decremento logarítmico de la amplitud de vibración  $\delta$  dado por:

$$\delta = \text{Log} \frac{X_n}{X_{n-1}}$$

Por medio del cual se obtiene el coeficiente de amortiguamiento  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{\delta}{2\pi}$$

Y finalmente el módulo de rigidez al cortante que está dado por:

$$G = W_s^2 Z$$

donde:

$$W_s = \frac{2\pi}{T_d}$$

$Z$  constante que depende del aparato y de las condiciones geométricas del espécimen

#### d) Prueba triaxial cíclica

Si consideramos que la propagación de las ondas de corte se lleva a cabo únicamente en el sentido vertical, los esfuerzos normales permanecerían constantes, presentándose, sin embargo incrementos o decrementos de esfuerzos cortantes en planos horizontales. En una cámara triaxial se puede reproducir este fenómeno si se aplican en forma sucesiva las siguientes etapas:

I) Se aplica al espécimen un esfuerzo confinante, en el que el diagrama de Mohr corresponde a un punto y en un plano X-X inclinado a  $45^\circ$  con respecto a la horizontal. El esfuerzo normal sería igual al esfuerzo confinante y los esfuerzos cortantes serían nulos.

II) Se aplican simultáneamente un aumento en el esfuerzo vertical  $\sigma_v/2$  y una disminución del esfuerzo horizontal de la misma magnitud. Los esfuerzos normales en el plano X-X permanecen constante pero aparece un esfuerzo cortante de magnitud  $\sigma_v/2$ .

III) Se aplica una condición de carga inversa a la del punto II, disminuyendo el esfuerzo normal y aumentando el horizontal en  $\sigma_v/2$ . Los esfuerzos normales en el plano X-X permanecen constantes mientras que los esfuerzos cortantes experimentan un cambio de signo.

En la columna izquierda de la figura 1.8, se observa la condición de esfuerzos deseada mientras que la columna derecha muestra la condición de esfuerzos aplicada.

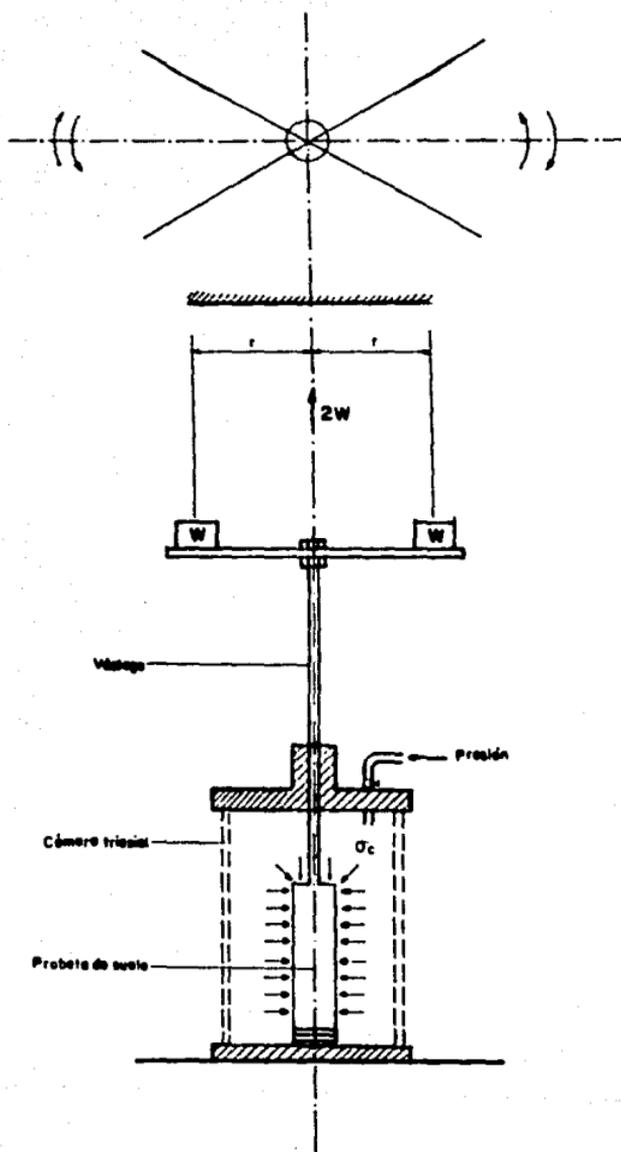


Fig.1.7 PRUEBA DE VIBRACION TORSIONAL LIBRE (ZEEVAERT 1967)

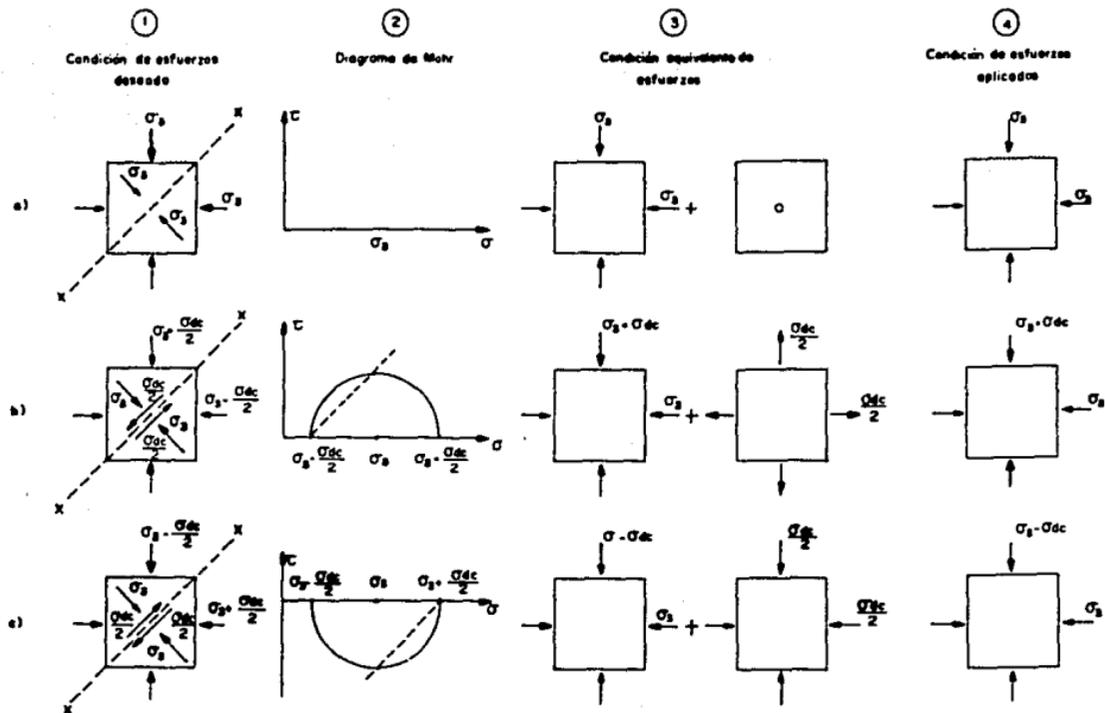


Fig.1.8 CONDICIONES DE ESFUERZO EN UNA PRUEBA TRIAXIAL CICLICA

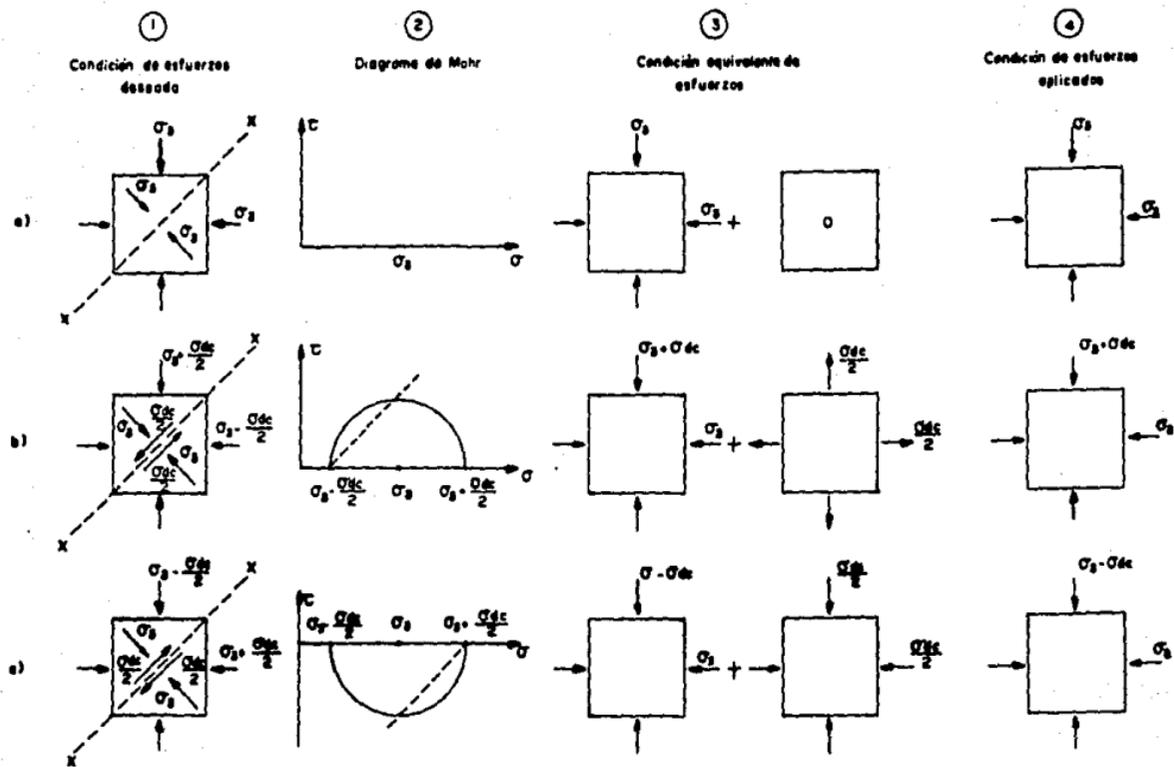


Fig. 8 CONDICIONES DE ESFUERZO EN UNA PRUEBA TRIAXIAL CICLICA

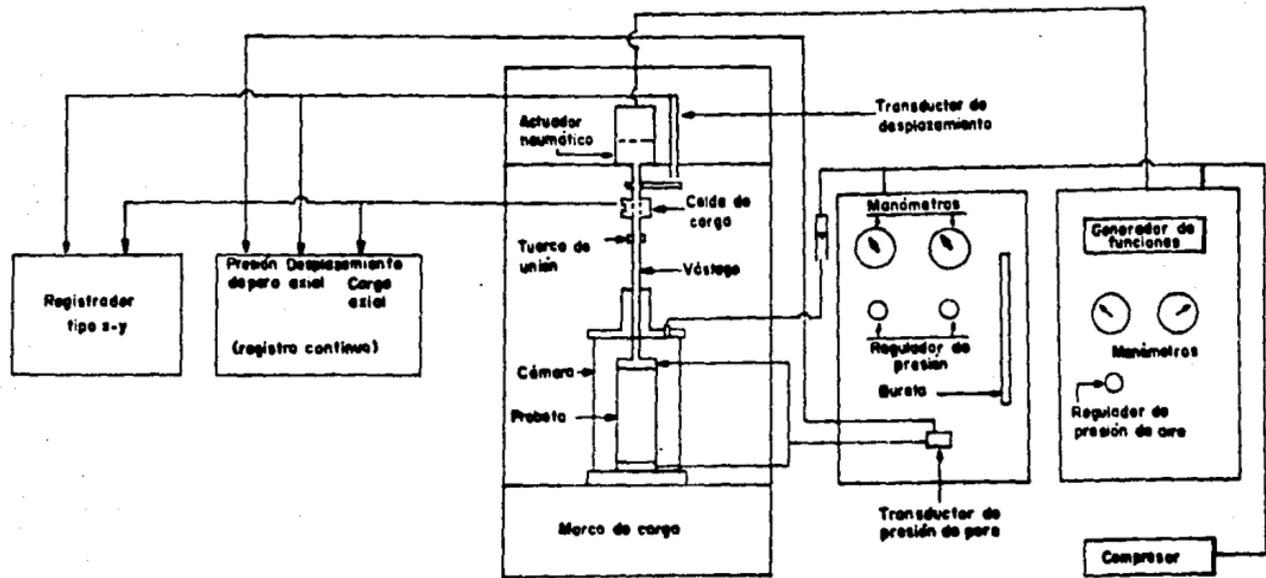


Fig.19 ESQUEMA DEL EQUIPO TRIAXIAL CICLICO

Existen dos modalidades para realizar esta prueba:

a) Ensaye con esfuerzo constante o de esfuerzos controlados.

En este ensaye la amplitud de la carga axial cíclica se mantiene constante y se miden las deformaciones que se inducen en la muestra.

b) Ensaye cíclico con deformación constante o de deformaciones controladas

En este ensaye el valor de la carga axial cíclica se hace variar de tal forma que la amplitud de la deformación cíclica de la muestra permanezca siempre constante.

Durante la ejecución de estas pruebas se miden las cargas aplicadas, las deformaciones inducidas y la presión de poro. Si graficamos el esfuerzo normal aplicado contra deformaciones inducidas en el material, podemos obtener el módulo de Young  $E$ , y conocido el valor de la relación de Poisson  $\nu$ , podemos obtener el valor de  $G$ . Las deformaciones angulares inducidas en esta prueba son mayores de 0.1%, por lo que el valor de  $G$  obtenido en esta prueba no corresponde al valor del módulo tangente inicial  $G_0$ .

### 1.3.2.-Métodos de campo

#### a) Prueba de superficie-pozo

En la prueba de superficie-pozo, conocida también como SDS (Seismic Down-hole survey), se aplica una excitación a la masa de suelo, golpeando una placa de madera o de concreto con un martillito. Golpeándola verticalmente se pueden generar ondas de compresión y con golpes horizontales ondas de corte. Es recomendable que los golpes horizontales sobre la placa se realicen en ambos extremos de la misma alternadamente, con el objeto de garantizar la polarización de las ondas.

El tren de ondas generado se registra en un pozo de medición, con un transductor tridimensional empotrado a la pared de la perforación. El transductor consta de un geófono vertical y dos horizontales, todos ortogonales entre sí que se colocan a varias profundidades durante el ensayo. Los geófonos mandan su señal a un equipo de registro para graficar el tren de ondas generado.

Este método proporciona valores promedio de la velocidad de propagación de ondas entre la fuente de excitación y los sensores, y con esta información se pueden conocer las propiedades dinámicas del material empleando las ecuaciones (1) y (2).

