UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

"FUNDAMENTOS DE ECONOMETRIA"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

MA. JOSEFINA ZIMMERMANN ZETINA

MEXICO, D. F. 1991

I N D I C E

PREFACIO:

Es difícil indicar en unas cuantas lineas el porque de una idea, pero quiero en éste prefacio, explicar brevemente, mi inquietud al realizar ésta tesis.

Como la Econometría es un tema poco conocido para el estudiante de Actuaría y para mi gusto es un tema muy interesante (que debería conocer todo actuario), me incliné a tratar de explicar en forma introductoria qué es y comó se aplica un modelo econométrico.

Mi intención (y espero que sea suficientemente clara), es guiar al lector dentro del campo de la Econometría, tratando de explicar lo que es Microeconomía, Macroeconomía, Modelos Macroeconómicos, su desarrollo y aplicación; tomando como base la definición de modelos, se realizó una pequeña introducción por medio de Minimos Cuadrados Ordinarios y Generalizados, que nos ayudaron para dar la definición de Heteroscedasticidad, Autocorrelación, Máxima Verosimilitud y Multicolinealidad, los cuales sirven como instrumentos para la realización y aplicación de los modelos Econométricos. Por último se muestran algunos modelos econométricos desarrollados en base a la experiencia extranjera, los cuales nos pueden servir como base para nuestros propios modelos.

Quiero agradecer al Act. Roberto Perez Bastida, la dirección de ésta tesis, así como al Dr. Enrique Ruiz-Velazco Sanchez, al Act. Rafael Navarro Saad y al Mat. Marcos Montiel Sanchez por su apoyo y sugerencias en la realización de esta tesis y muy especialmente al Act. Francisco Sanchez Villarreal por todas sus atenciones, cabe mencionar que ninguno de ellos es responsable por los errores o fallas de apresiación que hayan podido quedar en este trabajo.

Finalmente me gustaría agradecer en primer lugar a mis amigos por su amistad, a mis profesores por transmitirme sus conocimientos, en especial al Act. Camilo Reynaud por creer en mí, y con mucho cariño agradezco también a mi Madre, Hermanos y Sobrinos su paciencia y aliento para poder terminar este trabajo.

FINA.

I.- FUNDAMENTOS BASICOS DE ECONOMIA Y MACROECONOMIA

INTRODUCCION.

El sistema económico se constituye por varias partes, pero la más importante y de la cual depende basicamente es el hombre, ya que es el que conduce y explica la existencia del sistema, además, se encuentra presente en él a través de la capacidad de trabajo que tiene ya que también es el organizador y ejecutor de la producción.

La economía depende de dos sectores formados por el hombre en su población, que son: El sector productivo y el sector dependiente. El sector productivo, lo comprenden todas las personas en edad de trabajar, esta edad fluctúa entre los 14 y los 60 años regularmente y el sector dependiente son la parte de la población que no participa en un trabajo remunerado económicamente o los que ya se retiraron de él.

El sector productivo que es como ya mencionamos anterormente la población en edad de trabajar, se divide en dos tipos que son: la económicamente activa y la ocupada.

a) La población económicamente activa es la que efectúa un trabajo con una remuneración económica y se dice que se encuentra dentro del mercado de trabajo.

b) La población ocupada es aquella que se integra por individuos que ejercen una actividad profesional remunerada o sin remuneración directa, como, los auxiliares de personas de la familia, es decir, a la población que esta absorbida por el sistema.

Es importante hacer notar que a partir de la población ocupada se forma la tasa de ocupación, es el cociente que compara el monto de personas ocupadas con el total de la población.

La población económicamente activa se clasifica en grados o tipos de calificación, pero para efectos de nuestro estudio es necesario distinguir el factor trabajo en dos grandes clases: El trabajo "calificado" y el "no calificado".

De manera general definiremos el trabajo calificado como aquel que no puede realizarse sin previo aprendizaje. Y el no calificado es aquel que puede realizarse sin necesidad de ningún estudio.

Para que el hombre pueda producir bienes se tiene que valer de la riqueza y fuerzas que la naturaleza le ofrece. Podemos definir como recursos naturales a los elementos de la naturaleza que se pueden incorporar a las actividades económicas y que su volumen depende de diversos factores, algunos de estos podrían ser: Capacidad tecnológica, ocupación territorial, facilidades de transporte y del total de las experiencias. Resulta importante señalar que la reserva de recursos naturales con los que cuenta el sistema no son constantes.

Toda sociedad debe realizar cuatro tareas económicas: Asignar recursos, determinación de la producción, distribución del producto y dar las facilidades necesarias para el desarrollo. En Estados Unidos como en otros paises, se recurre al sistema de precios para poder realizar éstas tareas. Al mismo tiempo no podemos olvidarnos de la medida en que el gobierno interviene en la economía, y tendremos muchas ocasiones para considerar la forma en que las regulaciones gubernamentales u otras actividades interactuan con el sistema de precios.

Ahora pasaremos a ver algunas definiciones:

Capital de una nación: Son las instalaciones industriales, medios de transporte, hospitales, etc.

Reserva de capital: Son las obras de arte, monumentos, etc. y la constitución de una base económica para las sociedades.

Esta reserva de capital se produce cuando la producción tiende a exceder al consumo y ésto trae como resultado la acumulación, esto es parte de los resultados obtenidos del trabajo humano.

Estamos de acuerdo con la opinión de que la teoría y la investigación empírica son complementarias; la teoría provee hipótesis verificables acerca del mundo real, además la teoría debe seguir desarrollándose y perfilándose. Sin embargo sólo nos interesa la teoría económica y el análisis económico; También veremos la verificación empírica que se maneja en el campo especializado llamado Econometría, cabe mencionar que los econometristas han examinado extensamente y en general admitido. la mayoría de los principios teóricos fundamentales.

Para poder estudiar la economía, es necesario dividirla en dos partes: La Macroeconomía y la Microeconomía.

De la Macroeconomía hableremos más adelante.

La Microeconomía se encarga del análisis de la toma de decisiones del consumidor y de los determinantes finales de la demanda de éste (consumo); la teoría en cuanto a la forma en que los empresarios combinan recursos en la producción de bienes y servicios (producción); examina la manera en que el sistema de precios funciona para coordinar las decisiones y el comportamiento de los consumidores y empresarios en el mercado (demanda); la determinación de los precios de factores productivos, tales como la mano de obra y el capital (éste material es fundamental para el problema de la distribución en la actividad económica) (precio-consumo); combina éstos diversos componentes para ver la manera en que se obtiene el equilibrio general de la economía, después utiliza los resultados para examinar la eficiencia del funcionamiento del sistema económico y su aproximación a un máximo de bienestar social (ingreso-consumo).

Hemos visto hasta ahora a qué se dedica la microeconomía, pero ? qué significan cada uno de los conceptos que mencionamos anteriormente ?.

PRODUCCION:

Puede definirse a la producción como toda actividad que el hombre realiza para satisfacer algunas de sus necesidades. Tomando como base este concepto, podemos decir que también produce un abogado o cualquier profesionista, un actor de cine, un chofer, un modesto barrendero o un vendedor de naranjas. Las máquinas también producen, es la industria; La tierra produce alimentos y materia prima, es la agricultura.

La producción nos proporciona todo lo que necesitamos para vivir, y también aquellos bienes que mejoren nuestra calidad de vida como salud, educación y esparcimiento.

Los factores de la Producción:

Es todo aquello que contribuya a la elaboración de una mercancía. La tierra, el trabajo y el capital son los factores productivos básicos.

La tierra comprende todos los recursos materiales, el trabajo lo ejecuta el hombre (debemos tomar en cuenta lo que mencionábamos anteriormente de las personas en edad de trabajar y quienes son los que trabajan), y el capital es el dinero pero éste es necesario transformarlo en tierras, maquinaria, edificios, tractores, ferrocarriles, aviones, etc. para que produzca.

PRECIOS Y MERCADO:

Precio es la suma de dinero que se paga por alguna cosa. Como cosa debemos entender que es toda clase de bienes o servicio, incluyendo el trabajo.

Los precios pueden referirse a:

a) Bienes de consumo y servicios, nos referimos a los que satisfacen directamente una necesidad como: alimento, vestido, casa, medicamentos, educación, transporte, etc.

b) Factores de producción, incluyen a todos los bienes y servicios que sirven para producir bienes de consumo y servicio como: máquinas, tierra, electricidad, gasolina, materia prima, ect., entendiéndose como bienes y servicios a aquellos que necesita el consumidor para satisfacer sus necesidades como los que se necesitan para la elaboración de mercancía.

Mercado, tomando una definición burda, podemos decir que es el lugar donde la gente concurre para comprar y vender mercancías las cuales pueden ser homogéneas o heterogéneas. Estos mercados pueden ser de varios tipos como el mercado de verduras, de pescado, de fruta, de carne, etc. o los que compran y venden toda clase de mercancia.

Otro tipo de mercado que puede existir y para fines de nuestro estudio es el que realmente nos interesa, es uno en el cual puede o no existir el concepto de "lugar" en donde realizar sus operaciones, estamos hablando de un mercado de trabajo, de capital, de divisas, de bienes raíces, del café, del acero, etc. en donde los compradores o vendedores pueden encontrarse en cualquier parte del mundo y comunicarse por radio, teléfono, telégrafo, televisión, cable, correo, por el cual pueden realizar sus pedidos a las oficinas centrales del mercado.

Para un mejor entendimiento de lo que estamos hablando, vamos a descomponer en sus principales componentes lo antes mencionado:

a) Area de concurrencia para vendedores y compradores de una mercancía.

b) Unos y otros mantienencontacto permanente por cualquier medio idóneo.

c) Gran número de operaciones de compra-venta, cuyo precio tiende a unificarse.

Los economistas hablan de dos mercados, los perfectos y los imperfectos, en donde dicen, que en el primero, el precio de una mercancía tiende a unificarse y en el segundo, el precio puede tener variaciones muy ostentosas. En el mercado imperfecto podemos encontrar una heterogeneidad muy marcada en sus mercancías, como por ejemplo en obras de arte, bienes duraderos de segunda mano, mercancías sin marca al menudeo, trabajo, mercancías con mercado mundial, etc.

DEMANDA Y OFERTA:

El término demanda tiene un significado muy peculiar, engloba cuatro elementos: una mercancía, un precio dado, una cantidad a comprar y una unidad de tiempo. Como definición podemos decir que es la cantidad que de una mercancía se comprará, a un precio dado y con base en una unidad de tiempo. Generalmente, la cantidad variará al variar el precio y puede suceder en forma considerable. Gráficamente recibe el nombre de curva de la demanda.

Encontramos tres aspectos relevantes de la demanda:

a) Demanda efectiva: Es el deseo de comprar unido a la capacidad de pagar. En este tipo de demanda el comprador que tiene dinero, sólo comprará una mercancía, si se la ceden a un precio inferior al que tiene señalado.

b) Demanda derivada: Esta demanda se refiere a los factores productivos -sin los cuales no se puede producir-. La demanda de trabajo se deriva, indirectamente, de la demanda del consumidor por la mercancía que dicho trabajo va a producir. El profesor Samuelson la define como: "la demanda del factor de producción se deriva de los deseos y demandas de bienes finales por parte de los consumidores".

c) Global: Es más conocida por el nombre de demanda conjunta que por global y el profesor Samuelson la define como: "la cantidad de un bien depende conjuntamente de todos los factores". Podemos generalizar diciendo que: la demanda de cada uno de los factores dependerá de los precios de todos ellos. "Sin trabajo no hay producción, en consecuencia , todo el producto es el trabajo.

La Oferta en economía puede tener varios alcances, tales como:

a) Cantidad total que existe de algo, tenemos como ejemplo clásico, el oro.

b) Cantidad de algo que ya no puede aumentar, como ejemplo, la oferta de pinturas de Rembrandt.

c) Producción normal por unidad de tiempo.

d) Oferta de una mercancía, es la cantidad que se ofrece en venta en una unidad de tiempo, se descompone en elementos, mercancía, cantidad, venta y tiempo.

- Mercancía. Ha de ser una sola.
- Cantidad. Si aumenta el precio tiende a bajar y si disminuye, sucede lo contrario.
- Venta. Ha de efectuarse en un mercado libre de todo control, para que funcione cabalmente.
- Tiempo. Día, semana, mes o año, también quinquenio, decenio, etc.

TRABAJO Y SALARIO:

Existe una relación íntima entre el salario y el trabajo puesto que el salario viene a ser la remuneración económica del trabajo. Encontramos varias teorías sobre el salario, veremos las más interesantes:

a) Subsistencia. Es la más simple y común y se refiere a que si los precios de elementos para subsistir aumentan entonces, los salarios deben correr la misma suerte.

b) Clásica. Los ingleses consideraban al salario como el precio que se paga en el mercado, por la mercancía llamada trabajo. La forma de determinar el precio de trabajo es por tiempo (hora, mes año, etc.).

c) Marxista. Marx llama a la fuerza de trabajo como la aptitud que tiene la persona para trabajar, trabajo necesario al tiempo que se requiere para producir, y trabajo socialmente necesario al promedio de horas que se necesitan para producir un bien, utilizando herramientas o maquinaria, así como la técnica común de la época.

d) Marginalista. En economía la palabra marginal sustituye a la palabra adicional, el marginalismo enseña la forma en que se determina el precio del trabajo, solamente que en condiciones de competencia perfecta y cuando todos tengan una ocupación, si existe una demanda de empleos sin cubrir (mano de obra), entonces, el salario tenderá a subir. Otro factor que influye en la determinación del salario es el valor del trabajo realizado.

e) Cristiana. El cristianismo también tiene su teoría, la Rerum Novarum habla del salario justo, el cual debe de ser suficiente para mantener al obrero, considerándolo como jefe de familia.

RENTA:

Conviene que analicemos esta palabra desde dos puntos de vista, el vulgar y el estrictamente económico:

Vulgar: Renta es el pago periódico que se hace por el uso de un bien duradero, renta de casa, de automóvil, de tierra, etc. Durante la vigencia del contrato de arrendamiento, el propietario recibe un ingreso fijo, el cual puede compararse con el interés que gana una inversión en valores.

Pero como en todo este concepto también puede tener sus problemas como: Si se rentara una casa con una renta fija por un año, el propietario podría recibir mayor rendimiento monetario neto, del que esperaba al firmar el contrato si hubiera podido cambiar las condiciones del mismo, de acuerdo a la tasa de interés bancaria. Además de una reducción del rendimiento monetario a un grado mayor del que esperaba, aunque con la ventaja de que el arrendador debe seguir pagando la renta convenida. Por lo que en conclusión podemos decir que si en un año los servicios prestados por la casa en cuestión, se estima en cien mil pesos, la renta tenderá a ser igual a esta cantidad. De otra manera la renta que produzca un inmueble en relación a su costo, a de ser igual cuando menos, al rendimiento que comunmente se obtiene en otras inversiones de riesgo semejante.

Económico: El sentido estricto del concepto económico de renta se puede dividir de la siguiente manera:

1= Es toda clase de cobros periódicos que hacen las personas, sociedades o gobiernos, siempre y cuando provengan del trabajo o de la propiedad de cualquier factor productivo, como tierras, máquinas, edificios, etc.

2= Tomando en cuenta el punto anterior, es fácil observar que está cercanamente unida a la producción de bienes y servicios y por lo tanto a la creación de riquezas.

3= Cuando a la renta se le fija un precio, éste mide la renta monetaria, la cual no es igual a los cobros monetarios, resultado del intercambio de igual activo por dinero. Por ejemplo, se construye una casa, con la cual se crea una riqueza, después se vende recibiendo a cambio dinero, en pocas palabras, intercambio dos activos: casa y dinero.

Generalizando, podemos decir que las rentas personales se presentan bajo la forma de salarios, intereses, beneficios, dividendos y rentas; las rentas de una sociedad de cualquier tipo adquieren la forma de reservas o beneficios no distribuídos al retener las ganancias; y en caso del gobierno, los impuestos que cobra representan transferencias de riqueza del sector privado y no precisamente renta.

MODELOS:

Si queremos resolver problemas simples o complejos del mundo real podemos concentrarnos en alguna parte o bien en características fundamentales en lugar de hacerlo en todos los detalles del objeto. A la abstracción o aproximación de la realidad que podemos obtener de varias maneras, se le llama modelo. Los modelos nunca podran representar todos los aspectos de la realidad por las características cambiantes del modelo real con las que va a ser representado. Si queremos estudiar el flujo de material de una fábrica, haríamos un diagrama a escala que nos muestre la planta de la fábrica, la ubicación del equipo, las herramientas y las personas. Para el modelo no sería necesario detallar el color de la maquinária, la temperatura del edificio ni la talla de las personas. Solamente se incorporan las variables relevantes y frecuentemente solo aquéllas que influyen en la decisión.

Existe una variedad muy extensa de modelos y para saber cual utilizar es necesario saber la finalidad de los mismos. Los modelos pueden servir para definir o describir cosas como un sistema de información administrativa. Ayudan además, en el análisis de un sistema, en las relaciones y en los procesos, presentándose así una estructura en términos simbólicos que nos sirve para obtener predicciones. Podemos afirmar, que dichas predicciones, constituyen el atributo principal de un modelo.

Los modelos ofrecen dos ventajas muy importantes:

1.- Ahorro en la representación y en la búsqueda (Es más barato representar visualmente el plano de una fábrica o un sistema de información administrativa (MIS), que construír uno y también las modificaciones de los sistemas mediante rediseños en papel).

2.- Permiten analizar y experimentar situaciones sumamente complejas que de otra forma (entendiéndose, en su ambiente real), resultarían imposibles.

TIPOS DE MODELOS :

Los modelos, pueden clasificarse en 5 clases:

- Clase I . Por Función.
- Clase II . Por Estructura.
- Clase III. Por Referencia Temporal.
- Clase IV . Por Referencia de Incertidumbre.
- Clase V . Por Generalidad.

Estas clases se dividen en varios tipos de modelos que son los siguientes:

CLASE I. POR FUNCION.

1.- Descriptivo. Simplemente ofrecen un "panorama" de la situación sin que hagan predicciones ni recomendaciones.

2.- Predictivo. Indican que, "si ésto ocurre, entonces, sucederá aquéllo". Relacionan las variables dependientes e independientes, permitiendo ensayar preguntas hipotéticas.

3.- Normativo. Son aquéllos que ofrecen las "mejores" respuestas a un problema. Mostrando a su vez, las trayectorias definidas dentro de un campo de acción.

CLASE II. POR ESTRUCTURA.

1.- Icónico. Constituído por aquellos que mantienen alguna de las características físicas de las cosas que representan.

2.- Analógico. Son aquellos que admiten la presencia de componentes o de procesos para ofrecer un paralelo en lo que va a ser modelado.

3.- Simbólico. Los que se sirven de símbolos para describir el mundo real.

CLASE III. POR REFERENCIA TEMPORAL.

1.- Estático. No explican los cambios que ocurren con el tiempo.

2.- Dinámico. Consideran al tiempo como una variable independiente.

CLASE IV. POR REFERENCIA POR INCERTIDUMBRE.

1.- Determinístico. Establecen un conjunto específico de valores de entrada, para los cuales existe una salida determinada en forma exclusiva que representa la solución de un modelo en condiciones de certeza.

2.- Probabilístico. Incluyen distribuciones de probabilidad para las entradas o procesos, y suministran una gama de valores de por lo menos una salida, con una probabilidad asociada a cada valor. Estos modelos ayudan en las decisiones tomadas en condiciones de riesgo.

3.- Juego. Son modelos basados en la teoría de juegos que tratan de alcanzar soluciones óptimas cuando hay ignorancia completa o incerteza. Los juegos contra la naturaleza y los de competencia que se consideran como subclasificaciones.

CLASE V. POR GENERALIDAD.

1.- General. Son modelos que tienen aplicaciones en varias áreas funcionales de una empresa.

2.- Especializado. Son aquéllos que tienen aplicación sólo para un problema en particular.

Lo anteriormente expuesto nos muestra una estructura para entender los modelos. Las formas elementales de los modelos generales y las descripciones específicas, se veran con mayor claridad con el uso, en las aplicaciones de las empresas.

? En qué nos ayuda lo anterior ?

1.- Los sistemas de informaćion, deben de ser capaces de resolver el mayor número de problemas en forma rutinaria. Los modelos y la computadora deben de resolver los problemas ordinarios y así aligerar el trabajo de la gerencia.

2.- Las soluciones obtenidas a través de los modelos, nos ayudan en la solución de problemas. Es función de los gerentes, valuar los resultados, para identificar la viabilidad en función de su costo y utilidad en la aplicación del modelo.

El modelo ha llegado a ser un potente instrumento en manos de quien ha sabido emplearlo.

MODELOS LINEALES Y NO LINEALES:

Como lo hemos visto anteriormente, los modelos económicos se pueden dividir en varias clases, pero también encontramos diversos tipos de modelos económicos, los cuales pueden ser: Modelos Lineales y Modelos no Lineales , así como Modelos estáticos y Modelos Dinámicos.

Si en un modelo encontramos que las relaciones empleadas en el mismo son lineales, entonces podemos decir que se trata de un Modelo Lineal y de manera análoga, podemos decir, que si una o más relaciones en un modelo son no lineales, entonces estaremos hablando de un Modelo no Lineal.

La elaboración de un modelo con relaciones de tipo lineal, es de un manejo más complicado que las de tipo no lineal, por lo cual se tiene que las relaciones lineales pueden llegar a una mejor aproximación en funciones más complicadas, con la única restricción de que se utilicen dentro de una extensión limitada.

A continuación daremos dos ejemplos de éstos modelos:

Modelo sencillo de mercado de bienes.

a)

$$d = \alpha + \beta p$$

$$s = \gamma + \delta p$$

$$d = s \qquad (1)$$

donde:

d - cantidad demandada.
s - cantidad ofrecida.
p - precio.

(1) - condición de equilibrio.

b)

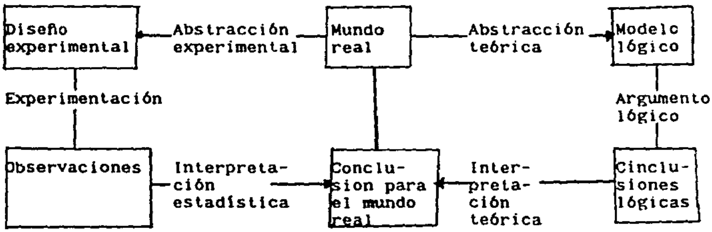
$$d = \alpha_1 + \alpha_0 p + \alpha_2 p^2$$

$$s = \beta_0 + \beta_1 p$$

$$s = d$$

ANALISIS POR MEDIO DE MODELOS

Como estudiaremos los modelos económicos y su empleo en el análisis de problemas económicos del mundo real, es esencialmente importante el análisis con modelos en general, antes de adentrarnos al estudio de modelos económicos específicos. Para un mejor entendimiento lo haremos en forma esquemática ayudándonos del diagrama siguiente:



Ordinariamente, el mundo real es el punto de partida. Un problema en particular, o simplemente el deseo de entender, nos mueve a transportarnos del complicado mundo de la realidad al dominio de la sencillez lógica. Por la abstracción lógica podemos reducir lo complejo del mundo real a proporciones manejables, teniendo como resultado un modelo lógico que podemos decir que sirve para explicar el modelo que se observa, también por un argumento lógico (deducción) llegamos a conclusiones lógicas o de modelo que deben transformarse, por medio de una intrerpretación teórica, en conclusiones relativas al mundo real.

Resumiendo lo anterior, podemos decir, que habiendo partido de una porción del mundo real, el economista llega a conclusiones de él, por medio de instrumentos absolutamente teóricos, teniendo en primer lugar una abstración del mundo real hacia un modelo lógico simplificado, en segundo lugar, utiliza un argumento lógico para llegar a una conclución abstracta y por último, se vuelve al mundo real con una interpretación que nos muestra conclusiones en términos del mundo concreto, sensible, de la realidad física.

Este resultado se podría obtener por medio de otro método, llamémoslo Método estadístico para diferenciarlo del Método deductivo, (que es el que acabamos de observar). Partiendo también del mundo real, por medio de abstracciones experimentales podemos llegar a elaborar un experimento, es decir, por medio de un proceso de simplificación podemos hacer un modelo estadístico para analizar el mundo real. Pero en lugar de elaborar teoremas por la deducción lógica, obtendremos deducciones por medio de la experimentación y con una interpretación estadística, estas observaciones nos llevan a conclusiones sobre el mundo real.

En conclusión, al abstraernos del mundo real podemos llegar a un nivel de sencillez en el que se pueden analizar las acciones humanas, pero el analista debe cuidar las características esenciales del problema del mundo real del que se ocupa, o sea, que la simplificación es necesaría, pero también es necesaria una teoría que capte la esencia del problema económico fundamental que se debe resolver.

TRATAMIENTO MATEMATICO DE LOS MODELOS ESTADISTICOS.

Cuando tenemos información acerca de una población, o una muestra al azar, podemos medir las características o atributos de esta información, siendo una herramienta valiosa dentro de la estadística, los modelos de regresión. Estos modelos son útiles para la descripción de asociación entre la variable dependiente (y) y las variables independientes (x , x , ... , x), tratando de resumir la tendencia de los datos y encontrar la forma de asociación entre las variables, en el sentido de que los valores de x produzcan cambios en los valores de y.

Los modelos de regresión únicamente nos indican la asociación entre las variables y cual es la forma de ésta, pero no queda exento de que puedan existir factores no estudiados que causen conjuntamente cambios en los valores de y y en los de las x , es decir, si nos basamos en conociemientos científicos ajenos a la estadística, observamos que se establece una relación causa-efecto, siendo los modelos de regresión valiosos auxiliares que permiten simplificar y estudiar estas relaciones.

Se utilizan los modelos de regresión en las relaciones entre factores que puedan pasar a ser hipótesis científicas al suponer la relación causa-efecto, provisionalmente. Cuando un investigador tiene alguna teoría acerca de causa y efecto, utiliza las técnicas de análisis de regresión en las pruebas practicadas, al caso más simple se le conoce como regresión lineal simple.

Por otro lado, si queremos explicar un fenómeno tomando en cuenta dos o más variables independientes, reemplazaremos el concepto de regresión lineal simple a regresión lineal multiple.

Entre los métodos más conocidos para la estimación de parámetros, se encuentra el de mínimos cuadrados generalizados que ayuda a determinar los parámetros de tal manera que el error al ajustar la recta sea el menor posible; el método de mínimos cuadrados en dos pasos resulta ser igual al de mínimos cuadrados generalizados, sólo que se aplica a la ecuación estructural con efectos de eliminación del sesgo; el de mínimos cuadrados en tres pasos al igual que el anterior, nos permite estimar parámetros de modelos multiecuacionales. Se eligen estos métodos por sus propiedades y su facilidad de manejo.

MODELO ECONOMICO

Como sabemos, ninguna teoría económica, es necesariamente una abstracción del mundo real. Por una parte, la inmensa complejidad de la economía real hace imposible entender todas las interrelaciones a la vez, ni por este mismo hecho, son dichas interrelaciones de igual importancia para el entendimiento de fenómenos económicos particulares sujetos a estudio. El procedimiento consiste por lo tanto, en seleccionar lo que parezca ser un factor primario y una relación relevante para nuestro problema y el foco de atención de éste solo. Como una simplificación analítica deliberada, la estructura será llamada modelo económico, desde sólo un esqueleto, hasta una representación aproximada de la economía actual.

Un modelo económico cuenta con un grupo de relaciones económicas que se presentan por lo regular en forma de ecuaciones. Un modelo tratará de reflejar la incertidumbre del comportamiento económico de tal manera que nos da la oportunidad de hacer predicciones lo más precisas posibles, dependiendo del grado de incertidumbre.

En nungún momento se pretende encuadernar la teoría económica dentro de un modelo, pero si podemos pedirle que manifieste por lo menos ciertos rasgos interdependientes entre cantidades económicas. Es necesario considerar los casos en que los modelos son mal entendidos y por consecuencia erroneamente aplicados. Estos problemas se pueden presentar al proponer al constructor modelos realmente descriptivos, partiendo de datos económicos sumamente complicados.

Un modelo económico debe satisfacer las siguientes propiedades:

- Propiedades de los Modelos Económicos
  - Lógicas
    - Sist. Axiomático
      - Consistencia.
      - Independencia.
      - Categoricidad.
    - Teoremas
      - Lógicamente Verdadero.
  - Empiricas
    - Validez
    - Generalidad

COMPONENTES DE UN MODELO ECONOMICO

Un modelo económico, es esencialmente, una estructura teórica, y no existe una razón inherente por lo que deba ser matemático. Si el modelo es matemático, normalmente consiste en un grupo de ecuaciones diseñadas para describir la estructura del mismo. Relacionando un número de variables de una a otra en el mismo sentido, podemos formar ecuaciones que den fórmulas matemáticas al conjunto de suposiciones analíticas adoptadas. Así, mediante operaciones elementales, podemos obtener el conjunto de soluciones lógicas que se deriven de dichas suposiciones.

