



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN**

**“EJERCICIOS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS CON  
APOYO EN PROGRAMAS DE CÓMPUTO”**

**MEMORIA DE DESEMPEÑO  
DE SERVICIO SOCIAL**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA  
(ÁREA ELÉCTRICA ELECTRÓNICA)**

**P R E S E N T A:**

**ADRIAN ESPINOZA RAMOS**

**ASESOR: ING. JULIO BERNAL VAZQUEZ**



FES Aragón

**MÉXICO**

**2005**

m 352613



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE GENERAL

### I. INTRODUCCIÓN. 1

### II. OBJETIVOS. 6

### III. FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS. 7

## CAPÍTULO 1

### RESPUESTA DE CIRCUITOS DE PRIMERO Y SEGUNDO ORDEN. 20

- 1.1 Introducción. 20
- 1.2 Ejercicios para sistemas de primer orden. 22
- 1.3 Ejercicios para sistemas de segundo orden. 38
- 1.4 Ejercicios propuestos. 56

## CAPÍTULO 2

### TEOREMAS DE CIRCUITOS. 62

- 2.1 Introducción. 62
- 2.2 Reglas básicas y linealidad. 62
- 2.3 Teorema de superposición. 64
- 2.4 Linealidad en los circuitos. 68
- 2.5 Teorema de sustitución. 69
- 2.6 Teorema de Millmann. 71
- 2.7 Teorema de Thévenin. Recta de carga. 73
- 2.8 Teorema de Norton. 80
- 2.9 Teorema de máxima transferencia de potencia. 88
- 2.10 Teorema de reciprocidad. 93
- 2.11 Teorema de simetría. 95

## CAPÍTULO 3

### CIRCUITOS EN ESTADO SENOIDAL PERMANENTE. 98

- 3.1 Introducción. 98
- 3.2 Ejercicios con solución. 99
- 3.3 Ejercicios propuestos. 123

## **CAPÍTULO 4**

### **CIRCUITOS TRIFÁSICOS. 126**

- 4.1 Introducción. 126
- 4.1.1 Voltajes trifásicos balanceados. 127
- 4.1.2 Circuito trifásico balanceado. 127
- 4.1.3 Voltajes de fase. 127
- 4.1.4 Secuencia de fase positiva. 128
- 4.1.5 Secuencia de fase negativa. 128
- 4.1.6 Neutro. 129
- 4.1.7 Impedancias de carga. 129
- 4.1.8 Conexiones de cargas trifásicas. 129
- 4.1.9 Potencia en un sistema trifásico. 130
- 4.1.10 Sistemas trifásicos desbalanceados. 132
- 4.1.11 La potencia del sistema trifásico desbalanceado. 133
- 4.2 Circuitos trifásicos balanceados. Ejercicios con solución. 133
- 4.3 Ejercicios propuestos. 149
- 4.4 Circuitos trifásicos desbalanceados. Cargas desbalanceadas en delta y en estrella. Ejercicios con solución. 150
- 4.5 Ejercicios propuestos. 157

## **CAPÍTULO 5**

### **RESPUESTA A LA FRECUENCIA. 159**

- 5.1 Introducción. 159
- 5.2 Ejercicios con solución. 160
- 5.3 Ejercicios propuestos. 181

### **CONCLUSIONES. 183**

### **APÉNDICE A. PROGRAMA ECUDIF. 185**

### **APÉNDICE B. PROGRAMA CIRCUITO. 226**

### **APÉNDICE C. INSTRUCTIVO PARA EL MANEJO DEL PROGRAMA ELECTRONICS WORKBENCH. 241**

- C.1 El Programa. 241
- C.2 Ventajas del Electronics Workbench. 241



- C.3 Inicio del Electronics Workbench. 242
- C.4 Partes del Electronics Workbench. 243
  - C.4.1 Barra de Menús. 243
  - C.4.2 Menú Archivo "File". 244
  - C.4.3 Menú Editar "Edit". 245
  - C.4.4 Menú Circuito "Circuit". 245
  - C.4.5 Menú Análisis "Analysis". 247
  - C.4.6 Menú Ventana "Window". 247
  - C.4.7 Menú Ayuda "Help". 248
  - C.4.8 Botones de Acceso Rápido. 248
  - C.4.9 Barra de Bancos de Componentes. 251
  - C.4.10 Barra de Instrumentos. 253
  - C.4.11 Multímetro "Multimeter". 253
  - C.4.12 Generador de Funciones "Function Generator". 255
  - C.4.13 Osciloscopio "Oscilloscope". 256
  - C.4.14 Trazador de Diagramas de Bode "Bode Plotter". 259
  - C.4.15 Generador de Palabras "Word Generator". 261
  - C.4.16 Analizador Lógico "Logic Analyzer". 262
- C.5 Dibujando un circuito sencillo con ayuda del programa Electronics Workbench. 264

## **FUENTES DE INFORMACIÓN. 275**

# I INTRODUCCIÓN.

El presente trabajo fue realizado para contribuir con la primera publicación del subproyecto EN105803 del proyecto PAPIME 2003, el cual constituye un apoyo didáctico en la innovación de métodos de aprendizaje de la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos, la cual se imparte en el quinto semestre de las carreras de Ingeniería Mecánica Eléctrica e Ingeniería en Computación en la Facultad de Estudios Superiores Aragón. El trabajo apoya por medio de ejercicios, solución de problemas y experimentos virtuales el aprendizaje de la asignatura.

Éste trabajo consiste fundamentalmente en la aplicación de diversos programas de cómputo para la solución de problemas relativos a tal asignatura, para que de ésta manera el alumno maneje nueva tecnología computacional para beneficiar su aprendizaje y colocarlo al nivel académico de otras instituciones de educación superior, los métodos mencionados de manera generalizada.

La propuesta se apoya en principios Andragógicos, los cuales asumen que los alumnos han completado su desarrollo físico y mental y son personas que pueden hacerse cargo de su propio aprendizaje y que tienen metas personales bien definidas. Según estos principios se considera al alumno como alguien con inclinación hacia el aprendizaje y con la motivación de lograr conocimientos que le servirán en su vida profesional. Tomando en cuenta lo anterior, se orienta al alumno para que logre una autoestima alta y una conciencia de servicio hacia la comunidad. Se pretende también estimular la obtención de aprendizajes por descubrimiento mediante la solución de problemas y de experimentos virtuales estimulen su imaginación y su creatividad, tomando en cuenta que éste tipo de aprendizaje es el que favorece la inquietud investigativa en los estudiantes.

El introducir nueva tecnología en la educación puede favorecer en gran medida el aprendizaje de conceptos y materias, ayudando a resolver problemas y contribuyendo en el desarrollo de habilidades.

El programa de la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos contempla una serie de contenidos que necesitan ser ejercitados para que logren ser comprendidos y asimilados de una mejor manera por parte de los estudiantes.

Las prácticas de laboratorio y los ejercicios propuestos en el aula dentro del programa para la asignatura no siempre pueden ser realizadas físicamente, por no contarse con el equipo adecuado y en muchos casos no se dispone del financiamiento necesario para la adquisición del instrumental indispensable en la realización de los mismos. Una

alternativa para darle solución a éste problema, es la disponibilidad de máquinas computadoras personales, en las cuales se puede efectuar la simulación de esas prácticas y ejercicios mediante la utilización de un software apropiado desarrollado por profesores y alumnos o hacer uso de alguno ya existente que se ajuste a las necesidades.

Se pretende con éste trabajo mostrar algunas experiencias que se obtuvieron utilizando programas de computadora a través de un conjunto de ejercicios de diversos temas de la asignatura para lograr una mejor asimilación de conceptos. Los ejercicios y experimentos que se proponen se enfocan hacia el uso de software interactivo de la más reciente creación, como lo es el Laboratorio Virtual "Electronics Workbench" o "Multisim"; así como en software desarrollado por los propios alumnos de la escuela como lo son el "EcuDif" y "Círculo".

A pesar de que la Escuela cuenta con un Centro de Cómputo, cabe mencionar que ningún grupo de Análisis de Circuitos Eléctricos ha visitado el Centro de Cómputo para familiarizarse con el uso y aplicación de programas computacionales para la solución de los problemas de circuitos. Además, en el laboratorio de Análisis de Circuitos Eléctricos no figura en ninguna práctica el uso de algún programa de computadora para resolver problemas propios de la asignatura, ni mucho menos existe alguna publicación que sugiera a los alumnos el interactuar con programas adecuados para la materia en la FES Aragón.

El Análisis de Circuitos Eléctricos es fundamental para las áreas de Ingeniería Eléctrica y de Electrónica, ya que los conceptos estudiados en esta asignatura, constituyen la base para la asimilación de la mayoría las materias que aparecen en los mapas curriculares después del quinto semestre.

Por lo que el trabajo realizado en este período de servicio social trata de aportar elementos para facilitar y actualizar el proceso de aprendizaje, usando métodos computacionales orientados a elevar la competitividad de los alumnos respecto a otras instituciones de educación superior, que ya emplean estos métodos de manera cotidiana.

Con éste trabajo se pretende apoyar tanto a alumnos como a los profesores de ésta institución y asignatura, además de ser una manera de retribuirle a la institución por la educación recibida.

El servicio social es una actividad académica y temporal que se debe prestar en beneficio de la Sociedad, el Estado y el País; su objetivo es crear conciencia sobre la realidad social, económica y cultural de nuestra sociedad, logrando la participación directa del alumno o egresado en la solución de problemas, convirtiéndolo en un agente de cambio que promueva el desarrollo comunitario, enriqueciendo así su propia formación profesional y humana.

El Servicio Social es una actividad temporal y obligatoria que permite:

- Consolidar la formación académica.
- Llevar a la práctica los conocimientos adquiridos en las aulas.
- Tomar conciencia de la problemática nacional, en particular la de los sectores más desprotegidos del país.
- Extender a la sociedad los beneficios de la ciencia, la técnica y la cultura.

Es además una oportunidad para:

- Retribuir a la sociedad los recursos destinados a la educación pública.
- Aprender a actuar con solidaridad, reciprocidad y trabajo en equipo.
- Incorporarse al mercado de trabajo.

A través del cumplimiento del servicio social, el alumno puede entrar en contacto con problemas reales y contribuir a la transformación del entorno económico, social y cultural del país.

**Misión.** El servicio social permite, mediante programas de responsabilidad compartida la articulación de esfuerzos de la universidad y los estudiantes, con el sector gubernamental, productivo y social; promueve el acercamiento real de las instituciones de educación superior con la sociedad, integra la formación académica del estudiante, desarrolla valores, favorece su inserción al mercado de trabajo y coadyuva al desarrollo del país.

**Visión.** El servicio social es una estrategia educativa en su más amplio sentido y una práctica integral comprometida con la sociedad, que permite consolidar la formación académica del estudiante y que, dentro de los procesos de globalización, nuevos conocimientos y avances tecnológicos, contribuye como factor estratégico en la tarea de apoyar al desarrollo nacional para abatir las desigualdades sociales.

**Objetivos.** Desarrollar en el prestador una conciencia de solidaridad y compromiso con la sociedad a la que pertenece; convertir la prestación en un acto de reciprocidad con la sociedad; contribuir con la formación académica y capacitación profesional del prestador de Servicio Social.

**Valores universitarios.** Honestidad, solidaridad, puntualidad, voluntad, humildad, disponibilidad, cooperación, sensibilidad, responsabilidad y compromiso social.

A continuación se da una breve descripción del contenido de éste trabajo.

En el primer capítulo se aborda el tema de la Respuesta de circuitos de primero y segundo orden. Se proporciona una breve introducción acerca del tema sin profundizar

demasiado ya que este trabajo se enfoca a la aplicación de programas de cómputo a ejercicios de circuitos eléctricos, considerándose que el estudio a estos temas ya ha sido tratado con detenimiento en el aula. En éste capítulo se proponen ejercicios de circuitos de primer y segundo orden en los cuáles se pide obtener la respuesta correspondiente del circuito a una determinada excitación. Algunos de los circuitos que se proponen se presentan con una solución detallada paso a paso, contando únicamente con las herramientas matemáticas para encontrar la respuesta. Posteriormente se presenta la solución a el mismo ejercicio aplicando el programa de computadora de gran valor elaborado por alumnos llamado "Ecudif", el cual se especializa en resolver ecuaciones diferenciales obtenidas de un modelado matemático del circuito. El programa Ecudif resulta de gran importancia ya que nos evita la solución de una ecuación diferencial, que sin su ayuda, resultaría demasiado laboriosa y para ejemplificar esta situación es por esto que algunos ejercicios con solución mostrada, se resuelven con y sin el apoyo del programa. Una de las ventajas que ofrece éste programa es que da la oportunidad de corregir valores que se hayan introducido en caso de equivocación. En éste capítulo se trabaja también con el laboratorio virtual Electronics Workbench para la obtención de resultados.

El capítulo dos corresponde al tema de Teoremas de circuitos, en donde se enuncian algunos de los teoremas más importantes para la solución de circuitos eléctricos. Para estos temas se trabaja con el laboratorio virtual Electronics Workbench o Multisim.

El capítulo tres aborda el tema de Circuitos en estado senoidal permanente, en donde se proponen ejercicios en los que se aplica el otro programa elaborado por alumnos llamado "Circuito". Este programa es capaz de resolver circuitos en donde lo que se desea conocer son voltajes o corrientes mediante el simple hecho de introducir valores correspondientes a una matriz obtenida de un modelado matemático del circuito; cada valor introducido es pedido por el programa, dándole al usuario la oportunidad de corregir los valores que se hayan introducido de manera equivocada. Este programa ofrece grandes ventajas sobre otros, ya que los resultados que arroja los presenta en las llamadas forma polar y rectangular.

El capítulo cuatro corresponde a Circuitos trifásicos en donde se trabaja con los circuitos trifásicos balanceados y desbalanceados, abordando aquellas conexiones en delta y estrella. Para éste tema, el programa Electronics Workbench o Multisim se vuelve a emplear para dar solución a éstos circuitos, mostrando una vez más la gran utilidad de éste programa en la enseñanza.

El capítulo cinco se trabaja en el tema de Respuesta a la frecuencia. Los circuitos tratados en éste tema son los constituidos por elementos resistivos, capacitivos e inductivos. Se proporciona para algunos ejercicios la solución matemática y la solución alternativa al emplear el Electronics Workbench o Multisim, visualizándose por medio de gráficas en el trazador de Bode la respuesta de ganancia y ángulo de fase causados por la variación en la frecuencia.

En los apéndices A y B se proporciona lo referente a los programas Ecadif y Circuito respectivamente y en el apéndice C se presenta un pequeño manual de funcionamiento del laboratorio virtual Electronics Workbench, describiendo los elementos que se encuentran en él para su utilización.

El trabajo pretende mejorar el aprendizaje de la asignatura y las relacionadas a ella, así como acercar al alumno a las nuevas tecnologías para la enseñanza y así obtener una preparación más completa. De esta manera se busca que el alumno se interese en el manejo de software interactivo y amigable para la comprensión de conceptos que le resulten complicados y que le permitan auxiliarse en la realización de tareas, así como también complementar sus prácticas de laboratorio.

## II OBJETIVOS.

- Aplicar los principios andragógicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje para lograr una motivación intrínseca en los alumnos, despertando el interés de adquirir conocimientos que les servirán en su vida profesional. Tomándose en cuenta que los alumnos son personas que se pueden hacer cargo de su propio aprendizaje y que tienen metas bien definidas; todo esto sin depender excesivamente del profesor.
- Involucrar a los alumnos en la obtención de aprendizajes por descubrimiento mediante la solución de problemas y de experimentos virtuales.
- Promover el uso y la aplicación de nueva tecnología educativa.
- Apoyar a los alumnos en la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos, ya que se trata de una asignatura con alto índice de reprobación, además que es fundamental para el dominio de gran cantidad de temas de la carrera de Ingeniería Mecánica Eléctrica especializada en Eléctrica y Electrónica.
- Fomentar en los alumnos el uso de software interactivo nacional e internacional para despertar en ellos un interés en la asignatura.
- Promover alternativas hacia la mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje, tanto hacia la adquisición de conocimientos, como a la solución de problemas.
- Lograr que los alumnos afirmen los conceptos vistos en la teoría mediante la realización de experimentos en ambientes virtuales interactivos y así incrementar la calidad en la formación escolar.
- Permitir a los alumnos de la Facultad de Estudios Superiores Aragón llegar a un nivel académico comparable al de la Facultad de Ingeniería de la UNAM y de otras instituciones de enseñanza superior.

### III FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS.

Conceptos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje en la carrera de Ingeniería Mecánica Eléctrica.

Al aprendizaje por descubrimiento se le suele definir como la enseñanza de una asociación, un concepto o una regla en la que interviene el "descubrimiento" de la asociación, el concepto o la regla.

En una secuencia de aprendizaje por descubrimiento interviene la inducción. Se trata de procedimientos de citar ejemplos de un caso más general, con lo cual el estudiante puede inducir la proposición general en cuestión. Se evalúa su aprovechamiento al verificar que el estudiante ha inducido realmente la proposición general, por medio de una verbalización de ella, por su aplicación a ejemplos, de manera que indique su dominio de la proposición general o su elaboración de ejemplos adicionales.

La segunda característica que distingue al aprendizaje por descubrimiento es que, a medida que descubren cosas por sí mismos, los estudiantes cometen, inevitablemente, errores, como resultado de sus exploraciones en callejones sin salida y en casos negativos.

Para que se pueda usar el aprendizaje por descubrimiento, lo que se enseña no puede ser nunca absurdo, falto de sentido o arbitrario, sino que tiene que ser racional y estructurado.

Bruner (1961) examina cuatro beneficios que se dice que proceden del aprendizaje por descubrimiento: mayor potencia intelectual, motivación intrínseca, procesamiento de memoria y aprendizaje de la heurística del descubrimiento. Se trata, si se quiere, de una condición necesaria para aprender las diversas técnicas para la solución de problemas; de transformar la información para utilizarla mejor; de aprender de que manera se avanza en la misma tarea de aprender. Con la práctica en descubrir por sí mismo, se aprende a adquirir información, de tal manera que esa información resulte más viable en la solución del problema.

Es importante que los alumnos aprendan a descubrir sobre bases propias, que se vuelvan más capaces de resolver problemas y de hacer transferencias a otras situaciones que tengan relación con ellos; que estén motivados para seguir aprendiendo, y que se incremente su independencia.

De acuerdo con la mayoría de sus proponentes, el aprendizaje por descubrimiento produce un aprendizaje que puede transferirse a situaciones nuevas. Por medio de la práctica en la solución de problemas, éste tipo de aprendizaje desarrolla la capacidad de resolver problemas. Es intrínsecamente motivador, y constituye su propia recompensa. Al



enseñarse a resolver problemas, a comportarse de manera inductiva y científica y a trascender los datos se ayuda al estudiante a convertirse en persona madura. Al depender de sus propios recursos la historia individual del estudiante determinará la secuencia adecuada en sus actividades de aprendizaje. Es un fin importante por sí mismo; merece atención, y los estudiantes obtienen práctica en descubrir respuestas por sí mismos. Se debe aprender a producir, y no a reproducir, respuestas y conocimientos.

Se supone que el estudiante aprende por descubrimiento rutinas y conceptos dentro de una disciplina. Sin embargo (y esto es más importante), se supone que aprende a resolver problemas, a trascender los datos y a comportarse como un pequeño científico. Se supone que debe tener motivación y entusiasmo por la disciplina. Debe obtener satisfacción personal, porque ha elegido su propia sucesión de problemas y, mediante sus propias respuestas activas, ha alcanzado el éxito en ellas.

Si el estudiante descubre, se supone que debe exhibir emociones positivas, incrementos de interés en la materia de estudio y en la solución de problemas.

Se debe distinguir entre las teorías del aprendizaje y las de la enseñanza. Mientras las teorías del aprendizaje se relacionan con la manera en que aprende un organismo, las de la enseñanza se relacionan con las formas en que una persona ejerce su influencia sobre un organismo para hacerlo aprender. El hombre moderno vive en un ambiente de cambio continuo y por tanto la meta de la educación debe ser facilitar el aprendizaje.