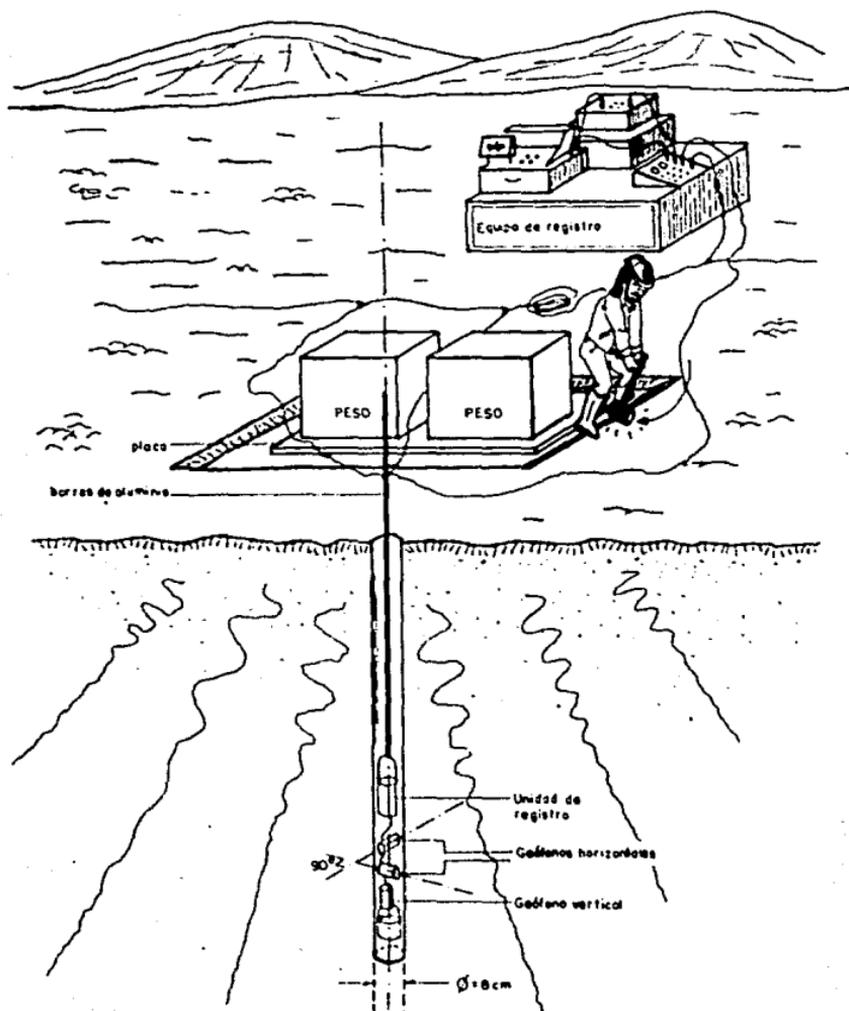


Fig 110 PRUEBA DE SUPERFICIE-POZO (DOWN-HOLE)

## b) Prueba de pozos cruzados

Conocida también como ensayo SCS (Seismic Cross-hole survey). Consiste en medir la velocidad de propagación de ondas entre dos puntos de una masa de suelo, por lo que este ensayo requiere de un mínimo de tres pozos, uno para generar las ondas y los demás para medirlas. Para producir las ondas se coloca una fuente generadora de energía, en uno de los pozos. La fuente puede ser una pequeña explosión o bien un impulso mecánico.

Para recibir las señales se colocan geófonos en pozos consecutivos, a la misma profundidad. Conocidos los tiempos de arribo de las ondas y la distancia entre los pozos, así como el tipo de onda generada, se puede conocer el valor de las velocidades de propagación  $V_p$  y/o  $V_s$ . Se puede utilizar un osciloscopio con resolución de 0.2 milisegundos como sistema de registro. Este método tiene el inconveniente de que las mediciones de  $V_p$  realizadas bajo el nivel de aguas freáticas (NAF) es la correspondiente a la del agua; los valores de  $V_p$  obtenidos bajo el NAF, si corresponden a las del suelo.

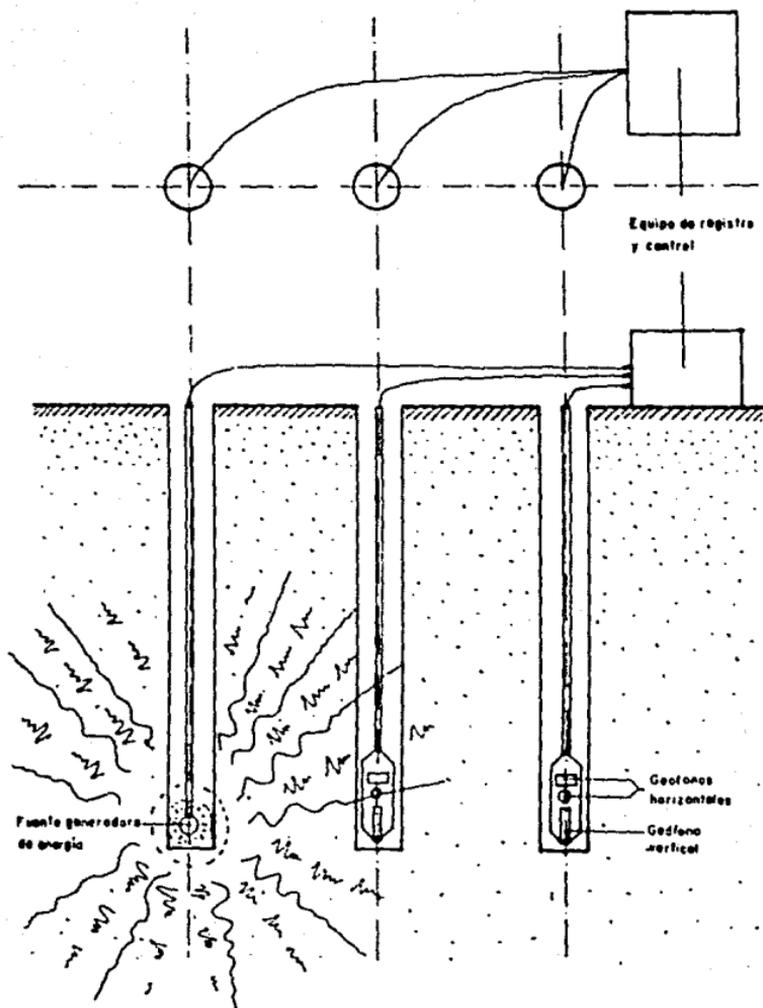


Fig.1.11 METODO DE LOS POZOS CRUZADOS (CROSS HOLE)

### c) Prueba de pozo-superficie

La prueba de pozo-superficie, o SUS (Seismic Up-hole survey), consiste en colocar una fuente generadora de energía en un pozo; por ejemplo una pequeña carga explosiva en un pozo lleno de lodo o un impulso mecánico dentro de un pozo seco. Las ondas generadas a varias profundidades durante la ejecución de la prueba se registran con varios geófonos colocados en la superficie. Debido a la similitud en la forma de generar las ondas, este ensayo puede realizarse simultáneamente con el ensayo SCS. Esta prueba es más práctica que las dos vistas anteriormente, ya que se puede aprovechar como fuente generadora de ondas el muestreador de penetración estándar; es decir, mientras se hace la exploración geotécnica en un sitio se puede, al mismo tiempo, realizar el ensayo dinámico. La figura 1.12 muestra esquemáticamente como se realiza esta prueba.

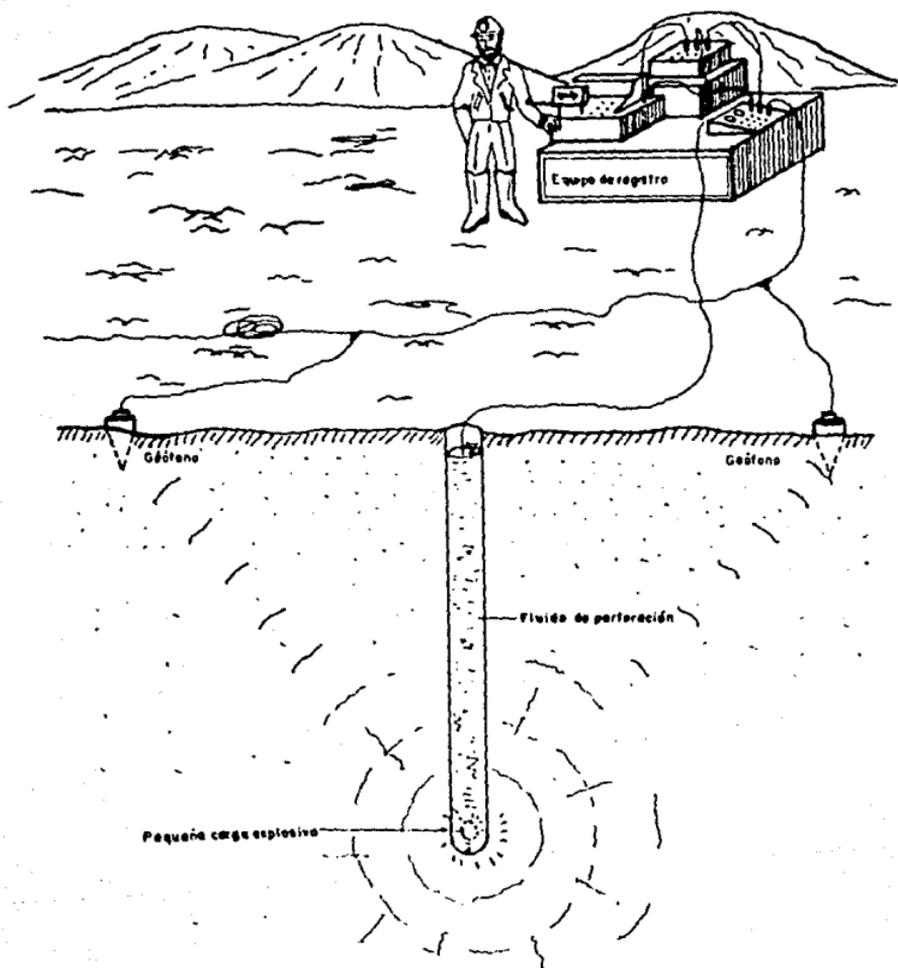


Fig.12 PRUEBA DE POZO-SUPERFICIE (UP-HOLE)

#### d) Prueba de suspensión

El dispositivo de este método consta de una sonda libremente suspendida en un pozo lleno de algún líquido que puede ser agua o fluido de perforación (lodo bentonítico). La sonda está equipada con un martillo electromagnético que sirve como fuente generadora de energía. La excitación se genera indirectamente. La acción del martillo electromagnético produce cambios de presión en el líquido y estos a su vez producen desplazamientos en la pared del pozo. Los desplazamientos de la pared generan movimientos en el líquido que son registrados por dos unidades de medición; Cada una de las cuales consta de dos geófonos, uno vertical y otro horizontal, separados entre sí por una distancia conocida y se localizan en el extremo superior de la sonda. En la figura 1.13 se presenta un esquema de este dispositivo. Las unidades de medición están conectadas a un equipo de control y registro, lo cual permite conocer los tiempos de arribo de las ondas a cada geófono. La velocidad de transmisión de ondas está dada entonces por:

$$v = \frac{t_1 - t_2}{d}$$

donde:  $v$             velocidad de propagación del tipo de onda generada  
 $t_1, t_2$         tiempo de arribo de la onda al geófono 1 y 2  
                  respectivamente  
 $d$                 distancia entre los geófonos 1 y 2.

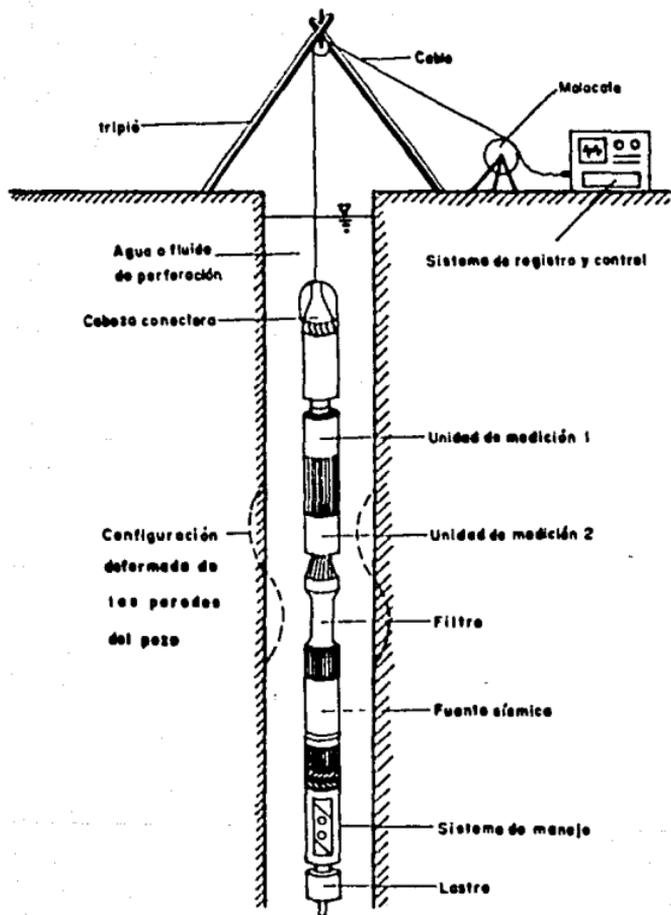


Fig.13 PRUEBA DE SUSPENSION

#### 1.4.-Prueba de cono eléctrico

La prueba de cono eléctrico no es un ensayo dinámico, sin embargo se presenta su descripción en virtud de que los resultados obtenidos con ella guardan similitud con los perfiles de  $V_c$  contra la profundidad, según se ilustra en la figura 1.2.

El penetrómetro eléctrico consta de una punta de medición intrumentada con dos unidades sensibles que cuentan con deformímetros eléctricos (strain gages). La figura 1.14 indica como está constituida dicha punta de medición. La fuerza se desarrolla en la punta cónica (1) y se mide en la celda inferior (2) y la que se desarrolla en la funda de fricción (3) se mide en la celda superior (4). Las señales registradas se transmiten por cable a la superficie donde un aparato receptor la transforma en señal digital y la presenta gráfica o numericamente.

Durante la ejecución de la prueba el cono se hince espujándolo con barras de acero (normalmente de  $\phi=3.60\text{cm}$ ) por cuyo interior pasa el cable que conduce la señal a la superficie. La fuerza necesaria para el hincado la aporta un sistema hidráulico con velocidad de penetración controlada con el objeto de que la velocidad de hincado sea constante, aunque es inevitable que la velocidad disminuya al atravesar un estrato duro y aumente en uno blando. Sin embargo se procura mantener la velocidad constante y dentro de un rango de 1 a 2 cm/s. Mientras mayor sea la velocidad de hincado, los valores de la resistencia de punta obtenidos con

la siguiente expresión, serán ligeramente mayores.

$$q_c = \frac{Q_c}{A_c}$$

donde:  $Q_c$  fuerza necesaria para hincar el cono [kg]  
 $A_c$  área transversal del cono [cm<sup>2</sup>]  
 $q_c$  resistencia de punta [kg/cm<sup>2</sup>]

En la figura 1.15 se presentan resultados típicos de una prueba de cono eléctrico.