VARIABLES, CONSTANTES Y PARAMETROS.

Una variable, es aquélla cuya magnitud puede cambiar, es decir, algo que puede tomar diferentes valores. Frecuentemente, las variables usadas en economía, comprenden precio, rendimiento, renta, costo, ingreso nacional, consumo, inversión, importación, exportación y muchas más. Desde cada variable, podemos asumir varios valores, los que se deben representar mediante un símbolo en lugar de un valor matemático específico. Por ejemplo, podemos representar precio por P, rendimiento por I, renta por R. costo por C, ingreso nacional por Y y así sucesivamente. Cuando decimos que $P = 3$ o que $C = 18$, de alguna manera estamos "congelando" estas variables a un valor específico, (en unidades escogidas apropiadamente).

Construído apropiadamente, un modelo económico puede ser resuelto, para darnos la solución de un conjunto de variables, como en el caso del nivel de market-clearing de precio, o de máximo rendimiento de salida. Dichas variables cuyos valores de solución buscamos obtener del modelo, se conocen como variables endógenas, (originadas desde dentro). De tal manera, este modelo puede contener también variables las cuales son asumidas para ser determinadas por fuerzas externas al modelo. Dichas magnitudes son aceptadas como un valor dado únicamente; a estas variables se les conoce como exógenas, (originadas desde fuera). Podemos decir que cuando una variable es endógena a un modelo, muy bien puede ser exógena para otro. En un análisis de mercado, el precio P, por instantes, la variable P puede ser tomada definitivamente como endógena, pero en una estructura de teoría del consumidor, P se convertiría en un dato correspondiente al consumidor individual, y por lo tanto ser considerada como exógena.

Frecuentemente, las variables pueden aparecer en combinación de números o constantes, como en la expresión 7P o 0.5R. Una constante es una magnitud que no cambia, y por lo tanto, la antítesis de una variable. Cuando una constante es asociada a una variable, frecuentemente es referida como el coeficiente de la variable. Es preferible, un coeficiente simbólico más que un numérico. Podemos en un momento dado, dejar el símbolo a permanecer para una constante dada y usar la expresión aP en lugar de 7P en un modelo, en orden de obtener el nivel mayor de generalidad. El símbolo a, es un caso peculiar. Este es supuesto para representar una constante dada, y si aún no le hemos asignado un número específico, éste puede virtualmente tomar cualquier valor. En resumen, esta es una constante que es variable. Para identificar estos casos especiales, los denominaremos parámetros constantes o simplemente parámetros.

CONCEPTOS BASICOS DE ECONOMIA Y MACROECONOMIA.

> La Macroeconomía se refiere al estudio de las relaciones entre los grandes conjuntos o agregados económicos.
> (Ragnar Frech,1933).

La macroeconomía se interesa más por el sistema dinámico que por el sistema estático, la razón recide en que el tiempo es la esencia misma de la macroeconomía, y ningúna "Macroteoría" se adaptaría a la realidad si no se encuentra con el problema de la acumulación de capital y del desequilibrio ocasionado por trastornos cronológicos del ajuste permanente.

Las magnitudes y agregados globales estudiados por la macroeconomía son:

a)Stocks: Son las existencias en un momento determinado, entre las que se encuentra la existencia de capital.

b)Flujos: Son conocidos como corrientes, parecidos al consumo y la inversión, la renta y la producción, cada variable de corriente tiene una dimensión cronológica. (cantidad expresada por unidades de tiempo de período)

En el cociente de dos flujos no encontramos dimensión cronológica, pero el cociente entre un stock y una corriente tendrá dimensión cronológica (t) si el stock se encuentra en el denominador, o dimensión (t) si el stock se encuentra en el numerador.

Relaciones funcionales y parámetros.

Encontramos que existe una relación funcional entre dos o más variables, si los valores o magnitudes de éstas, se encuentran relacionadas de algún modo. Una relación funcional puede o no expresar la idea de causa-efecto; en cada variación o en cualquiera de éstas se obtendrá una nueva relación funcional.

Si limitamos nuestra atención a una sola relación funcional, podemos considerar los valores de todas las variables como fijos (sin considerar una, que es la que se encuentra al lado derecho de la ecuación); significa, que a estas otras variables tendremos que tratar como parámetros o circunstancias externas, que pueden estar sujetas a variaciones sin interesernos de forma inmediata.

Las relaciones económicas se clasifican de la siguiente manera:

a) De comportamiento: Reflejan una selección voluntaria en los elementos económicos.

b) Restricciones institucionales: Nos indican como funcionan las leyes o reglas del comportamiento.

c) Técnicas: Muestran las relaciones tecnológicas.

d) Identidades o definiciones.

Producción y Empleo.

Cuando se estudia la producción se observa la importante relación que existe con el empleo. De ésta manera observamos que la producción es una función directa pero no lineal del empleo, ya que ocurre que a medida que el empleo aumenta la producción debe aumentar, pero normalmente aumenta a una tasa más baja que el incremento de los insumos. La función de producción esta dada por:

$$P = f\ (\ N,K,L\ )$$

donde:

N = Insumo
K = Capital
L = Tierra

Es necesario hacer notar que un aumento en los insumos, hace que la producción aumente; sin embargo, puede ocurrir, que al existir aumentos particulares de cualquier insumo, reflejarán aumentos menores en la producción, en comparación con los aumentos anteriores. Pero, si los insumos aumentan al mismo tiempo y en la misma proporción, la producción muestra un aumento de varias maneras y pueden ser:

a) En esa misma proporción, si sucede el aumento, se dice que existen rendimientos constantes con respecto a la escala.

b) Si el aumento se presenta en mayor proporción, podemos observar que existen rendimientos crecientes con respecto a la escala.

c) En una proporción menor, obtendríamos rendimientos decrecientes con respecto a la escala.

De la misma manera observamos que cuando el empleo disminuye, el insumo de mano de obra disminuye en una proporción mayor, ya que al no haber personas que trabajen, las horas de labor son reducidas. De igual forma cuando la producción declina, una consecuencia lógica es que, los trabajadores sean despedidos y las máquinas queden paradas, sin embargo, exactamente en la misma proporción, ocurre que cuando la producción resurge, se añaden más trabajadores, aumentando la mano de obra, ocasionando que la cantidad de capital en uso se expanda proporcionalmente; lo que nos conduciría necesariamente a obtener rendimientos decrecientes de la producción.

En conclusión podemos decir que la producción avanza proporcionalmente (o quizá sea mayor) que el avance proporcional del insumo del trabajo a través de toda una amplia escala de variaciones en periodos de tiempo cortos dentro de la producción.

Salarios, Precios, Empleo y Producción.

En ésta sección nos dedicaremos a ver la relación existente entre el empleo y la producción con los precios y salarios, y la forma en que éstos se relacionan.

La teoría clásica del precio dice: "El volumen del empleo y producción está determinado no por el nivel de éstos, sino por la estructura interna de los precios". De ésta teoría se desprende que la decisión de la producción y el empleo dependen de sus costos y precios que los consumidores pagarán por su producción. Para poder estudiar éstas relaciones supondremos:

a) Que entre las industrias existe un tipo de competencia perfecta.

b) Que sólo es empleada mano de obra para la elaboración de productos finales (integración de la industria en forma vertical), no hay bienes intermedios.

Como es bien sabido una industria es siempre competitiva, es decir, trata siempre de maximizar sus utilidades que pueden ser descritas por la igualdad del precio y el costo marginal. Lo anterior es equivalente a decir, que el insumo es llevado hasta el punto en que el salario es igual al valor del producto marginal de la mano de obra.

Trataremos de aclarar ésto con un ejemplo simple: supongamos que el precio de producción de un cierto bien, es de dos pesos por unidad y además que la tasa de salarios es de veinte pesos; entonces tenemos que el precio (2) es igual al costo marginal (20/10), dos pesos por unidad, aquí es el punto en que el salario (20) es igual al valor del producto marginal, es decir (10 x 20) diez unidades a dos pesos.

Algebraicamente se representa de la siguiente manera:

$$P = MC$$
$$MC = W/MPL$$
$$W = P(MPL)$$

donde:

P - Precio por unidad de producción.
W - Salario por unidad de insumo.
MC - Costo marginal de la producción.
MPL - Producto marginal físico por unidad de mano de obra.

Observamos que el producto dado por el P(MPL) no es más que el valor del producto marginal, ésto nos indica que la producción es llevada al extremo en que el producto marginal es igual al salario real.

Las relaciones anteriores nos señalan la importante correspondencia que existe entre los precios y salarios con la mano de obra y la producción, ya que son los que la determinan. Si hicieramos que los precios y salarios subieran o bajaran de igual forma, las empresas no estarían motivadas para emplear más o menos trabajadores o para tener una producción diferente. Ahora, si los precios decrecen proporcionalmente (en el tiempo) con respecto a los salarios y sin ningún aumento en la producción se crearían automáticamente saldos inactivos ya sea en los negocios o en los consumidores, lo que sería casi imposible ya que cualquier persona racional no estaría dispuesta a acumular saldos inactivos. Como consecuencia de ésto podemos decir que, el gasto real aumentaría a medida que los precios cayeran, lo cual impide una disminución tan grande en los precios, tanto como en los salarios.

Ordenando los acontecimientos ya mencionados obtendríamos las siguientes relaciones:

1.- El desempleo provoca una reducción del salario.

2.- Una mayor producción trae como consecuencia que dicha producción puede ser vendida a precios más bajos.

3.- Dada una reducción en los precios existe una reducción en los salarios pero no proporcional.

4.- Si los precios bajan en la misma proporción que los salarios, no existiría una motivación por parte de las empresas para aumentar su producción.

5.- Si los precios bajan menos que los salarios sucede exactamente lo contrario, los empresarios estarían motivados para realizar un aumento en su producción.

Por lo consiguiente tendríamos que la baja en los salarios moneterios que produce una reducción en los precios, ser tal que logre eliminar el desempleo y así poder tener tanto el pleno empleo como la producción máxima, es decir, de alcanzar un punto de equilibrio entre los salarios, los precios, el empleo y la producción.

El ahorro, la inversión y el tipo de interés.

Como lo habíamos mencionado anteriormente, las personas no ocupan todo su ingreso en satisfacer sus necesidades primarias (compra de bienes de consumo y de servicio), sino que destinan una parte a la inversión y al ahorro. Este ahorro puede ser encaminado de distintas formas que van desde: aumentar el saldo en efectivo, comprar bienes de capital, o simplemente en adquirir un título hopotecario de crédito o bancario.

Tenemos que observar que no nos hemos basado en la suposición de que el ahorro de las personas, al que nos hemos referido, sea motivado por la obtención de un rendimineto sobre sus ahorros, ni tampoco por que el ahorro se vea aumentado o disminuído por la tasa de rendimiento que se ofrezca, nuestra suposición más bien esta basada en que existe una disponibilidad de rendimiento sobre los ahorros, aunque en ocasiones se consideraba al ahorro como una función creciente del tipo de interés (según los tratadistas clásicos).

Un medio por el cual el ingreso no gastado por los ahorradores, puede ser convertido en gasto, nos lo muestra el mercado financiero de los bonos. La igualdad entre el ahorro y la inversión se presenta ya que el consumidor prefiere obtener un rendimiento positivo en lugar de no tener ningún beneficio, es decir, lo que ahorra lo invierte.

Cabe hacer notar que existe un tipo de interés positivo para producir el ahorro, por lo cual esto hace que las personas se motiven a hacerlo; más aún, es necesario tener un tipo de interés creciente, que pueda garantizar una cantidad creciente de ahorro. Sin embargo, sucede que la persona a la que llamamos ahorrador quiere tener sus ahorros y que además estos le produzcan un rendimiento positivo, el tipo de interés se ajusta de tal forma que alguna otra persona (un inversionista) quiera gastar precisamente la cantidad que el ahorrador decidió no gastar.

Como conclusión podemos decir que la corriente total del dinero contra los bienes no se rompe. El gasto agregado en bienes, hablando en términos monetarios, (la suma del precio multiplicador por la cantidad) es un múltiplo constante de la cantidad de dinero. Por lo tanto, existe siempre un nivel de precios en el cual es posible el pleno empleo.

PRODUCTO NACIONAL BRUTO Y PRODUCTO NACIONAL NETO:

El Producto Nacional es uno de los conceptos más importantes de la economía, es el valor de todos los bienes y servicios producidos en la economía, en particular, es la suma de todas las ganancias de los bienes de consumo (salarios, intereses, rentas, utilidades), y de la inversión bruta (aumento de las existencias) más los "nacimientos" brutos o producción de edificios y maquinaria), valuado en un determinado período de tiempo, a los precios de mercado que se pagan por ella. Se refiere al ingreso agregado ganado por los factores empleados en la producción del producto agregado. También se le conoce como Producto Nacional Neto (PNN) y con otro ligeramente distinto que es Producto Nacional Bruto (PNB).

La dificultad que podemos encontrar en el cálculo del Producto Naconal es la doble computación, por lo que debemos contar sólo los productos finales y excluir los productos intermedios, sin embargo, en la práctica se incluyen la producción de éstos nuevos bienes de capital como parte de la producción final.

Existen controversias en cuanto a la clasificación de nuevos bienes de capital como parte de la producción final, ya que no funcionan por sí mismas, pero si para producir otros productos finales. Este argumento sería conveniente si:

a) Toda la producción de bienes de capital fuera a reemplazar otros bienes de capital a medida que ellos se desgastaran.

b) Que éste desgaste ocurriera de manera uniforme a lo largo del tiempo.

Podemos concluir que el producto nacional bruto consiste en la contabilidad de productos finales y de nuevos bienes.

El PNN estaría dado en cada período por la deducción de alguna provisión para el desgaste (depreciación), por ejemplo: para el uso de servicios mecánicos, la mejor aproximación del PNN sería, restando el PNB la depreciación de los bienes de capital. Puede ser medido como corriente de producción, pero muchas veces el estadístico encuentra conveniente recoger los datos por medio de las rentas.

Queda por realizar un ajuste más, podemos exportar una parte de la producción (bienes finales o intermedios) siendo esta exportación parte de nuestro producto nacional, igualmente tenemos que tomar en cuenta las importaciones, puesto que éstas no forman parte del PNB y para el cálculo del PNN podemos deducir las importaciones de las exportaciones, obteniendo las siguientes relaciones algebráicas:

$$PNB = C + IB$$
$$PNN = C + IB - D + (EX - IMP)$$

donde:

PNB - producto nacional bruto.
PNN - producto nacional neto.
C - consumo.
IB - inversión bruta (compras de bienes de capital).
IB - D - inversión neta.
D - depreciación.
EX - exportaciones.
IMP - importaciones.

Puede calcularse la inversón bruta con una aproximación razonable sin tener que llagar al cálculo de la depreciación, que sólo es necesario si queremos llegar a obtener la inversión neta. Esta es la razón por la cual los gobiernos prefieren calcular primero el PNB en vez del PNN.

Estas son las variables macroeconómicas que por excelencia se utilizan en todos los paises del mundo, por lo cual, tienen las características de las cuentas nacionales per cápital registradas ante la O.N.U.

Ingreso Nacional:

Las empresas de negocios son las que se encargan de la producción por lo tanto, el ingreso nacional es precisamente el ganado por el sector de los negocios. El ingreso nacional se compone de las formas en como se retribuye a los empleados en una empresa o negocio como: pagos de interés, alquileres, rentas, derechos de autor o de inventor, por servicios de la propiedad y por las ganancias acumuladas a favor de los dueños de las empresas. Por lo tanto, los ingresos constituyen una corriente de los negocios hacia con las personas. De manera algebráica se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$IN = PNB - D$$
$$IN = C + IB - D$$
$$IN = C + I$$

donde:

IN - ingreso nacional.
IB - inversión bruta.
I = IB - D - inversión neta.

II.- MODELOS MACROECONOMICOS

MODELOS MACROECONOMICOS.

Hablaremos ahora del propósito del análisis macroeconómico y de la importancia del entendimiento del funcionamiento de la economía que estemos manejando, el cual sería muy complicado realizar si unicamente nos basamos en el examen de hechos o estadísticas pasadas, lo que nos muestra la necesidad de basarnos también en una guía que nos permita tratar de solucionar las complejidades del mundo en que vivimos, para poder entenderlas e interpretarlas. La guía de la que hablamos es la teoría macroeconómica.

Para el desarrollo de la teoría macroeconómica nos tenemos que basar en la construcción de modelos, los que nos pueden servir como un mecanismo simplificador y además nos permita ver de una manera clara los problemas macroeconómicos a los que nos enfrentamos.

Es importante hacer notar que la realidad económica es sumamente compleja, ya que comprende la producción de bienes y servicios, los precios de dichos bienes y servicios, los salarios de diferentes clases de trabajo y algunos conceptos más. Si un economista intentara trabajar con todas éstas variables es indudable que estaría metido en un grave problema.

Una de las formas por la cual se puede lograr un objetivo es la de trabajar con modelos que realicen la abstracción de los detalles y se enfoquen a las variables importantes relacionadas con los problemas que queremos observar. Por ésta razón decimos que un modelo macroeconómico, no es más que una simplificación de la realidad que de alguna manera nos describe el complejo mecanismo del funcionamiento de una economía, por medio de relaciones sencillas que nos muestran como se interrelacionan las principales variables.

A continuación conoceremos algunos modelos macroeconómicos:

Modelos Estáticos:

Modelo clásico de Hicks. En éste modelo podemos observar la variación de la oferta de capital afectada por el interés y la renta de capital para la cual se ocupan las siguientes ecuaciones:

$$M = xY \qquad (1)$$

$$I = f(i) \qquad (2)$$

$$I = g(i,Y) \qquad (3)$$

donde:

Y - Renta total.
I - Inversión.
i - Tipo de interés.
M - Cantidad de dinero.

La ecuación (1) nos muestra que M y Y son proporcionalmente iguales, siendo x el factor de proporcionalidad. La ecuación (2) nos muestra a I en función del interés sin indicarnos nada sobre la naturaleza de la misma. La ecuación (3) dá la inversión en función de dos variables: el interés y la renta total. De ésta manera podemos ver que, la oferta de capital varía no solamente con el interés sino que también se afecta con la renta total, por otro lado la demanda de capital depende solamente del interés.

Modelo Keynesiano de Hicks: En éste modelo observamos la dependencia del ahorro ante la renta sin la intervención del interés mediante la función de liquidez.

$$M = f(i,Y) \qquad (4)$$

$$I = g(i) \qquad (2)$$

$$I = h(Y) \qquad (5)$$

Como podemos observar la ecuación (2) es exactamente la misma del modelo clásico de Hicks. En la ecuación (4) podemos ver expresada la relación que existe entre la oferta de dinero con el interés y la ecuación (5) nos muestra a la renta mediante la función de liquidez, esto significa que el ahorro depende solamente de la renta, donde el interés no desempeña ningún papel.

Modelo general de Hicks: En éste modelo se verá el comportamiento del interés y la renta obteniendo el costo marginal de una unidad de producción.

$$M = f(i,Y) \qquad (4)$$

$$I = g(i,Y) \qquad (6)$$

$$I = h(i,Y) \qquad (3)$$

Podemos ver que en este modelo se involucran en las tres ecuacuones el interés y la renta. Por lo cual el modelo de Hicks nos sugiere:

$$I = wx\left(\frac{dNx}{dx}\right) \qquad (7)$$

$$Y = wx\left(\frac{dNx}{dx}\right) + wx\left(\frac{dNx}{dy}\right) \qquad (8)$$

$$x = fx\,(Nx) \qquad (9)$$

$$y = fy\,(Ny) \qquad (10)$$

Variables Endógenas: x,y,Ny,Nx

Variables Exógenas: w

donde:

x - producción de bienes de inversión.

y - producción de bienes de consumo.

Nx - número de personas que producen bienes de inversión.

Ny - número de personas que producen bienes de consumo.

w - tipo de salario monetario por persona.

En la ecuación (9) encontramos que x esta indicada en función de Nx, que puede ser de cualquier clase y queda denotada por fx, lo mismo ocurre con la ecuación (10). Vemos que la ecuación (7) dNx/dx nos da el número de trabajadores necesarios para una unidad adicional de producción: multiplicándolo por el salario (w), obtenemos el costo marginal de una unidad de produción de bienes de inversión. Si el costo marginal lo multiplicamos por el número de unidades de bienes de inversión I, entonces la ecuación (8) se deduce de manera análoga.

Otros modelos en gran escala publicados son:

- Modelo del Sistema de la Reserva Federal y el del Instituto Tecnológico de Massachusetts (1968).
- Modelo de la escuela Wharton (1967).
- Modelo del Departamento de Comercio de los Estados Unidos, el Modelo O.B.E. (1966).

Estos modelos fueron usados para analizar las actividades de la economía y también para pronosticar futuras cantidades económicas agregadas.

Algunos modelos Dinámicos continuos:

Los modelos Dinámicos (continuos) son aquellos que involucran al tiempo, son los que contienen ecuaciones diferenciales, es decir, las variables estan continuamente cambiando con el tiempo y las observaciones corresponden a ciertos puntos del tiempo. Los modelos que se presentan a continuación son modelos dinámicos continuos:

Modelo de Domar para la deuda:

Este modelo fué elaborado para poder conocer la relación que existe entre la renta y la deuda nacional. El modelo de Domar toma en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$D'(t) = \alpha\, Y(t) \qquad (11)$$

$$Y'(t) = \beta \qquad (12)$$

$$Y(0) = Y_o \qquad (13)$$

$$D(0) = D_o \qquad (14)$$

$$\text{con} \quad \alpha > 0 \quad \text{y} \quad \beta > 0.$$

En éste caso tenemos que la renta nacional aumenta en una cantidad constante, β por cada unidad de tiempo y el aumento que se presenta de la deuda nacional es una proporción fija de la renta nacional. Las condiciones iniciales estan dadas por las dos últimas ecuaciones.

Para resolver este modelo utilizaremos los tres pasos que ya explicamos en el modelo anterior:

1'.- Si derivamos la primera ecuación con respecto al tiempo y tomamos en cuenta la segunda, obtenemos:

$$D''(t) - \alpha\beta = 0 \qquad (15)$$

la ecuación anterior podemos determinarla como ecuación homogénea ya que tiene un término constante ($\alpha\beta$).

2'.- Al resolver la ecuación (15) podemos obtener:

$$D'(t) = \int \alpha\beta \, dt = \alpha\beta\, t + c$$

$$D(t) = \int \alpha\beta\, t dt + \int c dt$$

$$= \frac{\alpha\beta}{2} t^2 + ct + d$$

3'.- Al introducir la condición inicial obtenemos:

Cuando t=0, podemos considerar que la deuda nacional sea igual a Do, y por consecuencia tenemos:

$$Do = \frac{1}{2} \alpha\beta (0) + c(0) + d$$

$$Do = d$$

de lo anterior podemos deducir:

$$D(t) = \frac{1}{2} \alpha\beta\, t^2 + ct + Do \qquad (16)$$

se deduce de las ecuaciones (11) y (13) lo siguiente:

$$D'(0) = \alpha\, Yo$$

pero de la ecuación (16) tenemos que:

$$D'(0) = \alpha\beta \; (0) + c$$

$$c = \alpha\, Yo$$

de lo anterior podemos obtener la siguiente solución final para D:

$$D(t) = \frac{1}{2} \alpha\beta\, t^2 + \alpha\, Yot + Do$$

Introduciendo la condición inicial de la ecuación (13) y elaborando una integración simple podemos obtener la solución final de Y quedando como sigue:

$$Y(t) = \beta\, t + Yo$$

con ésto nuestro modelo ha quedado resuelto.

A pesar de que tenemos nuestro modelo resuelto, sabemos que Domar tenía un especial interés en la razón entre deuda y renta, por lo cual la ecuación queda dada por:

$$\frac{D(t)}{Y(t)} = \frac{(1/2) \quad t + Yot + Do}{t + Yo}$$

$$= \frac{Do}{\beta t + Yo} + \frac{\alpha\, Yot}{\beta t + Yo} + \frac{(1/2)\,\alpha \beta\, t^2}{\beta t + Yo}$$

Podemos observar a partir de ésta suma de cocientes, que (t) aumenta indefinidamente, teniendo que la primera fracción tiende a cero, la segunda a una constante y la tercera a infinito (+). Los resultados expuestos anteriormente se obtienen de dividir el numerador y el denominador por (t).

Modelo de Evans para el ajuste de precio:

Con éste modelo podemos representar un mercado particular para una mercancía dada:

$$d = \alpha_0 + \alpha_1 p \qquad (17)$$

$$s = \beta_0 + \beta_1 p \qquad (18)$$

$$dp = \gamma (d - s) \qquad (19)$$

con $\alpha_1 < 0 , \quad \beta_1 < 0 , \quad \gamma < 0 .$

En éste modelo d, s y p son funciones del tiempo. La ecuación (17) es la ecuación de la demanda y la ecuación (18) es la ecuación de la oferta. La ecuación (19) establece que la variación del precio en el tiempo es proporcional al excedente de demanda dado en la ecuación por (d - s). γ es el factor de proporcionalidad, que por ser positivo, nos indica que un excedente positivo ocasiona un alza en el precio, en el caso de que γ sea negativo daría lugar a una baja en el precio.

Para poder resolver el modelo, sustituiremos las ecuaciones (17) y (18) en la ecuación (19), para lo que tenemos:

$$\frac{dp}{dt} = \gamma (\alpha_0 - \beta_0 + (\alpha_1 - \beta_1) p) \qquad (20)$$

$$= \gamma (\alpha_1 - \beta_1)(p - p)$$

$$= \lambda \; (p - p_e) \qquad (21)$$

en donde:

$p_e = (\alpha_0 - \beta_0)/(\beta_1 - \alpha_1)$, representa el precio de equilibrio en el modelo.

$$\lambda = \gamma \; (\alpha_1 - \beta_1)$$

Nos encontramos con una ecuación diferencial homogenea, para poder resolverla vamos a utilizar una nueva variable:

Sea:

$$V(t) = p(t) - p_e$$

$$V'(t) = p'(t) = \lambda\,(p(t) - p_e)$$

$$\frac{V'(t)}{V(t)} = \frac{\lambda\,(p(t) - p_e)}{p(t) - p_e} = \lambda$$

obteniendo la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{V(t)} \cdot \frac{dV(t)}{dt} = \lambda$$

siguiendo los procedimientos anteriores, tenemos que la integral está dada por:

$$V(t) = Ae^{\lambda t}$$

después:

$$p(t) = p_e + Ae^{\lambda t}$$

si $t = 0$ para una $p(0) = p_o$ podemos ver que:

$$A = p_o - p_e$$

$$p(t) = p_e + (p_o - p_e)\,e^{\lambda t}$$

donde p_e y λ quedan de la misma manera en que fuerón definidos. Además tenemos que λ es negativo por lo que de tal forma el precio tiende, en el tiempo, a aproximarse a su valor de equilibrio.

Modelo de Samuelson para la inversión:

El modelo de Samuelson utiliza como base el supuesto de que una carencia de capital por debajo de un cierto nivel de equilibrio conduce a una aceleración de la tasa de inversión, mientras que un exceso de capital provoca un retroceso en la misma. Este modelo toma a consideración las siguientes variables:

$$k(t) = K(t) - k \qquad (22)$$

$$\frac{dk(t)}{dt} = I(t) \qquad (23)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = -mk(t) \qquad (24)$$

con $m > 0$ y teniendo como condiciones iniciales las siguientes ecuaciones:

$$k(0) = k$$

$$I(0) = Io$$

encontrando como variables endógenas:

$k(t)$ - volumen de capital.

$k(t)$ - exceso de capital sobre la cantidad de equilibrio (k_e).