Todos los grandes maestros de los tiempos antiguos- Confucio y Lao Tse, en China, los profetas hebreos y Jesús en los tiempos bíblicos, Aristóteles, Sócrates y Platón en la Grecia antigua y Cicerón, Evelio y Quintiliano en la antigua Roma- fueron profesores de adultos, no de niños. Inventaron técnicas de acuerdo a sus necesidades, para incitar a los aprendices a la indagación, indagación mental, no la recepción de los contenidos que se transmiten.

Los antiguos chinos y hebreos inventaron lo que conocemos hoy como estudio de caso, en el que el líder o uno de los integrantes del grupo describe una situación, frecuentemente en forma de parábola, y junto con el grupo explora sus características y posibles soluciones. Los griegos inventaron lo que ahora llamamos diálogo socrático, en que el líder o un miembro del grupo propone una pregunta o dilema y los integrantes expresan sus pensamientos y experiencias para encontrar una respuesta o solución. Los romanos eran más polémicos: se retaban en debates y forzaban al grupo a mantener una posición y defenderla.

En el siglo VII, en Europa se organizaron escuelas para enseñar a los niños, principalmente con el fin de prepararlos para el sacerdocio. Ellos formularon un conjunto de supuestos acerca del aprendizaje y las estrategias de enseñanza al que se llamó *pedagogía* que literalmente significa "el arte y ciencia de enseñar a los niños" (*paid*-niño, *agogus*-conductor). Este modelo de educación persistió hasta el siglo XX y fue la base de la organización de nuestro sistema educativo.

Después de la guerra mundial, en E.U. como en Europa, surgieron varias ideas acerca de las características específicas de la educación para adultos. Así, al comienzo de la segunda guerra mundial los educadores tenían evidencias científicas de que los adultos podían aprender y poseían intereses y habilidades diferentes de las de los niños.

En la educación convencional, al aprendiz se le pide que se ajuste a un currículo establecido; en la educación para adultos el currículo se elabora según las necesidades y los intereses de los aprendices.

La educación de adultos es un proceso por el cual los alumnos cobran conciencia de sus experiencias más importantes. El alumno no puede comenzar por estudiar temas con la esperanza de que algún día utilice ésta información. Por el contrario, comienza por prestar atención a las situaciones en que se encuentra y a los obstáculos que debe superar para su propia realización.

El profesor ya no es el oráculo que habla desde la plataforma de la autoridad, sino un guía, un apuntador que también participa en el aprendizaje de acuerdo con la vitalidad y pertinencia de sus hechos y experiencias.

En una clase para adultos, la experiencia del aprendiz cuenta tanto como el conocimiento del profesor. Ambos son intercambiables. De hecho en algunas de las mejores clases para adultos es difícil saber quien aprende más, el profesor o los aprendices. Estas dos formas de aprendizaje reflejan una autoridad compartida.

El aprendiz se motiva no por incentivos artificiales de organización académica, sino por el deseo honesto de saber y enriquecer su experiencia y porque trae a su estudio experiencias diarias relevantes. Por tanto surge gradualmente una concepción de la educación como un proceso en el que el aprendiz es un participante y no un receptor pasivo. La educación de adultos permite más contribuciones individuales de los aprendices y buscan organizarlas en un propósito social. El adulto difiere del niño en que tiene más individualidad y es más social.

Debe cambiar no solo el contenido de los cursos, sino también el método de enseñanza. Los discursos de los profesores deben remplazarse por ejercicios en clase con participación de los aprendices.

Para 1940 y 1950 la mayoría de los elementos que se requerían para la comprensión de la teoría de la educación de los adultos ya se clarificaron, se elaboraron y se agregaron a una verdadera explosión de conocimientos en las disciplinas de las ciencias humanas.

Hoy en día se considera a la andragogía como la disciplina que se ocupa de la educación y el aprendizaje del adulto, a diferencia de la Pedagogía que se aplicó a la educación del niño.

La primera vez que se ocupó esta expresión, fue el maestro alemán Alexander Kapp, en 1833, quien intentó describir la práctica educativa que Platón ejerció al instruir a sus pupilos que, como se sabe, no eran precisamente niños. A principios del siglo XX, se

retoma el concepto por Eugen Rosenback para referirse al conjunto de elementos curriculares propios de la educación de adultos, como son: filosofía, profesores y métodos. En la década de los sesenta es cuando se aplica el concepto con cierta frecuencia, tanto en Europa como en América del Norte, para referirse específicamente a los métodos, técnicas, fines y en general, a todo el currículum diseñado para llevar a cabo la educación integral en la población adulta. El enfoque de la andragogía obtuvo fuerte impulso mediante el denominado Grupo andragógico de Nottingham en los años ochenta.

Bajo el interés por el proceso de la formación y de la educación permanente de hombres y mujeres adultas, de manera diferencial a la formación del niño, la UNESCO retomó el concepto en sustitución de la expresión de Pedagogía para adultos.

A últimas fechas, se ha dado suma importancia a los preceptos andragógicos para identificar la forma en que se logra el aprendizaje en la Educación de Adultos de forma tal que éstos logran el desarrollo autosostenido e integral que les lleva a ubicarse como individuos capaces de contribuir a logros profesionales, de crecimiento personal y de intervención comunitaria y social.

Algunos autores que intentan definir a la Andragogía expresan:

..."es la disciplina educativa que trata de comprender al adulto(a), desde todos los componentes humanos, es decir como un ente psicológico, biológico y social".  
(Márquez A., 1998).

"Andragogía es la ciencia y el arte que, siendo parte de la Antropogogía y estando inmersa en la Educación Permanente, se desarrolla a través de una praxis fundamentada en los principios de Participación y Horizontalidad; cuyo proceso, al ser orientado con características sinérgicas por el Facilitador del aprendizaje, permite incrementar el pensamiento, la autogestión, la calidad de vida y la creatividad del participante adulto, con el propósito de proporcionarle una oportunidad para que logre su autorrealización"  
(Alcalá Adolfo).

... (la praxis andragógica es)... "un conjunto de acciones, actividades y tareas que al ser administradas aplicando principios y estrategias andragógicas adecuadas, sea posible facilitar el proceso de aprendizaje en el adulto"  
(Alcalá Alcalá, Adolfo, 1999).

La andragogía es cualquier actividad guiada intencional y profesionalmente, cuya meta sea un cambio en las personas adultas; andragógicas son las bases de los sistemas ideológicos y metodológicos que gobiernan el proceso actual de la andragogía y la andragología es el estudio científico tanto de la andragogía como de lo andragógico.

No es suficiente trasladar los conceptos de la teoría de la educación (o pedagogía) a las situaciones de los adultos; los profesores deben ser profesionales que cooperen con los discípulos, pues sólo ellos serán, más que "pedagogos", "andragogos".

La andragogía señala que los adultos tienen el autoconcepto de ser responsables de su vida y esperan que otros los traten como seres capaces de dirigirse. Los adultos necesitan información y participación antes de aprender: el cómo, el qué y el por qué del aprendizaje. Una de las ideas más difundidas de la educación de adultos es que los individuos desean tener el control de su aprendizaje con base en sus metas personales y que, como resultado, el aprendizaje será mayor. Las mejores prácticas de educación para adultos permiten un control individual máximo y apelan directamente a las necesidades más significativas del individuo.

Una atmósfera autocrática (producida por un profesor dominante que controla la dirección por la vía del castigo) produce en los aprendices una conformidad apática, distintos- y frecuentemente tortuosos -tipos de desafíos, chivos espiatorios (para descargar la hostilidad generada por la atmósfera o los colegas represivos), o escape. Una atmósfera autocrática también incrementa la dependencia de la autoridad, con los consecuentes servilismos, ansiedad timidez y conformidad.

Ambientes autoritarios "cerrados" (como las características de la mayoría de las escuelas convencionales y los salones de clase) condenan a la mayoría de los aprendices a continuar con la crítica, el sarcasmo, la desaprobación y el fracaso para destruir la confianza, las aspiraciones (por todo lo que no sea escapar) y un sano concepto de sí mismo.

Una atmósfera no autoritaria "abierta", entonces, puede dirigir la iniciativa y creatividad del aprendiz, incitando el aprendizaje de actitudes de originalidad, seguridad y confianza en sí mismo, iniciativa e independencia (Goodwin Watson, 1960-1961).

El análisis o la planeación de las actividades educativas debe basarse en las realidades de la experiencia humana y en el cambio constante (Houle, 1972).

El mejor momento para aprender es cuando lo que vamos a aprender es útil para nosotros de inmediato. La andragogía es el conjunto de principios fundamentales sobre el aprendizaje de adultos que se aplica a todas las situaciones de tal aprendizaje.

Hay al menos cuatro definiciones viables para entender lo que significa ser adulto:

1. La biológica: nos volvemos adultos, biológicamente hablando, cuando llegamos a la edad en que somos capaces de reproducirnos.
2. La legal: somos legalmente adultos cuando llegamos a la edad en que tenemos derecho a votar, obtener una licencia de manejo, casarse sin consentimiento de los padres, etc.
3. La definición social: socialmente somos adultos cuando comenzamos a desempeñar papeles de adultos, como el de trabajador de tiempo completo, cónyuge, padre, ciudadano que vota, etc.

4. La psicológica: llegamos a la edad adulta, psicológicamente, al formarnos un autoconcepto de seres responsables de nuestra propia vida y gobierno.

En cuanto al aprendizaje, la definición psicológica es la más importante. Pero parece que el proceso de adquirir un autoconcepto, una autodirección, comienza pronto y aumenta progresivamente mientras maduramos biológicamente, cuando comenzamos a tomar nuestro lugar como adultos y a responsabilizarnos por nuestras decisiones. Por tanto nos convertimos en adultos en la medida en que avanzamos de la niñez a la adolescencia, y el ritmo se acelera si vivimos en una casa, estudiamos en una escuela y participamos en organizaciones para jóvenes que fomentan la idea de responsabilidad. Ahora bien, la mayoría de nosotros obtenemos un autoconcepto o una autodirección de adultos sólo hasta terminar la universidad, conseguir un trabajo de tiempo completo, casarnos y comenzar a formar una familia.

Los principios de la Andragogía son los siguientes:

1. *La necesidad de saber o conocer del alumno.* Los adultos necesitan saber por qué deben aprender algo antes de aprenderlo. Tough (1979) descubrió que cuando los alumnos se disponen a aprender algo por su cuenta, emplean una energía considerable en sondear los beneficios que obtendrán y los costos de no aprenderlo. La primera labor del facilitador del aprendizaje es ayudar a los aprendices a darse cuenta de la "necesidad por aprender". Los facilitadores han de ofrecer razones del valor del aprendizaje para mejorar el desempeño de los estudiantes o de la calidad de su vida. Todavía más útiles para fomentar la conciencia de la necesidad de conocer son las experiencias reales o simuladas en las que los aprendices descubren solos la brecha entre dónde están ahora y dónde desean estar.
2. *El autoconcepto de los alumnos.* Los adultos tienen un autoconcepto de seres responsables de sus propias acciones, de su propia vida. Una vez obtenido sienten una necesidad psicológica profunda de ser considerados y tratados como capaces de dirigirse. Resienten y se resisten a las situaciones en que otros les imponen su voluntad. Esto presenta un serio problema en la educación para adultos: en el momento en que los alumnos se enfrentan con una actividad calificada de "educación", "capacitación" o cualquier sinónimo, recuerdan su experiencia escolar, se colocan en una posición de dependencia, se cruzan de brazos, se sientan y dicen "enseñame". Esta suposición de dependencia obligada y el tratamiento infantil consecuente del facilitador, crea un conflicto entre ellos, entre su modelo intelectual —el aprendiz es un ser dependiente— y la necesidad más profunda, tal vez del subconsciente, de dirigirse a uno mismo. El método habitual de resolver los conflictos psicológicos es huir de la situación, lo que probablemente explica en parte el gran índice de deserción en la educación voluntaria para adultos.

3. *El papel de las experiencias de los alumnos.* Los adultos llegan a una actividad educativa con un mayor volumen y una calidad distinta de experiencias que los jóvenes. Por la simple virtud de haber vivido más tiempo, han acumulado mucho más experiencias que los jóvenes, pero también tienen experiencias diferentes. Cualquier grupo de adultos será más heterogéneo en términos de su pasado, estilo de aprendizaje, motivación, necesidades, intereses y metas que uno de jóvenes. El acento de la educación de adultos está en la individuación de la enseñanza y las estrategias del aprendizaje. Entonces, el énfasis en la educación para adultos está en las técnicas experimentales: técnicas que recurren a la experiencia de los alumnos, como grupos de discusión, ejercicios de simulación, actividades de solución de problemas, estudios de casos y de laboratorio, en lugar de técnicas de transmisión.
4. *Su disposición para aprender.* Los adultos están dispuestos a aprender lo que necesitan saber y sean capaces de hacer, con el propósito de enfrentar las situaciones de la vida real. Un rico recurso de "la disposición para aprender" son las tareas existenciales que llevan de una etapa de desarrollo a la siguiente. La implicación crítica de éste supuesto es la importancia de situar las experiencias de aprendizaje de modo que coincidan con dichas tareas. Sin embargo, no es necesario sentarse a esperar a que la disposición aparezca naturalmente. Hay maneras de inducir esa disposición mediante la exposición a modelos de un desempeño superior, ejercicios de estimulación y otras técnicas.
5. *Orientación del aprendizaje.* En contraste con los niños y jóvenes, que están centrados en temas (al menos en las escuelas), los adultos se centran en la vida (o en una tarea o problema) en su orientación del aprendizaje. Los adultos se motivan a aprender en la medida en que perciban que el aprendizaje les ayudará en su desempeño y a tratar con los problemas de la vida. Además, obtienen conocimientos, destrezas, valores y actitudes de una manera más eficaz cuando se les presentan en un contexto de aplicación a las situaciones de la vida real.
6. *Motivación para aprender.* Mientras que los adultos responden a algunos motivadores externos (mejores empleos, ascensos, salarios más altos, etc.), los motivadores más potentes son las presiones internas (el deseo de incrementar la satisfacción laboral, la autoestima, la calidad de la vida, etc.). Tough (1979) descubrió en sus investigaciones que todos los adultos normales tienen la motivación de seguir creciendo y desarrollándose, pero con frecuencia topa con obstáculos, como un concepto negativo del alumno, por la inaccesibilidad de oportunidades o recursos, limitaciones de tiempo o programas que infringen los principios del aprendizaje de adultos.

Existen factores que afectan el aprendizaje de adultos en cualquier situación y que hacen que los alumnos se alejen o se acerquen a los principios fundamentales.

El crecimiento intelectual depende de una interacción continua y sistemática del tutor y del aprendiz, aún cuando el impulso o estímulo proviene del exterior, el sentido de descubrimiento, alcance, capacidad y comprensión proviene del interior.

El recurso a la teoría andragógica significa una diferencia en el modo en que se organizan y operan los programas, en el modo en que se capacitan los profesores de adultos y en el modo en que los aprendices reciben ayuda para aprender.

El campo de la educación se había constituido como un espacio en el que el modelo de relación entre profesor y alumno, con respecto al saber, se construye sobre la base de relaciones verticales en las que el profesor vertía sus conocimientos al alumno, quien asumía una actitud pasiva.

El profesor debe propiciar la construcción del conocimiento por el propio estudiante, ser capaz de orientar y dirigir el proceso de adquisición y formación del conocimiento en el alumno.

Se podría pensar que los modelos pedagógicos y los modelos andragógicos son opuestos, que la pedagogía es mala y la andragogía buena y que la pedagogía es para niños y la andragogía para adultos. El pedagogo, al percibir los supuestos pedagógicos como los únicos reales, insistirá en que los alumnos dependan del profesor. Por otra parte, el andragogo, al percibir el movimiento que apoya los supuestos andragógicos como meta deseable, hará todo lo posible por que los aprendices asuman una responsabilidad mayor respecto de su propio aprendizaje. Es necesario distinguir entre los conceptos de andragogía y pedagogía para entender con claridad el concepto de andragogía. El modelo pedagógico, diseñado para enseñar a los niños, le asigna al profesor la responsabilidad de tomar todas las decisiones sobre los contenidos del aprendizaje, los métodos, el tiempo que se va a emplear y las evaluaciones. Los alumnos desempeñan un papel de sumisión en la dinámica educativa. El pedagógico es un modelo ideológico que excluye los supuestos andragógicos. El modelo andragógico es un sistema que incluye supuestos pedagógicos. El modelo andragógico no es una ideología; es un sistema de supuestos alternos, un modelo transaccional que comprende las características de la situación del aprendizaje.

Cualitativa o cuantitativamente, una de las causas fundamentales del llamado fracaso escolar o rendimiento académico insatisfactorio es la carencia de estrategias de aprendizaje adecuadas para abordar la tarea del estudio. Las actitudes de los estudiantes, sus motivaciones, sus destrezas instrumentales básicas y sus estrategias de aprendizaje son factores que determinan el éxito o fracaso universitario.

La creciente apatía de los alumnos, el desaliento, la excesiva dependencia del estudiante respecto al maestro, la falta de lectura y actitudes críticas son productos de variables sociales y educativas de origen incierto. El estudiante se enfrenta a una serie de nuevos retos cognitivos, afectivos y sociales en la universidad y muchas veces sin las herramientas de aprendizaje básicas para enfrentarlos. La apatía cognitiva, la falta de cultura general, la carencia de estrategias de aprendizaje y de equilibrio emocional son los

problemas más importantes que enfrenta el estudiante universitario en su formación profesional.

Los alumnos tienen deficiencias en sus operaciones cognitivas, como son analizar, sintetizar, organizar e investigar información. Como resultado, los estudiantes cumplen sus tareas académicas mediante estrategias mecánicas, como la memorización literal del contenido, copiar el trabajo de otros compañeros, el plagio de ideas y oraciones textuales de libros, el copiado y pegado de contenidos del Internet, etc.

La carencia de equilibrio emocional trae como consecuencias:

- Baja autoestima académica.
- Poca resistencia a la frustración.
- Dificultad para controlar su impulsividad.
- Poca tolerancia a la espera.
- Poco esfuerzo para lograr metas a mediano y largo plazo.
- Mínima entereza ante un desafío.

El alumno es el máximo responsable de su proceso de aprendizaje. Él es quien construye su conocimiento y pensamiento, y nadie puede sustituirlo en esta tarea. Una meta es hacia lo cual trabajamos, algo que se quiere lograr. Las metas no deben limitarse al trabajo académico, sino aplicarse a todas las áreas de tu vida.

El autodidactismo se define como un método de regulación del propio proceso de aprendizaje que incluye las siguientes ideas:

- Ofrece control de la vida y de las decisiones académicas.
- Brinda alternativas metodológicas para la solución de problemas.
- Aprendizaje para como mejorar los estudios.
- Facilita la toma de decisiones.
- Adquisición de mayor autorresponsabilidad.

Los estudiantes que adopten este tipo de aprendizaje autodidacta tienen en sus manos el control de sus estudios y poseen mayor posibilidad de lograr éxito académico, social y personal en la universidad. La participación activa del alumno es esencial en su preparación profesional.

El papel del alumno no es pasivo, como el de un recipiente donde se guarda la información para luego recuperarla con el solo fin de aplicarla en los exámenes. El alumno participa activamente al recibir la información con el fin de darle significado, comparándola con contenidos y experiencias anteriores, así como creando nuevos aprendizajes y relaciones conceptuales que le ayudarán a resolver problemas.



Los estudiantes están acostumbrados a adquirir conocimientos rígidos que sólo aprenden a aplicar y a transferir a situaciones idénticas de las que aprendieron. El resultado de esto se debe al proceso de aprendizaje utilizado: mecánico y repetitivo.