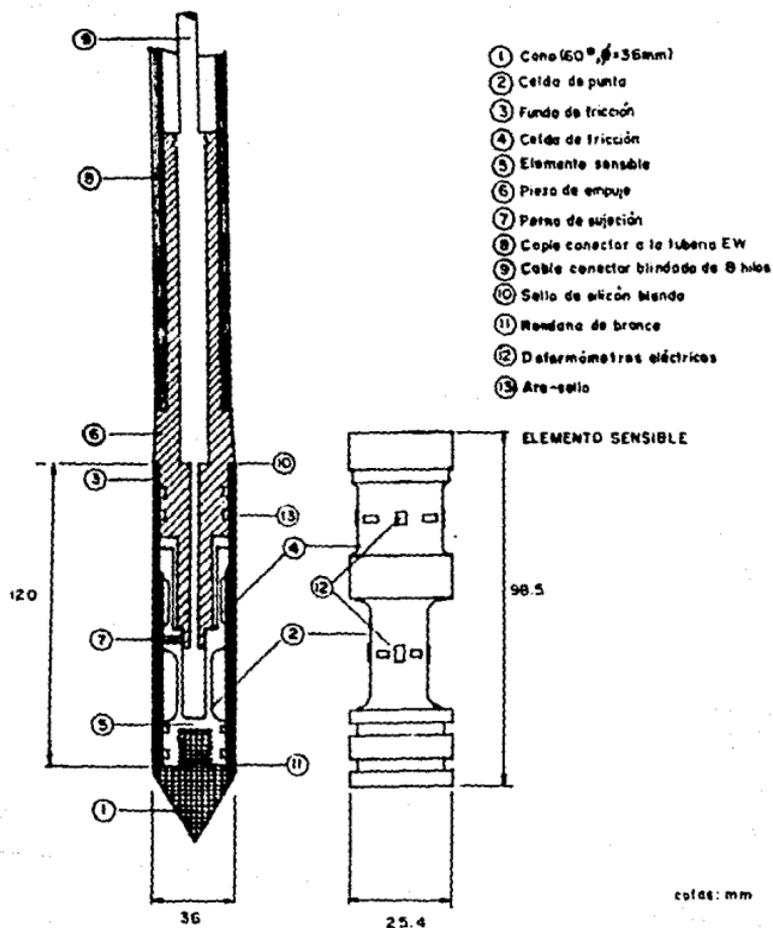
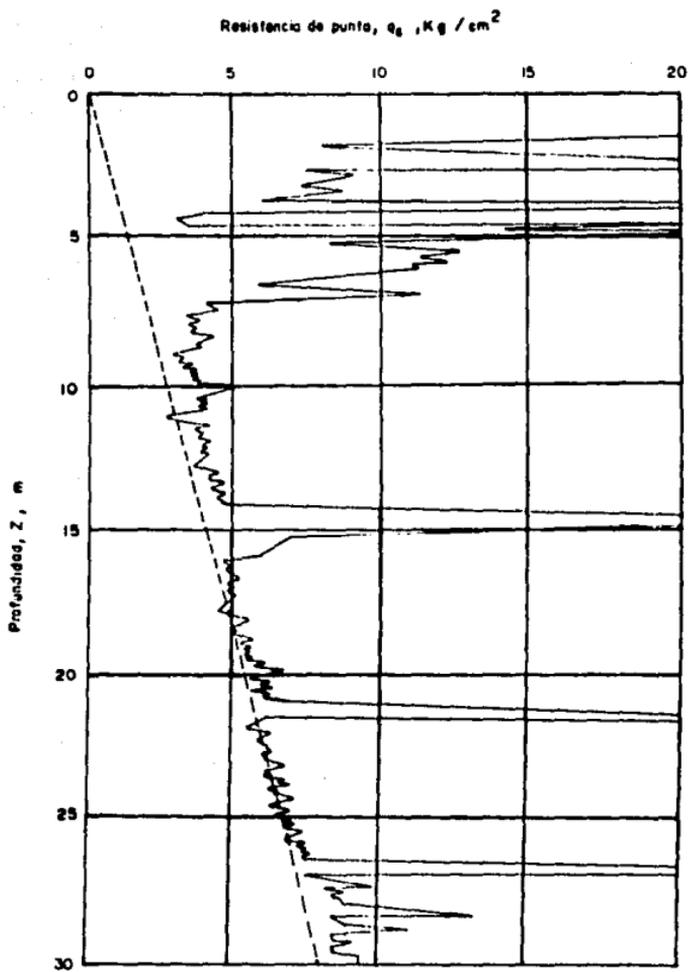


Fig. I.14 CORTE TRANSVERSAL DEL PENETROMETRO ELECTRICO



**Fig 1.15 VARIACION DE LA RESISTENCIA DE PUNTA CON LA PROFUNDIDAD**

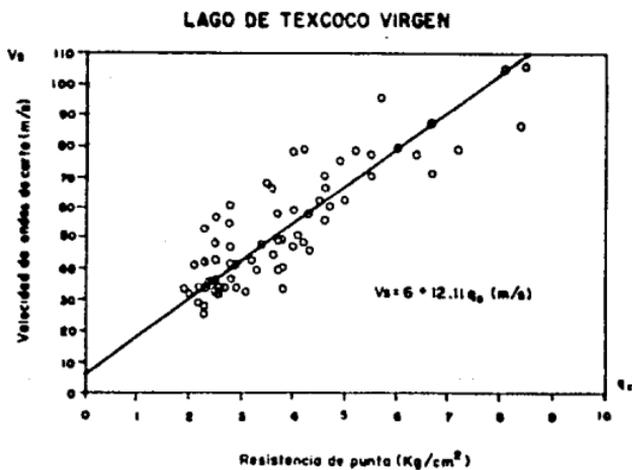
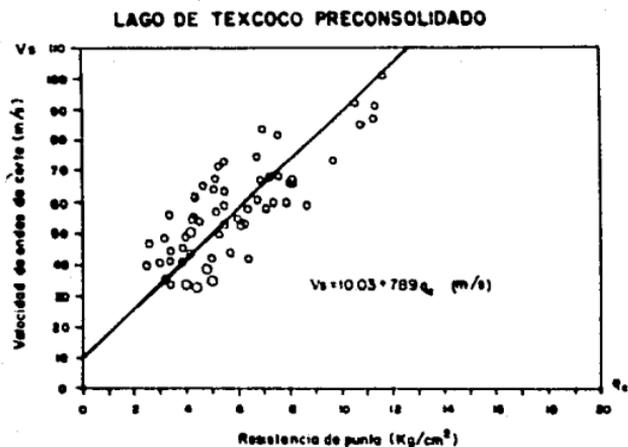
## 2.-BASES TEÓRICAS PARA CORRELACIONAR LOS MÓDULOS DE CORTANTE CON LA RESISTENCIA DE PUNTA.

### 2.1.-Correlaciones empíricas

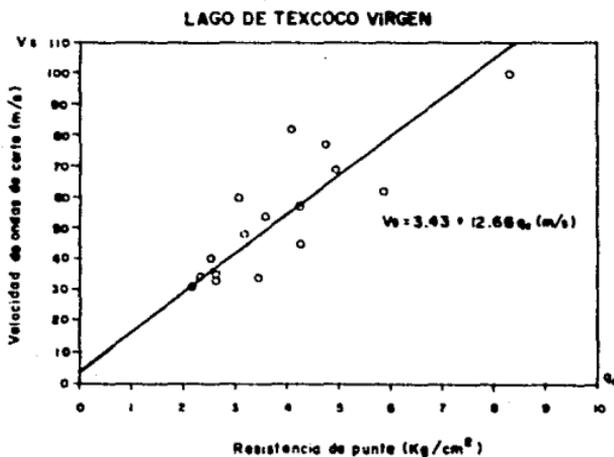
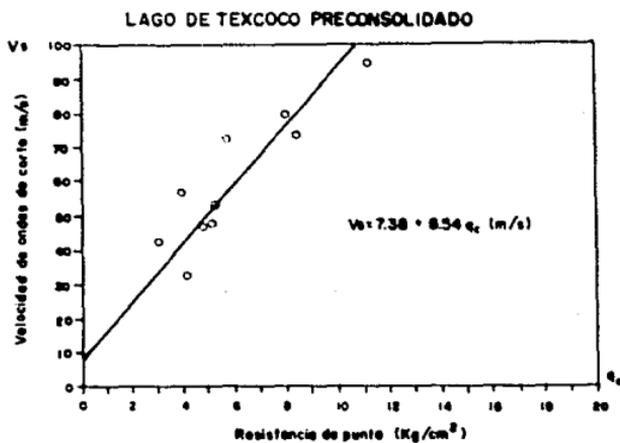
Dada la importancia que ha adquirido el cono eléctrico como herramienta geotécnica en México, se han hecho varios intentos para correlacionar las propiedades dinámicas con los resultados de pruebas de cono eléctrico, que es el objeto central de esta tesis. En el valle de México se han hecho trabajos de este tipo, graficando los puntos medidos de la velocidad de ondas de corte  $V_s$  con su correspondiente valor de la resistencia de punta  $q_c$ . La nube de puntos graficada se ajusta a una recta utilizando técnicas de regresión lineal por el método de mínimos cuadrados, obteniendo coeficientes de correlación mayores a 0.83. En las figuras 2.1 y 2.2 se observan los resultados de correlaciones utilizando los métodos de la sonda suspendida y Down-hole respectivamente para medir la velocidad de las ondas de corte. Las correlaciones obtenidas se refieren a las zonas del lago de Texcoco virgen y preconsolidado.

El inconveniente que presentan estas correlaciones empíricas es que para un valor de  $q_c$  igual a cero, asigna un valor de  $V_c$  diferente de cero, lo cual no sucede en la realidad. Además, por simple inspección visual, resulta evidente que la tendencia de la nube de puntos no es lineal.

Aunque el uso de estas correlaciones puede ser de mucha utilidad, se requieren modelos teóricos que se ajusten mejor al comportamiento real del suelo. En los siguientes párrafos se justifica la existencia de estas correlaciones aplicando las teorías de expansión de cavidades y el uso de modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos y experimentales.



**Fig 2.1 CORRELACIONES EMPIRICAS ENTRE  $V_s$  (MEDIDA CON SONDA SUSPENDIDA) Y  $q_c$**



**Fig 2.2 CORRELACIONES EMPIRICAS ENTRE  $V_s$  (MEDIDA CON LA TECNICA DE DOWN-HOLE) Y  $q_c$**

## 2.2.-Teoría de expansión de cavidades.

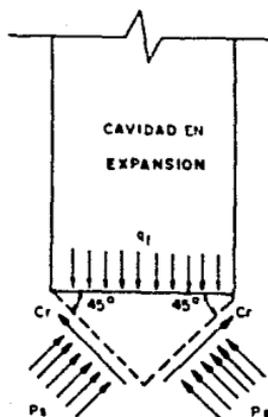
Esta teoría se desarrolló para estudiar la expansión de cavidades esféricas contenidas dentro de una masa infinita de material y proporciona una metodología para conocer la presión que, aplicada en el interior de la cavidad esférica, produce una expansión continua por efecto de flujo plástico del material. La teoría también se ha aplicado al estudio de la expansión de cavidades cilíndricas de longitud infinita, como se puede ver en la figura 2.3, y es aplicable para estimar la capacidad de pilotes (Ladanyi 1971). También se puede utilizar para deducir la resistencia a la penetración de un cono eléctrico.

La teoría es válida para cualquier modelo plástico del suelo aunque con mucha frecuencia se supone que el material es un medio elastoplástico que satisface el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Abordaremos un modelo simplificado del comportamiento del material el cual se muestra en la figura 2.4.

$q_f$  Capacidad de carga ( $=P_f'$ )

$C_r$  Resistencia residual

$P_s$  Presión del suelo



MECANISMO DE FALLA  
SIMPLIFICADO

Medio  
elasto-plástico  
infinito



Cavidad  
cilíndrica  
en expansión

L → ∞

Fig 2.3 EXPANSION DE CAVIDADES CILINDRICAS DE LONGITUD INFINITA  
CONTENIDAS EN UN MEDIO INFINITO

De acuerdo con esta teoría la presión  $P_i$  aplicada en el interior de una cavidad cilíndrica necesaria para producir una expansión continua por efecto de flujo plástico está dada por:

$$P_i = P_o' + \frac{2}{3} q_r \left[ 1 + \ln \left( -\frac{2}{3} \frac{E_r}{q_r} \right) \right] + \frac{2}{3} q_p \left[ \frac{\frac{E_p}{E_r} - 1}{\frac{E_p}{E_r} - \frac{q_p}{q_r}} \right] \ln \left( \frac{E_p q_r}{E_r q_p} \right)$$

- donde:
- $P_i$  presión capaz de producir una expansión
  - $P_o'$  esfuerzo efectivo normal estático inicial al centro de la cavidad de la cavidad
  - $q_p$  esfuerzo desviador para la resistencia máxima
  - $q_r$  esfuerzo desviador para la resistencia residual
  - $E_p$  módulo secante correspondiente a  $1/2q_p$
  - $E_r$  módulo secante correspondiente a  $q_r$

Si consideramos que el material tiene un comportamiento elastoplástico, tendremos:

$$E_r = E_p = E$$

$$q_r = q_p = q$$

sustituyendo:

$$P_i = P_o' + \frac{2}{3} q \left[ 1 + \ln \left( -\frac{2}{3} \frac{E}{q} \right) \right] \quad (3)$$

La capacidad de carga,  $q_r$ , está dada por:

$$q_r = P_i + C_r \quad (4)$$

donde  $C_r$  es la resistencia residual.

Estableciendo la similitud del modelo con una prueba de cono eléctrico,  $q_r$  es análoga a la resistencia de punta.

Escribiendo la ecuación (4) en términos de la resistencia del suelo:

$$q_r = N_k C_u = P_i + C_u$$

de donde:

$$P_i = C_u (N_k - 1)$$

De acuerdo con los valores de  $N_k$  dados en la tabla 2:

$$P_i = C_u N_k$$

Es decir la presión  $p_i$  es aproximadamente igual a la resistencia de punta medida con el cono.

El esfuerzo  $q/2$  es igual a la resistencia al corte no drenada  $C_u$ , la cual se puede obtener a partir de la resistencia de punta  $q_c$  utilizando correlaciones como la siguiente, debida a Terzaghi:

$$\frac{q}{2} = C_u = \frac{q_c - \gamma h}{N_k} ; q = 2C_u$$

donde:  $C_u$  resistencia al corte no drenada  
 $N_k$  factor de correlación  
 $\gamma$  peso volumétrico del material  
 $h$  profundidad de la prueba

El coeficiente de correlación  $N_k$  es función del tipo de suelo y de la forma del penetrómetro empleado para su determinación. En la tabla I se presentan valores típicos de este coeficiente.

TABLA I Valores típicos del coeficiente  $N_k$  (Lunne 1977)

TIPO DE SUELO	$N_k$	FORMA DEL PENETRÓMETRO
Todo tipo	5-70	?
Arcillas marinas de blandas a duras	13-24	cilíndrica
Arcillas preconsolidadas	17	cilíndrica

Begemann (1953) plantea que en la ecuación de Terzaghi para correlacionar  $C_u$  con  $q_c$ , el término  $\gamma h$  debe ser eliminado por ser poco significativo, por lo que la ecuación queda:

$$C_u = \frac{q_c}{N_k}$$

En la tabla II aparecen los valores típicos de  $N_k$  para la ecuación que plantea Begemann.

**TABLA II Valores típicos de  $N_d$  para la correlación de Begemann**

(Mc Carthy 1977, Begemann 1953 y Montañez 1980)

TIPO DE SUELO	$N_d$	FORMA DEL PENETRÓMETRO
Arcilla normalmente consolidada ( $q_c < 20$ )	15-18	clásica
Arcilla suave con falla local	10-14	clásica
Arcilla preconsolidada	22-26	clásica
Arcilla bajo el nivel de aguas freáticas	14	clásica
Arcillosos blandos	20	cilíndrica

Sin embargo, la resistencia dinámica de un suelo es mayor que la resistencia estática, sobre todo en materiales muy plásticos como es el caso de las arcillas. En un estudio desarrollado en el Instituto de ingeniería de la UNAM se obtuvieron gráficas que revelan la variación de la resistencia no drenada  $C_u$  con el logaritmo de la velocidad de deformación. (Alberro e Hiriart 1971). En un ensaye dinámico esta diferencia será más pronunciada por lo que el valor del coeficiente  $N_d$  será menor que los valores que aparecen en las tablas I y II.