$I(t)$ - inversión.

encontramos como variables exógenas: k_e

Teniendo los datos anteriores podemos resolver el modelo. Derivando la ecuación (23) y tomando en cuenta la ecuación (24) tenemos que:

$$\frac{d^2 k(t)}{dt^2} = - mk(t)$$

se trata de una ecuación diferencial de segundo órden que se resuelve con los siguientes pasos:

Sustituyendo $k(t) = ce^{At}$ en la parte homogenea, obteniendo la ecuación característica:

$$A^2 = - m$$

Como m es positivo, tenemos que las raíces de la ecuación van a ser números imaginarios, quedando de la siguiente manera:

$$b_i = \pm \sqrt{- m} \qquad i = 1,2$$

la solución general esta dada por:

$$k(t) = c_1 e^{b_1 t} + c_2 e^{b_2 t}$$

sabemos la veracidad de las siguientes relaciones:

$$e^{it} = \cos(t) + i \operatorname{sen}(t)$$

$$e^{-it} = \cos(t) - i \operatorname{sen}(t)$$

donde: $i = \sqrt{-1}$

$$c_1 e^{b_1 t} = c_1 e^{i\sqrt{m}t} = c_1 (\cos \sqrt{m}t + i \operatorname{sen} \sqrt{m}t)$$

$$c_2 e^{b_2 t} = c_2 e^{-i\sqrt{m}t} = c_2 (\cos \sqrt{m}t - i \operatorname{sen} \sqrt{m}t)$$

con ésto obtenemos:

$$k(t) = (c_1 + c_2) \cos \sqrt{m}t + (c_1 - c_2)\, i \operatorname{sen} \sqrt{m}t$$

regresando a la condición inicial, encontramos que:

$$ko = c_1 + c_2$$

$$Io = (c_1 - c_2)\, i \sqrt{m}$$

por lo tanto:

$$k(t) = ko \cos \sqrt{m}t + (Io / \sqrt{m}) \operatorname{sen} \sqrt{m}t$$

En éste resultado podemos ver que los números imaginarios se eliminarion. Como en nuestra función involucramos senos y cosenos veremos que la trayectoria es oscilante, en donde la amplitud de las variaciones dependen de los valores iniciales de k y de I, teniendo que la periodicidad depende de la constante m. Las variaciones de k continuan infinitamente sin la tendencía de incrementarse o desaparecer.

Modelos dinámicos discretos:

Son aquellos modelos que contienen ecuaciones en diferencias finitas y sus cantidades se refieren a ciertos períodos de tiempo. Veremos algunos ejemplos de estos modelos.

Modelo general de la Telaraña:

En este modelo se involucran las siguientes relaciones:

Oferta: $$q_t = \alpha + \beta p_{t-1} \qquad (25)$$

Demanda: $$p_t = \gamma + \delta q_t \qquad (26)$$

Condición inicial:

$$q(0) = q_o$$

eliminando a p de las dos primeras ecuaciones, tenemos:

$$q_t = \alpha + \beta + \beta\delta q_{t-1} \qquad (27)$$

Si observamos la ecuación (27), nos damos cuenta de que no es más que una ecuación en diferencias, en la que la variable q esta expresada en función de su valor anterior. Si existe un valor de equilibrio q se debe satisfacer también la ecuación (27).

$$q_e = \alpha + \beta\gamma + \beta\delta q_e \qquad (28)$$

despejando q de la ecuación (28) obtenemos:

$$q = \frac{\alpha + \beta\gamma}{1 - \beta\delta}$$

restando la ecuación (28) de la ecuación (27) y despejando q tenemos:

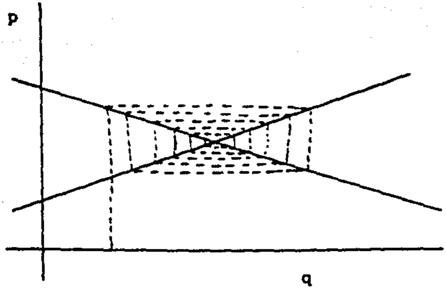
$$q_t = q_e + \beta\delta(q_{t-1} - q_e)$$

y de manera general:

$$q_t = q_e + (\beta\delta)^t (q_o - q_e)$$

en donde q_t es un valor inicial de q.

Podemos decir que éste modelo es estable si $\mathrm{P} < 1$, es decir, la pendiente de la curva de demanda es menor que la de la curva de la oferta; pero sucede que como la primera es negativa, resulta que el punto de equilibrio se alcanza mediante oscilaciones que dan origen a ciclos denominados endógenos ya que se obtienen a partir de los parámetros dados, la pendiente positiva de la curva frente a la negativa de la curva de demanda. Gráficamente tenemos:



Modelo de interacción de Samuelson:

Este modelo ocupa ecuaciones de diferencias de segundo orden, en donde consideramos que es importante señalar la semejanza con las ecuaciones diferenciales. El modelo se da en base a las siguientes relaciones:

$$Y(t) = C(t) + I(t) \qquad (29)$$

$$C(t) = \alpha Y(t-1) \qquad (30)$$

$$I(t) = \beta (C(t) - C(t-1)) \qquad (31)$$

$$Y(0) = Yo$$

$$Y(1) = Y_1$$

con $\alpha > 0$, $\beta > 0$, donde:

Y(t) - renta

C(T) - consumo

I(t) - inversión

Deduciremos la ecuación en diferencias, sustituyendo las ecuaciones (30) y (31) en la ecuación (29) obteniendo:

$$Y(t) - \alpha (1 + \beta) Y(t-1) + \alpha\beta Y(t-2) = 0 \qquad (32)$$

resolviendo la ecuación 32, tenemos:

$$Y(t) = cX^{t}$$

sustituyendo Y(t) por su valor:

$$X^{t} - \alpha(1+\beta)X^{t-1} + \alpha\beta X^{t-2} = 0$$

$$X^{t-2}(X - \alpha(1+\beta)X + \alpha\beta) = 0$$

donde $Y(t) = cx$ será solución si:

$$X^{2} - \alpha(1+\beta)X + \alpha\beta = 0$$

es decir si:

$$X = \frac{\alpha(1+\beta) + (\alpha^{2}(1+\beta)^{2} - 4\alpha\beta)^{1/2}}{2}$$

observemos que existen dos valores distintos para x:

$$X_{1} = \frac{\alpha(1+\beta) + (\alpha^{2}(1+\beta)^{2} - 4\alpha\beta)^{1/2}}{2}$$

$$X_{2} = \frac{\alpha(1+\beta) - (\alpha^{2}(1+\beta)^{2} - 4\alpha\beta)^{1/2}}{2}$$

teniendo así dos soluciones distintas:

$$Y(t) = c_{1}X_{1}^{t} \qquad (33)$$

$$Y(t) = c_{2}X_{2}^{t} \qquad (34)$$

como tenemos dos soluciones, para obtener una solución más general, haremos la suma:

$$Y(t) = c_{1}X_{1}^{t} + c_{2}X_{2}^{t}$$

donde c_1, c_2 son constantes arbitrarias. La solución general se utilizará de acuerdo al tipo de raíces con que se cuente, que pueden ser:

a) Reales y distintas.

b) Reales e iguales.

c) Complejas

Sí suponemos que las raíces encontradas son reales y distintas, entonces introduciremos las condiciones iniciales para especificar las condiciones arbitrarias c_1 y c_2 :

$$Yo = Y(0) = c_1 X_1^{o} + c_2 X_2^{o} = c_1 + c_2$$

$$Y = Y(1) = c_1 X_1 + c_2 X_2$$

despejando c_1 y c_2 :

$$c_1 = \frac{Y_1 - Y_o X^{2}}{X_1 - X_2}$$

$$c_2 = \frac{Y_1 - Y_o X_1}{X_2 - X_1}$$

obteniendo así la solución general:

$$Y(t) = \frac{Y_1 - Y_o X^{2}}{X_1 - X_2} X_1^{t} + \frac{Y_1 - Y_o X_1}{X_2 - X_1} X_2^{t}$$

en donde X_1 y X_2 son funciones de α y β .

III.- ECONOMETRIA

DIFERENCIA ENTRE MODELOS ECONOMICOS Y ECONOMETRICOS:

En éste apartado intentaremos explicar cuál es la diferencia entre un Modelo Económico y un Modelo Econométrico.

Los problemas de la econometría se resuelven por medio de métodos e investigaciones estadísticas. La estadística económica, por lo tanto, proporciona a la econometría material referente a los hechos, el cual la capacita para determinar las leyes cuantitativas que eslabonan entre si a las magnitudes en estudio.

La econometría combina la teoría económica con la estadística económica y trata por métodos matemáticos y estadísticos de dar una expresión cuantitativa y concreta a las leyes esquemáticas generales establecidas por la teoría económica.

Según el econometrísta Camilo Dagun: "La econometría tiene por objeto el estudio de los problemas económicos tanto en el plano de la teoría como en el de la aplicación, con el mismo espíritu riguroso empleado en las ciencias físicas y con el empleo de los mismos métodos cuantitativos, tanto de órden matemático como estadístico, en el plano teórico y empírico".

De aquí que la econometría convierta en concretas ciertas leyes económicas teóricas.

La estadística proporciona a la econometría datos numéricos pero no concreta por si misma las relaciones entre las magnitudes económicas. Si un estadístico concreta tales relaciones se transforma por ese hecho en econometrísta.

QUE ES LA ECONOMETRIA ?

Es la ciencia que trata de la determinación, por medios estadísticos de leyes cuantitativas concretas que rigen la vida económica. Es decir: trata de ilustrar estadísticamente, con la ayuda de relaciones cuantitativas concretas, las leyes que la teoría económica trata de una manera general y esquemática.

La econometría combina la teoría económica con la estadística económica y trata por métodos matemáticos y estadísticos, de dar una expresión cuantitativa y concreta a las leyes esquemáticas generales establecidas por la teoría económica.

La palabra "econometría" se tradujo en 1926 por el economista y estadístico noruego Ragnar Frisch. Esta palabra se compuso tomando como base, la "Biometría, que se conoció a fines del siglo XIX para denotar el campo de la biología en que se utilizan métodos estadísticos. Su desarrollo a través del tiempo ha llegado a constituirla como ciencia independiente.

Oscar Lange define a la econometría como: la ciencia que trata de la determinación por medios estadísticos, de leyes cuantitativas concretas que rigen la vida económica. La econometría difiere tanto de la teoría económica como de la estadística empírica. La econometría difiere de la teoría económica porque trata de ilustrar estadísticamente, con la ayuda de relaciones cuantitativas concretas, las leyes de la teoría económica que trata de una manera general y esquemática.

Samuelson, Koopmans y Stone definen a la econometrfia como sigue:

- La econometría puede definirse como el análisis cuantitativo de fenómenos económicos del mundo real, a partir del desarrollo concurrente de la teoría y la observación, relacionados mediante métodos apropiados de inferencia.

- La econometría es una rama de la economía ... etc.

Se puede decir que la economía estudia aspectos del mundo real sujeto a la experiencia, como en la física y la biología. Para llegar a un conocimiento mejor de los fenómenos particulares o para ayudar a evaluar, continuar o implantar una política, -como dice Pigon- "por luz o por fruto". Independientemente la investigación sistemática involucra ciertas clases más o menos distintas de la actividad intelectual. Una consiste en el desarrollo de conceptos y teorías adecuadas, en cuyos términos se pueden describir, clasificar y relacionar los fenómenos observados. Esta actividad, que es la teoría económica, tiene por resultado las proporciones de contrapartes teóricas de fenomenos reales; proposiciones que pueden demostrarse que son falsas o carentes de alguna modificación.

Otra forma de actividad intelectual es la recolección sistemática de información sobre fenómenos reales, y en la construcción de correlatos empíricos de conceptos teóricos. Esta actividad, la economía descriptiva y la estadística económica, tienen por resultado un cuerpo de conocimientos, proveniente de la observación, contra los cuales (los conocimientos) se pueden comprobar las teorías y a partir de ellos se pueden estimar parámetros. La tercera, es el diseño de métodos adecuados que permitan relacionar las teorías y las observaciones, así como enunciar proposiciones acerca del grado al cual las observaciones justifican la creencia en las teorías, y estimar la intensidad de la influencia de una variable en otra. Esta actividad, que en este campo se acoje principalmente a la estadística matemática, tiene por resultado un campo de instrumentos cuyo objeto es hacer posible la extracción de inferencias sobre la conducta económica del mundo real.

Objetivos de la Econometría:

1.- Pertinencia: Una ecuación debe ser pertinente a un problema importante o interesante y no un simple juego que sólo proporcione placer intelectual.

2.- Simplicidad: Una ecuación econométrica debe ser lo suficientemente sencilla para que su significado sea comprendido y se pueda realizar con ella operaciones lógicas y analíticas.

3.- Plausibilidad Teórica: Si lo que nos interesa es tomar una decisión sobre un problema económico real, la ecuación deberá ser consistente con las partes de la teoría económica establecida, pero, si lo que no interesa es buscar la verdad poniendo a prueba la teoría económica, la ecuación será consistente en cualquier característica de la teoría económica que se pondrá a prueba, la que esté bien establecida o nueva y tentativa.

4.- Capacidad explicativa: Son preferibles las ecuaciones consistentes también con los datos económicos disponibles. Una ecuación es mejor, manteniendo iguales el resto de sus características, mientras mayor sea el rango de datos que puede explicar.

5.- Precisión de los coeficientes: Se desea la precisión en el conocimiento de los coeficientes de la ecuación; por ejemplo, cuando se trata de averiguar el efecto de un cambio de precio en la cantidad demandada.

6.- Capacidad predictiva: Posiblemente, se buscan ecuaciones que puedan predecir el futuro, más que otra cosa, el futuro debe significar todo aquello que el pronosticador desconoce en el momento de hacer su trabajo; así, una persona puede predecir algún aspecto del siglo XIX basándose en teorías y datos del siglo XX. Este último tipo de pronóstico, puede ser útil para someter teorías a prueba, el interés práctico se centra en el pronóstico para el tiempo futuro.

Cabe mencionar que nunca es posible decir si una ecuación será o no una buena descripción de datos futuros. Tan pronto como los datos futuros se vuelvan disponibles, no son más datos futuros sino que se tiene un conjunto más grande de datos disponibles frente a los cuales se ha de comprobar la ecuación.

5.- Precisión de los coeficientes: Se desea la precisión en el conocimiento de los coeficientes de la ecuación; por ejemplo, cuando se trata de averiguar el efecto de un cambio de precio en la cantidad demandada.

6.- Capacidad predictiva: Posiblemente, se buscan ecuaciones que puedan predecir el futuro, más que otra cosa, el futuro debe significar todo aquello que el pronosticador desconoce en el momento de hacer su trabajo; así, una persona puede predecir algún aspecto del siglo XIX basándose en teorías y datos del siglo XX. Este último tipo de pronóstico, puede ser útil para someter teorías a prueba, el interés práctico se centra en el pronóstico para el tiempo futuro.

Cabe mencionar que nunca es posible decir si una ecuación será o no una buena descripción de datos futuros. Tan pronto como los datos futuros se vuelvan disponibles, no son más datos futuros sino que se tiene un conjunto más grande de datos disponibles frente a los cuales se ha de comprobar la ecuación.

EL PAPEL DE LA ECONOMETRIA:

El papel esencial de la econometría es la estimación o verificación de los modelos económicos. En primer lugar la especificación del modelo en forma matemática, ya que las estimaciones a priori derivadas de la economía no son generalmente suficientes para presentar una forma matemática precisa. En segundo lugar debemos reunir datos apropiados de la economía o del sector que proponemos describir con el modelo. En tercer lugar utilizaremos los datos para estimar los parámetros del modelo, y por último realizar pruebas del modelo estimado, en el intento de verificar si constituye una descripción lo suficientemente real de la economia que se ha sometido a estudio o si las estimaciones deben de ser específicamente diferentes.

Los datos económicos no dan un dato exacto a relaciones simples, ya que las formas lineales u otras sencillas que constituyen una aproximación a formas posiblemente complejas, ya que también sólo puede incluirse en cualquier especificación un pequeño subconjunto de las posibles variables explicativas.

Naturaleza de la Econometría:

Es la parte de la ciencia económica que se sirve de instrumentos matemáticos y estadísticos para el análisis de los fenómenos económicos. Teniendo como el instrumento estadístico más utilizado para la medición de relaciones económicas, al Análisis de Regresión.

El objetivo de la econometría es ofrecer un contenido empírico a la teoría económica. Teniendo como preocupación fundamental la medición cuantitativa, la predicción de fenómenos económicos y la comprobación de las hipótesis relacionadas con los mismos.

Pasos para un estudio Econométrico:

1.- Formulación matemática de teorías económicas.

2.- Establecimiento de hipótesis acerca de los fenómenos económicos, institucionales o tecnológicos.

3.- Construcción de modelos con medición y comprobación estadística.

4.- Recolección de datos.

5.- Estimación estadística.

6.- Inferencia estadística al relacionar a la teoría económica con el análisis empírico.

IDENTIFICACION:

Es el problema de encontrar una solución única para parámetros estructurales a partir de coeficientes de forma reducida, por consecuencia la identificación del modelo es lógicamente anterior a la estimación del mismo.

Si no se puede identificar los parámetros estructurales, el esfuerzo puesto en la estimación será en vano.

Podemos dividir en dos partes el problema de identificación:

1= Se presenta el problema lógico de determinar si la ecuación estimada es o no la función especificada.

2= Aún cuando podamos identificar la función estructura, puede ser que no haya una solución única para los parámetros estructurales. Aún si una de las ecuaciones estructurales es identificada existe la posibilidad de que algunas ecuaciones estructurales no lo sean.

En presencia de un cambio estructural, necesitamos conocer o estimar los parámetros de las relaciones de comportamiento en el período de observación, de modo que podamos tomar en cuenta el efecto del cambio antes de pasar a las predicciones.

En éste caso seguiremos la siguiente secuencia:

Datos ------> (1) coeficientes de la forma reducida.
(2) <<antiguos>> parámetros estructurales.
(3) <<nuevos>> parámetros estructurales.
(4) nuevos coeficientes de la forma reducida.
(5) predicciones de las variables endógenas.

La información del cambio estructural, se incorpora en la fase (3), las fases (4) y (5) son simples operaciones. El problema de la identificación consiste, en averiguar si la fase (2) es posible, si los valores numéricos de los parámetros estructurales se pueden deducir de una forma estructurada (o estimada), el problema de la estimación aparece en la parte (1). El problema de la identificación es lógicamente anterior y, por lo tanto, se estudia en primer lugar.

El problema de la identificación surge a causa de que pueden existir varias estructuras que generan la misma forma reducida o que dan pié a la observación del mismo conjunto de datos. A la inversa, dado un conjunto de datos se podrían formular muchas hipotesis que explicarán las observaciones. Lo que nos interesa es suprimir tantas hipótesis como sea posible con una selección

preliminar, basandonos en que tales hipótesis, no son compatibles con la teoría económica, y el problema de la identificación queda resuelto con una hipótesis (o estructura) compatible con los datos observados y con la teoría económica. La manera más común de hacerlo es imponer resticciones a priori a una relación econométrica, como resultado del razonamiento teórico, es la de dar valores particulares a los parámetros.
Con el fin de tratar el tema de un modo formal, llamaremos estructuras admisibles (respecto a los datos) al conjunto de estructuras que son compatibles con los datos observados. Es necesario que el conjunto de datos "z" y los correspondientes valores de "y" que se obtienen a partir de la forma reducida, satisfagan exactamente a la ecuación para que ésta sea compatible con los datos.

Se dice que una estructura es admisible respecto al modelo cuando es compatible con el modelo, es decir, cuando obedece a las restricciones impuestas por la teoría económica. Una estructura está identificada para un modelo dado y unos datos determinados si existe únicamente una estructura que sea a la vez admisible respecto a los datos y respecto al modelo. Es decir, si existe un sólo conjunto de valores numérico de los parámetros estructurales que corresponden a la forma reducida dada por los datos y que satisfacen también a las restricciones a priori impuestas por el modelo. Esta definición se puede aplicar también a la identificabilidad de una ecuación estructural o a la identificación del valor de un sólo parámetro.

Ejemplo: un modelo de oferta-demanda:

1= Caso: En las ecuaciones de oferta demanda supondremos que las cantidades de cada una de ellas son funciones lineales del precio de la mercancia. Tomando en cuenta la condición de un mercado (q = q = q) tenemos:

$$D:\quad q = \alpha_0 + \alpha_1 P \qquad \alpha_1 < 0 \qquad (1)$$
$$O:\quad q = \beta_0 + \beta_1 P \qquad \beta_1 > 0 \qquad (2)$$

Como lo que nos interesa son los valores de los parámetros entonces, se multiplica la funcuión de demanda (1) por una constante (por ejemplo 3/5) y la ecuación de oferta (2) por otra constante (por ejemplo 2/5), sumándolas obtenemos:

$$D':\ q = \frac{3\alpha_0 + 2\beta_0}{5} + \frac{3\alpha_1 + 2\beta_1}{5}\, p \qquad (3)$$

No podríamos decir si esta función es o no cierta ya que ningún econômetra podría descubrirlo sin conocer los valores reales de los parámetros (además las ecuaciones (1) y (2) podríamos multiplicarlas por otras constantes como 1/3 y 2/3 respectivamente obteniendo otra ecuación). El problema radica en que no existirían datos que nos permitieran descubrir la confusión de éste problema, si las restricciones impuestas por la teoría económica se seguían cumpliendo en las ecuaciones mencionadas anteriormente; es decir, si se pudiera verificar que:

$$\frac{3\alpha_1 + 2\beta_1}{5} < 0, \quad \frac{\alpha_1 + 2\beta_1}{3} > 0 \qquad (4)$$

mientras se mantengan las condiciones de las ecuaciones (4), la confusión no se podrá detectar.

Las ecuaciones de la demanda y de la oferta no están identificadas, ya que obtenemos la misma forma reducida a partir de las ecuaciones (1) y (2), y de cualquier combinación lineal de ellas. Los datos que satisfacen a D y O también satisfacen a D' y O' pues los dos pares de ecuaciones tienen la misma forma reducida. Además, D' y O' satisfacen también las restricciones impuestas por el modelo (4).

De esta forma tenemos varios sistemas de ecuaciones admisibles respecto al modelo que son satisfechas por los datos; y por lo tanto, el modelo no está identificado.

2= Caso: Hagamos ahora que la demanda sea función del precio y de la renta, teniendo:

$$\text{D:} \quad q = \alpha_0 + \alpha_1 p + \alpha_2 y \qquad \alpha_1 < 0;\ \alpha_2 > 0 \qquad (5)$$
$$\text{O:} \quad q = \beta_0 + \beta_1 \qquad \beta_1 > 0 \qquad (6)$$

Supongamos que la demanda depende positivamente de la renta y negativamente del precio. Podemos obtener conjuntos de ecuaciones admisibles respecto a los datos formando combinaciones lineales con las anteriores ecuaciones. Vamos a formar estas combinaciones de manera general. Para ello, multiplicando la ecuación de demanda por (1 - h) y la ecuación de oferta por h, siendo $0 < h < 1$.

$$q = ((1 - h)\ \alpha_0 + h\ \beta_0) + ((1 - h)\ \alpha_1 + h\ \beta_1)p + (1 - h)\alpha_2 y \qquad (7)$$

Esta ecuación es una ecuación admisible respecto a los datos. No podemos aceptarla como ecuación de oferta, porque tiene a la renta, pero existe un caso en que puede fungir como tal, cuando se le impone la restricción $h=1$ porque desaparece la renta. Podemos decir que esta restricción nos lleva a la ecuación original, por lo que podemos decir que esta ecuación está identificada, ya que es admisible con respecto a los datos y al modelo.

Cuando $h<1$ nuestra ecuación puede ser de demanda por contener la renta con un coeficiente positivo, siempre y cuando el coeficiente del precio permanezca negativo y se cumpla:

$$(1 - h)\ \alpha_1 + h\,\beta_1 < 0 \qquad (8)$$

Esta inecuación implica la siguiente restricción para h:

$$0 < h < \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \beta_1} \qquad (9)$$

Existen un gran número de ecuaciones admisibles con respecto a las restricciones marcadas por la teoría y que por ésto son admisibles con respecto al modelo como ecuación de demanda. Por lo cual podemos decir que la ecuación de demanda no está identificada.

Condición de órden para la identificación:

En un modelo de G ecuaciones lineales, para que una ecuación sea identificable es necesario que falten en ella al menos G - 1 de las variables que aparecen en el modelo.

Existen dos tipos de variables identificables, las ecuaciones "exactamente identificables" en la cual faltan G - 1 variables, y las ecuaciones "superidentificables" en la cual faltan más de G - 1 variables. Con la condición de orden no ponemos fin al problema de la identificación ya que ésta es necesaria pero no suficiente, lo cual nos sugiere formular una condición de identificabilidad que a la vez es necesaria y suficiente, y consiste en exigir la no singularidad de una matriz como nos dice la siguiente condición de rango:

En un modelo lineal de G ecuaciones, una condición es identificable si y sólo si una matriz de dimensiones (G - 1) x (G - 1) no singular está contenida en la matriz de los coeficientes correspondientes a las variables eliminadas de la ecuación cuya posible identificabilidad se está estudiando y que aparecen en las otras ecuaciones del modelo.

Si se satisface la condición de rango, también se satisface la condición de órden, pero a la inversa no. Podemos decir que la condición de órden es necesaria pero no sufuciente.

Identidades e identificación:

No hemos mencionado como debemos de tratar a las identidades en el contexto de la identificabilidad de los valores, parámetros y estructuras. La identidad se puede sustituir en las ecuaciones del sistema (reduciendo así el número de ecuaciones y de variables), éste modelo introduce restricciones en los coeficientes, por lo que veremos más adelante esta complicación. En segundo lugar sería dejar las identidades en el sistema de ecuaciones. En este caso no se plantea ningún problema de identificación ya que, los coeficientes de una identidad están totalmente especificados a priori y los datos se satisfacen automáticamente. Dicha identidad por regla general, los coeficientes reciven el valor de 1 o de -1, a pesar de que no tenemos que rebisar la identificación de las identidades, debemos incluirlas entre las G ecuaciones al contar el número de ecuaciones t de variables.

ESTIMACION:

Haremos una breve revisión de la estimación de los parámetros del modelo lineal general, en su forma estructural $By + Tz = u$ como en su forma reducida $y = \Pi z + v$, a partir de una muestra de T datos de z e y . Estos datos se pueden obtener a partir de series temporales o de secciones transversales; no obstante, la obtención de datos a partir de series temporales es más frecuente. La técnica más adecuada de estimación, así como las propiedades de los estimadores, varían según las características del problema tratado.

En primer lugar, los supuestos que hagamos acerca de los términos de perturbación aleatoria del modelo, de las cuales se verán tres casos:

a) Supondremos que las perturbaciones tienen media cero y varianza constante, y que la covarianza entre las perturbaciones de diferentes ecuaciones permanece constante a lo largo del tiempo.

b) Conviene que no haya autocorrelación. Por eso supondremos que los sucesivos valores que toma un término de perturbación aleatoria a lo largo del tiempo son independientes.

c) Cuando se discutan los procedimientos para contrastar hipótesis estadísticas, supondremos que las perturbaciones aleatorias están distribuidas según una ley normal.

En segundo lugar, la situación varía según cuales sean los supuestos que hagamos acerca de las variables predeterminadas. El caso más simple es cuando suponemos que las variables son exógenas.

En tercero, podemos distinguir entre aquellos métodos que son apropiados para estimar las ecuaciones de la forma reducida y otros que son apropiados para estimar las ecuaciones estructurales. Como la estimación de la forma reducida resulta en general más fácil, veremos el método de los mínimos cuadrados ordinarios para estimar una ecuación de la forma reducida. Observaremos que cuando el método de los mínimos cuadrados ordinarios se utiliza para estimar una ecuación estructural aparecen multitud de problemas y los resultados carecen de validez, salvo en circunstancias muy particulares, además estudiaremos la estimación de las ecuaciones estructurales por los métodos de los mínimos cuadrados indirectos, de las variables instrumentales y de los mínimos cuadrados bietápicos.

Podremos distinguir aquellos modelos que sirven para estimar una a una las ecuaciones de los métodos que sirven para estimar de un golpe un modelo completo. Los métodos diseñados para estimar un modelo completo sujeto a todas las restricciones de identificación simultaneamente (tales como los mínimos cuadrados triepáticos y la máxima verosimilitud con información completa), los que no estudiaremos.

PREDICCION:

Muchas de nuestras actividades cotidianas, estan regidas por el tiempo. El saber distribuir y optimizar el tiempo es una meta común entre organizaciones públicas, privadas y también del propio individuo. Para llegar a hacerlo es necesario realizar predicciones adecuadas de las actividades futuras y tomar acciones de acuerdo a los pronósticos.

En la administración pública y en los negocios es muy importante la predicción que se puedan hacer a corto o largo plazo. Las predicciones a corto plazo frecuentemente no rebasan un año y generalmente son para pronósticos de ventas, cambios de precio y de demanda de algún articulo, variables que son de empleo temporal, gastos de capital a corto plaza y procedimientos de inventarios. Los pronósticos a largo plazo, generalmente son para períodos de dos a diez años a futuro y se usa como modelo para la toma de decisiones acerca de la línea de los productos e inventarios de capital según sea indicado por patrones de demanda.