Una estrategia es la actividad u operaciones mentales que realiza el estudiante para mejorar el aprendizaje. Son acciones que parten de la iniciativa del alumno. Están constituidas por secuencias de actividades. Están controladas por el alumno que aprende. Son elegida y planificadas por el propio estudiante.

Uno de los objetivos más importantes del aprendizaje es formar alumnos independientes y responsables de su propio proceso, o sea que el alumno sea autodidacta.

El aprendizaje es un proceso constructivo. La enseñanza constructiva se caracteriza por favorecer la autonomía y liderazgo de los alumnos; animar a los estudiantes a elaborar sus propias respuestas; fomentar el aprendizaje cooperativo; impulsar a los alumnos a que articulen sus propias teorías o conocimientos antes de presentarles otros nuevos. Se trata de aprender a aprender, es decir, cómo adquirir los conocimientos nuevos transfiriendo los conocimientos obtenidos en una situación anterior.

En las universidades y educación superior, las innovaciones tecnológicas, permitirán a los alumnos desarrollar nuevas formas de interacción. La educación continua, a distancia y virtual, son nuevas modalidades metodológicas en donde la relación cara a cara es sustituida por elementos tecnológicos.

Las clases en nivel universitario requieren mayor responsabilidad de aprendizaje. La responsabilidad de asegurar el trabajo académico hecho a tiempo o el grado de calificaciones satisfactorias es del alumno, no de los maestros ni de los padres. Los profesores esperan en el alumno responsabilidad en el trabajo académico.

Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, ofrecen grandes posibilidades al mundo de la educación. Pueden facilitar el aprendizaje de conceptos y materias, pueden ayudar a resolver problemas y contribuir a desarrollar las habilidades.

Ya no es posible enseñar como antes, ni tampoco aprender como antes. El profesor debe propiciar la construcción del conocimiento en el alumno.

La utilización de la computadora en exposición de contenidos a impartir, libera al docente de gran parte de la transmisión de información, lo que le permite dedicar un tiempo mayor para trabajar de manera individual con los alumnos.

El docente ya no transmitirá toda la información que el estudiante necesita, pero sí tiene que ser capaz de lograr en el estudiante una base de conocimiento suficiente que le permita hacer su selección entre todo el volumen de información disponible.

El papel del profesor cambia, de transmisor de información a un facilitador de la misma, centrando principalmente su trabajo en: la selección del software adecuado, preparación de la clase, enriquecida con el uso de paquetes presentadores de la

información, interacción de manera individual con el estudiante, procurando de éste modo solucionar los problemas que el mismo estudiante presente. El principal objetivo es capacitar al alumno para que trabaje por sí mismo, piense por sí mismo y construya su propio cuerpo de conocimientos sobre la materia que estudia. Debe ser un crítico constructivo, que ayuda al alumno a salir de ciertas dificultades y explorar nuevos campos.

Los roles son diferentes, el maestro (facilitador) y los alumnos (participantes) saben que tienen diferentes funciones en la estructura, pero no de superioridad o de inferioridad, normalmente no es lo mismo que sucede con la educación de los niños(as).

Las nuevas tecnologías usadas en el proceso de aprendizaje, posibilitan de manera más efectiva la atención a las diferencias individuales, propiciando un mayor despliegue de las capacidades intelectuales, no sólo pensando en los alumnos más talentosos y creativos, sino en aquellos que presentan dificultades en la asimilación de conceptos. Pueden facilitar el aprendizaje de conceptos y materias, pueden ayudar a resolver problemas y contribuir a desarrollar habilidades.

La posibilidad de cambiar parámetros en los simuladores, ejercitar y evaluar su conocimiento, hace que el uso de las computadoras en la enseñanza represente un gran medio educativo.

El programa de la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos, contempla una serie de contenidos que necesitan ser ejercitados para que logren ser comprendidos y asimilados correctamente por parte de los estudiantes.

Las prácticas de laboratorio concebidas y los ejercicios propuestos en el aula dentro del programa para ésta asignatura no siempre pueden ser realizadas físicamente, por no contar con el equipamiento adecuado, y en muchos casos no se dispone del financiamiento necesario ni siquiera para desarrollar la parte constructiva de los mismos.

Una alternativa para resolver éste problema, es obtener soluciones generadas por computadora mediante el uso de un software apropiado desarrollado por alumnos, o proceder a la aplicación de algún paquete ya existente que se ajuste a las necesidades, ya que hoy gran parte del alumnado a nivel licenciatura tiene a su alcance una computadora.

La enseñanza a partir de cuarto semestre ya no es la misma, ya no es de carácter grupal, se debe resaltar la individualidad del alumno y concientizarlos a cerca de su condición de adultos responsables de sus propios actos y su aprendizaje, dándoles autonomía, libertad de búsqueda y experimentar. Los intereses de los alumnos son otros, los alumnos no son iguales, tienen objetivos, tienen propósitos y toman decisiones con respecto a su aprendizaje.

En la metodología andragógica se concibe al alumno como un ser que ha llegado a su madurez intelectual y que es capaz de tomar decisiones a cerca de su vida futura, que se puede hacer cargo de su propio aprendizaje y que tienen metas personales bien definidas.

Se le considera al alumno como alguien con inclinación hacia el aprendizaje y con la motivación de lograr conocimientos que le servirán en su vida profesional, además se le orienta para que logre una autoestima alta y una conciencia de servicio hacia la comunidad.

El aprendizaje provoca una diferencia de conducta en las actitudes y tal vez incluso en la personalidad del alumno. El alumno sabe si el aprendizaje satisface una necesidad personal si se dirige a lo que quiere saber, si ilumina el área oscura de ignorancia que experimenta.

El aprendiz tiene interés y la capacidad de asumir las responsabilidades de su propio aprendizaje continuo.

Es importante fomentar en los alumnos el uso de software interactivo para la obtención de aprendizajes en la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos para que logren comprender mejor los conceptos que les resulten más complicados y así estar al nivel de los alumnos de otras instituciones de educación profesional.

La aparición de las computadoras, se ha impuesto en todos los ambientes sociales, su utilización está modificando el ritmo de las relaciones sociales. Las aplicaciones de éstas son variadas y cada vez más sofisticadas. Su uso se ha propagado en casi cualquier actividad humana y en diversas instituciones y empresas.

Aplicando nuevas tecnologías en los programas de enseñanza se logra una mayor integración del alumno en el proceso de aprendizaje y le permite estar más involucrado en el proceso de enseñanza.

La educación implica mucho más que la transferencia de conocimientos de maestro a alumno, pero no se puede caer en el caso extremo de querer realizar toda enseñanza a través del computador. La dedicación y la capacidad de los maestros fue, es y seguirá siendo la herramienta educativa más importante.

El estudio independiente permite al alumno planificar su propio aprendizaje, proponiéndose metas, buscando y utilizando los recursos que estén a su alcance. Si el alumno tiene un grupo de objetivos, puede alcanzarlos haciendo uso de sus destrezas, según las metas que él se propone y no solamente las que le indique su maestro.

Algunas de las funciones de los materiales didácticos son:

- Favorecer la autonomía.
- Despertar la curiosidad científica en el alumno, motivarlo para seguir estudiando y mantener la atención.
- Relacionar la experiencia y los conocimientos previos con los nuevos que se proponen.
- Poner en marcha el proceso de pensamiento en el usuario, proponiendo actividades y evitando, en lo posible, aquellas que estimulen sólo la retención y la repetición.
- Propiciar la creatividad.

La utilización de las herramientas tecnológicas permite a los estudiantes expandir sus oportunidades de aprendizaje duradero y significativo, y sirve como un apoyo en las labores de investigación y desarrollo de proyectos.

El camino para preparar recursos humanos en el uso de nuevas tecnologías es llevándolas a las instituciones educativas, esto implica que los planeadores de la educación diseñen medios para la familiarización de los docentes y alumnos con el uso de tales tecnologías.

Como sistema innovador se considera que la informática puede ser utilizada como un medio o herramienta en y para la enseñanza. El impacto de las herramientas computacionales se ha menospreciado, tal vez por que no se ha entendido bien su papel importante. Las herramientas son extensiones de las capacidades mentales en un campo o dominio especializado, proveyendo lo que se necesita para realizar las tareas con menor esfuerzo. Tal vez en esto radica su gran popularidad, las herramientas no son hechas para los programadores, son diseñadas para que se evite el programar, hasta un cierto nivel.

Las estructuras en los centros universitarios deberían ser más andragógicas en cuanto a entender como aprende un adulto, y sus necesidades para desarrollarse como seres humanos en estructuras más pertinentes a su realidad.

El desafío para el hombre-mujer del futuro es la asimilación rápida de nuevos conocimientos y actualización permanente, el cual se logra a través de una pertinente y relevante formación que le permita analizar y aportar soluciones o alternativas a problemas, mediante el desarrollo de la capacidad creativa y del estímulo de hábitos de investigación, para la cual deben el hombre y la mujer estar dotados de herramientas técnicas y de capacidades actitudinales hacia el descubrimiento.

# CAPÍTULO 1

## RESPUESTA DE CIRCUITOS DE PRIMERO Y SEGUNDO ORDEN.

### 1.1 Introducción.

La respuesta de un circuito es el resultado de la aplicación de una excitación que esta constituida por una o más fuentes de energía, de voltaje o de corriente, aunque la respuesta también puede deberse a energías almacenadas en los elementos conservativos.

Refiriéndonos al comportamiento de la respuesta del circuito eléctrico mencionaremos tres respuestas específicas:

a) Respuesta Libre o Natural. Se refiere a la energía almacenada en los elementos conservativos (inductancias y capacitancias), en el momento de iniciar el funcionamiento del circuito.

b) Respuesta Forzada. Se debe a la excitación externa de diversos elementos activos conectados al circuito eléctrico.

c) Respuesta Transitoria. Es la respuesta del circuito que desaparece en un tiempo determinado.

d) Respuesta Estable o Respuesta Permanente. Aquella respuesta que perdura en el tiempo, es decir, es la que permanece al desaparecer la transitoria.

e) Respuesta Total. Es el resultado de la Respuesta Natural más la Respuesta Forzada.

Es el resultado de la Respuesta Transitoria más la Respuesta Permanente.

Los circuitos aplicables son aquellos que formados por un resistor y por algún elemento encargado de almacenar energía (capacitor o inductor), son llamados de primer orden y cuando se encuentra la unión de un resistor y la combinación de capacitor e inductor se denominan de segundo orden.

Una ecuación diferencial de primer orden es aquella donde el término diferencial de mayor orden es la primera derivada, es decir,  $dx/dt$ .

Un circuito de segundo orden es aquel con una ecuación diferencial homogénea que contiene un término de segundo grado, debido a la presencia de dos elementos independientes de almacenamiento de energía.

Las funciones singulares son la descripción compacta sobre los fenómenos del circuito, sobre todo en los circuitos de primer orden RC (Resistencia-Capacitor) y RL (Resistencia-Inductancia).

En el análisis de circuitos eléctricos las funciones singulares más utilizadas son: *el pulso unitario, el impulso unitario y la rampa unitaria.*

Para los siguientes ejercicios, aunque se presenta una solución detallada, se propone que el alumno intente resolverlos en forma independiente con uso de calculadora, tablas de transformadas de Laplace, y luego compare la solución con la que se obtiene por el método computacional.

La solución a los ejercicios propuestos puede obtenerse también por la aplicación de métodos, distintos al de la transformada de Laplace.

## 1.2 Ejercicios para sistemas de primer orden.

### Ejercicio 1.2.1

Obtenga el modelo matemático en función de la corriente para el circuito de la figura 1.1, al cual se le aplica una excitación de escalón. Resuelva aplicando la Transformada de Laplace.

Posteriormente resuelva la ecuación diferencial obtenida por medio del programa "ECUDIF", el cual es un programa que fue elaborado por alumnos, y compare sus resultados

Identifique la respuesta total y la respuesta transitoria del circuito. Obtenga conclusiones.

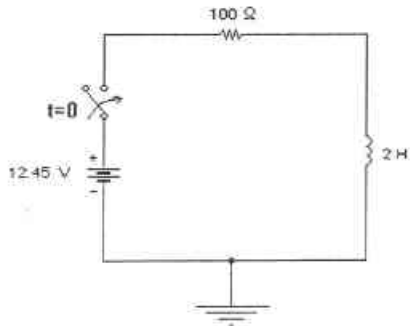


Figura 1.1

Condiciones iniciales=0

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de voltajes

$$v_R + v_L = v_E$$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = v_E$$

$$2 \frac{di(t)}{dt} + 100i(t) = 12.45u(t)$$

Normalizando la ecuación:

$$\frac{di(t)}{dt} + 50i(t) = 6.225u(t)$$

Aplicando la Transformada de Laplace:

$$sI(s) - I(0) + 50I(s) = \frac{6.225}{s}$$

$$I(s)[s + 50] = \frac{6.225}{s}$$

$$I(s) = \frac{6.225}{s(s + 50)}$$

Aplicando la Transformada inversa de Laplace:

De tablas:

$$f(s) = \frac{1}{s(s+a)} \Leftrightarrow f(t) = \frac{1}{a}(1 - e^{-at})$$

$$I(s) = 6.225 \left( \frac{1}{s(s+50)} \right)$$

$$i(t) = 6.225 \left( \frac{1}{50} [1 - e^{-50t}] \right)$$

Por lo tanto la respuesta total del circuito es:

$$i(t) = 0.1245 - 0.1245e^{-50t} \text{ A.}$$

Aplicación del programa "ECUDIF"

---

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES  
(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)

CONDICIONES INICIALES: Y(0), Y'(0)



- [A]  $D \&(t)$     [B]  $D u(t)$   
 [C]  $D tu(t)$     [D]  $D \cos(Wt + 0^\circ)$   
 [E]  $D e^{(at)}$     [F]  $D \text{sen}(Wt + 0^\circ)$

(D) Y W SON CONSTANTES  
 $0^\circ$  ES EL ANGULO EN GRADOS

- [S] SALIR    [C] CONTINUAR

OPCION.....C

INTRODUCIR LOS COEFICIENTES:

- A ? : 0  
 B ? : 2  
 C ? : 100

INTRODUCIR CONDICIONES INICIALES:

Y(0) ? : 0

TIPOS DE LA FUNCION DE ENTRADA G(t):

- [A]  $D \&(t)$     [B]  $D u(t)$   
 [C]  $D tu(t)$     [D]  $D \cos(Wt + 0^\circ)$   
 [E]  $D e^{(at)}$     [F]  $D \text{sen}(Wt + 0^\circ)$

ESCOJA UNA OPCION PARA G(T).....B

D ? : 12.45

LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$2.0000Y' + 100.0000Y = +12.4500u(t)$$

CONDICION INICIAL: Y(0)= 0.0000

EN CASO DE TENER QUE RECTIFICAR UN DATO  
 INDIQUELO ESCOGIENDO UNA DE LAS OPCIONES SIGUIENTES

- [C] COEFICIENTES  
 [I] CONDICIONES INICIALES  
 [F] FUNCION G(t)

EN CASO CONTRARIO, ESCOGER [E]

E

LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$+ 2.0000Y' + 100.0000Y = +12.450u(t)$$

CONDICION INICIAL:  $Y(0) = 0.0000$

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 0.1245u(t) - 0.1245e^{-50.0000t}$$

Por lo tanto, la respuesta total es:

$$i(t) = 0.1245 - 0.1245e^{-50t} \text{ A.}$$

Y la respuesta transitoria es:

$$i(t)_{\text{transitoria}} = -0.1245e^{-50t} \text{ A.}$$

### Ejercicio 1.2.2

Modele matemáticamente en función de la corriente el circuito de la figura 1.2. Resuelva aplicando la Transformada de Laplace y después utilice el programa "ECUDIF" para comprobar los resultados que obtenga.

Se pide al lector identificar la respuesta transitoria y la respuesta permanente del circuito.

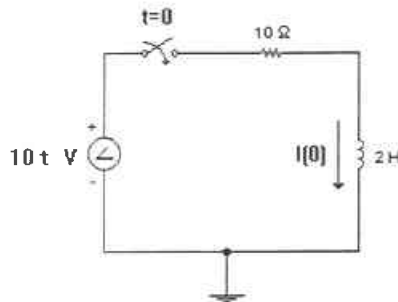


Figura 1.2

Condiciones iniciales :

$$i(0) = 3 \text{ A.}$$

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de voltajes:

$$v_R + v_L = v_F$$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = v_F$$

Sustituyendo valores:

$$2 \frac{di(t)}{dt} + 10i(t) = 10u(t)$$

Normalizando la ecuación:

$$\frac{di(t)}{dt} + 5i(t) = 5u(t)$$

Aplicando la Transformada de Laplace a ésta ecuación:

$$sI(s) - I(0) + 5I(s) = \frac{5}{s^2}$$

$$sI(s) - 3 + 5I(s) = \frac{5}{s^2}$$

$$I(s)[s + 5] = \frac{5}{s^2} + 3$$

$$I(s) = \frac{5}{s^2(s+5)} + \frac{3}{s+5}$$

Aplicando la Transformada inversa de Laplace

De tablas:

$$F(s) = \frac{1}{s^2(s+a)} \Leftrightarrow f(t) = \frac{1}{a^2}(at - 1 + e^{-at})$$

$$I(s) = 5 \left( \frac{1}{s^2(s+5)} \right) + 3 \left( \frac{1}{s+5} \right)$$

$$i(t) = 5 \left[ \frac{1}{(5)^2} (5t - 1 + e^{-5t}) \right] + 3e^{-5t}$$

$$i(t) = 5 \left[ \frac{5t}{25} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} e^{-5t} \right] + 3e^{-5t}$$

∴ La respuesta total es:

$$i(t) = t - 0.2 + 3.2e^{-5t} \quad \text{A.}$$

Solución aplicando el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0)$ ,  $Y'(0)$

- |              |                    |
|--------------|--------------------|
| [A] D &(t)   | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t)  | [D] D cos(Wt + 0°) |
| [E] D e^(at) | [F] D sen(Wt + 0°) |

(D) Y W SON CONSTANTES  
0° ES EL ANGULO EN GRADOS

[S] SALIR      [C] CONTINUAR

OPCION.....C

INTRODUCIR LOS COEFICIENTES:

A ? : 0  
B ? : 2  
C ? : 10

INTRODUCIR CONDICIONES INICIALES:  
Y(0) ? : 3

TIPOS DE LA FUNCION DE ENTRADA G(t):

- |             |                    |
|-------------|--------------------|
| [A] D &(t)  | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t) | [D] D cos(Wt + 0°) |

$$[E] D e^{at} \quad [F] D \sin(\omega t + 0^\circ)$$

ESCOJA UNA OPCION PARA G(T).....C

D ? : 10

LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$+ 2.0000Y' + 10.0000Y = +10.0000tu(t)$$

$$\text{CONDICION INICIAL: } Y(0) = 3.0000$$

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 1.0000t - 0.2000u(t) + 3.2000e^{-5.0000t}$$

La respuesta total del circuito es:

$$i(t) = t - 0.2 + 3.2e^{-5t} \text{ A.}$$

Al ver la coincidencia de las respuestas comprobamos la efectividad del programa "ECUDIF".

### Ejercicio 1.2.3

Obtenga el modelo matemático para el circuito con excitación exponencial decreciente de la figura 1.3 en función de la corriente y resuelva.

Después, compruebe los resultados haciendo uso del programa "ECUDIF". Compare resultados y haga comentarios.

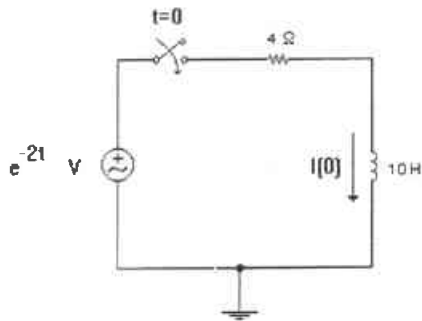


Figura 1.3

Condiciones iniciales:  $i(0) = 3 \text{ A}$ .