El esfuerzo normal efectivo  $Po'$  puede expresarse en términos del esfuerzo efectivo normal octaédrico  $\sigma_v'$  y del esfuerzo efectivo horizontal  $\sigma_h'$ .

$$Po' = \frac{1}{3} (\sigma_v' + 2\sigma_h')$$

La relación entre  $\sigma_h'/\sigma_v'$  es función de la historia de esfuerzos aunque en suelos normalmente consolidados permanece constante y su valor es aproximadamente 0.5; entonces tenemos que:

$$\sigma_h = K_0 \sigma_v'$$

$$K_0 = 0.5$$

$$\sigma_h' = \frac{1}{2} \sigma_v'$$

sustituyendo:

$$Po' = \frac{1}{3} \left[ \sigma_v' + 2 \left( \frac{1}{2} \sigma_v' \right) \right]$$

$$\therefore Po' = \frac{2}{3} \sigma_v'$$

El módulo Young  $E$  está relacionado con el módulo de rigidez  $G$  de acuerdo con la siguiente expresión:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5)$$

donde:  $\nu$  relación de Poisson

Y el módulo de rigidez al cortante  $G$  puede expresarse en términos de la velocidad de propagación de ondas de corte  $V_s$  como sigue:

$$G = \rho V_s^2$$

donde:  $\rho = \frac{\gamma}{g}$  densidad  
 $\gamma$  peso volumétrico del material  
 $g$  aceleración de la gravedad

igualando ambas expresiones tenemos:

$$E = 2\rho V_s^2(1+\nu)$$

sustituyendo en la ecuación (3):

$$q_c = \left( \frac{2}{3} \sigma_v' \right) + \frac{4}{3} \left( \frac{q_c - \gamma h}{N_k} \right) \left\{ 1 + \ln \frac{2}{3} \left[ \frac{2\rho V_s^2(1+\nu)}{2(q_c - \gamma h)} \right] \right\}$$

simplificando:

$$q_c = \frac{2}{3} \left\{ \sigma_v' + 2 \left( \frac{q_c - \gamma h}{N_k} \right) \left\{ 1 + \ln \left[ \frac{2N_k \gamma V_s^2 (1+\nu)}{3g(q_c - \gamma h)} \right] \right\} \right\}$$

despejando a  $V_v$ :

$$V_v = \sqrt{\frac{3g(q_c - \gamma h)}{2N_s \gamma (1 + \nu)}} \exp \left[ \frac{N_s (3q_c - 2\sigma_v')}{4(q_c - \gamma h)} - 1 \right] \quad (6)$$

Lambe y Whitman (1979) plantean que la relación entre la resistencia no drenada  $C_u$  y el esfuerzo vertical efectivo  $\sigma_v'$  permanece constante en suelos normalmente consolidados. Si se grafica el promedio del esfuerzo efectivo  $p = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$  contra el semiesfuerzo desviador  $C = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ , los puntos de  $p$  y  $C$  en la falla ( $p_f$  y  $C_f$ ) se aproximan a una recta cuya pendiente es "a", según se observa en figura 2.5. El valor de "a" es constante y oscila alrededor de 0.3. El valor de la resistencia no drenada está dado entonces por las siguientes expresiones:

$$C_u = \frac{q_c}{N_s}$$

$$C_u = a \sigma_v'$$

igualando y despejando tenemos:

$$\sigma_v' = \frac{q_c}{aN_s}$$

sustituyendo en la ecuación (2):

$$V_s = \sqrt{\frac{3gq_c}{2N_s\gamma(1+\nu)} \exp\left[\frac{N_s[3q_c - (2/aN_s)q_c]}{4q_c} - 1\right]}$$

simplificando:

$$V_s = \sqrt{\frac{3gq_c}{2N_s\gamma(1+\nu)} \exp\left[\frac{(3N_s-4)}{4} - \frac{1}{2a}\right]} \quad (A)$$

- donde:  $V_s$  velocidad de propagación de ondas de corte  
 $q_c$  resistencia de punta  
 $N_s$  factor de correlación  
 $a$  constante;  $a = \frac{C_u}{\sigma_v}$   
 $\gamma$  peso volumétrico del material  
 $g$  aceleración de la gravedad  
 $\nu$  relación de Poisson

La expresión (A) relaciona a la velocidad de propagación de ondas de corte  $V_s$  (con la que podemos estimar las propiedades dinámicas de un material) con la resistencia de punta  $q_c$  obtenida en un ensayo de cono eléctrico.

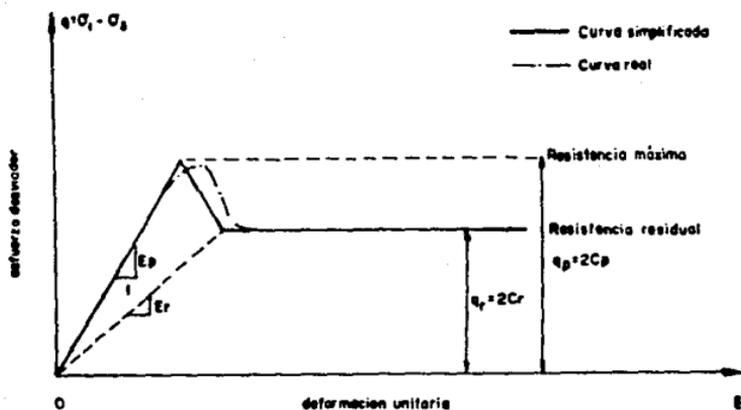


Fig 2.4 MODELO ESFUERZO-DEFORMACION SIMPLIFICADO

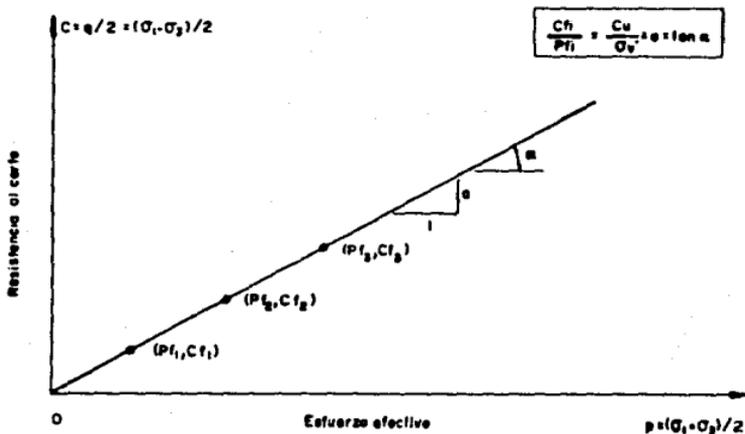


Fig 2.5 RELACION ENTRE LA RESISTENCIA AL CORTE NO DRENADA  $C_u=C_f$  Y EL ESFUERZO EFECTIVO  $\sigma'_v = P_f$

Puede darse otro enfoque a la teoría de expansión de cavidades para correlacionar  $V_c$  y  $q_c$ , similar al que se acaba de presentar pero en el que se consideran explícitamente el valor del esfuerzo vertical efectivo  $\sigma_v'$  y la resistencia al corte no drenada  $C_u$  en vez de el coeficiente  $M_c$  y de la constante "a". La expresión obtenida es la siguiente:

$$V_c = \sqrt{\frac{C_u}{\rho} \exp \left[ \frac{3}{4} \left( \frac{q_c - 2/3 \sigma_v'}{C_u} \right) - 1 \right]}$$

El análisis se hace por unidades geológicas, comparando los resultados con los de una prueba de Down-hole. Sin embargo se tiene el inconveniente de que en la expresión aparecen muchos parámetros que requieren medirse en el laboratorio y muchas veces no se dispone de toda esta información. Además, al intervenir tantas variables en la expresión, la incertidumbre aumenta considerablemente. Sin embargo este enfoque es más racional en el sentido de que toma en cuenta las formaciones geológicas del lugar, y sería conveniente profundizar en él, aunque para ello se requiere de más información confiable.

### 2.3.-Modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos

En análisis dinámicos para evaluar la respuesta de depósitos de suelo ante la aplicación de cargas sísmicas, es necesario determinar el comportamiento esfuerzo-deformación y las propiedades de amortiguamiento del material bajo estudio. De acuerdo con Ishihara (1982), para tomar en cuenta el efecto de la naturaleza no lineal del comportamiento esfuerzo-deformación del suelo en el análisis de respuesta sísmica de un depósito de suelo se puede utilizar un modelo lineal aproximado para niveles de deformación menores al 1%; para deformaciones mayores, el método de integración paso a paso puede ser una buena opción. también es conveniente contar con un modelo esfuerzo-deformación analítico que represente fielmente el comportamiento del suelo hasta niveles de deformación cercanos ala falla.

En la figura 2.6 se muestra el modelo de comportamiento de un suelo para cargas cíclicas. La relación esfuerzo-deformación en la rama virgen está representada por la curva "esqueleto" que puede expresarse simbólicamente como:  $\tau=f(\gamma)$ , donde " $\tau$ " y " $\gamma$ " son el esfuerzo y la deformación unitaria al cortante, respectivamente. En la gráfica podemos observar también las ramas de descarga y recarga.

Coefficiente de amortiguamiento D:

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} ; \text{ donde:}$$

$\Delta W$  Energía de amortiguamiento



W Energía equivalente de deformación

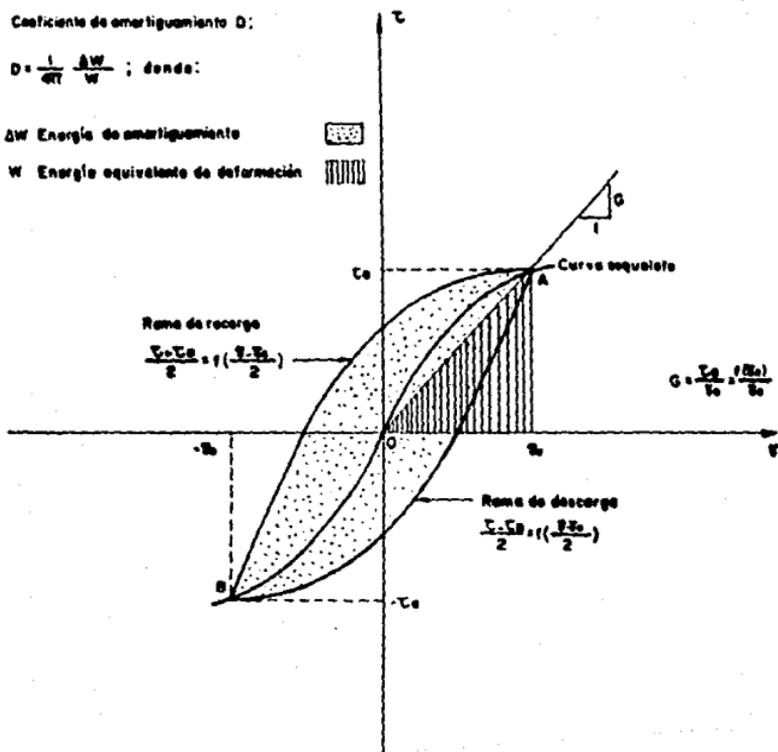


Fig 2.8 CONSTRUCCION DE LAS CURVAS DE DESCARGA Y RECARGA

El módulo secante de rigidez al cortante G está dado entonces por:

$$G = \frac{\tau_0}{\gamma_0} = \frac{f(\gamma_0)}{\gamma_0}$$

Donde " $\tau_0$ " y " $\gamma_0$ " son la amplitud del esfuerzo y de la deformación al cortante respectivamente.

El índice de amortiguamiento D está dado por:

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W}$$

donde:  $\Delta W$  energía de amortiguamiento  
W energía equivalente de deformación

$$W = \frac{1}{2} \tau_0 f(\gamma_0)$$

En adelante se estudiará con detalle la curva esqueleto,  $\tau=f(\gamma)$ , dada por los modelos hiperbólicos de Ramberg-Osgood, Hardin-Drnevich y el modelo hiperbólico general y nos valdremos de ellos para conocer el módulo de rigidez al cortante inicial  $G_0$  a partir de la resistencia de punta  $q_c$ .

### 2.3.1.-Modelo hiperbólico de Ramberg-Osgood

El comportamiento esfuerzo-deformación de un suelo de acuerdo con el modelo de Ramberg-Osgood, se puede expresar como:

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \alpha \left| \frac{\tau}{\tau_r} \right|^{r-1}}$$

- donde:  $G_0$  módulo de rigidez al cortante inicial  
 $\gamma$  deformación unitaria al cortante  
 $\tau$  esfuerzo cortante  
 $\tau_r$  esfuerzo cortante máximo o resistencia al corte  
 $\alpha$  constante  
 $r$  constante

Los valores de las constantes " $\alpha$ " y " $r$ " son representativas de un sitio dado. En el lago de Texcoco vigen se han obtenido el valor de dichas constantes, siendo  $\alpha = 1.690$  y  $r = 2.1$ , en la zona del lago de Texcoco preconsolidado,  $\alpha = 1.757$  y  $r = 2.2$ , y en el lago de Kochimilco-Chalco,  $\alpha = 2.783$  y  $r = 2.2$ . (Jaime 1987).

Desarrollando el modelo:

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \alpha \frac{\tau^{r-1}}{\tau_r^{r-1}}};$$

$$1 + \alpha \frac{\tau^{r-1}}{\tau r^{r-1}} = \frac{G_0 \gamma}{\tau} ;$$

$$\alpha \frac{\tau^r}{\tau \tau r^r} = \frac{G_0 \gamma}{\tau} - 1 ;$$

$$\alpha \frac{\tau^r}{\tau r^r} = \frac{G_0 \gamma}{\tau r} - \frac{\tau}{\tau r} ;$$

$$\alpha \frac{\tau^r}{\tau r^r} + \frac{\tau}{\tau r} = \frac{G_0 \gamma}{\tau r} ;$$

Si hacemos:  $\gamma_r = \frac{\tau r}{G_0}$

Donde  $\gamma_r$  es una deformación unitaria de referencia que permanece constante y es característico de un sitio dado (Jaime 1987); sustituyendo tendremos que:

$$\alpha \frac{\tau^r}{\tau r^r} + \frac{\tau}{\tau r} = \frac{\gamma}{\gamma_r}$$

Si en esta ecuación hacemos  $\gamma \rightarrow 0$  con el objeto de conocer el módulo tangente inicial  $G_0$ , tendremos que el correspondiente valor de  $\tau$  es cercano a cero, y dado que "r" tiene un valor cercano a dos, tenemos que  $\tau^r = 0$  se aproxima a este valor más rápidamente que  $\tau$ . De lo anterior se deduce que para deformaciones pequeñas:

$$\frac{\tau}{\tau r} \approx \frac{\gamma}{\gamma_r}$$

$$\tau = \frac{\gamma \tau_r}{\gamma_r}$$

La resistencia al corte  $\tau_r = C_u$ , como ya habíamos citado, está dada por la siguiente correlación:

$$\tau_r = C_u = \frac{q_c}{N_u}$$

Sustituyendo:

$$\tau = \frac{q_c \gamma}{N_u \gamma_r}$$

El módulo secante, cuando  $\gamma \rightarrow 0$ , se confunde con el módulo tangente inicial; el módulo secante está dado por:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{f(\gamma)}{\gamma}$$

Por lo que:

$$G = \frac{\frac{q_c \gamma}{N_u \gamma_r}}{\frac{\gamma}{1}} ;$$

$$G = \frac{q_c}{N_u \gamma_r}$$

Y de la relación  $G = \rho V_s^2$ , tenemos que:

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \dots\dots(7)$$

Sustituyendo:

$$V_s = \sqrt{\frac{q_c}{\rho N_s \gamma_r}} \quad (B)$$

- Donde:  $V_s$  velocidad de las ondas de corte [cm/s]  
 $q_c$  resistencia de punta [kg/cm<sup>2</sup>]  
 $\rho$  densidad [kg s<sup>2</sup>/cm<sup>4</sup>]  
 $N_s$  coeficiente de correlación [1]  
 $\gamma_r$  deformación unitaria al cortante de referencia [1]  
 $\gamma_r = \frac{\tau_r}{\sigma_0} = \text{cte}$

La expresión (B) es de la misma forma que la ecuación (A) obtenida con la teoría de expansión de cavidades.

### 2.3.2.-Modelo hiperbólico de Hardin-Drnevich

Otro modelo hiperbólico para representar el comportamiento esfuerzo-deformación de un suelo es el de Hardin-Drnevich:

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \frac{G_0}{\tau_r} \gamma}$$

Pero la deformación de referencia  $\gamma_r$  está dada por:

$$\gamma_r = \frac{\tau_r}{G_0}$$

sustituyendo:

$$\tau = \frac{G_0 \gamma}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}}$$

Multiplicando y dividiendo por  $\gamma_r/\gamma$ :

$$\tau = \frac{G_0 \gamma_r}{\frac{\gamma_r}{\gamma} + 1} ;$$

$$\tau = \frac{G_0 (\tau_r/G_0)}{\frac{\gamma_r}{\gamma} + 1}$$

$$\tau = \frac{\tau_r}{\frac{\gamma_r}{\gamma} + 1}$$

Y la resistencia  $\tau$  está dada por:

$$\tau = \frac{Q_c}{N_h}$$

sustituyendo:

$$\tau = \frac{\frac{Q_c}{N_h}}{\frac{\gamma r}{\gamma} + 1} = \frac{\frac{Q_c}{N_h}}{\frac{\gamma r + \gamma}{\gamma}}$$

$$\tau = \frac{Q_c \gamma}{N_h(\gamma r + \gamma)}$$

Sabemos que el módulo secante  $G$  está dado por:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{f(\gamma)}{\gamma}$$

sustituyendo:

$$G = \frac{\frac{Q_c \gamma}{N_h(\gamma r + \gamma)}}{\frac{\gamma}{1}}$$

$$G = \frac{Q_c}{N_h(\gamma r + \gamma)}$$

Sustituyendo en la ecuación (7):

$$V_s = \sqrt{\frac{Q_c}{\rho N_h(\gamma r + \gamma)}} \quad (C)$$

Si  $\gamma \rightarrow 0$ , el módulo secante  $G$  se confunde con el módulo tangente inicial  $G_0$  y la expresión (C) queda exactamente igual a la expresión (B).