Como sabemos, mientras más a futuro se haga la predicción, más especulativa resultará, y como el futuro está asociado con la especulación no podemos esperar que un pronóstico sea completamente exacto. Las series de tiempo que nos ayudan a describir el fenómeno a pronosticar, estan influenciadas por factores que hacen que la serie suba o baje. Pero sabemos que es indispensable para los empresarios hacer predicciones de las actividades futuras de su negocio para tener un buen presupuesto de recursos y del tiempo. Es imposible tomar en cuenta todos los factores que influyen en el comportamiento de las series, sabemos que sólo podemos esperar que los beneficos obtenidos por los pronósticos sobreparen el costo de oportunidad al no predecir. Es importante notar que los beneficios no son sólo monetarios sino del pensamiento del hombre de negocios al aprender el comportamiento de la serie de tiempo.

Sabemos que al hacer predicciones caemos en un procedimiento bastante especulativo, pero, se acepta la suposición de que el pasado es un espejo del futuro, y que las tendencias y los ciclos del pasado continuarán en el futuro, éste pocas veces es el caso. No solo debe tomarse la serie de tiempo, suavizar los datos y extender al futuro los componentes sino que se debe de tratar de predecir el impacto de factores desconocidos como, eventos políticos, investigación, cambios en el comportamiento del consumidor y desarrollo de nuevos productos. Como los negocios y las acvtividades económicas en el futuro involucran incertidumbre, la predicción debe de ser reconocida como un arte que se perfecciona a medida que el pronosticador gana experiencia y habilidad para adaptar los procedimientos al particular ambiente de la empresa.

La clasificación de los modelos de predicción es la siguiente:

Modelos Econométricos
Modelos de series de tiempo
Modelos cualitativos de Predicción

Los dos primeros son técnicas de predicción que suponen en primer lugar un ajuste de un modelo teórico a un conjunto de datos. Los modelos cualitativos se usan por lo general para pronosticar las ventas de algún nuevo producto y en casos similares cuando no se cuentan con datos históricos relevantes. Pondremos nuestra atención a los modelos econométricos y los de serie de tiempo.

Modelos econométricos de predicción:

Un modelo econométrico es un sistema de una o más ecuaciones que describe la relación entre variables econónomicas y de series de tiempo. Son modelos probabilísticos y utilizan la relación probabilística que existe entre una variable dependiente representada por una serie de tiempo y una variable independiente. Por ejemplo; una tendencia a largo plazo creciente o decreciente puede encontrarse mediante el uso de los procedimientos para ajustar una línea recta, la ecuación de tal recta es:

$$y = \quad + \quad x +$$

donde la variable independiente x representa el tiempo. Una tendencia curvilínea puede modelarse usando una función de segundo grado de la forma:

$$y = \quad + \quad x + \quad x +$$

donde la ecuación de predicción, $y = \quad + \quad x + \quad x$, pueden determinarse usando el método de mínimos cuadrados.

Se supone una independencia al error aleatorio asociado con las observaciones sucesivas, pero estas no serán satisfechas comunmente puesto que las afirmaciones probabilísticas asociadas con la estimación de E(y) o la predicción de y serán incorrectas. Si pudieramos conocer el patron de correlación entre las observaciones nos ayudaría a tener estimaciones y predicciones más precisas. Si cada observación es un promedio sobre un período de tiempo la correlación con observaciones adyacentes se verá reducida, de esta manera es posible que se satisfaga la suposición de independencia implicita en los procedimientos de inferencia por mínimos cuadrados.

Utilizando el método de mínimos cuadrados podemos construir y ajustar por una serie de tiempo otros modelos lineales. Por ejemplo; la producción anual de acero esta en función de su precio, el precio de otros materiales estructurales competitivos, la producción de productos competitivos el año anterior, y muchas otras variables. Un modelo lineal que relacione estas variables a la producción de acero puede ser:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

donde:

x_1 = tiempo
x_2 = precio del acero
x_3 = x_2^2 (para permitir curvatura en la curva de respuesta como función del precio)
x_4 = producción de alumunio durante el año anterior
x_5 = precio del alumunio
x_6 = producción de acero el año anterior
.
.
.
x_k = $x_2 x_5$ (una interacción entre los precios del acero y del aluminio)

Podrian considerarse como variables del tipo x_7 = sen($2\pi x$ /3), esto reflejaría un efecto ciclico debido al tiempo, con un periodo de 3^anos. Para poder verificar al modelo es necesario averiguar que tan bien se ajusta a los datos muestrales y que tanto funciona para predecir el futuro.

La principal diferencia entre un modelo econométrico y uno de una serie de tiempo es que el primero se utilizan variables económicas y demográficas, relacionadas con y. Intentan describir la relación entre las variables, mediante ecuaciones de regresión, pero los modelos de series de tiempo, ignoran las variables causales y se basan en una proyección de las componentes inherentes a las series de tiempo.

Un modelo que ajusta los datos pasados, muy bien puede resultar poco sencible a las incertidumbres del futuro, incluso podría proporcionar predicciones poco precisas. Como toda predicción está asociada con eventos futuros, se seleccionará aquel modelo de predicción que muestre una mayor avilidad para predecirlos, no para ajustarse al pasado. En general se trata de diferentes combinaciones que lleguen a un modelo que prediga el futuro con un error de predicción, (y_t - $\hat{y}_t$), relativamente pequeño donde, y_t y $\hat{y}_t$ son el valor real y el predicho respectibamente para el periodo de tiempo t. se calcula con la suma de cuadrados para los errores de predicción (SCE), como se muestra a continuación:

Cálculo de la SCE: $$SCE = \sum_{i=1}^{n} (y_t - \hat{y}_t)^2$$

Se calcúla a partir de los valores predichos y los observados en puntos de tiempo futuros. El modelo que produzca la menor SCE será el que proporciona una mayor presición en la predición.

VARIABLES FICTICIAS:

La investigación econométrica en años resientes ha proporcionado muchos ejemplos del uso de variables ficticias en el análisis de regresión. Se usa para representar efectos temporales tales como los turnos en las relaciones entre los años de geurra y los años de paz, entre las diferentes temporadas, o entre los diferentes regines polilticos. Ellos se usan también para representar variables cualitativas, tales como sexo, condición marital, condición ocupacional o estatud social y a veces son usados para representar variables cuantitativas tales como la edad, cuando se piensa que tan solo son importantes grandes agrupamientos de edad.

Como ejemplo, supongamos que el consumo es relacionado en forma lineal, al ingreso y que en epoca de guerra hay una disminución en elturno de la función. Entonces, es nuestra hipotesis:

$$C = \alpha_1 + \beta Y \qquad \text{tiempo de guerra} \qquad (1)$$
$$C = \alpha_2 + \beta Y \qquad \text{tiempo de paz} \qquad (2)$$

donde $\alpha_2 > \alpha_1$.

Estas relaciones podran ser estimadas en una forma de avance al adaptar (1) con losa datos de tiempos de guerra y a (2) con tiempos de paz. Sin embargo, como estamos suponiendo que la propensidad marginal de consumir, β , es igual en cada período, una forma eficiente de producir para estimaciones de β , sería unir los datos de ambos períodos. Esto se puede lograr combinando (1) y (2) en una sola relación:

$$C = \alpha_1 X + \alpha_2 X_2 + \beta Y \qquad (3)$$

donde las X son variables ficticias tales como.

$$X_1 = \begin{cases} 1 \text{ en cada año de guerra} \\ 0 \text{ en cada año se paz} \end{cases}$$

y

$$X_2 = \begin{cases} 0 \text{ en cada año de guerra} \\ 1 \text{ en cada año de paz} \end{cases}$$

El coeficiente X_1 en la relación de C sobre X_1 , X_2 y Y es entonces el estimado del intercepto del tiempo de guerra, y el coeficiente de X_2 es el estimado intercepto del tiempo de paz, y Y es el estimado de todos los datos de C y Y.

La ecuación (3) no contiene término de intercepcion. Si uno intenta estimar los parámetros de ésa relación mediante el uso de un programa convencional de computación, ya sea para escritorio, o calculador electronico, en el cual se calcula automaticamente el intercepto, el procedimiento de estimación se desploma, ya que no puede ser invertida la matriz adecuada. Si suponemos que el tiempo de guerra m es seguido por tiempos de paz n, la matriz de los cuadrádos y de los productos cruzados es:

$$\begin{bmatrix} m+n & m & n & \sum_{i=1}^{m+n} Y \\ m & m & 0 & \sum_{i=1}^{m} Y \\ n & 0 & n & \sum_{i=m+1}^{m+n} Y \\ \sum_{i=1}^{m+n} Y_i & \sum_{i=1}^{m} Y_i & \sum_{i=m+1}^{m+n} Y_i & \sum_{i=1}^{m+n} Y \end{bmatrix}$$

La primera columna de la matriz es la suma de la segunda y la tercera, y entonces la matriz es singular. Sin embargo, un programa de computación combencional podrá ser utilizado simplemente eliminando a una de las variables ficticias. por ejemplo, podriamos escribir una forma alternativa de (3) es:

$$C = \gamma_1 + \gamma_2 X_2 + \beta Y \qquad (4)$$

donde $X_2 = \begin{cases} 0 & \text{en cada tiempo de guerra} \\ 1 & \text{en cada tiempo de paz} \end{cases}$

Esto da una función de consumo en tiempos de guerra como:

$$C = \gamma_1 + \beta Y$$

y una función en tiempos de paz como:

$$C = (\gamma_1 + \gamma_2) + \beta Y$$

La comparación de abrir parentesis de (1) y (2) muestra que:

$$\gamma_1 = \alpha_1 \qquad \text{y} \qquad \gamma_2 = \alpha_2 - \alpha_1 \qquad (5)$$

Si deseamos incorporar una suposición de que la propensidad marginal para consumir varia también con el período, podemos escribir:

$$C = \gamma_1 + \gamma_2 X_2 + \beta_1 Y + \beta_2 Z \qquad (6)$$

donde

$$Z = X_2 Y$$

y

$$X_2 = \begin{cases} 0 & \text{en cada año de guerra} \\ 1 & \text{en cada año de paz} \end{cases}$$

esto da la función del tiempo de guerra como:

$$C = \gamma_1 + \beta_1 Y$$

y la función de tiempo de paz como:

$$C = (\gamma_1 + \gamma_2) + (\beta_1 + \beta_2) Y$$

Las relaciones de arriba contienen variables ficticas y variables cuantitativas convencionales en el lado derecho. También es muy factible que del lado derecho no haya más que variables ficticias.

Tabla.1

NIVEL EDUCACIONAL	SEXO	X	X	X	X	X	X
I	I	1	0	0	0	0	0
I	II	1	0	0	1	0	0
II	I	1	1	0	0	C	0
II	II	1	1	0	1	1	0
III	I	1	0	1	0	0	0
III	II	1	0	1	1	0	1

Supongamos, por ejemplo, que con respecto a una variable dependiente Y, la cantidad de horas en un año que se imbierten en lectura de no ficción, como dependiente en dos variables cualitativas, que son, sexo y atención educacional. El sexo esta representado por una variable ficticia con dos niveles, y si postulamos tres niveles de entretenimiento educacional, tenemos entonces seis posibles combinaciones de variables ficticias y nuestra relación postulada es:

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \quad \dots + \beta_6 X_6 + u \qquad (7)$$

donde las X estan definidas en la tabla.1.

Si nosotros usamos el símbolo E(Y/II,I) para indicar el valor de Y que se espera, dado el nivel educacional II y la clasificación de sexo I, de la tabla.1 y de la relación (6) vemos que:

$$
\begin{aligned}
E(Y/I,I) &= \beta_1 \\
E(Y/I,II) &= \beta_1 + \beta_4 \\
E(Y/II,I) &= \beta_1 + \beta_2 \\
E(Y/II,II) &= \beta_1 + \beta_2 + \beta_4 + \beta_5 \\
E(Y/III,I) &= \beta_1 + \beta_3 \\
E(Y/III,II) &= \beta_1 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_6
\end{aligned}
$$

Este esquema sirve para efectos de interacción. Según esto la diferencia entre los sexos de la gente del nivel educacional I es β_4, para gente del nivel educacional II, es $\beta_4 + \beta_5$; y para gente del nivel III es $\beta_4 + \beta_6$. Similarmente, para gente del sexo I, el efecto diferencial del nivel educacional II comparado con I, es β_2 ; para III comparado con I, β_3 ; y de III comparado con II, es $\beta_3 - \beta_2$. Para gente del sexo II, estos mismos tres efectos diferencisales, son, respectivamente, $\beta_2 + \beta_5$, $\beta_3 + \beta_6$, y $\beta_3 + \beta_6 - \beta_2 - \beta_5$.

Hasta donde nuestras variables ficticias han sido confinadas hacia el lado derecho de la relación, tomando en cuanta los valores de cero y de la unidad, no hay razón del porque la varible dependien en si misma no tenga esta forma, por ejemplo, una persona posee un coche, tiene o no tiene hipotecada su casa, etc. En todos aquellos casos la variable dependiente toma únicamente dos valores, a modo de que podamos usar la unidad para indicar si ocurre el evento y cero escrito para indicar si no ocurre. Si corremos una regresión multiple de una variable dependiente Y en diversas variables X multiples, explicativas, Y, para cualquier X dada, como un estimado de la probabilidad condicional de Y, X dada. La aplicación más extenciba de este acercamiento en econometría se debe a Guy H. Orcutt y sus asociados en el Instituto de Investigación de Sistemas Sociales de la Universidad de Wisconsin. El trabajo del Instituto consierne a la integración de variables sociales y otras, con las variables económicas mas ortodocsas en el estudio de las dinámicas de sistemas socioeconómicos, y como muchas de estas variables, ya sean explicadoras o dependientes, son de forma cualitativa, el uso de variables ficticias con análisis de regresión convencional son un desarrollo natural.

Las variables ficticias también son usadas para representar a las otras variables explicatibas y cuando se han corrido una regresión de Y en todas las variables ficticias, los coeficientes mínimos cuadrados de las variables ficticias son simplemente el significado celular que es tabulado en las funciones indicadas a continuación:

$$X = \begin{cases} 1 \text{ si la duración es de un año} \\ 0 \text{ si la duración no es de un año} \end{cases}$$

$$X = \begin{cases} 1 \text{ si la duración es de 2 años} \\ 0 \text{ si la duración no es de 2 años} \end{cases}$$

.
.
.

$$X = \begin{cases} 1 \text{ si la duración es arriba de 20 años} \\ 0 \text{ si la duración no es arriba de 20 años} \end{cases}$$

Los esquemas de arriba suponen adictividad. Desde luego que ésto no es necesario, ya que un acercamiento de variable ficticia puede ser ampliado para incorporar efectos de interacción pero el acercamiento no requiere de observaciones extensas de investigación si se deben llevar a cabo subdivisiones suficientemente finas para las variables explicativas y dejan aun observaciones suficientes en cada celula para proporcionar estimaciones confiables de los valores principales.

Goldberger ha demostrado que una dificultad al aplicar los cuadrados mínimos clásico donde Y es dicotoma, es que la suposición de disturbios homoscedásticos es ilógica al escribir las observaciones X en el momento t como X', es decir, el renglon t de X, tenemos:

$$u_t = Y_t - X_t' \beta \tag{8}$$

Como Y es cero o uno, u debe ser $-X_t\beta$ ó $1 - X_t'\beta$ y si $E(u_t) = 0$, la distribución de u_t, dado X_t, es:

u	$p(u_t)$
$-X_t'\beta$	$1 - X_t'\beta$
$1 - X_t'\beta$	$X_t'\beta$

de lo cual se puede ver que la variante de u_t es:

$$\operatorname{var}(u_t) = E(u_t^2) = (X_t'\beta)(1 - X_t'\beta) \tag{9}$$

Se puede ver facilmente que la matriz de varianza-covarianza es:

$$E(uu) = \begin{bmatrix} X'\beta(1 - X_1'\beta) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2'\beta(1 - X_2'\beta) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & X_n'\beta(1 - X_n'\beta) \end{bmatrix} \tag{10}$$

a modo de que los mejores estimadores lineales no eliminados sean obtenidos mediante el uso de ésta matriz en:

$$\hat{\beta} = (X' \Lambda^2 X)^{-1} X' \Lambda^2 Y \tag{11}$$

Como β es desconocido, Goldbergere ha sugerido un procedimiento de dos etapas, que es la obtención de estimados convencionales de mínimos cuadrados de β, e incertarlos en (10), y usar la matriz resultante para obtener el estimado generalizado dado por (11).

INFORMACION A PRIORI:

La inferencia estadística procede, en su forma clásica, partiendo de un conjunto de enunciados que a menudo se llaman "Conocimineto a priori, modelo o hipótesis mantenida", los cuales se aceptan como si fueran correctos y no se ponen en duda durante el proceso de inferencia subsiguiente.

La mayoría de las técnicas de inferencia estadística se basan en que es correcta la información a priori que constituye el modelo. Es inportante mencionar que, en la práctica, la llamada información a priori está lejos de ser cierta y que es importante disponer de algún medio que permita probarla y evaluarla, lo cual se hace dificil porque no existen criterios totalmente aceptables que se puedan aplicar, en el momento de estimar para elegir entre las distintas versiones de la ecuación. La mejor versión, es naturalmente, aquella que servirá para las mejores predicciones o para dar mejores resultados en el futuro, pero esto no se sabe al hacer la elección. No basta con elejir la versión que se ajuste mejor a los datos, ya que puede ser que esta versión se ajuste solo a la configuración particular (no recurrente) de características accidentales del período de muestra, sin captar la estructura básica.

En ésta etapa es donde la mayoría de los estudios econométricos se realizan o fracasan y existe una metodología sistemática muy pobre a la cual recurrir.

Después de haber analizádo los modelos de regresión simple y de haber rebizado el análisis Bayesiano de modelos podemos decir que, cuando nada sabemos a priori acerca de los parámetros del modelo, permitimos a las varianzas de las distribuciones a priori de y que crezcan sin límite algúno. En la distribución a priori gamma normal:

$$P(\beta,\sigma) \propto \sigma^{-k}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^{2}}\left[M + m(\beta - \beta_{0})^{2}\right]\right\}$$

dejamos que M y m tiendan a 0 y hacemos k=1. La distribución a priori es ahora:

$$p(\beta,\sigma) \propto \frac{1}{\sigma}$$

Podemos verificar facilmente que:

$$\beta^{*} = \hat{\beta}$$

Por medio de un desarrollo especifico encontramos que la ecuación

$$F + G(\beta - \beta^{*})^{2}$$

n da como resultado:

$$F = (n - 1)\, \hat{\sigma}^2$$

y

$$G = \sum x_i^2$$

como anteriormente mencionamos que k=1, podemos obtener el resultado siguiente:

$$\frac{(\beta - \hat{\beta})\,(\sum x_i^2)^{1/2}}{\hat{\sigma}}$$

Podemos observar que la ecuación anterior tiene una distribución t con n-1 grados de libertad, este resultado es el que se obtiene precisamente si se utiliza la inferencia estadística clásica. De esta manera el intervalo bayesiano y el intervalo de confianza clásico son precisamente los mismos, si bien sus interpretaciones son por supuesto difernetes.

Frecuentemente los resultados obtenidos con los métodos bayesianos utilizando distribuciones a priori coinciden con los obtenidos por los procedimientos clásicos.

La distribución a priori $p(\beta, \sigma) \propto 1/\sigma$, es conocida como una distribución a priori difusa, pero también es denominada (y más adecuadamente) distribución a priori impropia, porque no se integra en 1. Una critica a estas distribuciones a priori impropias, en particular en problemas que incluyen diversos parámetros, se puede encontrar en dos escritos de Charles Stein.

ANALISIS DE VARIANZA Y COVARIANZA.

Supongamos que tenemos un conjunto de variables x_1, x_2, ... , x_k, sabemos que podemos calcular las varianzas y covarianzas de estas variables. En el análisis de la varianza y covarianza intentamos descomponer éstas en varios componentes, debido a diferentes fuentes identificables. Cuando estudiamos Probabilidad, vimos que la varianza de una variable y se puede analizar en términos de dos componentes: el debido a la regresión y el imputable a los valores residuales. Lo que veremos ahora es un análisis más general.

Como ilustración consideremos los datos de la siguiente tabla para treinta individuos.

Educación y renta.

Varones blancos		Hembras blancas		Varones negras		Hembras negras	
Y	X	Y	X	Y	X	Y	X
12,7	8	12,7	10	10,1	8	9,0	8
14,0	12	13,3	11	9,6	8	8,5	8
18,3	16	10,8	8	10,1	10	9,0	7
13,0	11	11,1	7	10,3	10	11,1	9
13,5	11	12,1	11	9,8	8		
11,2	8	12,0	13	14,1	10		
14,3	10			10,2	9		
13,7	10						
12,4	7						
9,8	7						
14,3	12						
15,7	15						
19,1	16						

Y es renta en miles de dólares y X es años de escolaridad, estos datos no son reales, son hipotéticos que utilizaremos solo para ilustrar los aspectos relevantes del cálculo. A partir de los datos observados podemos calcular las varianzas y covarianzas, y como objetivo tenemos el analisarlas dentro de sus fuentes de variación, que en este caso son raza y sexo. El residuo sintetiza todas las causas restantes (supuestamente desconocidas).

Para analizar estos datos es necesario estimar una ecuación de regresión con variables ficticias de la forma:

(1) $$Y = \mu + \alpha D_1 + \mu D_2 + \delta D_3 + u$$

donde:

D_1 = 1 para blancos, 0 para negros
D_2 = 1 para varones, 0 para hembras
D_3 = 1 para varones blancos y hembras negras, 0 para los restantes

La ecuación resultante será:

$$(2) \qquad Y = \underset{(11,4)}{9,0} + \underset{(3,8)}{3,0\,D} + \underset{(2,03)}{1,6\,D} + \underset{(0,51)}{0,4\,D} \qquad R^2 = 0,474$$

(las cifras entre paréntesis son cocientes t.)

Para encontrar el efecto de los años de escolaridad X con respecto a Y, podemos estimar una ecuación de la forma:

$$(3) \qquad Y = \mu + \alpha D_1 + \gamma D_2 + \delta D_3 + \beta X + u$$

donde D_1, D_2 y D_3 estan definidas como antes. La variable X es normalmente conocida (en análisis de varianza) como variable concomitante. La ecuación estimada es:

$$(4) \quad Y = \underset{(4,16)}{3,568} + \underset{(3,39)}{1,642D} + \underset{(2,01)}{0,921D} + \underset{(0,89)}{0,4D} + \underset{(7,44)}{0,679X} \qquad R^2=0,836$$

En estas ecuaciones sólo D es significativamente al nivel de significación del 5 por 100. Si el coeficiente pendiente no es el mismo en los distintos grupos, lo que deberíamos verificar, es si tanto la pendiente como las ordenadas al origen difieren entre los grupos. Los tests necesarios pueden ser obtenidos estimando la ecuación:

$$(5) \quad Y = \mu + \alpha D_1 + \gamma D_2 + \rho D_3 + \beta X + \beta_1(D_1 X) + \beta_2(D_2 X) + \beta_3(D_3 X) + u$$

Un test F para $\alpha=0$, $\beta_1=0$ es un test para los efectos de la raza; un test F para $\gamma=0$, $\beta_2=0$ es característico para los efectos del sexo, y una F para $\rho=0$, $\beta_3=0$ lo es para el efecto de interacción.

Podemos aplicar los tests correspondientes para los datos de la tabla anterior. Un test de conjunto para la igualdad de la regresión es:

$$(6) \qquad F = \frac{(56,80 - 26,71)/6}{26,71/22} = 4,13$$

Al nivel de significación del 5 por 100 y para 6,22 grados de libertad, las tablas para F dan 2,55, de este modo las diferencias son significativas con el nivel del 5 por 100. La cuestión es: ? cómo sabemos cuales de estas diferencias se deben a raza, sexo o interacción ? La respuesta a la pregunta anterior la encontraremos al realizar la ecuación (5) y aplicar los tests F oportunos. (que por este momento no haremos).

Análisis como éeste se han llevado a cabo a menudo en el trabajo econométrico. Normalmente disponemos de datos sobre renta, años de escolarización, horas trabajadas, tasas salariales, status ocupacional, etc., por raza y sexo. Frecuentamente las ecuaciones relevantes han sido estimadas utilizando variables ficticias para raza y sexo pero no para interacción, o bien, si el investigador sospechaba que los coeficientes de pendiente eran diferentes, entonces se deberían estimar regresiones separadas para los diferentes grupos. Los efectos de interaccón casi nunca se estiman en estos estudios econométricos, si bien la literatura sobre análisis de la varianza y covarianza los trata extensamente.

MINIMOS CUADRADOS EN 2 PASOS.

El método de mínimos cuadrados en 2 pasos, está diseñado para hacer el diseño de los parámetros estructurales del modelo multiecuacional utilizando la técnica tradicional de los mínimos cuadrados ordinarios o generalizados. Los mínimos cuadrados en 2 pasos, se aplican a cada ecuación estructural que sea identificable, para eliminar el sesgo que se produce cuando la ecuación tiene más de una variable dependiente.

Como un ejemplo escribiremos una ecuación particular para formar el modelo que nos interesa, como sigue:

$$\underline{y} = \underline{Y}_1 \underline{\beta} + \underline{X}_1 \gamma + \underline{u}$$

donde:

- $\underline{y}$ - es un vector de n x 1 de observaciones de la variable dependiente
- $\underline{Y}_1$ - es una matriz de n x g de observaciones en las variables dependientes incluidas en la ecuación
- $\underline{\beta}$ - es un vector de g x 1 de coeficientes estructurales de las variables en Y
- $\underline{X}_1$ - es una matriz de n x k de observaciones de variables predeterminadas
- γ - es un vector k x 1 de coeficientes asociados con X
- $\underline{u}$ - es un vector n x 1 de errores

La esencia de mínimos cuadrados en 2 pasos es reemplazar $\underline{Y}_1$ por una matriz $\hat{Y}_1$, y entonces realizar mínimos cuadrados ordinarios en la regresión de $\underline{y}$ sobre $\underline{Y}_1 \underline{X}_1$. La matriz Y es calculada en el primer paso por una regresión de cada variable en $\hat{Y}_1$ sobre todas las variables predeterminadas en el modelo completo y reemplazando las observaciones actuales sobre las variables $\underline{Y}$ por los correspondientes valores de la regresión, es decir:

$$\hat{Y}_1 = \underline{X} (\underline{X}' \underline{X})^{-1} \underline{X}' \underline{Y}_1$$

$$\hat{Y}_1 = \underline{X} (\underline{X}' \underline{X})^{-1} \underline{X}' \underline{Y}'$$

donde:

$$\underline{X} = (\underline{X}_1 \underline{X}_2)$$

de dimensión n x k de observaciones de todas las variables predeterminadas en el modelo completo $\underline{X}_2$ es una matriz de observaciones sobre aquellas variables predeterminadas que son excluidas de la ecuación bajo estudio.

El segundo paso es hacer la regresión de $\underline{y}$ con $\hat{Y}_1$ y $\underline{X}_1$, que da como ecuaciones normales:

$$\begin{bmatrix} \hat{Y}_1' \hat{Y}_1 & \hat{Y}_1' \underline{X}_1 \\ \underline{X}_1' \hat{Y}_1 & \underline{X}_1' \underline{X}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_1' \underline{y} \\ \underline{X}_1' \underline{y} \end{bmatrix}$$

donde b y c denotan los estimadores por mínimos cuadrados en dos pasos de β y γ .

METODO DE MAXIMA VEROSIMILITUD CON INFORMACION LIMITADA.

Los métodos de máxima verosimilitud tanto con información completa como el de información limitada fueron propuestos principalmente para estimar los parámetros estructurales en el caso de que el modelo tenga ecuaciones superidentificadas. Si todas las ecuaciones son identificadas entonces el método de los mínimos cuadrados indirectos resuelve el problema con toda generalidad. Hay que recordar que para una ecuación superidentificada el método da estimaciones múltiples para los parámetros y que las estimaciones múltiples no son deseadas por el economista. El método de información limitada está ideado para obtener estimaciones singulares de los parámetros estructurales pertenecientes a ecuaciones superidentificadas.