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de voltajes:

$$v_L + v_R = v_E$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v_E$$

Sustituyendo valores, se tiene:

$$10 \frac{di(t)}{dt} + 4i(t) = e^{-2t}$$

Normalizando ésta ecuación:

$$\frac{di(t)}{dt} + 0.4i(t) = 0.1e^{-2t}$$

Aplicando la Transformada de Laplace:

$$sI(s) - I(0) + 0.4I(s) = \frac{0.1}{s+2}$$

$$sI(s) - 3 + 0.4I(s) = \frac{0.1}{s+2}$$

$$I(s)[s+0.4] = \frac{0.1}{s+2} + 3$$

$$I(s) = \frac{0.1}{(s+2)(s+0.4)} + \frac{3}{(s+0.4)}$$

$$I(s) = 0.1 \left( \frac{1}{(s+2)(s+0.4)} \right) + 3 \left( \frac{1}{s+0.4} \right)$$

Aplicando la Transformada inversa de Laplace:

De tablas:

$$f(s) = \frac{1}{(s+a)(s+b)} \Leftrightarrow f(t) = \frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$$

$$f(s) = \frac{1}{s+a} \Leftrightarrow f(t) = e^{-at}$$

$$i(t) = \frac{0.1}{0.4-2} (e^{-2t} - e^{-0.4t}) + 3e^{-0.4t}$$

$$i(t) = -0.0625e^{-2t} + 0.0625e^{-0.4t} + 3e^{-0.4t}$$

La respuesta total del circuito es:

$$i(t) = 3.0625e^{-0.4t} - 0.0625e^{-2t} \text{ A.}$$

Solución usando el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0)$ ,  $Y'(0)$

- |              |                    |
|--------------|--------------------|
| [A] D &(t)   | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t)  | [D] D cos(Wt + 0°) |
| [E] D e^(at) | [F] D sen(Wt + 0°) |

(D) Y W SON CONSTANTES  
0° ES EL ANGULO EN GRADOS

A ? : 0  
B ? : 10  
C ? : 4  
Y(0) ? : 3

OPCION PARA G(T).....E

D ? : 1  
a ? : -2

LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$+ 10.0000Y' + 4.0000Y = +1.0000e^{(-2.000t)}$$

$$\text{CONDICION INICIAL: } Y(0) = 3.0000$$

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = -0.0625e^{(-2.0000t)} + 3.0625e^{(-0.4000t)}$$

Por lo tanto, la respuesta total es:

$$i(t) = 3.0625e^{-0.4t} - 0.0625e^{-2t} \text{ A.}$$

#### Ejercicio 1.2.4

Para el circuito de la figura 1.4 obtenga el modelo matemático en función de la corriente y para familiarizarse con el programa, encárguese de resolver la ecuación diferencial que obtenga empleando el programa "ECUDIF" para encontrar el resultado.

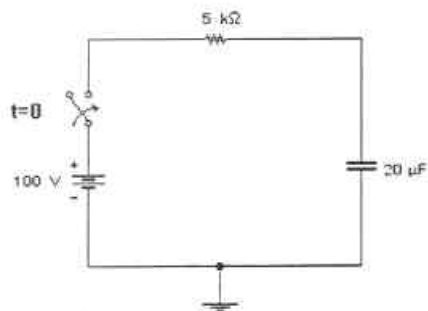


Figura 1.4

Condiciones iniciales=0

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de voltajes:



$$v_p - Ri(t) - \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt = 0$$

$$5000i(t) + \frac{1}{20 \times 10^{-6}} \int_{-\infty}^t i(t) dt = 100u(t)$$

derivando :

$$5000 \frac{di(t)}{dt} + 50000i(t) = 100\delta(t)$$

### Ejercicio 1.2.5

El circuito de la figura 1.5, representa un sistema en paralelo con una excitación de corriente senoidal. Se propone al lector que calcule la tensión del circuito en función del tiempo así como la respuesta transitoria de voltaje.

Resuelva el ejercicio con el programa "ECUDIF". Comente los resultados obtenidos.

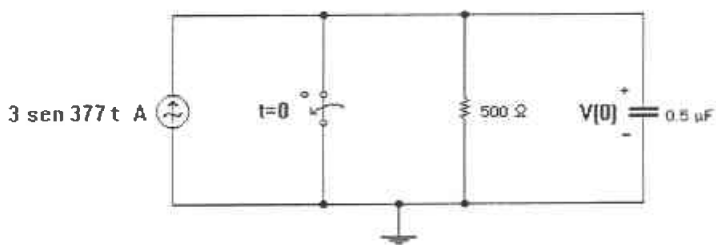


Figura 1.5

Condiciones iniciales:

$$V(0) = 3 \text{ V.}$$

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de corrientes:

$$i_R + i_C = i_F$$

$$C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = i_F$$

$$0.5 \times 10^{-6} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{500} = 3 \text{sen } 377t$$

Solución utilizando el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES: Y(0), Y'(0)

- |              |                    |
|--------------|--------------------|
| [A] D &(t)   | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t)  | [D] D cos(Wt + 0°) |
| [E] D e^(at) | [F] D sen(Wt + 0°) |

(D) Y W SON CONSTANTES  
0° ES EL ANGULO EN GRADOS

A ? : 0  
B ? : 0.0000005  
C ? : 0.002  
Y(0) ? : 3

D ? : 3  
W ? : 377  
0° ? : 0

LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$+ 0.0000Y' + 0.0020Y = +3.0000\text{sen}(377.0000t)$$

CONDICION INICIAL: Y(0)= 3.0000

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 1493.3818 \cos(377.0000t - 95.3842^\circ)u(t) + 143.1302e^{-4000.0000t}$$

Por lo tanto, la respuesta total es:

$$v(t) = 1493.3818 \cos(377t - 95.3842^\circ) + 143.1302e^{-4000t} \text{ V.}$$

Y la respuesta transitoria es:

$$v(t) = 143.1302e^{-4000t} \text{ V.}$$

### Ejercicio 1.2.6

La figura 1.6 muestra un circuito en paralelo. Calcule el valor de la tensión en función del tiempo.

Utilice el programa "ECUDIF" para obtener su resultado.

Queda al lector identificar la respuesta permanente del circuito.

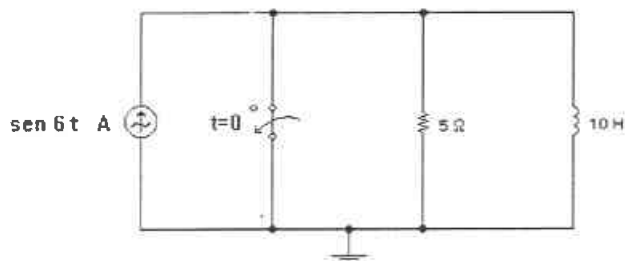


Figura 1.6

Condiciones iniciales=0

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de corrientes:

$$i_c + i_R = i_L$$

$$\frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t) dt + \frac{v(t)}{R} = i_L$$

Derivando la ecuación, se tiene:

$$\frac{1}{R} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} v(t) = \frac{di_s}{dt}$$

Sustituyendo valores:

$$0.2 \frac{dv(t)}{dt} + 0.1v(t) = 6\cos 6t$$

Solución usando el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0)$ ,  $Y'(0)$

|              |                    |
|--------------|--------------------|
| [A] D &(t)   | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t)  | [D] D cos(Wt + 0°) |
| [E] D e^(at) | [F] D sen(Wt + 0°) |

(D) Y W SON CONSTANTES  
0° ES EL ANGULO EN GRADOS

A ? : 0  
B ? : 0.2  
C ? : 0.1  
Y(0) ? : 0  
D ? : 6  
W ? : 6  
0° ? : 0

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 4.9827 \cos(6.0000t - 85.2364^\circ)u(t) - 0.4138e^{-0.5000t}$$

Por lo tanto, la respuesta total del circuito es:

$$v(t) = 4.9827 \cos(6t - 85.2364^\circ) - 0.4138e^{-0.5t} \text{ V.}$$

### Ejercicio 1.2.7

El circuito de primer orden de la figura 1.7 recibe un voltaje en forma de escalón. Se propone la obtención del voltaje en el capacitor en función del tiempo, así como la forma de onda del mismo, comprobar esta gráfica por medio del laboratorio virtual del Electronics Workbench. El interruptor ayuda para simular una entrada de escalón.

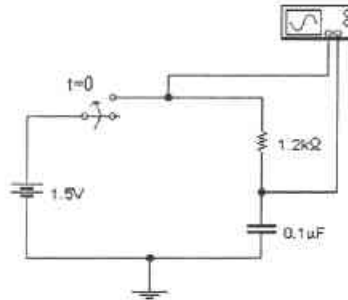


Figura 1.7

SOLUCIÓN:

$$v_R + v_C = v_F$$

$$1200 \frac{di}{dt} + \frac{i}{0.1 \times 10^{-6}} = 1.5 \delta(t)$$

Aplicando transformada de Laplace:

$$I(s)[s + 8333.333] = 0.00125$$

$$I(s) = \frac{0.00125}{s + 8333.333}$$

Aplicando transformada inversa de Laplace:

$$i(t) = 0.00125 e^{-8333.333t} \text{ A}$$

Cálculo del voltaje en el capacitor:

$$v_c = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$v_c = \frac{1}{0.1 \times 10^{-6}} \int (0.00125 e^{-8333.333t}) dt$$

$$v_c = -1.5 e^{-8333.333t} \Big|_0^t$$

$$v_c = 1.5(1 - e^{-8333.333t})$$

Graficando la expresión anterior se obtiene la imagen de  $v_c$  que aparece en el osciloscopio virtual de la figura 1.8.

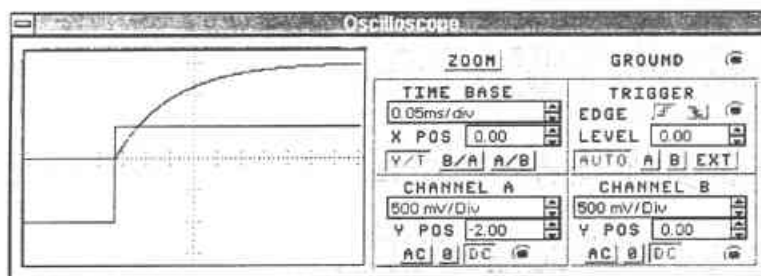


Figura 1.8

Calculando  $v_c$  en  $t = \tau = RC = 1.2 \times 10^{-4} \text{ seg.}$

$$v_c = 1.5(1 - e^{-8333.333(0.00012)})$$

$$v_c = 0.94818 \text{ V.}$$

Además, el osciloscopio virtual de la figura 1.9 marca un valor de  $v_c$ , el cual coincide con el valor calculado de  $v_c$ .

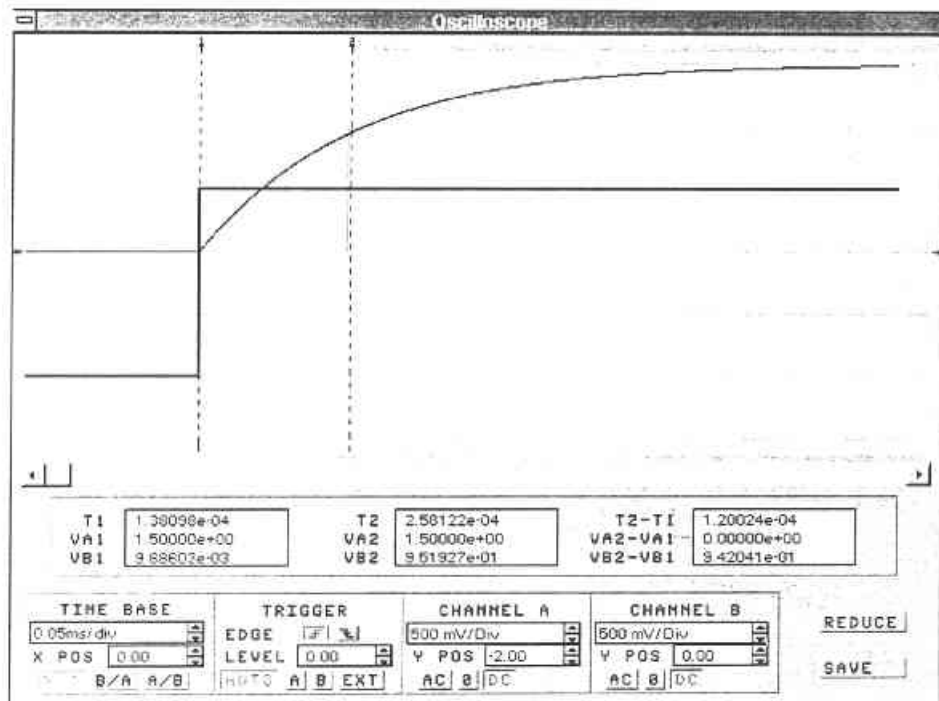


Figura 1.9

### 1.3 Ejercicios para sistemas de segundo orden.

#### Ejercicio 1.3.1

Calcule el valor de la corriente en función del tiempo para el circuito RLC de la figura 1.10. Resuelva aplicando el método que considere adecuado para encontrar la solución, y después compare ésta con la obtenida con el programa "ECUDIF".

Se le sugiere al lector que identifique las respuestas total y transitoria del circuito.

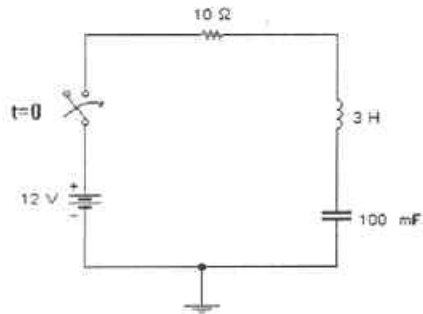


Figura 1.10

Condiciones iniciales=0

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de voltajes

$$v_R + v_L + v_C = v_F$$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt = v_F$$

derivando :

$$3 \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 10 \frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{0.1} = \frac{d(12u(t))}{dt}$$

$$3 \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 10 \frac{di(t)}{dt} + 10i(t) = 12\delta(t)$$

Normalizando la ecuación:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 3.3333 \frac{di(t)}{dt} + 3.3333i(t) = 4\delta(t)$$

Aplicando la Transformada de Laplace:



$$s^2 I(s) - sI(0) - I'(0) + 3.333(sI(s) - I(0)) + 3.333I(s) = 4$$

$$s^2 I(s) + 3.333sI(s) + 3.333I(s) = 4$$

$$I(s)[s^2 + 3.333s + 3.333] = 4$$

$$I(s) = \frac{4}{s^2 + 3.333s + 3.333}$$

Cálculo de las raíces de la ecuación:  $(s^2 + 3.333s + 3.333 = 0)$

$$s_1 = -1.667 + j0.7454$$

$$s_2 = -1.667 - j0.7454$$

$$I(s) = \frac{A}{(s + 1.667 - j0.7454)} + \frac{B}{(s + 1.667 + j0.7454)}$$

Valuando las constantes A y B, por límites:

$$A = \lim_{s \rightarrow (-1.667 + j0.7454)} \left[ \frac{4}{(s + 1.667 - j0.7454)(s + 1.667 + j0.7454)} \right] (s + 1.667 - j0.7454)$$

$$A = \frac{4}{(-1.667 + j0.7454 + 1.667 + j0.7454)} = \frac{4}{1.4908e^{j90}}$$

$$A = 2.6831e^{-j90}$$

$$B = \lim_{s \rightarrow (-1.667 - j0.7454)} \left[ \frac{4}{(s + 1.667 - j0.7454)(s + 1.667 + j0.7454)} \right] (s + 1.667 + j0.7454)$$

$$B = \frac{4}{(-1.667 - j0.7454 + 1.667 - j0.7454)} = \frac{4}{1.4908e^{-j90}}$$

$$B = 2.6831e^{j90}$$

Sustituyendo los valores encontrados:

$$I(s) = \frac{2.6831e^{-j90}}{(s + 1.667 - j0.7454)} + \frac{2.6831e^{j90}}{(s + 1.667 + j0.7454)}$$

Aplicando Transformada inversa de Laplace:

$$i(t) = 2.6831e^{-j90}e^{-(1.667 - j0.7454)t} + 2.6831e^{j90}e^{-(1.667 + j0.7454)t}$$

$$i(t) = 2.6831 \left[ e^{-j90} e^{-1.667t} e^{j0.7454t} + e^{j90} e^{-1.667t} e^{-j0.7454t} \right]$$

$$i(t) = 2.6831 e^{-1.667t} \left[ e^{j(0.7454t - 90)} + e^{-j(0.7454t - 90)} \right]$$

Empleando las identidades de Euler:

$$e^{j\alpha t} = \cos \alpha t + j \sin \alpha t$$

$$e^{-j\alpha t} = \cos \alpha t - j \sin \alpha t$$

$$e^{j\alpha t} + e^{-j\alpha t} = 2 \cos \alpha t$$

$$i(t) = 2.6831(2)e^{-1.667t} \cos(0.7454t - 90^\circ) \text{ A.}$$

∴ La respuesta del circuito es:

$$i(t) = 5.366e^{-1.667t} \cos(0.7454t - 90^\circ) \text{ A.}$$

Solución empleando el programa "ECUDIF"

---

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES  
(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)

CONDICIONES INICIALES: Y(0) , Y'(0)

- [A]  $D \&(t)$       [B]  $D u(t)$   
 [C]  $D tu(t)$     [D]  $D \cos(Wt + 0^\circ)$   
 [E]  $D e^{(at)}$     [F]  $D \text{sen}(Wt + 0^\circ)$

(D) Y W SON CONSTANTES  
 0° ES EL ANGULO EN GRADOS

- A ? : 3  
 B ? : 10  
 C ? : 10  
 Y(0) ? : 0  
 Y'(0) ? : 0  
 G(T).....A  
 D ? : 12

LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$3.0000Y'' + 10.0000Y' + 10.0000Y = +12.0000\&(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0) = 0.0000$  ,  $Y'(0) = 0.0000$

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 5.3666e^{(-1.6667t)} \cos(0.7454t - 90.0000^\circ)u(t)$$

Por lo tanto, la respuesta es:

$$i(t) = 5.3666e^{-1.6667t} \cos(0.7454t - 90^\circ) \quad A.$$

### Ejercicio 1.3.2

Para el circuito paralelo de la figura 1.11 obtenga el modelo matemático en función del voltaje y resuelva su ecuación diferencial.

Posteriormente con el programa "ECUDIF" compruebe los resultados que obtenga.