### 2.3.3.-Modelo hiperbólico general

El modelo hiperbólico general está dado por la siguiente expresión:

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \frac{\frac{y}{\gamma r}}{a + b \frac{y}{\gamma r}}$$

Donde  $a$  y  $b$  son constantes que se determinan experimentalmente. Para las arcillas de la ciudad de México  $a=0.96$  y  $b=1.05$  (Jaime, 1987).

Desarrollando la ecuación:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (8)$$

Sustituyendo:

$$\frac{\tau}{G_0 \gamma} = 1 - \frac{\frac{y}{\gamma r}}{a + b \frac{y}{\gamma r}} ;$$

$$\gamma r = \frac{\tau r}{G_0} ; G_0 = \frac{\tau r}{\gamma r}$$

Sustituyendo:

$$\frac{\tau \gamma r}{\tau r \gamma} = 1 - \frac{\frac{y}{\gamma r}}{a + b \frac{y}{\gamma r}} ;$$

$$\frac{\tau y_r}{\tau r y} = \frac{a + b \frac{y}{y_r} - \frac{y}{y_r}}{a + b \frac{y}{y_r}} ;$$

$$\frac{\tau y_r}{\tau r y} = \frac{a + (b-1) \frac{y}{y_r}}{a + b \frac{y}{y_r}} ;$$

$$\frac{\tau}{\tau r} = \frac{a + (b-1) \frac{y}{y_r}}{a \frac{y_r}{y} + b} ;$$

$$\tau = \tau r \left[ \frac{a + (b-1) \frac{y}{y_r}}{a \frac{y_r}{y} + b} \right] ;$$

$$\tau = \frac{G_c}{N_h} \left[ \frac{a + (b-1) \frac{y}{y_r}}{a \frac{y_r}{y} + b} \right]$$

Sustituyendo en (8):

$$G = \frac{G_c}{N_h} \left[ \frac{a + (b-1) \frac{y}{y_r}}{a y_r + b y} \right]$$

Sustituyendo en (7):

$$V_s = \sqrt{\frac{q_c}{\rho N s} \left[ \frac{a + (b-1) \bar{\gamma} / \bar{\gamma}_c}{a \bar{\gamma}_c + b \bar{\gamma}} \right]} \quad (D)$$

Si hacemos nuevamente que  $\bar{\gamma} \rightarrow 0$ , en la expresión (D), esta queda exactamente igual a la expresión (B).

En las expresiones (B,C,D) obtenidas a partir de los modelos de Ramberg-Osgood, Hardin-Drnevich y del modelo hiperbólico general, respectivamente, se obtiene la misma relación entre  $V_s$  y  $q_c$ .

#### 2.4.-Modelo de deformaciones pequeñas

Rangel (1990) presenta una expresión semiempírica para modelar el comportamiento esfuerzo-deformación de un suelo para deformaciones pequeñas mediante una función exponencial:

$$\frac{\tau}{\tau_r} = 1 - e^{-\gamma/\gamma_r} + \mu \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^2$$

Desarrollando el modelo:

$$\tau = \tau_r \left[ 1 + e^{-\gamma/\gamma_r} + \mu \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^2 \right]$$

$$\tau = \frac{q_c}{N_k} \left[ 1 + e^{-\gamma/\gamma_r} + \mu \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^2 \right]$$

Sustituyendo en (8)

$$G = \frac{q_c}{\gamma N_k} \left[ 1 + e^{-\gamma/\gamma_r} + \mu \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^2 \right] ;$$

Sustituyendo en (7):

$$v_o = \sqrt{\frac{q_c}{\gamma N_k} \left[ 1 - e^{-\gamma/\gamma_r} + \mu \left(\frac{\gamma}{\gamma_r}\right)^2 \right]} \quad (E)$$

El modelo es válido únicamente para deformaciones comprendidas entre  $10^{-5}$  y  $4 \times 10^{-2}$ . Sin embargo fijando arbitrariamente  $\gamma = 10^{-5}$  se tendrá una buena aproximación del módulo tangente inicial,  $G_0$ .

### 3.-PRESENTACIÓN Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se utilizan las fórmulas deducidas anteriormente para obtener correlaciones entre  $V_c$  y  $q_c$  en algunos sitios de la ciudad de México localizados en la zona del lago de Texcoco virgen y preconolidado así como para la zona del lago de Xochimilco-Chalco. Para ello, se utilizarán valores medidos de la velocidad de las ondas de corte " $V_c$ " y de la resistencia de punta " $q_c$ ". Estos datos fueron obtenidos por el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Graficando en el eje de las ordenadas a la velocidad de las ondas de corte  $V_c$  y en el de las abscisas a la resistencia de punta  $q_c$ , se obtiene un conjunto de puntos medidos. En el mismo plano se grafican los valores de  $V_c$  calculados a partir de  $q_c$  con las expresiones deducidas en el capítulo 2.

Primero se presentan todos los puntos medidos de un sitio y posteriormente se hace una clasificación de los puntos medidos de acuerdo a la estratigrafía del lugar, separándolos en tres grupos: arcillas, estratos duros y costra superficial.

### 3.1.-Teoría de expansión de cavidades

Como resultado de la aplicación de esta teoría, se obtuvo la expresión (A). Para calibrarla se varió el coeficiente de correlación  $N_s$  hasta encontrar un valor tal que permita al modelo ajustarse adecuadamente a los datos experimentales. Se adoptó  $a=0.26$ , según se discutió en el capítulo anterior. El peso volumétrico promedio fue  $\gamma=1.2 \text{ t/m}^3$  y  $\nu=0.5$  ya que se supusieron condiciones de drenaje nulo.

En las figs 3.1 a 3.10 se muestran los resultados obtenidos con la fórmula (A) en las zonas del lago de Texcoco virgen y preconsolidado, y en el lago de Xochimilco-Chalco para los diferentes estratos encontrados.

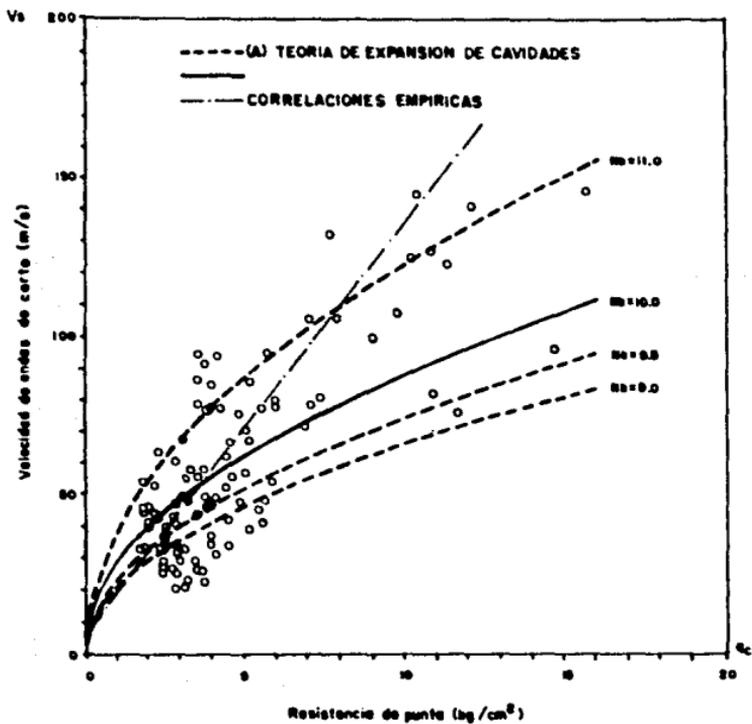
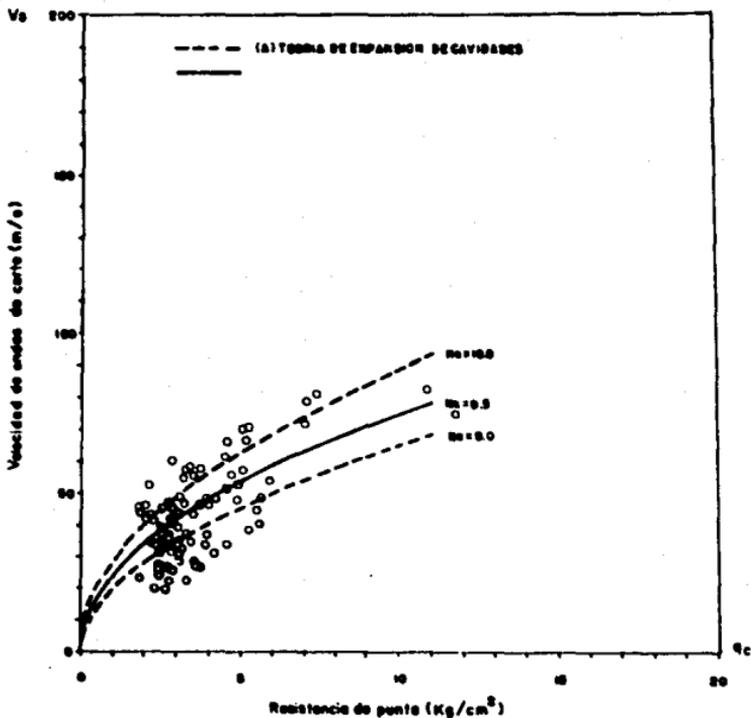


Fig 3.1 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN LA ZONA DEL LAGO DE TEXCOCO VIRGEN



**Fig 3.2 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE TEXCOCO VIRGEN**

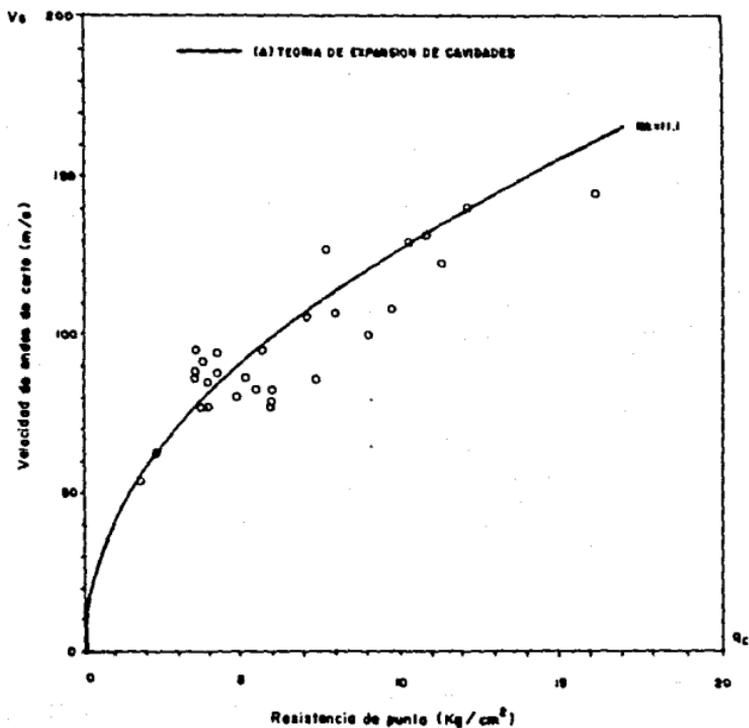


Fig 3.3 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS DUROS DEL LAGO DE TEXCOCO VIRGEN

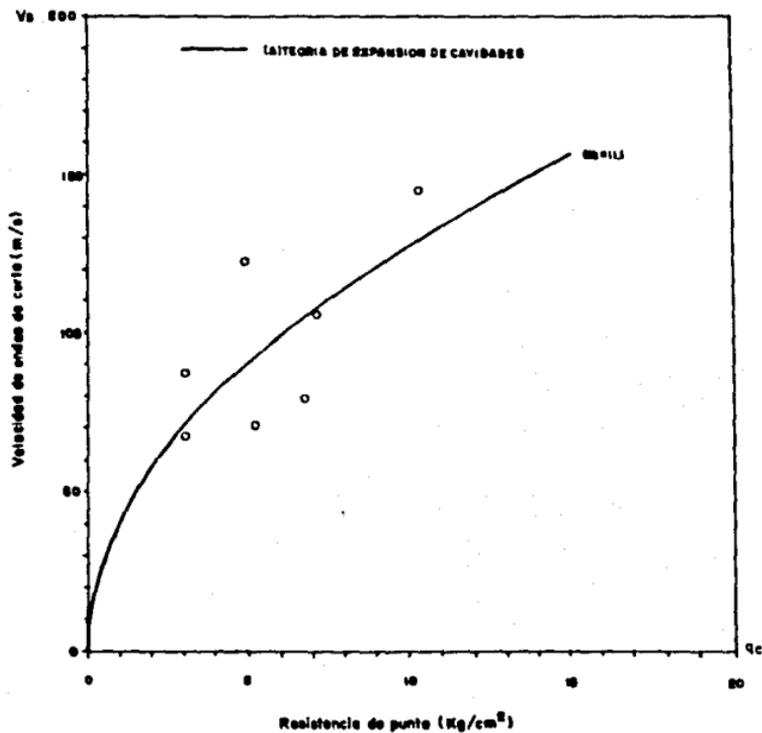


Fig 3.4 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN LA COSTRA SUPERFICIAL DEL LAGO DE TEXCOCO VIRGEN

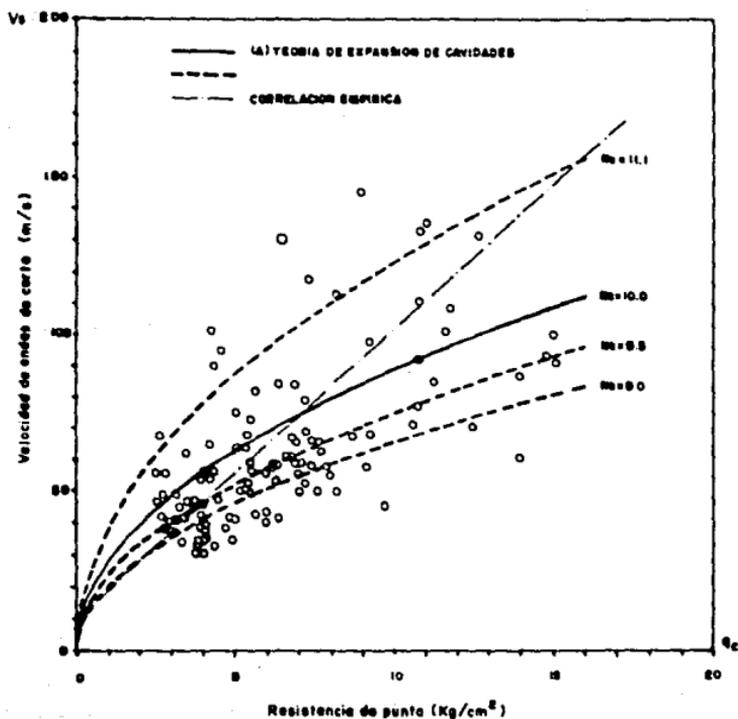


Fig 3.5 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN LA ZONA DEL LAGO DE TEXCOCO PRECONSOLIDADO