Basada en el principio de máxima verosimilitud pero no utiliza toda la información del modelo, por eso el nombre de "información limitada", en la práctica se aplica a cada ecuación del modelo de la forma siguiente:

$$\beta_{11} y_{1t} + \dots + \beta_{1G^{\Delta}} y_{G^{\Delta}t} + \gamma_{11} z_{1t} + \dots + \gamma_{1K^{o}} z_{K^{o}t} = \varepsilon_t \qquad t = 1,2 \dots T \qquad (1)$$

donde hemos tomado en cuenta las restricciones a priori sobre los parámetros; por esta razón solo aparecen G variables endógenas y K predeterminadas. La ecuación anterior procede de la notación matricial condensada:

$$By_t + \Gamma z_t = \varepsilon_t \qquad t = 1,2, \dots T \qquad (2)$$

en donde su forma reducida es:

$$y_t = \Pi z_t + \eta_t \qquad t = 1,2, \dots T \qquad (3)$$

donde η_t es una combinación lineal de ε_t. Si para las perturvaciones ε se verifican las hipótesis de independencia temporal y de normalidad, entonces también las η gozaran de las mismas prioridades. Después la función de verosimilitud se puede construir con las variables η en lugar de las ε, con lo que se podrían obtener los estimadores maximoverosímiles de los parámetros Π.

En vez de considerar el sistema (3) completo, ocuparemos solamente las G ecuaciones correspondientes y las G variables endógenas de la ecuación (1). Podemos escribir el sistema (3) como sigue:

$$
\begin{aligned}
y_{1t} &= \Pi_{11} z_{1t} + \dots + \Pi_{1K^o} z_{K^o t} + \dots + \Pi_{1K} z_{Kt} + \eta_{1t} \\
&\vdots \\
y_{G^\Delta t} &= \Pi_{G^\Delta 1} z_{1t} + \dots + \Pi_{G^\Delta K^o} z_{K^o t} + \dots + \Pi_{G^\Delta K} z_{Kt} + \eta_{G^\Delta t} \\
&\vdots \\
y_{Gt} &= \Pi_{G1} z_{1t} + \dots + \Pi_{GK^o} z_{K^o t} + \dots + \Pi_{GK} z_{Kt} + \eta_{Gt}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

en esta ecuación hemos puesto en primer lugar las G^Δ ecuaciones correspondientes a las variables $y_1 \dots y_{G^\Delta}$ que aparecen en la ecuación (1) y en cada ecuación se han puesto las K^o variables predeterminadas de la ecuación (1).

El método de la máxima verosimilitud se aplica solo a las primeras G^Δ ecuaciones de (4) que son las que tienen las variables endógenas de (1), y las restantes se ignoran; por esta razón recibe el nombre de limitada. La ecuación de la maxima verosimilitud se refiere a las perturbaciones reducidas $\eta_1, \dots, \eta_{G^\Delta}$. La maximización da estimación a los parámetros que aparecen en las G^Δ primeras ecuaciones de (4). Estos parámetros en notación matricial son:

$$
\begin{bmatrix}
\Pi_{11} & \dots & \Pi_{1K^o} & \dots & \Pi_{1K} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots \\
\Pi_{G^\Delta 1} & \dots & \Pi_{G^\Delta K^o} & \dots & \Pi_{G^\Delta K}
\end{bmatrix}
= \left[\Pi_{\Delta o} \quad \Pi_{\Delta, oo} \right] \tag{5}
$$

De los parámetros escritos en (5) se obtendrán los estimadores maximoverosimiles. De estas estimaciones tenemos que pasar a lo estructural, pero si la ecuación (1) es superidentificada (como lo hemos supuesto) entonces llegaremos a las estimaciones multiples como con el método de los minimos cuadrados indirectos. No obstante tenemos que recordar que para que la ecuaćion sea exactamente identificable ha de ser:

$$
\rho(\Pi_{\Delta, oo}) = G^\Delta - 1 \tag{6}
$$

para evitar la superidentificación, maximizamos la función de máxima verosimilitud, en la cual aparecen las matrices (5), condicionada a la relación (6). Este es el método de información limitada que proporciona estimaciones singulares para los parámetros.

No elavoramos un desarrollo más elaborado ya que se trata de un modelo muy laborioso, que en la actualidad tiende a ser sustituido por el de los mínimos cuadrados bietápicos, que veremos más adelante.

MINIMOS CUADRADOS EN 3 PASOS.

Al igual que el modelo de mínimos cuadrados en 2 pasos, este método fué diseñado para la estimación de parámetros estructurales del modelo multiecuacional. Como veremos éste método es de gran importancia dentro del desarrollo de la estimación de modelos. Considere un modelo lineal general que contiene G variables dependientes conjuntamente y K variables independientes.

La i-esima ecuación puede ser escrita:

$$\underline{y}_i = \underline{Y}_i \beta_i + \underline{X}_i \gamma_i + \underline{u}_i \qquad i = 1, \ldots, G$$

donde:

- $\underline{y}_i$ - es un vector nx1 de observaciones de la variable dependiente en la i-esima ecuación.
- $\underline{Y}_i$ - es una matriz nxg de observaciones de variables dependientes en la ecuación.
- $\underline{X}_i$ - es una matriz de nxk de observaciones de variables predeterminadas en la ecuación.
- β_i y γ_i - vectores de parámetros.
- $\underline{u}_i$ - es un vector nx1 de errores.

sean:

$$Z_i = (\underline{Y}_i \ \ \underline{X}_i)$$

y

$$\delta_i = \begin{bmatrix} \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix}$$

por lo que el modelo puede escribirse:

$$\underline{y}_i = \underline{Z}_i \ \delta_i + \underline{u}_i \qquad i = 1, \ldots, G$$

y al multiplicarse por X' tenemos.

$$\underline{X}' \underline{y}_i = \underline{X}' \underline{Z}_i \ \delta_i + \underline{X}' \underline{u}_i \qquad i = 1, \ldots, G$$

donde esta última expresión puede considerarse como otro modelo de la forma:

$$\underline{y}_i * = \underline{Z}_i * \ \delta_i + \underline{u}_i * \qquad i = 1, \ldots, G$$

con:

$$\underline{y}_i * = \underline{X}' y_i$$
$$\underline{Z}_i * = \underline{X}' \underline{Z}_i$$
$$\underline{u}_i * = \underline{X}' \underline{u}_i$$

por lo que obtenemos que:

$$E(\underline{y}_i *) = E(\underline{X}' \underline{u}_i) = \underline{X}' E(\underline{y}_i) = \underline{0}$$
$$\mathrm{var}(\underline{y}_i *) = E(\underline{u}_i * \underline{u}_i *) = E(\underline{X}' \underline{u}_i \underline{u}_i' \underline{X})$$
$$= \underline{X}' E(\underline{u}_i \underline{u}_i') X = \underline{X}' \sigma_{ii} \underline{X}$$

donde σ_{ii} es la varianza constante de los errores en la i-ésima ecuación.

El vector δ_i puede ser estimado por mínimos cuadrados pues:

$$\text{var}\ (\underline{u}_i *) = \sigma_{ii}\ \underline{X}'\ \underline{X} = \sigma_{ii}\ \Omega$$
$$\hat{\delta}_i = (\underline{Z}i' * \Omega^{-1}\ Zi *)^{-1}\ \underline{Z}i' * \Omega^{-1}\underline{y}_i *$$
$$= (\underline{Z}i'\ \underline{X}\ (\underline{X}'\ \underline{X})^{-1}\ \underline{X}'\ \underline{Z}_i)\ \ \underline{Z}i\ \underline{X}\ (\underline{X}'\ \underline{X})^{-1}\ \underline{X}'\ \underline{y}_i **$$

El modelo premultiplicado puede ser pensado como:

$$\begin{bmatrix} \underline{X}'\underline{y}_1 \\ \underline{X}'\underline{y}_2 \\ \vdots \\ \underline{X}'\underline{y}_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{X}'\underline{Z}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{X}'\underline{Z}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & \underline{X}'\underline{Z}_G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{X}'\underline{u}_1 \\ \underline{X}'\underline{u}_2 \\ \vdots \\ \underline{X}'\underline{u}_G \end{bmatrix} \qquad (1)$$

donde la matriz de covarianza y varianza de los errores es:

$$V(\underline{u}*) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}\underline{X}'\underline{X} & \sigma_{12}\underline{X}'\underline{X} & \cdots & \sigma_{1G}\underline{X}'\underline{X} \\ \sigma_{21}\underline{X}'\underline{X} & \sigma_{22}\underline{X}'\underline{X} & \cdots & \sigma_{2G}\underline{X}'\underline{X} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{G1}\underline{X}'\underline{X} & \sigma_{G2}\underline{X}'\underline{X} & \cdots & \sigma_{GG}\underline{X}'\underline{X} \end{bmatrix}$$

si

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1G} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{G1} & \sigma_{G2} & \cdots & \sigma_{GG} \end{bmatrix}$$

entonces se tiene que:

$$V = \text{var}(\underline{u}*) = \Sigma\ \emptyset *\ (\underline{X}'\underline{X}) \qquad V^{-1} = \Sigma\ \emptyset(X'X)$$

por lo tanto el modelo (1) puede ser estimado por mínimos cuadrados generalizados aunque la Σ es una matriz desconocida tal que, se puede estimar cada σ_{ij} por medio de mínimos cuadrados en 2 pasos, esto es, el estimador δ_i puede ser calculado para cada ecuación estructural:

$$\delta_i = (\underline{Z}i' * \Omega^{-1}\ Zi *)^{-1}\ \underline{Z}i' * \Omega^{-1}\ \underline{y}_i *$$

sustituimos la ecuación anterior en el modelo premultiplicado y calcular el vector u (i = 1, ..., G) para así calcular:

$$S_{ij} = \widehat{\sigma_{ij}}$$

Los estimadores por mínimos cuadrados en 3 pasos están dados por:

$$\hat{\delta} = \left[\begin{bmatrix} \underline{Z}_1'\underline{X} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2'\underline{X} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \underline{Z}_4'\underline{X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} & \cdots & S_{14}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{41}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} & \cdots & S_{44}^{-1}(X'X)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}'\underline{Z}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{X}'\underline{Z}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & \underline{X}_4'\underline{Z}_4 \end{bmatrix} \right]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{Z}_1'\underline{X} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{Z}_2'\underline{X} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & \underline{Z}_4'\underline{X} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} S_{11}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} & \cdots & S_{14}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{41}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} & \cdots & S_{44}^{-1}(\underline{X}'\underline{X})^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{X}'\underline{y}_1 \\ \underline{X}'\underline{y}_2 \\ \vdots \\ \underline{X}'\underline{y}_4 \end{bmatrix}$$

simplificando:

$$\hat{\delta} = \begin{bmatrix} S_{11}^{-1}\underline{Z}_1'\underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{Z}_1 & \cdots & S_{14}^{-1}\underline{Z}_1'\underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{Z}_4 \\ \vdots & & \vdots \\ S_{41}^{-1}Z'\underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'Z_4 & \cdots & S_{44}^{-1}\underline{Z}_4'\underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'Z_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{4} S_{1j}^{-1}\underline{Z}_j'\underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{y}_j \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{4} S_{4j}^{-1}\underline{Z}_4'\underline{X}(\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{y}_j \end{bmatrix}$$

MINIMOS CUADRADOS GENERALIZADOS.

Gracias al matemático alemán Carl Frederich Gauss, conocemos el Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). En base a ciertos supuestos, el método de los MCO ofrece propiedades estadísticas muy atractivas por lo cual se a constituido en uno de los más eficaces métodos de análisis de regresión, para poder tener una idea clara de lo antes mencionado, haremos una generalización tomando el siguiente modelo lineal:

$$\underline{Y} = \underline{X}\,\underline{\beta} + \underline{u} \qquad (1)$$

donde:

$\underline{Y}$ - Vector columna de órden n, de observaciones variables dependientes.
$\underline{X}$ - Matriz de órden n x p de elementos conocidos.
$\underline{\beta}$ - Vector columna de órden p (parámetros del modelo).
$\underline{u}$ - Vector columna aleatoria de órden n.

Haremos los siguientes supuestos:

i) $E(\underline{u}) = 0$

(significa que el vector esperado del vector de perturbación es cero)

ii) $E(\underline{u}\ \underline{u}') = I$

donde I es una matriz de identidad de n x n.

Este supuesto se conoce como de correlación serial o de no autocorrelación puesto que indica que las perturbaciones ui y uj no están correlacionadas.

iii) Este supuesto afirma que la matriz $\underline{X}$ de n x k es no estocástica, o sea que consiste en números fijos.

iv) Suponemos que el rango de la matriz $\underline{X}$ tiene rango completo igual a k, que es el número de columnas de la matriz, lo que significa que las columnas de la matriz son linelmente independientes, no existe relación lineal entre las variables x. Indica ausencia de milticolinealidad.

Para hacer más general el supuesto ii) decimos que:

$$E(\underline{u}\ \underline{u}') = \sigma^2 \Omega$$

donde:

σ^2 - es desconocida
Ω - es una matriz conocida, simétrica, definida, positiva de órden n

(de aquí que las varianzas y covarianzas del vector $\underline{u}$ son conocidas, excepto por un factor escalar).

Podemos concluir, que si Ω es positiva definida, existe una matriz no singular tal que:

$$\Omega = P\, P'$$

por lo que tenemos:

$$\begin{aligned} E(\underline{u}\,\underline{u}') &= \sigma^2 \Omega = \sigma^2 P\, P' \\ P' \Omega (P^{-1}) &= I \\ \Omega^{-1} &= (P^{-1})'\; P^{-1} \end{aligned}$$

El modelo inicial que se tiene es:

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \underline{X}\,\underline{\beta} + \underline{u} \\ P^{-1}\underline{Y} &= P^{-1}\underline{X}\,\underline{\beta} + P^{-1}\underline{u} \\ \underline{Y}_* &= \underline{X}_*\,\underline{\beta} + \underline{u}_* \end{aligned} \qquad (2)$$

con

$$\begin{aligned} E(\underline{u}_*\,\underline{u}'_*) &= E(P^{-1}\underline{u}\,\underline{u}'_*\,(P^{-1})') = P^{-1}E(\underline{u}\,\underline{u})(P^{-1})' \\ &= P^{-1}\sigma^2\Omega(P^{-1})' = \sigma^2 P^{-1}\Omega(P^{-1})' \\ &= \sigma^2 In \end{aligned}$$

por lo que el modelo (2) cumple los supuestos iniciales.

Por el método de mínimos cuardados ordinarios tenemos que:

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= (\underline{X}'_*\,\underline{X}_*)^{-1}\;\underline{X}'_*\,\underline{Y}_* \\ &= (\underline{X}'\;(P^{-1})\;\;P^{-1}\underline{X})^{-1}\underline{X}'(P^{-1})'\,P^{-1}\underline{Y} \\ &= (\underline{X}'\;\Omega'\;\underline{X})^{-1}\;\underline{X}'\;\Omega^{-1}\underline{Y} \end{aligned}$$

donde:

$$E(\hat{\underline{\beta}}) = \underline{\beta}$$

y

$$\begin{aligned} \operatorname{var}(\hat{\underline{\beta}}) &= \sigma^2(\underline{X}'_*\,\underline{X}_*)^{-1} \\ &= \sigma^2(\underline{X}'\;(P^{-1})\;\;P^{-1}\,\underline{X})^{-1} \\ &= \sigma^2(\underline{X}'\,\Omega^{-1}\,X)^{-1} \end{aligned}$$

un estimador insesgado de σ^2 (usando el modelo (2)) es:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{n-p}\,(\underline{Y}_* - \underline{X}_*\,\hat{\underline{\beta}})'\;(\underline{Y}_* - \underline{X}_*\,\hat{\underline{\beta}}) \\ &= \frac{1}{n-p}\,(P^{-1}\,\underline{Y} - P^{-1}\,\underline{X}\,\hat{\underline{\beta}})'(P^{-1}\underline{Y} - P^{-1}\underline{X}\,\hat{\underline{\beta}}) \\ &= \frac{1}{n-p}\,(\underline{Y} - \underline{X}\,\hat{\underline{\beta}})'\;(P^{-1})\;\;P^{-1}(\underline{Y} - \underline{X}\,\hat{\underline{\beta}}) \\ &= \frac{1}{n-p}\,(\underline{Y} - \underline{X}\,\hat{\underline{\beta}})'\,\Omega^{-1}(\underline{Y} - \underline{X}\,\hat{\underline{\beta}}) \\ &= \frac{1}{n-p}\,e'\,\Omega^{-1}\,\underline{e} \end{aligned}$$

donde e es el vector de residuales del modelo (1).

Si consideramos el modelo especificado como:

$$\underline{Y} = \underline{X}\,\underline{\beta} + \underline{u}$$

con:

$$E(\underline{u}) = 0$$
$$E(\underline{u}\,\underline{u}') = \underline{V}$$

donde V es una matriz conocida, simétrica y positiva definida, por lo que los estimadores son:

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}'\,\underline{V}^{-1}\,\underline{X})^{-1}\,\underline{X}'\,\underline{V}^{-1}\,\underline{Y}$$

y

$$\mathrm{var}(\hat{\underline{\beta}}) = (\underline{X}'\,\underline{V}^{-1}\,\underline{X})^{-1}$$

donde la $\mathrm{var}(\hat{\underline{\beta}})$ es conocida totalmente.

La utilidad y aplicación de mínimos cuadrados generalizados, radican en el hecho de poder estimar el modelo de estudio, cuando se presente el problema de heteroscedasticidad (diferencias entre las variables de los errores).

VARIABLES RETARDADAS.

La variable retardada o con retraso se refiere a los valores con retraso de tiempo de la variable dependiente o de la variable independiente en el modelo de regresión. Estas variables han sido adoptadas con gran amplitud en el trabajo econométrico reciente, en el supuesto de que la variable dependiente responde al valor pasado de la misma variable dependiente o que responde a la variable independiente con retraso.

Supongamos que la teoría nos lleve a formular una relación en donde los valores retardados de las variables dependientes aparezcan del lado derecho de la relación. El ejemplo más sencillo sería:

$$Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde asumimos que los valores de sean seriamente independientes. Una de las condiciones para la aplicación los cuadrados mínimos simples en el caso de una variable simple de explicación es:

$$E\left\{\varepsilon_t\left[X_{t+r} - E(X_{t+r})\right]\right\} = 0 \qquad \text{para toda } t$$
$$\text{para } r = \ldots \; -1, 0, 1 \ldots$$

Según lo anterior, por ejemplo, que debería ser independiente de los valores futuros de X_{t+1}, X_{t+2}, etc., así como de los valores presentes y pasados. En el primer modelo, $X_t = Y_{t-1}$, a modo de que ε_t influya en Y_t ($= X_{i+t}$). Según esto, mientras es independiente de X_t, X , ..., no es independiente de X_{t+1}, X_{t+2}, etc. ?Cuales son las consecuencias de usar estimadores cuadrados mínimos cuando es violada esta suposición de independencia entre el téino de disturbio y la variable explicativa?

La respuesta es que los estimadores cuadrados mínimos pueden ser influenciados, aun cuando el término de disturbación siga una distribución normal, tendran la tendencia de tener propiedades de consistencia y de eficiencia asintótica.

Supongamos que tenemos observaciones Y_1 , Y_2 , ... Y_n, que son generados por el esquema:

$$Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

donde ε es tomado como una distribución normal e independiente de cero principalmente y una variable σ^2 constante. Antes que nada, supongamos que Y es un número fijo; es decir, estamos suponiendo que la secuencia de observaciones empieza siempre en el mismo número y que los valores restantes dependen de n-1 de los valores ε_2, ..., ε_n que vienen de la probable distribución postulada para ε. Entonces la función similar para el ejemplo es:

$$\Pr(\varepsilon_2 \varepsilon_3 \ldots \varepsilon_n) = \Pr(\varepsilon_2)\Pr(\varepsilon_3) \ldots \Pr(\varepsilon_n)$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^{n-1}} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=2}^{n} \varepsilon_i^2 \right) d\varepsilon_2 \ldots d\varepsilon_n$$

$$= \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^{n-1}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=2}^{n} (Y_i - \alpha - \beta Y_{i-1})^2 \right] d\varepsilon_2 \ldots d\varepsilon_n$$

Maximizándo esta función similar respecto a α y β, es la misma como minimizándo

$$\sum_{i=2}^{n} (Y_i - \alpha - \beta Y_{i-1})^2$$

Esto da por resultado que los mínimos cuadrados estimados de Y, sean obtenidos resolviendo:

$$\sum_{i=2}^{n} Y_i = (n-1)\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum_{i=2}^{n} Y_{i-1}$$
$$\sum_{i=2}^{n} Y_i Y_{i-1} = \hat{\alpha} \sum_{i=2}^{n} Y_{i-1} + \hat{\beta} \sum_{i=2}^{n} Y_{i-1}^2$$

Según esto, para el caso especial de Y_{i-1} fijo, los mínimos cuadrados estimados, son estimados de similitud máxima y tienen así las propiedades deseables de grandes ejemplos de consistencia y efeciencia.

Si Y en si misma es una variable tomada al azar, la secuencia es iniciada mediante el diseño de una distribución para Y_i. Por medio de una sustitución de refencia retrospectiva en $Y_i = \alpha + Y_{i+1} + \beta$ obtenemos:

$$Y_t = \frac{\alpha}{1-\beta} + \sum_{r=0}^{\infty} \beta^r \varepsilon_{t-r} \qquad |\beta| < 1$$

por lo tanto

$$E(Y_t) = \frac{\alpha}{1-\beta}$$

y

$$\operatorname{var}(Y_t) = \frac{\sigma^2}{1-\beta^2}$$

Como σ es normal, Y tendra una distribución normal, con la varianza especificada principal en las ecuaciones anteriores. Entonces, la probabilidad de obtener un valor Y es:

$$L_1 = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[-\frac{1-\beta^2}{2\sigma^2} \left(Y_1 - \frac{\alpha}{1-\beta} \right)^2 \right] dY$$

Entonces la función similar para el ejemplo es:

$$L_1 = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \right)^{n-1} \exp - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=2}^{n} (Y_t - \alpha - \beta Y_{t-1})^2 \, dY_2 \ldots dY_n$$

La similitud máxima de estimados obtenidos de estos diferiran de los mínimos cuadrados estimados, pero como n aumenta, esta similitud máxima de estimados tenderán en forma estocástica hacia los mínimos cuadrados estimados.

Sin embargo, los econometrístas tan solo tendran una comodidad fría de las propiedades de los estimadores de los grandes ejemplos, y desafortunadamente los mínimos cuadrados estimados podran ser hechos seriamente a un lado, en muestras pequeñas. Hurwiez ha demostrado la existencia de este hecho de hacer a un lado. Matemáticamente su demostración no es facil, y ha trabajado totalmente tan solo un caso explicito donde n=3. El siguiente método es más simple matemáticamente, pero es deficiente porque tan soo indica el signo de la eliminacioñ y no el órden de la magnitud.

Considerese:

$$Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \mathcal{E}_t$$

El mínimo cuadrado estimado de β es:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=2}^{n} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-1} - \bar{Y})}{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1} - \bar{Y})^2}$$

donde:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n-1}(Y_2 + \ldots + Y_n)$$

y

$$\bar{Y} = \frac{1}{n-1}(Y_1 + \ldots + Y_{n-1})$$

de la ecuación:

$$\bar{Y} = \alpha + \beta Y_{t-1} + \mathcal{E}_t$$

obtenemos:

$$\bar{Y} = \alpha + \beta \bar{Y} + \bar{\mathcal{E}}$$

por lo tanto:

$$\bar{Y}_{t-1} - \bar{Y} = \beta (Y_{t-1} - \bar{Y}) + (\mathcal{E}_t - \bar{\mathcal{E}})$$

y

$$\hat{\beta} = \beta + \frac{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1} - \bar{Y})\mathcal{E}_t}{\sum_{t=2}^{n} (Y_{t-1} - \bar{Y})^2}$$

$E(\hat{\beta})$ según ésto abarca el valor del último término del lado derecho de esta última ecuación que se esperaba. La evaluación precisa es dificil ya que el numerador y el denominador dependen de las mismas variables tomadas al azar. Sin embargo, el signo del total dependerá del signo del numerador.

Si nosotros combinamos las dos complicaciones de las variables retardadas y los residuos autocorrelacionados, las cosas se hacen realmente dificiles, Orcutt y Cochrane examináron el esquema:

$$x_t = 0.4x_{t-1} + u_t$$

de acuerdo a la siguiente tabla:

	valor verdadero	significado de 20 determinaciones de muestra	error estandar del significado
Término constante	0	-18.36	4.71
Desliz	0.4	00	0.02

donde u fué autocorrelacionado positivamente y numéracamente es como tres veces más grande que x. Los resultados se indican en la tabla anterior.
El error estandar del significado en la última columna de la tabla fué computado de la variedad de estimados de la muestra. Vemos que para la regresión del desliz éstas estan acumuladas muy estrechamente al rededor de un valor que es más del doble del valor real. Este es realmente un resultado que hay que destacar. Los disturbios autocorrelacionados solos no nos llevan a esperar estimaciones eliminables; las variables retardadas nos llevarían a esperar, en este caso, una eliminación negativa; sin embargo la presencia simultanea de las dos complicaciones producen una eliminación substancial positiva. Este resulatdo destaca una vez mas una devilidad del estado actual de la econometría, ya que el resultado conjunto de diversas complicaciones no se puede inferir como la suma de sus resultados separados.

Las variables retardadas han sido empleadas hasta un grado que va en aumento, en los trabajos resientes de esconometría, como consecuencia de intentos para formular siertas relaciones en forma más realistas. Supongamos que una variable reacciona en movimientos de otra variable con una respuesta retardada. Una posible representación de una respuesta retardada es:

$$Y_t = \alpha_0 X_t + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + u_t$$

Cualquier intento para estimar los coeficientes de la ecuación anterior tal como estan, probablemente se fundan en la estrecha intercorrelación de valores sucesibos de X. Frecuentemente se presume que sea realista esperar que los valores más remotos de X ejersan una influencia menor que los valores más resientes. Una forma extremadamente simple de esta hipotesis es suponer que los coeficientes declinen exponencialmente; es decir:

$$\alpha_j = \alpha \lambda^j \qquad j = 1, 2, \dots\dots \quad 0 < \lambda < 1$$

Podemos reescribir la ecuación anterior para que nos de como resultado:

$$Y_{t+1} = \alpha X_{t+1} + \alpha\lambda X_t + \alpha\lambda^2 X_{t-1} + \dots + u_{t+1}$$

$$\lambda Y_t = \alpha\lambda X_t + \alpha\lambda^2 X_{t-1} + \dots + \lambda u_t$$

y por lo tanto:

$$Y_{t+1} = \lambda Y_t + \alpha X_{t+1} + (u_{t+1} - \lambda u_t) \qquad (1)$$

ó

$$\Delta Y_t = \alpha X_{t+1} - \gamma Y_t + (u_{t+1} - \lambda u_t) \qquad (2)$$

donde

$$\Delta Y_t = Y_{t+1} - Y_t$$

y

$$\gamma = 1 - \lambda$$

La gran vantaja (1) sobre (2) desde el punto de vista de estimacíon, es que la primera contiene unicamente dos variables explicativas, a modo de que el prblema de multicolinealidad a sido superado substancialmente. Sin embargo, aun quedan los problemas serios de estimación. Si u sigue un esquema de Markov de primer órden con parámetro λ.

$$u_t - \lambda u_{t-1} = \varepsilon_t \qquad (3)$$

donde se considera que ε es serialmente independiente y que tiene una variante constante, entonces (1) tiene un término de disturbio serialmente independiente, y como se indica al principio de ésta sección la aplicación de cuadrados mínimos dará por resultado estimados consistentes de α y λ, pero los estímados desde luego se haran a un lado para los tamaños finitos de muestra. No es muy lógico que u deba seguir obligadamente (3): si, por ejemplo, u es serialmente independiente, $u_t - \lambda u_{t-1}$ esta autocorrelacionado y los estimadores mínimos cuadrados de α y λ ni siquiera seran consistentes; es más, segun lo indica el ejemplo de la tabla anterior, las eliminaciones producidas por las variables retardadas conjuntamente con los disturbios autocorrelacionados pueden ser sumamente serios. Se han hecho intentos para derivar los estimados consistentes de los parámetros de (1). Supongamos:

$$u_t = \xi u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad 0 < \xi < 1$$

y supongamos que los estimados mínimos cuadrados de ε y ξ de los parámetros α y λ hayan sido obtenidos a modo de que podamos computar la suma de los residuales cuadrados.

$$\sum_{t=1}^{n} z_t^2 = \sum_{t=1}^{n} (Y_t - \hat{\alpha} X_t - \hat{\lambda} Y_{t-1})^2$$

Para obtener estimados consistentes de α y λ, Koyck procesa las dos ecuaciones siguientes:

$$\hat{\alpha} \Sigma X_t^2 + \lambda \Sigma X_t Y_{t-1} = \Sigma X_t Y_t$$

$$\alpha \Sigma X_t Y_{t-1} + \lambda \Sigma Y_{t-1}^2 = Y_t Y_{t-1} + \frac{(\hat{\lambda} - \xi) \Sigma z_t^2}{1 - \xi \hat{\lambda} + \lambda(\lambda - \xi)} \qquad (4)$$

ξ es desconocida, y no se propone ningún método de estimación. Koyck sugiere que valores diversos entre cero y 1 unidad podrían ser intentados por ξ y las ecuaciones (4) resuleven para cada valor. Esto indicaría el índice de los valores $\hat{\alpha}$, $\hat{\lambda}$ que corresponden a diversos valores de ξ; los estudios empíricos de Koyck demuestran, de hecho, una variación remarcadamente pequeña en estas estimaciones a lo largo de un índice total de los valores .