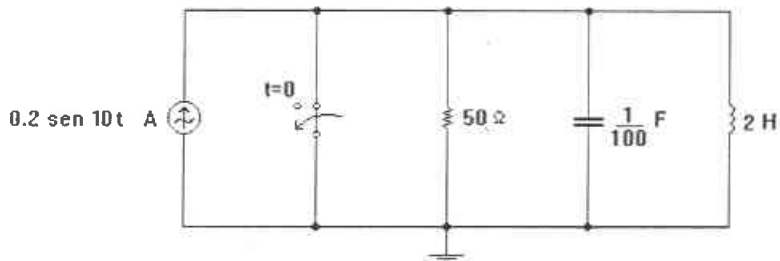


Figura 1.11

Condiciones iniciales=0

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de corrientes:

$$i_R + i_C + i_L = i_F$$

$$\frac{v(t)}{R} + C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t) dt = i_F$$

Derivando esta ecuación, se tiene:

$$C \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} v(t) = \frac{di_F}{dt}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{1}{100} \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + \frac{1}{50} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{2} v(t) = 2 \cos 10t$$

Normalizando la ecuación, se tiene:

$$\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv(t)}{dt} + 50 v(t) = 200 \cos 10t$$

Aplicando la Transformada de Laplace:

$$s^2v(s) - sv(0) - v'(0) + 2[sv(s) - v(0)] + 50v(s) = \frac{200s}{s^2 + 10^2}$$

$$v(s)[s^2 + 2s + 50] = \frac{200s}{s^2 + 100}$$

$$v(s) = \frac{200s}{(s^2 + 100)(s^2 + 2s + 50)}$$

Cálculo de raíces de  $(s^2+100=0)$ :

$$s_1 = j10$$

$$s_2 = -j10$$

Cálculo de raíces de  $(s^2+2s+50=0)$ :

$$s_1 = -1 + j7$$

$$s_2 = -1 - j7$$

$$v(s) = \frac{A}{(s + j10)} + \frac{B}{(s - j10)} + \frac{C}{(s + 1 + j7)} + \frac{D}{(s + 1 - j7)}$$

Valuando las constantes A, B, C y D, por límites:

$$A = \lim_{s \rightarrow -j10} \left[ \frac{200s}{(s + j10)(s - j10)(s^2 + 2s + 50)} \right] (s + j10)$$

$$A = \frac{200(-j10)}{(-j10 - j10)[(-j10)^2 + 2(-j10) + 50]} = \frac{-j2000}{(-j20)(-100 - j20 + 50)} = \frac{2000e^{-j90}}{20e^{-j90}(53.852e^{-j158.199})}$$

$$A = 1.8569e^{158.199}$$

$$B = \lim_{s \rightarrow j10} \left[ \frac{200s}{(s+j10)(s-j10)(s^2+2s+50)} \right] (s-j10)$$

$$B = \frac{200(j10)}{(j10+j10)[(j10)^2+2(j10)+50]} = \frac{j2000}{(j20)(-100+j20+50)} = \frac{2000e^{j90}}{20e^{j90}(53.852e^{j158.199})}$$

$$\underline{B = 1.8569e^{-j158.199}}$$

$$C = \lim_{s \rightarrow (-1-j7)} \left[ \frac{200s}{(s^2+100)(s+1+j7)(s+1-j7)} \right] (s+1+j7)$$

$$C = \frac{200(-1-j7)}{[(-1-j7)^2+100](-1-j7+1-j7)} = \frac{-200-j1400}{(1+j14-49+100)(-j14)} = \frac{1414.214e^{-j98.13}}{53.852e^{j15.068}(14e^{-j90})}$$

$$\underline{C = 1.8758e^{-j23.198}}$$

$$D = \lim_{s \rightarrow (-1+j7)} \left[ \frac{200s}{(s^2+100)(s+1+j7)(s+1-j7)} \right] (s+1-j7)$$

$$D = \frac{200(-1+j7)}{[(-1+j7)^2+100](-1+j7+1+j7)} = \frac{-200+j1400}{(1-j14-49+100)(j14)} = \frac{1414.214e^{j98.13}}{53.852e^{-j15.068}(14e^{j90})}$$

$$\underline{D = 1.8758e^{j23.198}}$$

Sustituyendo éstos valores encontrados, se tiene:

$$v(s) = \frac{1.8569e^{-j158.199}}{(s+j10)} + \frac{1.8569e^{-j158.199}}{(s-j10)} + \frac{1.8758e^{-j23.198}}{s+(1+j7)} + \frac{1.8758e^{j23.198}}{s+(1-j7)}$$

Aplicando Transformada inversa de Laplace a la ecuación, se tiene:

$$v(t) = 1.8569e^{j158.199}e^{-j10t} + 1.8569e^{-j158.199}e^{j10t} + 1.8758e^{-j23.198}e^{-(1+j7)t} + 1.8758e^{j23.198}e^{-(1-j7)t}$$

$$v(t) = 1.8569[e^{-j(10t-158.199)} + e^{j(10t-158.199)}] + 1.8758e^{-t} [e^{-j(7t+23.198)} + e^{j(7t+23.198)}]$$

Haciendo uso de las identidades de Euler:

$$e^{j\alpha t} = \cos \alpha t + j \operatorname{sen} \alpha t$$

$$e^{-j\alpha t} = \cos \alpha t - j \operatorname{sen} \alpha t$$

$$e^{j\alpha t} + e^{-j\alpha t} = 2 \cos \alpha t$$

$$v(t) = 1.8569(2) \cos(10t - 158.199^\circ) + 1.8758(2)e^{-t} \cos(7t + 23.198^\circ) \text{ V.}$$

∴ La respuesta total del circuito es

$$v(t) = 3.7138 \cos(10t - 158.199^\circ) + 3.7516e^{-t} \cos(7t + 23.198^\circ) \text{ V.}$$

### Solución mediante el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0)$ ,  $Y'(0)$

- |              |                    |
|--------------|--------------------|
| [A] D &(t)   | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t)  | [D] D cos(Wt + 0°) |
| [E] D e^(at) | [F] D sen(Wt + 0°) |

(D) Y W SON CONSTANTES  
0° ES EL ANGULO EN GRADOS

- A ? : 0.01  
B ? : 0.02  
C ? : 0.5  
Y(0) ? : 0

$$\begin{aligned}
 Y'(0) &?: 0 \\
 G(T) &: \dots D \\
 D &?: 2 \\
 W &?: 10 \\
 0^\circ &?: 0
 \end{aligned}$$

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$\begin{aligned}
 Y(t) &= 3.7139 \cos(10.0000t - 158.1986^\circ)u(t) \\
 &+ 3.7516e^{-1.0000t} \cos(7.0000t + 23.1986^\circ)u(t)
 \end{aligned}$$

La respuesta total del circuito es:

$$v(t) = 3.7139 \cos(10t - 158.1986^\circ) + 3.7516e^{-t} \cos(7t + 23.1986^\circ) \text{ V.}$$

### Ejercicio 1.3.3

El circuito de la figura 1.12 representa un sistema en serie con excitación senoidal de voltaje.

Realice los cálculos necesarios para obtener la corriente del circuito en función del tiempo y posteriormente verifique si la solución que obtuvo es la misma a la que proporciona el "ECUDIF". Haga comentarios.

Se le propone al lector que identifique las respuestas transitoria y permanente del circuito.

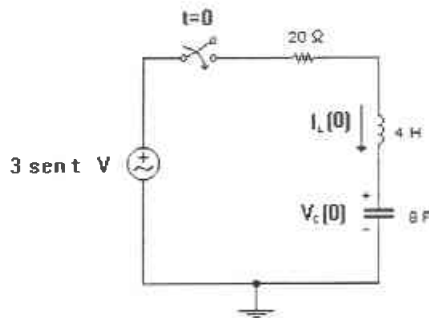


Figura 1.12

Condiciones iniciales:

$$V_C(0) = 10 \text{ V.}$$

$$I_L(0) = 2 \text{ A.}$$



Nota:

Circuito en  $t=0$ , (figura 1.13)

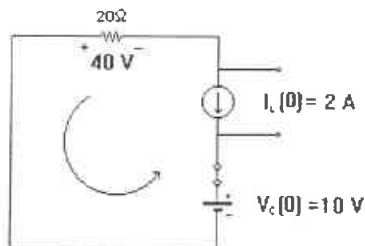


Figura 1.13

El voltaje en L es:  $-10v-40v=-50 v$

$$\frac{di}{dt} \Big|_{t=0} = I'(0) = \frac{V_L(0)}{L} \quad I'(0) = \frac{-50}{4} = -12.5$$

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de voltajes:

$$v_R + v_L + v_C = v_F$$

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(t) dt = v_F$$

Derivando:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \frac{dv_F}{dt}$$

Sustituyendo valores:

$$4 \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 20 \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{8} i(t) = 3 \cos t$$

Normalizando la ecuación:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 5 \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{32} i(t) = \frac{3}{4} \cos t$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$s^2 I(s) - sI(0) - I'(0) + 5[sI(s) - I(0)] + \frac{1}{32} I(s) = \frac{3}{4} \left( \frac{s}{s^2 + 1} \right)$$

$$s^2 I(s) - 2s + 12.5 + 5sI(s) - 10 + \frac{1}{32} I(s) = \frac{3}{4} \left( \frac{s}{s^2 + 1} \right)$$

$$I(s) \left[ s^2 + 5s + \frac{1}{32} \right] = \frac{\frac{3}{4}s}{(s^2 + 1)} + 2s - 2.5$$

$$I(s) = \frac{\frac{3}{4}s}{(s^2 + 1)(s^2 + 5s + \frac{1}{32})} + \frac{2s - 2.5}{(s^2 + 5s + \frac{1}{32})}$$

Cálculo de raíces de  $(s^2 + 1 = 0)$ :

$$s_1 = -j$$

$$s_2 = j$$

Cálculo de raíces de  $(s^2 + 5s + \frac{1}{32} = 0)$ :

$$s_1 = -0.0063$$

$$s_2 = -4.9937$$

$$I(s) = \frac{A}{(s + j)} + \frac{B}{(s - j)} + \frac{C}{(s + 0.0063)} + \frac{D}{(s + 4.9937)} + \frac{E}{(s + 0.0063)} + \frac{F}{(s + 4.9937)}$$

Valuando las constantes A, B, C, D, E y F, por límites:

$$A = \lim_{s \rightarrow -j} \left[ \frac{\frac{3}{4}s}{(s+j)(s-j)(s^2+5s+\frac{1}{32})} \right] (s+j)$$

$$A = \frac{\frac{3}{4}(-j)}{(-j-j) \left[ (-j)^2 - 5j + \frac{1}{32} \right]} = \frac{\frac{3}{4}e^{-j90}}{2e^{-j90} (5.0929e^{-j100.965})}$$

$$\underline{A = 0.0736e^{j100.965}}$$

$$B = \lim_{s \rightarrow j} \left[ \frac{\frac{3}{4}s}{(s+j)(s-j)(s^2+5s+\frac{1}{32})} \right] (s-j)$$

$$B = \frac{\frac{3}{4}(j)}{(j+j) \left[ (j)^2 + 5j + \frac{1}{32} \right]} = \frac{\frac{3}{4}e^{j90}}{2e^{j90} (5.0929e^{j100.965})}$$

$$\underline{B = 0.0736e^{-j100.965}}$$

$$C = \lim_{s \rightarrow -0.0063} \left[ \frac{\frac{3}{4}s}{(s^2+1)(s+0.0063)(s+4.9937)} \right] (s+0.0063)$$

$$C = \frac{\frac{3}{4}(-0.0063)}{[(-0.0063)^2+1](-0.0063+4.9937)} = \frac{-0.004725}{4.9876}$$

$$\underline{C = -0.0009473}$$

$$D = \lim_{s \rightarrow -4.9937} \left[ \frac{\frac{3}{4}s}{(s^2 + 1)(s + 0.0063)(s + 4.9937)} \right] (s + 4.9937)$$

$$D = \frac{\frac{3}{4}(-4.9937)}{[(-4.9937)^2 + 1](-4.9937 + 0.0063)} = \frac{-3.7453}{-129.3584}$$

$$\underline{D = 0.0289}$$

$$E = \lim_{s \rightarrow -0.0063} \left[ \frac{2s - 2.5}{(s + 0.0063)(s + 4.9937)} \right] (s + 0.0063)$$

$$E = \frac{2(-0.0063) - 2.5}{-0.0063 + 4.9937} = \frac{-2.5126}{4.9874}$$

$$\underline{E = -0.5038}$$

$$F = \lim_{s \rightarrow -4.9937} \left[ \frac{2s - 2.5}{(s + 0.0063)(s + 4.9937)} \right] (s + 4.9937)$$

$$F = \frac{2(-4.9937) - 2.5}{(-4.9937 + 0.0063)} = \frac{-12.4874}{-4.9874}$$

$$\underline{F = 2.5038}$$

Sustituyendo los valores encontrados:

$$I(s) = \frac{0.0736e^{j100.965}}{(s+j)} + \frac{0.0736e^{-j100.965}}{(s-j)} - \frac{0.0009473}{(s+0.0063)} + \frac{0.0289}{(s+4.9937)} - \frac{0.5038}{(s+0.0063)} + \frac{2.5038}{(s+4.9937)}$$

Aplicando Transformada inversa a esta ecuación, se tiene:

$$i(t) = 0.0736e^{j100.965t}e^{-t} + 0.0736e^{-j100.965t}e^{-t} - 0.0009473e^{-0.0063t} + 0.0289e^{-4.9937t} - 0.5038e^{-0.0063t} + 2.5038e^{-4.9937t}$$

$$i(t) = 0.0736[e^{j100.965t}e^{-t} + e^{-j100.965t}e^{-t}] - 0.5047e^{-0.0063t} + 2.5327e^{-4.9937t}$$

Empleando las identidades de Euler:

$$e^{j\alpha t} = \cos \alpha t + j \operatorname{sen} \alpha t$$

$$e^{-j\alpha t} = \cos \alpha t - j \operatorname{sen} \alpha t$$

$$e^{j\alpha t} + e^{-j\alpha t} = 2 \cos \alpha t$$

$$i(t) = 0.0736(2)\cos(t - 100.965^\circ) - 0.5047e^{-0.0063t} + 2.5327e^{-4.9937t} \text{ A.}$$

∴ La respuesta del circuito es:

$$i(t) = 0.1472\cos(t - 100.965^\circ) - 0.5047e^{-0.0063t} + 2.5327e^{-4.9937t} \text{ A.}$$

Solución con el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0)$ ,  $Y'(0)$

- |              |                    |
|--------------|--------------------|
| [A] D &(t)   | [B] D u(t)         |
| [C] D tu(t)  | [D] D cos(Wt + 0°) |
| [E] D e^(at) | [F] D sen(Wt + 0°) |

(D) Y W SON CONSTANTES

0° ES EL ANGULO EN GRADOS

A ? : 4  
B ? : 20  
C ? : 0.125  
Y(0) ? : 2  
Y'(0) ? : -12.5  
G(T).....D  
D ? : 3  
W ? : 1  
0° ? : 0

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 0.1473 \cos(1.0000t - 100.9652^\circ)u(t) - 0.5047e^{(-0.0063t)} + 2.5327e^{(-4.9937t)}$$

Por lo tanto, la respuesta es:

$$i(t) = 0.1473 \cos(t - 100.9652^\circ) - 0.5047e^{-0.0063t} + 2.5327e^{-4.9937t} \quad \text{A.}$$

La solución hallada por medio del método de la transformada coincide con la del programa ECU DIF.

#### Ejercicio 1.3.4

Para el circuito de segundo orden mostrado en la figura 1.14 obtenga su modelo matemático en función del voltaje y de manera independiente haga uso del programa "ECUDIF" para resolver la ecuación diferencial y obtener la tensión del circuito. Identifique la respuesta transitoria del circuito.

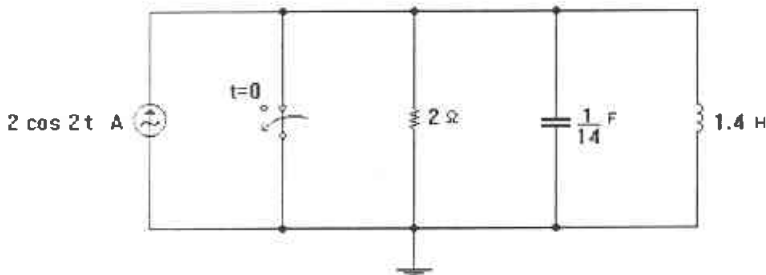


Figura 1.14

Condiciones iniciales = 0

SOLUCIÓN:

Haciendo la suma de corrientes:

$$i_R + i_C + i_L = i_F$$

$$\frac{v(t)}{R} + C \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(t) dt = i_F$$

Derivando la ecuación, se tiene:

$$C \frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L} v(t) = \frac{di_F(t)}{dt}$$

Sustituyendo valores:

$$\frac{1}{14} \frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{1.4} v(t) = -4 \text{sen } 2t$$

### Ejercicio 1.3.5

Se propone al lector que modele matemáticamente el circuito serie mostrado en la figura 1.15 en función de la corriente y posteriormente que utilice el programa "ECUDIF" para resolver la ecuación diferencial que obtenga. Determine si la posible respuesta que se muestra es la correcta y en caso de no serla haga la corrección.

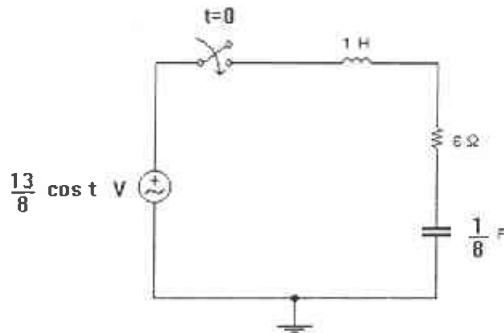


Figura 1.15

Condiciones iniciales = 0

Solución empleando el programa "ECUDIF"

FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL  
CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES

$$(A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t)$$

CONDICIONES INICIALES:  $Y(0)$ ,  $Y'(0)$

- |                  |                                  |
|------------------|----------------------------------|
| [A] $D \&(t)$    | [B] $D u(t)$                     |
| [C] $D tu(t)$    | [D] $D \cos(Wt + 0^\circ)$       |
| [E] $D e^{(at)}$ | [F] $D \text{sen}(Wt + 0^\circ)$ |

(D) Y W SON CONSTANTES  
 $0^\circ$  ES EL ANGULO EN GRADOS

LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES

$$Y(t) = 0.1763 \cos(1.0000t + 49.3987^\circ)u(t) - 0.1625e^{-2.0000t} + 0.0478e^{-4.0000t}$$

Por lo tanto, la posible respuesta es:

$$i(t) = 0.1763 \cos(t + 49.3987^\circ) - 0.1625e^{-2t} + 0.0478e^{-4t} \text{ A.}$$

Y su respuesta transitoria es:

$$i(t)_{\text{transitoria}} = 0.0478e^{-4t} - 0.1625e^{-2t} \text{ A.}$$



## 1.4 Ejercicios propuestos.

### Ejercicio 1.4.1

Obtenga el modelo matemático para el circuito de la figura 1.16 en función de la corriente y resuelva aplicando el método que prefiera.

Posteriormente utilice el programa "ECUDIF" y compare resultados.

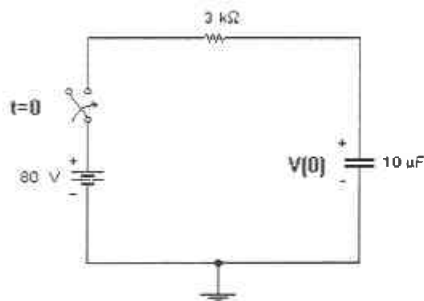


Figura 1.16

Condiciones iniciales:

$$V(0)=10 \text{ V}$$

### Ejercicio 1.4.2

En el circuito de la figura 1.17 queda representado un sistema de primer orden con excitación de escalón. Calcule la corriente del circuito en función del tiempo. Apóyese en el programa "ECUDIF" para encontrar la solución.

Identifique la respuesta transitoria.

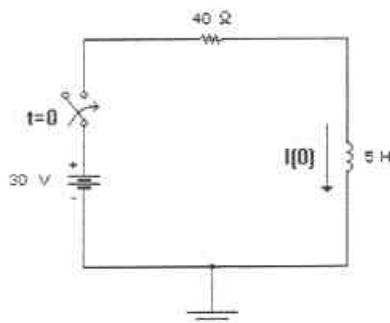


Figura 1.17

Condiciones iniciales:

$$I(0)=5 \text{ A}$$

#### Ejercicio 1.4.3

Un circuito de primer orden con excitación rampa se muestra en la figura 1.18. Realice los cálculos para obtener su modelo matemático en función de la corriente. Posteriormente con el programa "ECUDIF" obtenga la corriente del circuito. Identifique las respuestas del circuito.

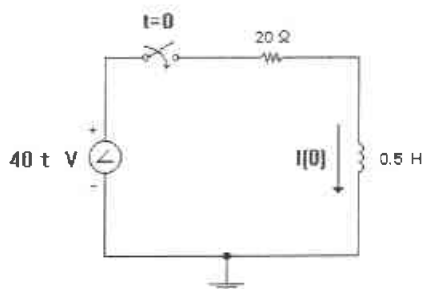


Figura 1.18

Condiciones iniciales:

$$I(0)=1 \text{ A}$$

#### Ejercicio 1.4.4

Calcule el voltaje del circuito paralelo de la figura 1.19 por el método que convenga. Identifique la respuesta transitoria del circuito.