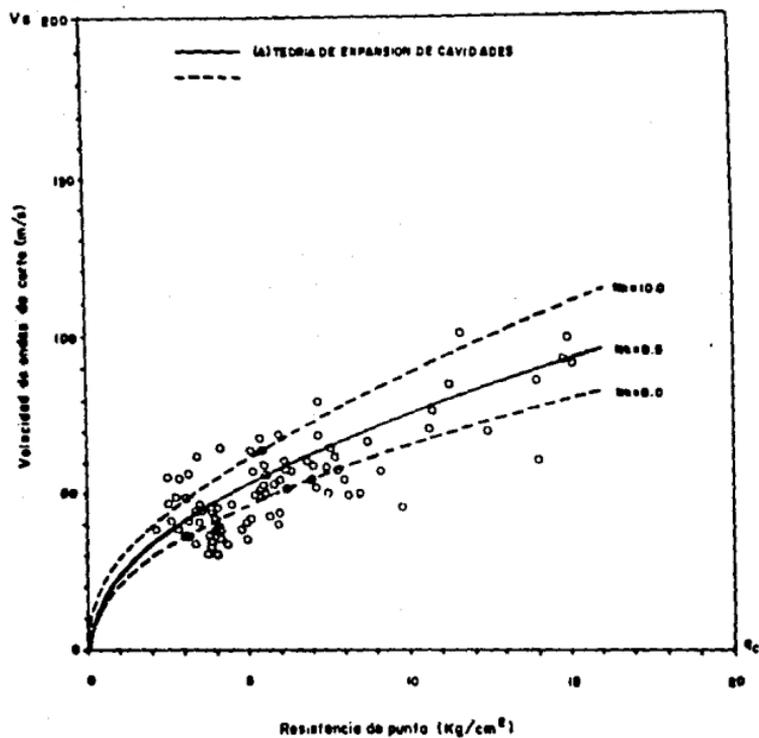


Fig 3.6 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE TEXCOCO PRECONSOLIDADO

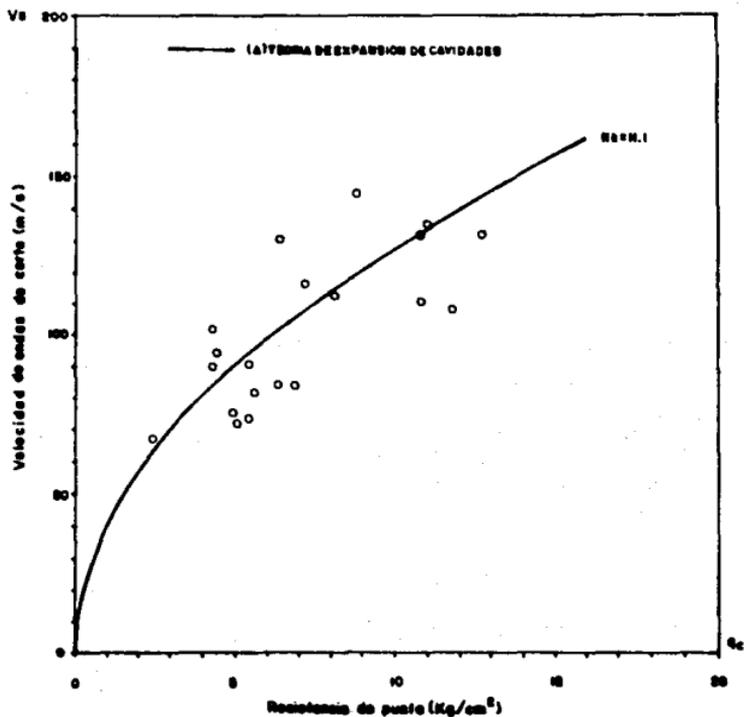


Fig 3.7 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS DUROS DEL LAGO DE TEXCOCO PRECONSOLIDADO

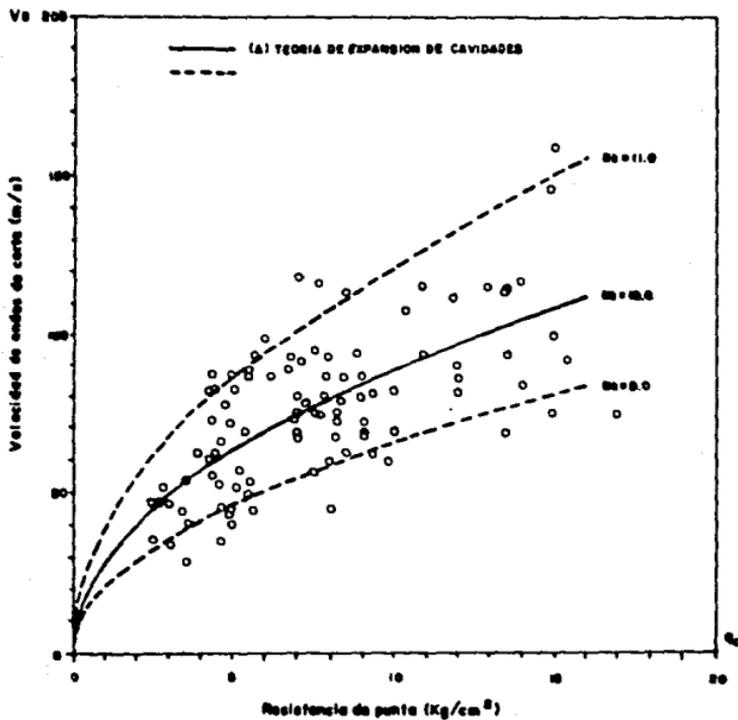


Fig 3.8 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN LA ZONA DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO

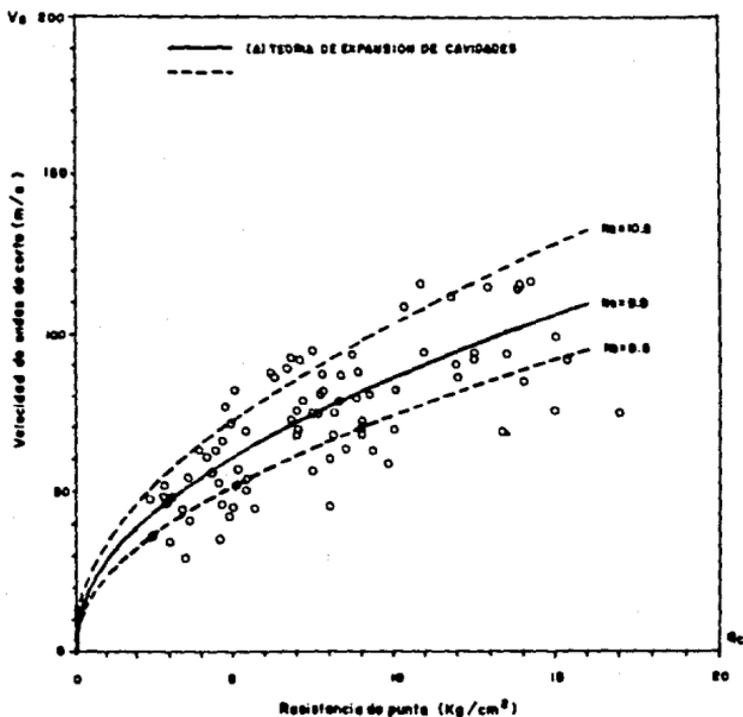


Fig 3.9 CORRELACIONES ENTRE  $v_c$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO

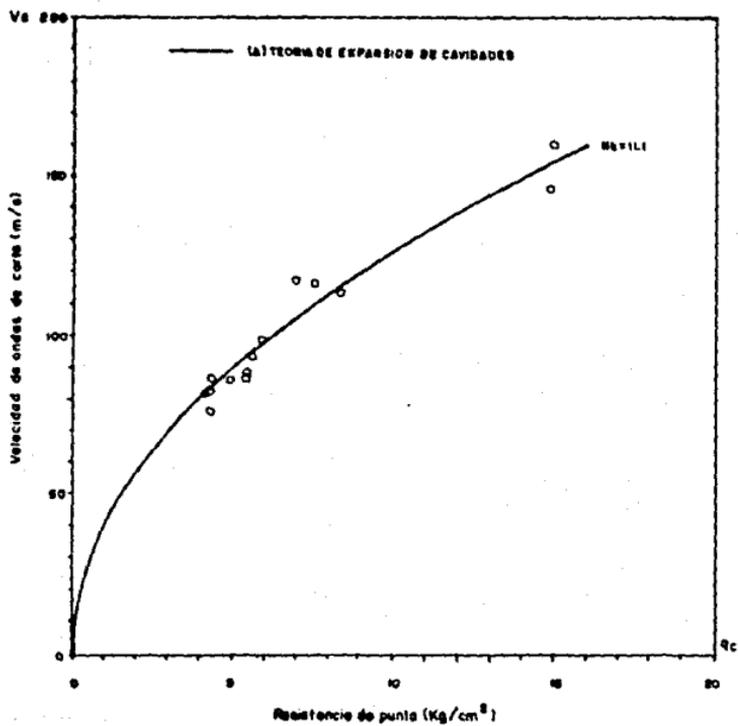


Fig 3.10 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS DUROS DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO

En las figs 3.1, 3.5 y 3.8 se grafican todos los puntos medidos experimentalmente sin que se aprecie una tendencia bien definida. La dispersión se debe a las aproximaciones e hipótesis simplificadoras propias de teoría de expansión de cavidades así como a errores al realizar las mediciones o a diferencias en la naturaleza de los estratos en que estas se realizaron. Por esta razón se optó por clasificar los puntos medidos atendiendo a la naturaleza del estrato en que fue medido, agrupándolos en estratos arcillosos, estratos duros y estratos de la costra superficial. Al clasificar los puntos se aprecia que en realidad son varias las tendencias que estos siguen. En las gráficas de estratos arcillosos y duros la dispersión es menor y su tendencia es mucho más clara, especialmente en las gráficas de estratos duros.

Las ventajas de aplicar la expresión (A) con respecto a las correlaciones lineales se hacen evidentes al clasificar los puntos pues así las predicciones de  $V_c$  se ajustan mejor a los valores medidos.

### 3.2.-Modelos hiperbólicos

Al aplicar modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos para correlacionar  $V_c$  y  $q_c$  se obtuvieron las expresiones (B), (C) y (D) que, como se vio en el capítulo anterior, son prácticamente iguales cuando el valor de  $\gamma$  tiende a cero. Para predecir los valores de  $V_c$  se tomaron los mismos valores del coeficiente de correlación  $N_c$  obtenidos para la teoría de expansión de cavidades en las zonas del lago de Texcoco virgen y preconsolidado y en el lago de Xochimilco-Chalco.

El valor de la deformación de referencia  $\gamma_r$  puede expresarse en términos de  $V_c, q_c$  y  $N_c$ , como sigue:

$$\gamma_r = \frac{\tau_r}{G_0} = \frac{q_c}{N_c \rho V_c^2} \quad (9)$$

Para cuantificar  $\gamma_r$  se utilizaron puntos experimentales que presentaron poca dispersión con respecto al resto del conjunto y que fueran representativos de la tendencia general del mismo. Esto se hizo en cada una de las zonas en estudio.

En estas gráficas de las figuras 3.11 a 3.14 los puntos ya están clasificados en estratos arcillosos y duros. La curva correspondiente a la expresión obtenida a partir de los modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos (B,C,D) es prácticamente la misma a la obtenida a partir de la teoría de expansión de cavidades (A). Se observa que en estas gráficas no existe tanta dispersión y que las predicciones de los modelos se ajustan bastante bien a la conjunto de puntos experimentales especialmente en la gráfica de estratos duros. En la gráfica de estratos arcillosos de la zona del lago de Texcoco virgen no se distingue la tendencia de los puntos debido a que la resistencia de punta que solo alcanza valores hasta de  $7.5 \text{ Kg/cm}^2$ , mientras que en las otras gráficas alcanza valores del orden de  $15 \text{ Kg/cm}^2$ .

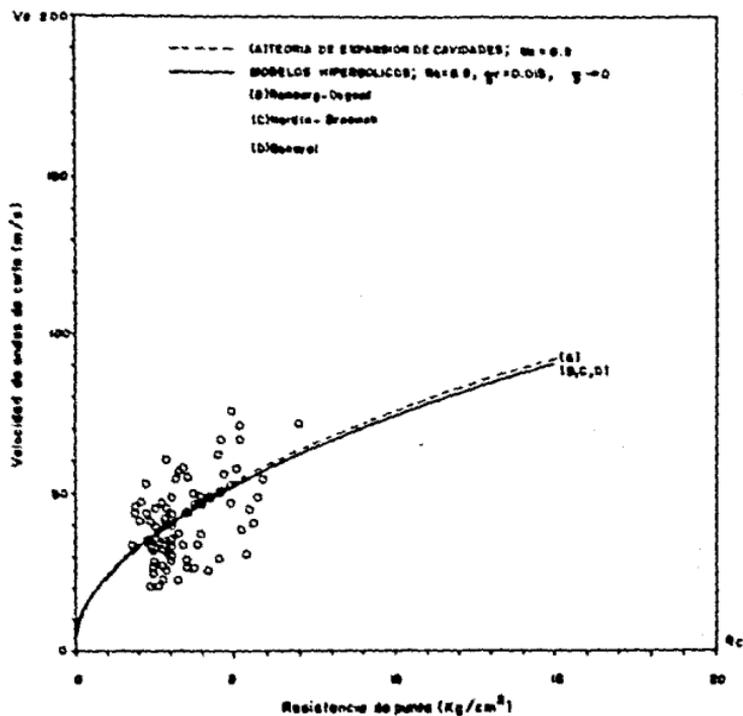


Fig 3.11 CORRELACIONES ENTRE  $V_w$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE TEXCOCO VIRGEN

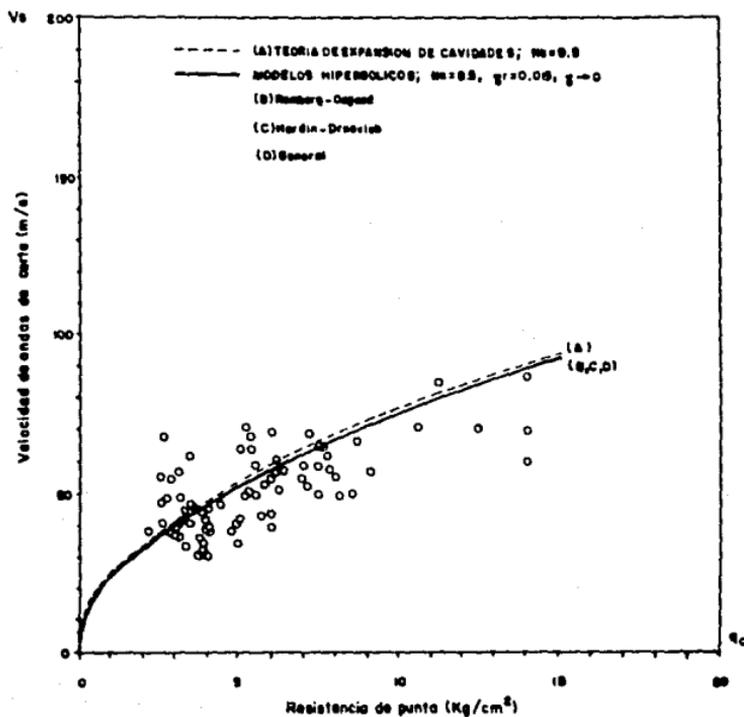


Fig 3.12 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE TEXCOCO PRECONSOLIDADO