ERRORES DE LAS VARIABLES.

En el modelo clásico de mínimos cuadrados se supone que las observaciones muestrales son medidas con exactitud, o sea, que se supone no hay errores de medida en la variable, pero puede ser que este supuesto no se apegue a la realidad puesto que la mayoría de los datos publicados o la información obtenida en una encuesta, tiene errores de información y de resumen.

Hemos supuesto que las variables en las ecuaciones de regresión se miden todas sin error. Este supuesto muy pocas veces es justificable, puesto que la mayor parte de los datos económicos tienen errores observacionales. Podemos asegurar que las variables que medimos son mediciones imperfectas de lo que realmente queremos medir. Trataremos los errores que han sido sugeridos para analizar los problemas, tales como los errores que se han dado en los datos económicos que son más bien sistemáticos que aleatorios. Los errores más comunes son:

Errores Correlacionados:

Generalmente se supone que los errores de observación no están correlacionados mutuamente ni con las partes sistemáticas. Si abandonamos estos supuestos, podemos complicar las cosas. como por ejemplo: consideremos el modelo $y=\beta x+e$.

Los valores observados son $X=x+u$ e $Y=y+v$, donde u y v son los errores de medición. Sea σ_{xy} la covarianza entre x e y, con notaciones similares para el resto de las covarianzas. Si la estimación mínimo cuadrática de β a partir de una regresión de Y sobre X es $\hat{\beta}$, entonces

$$\operatorname{plim}\hat{\beta}=\frac{\operatorname{cov}(YX)}{\operatorname{var}(X)}=\frac{\operatorname{cov}(x+u)(y+v)}{\operatorname{var}(x+u)}$$

$$=\frac{\sigma_{xy}+\sigma_{xv}+\sigma_{yu}+\sigma_{uv}}{\sigma_{xx}+2\sigma_{xu}+\sigma_{uu}}$$

$$=\frac{\beta\sigma_{xx}+\sigma_{xv}+\sigma_{yu}+\sigma_{uv}}{\sigma_{xx}+2\sigma_{xu}+\sigma_{uu}}$$

Dado que $\sigma_{yu}=\beta\sigma_{xu}$ y $\sigma_{xv}=\operatorname{cov}[(y-e)/\beta, v]=\sigma_{yv}/\beta$, tenemos:

$$\operatorname{plim}\hat{\beta}=\frac{\beta(\sigma_{xx}+\sigma_{xu})+\sigma_{yv}/\beta+\sigma_{uv}}{\sigma_{xx}+2\sigma_{xu}+\sigma_{uu}}$$

Si no hubiera error en x, esto es, u=0, vemos que $\operatorname{plim}\hat{\beta}\neq\beta$, ya que $\sigma_{yv}=0$. En este caso los errores que crean problema no son los de x, como en el caso del principio.

Lo que es importante tener en cuenta es que puede darse tanto subestimación como sobreestimación de β. Con datos económicos, donde dichas correlaciones son más la regla que la excepción, es importante creer que los coeficientes de pendiente se subestiman siempre en presencia de errores en observaciones.

En lo antes mencionado hemos omitido la ordenada en el origen, pero si la hay y la denominamos α. Por ejemplo, nuestra relación verdadera es $y=\alpha+\beta x+e$ y en su lugar estimamos $Y=\alpha+\beta X+w$; entonces el estimador mínimo cuadrático $\hat{\beta}$ subestima β y consecuentemente el estimador mínimo cuadrático $\hat{\alpha}$ sobreestimará α. Sin embargo, si los errores no tienen media cero, esto es, $X=x+u$ y $E(u)=0$, estas concluciones no se mantienen necesariamente.

Con datos económicos los supuestos de media cero para los errores, de covarianza cero entre los errores, las partes sistemáticas y entre los mismos errores, pueden no ser válidos. Haitovsky encontró que la covarianza negativa entre el error de medición y las partes sistemáticas eran un rasgo dominante, la razón de esto, según argumenta Haitovsky, es que las predicciones de series temporales económicas tienden a subestimar cambios, y puesto que las cifras provisionales conllevan un componente importante de predicción, las varianzas de las cifras revisadas tienden a exceder a las de las provisionales, resultando negativa la cov(x, u). Haitovsky también encontró que los coeficientes de pendiente mínimo cuadrática eran siempre más bien sobreestimados que subestimados con las cifras provisionales. Es más, como la media de los errores no era cero, los valores subestimados de las ordenadas en el origen no coincidían necesariamente con los coeficientes de pendiente subestimados.

Errores en Variables y Variables Omitidas:

A menudo intentamos evitar el sesgoroducido por la omision´ de alguna variable incluyendo sustitutos para dichas variables, este procedimiento no da necesariamente mejores estimaciones que el que no considera dichos sustitutos. Un ejemplo es el considerado por Finis Welch en relación con las estimaciones de los efectos de la escolarización sobre la renta. Welch señala que a menudo se ha argumentado que las regresiones simples de años de escuela sobre la renta sobreestiman el efecto de escolarización, y se ha intentado tomar sustitutos para la variable habilidad y otras variables de control con el fin de evitar los sesgos de las variables omitidas. Si las variables se miden con error, la búsqueda de variables de control tiene serias limitaciones.

Considérese la ecuación de regresión verdadera

$$y = \beta_1 \bar{s} + \beta_2 \bar{a} + u$$

donde:

y = renta

$\bar{s}$ = capacidad (habilidad) adquirida en la escuela según la escala de años escolares

$\bar{a}$ = capacidad inicial verdadera (preescolar)

En lugar de $\bar{s}$ y $\bar{a}$, observamos s y a, siendo

$$
\begin{aligned}
s &= \bar{s} + v \\
a &= \bar{a} + v
\end{aligned}
$$

donde u, v y v_2 son independientes tanto mutuamente como de $\bar{s}$ y $\bar{a}$. Sea b_{ys} el coeficiente de regresión a partir de una regresión simple de y sobre s y $b_{ys \cdot a}$ el coeficiente de regresión de s en una regresión multiple de y sobre s y a. Después de algunas simplificaciones algebraicas, podemos demostrar que

$$\text{plim } b_{ys} = (\beta_1 + \beta_2 k) r^2_{s\bar{s}}$$

y

$$\text{plim } b_{ys \cdot a} = \beta_1 r^2_{s\bar{s} \cdot a} + \beta_2 k r^2_{s\bar{s}} (1 - r^2_{a\bar{a} \cdot s})$$

donde:

- k = coeficiente de la regresión MCO a partir de la regresión auxiliar de u sobre s
- $r_{s\bar{s}}$ = correlación simple entre s y $\bar{s}$
- $r_{s\bar{s} \cdot a}$ y $r_{a\bar{a} \cdot s}$ = coeficientes de correlación parcial

Suponemos que: $\beta_1, \beta_2, k > 0$

Existen tres puntos que tenemos que tomar en cuanta a partir de estos resultados:

1.- b_{ys} no es necesariamente una sobreestimación de β_1. Hay un sesgo superior $\beta_2 k r^2_{s\bar{s}}$ y otro inferior $\beta_1(1 - r^2_{s\bar{s}})$.

2.- El caso con $b_{ys \cdot a}$ es similar. Hay un sesgo superior $\beta_2 k r^2_{s\bar{s}}(1 - r^2_{a\bar{a} \cdot s})$ y uno inferior $\beta_1(1 - r^2_{s\bar{s} \cdot a})$.

3.- Puesto que en este caso $r^2_{s\bar{s} \cdot a} < r^2_{s\bar{s}}$, tenemos, inequivocamente, que $\text{plim } b_{ys \cdot a} < \text{plim } b_{ys}$. Pero esto no significa necesariamnente que el sesgo (asintóticamente) en $b_{ys \cdot a}$ sea menor que el correspondiente en b_{ys}.

Griliches propone un argumento simila mostrando que cuantas mas' variables que estén relacionadas con las componentes sistemáticas de escolarización pongamos en la ecuación, cuanto más intentemos protegernos de los posibles sesgos debidos a variables omitidas, empeoraremos el problema de medición de errores.

MULTICOLINEALIDAD.

Podemos definir a la multicolinealidad como la relación lineal perfecta o exacta entre algunas de las variables explicativas de un modelo de regresión.

En forma práctica veremos que para la regresión de m variables que involucra a las variables explicativas x1, x2, ..., xm, se dice que existe una relación lineal exacta si se satisface que:

$$\lambda_1 x1 + \lambda_2 x2 + \ldots + \lambda_m xm = 0 \qquad (1$$

donde $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m$ son constantes, sin que todas sean simultaneamente cero.

En un sentido mas amplio la multicolinealidad donde las variables x estan correlacionadas pero no en su perfección es:

$$\lambda_1 x1 + \lambda_2 x2 + \ldots + \lambda_m xm + Vi = 0 \qquad (2$$

donde Vi es un término estocastico de error.

De ésta manera, para poder diferenciar entre la multicolinealidad perfecta y menos perfecta haremos lo siguiente:

Suponemos que $\lambda_2 \neq 0$, entonces 1 y 2 se escriben:

$$x2i = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} x1i - \frac{\lambda_2}{\lambda_3} x3i \ \ldots - \frac{\lambda_m}{\lambda_2} xmi \qquad (3$$

$$x2 = -\frac{\lambda_1}{\lambda_2} x1 - \frac{\lambda_3}{\lambda_2} x3 \ \ldots - \frac{\lambda_m}{\lambda_2} xmi - \frac{1}{\lambda_2} Vi \qquad (4$$

De la ecuación 3 podemos ver que x2 esta relacionada de manera lineal y que en la ecuación 4, x2 es una combinación lineal exacta de las otras x y que está determinada por un error estocástico.

Analisando la multicolinealidad anteriormente definida, hace solo referencia a la relación lineal entre las variables x dejando fuera a las relaciones no lineales.

Si supusieramos la multicolinealidad en el modelo de regresión lineal simple tendría como consecuencia varios problemas, ya que si la multicolinealidad es perfecta, los coeficientes de regresión de las xi son indeterminados y sus errores estandar infinitos.

En caso de que la multicolinealidad sea no perfecta, aunque los coeficientes estan determinados, existen grandes errores estandar en relación a los propios coeficientes, lo cual significa que no se pueden estimar los coeficientes con gran precisión.

Estimación en el caso de multicolinealidad perfecta:

Cuando la multicolinealidad es perfecta, para demostrar que los coeficientes de regresión son indeterminados y el error estandar es cero, el modelo es de la forma siguiente tomando el caso de regresión de 3 variables:

$$Yi = \hat{\beta}_2 x2 + \beta_3 x3 + Ei$$

Si tomamos en cuenta el modelo de regresión múltiple:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(\Sigma\, Y_i x_{2i})(\Sigma\, x_{3i}^2) - (\Sigma\, y_i\, x_{3i})(\Sigma\, x_{2i}\, x_{3i})}{(\Sigma\, x_{2i}^2)(\Sigma\, x_{3i}^2) - (\Sigma\, x_{2i} x_{3i})^2} \quad (5$$

$$\beta_3 = \frac{(\Sigma\, Y_i x_{3i})(\Sigma\, x_{2i}^2) - (\Sigma\, y_i\, x_{2i})(\Sigma\, x_{2i}\, x_{3i})}{(\Sigma\, x_{3i}^2)(\Sigma\, x_{3i}^2) - (\Sigma\, x_{2i} x_{3i})^2} \quad (6$$

Si suponemos que $x3_i = \lambda\, x2_i$ con $\lambda \neq 0$ reemplazando en 3 y 6 se tendría que:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{0}{0} \qquad \text{y además} \qquad \beta_3 = \frac{0}{0}$$

De donde los valores estimados para los coeficientes son indeterminados, ésto quiere decir que no podemos distinguir a x y x en la práctica. Para poder solucionar ésto lo que haremos será lo siguiente, para obtener las varianzas de $\hat{\beta}_2$ y de β_3 según el análisis de regresión multiple, tenemos que:

$$Var(\hat{\beta}_2) = \frac{\Sigma\, x_{3i}^2}{(\Sigma\, x_{2i}^2)(\Sigma\, x_{3i}^2) - (\Sigma\, x_{2i} x_{3i})^2} \quad (7$$

$$Var(\beta_3) = \frac{\Sigma\, x_{2i}^2}{(\Sigma\, x_{2i}^2)(\Sigma\, x_{3i}^2) - (\Sigma\, x_{2i} x_{3i})^2} \quad (8$$

Si hacemos $x3 = \lambda\, x2$ entonces las ecuaciones 7 y 8 se reducen a lo siguiente:

$$Var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{0}$$

$$Var(\beta_3) = \frac{\sigma^2}{0}$$

Por lo tanto las varianzas de $\hat{\beta}_2$ y β_3 estan indefinidas y además se hacen infinitas, partiendo de ésto, podemos decir entonces que los errores estandar correspondientes también lo son.

Estimación en el caso de multicolinealidad alta pero imperfecta:

Para poder definir antes que nada el término de multicolinealidad exacta se debe de considerar un caso realmente extremo, ya que en la realidad no existe un modelo en que las relaciones entre las x sean exactas.

Así que en vez de tener el modelo de multicolinealidad exacta ya planteado, tenemos:

$$x3_i = \lambda\, x2_i + Vi \tag{9}$$

si consideramos que en esta ecuación $\lambda \neq 0$ y además que i es el término que capta el error estocástico se tiene que $\Sigma\, x2Vi = 0$, logrando de ésta manera que sea posible estimar los coeficientes de regresión para β_2 y β_3.

Reemplazando 9 en 5 sew obtiene:

$$\hat{\beta}_3 = \frac{(\Sigma\, y_i\, x_{2i})(\Sigma\, x_{2i}^2 + \Sigma\, x_{2i}^2) - (\Sigma\, y_i\, x_{2i} + \Sigma\, y_i V_i)\,\Sigma (x_{2i})^2}{(\Sigma\, x_{2i}^2)(\Sigma\, x_{2i}^2 + \Sigma\, V_i^2) - (\Sigma\, x_{2i}^2)^2}$$

en donde se aprovechará el hecho de que $\Sigma\, x2_i\, Vi = 0$. Así obtendremos ademas la expresión para $\hat{\beta}_2$.

Por otra parte, para la varianza obtendremos la siguiente ecuación:

$$\mathrm{Var}(\hat{\beta}_2) = \frac{\sigma^2}{\Sigma\, x2_i^2\ (1 - r_{2,3}^2)}$$

$$\mathrm{Var}(\hat{\beta}_3) = \frac{\sigma^2}{\Sigma\, x3_i^2\ (1 - r_{2,3}^2)}$$

donde $r_{2,3}$ es el coeficiente de correlación entre x2 y x3.

De esta manera, si la colinealidad aumenta, la varianza de los estimadores aumenta, por lo que si se hace que la colinealidad tienda a 1 (uno) entonces las varianzas tenderan a infinito.

Consecuencias de la multicolinealidad:

Primeramente tenemos que hacer notar, que si los supuestos de regresión lineal se cumplen, entonces las propiedades de los estimadores bajo el método de mínimos cuadrados se concervan, es decir, seran linealmente insesgados y con varianza mínima, lo cual se mantendrá bajo colinealidad, aunque la varianza del estimador no sea necesariamente chica comparada con el valor del estimado.

Sin embargo, una multicolinealidad severa (aun sin llegar a ser perfecta) traera ciertas consecuencias prácticas, que son:

1.- Los estimadores por mínimos cuadrados se pueden obtener, pero tendremos que a mayor grado de colinealidad los errores estandar de estos también seran grandes.

2.- A consecuencia de lo anterior, los intervalos de confianza tenderán a ser grandes.

3.- En caso de alta colinealidad, en parte por lo anterior y por las engañosas cifras muestrales, tenemos una mayor probabilidad de aceptar una hipótesis falsa.

4.- Los estimadores y sus errores estandares se vuelven muy sensibles, ya que cuando la colinealidad es grande y se va acercando a ser perfecta, puede llagar a producir cambios drásticos; por ejemplo debido a una pequeña diferencia en las cifras muestrales, un estimador que en una prueba anterior era estadísticamente significativo a un nivel 10%, debido a ese pequeño cambio, en otra regresión podría dejar de serlo.

Pomos decir como conclucion'que:

- Si los errores estandar de $\hat{\beta}_2$ y $\hat{\beta}_3$ aumentan de una regresión a otra con pequeñas variaciones, entonces habra colinealidad.

- Una alta multicolinealidad puede hacer imposible separar los efectos individuales de las variables explicatorias.

- Una buena medida para evitar problemas en caso de extrema colinealidad, sería el descartar la variable colineal, ya que en esto, la variable resultante (que antes era colineal), se volverá estadísticamente significativa.

Como detectar la multicolinealidad:

Existen varios metodos para detectarla, los cuales enumeraremos a continuación:

1.- Sospecharemos colinealidad cuando el coeficiente de correlación (R2) es alto y cuando las correlaciones de orden cero son altas y ninguno o pocos de los coeficientes de regresión parcial son individualmente significativos, con base en la prueba t convencional.

2.- Los coeficientes de correlación de orden cero son multicolinealidad porque ésta puede existir aunque los coeficientes de correlación de orden cero o simples sean comparativamente bajos (menos de 0.5).

Sin embargo el modelo que involucre más de dos variables explicatorias, el coeficiente de correlación simple o de orden cero no proporciona una guia infalible para detectar colinealidad.

3.- También es importante el estudio de los coeficientes de correlación parcial, ya que de ser bajos puede pensarse que haya varias x´s interrelacionadas, sin embargo tampoco proporcionan una guia infalible.

4.- Como la multicolinealidad se presenta por dependencia lineal entre las variables, otro metodo viable sería el realizar una regresión de cada Xi con las variables restantes y asi analizar los correspodientes coeficientes de correlación.

Estos son los métodos que nos permiten detectar la multicolinealidad, ero para saber cual de ellos es el mas certero, dependerá de cada problema de acuerdo a sus particularidades.

Medidas remediales:

Si la predicción es lo único que nos interesa de nuestro módelo de regresión lineal, el hecho de que exista multicolinealidad no es en sí un problema muy grande, sin embargo si nuestro propósito es hacer una estimación confiable de los parámetros, entonces violar el principio de multicolinealidad si resulta grave, ya que conlleva a grandes errores en las desviaciones estandar.

Esto último obliga a tomar ciertas medidas remediales, las cuales deben entenderse como reglas generales a seguir en el caso de que la multicolinealidad nos ocacione problemas, pero no se debe de olvidar que el éxito de nuestro modelo está directamente ligado con la severidad de la multicolinealidad que tengamos en las manos.

Se puede decir que en si, las reglas a seguir son basicamente 5, para ejemplificarlas tomaremos el módelo de regresión lineal de 3 elementos.

$$y = \beta_1 + \beta_2 x2_i + \beta_3 x3_i + Ui$$

donde:

y = consumo
x2 = ingreso
x3 = riqueza

y además existe una alta colinealidad entre el ingreso y la riqueza.

1.- Información a priori: En este caso, lo que haremos será suponer a priori que existe una relación entre los coeficientes, por ejemplo: $\beta_3 = .10 \beta_2$, con ello nuestro modelo se reduce a:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x2_i + .10 \beta_2 x2_i + Ui$$

que reduce el problema a estimar β_2 y en base a la relación propuesta calcular.

La infomacioń a priori puede provenir de la teoriá economíca o de trabajos empiricos en donde la colinealidad es menos seria.

2.- Combinación de cifras de corte transversal y de series de tiempo: Esta regla consiste en que a una de las variables que estamos considerando como serie de tiempo, fijarlo en un instante dado, mediante un corte transversal, de esta manera se estan mezclando datos de series de tiempo, con los obtenidos en el corte transversal.

El problema que nos puede llegar a crear este tipo de métodos, es de interpretación, ya que se está suponiendo implicitamente que la estimación obtenida en base al corte transversal, es igual a la que se hubiera obtenido de las series de tiempo, que no siempre es cierto.

3.- Estimación de variables y sesgo de especificación: Una de las formas más faciles de evitar la multicolinealidad es ignorando u uomitiendo las variables que nos causan problemas, para nuestro ejemplo, podriamos omitir la variable de la variable ingreso.

Esto resulta en ocaciones un problema peor que la propia multicolinealidaden si, ya que se llaga a crear lo que se denomina como sesgo de especificación o error de especificación, que consiste en dejar mal especificado el modelo de acuerdo a la teoría económica, con lo cual nos podemos engañar acerca de los parámetros estimados.

4.- Transformación de variables: Como su nombre lo dice se establecerá una transformación de variables que nos sirva para eliminar la multicolinealidad; la forma de transformar una variable es: se tiene una serie de tiempo, al modelo calculado para el instante t, le restamos el modelo para t-1, de esta forma la multicolinealidad creada por el hecho de que las variables tienen un comportamiento parecido a traves del tiempo queda eliminada.

Esto también crea problemas, ya que las perturbaciones quedan correacionadas serialmente, lo que constituye otra violacioń a los principios del modelo clásico de regresión, y se reducirán los grados de libertad del modelo puesto que solo podemos tener n-1 diferencias, que en modelos pequeños es un factor considerable, y que el procedimeinto no es adecuado para cifras de corte transversal sin ordenamiento lógico.

5.- Datos nuevos o adicionales: Cuando es posible, lo más apropiado para eliminar el problema de la multicolinealidad es aumentar el tamaño de la muestra, o en su caso cambiar la muestra por otra en la que la multicolinealidad no sea tan seria como en la que se esta trabajando.

Este procedimiento lleva en si una ventaja adicional, que es el hecho de que al aumentar el tamaño de la muestra el error estandar disminuye, haciendo nuestra estimación mucho mas exacta.

Existen otros procedimientos menos cientificos de enfrentar este problema , sin embargo, resultan poco avanzadas y menos exactas, razon por la cual se dejan de lado en este estudio.

Cabe mencionar, que la multicolinealidad aunque es un problema serio, no siempre es la causa de que el modelo no funcione correctamente, otras causas pueden ser, el mal establecimiento del modelo, un sesgo de especificación, un soporte teórico poco solido, entre otras, que también pueden ocacionar falta de significancia en los resultados obtenidos.

AUTOCORRELACION.

El término autocorrelación se define como la correlación entre los miembros de una misma serie de modelos ordenados en el tiempo. Es importante señalar que el modelo de regresión lineal clásico supone que dicha autocorrelación no existe en los términos de perturbación .

$$E(u_i u_j) = 0 \qquad \text{si } i \neq j$$

Para un modelo con perturbaciones distribuidas normalmente, lo anterior implica que todas las perturbaciones son independientes dos a dos. Para datos transversales esto significa que estamos suponiendo que el valor de la perturbación "extraido" para cualquier unidad no viene influido por los valores correspondientes a las demás unidades, y con datos temporales supone la independencia serial para los términos de perturbación.

En otras palabras, el modelo clásico supone que la perturbación de una observación no esta influenciada por la perturvación de cualquier otra. Para aclarar lo anterior, consideremos que tenemos una serie de tiempo sobre la regresión de tasas internas de interés contra la inflación y tiempo de cambio; en ausencia de autocorrelación, diriamos que un aumento en la inflación o en el desliz del tipo de cambio no son razón suficiente para pensar en un aumento en la tasa de interés. Sin embargo, como en casi todas las series cronómicas se presenta la autocorrelación, existirá dependencia entre las variables antes mencionadas.

Es conveniente aclarar la diferencia entre los términos de autocorrelación y correlación serial. Diremos que la primera es la correlación de una serie consigo misma, rezagada en cierto número de periodos; mientras que la correlación serial es una correlación resagada entre dos series distintas.

Causas y consecuencias:

Primero mencionaremos las causas que dan origen a la autocorrelación.

1.- Inercia: Es bien sabido que la mayoria de las series de tiempo económicas presentan ciclos, es decir, cuando las series comienzan a moverse hacia arriba, en este ciclo ascendente existe un impulso en la serie que continua hasta que sucede algo que la hace descender nuevamente. Por otra parte es muy probable que las observaciones sucesivas sean interdependientes.

2.- Variables escluidas: Este problema se presenta cuando, al analizar un modelo, se excluyen variables innecesariamente, supongamos que el modelo correcto es el siguiente:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 x2_t + \beta_3 x3_t + \beta_4 x4_t + u_t$$

Ahora bien, si omitimos la variable x4, tendremos un modelo de la forma:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 x2_t + \beta_3 x3_t + V_t$$

entonces

$$V_t = \beta_4 x4_t + u_t$$

y en la medida en que la variable $x4_t$ afecte a la variable Y_t el término de perturvación V_t reflejará un patron sistemático, creando por consiguiente una correlación (aunque falsa).

3.- Rezagos: Cuando en un modelo, la variable dependiente está en función de si misma, pero con ciertos retrasos en el tiempo, entonces el término de perturbación (error) mostrará un patrón sistemático, debido a la influencia de la variable retrasada sobre si misma.

Podemos mencionar algunas otras causas de la autocorrelación, como son el caso de plantear una forma funcional incorrecta o la manipulación de datos.

Las consecuencias de la autocorrelación son:

1.- Obtendremos estimadores insuficientes, por lo tanto los intervalos de confianza serán más anchos de lo necesario y la prueba de significancia menos fuerte.

2.- La varianza residual $\hat{\sigma}^2$ tiende a subestimar a la verdader σ^2, incluso si no está subestimada, la varianza y los valores estandar de los estimadores tienden a subestimar a los verdaderos, y como consecuencia de lo anterior, las pruebas usuales de significación t y f ya no son validas y si se aplican, tienden a concluciones erroneas.

3.- Aunque los estimadores sean insesgados, para una muestra en particular, tienden a usar una visión distorcionada de los verdaderos valores poblacionales. En otras palabras, los estimadores se vuelven sencibles a las fluctuaciones muestrales.

Como detectar la autocorrelación:

La autocorrelación es un problema relativamente serio, que requiere la utilización de médidas remediales. Por supuesto, antes de hacer algo, es necesario saber si la autocorrelación está presente en determinada situación, para lo cual recurrimos a las pruebas de correlación serial.

Una de las pruebas de correlación serial es el METODO GRAFICO.

Los supuestos del modelo clásico de la no autocorrelación hacen referencia a las perturbaciones poblacionales que no son directamente observables. Solo disponemos de sus aproximaciones residuales, aunque los e_i y los u_i no son lo mismo, están relacionados, y ésta relación es:

Para el modelo de dos variables:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

o en forma de desviaciones:

$$Y_i = \beta_1 x_i + (u_i - \bar{u})$$

tenemos que

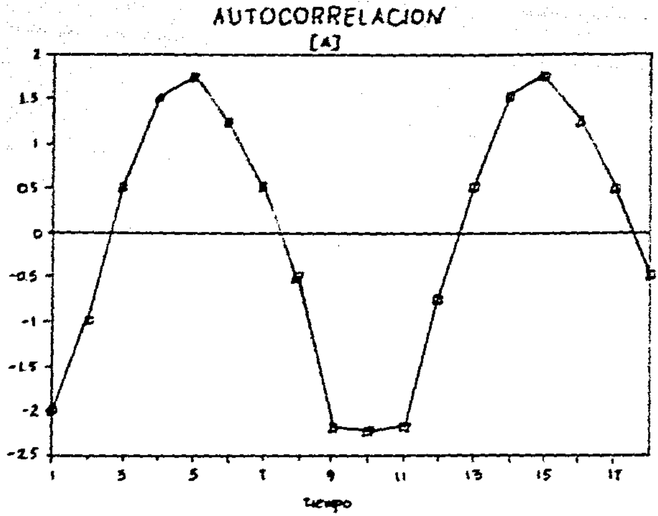
$$e_i = y_i - \hat{\beta}_1 x_i \qquad \text{y} \qquad \hat{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{\Sigma x_i u_i}{\Sigma x_i^2}$$

por lo tanto, si reemplazamos, obtenemos:

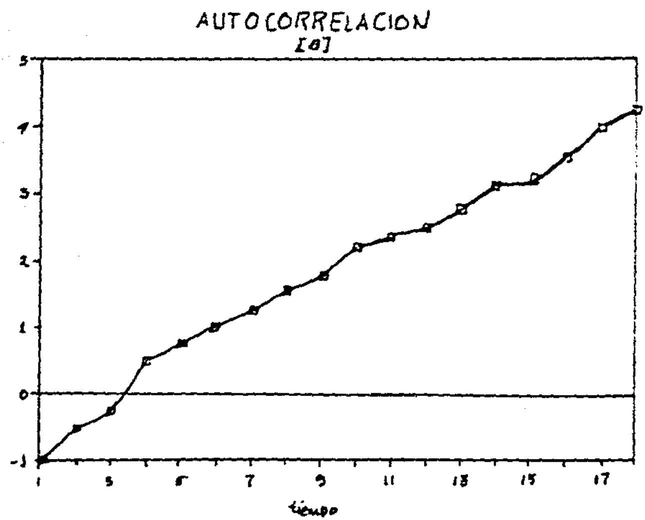
$$e_i = (u_i - \bar{u}) - x_i \left| \frac{\Sigma x_i u_i}{\Sigma x_i^2} \right|$$

Como consecuencia, si existe algún grado de autocorrelación entre los u's se reflejará en las e's . Por lo tanto podran examinarse las e's en busca de posibles pistas de correlación serial en las u's . Respecto a las series de tiempo, los e_t pueden dibujarse contra el tiempo; si se presentan patrones como los de las figuras A y D, se podría sospechar la existencia de autocorrelación, en tanto que si se dan patrones como los de e de la misma figura, es posible que no la haya.