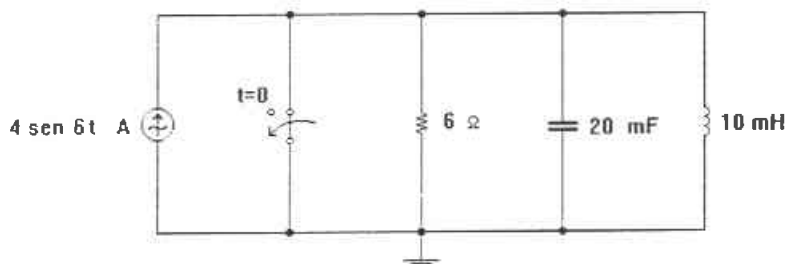


Figura 1.19

#### Ejercicio 1.4.5

El circuito serie de la figura 1.20 representa un sistema con excitación decreciente. Calcule la corriente del circuito en función del tiempo. Apóyese en el programa "ECUDIF" para encontrar la respuesta.

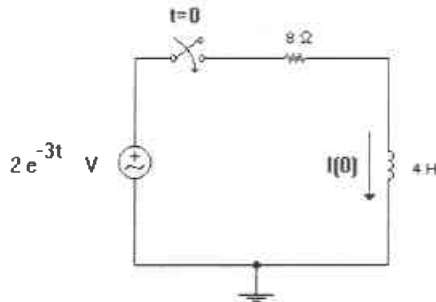


Figura 1.20

Condiciones iniciales:

$$I(0)=2\text{ A}$$

#### Ejercicio 1.4.6

En los osciloscopios virtuales de las figuras 1.22 y 1.23, aparece la forma de onda del voltaje en el capacitor del circuito de la figura 1.21. Compruebe éstos resultados analíticamente calculando  $v_c$  y haciendo su gráfica.

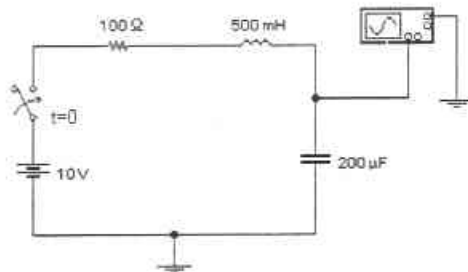


Figura 1.21

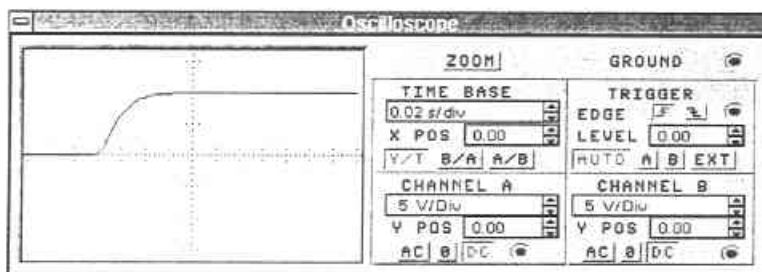


Figura 1.22

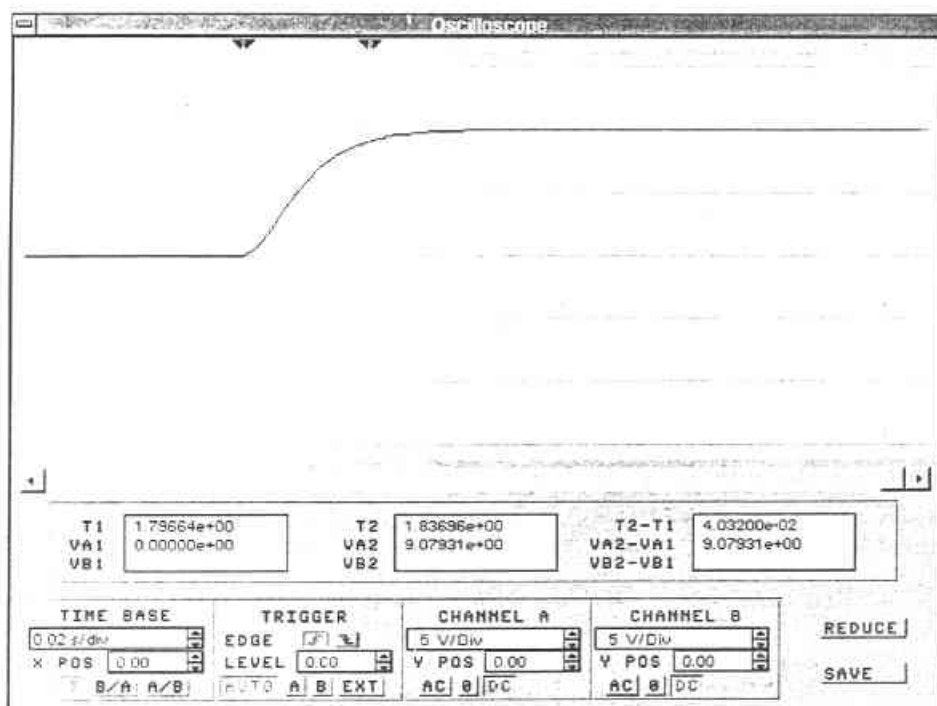


Figura 1.23

Ejercicio 1.4.7

La gráfica del voltaje en el capacitor del circuito de la figura 1.24 aparece en la pantalla del osciloscopio virtual de la figura 1.25. Compruebe esta gráfica resolviendo el modelo matemático del circuito tomando como variable  $v_c$  y graficando.

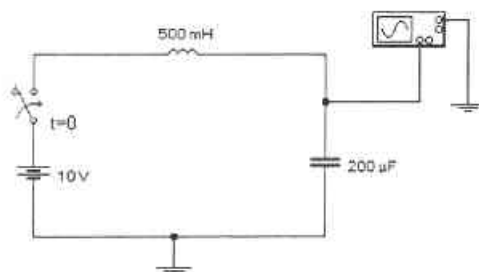


Figura 1.24

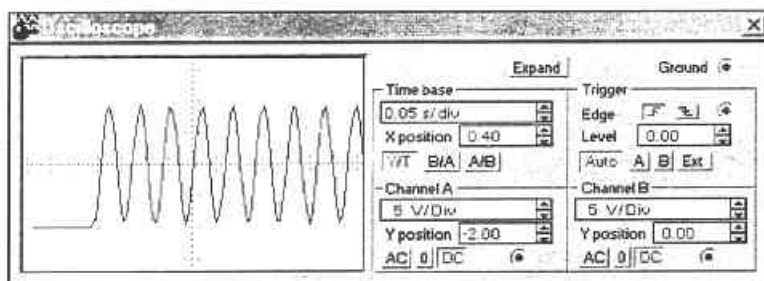


Figura 1.25

Ejercicio 1.4.8

Para el circuito de la figura 1.26 obtenga la forma de onda de  $v_c$  interactuando con el osciloscopio virtual. Compruebe que la gráfica corresponda con:

$$v_c = 10 - 10.88e^{-28.445t} + 0.88e^{-351.555t} \text{ Volts.}$$

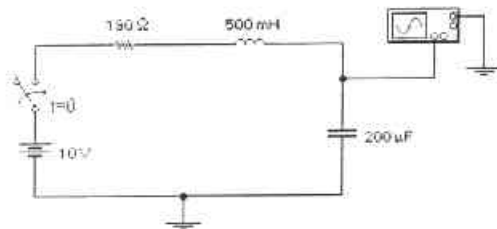


Figura 1.26

## CAPITULO 2

### TEOREMAS DE CIRCUITOS.

#### 2.1 Introducción.

Los teoremas de circuitos eléctricos son de gran importancia, ya que al aplicarlos se reduce considerablemente el trabajo de análisis. Los teoremas sobre circuitos eléctricos se aplican en diversas áreas de la Electrónica y de los Sistemas Eléctricos de Potencia.

#### 2.2 Reglas básicas y linealidad.

##### 2.2.1. Regla del divisor de tensión.

Un conjunto de resistencias en serie como las de la figura 2.1, se denomina *divisor de tensión*. El concepto, que aquí se refiere a resistencias puras, puede extenderse a impedancias.

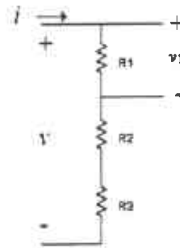


Figura 2.1

La regla del divisor de tensión establece que la tensión en cualquiera de las resistencias o impedancias puede calcularse en función de la tensión de entrada y de las resistencias o impedancias del circuito, como se muestra en el razonamiento siguiente:

Entonces:

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2 + R_3} \quad \dots (2.1)$$

Pero:

$$v_1 = iR_1 \quad \dots (2.2)$$

Sustituir (2.1) en (2.2):

$$v_1 = \frac{vR_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Para n resistencias se tiene:

$$v_k = \frac{vR_k}{\sum_{l=1}^n R_l}$$

Divisor de corriente.

Una forma de organizar las resistencias es como se indica en la figura 2.2 que constituye un divisor de corriente. La relación entre la corriente  $i_1$  por una rama y la corriente  $i$  muestra el funcionamiento del divisor de corriente.

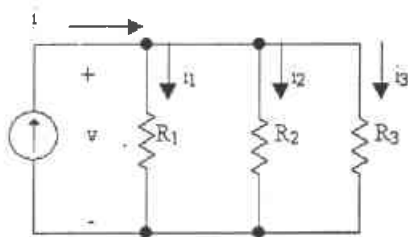


Figura 2.2

La regla del divisor de corriente establece que la corriente de la fuente  $i$  se divide entre las ramas existentes y se expresa con relación a cada una de las resistencias del circuito, como se muestra en el razonamiento siguiente:

Como se muestra en la figura, la LCK da:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n$$

Como  $G = \frac{1}{R}$  es la conductancia dada en Siemens.



Entonces:

$$\frac{1}{R_{eq}} = G_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Se tiene:

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + G_3$$

Y

$$i = vG_{eq}$$

Para  $R_1$ :

$$i_1 = vG_1$$

También:

$$i = v(G_1 + G_2 + G_3) \quad \text{o} \quad v = \frac{i}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Por lo tanto:

$$i_1 = \frac{iG_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Para  $n$  resistencias en paralelo se tiene:

$$i_k = \frac{iG_k}{\sum_{j=1}^n G_j}$$

### 2.3 Teorema de superposición.

Este teorema establece que: "En un circuito con varias excitaciones, el estado global del circuito es la suma de los estados parciales que se obtienen considerando por separado cada una de las excitaciones".

Los pasos que deben seguirse para aplicar a un circuito este teorema son:

1. Eliminar todas las fuentes independientes menos una y hallar la respuesta debida solamente a dicha fuente.
2. Repetir el primer paso para cada una de las fuentes independientes que exista en el circuito.
3. Sumar las repuestas parciales obtenidas para cada fuente. Las fuentes independientes de tensión se anulan cortocircuitándolas (así se impone la condición de tensión generada nula), mientras que las de corriente se anulan abriendo el circuito (corriente nula).

### Ejemplo 2.1

Hallar mediante el principio de superposición la corriente que circula en el circuito alimentado por las fuentes  $E_1$  y  $E_2$ , de la figura 2.3.

SOLUCIÓN:

El circuito original puede descomponerse en los subcircuitos 1 y 2 como se muestran en las figuras 2.4 y 2.5.

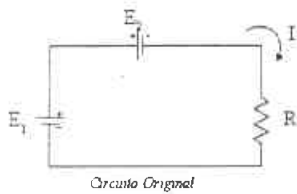


Figura 2.3

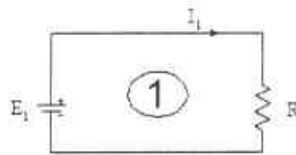


Figura 2.4

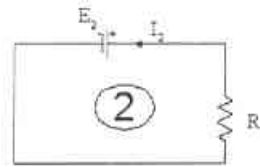


Figura 2.5

En el subcircuito 1: 
$$I_1 = \frac{E_1}{R}$$

En el subcircuito 2: 
$$I_2 = -\frac{E_2}{R}$$

La suma de corrientes de ambos subcircuitos: 
$$I = I_1 + I_2 = \frac{E_1 - E_2}{R}$$

El resultado coincide obviamente con el que se obtendría aplicando la ley de las mallas en el circuito original:

$$E_1 - E_2 - IR = 0 \Rightarrow I = \frac{E_1 - E_2}{R}$$

### Ejemplo 2.2:

Calcular la intensidad de corriente que circula por la resistencia de  $25\Omega$  ( $I_{25}$ ) de la figura 2.6, aplicando el principio de superposición. Comprobar con programa Electronics Workbench.

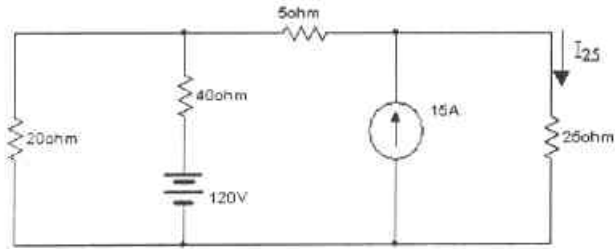


Figura 2.6

SOLUCIÓN:

1. Anulando la fuente de corriente de 15 A (sustituyendo por un circuito abierto) se calcula la corriente en la resistencia de 25 Ω debido a la fuente de 120V se muestra en la figura 2.7.

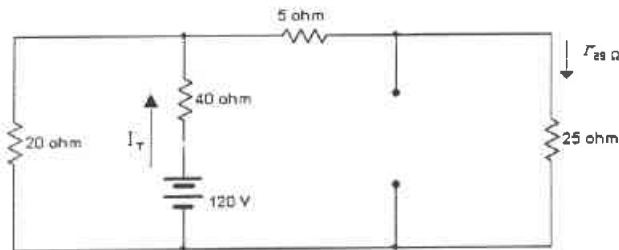


Figura 2.7

$$R_{e_{\theta}} = 40 + \frac{(20)(5+25)}{50} = 52\Omega$$

$$I_T = \frac{120}{52} = 2.3A$$

Aplicando la regla del divisor de corriente, para la corriente en la resistencia de 25Ω, tenemos:

$$I'_{25\Omega} = \left(\frac{20}{50}\right)(2.3) = 0.93A$$

Anulando la fuente de tensión (120V se sustituye por un corto circuito), como se muestra en la figura 2.8.

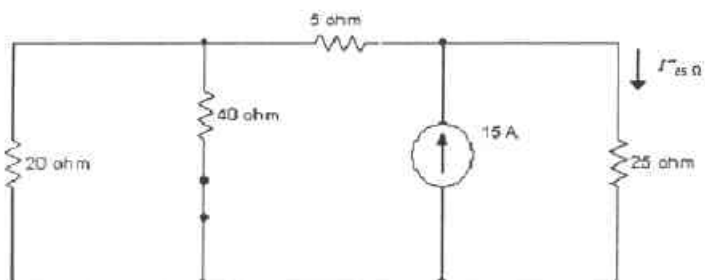


Figura 2.8

La resistencia equivalente de la parte izquierda de la fuente es:

$$R_{eq} = 5 + \frac{(20)(40)}{60} = 18.333\Omega$$

Aplicando la regla del divisor de corriente:

$$I'_{25\Omega} = \left( \frac{18.33}{18.33 + 25} \right) (15) = 6.346A$$

La corriente total que circula a través de la resistencia de 25Ω es:

$$I_{25\Omega} = I'_{25\Omega} + I''_{25\Omega} = 0.92 + 6.346 = \underline{7.269A}$$

La comprobación de este mismo ejemplo con el programa Electronics Workbench, se muestra en la figura 2.9.

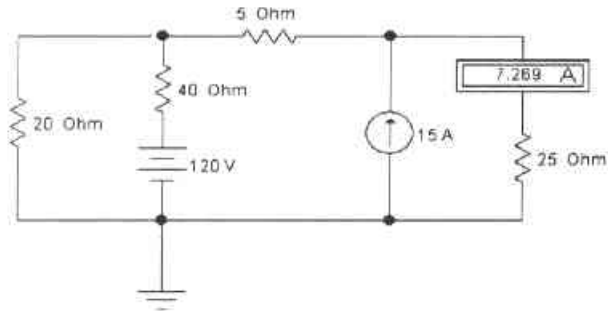


Figura 2.9

Donde se comprueba el teorema de superposición con la lectura que se muestra en el amperímetro del programa.

## 2.4 Linealidad en los circuitos.

Como consecuencia del estudio del teorema de superposición, se define la linealidad en los circuitos eléctricos, esta es una propiedad que aparece como resultado de cumplimiento de dos características: la homogeneidad y el cumplimiento del teorema de superposición.

La propiedad de homogeneidad requiere que si la entrada (también llamada excitación) se multiplica por una constante, entonces la salida (también llamado respuesta) se multiplica por la misma constante, para una resistencia, por ejemplo, la ley de Ohm relaciona la entrada  $i$  a la salida  $v$ :

$$V = iR$$

Si la corriente se incrementa por una constante  $k$ , entonces la tensión aumenta de manera proporcional a  $k$ , es decir:

$$kiR = kv$$

## 2.5 Teorema de sustitución.

Según el teorema de sustitución: "cualquier conjunto de componentes pasivos puede sustituirse por un generador de tensión o de corriente de valor igual a la tensión o corriente que aparezca entre los terminales del conjunto", sin que por ello se modifiquen las magnitudes en el resto del circuito.

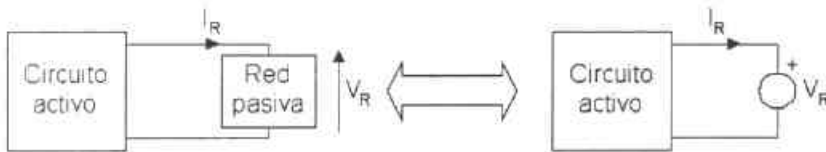


Figura 2.10

En otras palabras, el teorema de sustitución dice que si en un circuito semejante al indicado en la figura 2.10 se sustituye la red pasiva por un generador que imponga la misma tensión  $V_R$ , la intensidad  $I_R$  será la misma en ambos casos.

Este teorema es de gran utilidad cuando se analizan circuitos complejos formados por diversas redes pasivas diferenciadas, puesto que permite simplificar el esquema inicial.

### Ejemplo 2.3

Aplicar el teorema de sustitución calculando la tensión en  $R_L$  del circuito mostrado en la figura 2.11, comprobar con el programa Electronics Workbench.

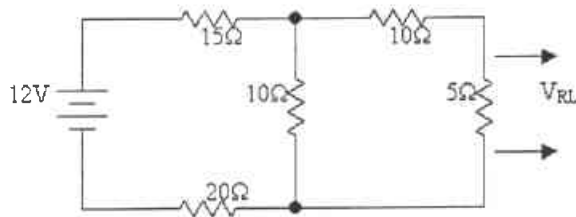


Figura 2.11

SOLUCIÓN:

Obtener la resistencia equivalente del circuito:

$$R_{eq} = \frac{15 \times 10}{25} + 35 = 41 \Omega$$

El circuito resultante se muestra en la figura 2.12.

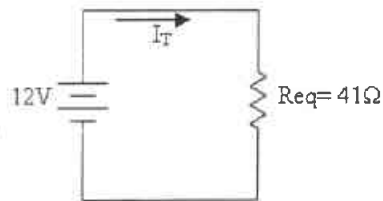


Figura 2.12

Calculando  $I_T$ , tenemos:

$$I_T = \frac{12}{41} = 0.29268 \text{ A}$$

Aplicando el teorema de sustitución que establece que una corriente como esta puede sustituirse por una fuente de corriente ideal, como se muestra en la figura 2.13.