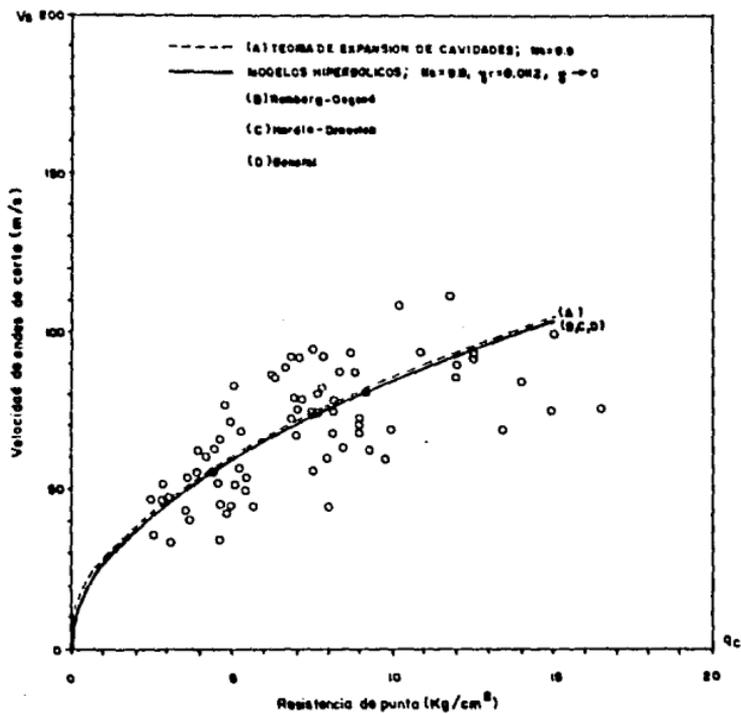
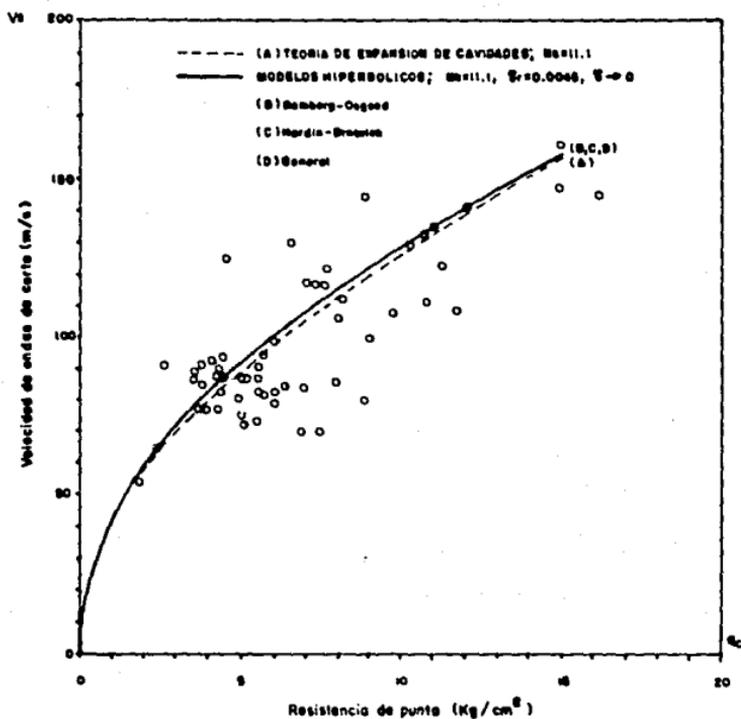


Fig 3.13 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO.



**Fig 3.14 CORRELACIONES ENTRE  $V_c$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS DUROS DE LAS ZONAS DEL LAGO DE TEXCOCO Y DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO**

### 3.3.-Modelo de deformaciones pequeñas

Al aplicar el modelo de deformaciones pequeñas (Capítulo 2) para correlacionar las propiedades dinámicas del material con la resistencia de punta obtenida en un ensayo de cono eléctrico, se obtuvo la expresión (E). Los valores de  $N_2$  y de  $\gamma$  que se emplearon para predecir los valores de  $V_c$  son los mismos que se utilizaron en los modelos anteriores. En las figs 3.15 a 3.18 se presentan los resultados de aplicar la expresión (E) y nuevamente se comparan con el resultado de aplicar la teoría de expansión de cavidades (A).

La fórmula (E) deducida a partir de modelo de deformaciones pequeñas de José Luis Rangel conduce exactamente a los mismos resultados que las expresiones presentadas anteriormente utilizando los mismos valores de  $N_2$  y de  $\gamma$ .

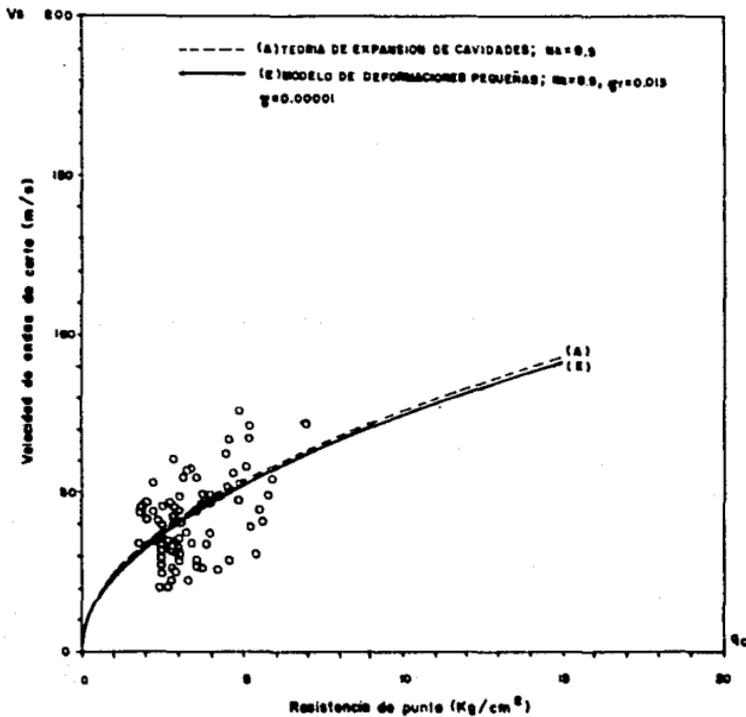
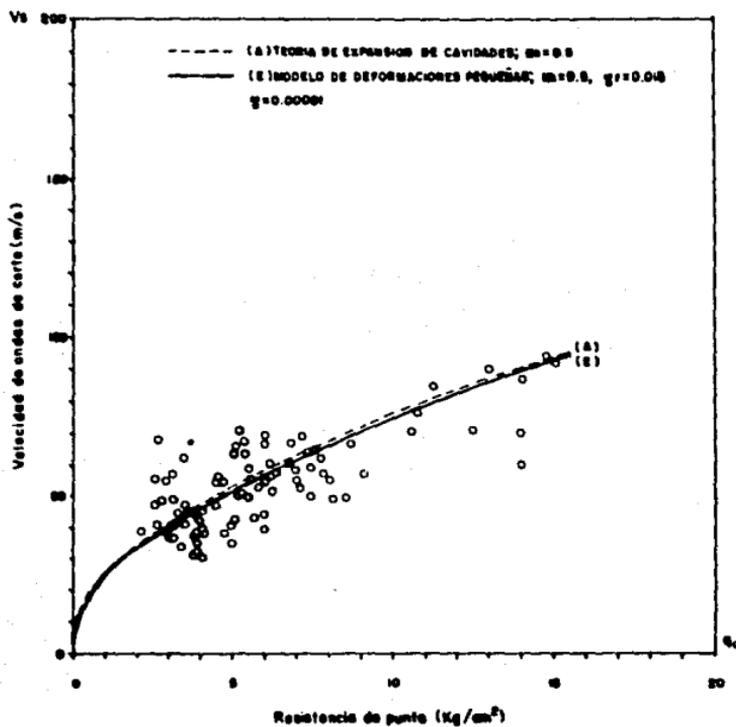


Fig 3.15 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE TEXCOCO VIRGEN



**Fig 3.16 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE TEXCOCO PRECONSOLIDADO**

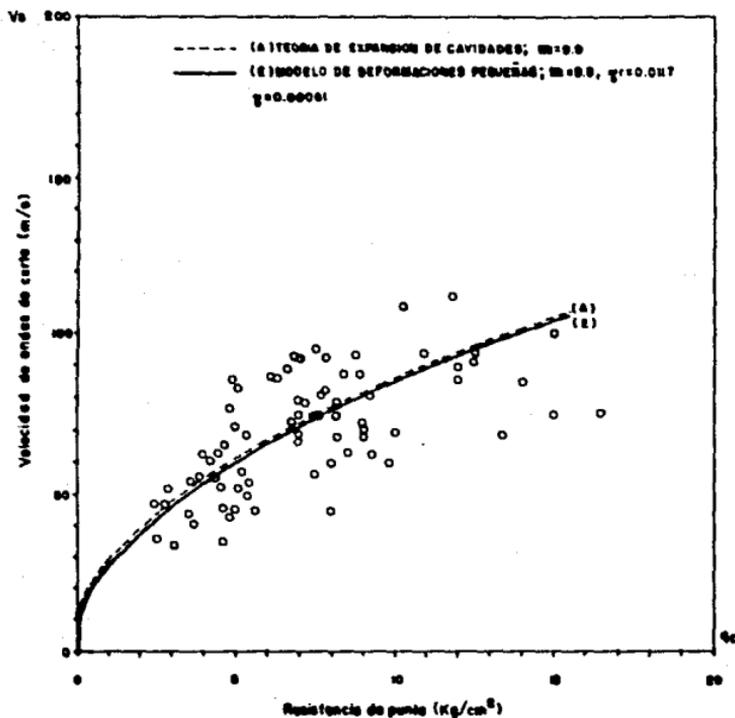


Fig 3.17 CORRELACIONES ENTRE  $V_b$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS ARCILLOSOS DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO

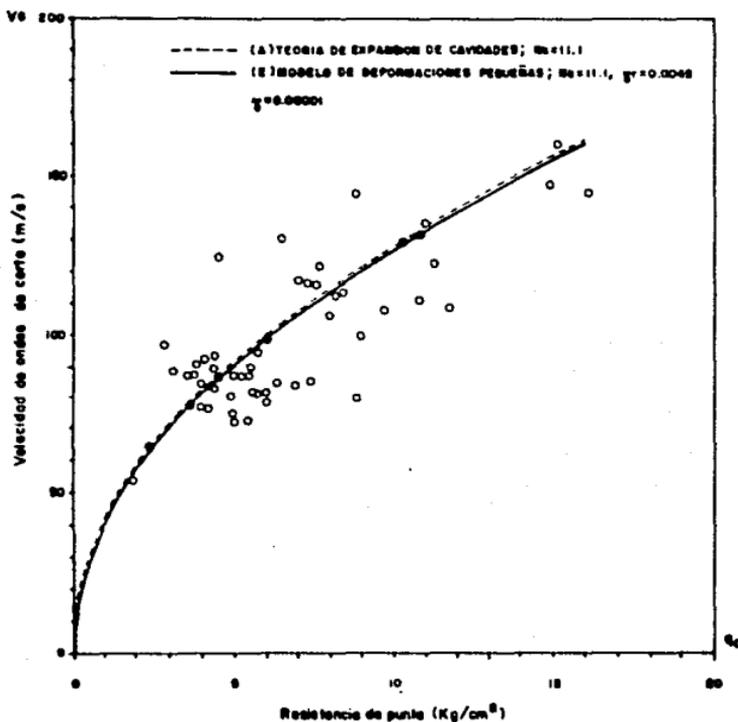


Fig 3.18 CORRELACIONES ENTRE  $V_s$  Y  $q_c$  EN ESTRATOS DUROS DE LAS ZONAS DEL LAGO DE TEXCOCO Y DEL LAGO DE XOCHIMILCO-CHALCO

#### 3.4.-RECAPITULACIÓN

Los resultados presentados demuestran que no hay correlaciones entre  $V_s$  y  $q_c$  independientes del tipo de suelo incluso la recta correspondiente a las correlaciones empíricas se ajusta mejor a la nube de puntos. Al clasificar los puntos medidos de acuerdo a la estratigrafía del lugar disminuye la dispersión y se aprecia mejor la tendencia de los puntos obtenidos por medición directa y es entonces cuando los modelos obtenidos a partir de las teorías de expansión de cavidades y de los modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos dan mejores resultados que las regresiones lineales empíricas.

Los resultados obtenidos al aplicar las diferentes teorías son consistentes entre sí, ya que en un mismo sitio, utilizando los mismos valores del coeficiente de correlación  $M_n$  y de la deformación de referencia  $\gamma_r$ , las curvas obtenidas son muy parecidas.

La calibración de los modelos fué hecha con resultados de un número limitado de sondeos. Es necesario contar con información más amplia para poder confirmar o modificar las calibraciones de los modelos, que requieren de criterio ingenieril para su uso.

### 3.5.-SIMPLIFICACIÓN DE LAS FÓRMULAS

En vista de que los valores predichos de  $V_s$  difieren poco independientemente de la teoría empleada para estimarlos, proponemos la siguiente fórmula, obtenida de la ec (B), para estimar los valores de  $V_s$ :

$$V_s = \eta \left[ \frac{q_c}{\gamma_s N_s} \right]^{1/2} \quad (10)$$

En donde  $V_s$  está en m/s,  $q_c$  en  $t/m^2$  y  $\gamma_s$  en  $t/m^3$ . Los valores sugeridos de  $N_s$  para condiciones dinámicas se indican en la Tabla III. El valor de  $\eta$  es constante para cada tipo de suelo y depende de  $q$  y de  $\gamma_r$ .

$$\eta = \sqrt{\frac{q}{\gamma_r}} \quad (11)$$

En la Tabla IV se dan los valores de la constante  $\eta$  que se obtienen a partir de valores promedio típicos de  $\gamma_r$ , usando las  $\gamma_r$  encontradas anteriormente.

TABLA III.-VALORES DE  $N_s$  PARA ESTIMAR  $V_s$  CON LA FÓRMULA (10)

Tipo de suelo	Valores de $N_s$		
	Máximo	Medio	Mínimo
Arcillas del lago de Texcoco preconsolidado y virgen	10.0	9.5	9.0
Arcillas del lago de Xochimilco-Chalco	10.5	9.9	9.5
Suelos areno-limosos de las capas duras en todo el valle	12.0	11.6	11.0

TABLA IV.-VALORES DE LAS CONSTANTES EMPLEADAS EN LA FÓRMULA (10)

Tipo de suelo	$\gamma_r$ (t)	$\gamma_o$ (t/m <sup>3</sup> )	$\eta$
Arcillas del lago de Texcoco virgen y preconsolidado	1.50	1.20	25.57
Arcillas del lago de Xochimilco-Chalco	1.20	1.20	28.59
Suelos areno-limosos de las capas duras de todo el valle	0.31	1.65	56.25

En la fórmula (10) el factor  $q_c/N_s$  es la resistencia no drenada obtenida con una prueba triaxial UU. De lo anterior sigue que en dicha expresión se puede sustituir directamente el valor de  $C_u$ :

En general se tendrá:

$$V_0 = \eta \left[ \frac{C_0}{\rho_0} \right]^{1/2} \quad (12)$$

### 3.6.-CONSIDERACIONES PRÁCTICAS

La relación elástica entre el periodo dominante de un depósito de suelo,  $T$ , y la velocidad media de propagación de ondas de corte,  $\bar{V}_s$ , en un sitio en donde el espesor de los suelos deformables sea  $H$  es:

$$T = \frac{4H}{\bar{V}_s} \quad (13)$$

El valor de  $T$  se ha obtenido a partir de mediciones del ruido ambiental y de temblores pequeños, según lo describen Lermo et al (1990). En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño Sísmico de Edificios del Reglamento de Construcciones del DDF aparece un mapa con el cual se pueden estimar los valores de  $T$  para cualquier sitio. Conocidos  $T$  y  $H$ ,  $\bar{V}_s$  queda determinada. La relación entre esta última y los valores de la velocidad de propagación de ondas de corte en los estratos de espesor  $h_i$  del subsuelo es:

$$\frac{1}{\bar{V}_s} = \frac{\sum h_i}{\sum V_{s,i} h_i} \quad (14)$$

Con base en lo anterior, el procedimiento que se recomienda para emplear las correlaciones es el siguiente:

- 1) Divídase el subsuelo en estratos de espesor  $h_i$  y estimense los valores de  $V_{si}$  con la fórmulas (10) o (12), utilizando el valor medio de  $N_s$ .
- 2) Calcúlese el valor de  $\bar{V}_s$  con la ec (14) y el de  $T_c$  con la ec (13).
- 3) Compárese el valor calculado de  $T_c$  con el que fue medido directamente en el campo o con el que se obtiene en los mapas del reglamento de construcciones.
- 4) Modifíquense los valores de  $V_{si}$  cambiando los valores de  $N_s$  dentro del rango indicado en la Tabla III hasta lograr que los valores calculado y medido de  $T_c$  coincidan.