Un exámen de los residuos, como el que acabamos de exponer, puede por sí solo sugerir varias formas de enfrentar el problema de la correlación serial. Por ejemplo, si los residuos presentan un patrón como el de la figura B, se puede pensar en incluir una variable de tendencia o variable-tiempo en el modelo. Si en cambio, el patrón de residuos es como el de la figura D puede pensarse en incluir tanto una variable de segundo como de primer grado.



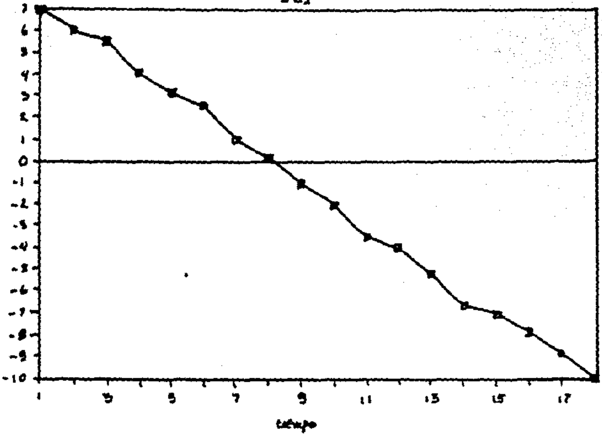
AUTOCORRELACION
[A]
tiempo



AUTOCORRELACION
[B]
tiempo

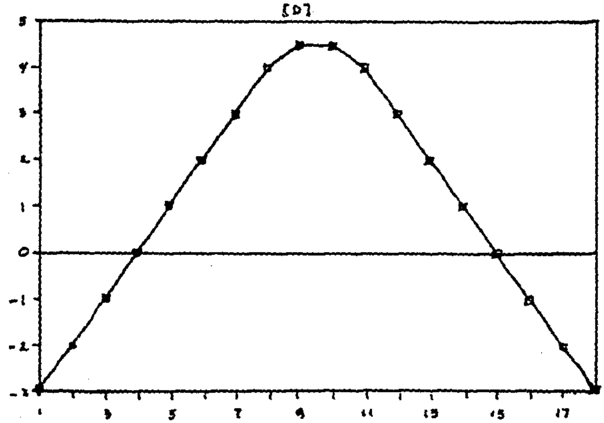
AUTOCORRELACION

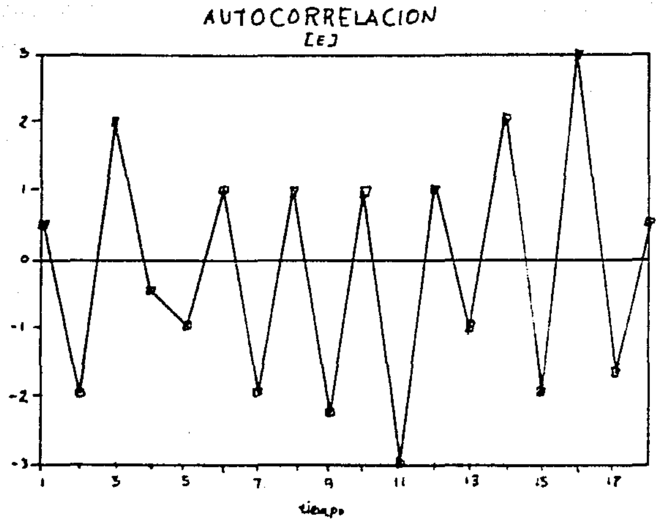
[C]



AUTOCORRELACION

[D]




AUTOCORRELACION
[E]
3
2
1
0
-1
-2
-3
1
3
5
7
9
11
13
15
17
tiempo

Para poder ilustrar el método gráfico, la siguiente tabla nos muestra los residuos estimados a partir de la regresión, donde se corre la regresión de la tasa de retiro contra la tasa de desempleo. Dibujando los residuos contra el tiempo (como lo muestra la gráfica de la siguiente pagina), se observa que no son aleatorios. Hasta 1964, con excepción de 1967, son cada vez mas positivos. Tenemos pues, autocorrelación positiva en los residuos.

Año	Y actual, %	Y estimado(=Y),%	Residuos, e
1960	1.3	1.592	-0.292
1961	1.2	1.134	0.066
1962	1.4	1.706	-0.306
1963	1.4	1.735	-0.335
1964	1.5	1.935	-0.435
1965	1.9	2.221	-0.321
1966	2.6	2.450	0.150
1967	2.3	2.336	-0.036
1968	2.5	2.422	0.078
1969	2.7	2.422	0.278
1970	2.1	2.763	0.337
1971	1.8	1.420	0.380
1972	2.2	1.763	0.437

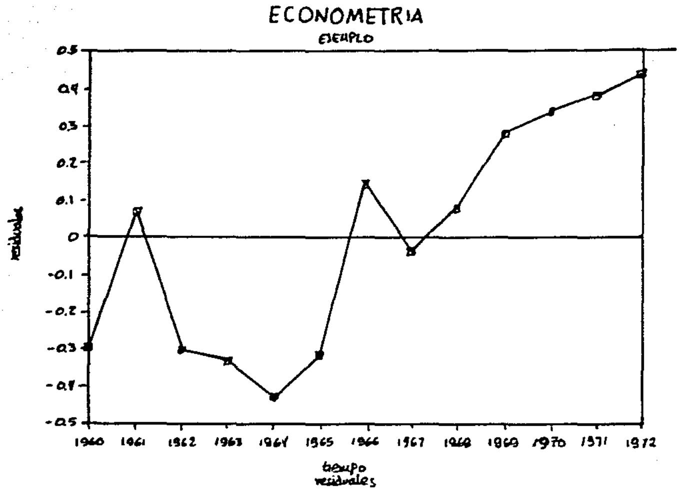
(Ver gráfica en la pagina siguiente: "Econometría").

La mayor ventaja del método gráfico es su simplicidad, los residuos se pueden dibujar contra el tiempo, independientemente de que el modelo tenga una o diez variables explicativas.

Los Métodos analíticos pueden sustituir al método gráfico; el más reconocido de éstos métodos es el de la prueba estadística Durbin-Watson.

Esta prueba se define con la razón de la suma de las diferencias al cuadrado de residuos sucesivos, a la suma de residuos al cuadrado, esto es:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=N}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=N} e_t^2}$$


ECONOMETRIA
EJEMPLO
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
residuales
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
tiempo
residuales

Los supuestos subyacentes del estadístido d son los siguientes:

1.- La esperanza matemática de cada oscilación residual en cada período t tiene que ser igual a cero:

$$E(e_t) = 0 \qquad \forall \qquad t = 1,2,\dots,n$$

2.- La varianza de las oscilaciones residuales en cada período t tiene que ser constante durante todo el espacio de tiempo $t = 1,2,\dots,n$

$$E(e_t^2) = \sigma_e^2 = \text{constante para } t = 1,2,\dots,n$$

3.- Las oscilaciones residuales tienen que ser cronológicamente independientes entre si:

$$E(e_t \cdot e_s) = 0 \qquad \forall \quad t = 1,2,\dots,n \quad y \quad s \neq t$$

4.- Cada oscilación residual es una muestra extraída de un universo de valores distribuidos normalmente (siendo la media cero y la varianza σ_e^2):

$$e_t \sim N(0, \sigma_e)$$

Como la distribución de probabilidad exacta del estadístico d es difícil de encontrar, se ha optado por aproximarla de la siguiente forma:

$$d = 2\left(1 - \frac{\Sigma e_t e_{t-1}}{\Sigma e_t^2}\right) \qquad \dots (A)$$

definimos $\hat{\rho} = \dfrac{\Sigma e_t e_{t-1}}{\Sigma e_t^2}$ y obtenemos $d = 2(1 - \hat{\rho})$

Tomando en cuenta que Durbin y Watson encontraron un límite inferior d_L y un límite superior d_V tales que si el d calculado cae por fuera de estos valores críticos, puede tomarse una decisión sobre la posible presencia de correlación serial positiva o negativa. Además, estos límites dependen únicamente del número de observaciones N y del número de variables explicativas.

La mecánica de la prueba Durbin-Watson , si se cuenta con que los supuestos subyacentes se satisfacen, es la siguiente:

1.- Corra la regresión CMO y obtenga los residuos

2.- Calcule el d de (A).

3.- Encuentre los valores críticos d_L y d_V para el tamaño de la muestra y el número de variables explicatorias dadas.

4.- Si la hipótesis nula H_0 es la de que no hay correlación serial positiva, entonces si:

$d < d_L$: rechace H_0
$d > d_V$: no rechace H_0
$d_L \leq d \leq d_V$: la prueba no es concluyente.

5.- Si la hipótesis nula H_o es la de que no hay correlación serial negativa, entonces si:

$$
\begin{aligned}
d &> 4 - d_L &&: \text{rechace } H_o \\
d &< 4 - d_V &&: \text{no rechace } H_o \\
4 - d_V < d &\leq 4 - d_L &&: \text{la prueba no es concluyente}
\end{aligned}
$$

6.- Si H_o es de dos colas, es decir, que no hay autocorrelación serial negativa o positiva, entonces:

$$
\begin{aligned}
d &< d_L &&: \text{rechace } H_o \\
d &> 4 - d_L &&: \text{rechace } H_o \\
d_V \leq d &\leq 4 - d_V &&: \text{no rechace } H_o
\end{aligned}
$$

$$
\left.\begin{aligned}
d_L < d &\leq d_V \\
4 - d_V \leq d &\leq 4 - d_L
\end{aligned}\right\} \text{la prueba no es concluyente}
$$

Medidas Remediales:

Las medidas remediales dependen del conocimiento que se tenga sobre la naturaleza de la interdependencia entre las perturbaciones. A este respecto, se distinguen dos situaciones: cuando se conoce la estructura de la autocorrelación y cuando no se conoce.

- Cuando se conoce la estructura de la autocorrelación.

En la práctica, se supone frecuentemente que u_t sigue un esquema autorregresivo de primer órden, como el siguiente:

$$u_t = \rho\, u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \ldots (1)$$

donde $|\rho| < 1$ y donde el ε_t sigue los supuestos de CMO de valor esperado cero, varianza constante y no autocorrelación. Si (1) es válida el problema de correlación serial puede resolverse satisfactoriamente, si el coeficiente de correlación se conoce. Para verlo utilizamos el modelo de dos variables:

$$(Y_t - \rho\, Y_{t-1}) = \beta_o (1 - \rho) + \beta_1 (X_t - \rho\, X_{t-1}) \qquad \ldots (2)$$

Como ε_t satisface todos los supuestos de CMO, se puede proceder a aplicar el método de CMO a (2). La regresión (2) se conoce como la ecuación de diferencias generalizadas.

- Cuando no se conoce la estructura (es decir, no se conoce ρ).

1.- El método de primera diferencia. En la práctica, cuando se corre una regresión se suele suponer que no existe autocorrelación, dejando que el Durbin-Watson u otras pruebas nos digan si el supuesto es justificado. Si no obstante, $\rho = +1$ la ecuación de diferencias generalizadas (2) se reduce a la ecuación de primera diferencia.

$$
\begin{aligned}
Y_t - Y_{t-1} &= \beta_1 (x_t - x_{t-1}) + (u_t - u_{t-1}) \\
&= \beta_1 (x_t - x_{t-1}) + \varepsilon_t \\
\Delta Y_t &= \beta_1 \Delta x_t + \varepsilon_t \qquad \ldots (3)
\end{aligned}
$$

Al correr (3) todo lo que hay que hacer es formar las primeras diferencias, tanto de la variable dependiente como de las variables explicatorias, y utilizar como insumos en la regresión de las nuevas cifras.

La transformación anterior de primera diferencia es muy facil de interpretar, pero observe que ésta transformación se apoya en el supuesto de que $\rho = +1$, es decir, las perturbaciones estan perfectamente correlacionadas positivamente. Para saber si el supuesto de que $\rho = +1$ es justificable en una situación dada, se da la respuesta a continuación:

2.- ρ basado en el estadístico Durbin-Watson d.

tomando en cuanta las siguientes relaciones:

$$d = 2 (1 - \hat{\rho})$$

o

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{d}{2} \qquad \ldots (4)$$

que sugieren una manera sencilla de obtener una estimación de ρ a partir del estadístico estimado d .

A partir de (4) resulta claro que el supuesto de primera diferencia $\rho = +1$ es valido sólo si $d = 0$, o aproximadamente iguel a cero. También es claro que cuando $d = 2$ $\hat{\rho} = 0$ y cuando $d = 4$, $\hat{\rho} = -1$, entonces, el estadístico d nos proporciona un método "listo" para obtener una estimación de ρ. La relación (4) es aproximada y es posible que no se cumpla en muestras pequeñas. Theil y Nagar han sugerido la siguiente relación:

$$\hat{\rho} = \frac{N^2 (1 - d/2) + k^2}{N^2 - k^2} \qquad \ldots (5)$$

donde:

N = número total de observaciones
d = Durbin-Watson
k = número de coeficientes que van a ser estimados.

Una vez que se ha estimado ρ a partir de (4) o de (5) se pueden transformar los datos, utilizando la ecuacion de diferencias generalizadas.

HETEROSCEDASTICIDAD:

Heteroscedasticidad es en econometría, cuando una matriz de covarianzas diagonal cuenta con elementos diferentes en su diagonal principal. Se produce cuando la varianza del término de error varía a través del tiempo, (si se trabaja con datos de series temporales), o de unos individuos a otros (si se trabaja con datos de sección cruzada.

Podemos estimar con una especificación particular de heteroscedasticidad, donde el método de mínimos cuadrados generalizados recibe el nombre especial de Método de Mínimos Cuadrados ponderados, para indicar la naturaleza de la estimación.

Causas posibles de heteroscedasticidad:

La precencia de heteroscedasticidad en un modelo de consumo estimado con datos de ingresos y gastos de consumo de un número de familias:

$$\text{Gastos de consumo}_i = \beta_1 + \beta_2 \text{ ingresos}_i + u_i$$

puede surgir porque, una vez satisfechas sus necesidades primordiales, una familia de mayores ingresos dispone de un mayor excedente de renta del que puede disponer, bien ahorrándolo o gastándolo en una mayor o menor proporción.

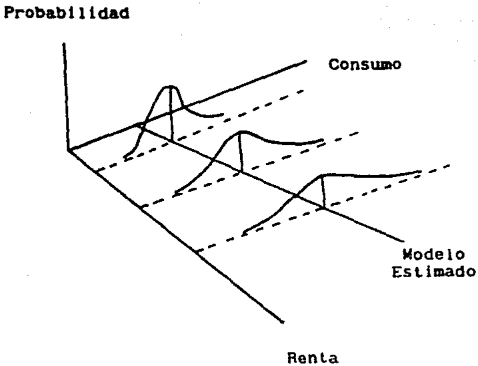
La siguiente figura muestra el modelo anterior con una sección cruzada recogida durante un período de un mes, donde sería natural esperar que dichas cifras de gasto en bienes de consumo tuviesen una mayor varianza en las familias de mayores ingresos que en las de ingresos inferiores.

De manera análoga, las empresas con mayores beneficios tienen un mayor margen de discreción al decidir su política de dividendos, por lo que si se pretende estimar un modelo:

$$\text{Dividendos}_i = \beta_1 + \beta_2 \text{Beneficios}_i + u_i$$

cabría esperar de nuevo que la varianza de u_i dependiese del valor de la variable explicativa.

Figura 1.



La información muestral puede constar de datos agregados procedente de distintas submuestras, presentándose heteroscedasticidad, incluso en el término de eroor del mismo modelo, especificado por datos originales, no tenía esta característica. La varianza de u sería proporcional al número de observaciones de cada submuestra.

Si por ejemplo, se ha recogido el consumo y rente per cápita promedio en distintas regiones, sus vaianzas sarían ahora inversamente proporcionales al número de individuos en cada colectivo.

Si alguno de los coeficientes del modelo no fuese constante, sino aleatorio, entonces el modelo a estimar tendrá heteroscedasticidad. Supongamos:

$$Y \quad = \quad + \quad x \quad + \quad x \quad + u \qquad t = 1,\ 2,\ \ldots,\ T$$

donde o no es un parámetro, sino una variable aleatoria cuyo valor cambia en el tiempo = + , donde es desconocida y constante y es una variable aleatoria independiente de u . En tal caso, el modelo que realmente se estima es:

$$Y \quad = \quad + \quad x \quad + \quad x \quad + v$$

donde la relación entre ambos términos de error es:

$$v \; = u \; + \quad x$$

y como consecuencia:

$$\mathrm{Var}(v \quad) = \mathrm{Var}(u \; + \quad x \quad) = \quad + \quad x$$

donde hemos supuesto, por simplicidad, que la varianza de ε_t es constante en el tiempo.

Cuestiones de importancia para determinar si existe heteroscedasticidad:

1.- ?Cuáles son las consecuencias de la heteroscedasticidad sobre el estimador de mínimos cuadrados ordinarios y su matriz de covarianza ? Sigue siendo el estimador de mínimos cuardados ordinarios óptimo entre los que son lineales o insesgados?

2.- Como puede detectarse la presencia de heteroscedasticidad?

3.- Como debe estimarse un modelo que presenta heterocedasticidad

4.- Cuál es la forma correcta para hacer contrastes de hipótesis lineales de un modelo con heteroscedasticidad?

5.- Cómo se elaboran las predicciones del modelo econométrico en tal situación?

Estimación mínimo-cuadrática con heteroscedasticidad:

Un problema fundamental que surge con la heteroscedasticidad es que si se permite que la varianza σ_t^2 del término de error sea difernte en cada período. entonces el número de parámetros a estimar en el modelo crecería con el número de observaciones, ya que en cada período aparece un nuevo parámetro σ_t^2. No es posible utilizar por tanto el estimador de mínimos cuadrados generalizados en un modelo de heteroscedasticidad. lo que constituye una restricción importante. En particular, la demostración de que el estimador de mínimos cuadrados generalizados es óptimo, se basa en el supuesto de que la matriz Σ es conocida, lo que nunca ocurre. La heteroscedasticidad que se adopta, no es "exactamente correcta", el estimador de mínimos cuadrados generalizados no será suficiente. Lo que se hace en la práctica, es calcular el estimador de mínimos cuadrados generalizados. Bajo estas condiciones, no está garantizado que el estimador que se obtenga sea más eficiente que el estimador $\hat{\Sigma}$, al tender el tamaño muestral a infinito, el estimador de mínimos cuadrados generalizado (MCG) que se obtiene con $\hat{\Sigma}$ es tan eficiente como el que se obtendría con la verdadera (aunque desconocida) matriz de covarianza Σ.

El estimador de mínimos cuadrados ordinario (MCO), podría ser utilizado, sin confiar en hacer una especificación aproximadamente correcta de la sucesión (o) = . Un error en dicha especificación introduciría sesgos en la estimación de la matriz Σ, impidiendo que el estimador resultante fuese completamente eficiente.

Procedimiento de estimación por MCG:

1.- Se estima el modelo por MCO, bajo heteroscedasticidad del término de error.

2.- Se establece un supuesto acerca de la suceśion σ_i^2.

3.- Se utilizan los reciduos MCO para estimar la forma funcional supuesta para σ_i^2 en el apartado anterior.

4.- Se divide cada observación por la estimación σ_i^2 (raiz cuadrada de σ_i).

5.- Se vuelve a estimar el modelo original con las variables transformadas en cuarto.

Como puede apreciarse, la idea de ponderar las observaciones es de aplicación generalizada al estimar por MCG un modelo con heteroscedasticidad.

Dicho de otra manera, equivale a dar a cada observación una importancia inversamente relacionada con la varianza del término de error en ese período. Si en un cierto período de error tiene una varianza muy grande, entonces la información recogida para la variable endógena Y , ese período estará sugeto a un componente puramente aleatorio muy importante.

A diferencia del estimador de MCG, el estimador MCO pondera a todas las observaciones de igual modo. Si las varianzas de los términos de error de cada período son diferentes, entonces asignar la misma ponderación a cada observación no puede ser un procedimiento eficiente.

Contrastes de heteroscedasticidad:

Los siguientes métodos para detectar heteroscedasticidad, contrastan con la hipótesis nula de ausencia de heteroscedasticidad. Algunos de ellos sugieren la forma funcional de la heterocedasticidad cuando se rechaza la hipótesis nula, por lo que la transformación de variables necesaria para estimar por MCG es inmediata. Otros no proporcionan dicha información.

El contraste de Goldeld y Quandt:

Sea la magnitud de σ_i^2 dependiente de z_i variable. Supongamos que dicha dependencia es positiva, entonces el contraste consiste en:

a) Ordenar las observacines por valores de la variable z_i , de menor a mayor.

b) Omitir p observaciones en mitad de la muestra.

c) Estimar el modelo con (T-p)/2 primeras observaciones muestrales, y otra con las (T-p)/2 últimas observaciones muestrales. Nótese que el número de observaciones p omitidas en b., ha de ser suficientemente pequeño de modo que (T -p)/2 sea mayor que el número de parámetros en el modelo.

d) Sean SR_1 y SR_2 las sumas residuales de ambas regresiones.

⇒ bajo el supuesto de homoscedasticidad, el cociente:

$$\lambda = \frac{SR_2}{SR_1} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$$

sigue una distribución Fm,m, donde m = ((T-p)/2) - k

Algunas observaciones sobre este Contraste.

1.- Si se sospecha que la varianza del término de error depende inversamente de los valores que toma una variable z_i , entonces se debería ordenar la muestra de acuerdo con los valores decredientes.

2.- Excluir demasiadas observaciones tiene dos efectos de signo contrario. Se pueden perder muchos grados de libertad para las dos regresiones a estimar perdiéndose potencia en la estimación. o ganarse, puesto que si existe heteroscedasticidad, entonces las dos muestras se hacen más diferentes entre sí.

3.- Si este contraste llevarse a la conclusión de que el término de error modelo no presente heteroscedasticidad, podría deberse a que hemos comenzado de una mala especificación.

El contraste de Breusch-Pagan:

Supongamos que el término de error de cada periodo (o para cada familia, etc.), depende de un vector de variables z de dimensíon p, i.e.

$$\sigma_i^2 = h(z_i \alpha) = (\alpha_0 + \alpha_1 z_{1i} + \alpha_2 z_{2i} + \ldots + \alpha_p z_{pi})h$$

Nótese que si todos los coeficientes de la combinación lineal $z_i \alpha$, excepto el término independiente α_0 fuesen cero, entonces se tendría una situación de aucencia de heteroscedasticidad.

Este contraste se puede efectuar como sigue:

a. Se estima por MCO el modelo econométrico original y se obtienen los residuos correspondientes.

b. Se obtiene la serie (o sección cruzada en caso) de residuos normalizados:

$$e = \frac{\hat{e}_t}{\sigma^2_u} \qquad t = 1, 2, \ldots, T$$

donde σ^2 es la estimación de MV de la varianza del término de error bajo la hipótesis nula (homoscedasticidad), i.e.

$$\sigma^2_u = \frac{SR}{T}$$

donde SR es la suma residual de la regresión en a.

c. Se estima una regresión de los cuadrados de los residuos normalizados e_t sobre las variables z_{1t} , z_{2t} , ..., z_{pt} , y se obtiene la suma explicada en dicha regresión.

d. Bajo la hipótesis nula de homoscedasticidad, y supuesta una distribución normal para el término de error, el cociente SE/2 se distribuye, según crece el tamaño muestral, como una variable chi-cuadrada en p grados de libertad.

El contraste de Glesjer:

Este contraste trata de estimar la verdadera estructura de heteroscedasticidad, sin limitarse al análisis de estructuras lineales. Sin embargo, una limitación de este contraste, consiste en que dicha estructura puede explicarse con tan sólo una variable, quiza con un término constante.

a. Estimar el modelo MCO, y obtener los residuos correspondientes

b. Estimar una regresión del valor absoluto de $\hat{e}_t$ sobre una potencia de la variable z_t , i.e.,

$$/ \hat{e}_t / = \sigma_0 + \sigma_1 z^h_t + v_t$$

para distintos valores del exponente h:

$$h = (-1, 1, 1/2, -1/2)$$

Escoger el valor de h que proporcione una mejor regresión, tomándose en cuenta un coeficiente σ_1 significativo y una SR pequeña (quiza la menor intentada).

c. Seleccionado el valor del parámetro h, se divide el vector de dimensiones $k+1$ formado por las observaciones (y_t, x_t) de cada periodo por $\sigma_0 + \sigma_1 z_t^h$, y se estima el modelo, de nuevo por MCO, pero ahora con las variables transformadas, para obtener el estimador MCG del modelo original.

El contraste de Harvey:

En algunos casos, una especificación del tipo $\sigma_t^2 = e^{z_t'\alpha}$ es razonable. Por ejemplo, dicha función incluye como caso particular la expresión:

$$\sigma_t^2 = \sigma^2 x_{it}^p \quad \text{cuando } p = 2, \quad z_t = \ln x_t, \quad \alpha_1 = \ln \sigma^2, \; \alpha_2 = s$$

Esta estructura de heteroscedasticidad se conoce como multiplicativa. El contraste consta de las siguientes etapas:

a) Estimar el modelo MCO ignorando la posible heteroscedasticidad.

b) Estimar por MCO la regresión:

$$\ln \hat{u}_t^2 = z\alpha + e_t = \alpha_1 + \alpha_2 z_{2t} + \dots + \alpha_p z_{pt} + \varepsilon_t$$

c) El estadístico F para el contraste de significación global de esta regresión, sigue una distribución chi-cuadrada. con p-1 grados de libertad, y puede interpretarse como el contraste de la hipótesis nula de homoscedasticidad, por las mismas razones que dimos en el contraste de Breusch-Pagan.

El contraste de White:

Hace escasamente una década, White sugería el siguiente contraste:

a. Estimar el modelo original por MCO, ignorando la posible heteroscedasticidad.

b. Estimar una regresión del cuadrado de los residuos mínimo -cuadraticos anteriores, sobre una constante, los regresores del modelo original, sus cuadrados y productos cruzados de segundo órden.

c. Al aumentar el tamaño muestral, el producto TR^2, donde T es el tamaño muestral y R^2 es el coeficiente de determinación de la última regresión, sigue una distribución chi-cuadrada con grados de libertad igual al número de regresores de la regresión estimada en b.

El contraste de Spearman:

Este contraste se basa en la intuición de que, si la varianza del término de error σ^2_i depende directamente de los valores de la variable x_i, entonces el tamaño de los residuos debería estar relacionado con el tamaño de dicha variable. Así, tras estimar el modelo por MCO, se ordenan en sentido creciente tanto el valor absoluto de los residuos obtenidos, $/ \hat{u}_i /$, como los valores de x_i, y se calcula el coeficiente de correlación de rangos:

$$r_s = 1 \quad \frac{6 \sum_1^t d^2}{T(T^2 1)}$$

donde d es la diferencia entre el puesto que opan en dichas clasificaciones el valor x_i y el valor absoluto $/ \hat{u}_i /$ correspondiente a un mismo período.