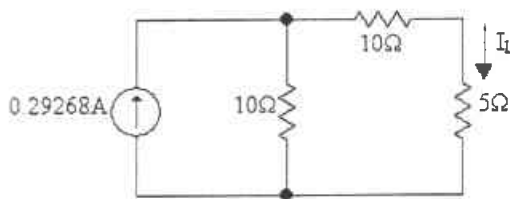


Figura 2.13

Aplicando divisor de corriente:

$$I_L = \frac{0.29268 \times 10}{25} = 0.1171 \text{ A}$$

Por lo tanto:

$$V_{RL} = I_L * 5 = 0.1171 * 5 = 0.5853V$$

Comprobando con el Electronics Workbench, obtenemos la caída de potencial  $V_{RL}$  del circuito original, como se muestra en la figura 2.14.

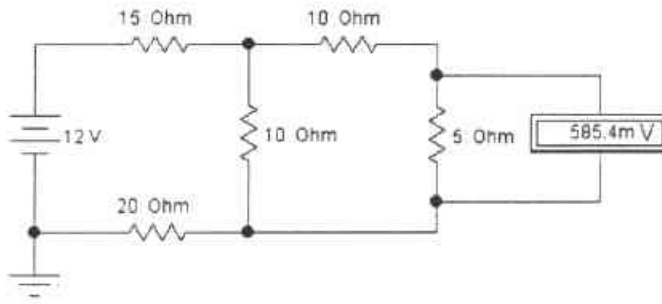


Figura 2.14

Ahora obtenemos la caída de potencial en el circuito donde se aplicó el teorema de sustitución, se muestra en la figura 2.15.

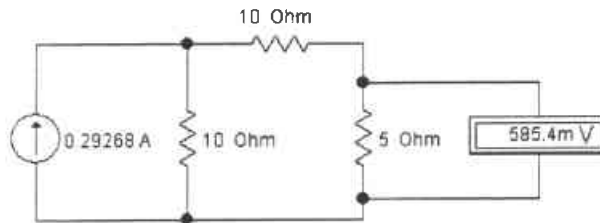


Figura 2.15

## 2.6 Teorema de Millmann.

Este teorema se aplica a redes que poseen sólo dos nodos. Proporciona la diferencia de potencial entre ambos en función de los parámetros del circuito. Sea una red con sólo dos nodos principales en la que hay  $n$  ramas con componentes pasivos y fuentes de tensión,



$m$  ramas sólo con componentes pasivos y  $p$  ramas con fuentes de corriente, tal y como puede verse en la figura 2.16.

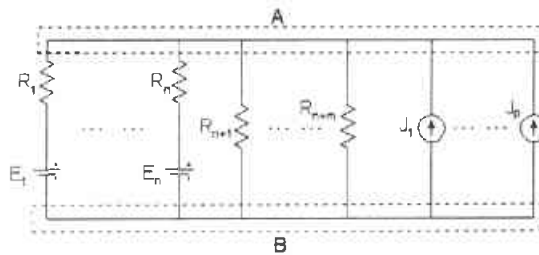


Figura 2.16

El teorema de Millmann establece que la tensión entre los puntos A y B viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k} + \sum_{k=1}^p J_k}{\sum_{k=1}^{n+m} \frac{1}{R_k}}$$

Una de las aplicaciones típicas de este teorema es el análisis de circuitos con varias fuentes reales en paralelo alimentando a una carga.

Ejemplo 2.4

Comprobar el teorema de Millmann aplicado en el circuito de la figura 2.17. Comprobar con el programa Electronics Workbench.

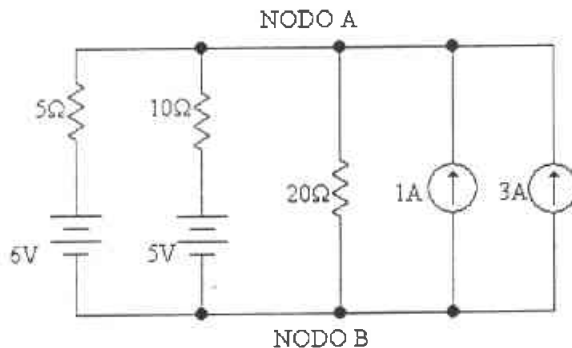


Figura 2.17

Aplicando la expresión del teorema de Millmann tenemos:

$$V_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{E_k}{R_k} + \sum_{k=1}^m J_k}{\sum_{k=1}^{n+m} \frac{1}{R_k}}$$

Sustituyendo valores:

$$V_{AB} = \frac{\frac{6V}{5\Omega} + \frac{5V}{10\Omega} + 1A + 3A}{\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega}} = \frac{5.7}{0.35} = 16.2857V$$

En la figura 2.18 se muestra la comprobación del circuito en el programa Electronics Workbench.

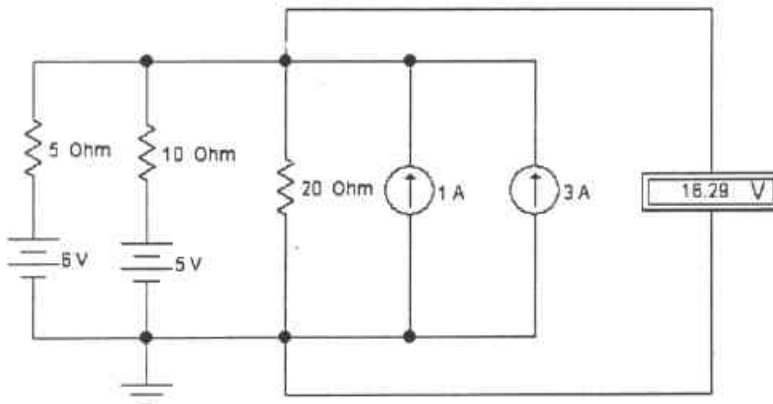


Figura 2.18

## 2.7 Teorema de Thévenin. Recta de carga.

El teorema de Thévenin es una herramienta muy útil para el estudio de circuitos complejos. Se basa en que todo circuito que contenga únicamente componentes y fuentes lineales puede reducirse a otro más sencillo compuesto por una fuente ideal en serie con

una resistencia, denominado circuito equivalente Thévenin, de la forma que se muestra. (figura 2.19).

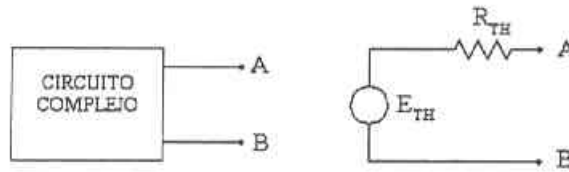


Figura 2.19

Donde:

- $E_{TH}$  = Tensión de Thévenin
- $R_{TH}$  = Resistencia de Thévenin

Para calcularlo se procede de la siguiente forma:

- Se calcula la tensión que aparece entre A y B cuando no hay nada conectado entre ambos terminales (tensión de circuito abierto), ver figura 2.20.
- Se calcula la intensidad de corriente que circula entre A y B si se cortocircuitan ambos puntos (intensidad de cortocircuito), ver figura 2.21.

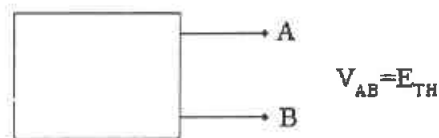


Figura 2.20

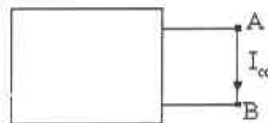


Figura 2.21

Una vez obtenidos estos resultados, la resistencia de Thévenin ( $R_{TH}$ ) puede calcularse como sigue:

$$R_{TH} = \frac{E_{TH}}{I_{CC}}$$

En definitiva, lo que el teorema de Thévenin viene a indicar es que la relación entre la tensión y la intensidad entre dos puntos de un circuito que sólo esté compuesto por componentes lineales admite una representación gráfica. En efecto, si conectamos un componente cualquiera entre A y B puede calcularse fácilmente la relación  $V_{AB} - I$ :

$$E_{TH} = (R_{TH})(I) + V_{AB}$$

La expresión anterior se corresponde con la ecuación de una recta en el plano  $V_{AB} - I$ , de ordenada en el origen  $E_{TH}/R_{TH}$ . La representación gráfica de esta ecuación en el plano  $V_{AB}, I$  es la mostrada en la figura 2.22.

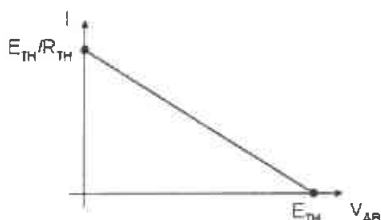


Figura 2.22

Como puede observarse, esta recta se refiere a la recta de carga.

### Ejemplo 2.5

Usando el Teorema de Thévenin, calcule la corriente  $I_L$  que pasa por la resistencia  $R_L = 10\Omega$ , del circuito que se muestra en la figura 2.23.

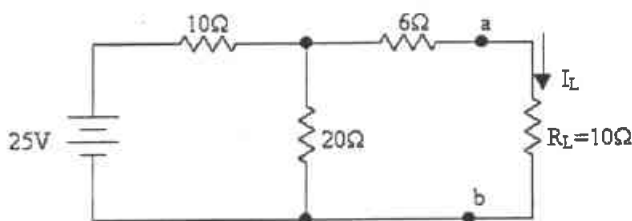


Figura 2.23

SOLUCIÓN:

Para calcular  $R_{TH}$  se anula la fuente de voltaje por cortocircuito y se obtiene la resistencia equivalente a la izquierda de los puntos a y b, como se muestra en la figura 2.24:

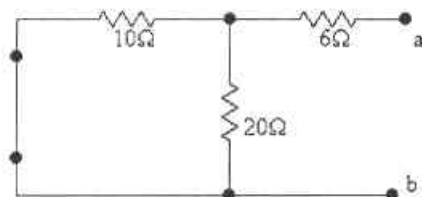


Figura 2.24

Calculando  $R_{TH}$  se tiene:

$$R_{TH} = 10 + 20 \parallel 6 = 10 + \frac{10 \cdot 20}{30} + 6 = 12.6666\Omega$$

Para calcular el voltaje de Thévenin  $V_{TH}$  se coloca la fuente de voltaje como se muestra en la figura 2.25:

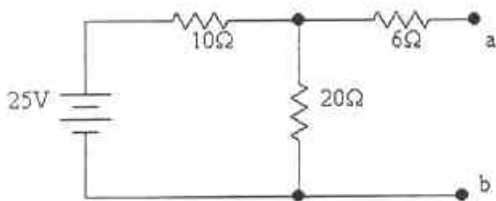


Figura 2.25

Por divisor de voltaje se tiene:

$$V_{TH} = \frac{25 \cdot 20}{30} = 16.6667V$$

El circuito de Thévenin conectado a  $R_L$ , queda como en la figura 2.26:

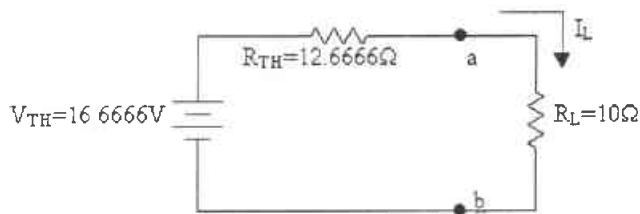


Figura 2.26

Para calcular  $I_L$  se tiene aplicando la ley de Ohm:

$$I_L = \frac{16.6666}{10 + 12.666} = 0.7353A$$

Comprobando el  $V_{TH}$  en el Electronics Workbench se simula el circuito original, como se observa en la figura 2.27:

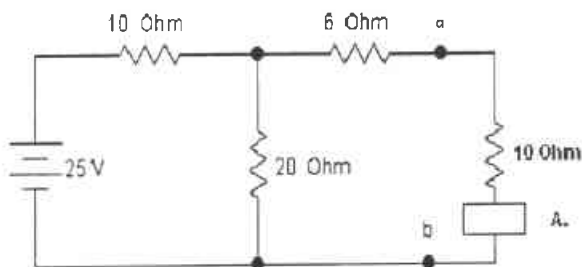


Figura 2.27

Simulando el circuito de Thévenin se obtiene a  $I_L$ , como se muestra en la figura 2.28:

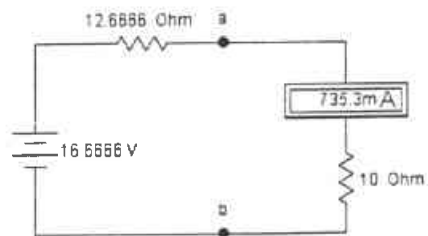


Figura 2.28

Ejemplo 2.6

Determinar el circuito equivalente de Thévenin en las terminales a y b para el circuito mostrado en la figura 2.29, y calcular la corriente que pasa a través de la resistencia  $R_L=8\Omega$ . Comprobar el resultado con el programa Electronics Workbench.

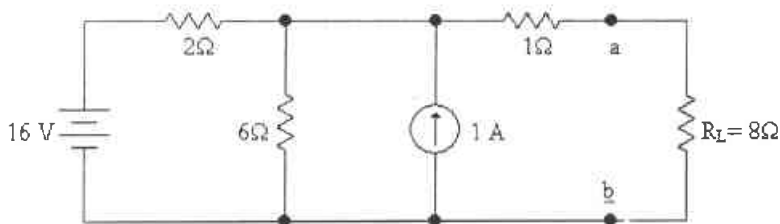


Figura 2.29

SOLUCIÓN:

Para calcular a  $R_{TH}$  se anulan ambas fuentes, la fuente de voltaje se sustituye por un cortocircuito y la fuente de corriente se sustituye por un circuito abierto, como se observa en la figura 2.30, con ello se calcula la resistencia equivalente de Thévenin.

$$R_{TH} = 2 + 1 = \frac{6 \cdot 2}{8} + 1 = 1.125\Omega$$

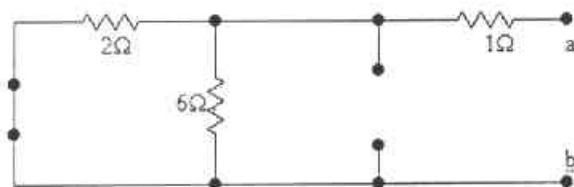


Figura 2.30

Para calcular  $V_{TH}$  se aplica un análisis de mallas a los dos lazos, considerando el circuito de la figura 2.31.

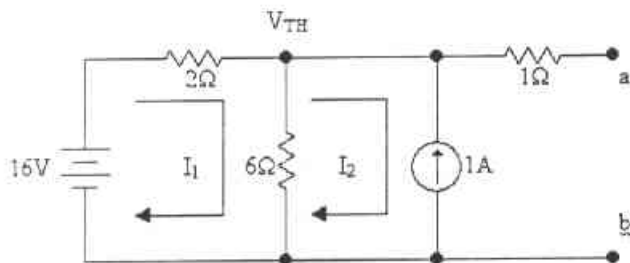


Figura 2.31

Para la Malla I se tiene:

$$-16 + 2I_1 + 6(I_1 - I_2) = 0$$

Para la Malla II se tiene:

$$I_2 = -1A$$

Sustituyendo  $I_2$  se tiene:

$$16V = 2I_1 + 6I_1 - 6I_2 \quad \text{y} \quad 16V = 8I_1 + 6$$

Por lo tanto:

$$I_1 = \frac{16-6}{8} = 1.25A$$

Resolviendo para  $I_1$ , obtenemos  $I_1=1.25$  A. Así:

$$V_{TH} = 6(I_1 - I_2) = 6(1.25 - (-1)) = 13.5V$$

El circuito equivalente de Thévenin se muestra en la figura 2.32. La corriente a través de  $R_L$  es:

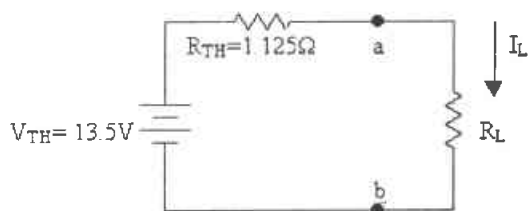


Figura 2.32

Cuando  $R_L = 8\Omega$  se tiene:

$$I_L = \frac{13.5}{8 + 1.125} = 1.4794A$$

Para finalizar se comprobara con el Programa Electronics Workbench.



En el circuito original obtenemos el voltaje de Thévenin, como se muestra en la figura 2.33:

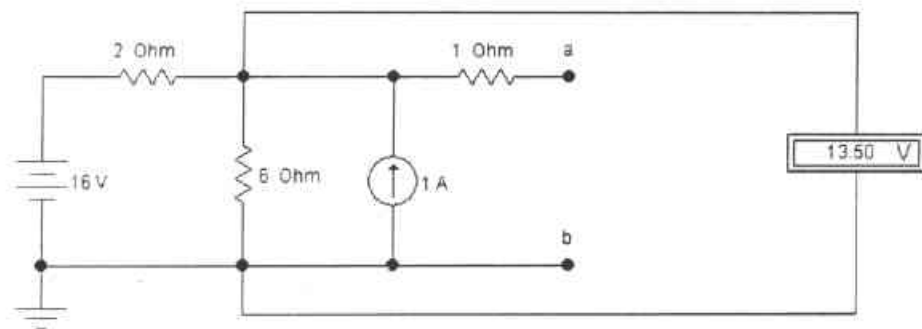


Figura 2.33

Ahora en el circuito de Thévenin obtenemos la corriente a través de  $R_L$ , figura 2.34.

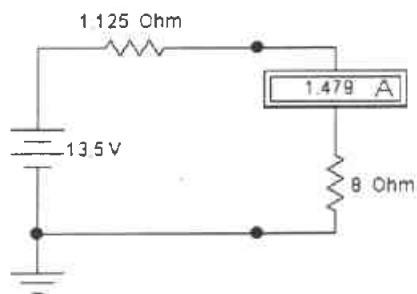


Figura 2.34

## 2.8 Teorema de Norton.

Es un teorema similar al de Thévenin, que se emplea cuando se tienen fuentes de corriente en el circuito. El circuito equivalente de Norton está formado por una fuente de corriente con una resistencia en paralelo (figura 2.35).

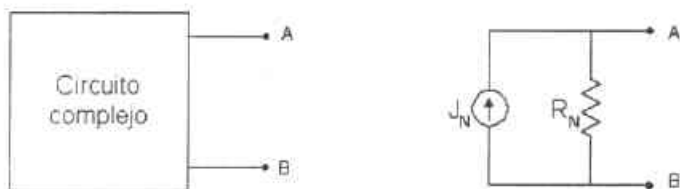


Figura 2.35

La relación con el circuito equivalente de Thévenin viene dada por las siguientes expresiones:

$$R_N = R_{TH} \quad \text{y} \quad J_N = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$$

La fuente equivalente de Norton debe proporcionar una corriente igual a la de cortocircuito entre los terminales A y B del circuito original. Además, la resistencia equivalente de Norton es el cociente entre la tensión de circuito abierto y la corriente de cortocircuito.

Para obtener el equivalente de Norton se procede como sigue:

- a) Se conecta un corto circuito entre las terminales *a* y *b*. Calcular la corriente de corto circuito  $i_{cc}$ , esta es la corriente que se dirige de la terminal *a* hacia la terminal *b* del corto circuito que se formó.
- b) Una vez obtenida la corriente de corto circuito, el siguiente paso es obtener la resistencia equivalente de Norton. Del circuito original se desactivan las fuentes independientes de voltaje, es decir, se coloca un circuito abierto en el lugar donde aparecía la fuente de voltaje. Calcular  $R_N$  mediante la reducción de resistencias en el circuito.

#### Ejemplo 2.7

Determine el circuito equivalente de Norton de la figura 2.36, comprobar con el programa Electronics Workbench calculando  $V_L$  e  $I_L$  cuando en las terminales *a* y *b* exista una resistencia  $R_L = 7\Omega$ .