Al utilizar este procedimiento se eliminan algunas de las incertidumbres en la estimación de los valores de  $V_{si}$ .

#### 4.-LINEAMIENTOS PARA EL DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN "CONO SÍSMICO"

La necesidad de realizar ensayos de campo para la determinación de los parámetros dinámicos de las arcillas del Valle de México ha sido reconocida con anterioridad. Se han hecho campañas de medición de la velocidad de propagación de ondas sísmicas en varios sitios de la ciudad de México pero pese al esfuerzo realizado la información obtenida no es suficiente. Para poder hacer una regionalización de la cuenca del valle de México desde el punto de vista de las propiedades dinámicas de sus depósitos arcillosos sería conveniente realizar más de estos sondeos, pero para ello sería necesario adquirir equipo en el extranjero, lo que implicaría una fuerte inversión inicial. Por esta razón el Instituto de Ingeniería de la UNAM se propuso construir un sistema para medir *in situ* las velocidades de propagación de las ondas de corte V<sub>s</sub>. El sistema propuesto tendrá el mismo principio de operación que la prueba de Down-hole pero se instalará en un penetrómetro de tipo holandés. Este dispositivo se basa en uno similar diseñado por Robertson et al (1986).

Los sistemas de registro (geófonos) se instalarán dentro de barras de perforación de 34.9 mm de diámetro, con el objeto de instalar el dispositivo en un penetrómetro de tipo holandés (cono eléctrico). En la figura 4.1 se presenta en forma esquemático este dispositivo, cuyas componentes principales son las siguientes:

1) Sistema de excitación.-Las ondas de corte se generan en la superficie del terreno por impacto. Se deberá incorporar un interruptor al dispositivo de percusión, con objeto de iniciar el funcionamiento del sistema de captura y almacenamiento de datos.

2) Sistema de captación de datos.-Está constituido por un juego de tres geófonos, dispuestos en direcciones ortogonales entre sí, capaces de captar las oscilaciones inducidas en el suelo por el impacto generado en la superficie.

3) Sistema de almacenamiento de datos.-Se estudiarán diversas alternativas para registrar los datos obtenidos en los ensayos: oscilógrafo galvanométrico, osciloscopio con memoria, osciloscopio con conversión analógico digital y dispositivo para grabar en disco flexible.

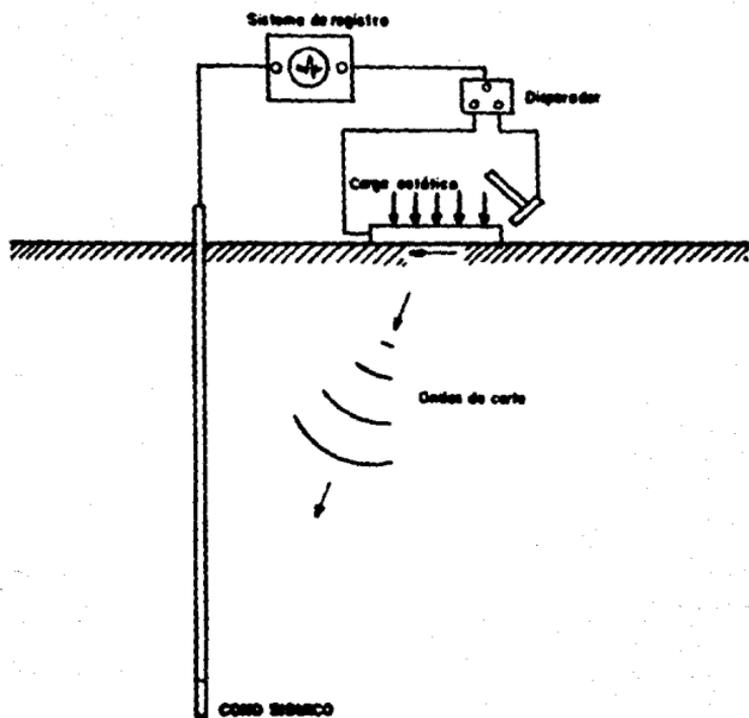
Las ventajas que tiene este dispositivo sobre el sistema Down-hole convencional son:

a) Requiere de una inversión inicial menor ya que los geófonos fabricados en el Instituto de Ingeniería tienen un costo varias veces menor al de los geófonos comerciales.

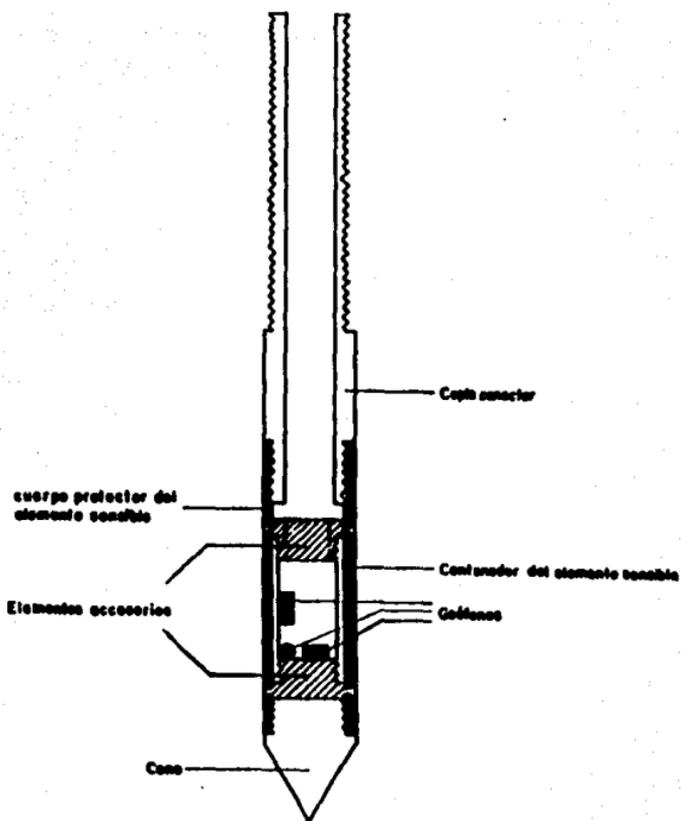
b) Economía en los costos de operación. Este sistema no requiere de una perforación inicial y por lo tanto tampoco requiere de gastos por concepto de adorno, fluidos de perforación, etc.

c) Este dispositivo proporciona además mayor información por sondeo, ya que se obtienen perfiles de la resistencia a la penetración y de la velocidad de propagación de las ondas de corte. Esta última se obtendrá deteniendo la penetración del cono eléctrico por unos minutos para hacer las mediciones de las ondas sísmicas.

De la figura 4.2 a la 4.4 se presentan las piezas que se utilizaron para instalar el elemento sensible (geófonos) en un cono de tipo holandés. El dispositivo está actualmente en su etapa de desarrollo en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.



**Fig 4.1 ESQUEMA SIMPLIFICADO DEL SISTEMA PROPUESTO PARA EL CONO SISMICO**



**Fig. 4.2 CORTE TRANSVERSAL DEL CONO SISMICO**

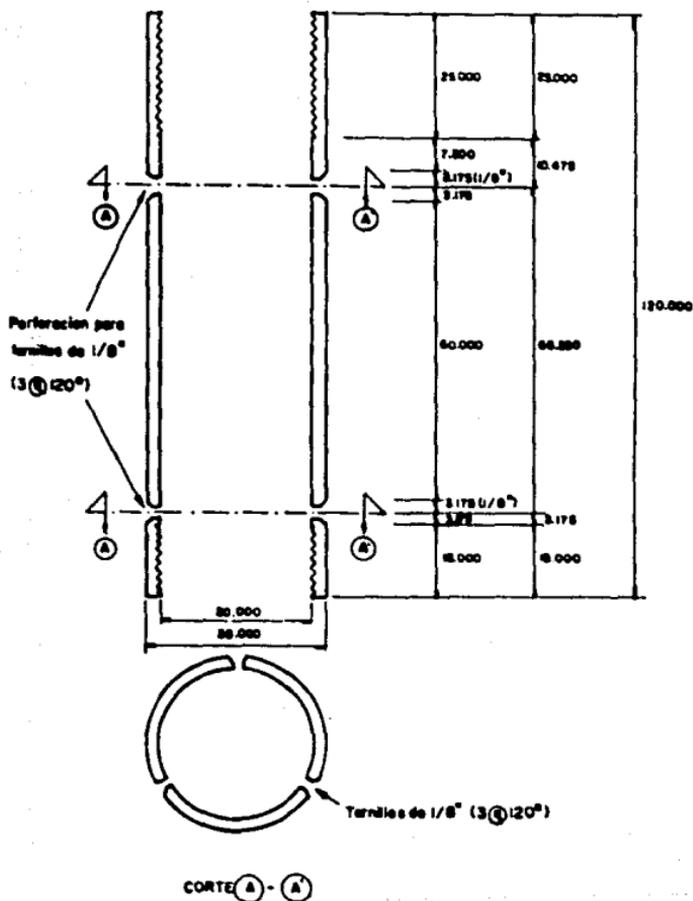
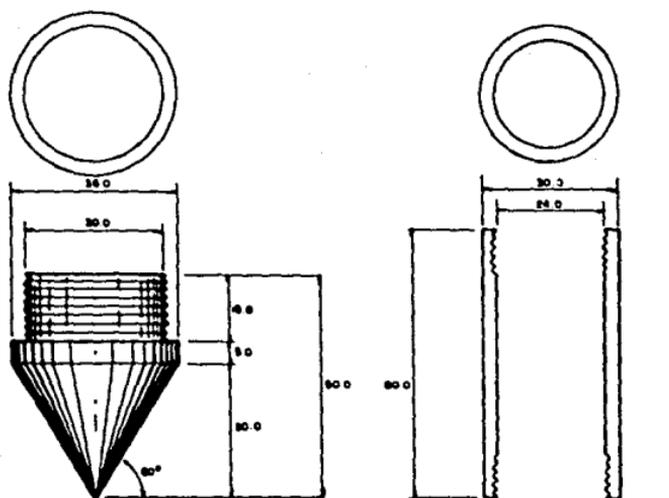


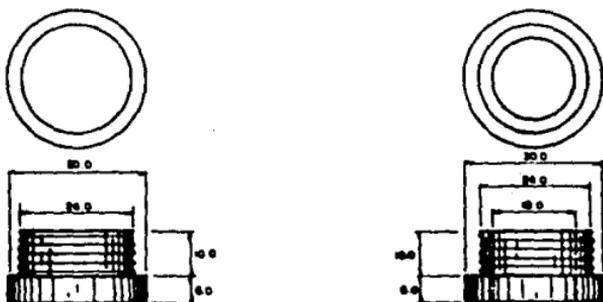
Fig 4.3 CUERPO PROTECTOR DEL ELEMENTO SENSIBLE



CONO

CONTENEDOR DEL ELEMENTO SENSIBLE

Acotaciones: mm



ELEMENTOS ACCESORIOS

Fig 4.A CONO, CONTENEDOR DEL ELEMENTO SENSIBLE Y ELEMENTOS ACCESORIOS

## 5.-CONCLUSIONES

Como se planteó en el capítulo 1 de esta tesis, su objetivo principal fue desarrollar herramientas teóricas para hacer una estimación razonable del módulo de rigidez al cortante  $G$  a partir de los resultados de una prueba de cono eléctrico, y de esa forma obtener información de las propiedades dinámicas de un suelo.

En el capítulo 2 se presentaron las teorías de expansión de cavidades así como los modelos esfuerzo-deformación hiperbólicos y se obtuvieron fórmulas que permiten obtener la velocidad de las ondas de corte  $V_c$  conocida la resistencia de punta  $q_c$ .

Las fórmulas obtenidas a partir de las diferentes teorías son consistentes entre sí, ya que utilizando los mismos valores del coeficiente de correlación  $N_c$  y de la deformación de referencia  $\gamma_r$  en su caso, las curvas resultantes son las mismas. Se vio que la aplicación de estas fórmulas da mejores resultados si se hace una clasificación de los puntos medidos de  $q_c$  atendiendo al tipo de estrato (arcilloso, duro o costra superficial) en el que fueron medidos.

Las fórmulas obtenidas satisfacen el objetivo planteado en el capítulo I, aunque hay que tener en cuenta que fueron calibrados con base en un número limitado de mediciones. Las incertidumbres inherentes a dichas fórmulas pueden reducirse en cierta medida usandolas de acuerdo al método propuesto en el inciso 3.6 de esta

tesis. En cualquier caso práctico deberá preferirse la determinación de las propiedades dinámicas mediante ensayos de campo o de laboratorio.

Convendría pues, hacer más ensayos de campo para tener un mejor conocimiento de las arcillas del valle de México desde el punto de vista de sus propiedades dinámicas. El diseño y construcción del cono sísmico (que actualmente se desarrolla en el Instituto de Ingeniería de la UNAM) y del cual se hizo referencia en el Capítulo 4 de esta tesis, puede ser de gran utilidad tanto para la regionalización de la cuenca del valle de México de acuerdo a las propiedades dinámicas de las arcillas como para confirmar o corregir las expresiones obtenidas a partir de la teoría de expansión de cavidades y de los modelos hiperbólicos.

Es importante recalcar el ahorro que se está logrando con el dispositivo del cono sísmico en el estudio de las propiedades dinámicas de las arcillas del valle de México y también las ventajas que implica el contar con modelos que nos proporcionen información de dichas propiedades a partir de una prueba de cono eléctrico convencional.

## 6.-REFERENCIAS

- Begeann H K S (1953), "Improved method of determining the adhesion by sounding through a loose sleeve placed behind the cone", Memorias III International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, I, Suiza
- Begeann H K S (1963), "Use of the static soil penetrometer in Holland", New Zealand Engineering, 18,2
- Greev G and Smith F P (1988), "Cone penetration test in dry Oostershelde sand and the relation with a cavity expansion model", Penetration Testing, ISOPT-1, Edit. De Ruiter Balkema Rotterdam
- Ishihara K (1982), "Evaluation of soil properties for use in earthquake response analysis", International symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich
- Jaime A (1987), "Características dinámicas de la arcilla del valle de México", Tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM
- Ladanyi B (1971), "Deep punching of sensitive clays", Memorias del Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones, Puerto Rico, 3

Lambe W and Withman R (1979), Soil mechanics, SI version, Nueva York: Wiley & Sons.

Lermo J, Cabrera R, Cesati G y Ortega R (1990), "Estimación del periodo dominante en 18 sitios del D.F. utilizando mediciones de velocidad de ondas de corte en pozos, microtemores y movimientos fuertes", Memorias. XV Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, San Luis Potosí

Marsal R J y Masari M (1962), El subsuelo de la ciudad de México, México: Facultad de Ingeniería, UNAM

Rangel J L (1990), "Evaluación de las propiedades dinámicas y de la respuesta unidimensional no lineal de depósitos del valle de México ante excitaciones sísmicas", Tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM

Robertson P K (1986), "Seismic CPT to measure *in situ* shear wave velocity", Proc. ASCE, Jour Geotech. Engng. Div., 112, 8

Santoyo E, Riqing L X, y Ovando E. (1989), El cono en la exploración geotécnica, Gutierrez C, Editor, México: TGC Geotecnia

Sedmak A (1972), "Expansion of cavities in infinite soil mass", Memorias ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Engineering division, 98, SM3

Jaime A, Romo M, Ovando E y Legorreta H, "Algunos aspectos del comportamiento dinámico de las arcillas del valle de México", Memorias del Simposium Interdisciplinario: Generación Propagación y Efectos de Temblores, Edit. Comité organizador, México D.F.

Taboada U M (1987), "Respuesta sísmica de depósitos del suelo granulares", Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Woods R B (1978), "Measurement of dynamic soil properties", Proceeding of the Conference: Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Pasadena, California