Si el tamaño muestral es grande, entonces el estadístico r_s se distribuye, aproximadamente, como una t de student con T – 2 residuos MCO y cada una de las variables explicativas del modelo, para tratar de hallar un modelo de dependencia para σ_i^2.

Contraste de Igualdad de Varianza entre Submuestras:

Un contraste especial de heteroscedasticidad aparece con una frecuencia en aplicaciones empíricas. Se trata del caso en que disponiéndose de muestras recogidas de diferentes poblaciones, y bajo el supuesto de que todas ellas tienen matriz de covarianza escalar, se pretende contrastar si sus varianzas son iguales.
Bajo el supuesto de que existen m variables aleatorias u, distribuidas $N(o, \sigma_i^2)$, se trata de contrastar la hipótesis nula:

$$Ho: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_m^2$$

El contraste se lleva a cabo del siguiente modo: Se obtiene la varianza muestral de la variable endógena dentro de cada grupo, s_1^2, s_2^2, ..., s_m^2, así como la varianza calculada con todas las observaciones muestrales, s^2. Al aumentar el tamaño de la muestra, el estadístico:

$$\aleph = (T \quad m) \ln s^2 - \sum_1^m (T_i - 1) \ln s_i^2$$

sigue aproximadamente una distribución chicuadrada com m-1 grados de libertad. Basta comparar el valor del estadístico $\aleph$ con el valor correspondiente en las tablas de dicha distribución. Cabe observar que este resultado es más aproximado si se divide el valor del estadístico $\aleph$ entre:

$$C = 1 + \frac{1}{3(m 1)} \quad (\sum_1^m 1/T \div 1/T)$$

aunque, como puede verse, cuando el número de observaciones de las distintas submuestras crece, esta corrección deja de ser importante. (A este modelo se le llama modelo de Bartlet).

IV.- MODELOS ECONOMETRICOS

MODELOS ECONOMETRICOS.

Presentamos algunos modelos econométricos que han sido utilizados en algunos paises durante este siglo, su importancia radica en el hecho de que su diseño, construcción y análisis fueron elaborados tan minuciosamente que algunos de estos, se llevaron hasta 21 años. Intervinieron en la elaboración de estos modelos grupos interdiciplinarios que aportaron sus conocimientos (según su campo de desarrollo), logrando de esta manera construcciones muy complejas.

En el análisis de cada modelo observaremos lo realizado por expertos económetristas en base a los resultados de manera empírica.

Los modelos considerados son: Modelo Klein III, Modelo RSQE de Michigan y el Modelo de Brookings.

Modelo Klein III.

Este modelo consta de doce ecuaciones estocásticas, cuatro relaciones no estocásticas en forma de identidades y definiciones que abarcan conjuntamente no solo los cinco componentes de la demanda agregada, siendo los siguientes:

- C - consumo
- I - inversion neta en instalaciones y equipos de los productores privados
- D1 - gasto bruto de construcción en viviendas no agrarias ocupadas por sus propietarios
- D2 - en viviendas arrendadas no agrarias
- H - el stock de existencias

componentes de la renta nacional:

- W1 - gastos salariales del sector privado
- R1 - arrendamientos no agrarios

- P - indices de precios de la producción

tasas de compensación compuestas de dos factores:

- r - indice de arrendamiento
- i - rendimiento medio de las obligaciones de las sociedades

componentes de liquidez

- M_1^d - depósitos a la vista más dinero circulante
- M_2^d - depósitos a plazo

Las omisiones en este modelo son: El desprecio del comercio exterior, la ausencia de una importante partida de renta en la forma de beneficios comerciales y las pérdidas implicadas en amalgamer todas las categorías de resvas y pagos por transferencias públicas, más los pagos de las sociedades en una sola variable exógena (T).

Los componentes de la demanda se calculan por medio de varias fuentes obteniendose los distintos deflacionadores de precios. Por medio de las tres variables exógenas:

a) Depreciacion en todas las viviendas
b) Gastos brutos en construcción de viviendas agrarias
c) La variable compuesta G (gasto publico, exportaciones netas y otras no consideradas en otra parte.

Se puede considerar el producto nacional neto por medio de la siguiente notación: (Y + T).

Dado que la renta disponible es fija, se puede utilizar para que el flujo circulante quede completo con respecto al consumo y gastos en nuevas viviendas ocupadas por su propietario si T esta dada.

La producción privada neta, sin servicios de vivienda (X) menos las contribuciones (E), se utilizan como variables explicativas en la determinación del nivel de inversión comercial en equipos e instalaciones, suponiendo que las rentas obtenidas por las ventas netas influye en la desición de invertir, si consideramos a la renta como un rendimiento de capital (K1).

La razón de Von Neumann utiliza los cocientes δ^2/S^2 y $\delta^2/S^2 = d + N/(N-1)$, la cual es una comprobación de la seriedad de las perturbaciones autocorrelacionadas y la raiz de la media cuadrática de los residuos ajustados por grados de libertad.

Demanda de bienes de consumo:

$$C = 11.87 + 0.73Y + 0.04(t - 1931) + u_1'$$

$$\delta^2/S^2 = 1.20 \qquad \bar{S} = 1.36 \qquad (1)$$

Demanda de los productores de instalaciones y equipo:

$$I = 2.59 + 0.12\ \frac{pN - E}{q} + 0.04\ \frac{pN - E}{q} - 0.10K + u_2' \qquad (2)$$

$$\delta^2/S^2 = 1.59 \qquad \bar{S} = 0.17$$

Demanda de existencias:

$$H = 1.17 + 4.6p + 0.12(X - H) + 0.5H + u_3' \qquad (3)$$

$$\delta^2/S^2 = 2.26 \qquad \bar{S} = 0.55$$

Demanda de vivienda ocupada por sus propietarios:

$$D1 = -9.03 + 3.74\left(\frac{r}{q}\right) + 0.02(Y + Y_{-1} + Y_{-2}) + 0.0043 \quad F + u'_{7}$$

$$\delta^2/S^2 = 2.26 \qquad \bar{S} = 0.21 \qquad (4)$$

Demanda de viviendas arrendadas:

$$D2 = -2.14 + 2.81r + 0.02(ql) - 0.4ql) + 0.0016(\Delta F) - 0.81 + u'_{5} \qquad (5)$$

$$\delta^2/S^2 = 2.07 \qquad \bar{S} = 0.26$$

Viviendas no agrarias ocupadas al final del año:

$$v = 178.01 + 0.29Y - 2.62r + 1.42(t - 1931) - 3.76N + u'_{6}$$

$$\delta^2/S^2 = 1.52 \qquad \bar{S} = 0.97 \qquad (6)$$

Ajuste de arrendamiento:

$$\Delta r = -2.15 + 0.02v + 0.00071Y + 0.17 \frac{1}{r-1} + u'_{7} \qquad (7)$$

$$\delta^2/S^2 = 1.04 \qquad \bar{S} = 1.03$$

Demanda de mano de obra:

$$W1 = 5.04 + 0.41(pX - E) + 0.17(pX - E) + 0.17(t - 1931) + u'_{8}$$

$$\delta^2/S^2 = 1.89 \qquad \bar{S} = 1.00 \qquad (8)$$

Demanda de saldos activos:

$$M_1^d = 8.45 + 0.24p(Y+T) + 0.03p(Y+T)(t-1931) + 1.43(t-1931) + u'_{9}$$

$$\delta^2/S^2 = 1.33 \qquad \bar{S} = 1.26 \qquad (9)$$

Demanda de recursos ociosos:

$$M_2^d = 15.37 + 0.281 - 1.9i_{-1} + 0.74(M_2^d)_{-1} - 0.18(t - 1931) + u'_{10}$$

$$\delta^2/S^2 = 1.49 \qquad \bar{S} = 0.47 \qquad (10)$$

Ajuste del tipo de interés:

$$\Delta i = 2.00 - 0.17E_R - 0.37i_{-1} - 0.0052(t - 1931) + u'_{11} \qquad (11)$$

$$\delta^2/S^2 = 1.77 \qquad \bar{S} = 0.47$$

Ajuste de producción:

$$\Delta X = 2.55 - 4.46(u_3)_{-1} + 82.76 \quad \Delta P + u'_{12} \qquad (12)$$

$$\delta^2/S^2 = 1.83 \qquad \bar{S} = 2.61$$

Identidad del producto nacioinal neto:

$$Y + T = I + \Delta H + C + D1 + D2 + D3 + D'' + C \tag{13}$$

Identidad del stock de capital:

$$\Delta K = I \tag{14}$$

Definición de la producción privada excluidas las viviendas:

$$X = \frac{p(y + T) - W2 - R1 - R2}{p} \tag{15}$$

Definición de pagos por arrendamientos:

$$R1 = 0.278r \left(\frac{vN^S}{100} + v_{-1} \frac{N^S}{100} \right) \frac{1}{2} \tag{16}$$

Variables endógenas:

$C, Y, I, X, K, H, p, D1, r, D2, W1, i, v, M_1^d, M_2^d, R1$

Variables exógenas:

$E, t, q, q, \Delta F, N^S, T, E_R, D3, D'', G, W2, R2$

Observemos que las funciones que nombramos con anterioridad son parte integrante del modelo, no solo establecen variables que se utilizan en otras partes del modelo como las variables explicativas, sino que también utilizan otras variables endógenas como variables explicativas.

Las ecuaciones monetarias y financieras son recursivas o segmentables. Las ecuaciones (9) y (10) son complemento del modelo y se utilizan para ampliar el campo de la producción. Los gastos salariales privados se calculan por separado.

Los cambios de estas dos variables se pueden explicar por medio de las ecuacuines de arrendamiento y tipo de interés, las cuales se efectuan para equilibrar la oferta y demanda en los mercados de viviendas y del dinero.

El 'termino Δp significa que las fluctuaciones de precios eštan relacionadas con las fluctuaciones de la producción (establece el indice de precios, p). En este modelo se utilizan siete categorías de demanda agregada, cinco de las cuales se determinan endógenamente y las otras se explican en el modelo al saber la renta total disponible y los gastos salariales del sector privado.

Para determinar las tasas de compensación para dos factores, se emplean ecuaciones dinámicas de ajuste; otras características dinámicas son la presencia de variables endógenas retardadas, incluyendo otras variables endógenas expresadas en términos de diferencias primeras y tendencias temporales, por último se introducen dos variables para tener en cuenta el impacto de la política fiscal del gobierno.

MODELO DE BROOKINGS:

El modelo de Brookings fué uno de los modelos más grandes y ambiciosos que ha tenido la economía de los Estados Unidos al principio de los años sesentas.

Existen varias versiones del modelo; existe la versión "standard" que considera 176 variables endógenas; otras que considera 200 ecuaciones y el mismo número de variables exógenas. Debido al tamaño del modelo, se presentaron diversos problemas, como por ejemplo, con las estimaciones en los parámetros y modificaciones de especificación que son necesarias para hacer el uso más conveniente de la información más reciente para el mejoramiento de las predicciones a corto plazo; los problemas fueron de tal magnitud debido al tamaño que en 1969 no se había empleado el modelo todavía para proporcionar una sola predicción.

El modelo representa un gran esfuerzo en equipo; las ecuaciones fueron formuladas por 19 expertos, que de alguna forma aportaron ecuaciones de acuerdo a su campo de desarrollo, en tanto que otros se ocupan de la estimación, simulación y solución así como revisiones del mismo.

Las principales características del modelo de Brookings asociadas con este incremento son:

1.- Se explican varias variables relativas al sector agrícola, en tanto que se amplía el tratamiento de otros sectores, como el público, el de comercio exterior, vivienda y financiero.

2.- La desagregación se introduce ampliando la clasificación de los distintos sectores industriales para los que se explican los niveles de producción, niveles de precios, las tasas salariales. los niveles de empleos, horas trabajadas, etc.

3.- Se incluye además una serie de ecuaciones de conversión de precios y de demanda para relacionar los niveles de precios de las componentes de la demanda final con los niveles de precios de la producción de varios sectores productivos y para relacionar las producciones del sector industrial con distintas categorís de gasto.

El modelo fué dividido interiormente en bloques interactivos. La interconexión entre los bloques se puede representar en la siguiente gráfica:

A							Inversión fija y exportaciones.
B	C						Otras demandas finales.
D	E	F					Sector producción.
G		H	I				Empleo y horas.
	J		K	L			Labores de abasteciiento de empleo.
		M	N	O	P		Salarios, precios y beneficios.
Q	R				S	T	Interés, dinero y otro factor de distribucion.

Para dar una visión simplificada del modelo, el bloque A se inicia con una función de inversión usando como variables explicativas la producción retardada, el stock de capital retardado, la tasa de interés retardada y las inversiones anticipadas. También en el bloque A están las exportaciones que dependen de factores externos, estos últimos se consideran como variables exógenas. Dado que en éste bloque todas las variables explicativas están predeterminadas, el bloque puede estimarse completamente.

Ciertos componentes del producto nacional y del ingreso nacional son consideradas en los bloques B y C. Están incluidas una función de consumo y una funcioñn de importación, las cuales dependen del ingreso disponible. Estas funciones, junto a la inversión fija y las exportaciones del loque A son tratadas como variables exógenas que sirven para determinar el producto nacional bruto, la producción, el ingreso disponible, consumo, inversión, exportación e importaciones. El bloque B determina la dependencia entre la interacción simultanea entre estas variables está dada en el bloque C.

En el bloque D se tendrá la dependencia de las inversiones fijas y el producto de los sectores productivos, en el bloque E la correspondiente dependencia con el producto nacional bruto y finalmente en el bloque F la dependencia entre ellas mismas. La producción de bienes como bienes finales y bienes intermedios está dada por la dependencia de las componentes del producto nacional bruto con la inversión fija.

Tanto el sector producción como las inversiones fijas sirven para determinar el empleo y las horas en base a funciones de trabajo requerido. Un empleo de estas funciones es la función de producción que ha sido resuelta para el trabajo de inversión como una función de niveles de capital. Los bloques H y G indican la dependencia entre las variables, además que el bloque I da la interdependencia simultanea.

El desempleo (como combinación del trabajo de abastecimineto y los requerimientos del trabajo) sta'determinado en los bloques J, K y L.

Los salarios, precios y beneficios están determinados en los bloques M, N, O, P. Los precios son obtenidos en base a la ecuación de mercado que envuelve la producción del bloque M con el trabajo del bloque N. Los salarios son obtenidos en base a una curva (del tipo Phillips) que utiliza el desempleo en el bloque O. Y por último la interacción entre precios, salarios y beneficios está estimada en el bloque P.

Una ecuación de liquidez, de la tasa de interés como una función de la inversión en el bloque Q, y la producción en el bloque R. Las relaciones entre el dinero y los precios son tratadas en el bloque S. Y el bloque T habla sobre las relaciones simultaneas entre ellos.

El modelo es bastante desagregado, incluyendo el análisis detallado de las componentes de inversión, relaciones de empleo-producción yrecio-salario. Es tambien'incluida la informacion' de los sectores que ha menudo han sido excluidos en modelos econométricos anteriores. La estimación de las relaciones de inversión-producción involucra 7 sectores productivos:

1.- Manufactura durable.

2.- Manufactura no durable.

3.- Comercio.

4.- Empresas de servicio público.

5.- Construcción.

6.- Agricultura.

7.- Todas las demás (seguros, servicios, finanzas, minería).

La estructura del modelo utiliza un gran número de variables endógenas atrasadas y relativamente pocas variables exógenas, que conduce a confiar en una autoregresión de ciertas variables. Las variables exógenas son principalmente población, ciertos gastos gubernamentales, y ciertos instrumentos de control monetario. Las variables predeterminadas dentro de cualquier bloque incluyen variables endógenas atrasadas que permiten la estimación de dicho bloque. Para la estimación final del sistema son utilizadas ciertas combinaciones lineales de las variables normales y sus atrazos, tanto exógenas como endógenas.

Ha sido importante este modelo para estudios como acumulación de capital, crecimiento de población, estudios fiscales, política monetaria y simulación de experimentos, pero el resultado más importante del modelo de Brookings es el papel en la integración de varios sectores de la economía, metodologías, estimaciones aproximadas, etc.

MODELO RSQE DE MICHIGAN:

Es un desarrollo del trabajo de Klein y Golderger, por parte del Research Seminar in Quantitative Economics de la Universidad de Michigan para predecir el comportamiento de la economía de Estados Unidos. (la versión dada utiliza los datos obtenidos en 1965 para poder predecir para 1966).

Es un modelo práctico sujeto a un continuo proceso de revisión basado en la experiencia. Las variables están expresadas en primeras diferencias para poder reducir la multicolinealidad y la correlación en la perturbación del modelo. Las relaciones entre las variables son de forma lineal.

Este modelo se caracteriza por tener una amplia desagregación de los componentes de la demanda agregada. Los bienes duraderos se clasifican en clases; automóviles, mobiliario doméstico y otros bienes duraderos; alimentos y bebidas, vestido y calzado, gasolina y aceite, y otros bienes no duraderos; los servicios en dos categorías: vivienda (variable exógena) y otros servicios.

Las instalaciones y equipo, construcción de viviendas, existencias agrarias, existencias no agrarias de vienes no duraderos y existencias de vienes duraderos constituyen el gasto de capital bruto, donde la constitución de viviendas implica una función estocástica.

Las importaciones están divididas en seis categorías: productos no terminados, alimentos y bebidas, productos terminados y otras dos clases de importaciones que son consideradas variables exógenas, dentro de alimentos y bebidas no está incluido el azúcar pues al estar sujeta a una cuota de importación se toma como variable exógena.

El gasto comercial en instalaciones y equipo está considerado en una recta de regresión estimada, mientras que el gasto de gasolina y aceite es una función lineal exacta del número de automoviles en uso.

Las otras quince variables se explican en relaciones estocásticas. La renta disponible es utilizada como variable explicativa en las funciones estocásticas de consumo y en la función de importación de productos terminados. Una variable de precios esta incluida en cuatro funciones así como en la función de importación de alimentos y bebidas, aquí los precios son variables exógenas (a diferencia del modelo holandés). La función de "otros servicios" incluye un término retardado en la variable dependiente, la función de mobiliario doméstico incluye los gastos en nuevas viviendas, y la función del automovil considera tanto coches nuevos como usados; estas tres funciones como puede verse tienen otras variables, además de la renta y los precios, siendo la más detallada la función del automovil:

$$\underset{}{\Delta A} = \underset{(0.0960)}{0.1666}\,\Delta(Y - X_u - X_1 - X_2) + \underset{(0.2623)}{0.8090}\,\Delta L_{-1} \; \underset{(0.0179)}{-0.0542}\,t\,\Delta L_{-1}$$

$$\underset{(1.1327)}{-3.6985}(NR - SC)_{-1} + 4.1285$$

$$R^2 = 0.82$$

donde:

Y - Renta disponible.

X_u - Subsidios de desempleo.

X_1, X_2 - Pagos por transferencias.

L - Medias de los activos líquidos de los consumidores.

$(NR - SC)_{-1}$ - Número de matrículas de coches nuevos en el año precedente menos los desgastes.

$t\,\Delta L_{-1}$ - Término de interacción que tiene en cuenta un descenso en la influencia de la liquidez doméstica sobre la demanda de automoviles.

Hay tres funciones estocásticas de importación contruidas de manera similar que las funciones de consumo, las funciones de existencia contienen a las funciones explícativas común y corrientes tales como variables dependientos retardadas y medidas sobre ventas totales. La iniciación de la construcción de viviendas se explica en relación con la formación de familias, la renta disponible, el stock de viviendas desocupadas y un índice de la oferta de crédito disponible para nuevas viviendas. En las ecuaciones de gastos en nuevas viviendas aparecen como variables explicativas las iniciaciones de construcción de viviendas retardadas y no retardadas.

La gran desagregación de este modelo puede justificarse en primer lugar, dado que es un modelo de predicción y un estudio con más detalle nos llevará a mejores resultados en la predicción, en segundo lugar ayuda a reducir los errores de agregación y por último nos permite limitar las variables explicativas de cada ecuación a aquellas que son realmente relevantes; esto ayuda a reducir la multicolinealidad.

En este modelo se utilizan nueve ecuaciones para el gasto en bienes de consumo empleando doce variables explicativas. La dsagregacioń va a permitir la especificacioń de las funciones en forma más precisa, lo que va a permitir un mejor ajuste.

No hay ninguna restricción explícita sobre la producción con respecto a la capacidad, ni tampoco ninguna expresión del impacto de la demanda que son superiores a la capacidad sobre los precios, lo anterior es el defecto más importante del modelo de Michigan, un segundo defecto considerado es que el modelo no explica ninguno de los tipos de interés y ninguna medida de liquidez. Dentro de las variables exógenas la única medida del mercado del dinero, es en la forma de los activos líquidos en poder de las economías domésticas que aparecen en la función de consumo de automoviles. Se tiene además una medida especial del crédito empleada en la explicación de las iniciaciones de la construcción de las viviendas. Los activos líquidos incluyen el dinero en efectivo, los depósitos a la vista y de ahorro, los intereses de ahorro y de préstamo y los bonos de ahorro del estado.

El flujo circular se explica de manera usual a partir de la demanda agreda sobre el empleo y despueś sobre las distintas categorías de renta.

Para los trabajadores empleados de la producción de bienes duraderos se hace un exámen más detallado de la conexión entre la determinada categoría de gasto y unos gastos salariales totales relacionados con ella:

$$\Delta h = \underset{(0.013)}{0.091}\, \Delta VA - \underset{(0.13)}{0.549} h_{-1} + 22.09$$

$$R^2 = 0.87$$

$$\Delta \pi = 0.216\, \Delta VA - \underset{(0.146)}{0.536} C^d_{-1} + \underset{(0.136)}{0.839} \frac{(GCD + EDP)}{D} + 55.89$$

$$R^2 = 0.82$$

donde:

- ΔVA - Valor agregado: En esta función aparecen como variables explicativas los gastos en bienes duraderos, existencias de bienes duraderos y equipo duradero de los productos (EDP).
- h - El número medio de horas trabajadas por trabajadores por semana.
- π - Valor agregado por trabajadores.
- C^d - Indice de capacidad de los bienes duraderos.
- GCD - Gastos de los consumidores en bienes duraderos.
- D - Demanda total de equipo duradero.

Se observa que VA (valor agregado) refleja la tendencia de trabajar más o menos horas cuando varía la producción. Sin embargo las empresas ajustan su fuerza de trabajo a lo largo de períodos de tiempo, esto es:

$$\Delta h = 0.091 \, \Delta VA + 0.549(40 - h_{-1}) + 0.13$$

para poder estandarizar la semana a cuarenta horas por trabajador.

En la segunda ecuación se tiene una ordenada al origen muy grande, la cual refleja una fuerte tendencia en la productividad, la cual también se eleva cuando la producción (VA) crece, pero decrece cuando se tiende a los límites de la capacidad (C^d). Dado que π es una medida obtenida para todo el sector productor de bienes duraderos, se incluye un término fraccionado para tener en cuenta las variaciones en la producción mixta de bienes duraderos, además se tiene una productividad más alta asociada con los gastos en bienes de consumo duraderos y en equipo duradero de los productores. Una vez que se conocen VA, h y π, el empleo se obtiene como:

$$E = \frac{VA}{h\pi}$$

el empleo es una variable exógena en otros sectores industriales, o como una función estocástica simple de una categoría de gasto y otras variables apropiadas. El desempleo puede explicarse por medio de la fuerza de trabajo, y junto con h puede obtenerse la tasa salarial semanal (w) en términos monetarios. Los gastos salariales por lo tanto pueden expresarse como el producto E w en algunos sectores y en los otros como variable exógena. La renta total de la propiedad en términos monetarios es una componente residual en parte producida privadamente del producto nacional bruto, además esta formada por los gastos salariales totales, un deflacionador de producto nacional bruto privado, la depreciación y el nivel de imposición indirecta. La renta de la propiedad agraria es una variable exógena mientras que la renta de la propiedad no agraria no está dada como un residuo. La renta procedente de los dividendos se calcula en una relación estocástica cuyas variables explicativas son términos retardados y no retardados en beneficios de sociedades, beneficios netos de las sociedades e impuestos sobre la renta.

Dadas las transferencias e impuestos relevantes, la renta disponible puede descomponerse en tres factores, a saber, partes relativas a salarios, renta de la propiedad distinta de los beneficios de las sociedades y dividendos; la renta disponible está en términos reales (y), que será utilizada como variable explicativa de las variables endógenas de la demanda agregada.

Así pues, en este modelo se incluyen 23 categorías distintas de impuestos y transferencias, de las cuales 16 son explicadas por medio de definiciones.

V.- CONCLUSIONES

CONCLUISIONES:

El conocimiento básico de los modelos económicos y econométricos son una harramienta muy valiosa en la solución de problemas, en donde intervienen una gran cantidad de variables, puesto que nos permiten sumarizar la tendencia de los datos y encontrar una forma de asociación entre éstas variables intervinientes. Sin embargo, no pretendemos el establecimiento de relaciones causales en el sentido de producción de cambios en las variables dependientes, dados los valores de las variables independientes, sino más bien, se busca el estudio de la asociación entre éstas variables.

Uno de los métodos más utilizados por sus bondades para la estimación de parámetros es el de mínimos cuadrados. Este método que posee cualidades estadísticas muy atractivas (mejores estimadores linealmente insesgados y bastante consistencia) tienen aplicaciones en diferentes disciplinas además de la economía, como en la medicina (óptica y biomedicina). En economía, por ejemplo, a pesar de los tamaños de muestra, no sesga la información. Esto no sucede con otros métodos utilizados.

Este trabajo en el primero y segundo capítulo, comienza con un repaso o definición de los fundamentos básicos de economía y macroeconomía, para explicitar en el tercer capítulo los principales métodos de estimación de parámetros por mínimos cuadrados junto con todos sus supuestos: multicolinealidad, autocorrelación y hetroscedasticidad. Una vez obtenidos estos estimadores cabe preguntarse, cuáles con los métodos econométricos más utilizados y es por eso que desglozamos el modelo Klein III, RSQE de Michigan y el de Brookings en el cuarto capítulo. Lo anterior tiene un doble objetivo pedagógico, el primero: la utilización de éste trabajo como notas para un curso de econometría, y el segundo: la presentación de éstos modelos econométricos para facilitar el aprendizaje, proporcionar al usuario las herramientas indispensables en el cálculo de los estimadores y a la vez revisar los conocimientos de la econometría.

Las investigaciones en economía son susceptibles de creación de modelos matemáticos y es en este sentido que el Actuario, cuyo ambito de acción está basado en la aplicación de teorías matemáticas debe entonces conocer la forma de utilizar los distintos modelos que aquí presentamos y que consideramos como básicos para su desarrollo profesional.

BIBLIOGRAFIA

- J.S. Cramer. "Econometría Empírica". Fondo de Cultura Económica. México, 1981.
- Ronald J. y Thomas H. Wonnacott. "Econometría". Jhon Wiley and Sons, Inc. U.S.A. 1970.
- Lester V. Chandler. "Introducción a la teoría Monetaria". Fondo de Cultura Económica. México, 1981.
- W. Athur Lewis. "Teoría de la Planificación Económica". Fondo de Económica. México, 1974.
- Oscar Lange. "Introducción a la Econometría". Fondo de Cultura Económica. México, 1978.
- Paul A. Samuelson. "Curso de Economía Moderna". Aguilar S.A. Madrid, España. 1975.
- Alfonso G. Barbancho. "Complementos de Econometría". Editorial Ariel. Barcelona, España. 1977.
- Kenneth F. Wallis. "Introducción a la Econometría". Alianza Editores. Madrid, España. 1976.
- C.E.Ferguson y J.P. Gould. "Teoría de la Microeconomía". Fondo de Cultura Económica. México, 1975.
- Moises Gómez Granillo. "Teoría Económica". Editorial Esfinge, S.A. de C.V. México, 1989.
- John Johnston. ""Métodos Econométricos". Mc Graw-Hill. U.S.A., 1963.
- Rudiger Dorubusch y Stanley Fischer. "Macroeconomía". Mc Graw-Hill. México, 1989.
- Mendenhall y Reinmuth. "Estadística para Administración y Economía". Grupo editorial Iberoamericana. México, 1981.
- Alfonso Novales Cinca. "Econometría". Mc Graw-Hill. Madrid, España. 1988.
- Christ F. Carl. "Modelos y Métodos Econométricos". Editorial Limusa. México. 1981.
- Roberto Pérez Bastida. "Modelo estadístico para la identificación de factores causantes de la farmacodependencia de poblaciones de alto riesgo. Tesis, Ciencias, U.N.A.M. México, 1985.
- G. S. Maddala. "Econometría". Mc Graw.Hill. México, 1977.