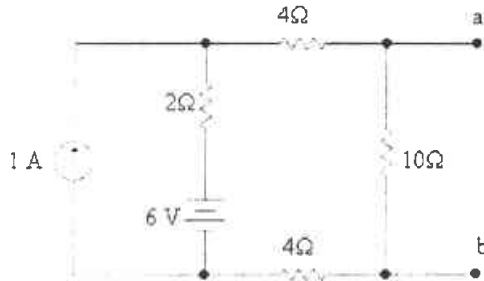


Figura 2.36

SOLUCIÓN:

Para calcular a  $R_N$  se anulan ambas fuentes, la fuente de voltaje se sustituye por un cortocircuito y la fuente de corriente se sustituye por un circuito abierto, como se observa en la figura 2.37, con ello se calcula la resistencia equivalente de Norton.

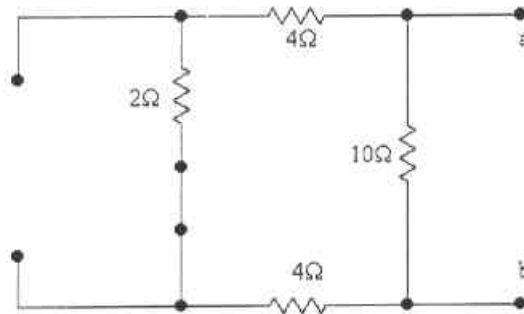


Figura 2.37

$$R_N = 10 \parallel 4 + 4 = \frac{10 \cdot 4}{10 + 4} + 4 = 5 \Omega$$

Para obtener  $I_N$ , se cortocircuitan las terminales a y b, como se muestra en la figura 2.38. No se toma en cuenta la resistencia de  $10 \Omega$  debido al cortocircuito.

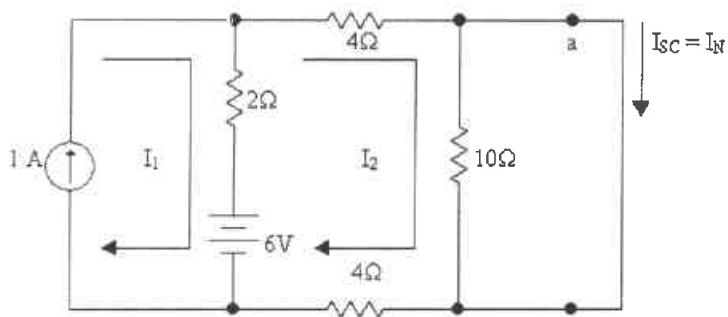


Figura 2.38

Aplicando el Teorema de Millmann el circuito que resulta es el que se muestra en la figura 2.39:

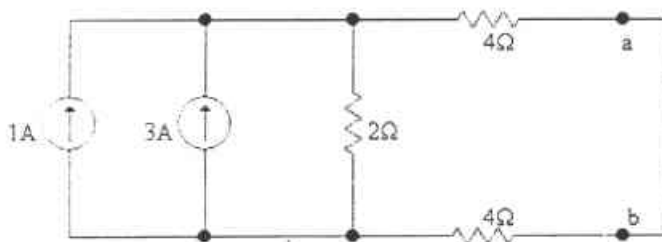


Figura 2.39

Sumando las fuentes de corriente y reduciendo las resistencias de  $4\Omega$  se tiene el circuito de la figura 2.40:

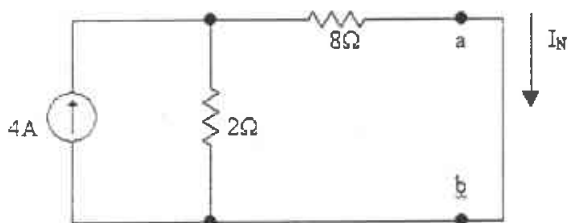


Figura 2.40

Por divisor de corriente se calcula  $I_N$ :

$$I_N = \frac{4 * 2}{10} = 0.8A$$

Por lo tanto el circuito equivalente de Norton resulta como en la figura 2.41:

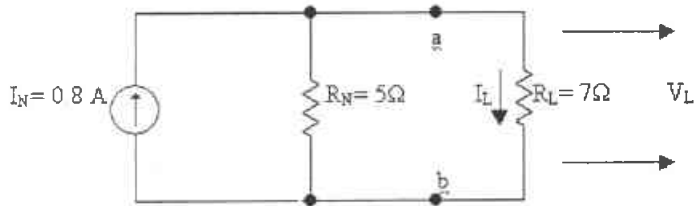


Figura 2.41

Para calcular  $I_L$  se aplica divisor de corriente se tiene:

$$I_L = \frac{0.8 * 5}{12} = 0.3333A$$

Y para  $V_L$  se tiene:

$$V_L = I_L * R_L = 0.3333A * 7\Omega = 2.3333V$$

Para comprobar  $I_N$  se simula en Electronics Workbench el circuito original se tiene la figura 2.42:

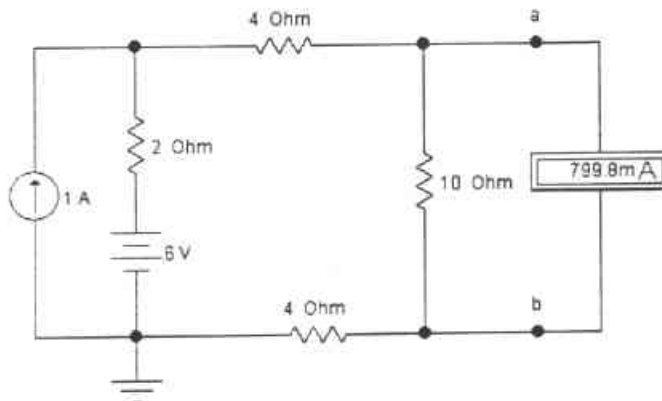


Figura 2.42

En el circuito de Norton se comprueba el valor de  $I_L$  y  $V_L$ , se muestra el circuito de la figura 2.43:

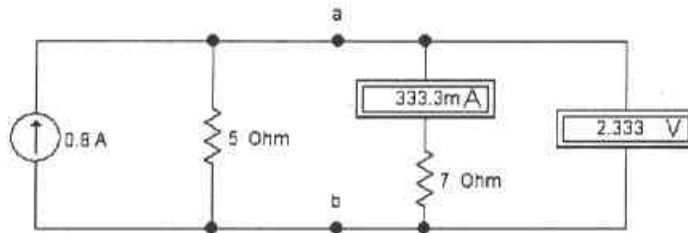


Figura 2.43

**Ejemplo 2.8**

Para el circuito de la figura 2.44, obtener  $R_N$  e  $I_N$ , aplicando el Teorema de Norton, comprobar con el programa Electronics Workbench obteniendo  $I_L$  y  $V_L$  cuando  $R_L = 4\Omega$ .

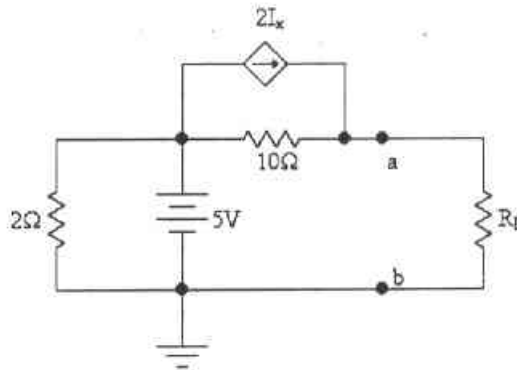


Figura 2.44

**SOLUCIÓN:**

Para encontrar  $R_N$ , se anula la fuente de voltaje por medio de un cortocircuito. Aplicando el método de Fuente de Prueba conectamos en las terminales a y b una fuente de voltaje de 1V, como se observa en la figura 2.45.

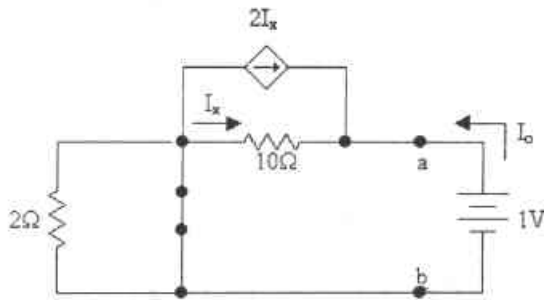


Figura 2.45

No se toma en cuenta la resistencia de  $2\Omega$  por el corto circuito, por tanto la fuente de voltaje, la fuente de corriente y la resistencia están en paralelo. Se tiene entonces:

$$-I_x = \frac{V_x}{10} = \frac{1}{10} = 0.1A \quad \text{ó} \quad I_x = -0.1A$$

En el nodo a se tiene:

$$I_o = -I_x - 2I_x = -3I_x = (-3)(-0.1) = 0.3A$$

Por lo tanto:

$$R_y = \frac{V_o}{I_o} = \frac{1}{0.3} = 3.3333\Omega$$

Con el circuito operando normalmente, para  $I_N$ , se cortocircuitan las terminales a y b, como se muestra en la figura 2.46:

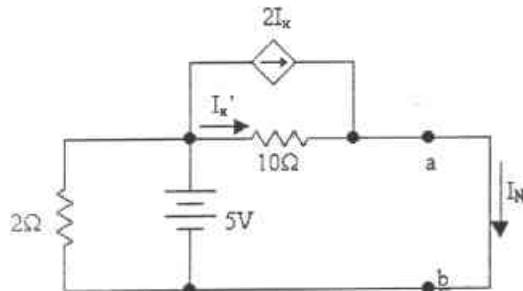


Figura 2.46

En la figura se nota que la fuente de corriente, la fuente de voltaje y ambas resistencias se encuentran en paralelo. Por tanto:

$$I_x = \frac{5 - 0V}{10\Omega} = 0.5A$$

En el nodo a por ley de Kirchhoff de Corrientes se tiene:

$$I_N = I_x + 2I_x = 3I_x = 3(0.5) = 1.5A$$

Para obtener  $I_L$  y  $V_L$  se coloca en el circuito equivalente de Norton la resistencia  $R_L = 4\Omega$ . Como se muestra en la figura 2.47:

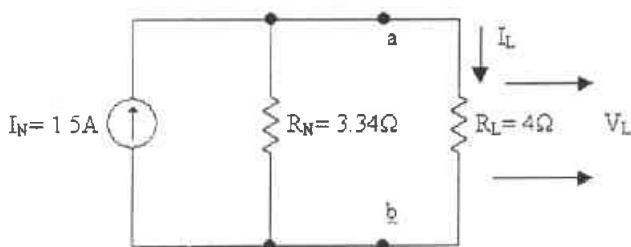


Figura 2.47

Por divisor de corriente para  $I_L$ , se tiene:

$$I_L = \frac{1.5 * 3.34}{7.34} = 0.6826A$$

Para  $V_L$  por lo tanto:

$$V_L = I_L R_L = (0.6826)(4) = 2.73V$$

Comprobando  $I_N$  en el programa Electronics Workbench se simula el circuito original, como se muestra en la figura 2.48:



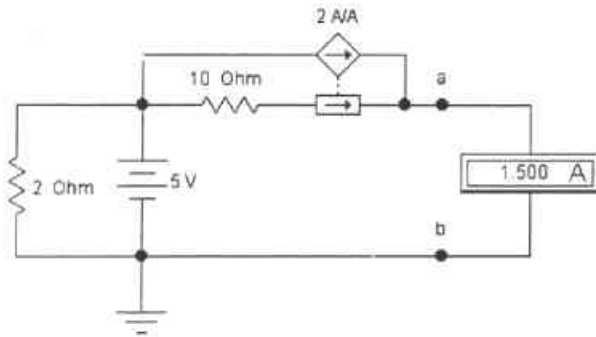


Figura 2.48

Para finalizar obtenemos los valores de  $I_L$  y  $V_L$  simulando el circuito equivalente de Norton, como se muestra en la figura 2.49:

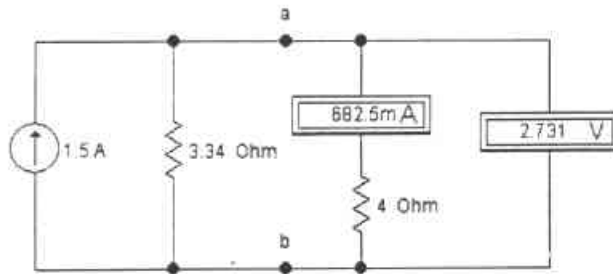


Figura 2.49

## 2.9 Teorema de máxima transferencia de potencia.

Muchas aplicaciones de circuitos requieren que la máxima potencia disponible de una fuente se transfiera a una resistencia de carga  $R_L$  (figura 2.50).

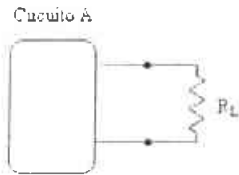


Figura 2.50

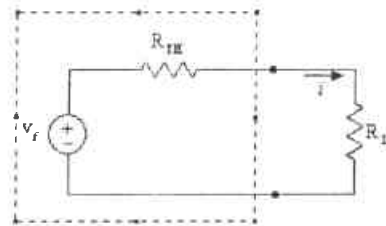


Figura 2.51

El teorema de la máxima transferencia de potencia establece que la potencia máxima entregada por una fuente representada por su circuito equivalente de Thévenin se alcanza cuando la carga  $R_L$  es igual a la resistencia de Thévenin  $R_{TH}$ .

Tomemos como ejemplo el circuito de la figura 2.51. Una vez que se ha calculado el equivalente de Thévenin del circuito seleccionado con puntos, se desea encontrar un valor tal de la carga  $R_L$  que aproveche la máxima potencia que le está entregando el circuito. Primero hace falta calcular la potencia a partir de

$$P = i^2 R_L$$

Puesto que la corriente  $i$  es:

$$i = \frac{v_f}{R_L + R_{TH}}$$

Sustituyendo:

$$P = \left( \frac{v_f}{R_L + R_{TH}} \right)^2 R_L$$

Suponiendo que  $v_f$  y  $R_{TH}$  son constantes para una fuente dada, la potencia máxima será función de  $R_L$ . Para calcular el valor de  $R_L$  que maximice la potencia se usa el cálculo diferencial para determinar el valor de  $R_L$  para el que la derivada  $\frac{dP}{dR_L} = 0$ . Al derivar se obtiene:

$$\frac{dP}{dR_L} = v_f^2 \frac{(R_{TH} + R_L)^2 - 2(R_{TH} + R_L)R_L}{(R_L + R_{TH})^4}$$

La derivada se hace cero cuando:

$$(R_{TH} + R_L)^2 - 2(R_{TH} + R_L)R_L = 0$$

Entonces, cuando  $R_L = R_{TH}$ , la máxima potencia se obtiene sustituyendo en la ecuación de potencia:

$$P_{max} = \frac{v_i^2 R_L}{(2R_L)^2} = \frac{v_i^2}{4R_L}$$

Ejemplo 2.9.

Determinar el valor de  $R_L$  para la transferencia máxima de potencia del circuito mostrado en la figura 2.52 y calcular la máxima transferencia de potencia.

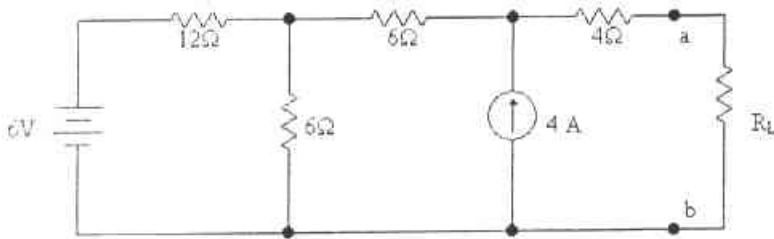


Figura 2.52

Se requiere encontrar la  $R_{TH}$  y  $V_{TH}$  en las terminales a y b. Para  $R_{TH}$  se anulan las fuentes como se muestra en la figura 2.53:

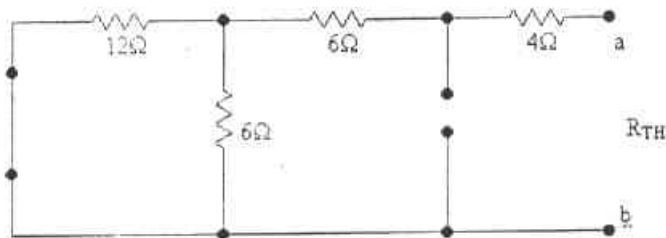


Figura 2.53

Calculando la resistencia equivalente se tiene:

$$R_{eq} = 12 + 6 + 4 = \frac{12 \cdot 6}{18} + 10 = 14\Omega \quad \text{ó} \quad R_{TH} = 14\Omega$$

Para el voltaje de Thévenin  $V_{TH}$ , se considera el circuito de la figura 2.54:

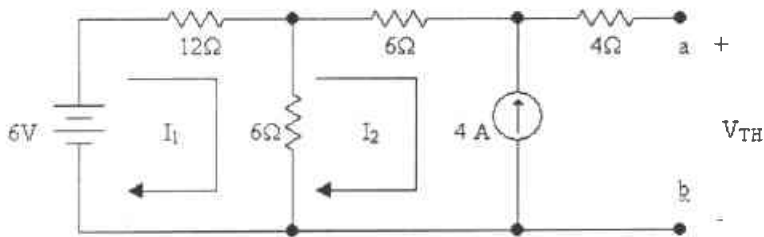


Figura 2.54

Por análisis de Mallas se tiene:

$$-6 + 18I_1 - 6I_2 = 0 \quad , \quad I_2 = -4A$$

Resolviendo para  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{6I_2 + 6}{18} = \frac{-24 + 6}{18} = -1$$

Al aplicar la LVK en el lazo exterior para obtener  $V_{TH}$  en las terminales a y b resulta:

$$-12V + 12I_1 + 3I_2 + 4(0) + V_{TH} = 0$$

Sustituyendo valores:

$$V_{TH} = 12V - 12(-1) - 3(-4) = 36V$$

Para la máxima transferencia de potencia, se tiene:

$$R_L = R_{TH} = 14\Omega$$

Por lo tanto el circuito equivalente de Thévenin queda como en la figura 2.55.

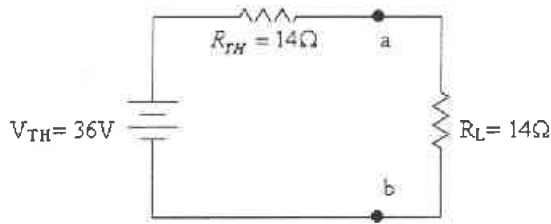


Figura 2.55

La máxima transferencia de potencia se obtiene a partir de la ecuación general:

$$P_{max} = \frac{v_f^2 R_L}{(2R_L)^2} = \frac{v_f^2}{4R_L}$$

Sustituyendo valores:

$$P_{max} = \frac{36^2}{4(14)} = 23.1428W$$

Para comprobar en el programa Electronics Workbench (Multisim 7) se simula el circuito equivalente de Thévenin y se coloca un Wattmetro en las terminales de  $R_L$ , como se muestra en la figura 2.56.

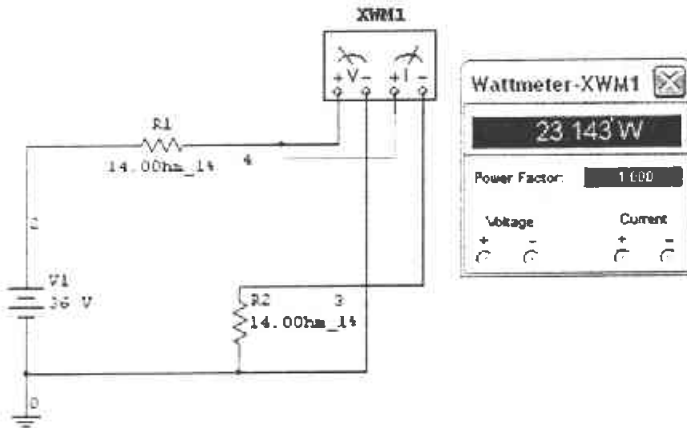


Figura 2.56

## 2.10 Teorema de reciprocidad.

Cuando la red de dos puertos es lineal y no tiene fuentes dependientes, las impedancias de transferencia son iguales ( $z_{12} = z_{21}$ ), y se dice que los dos puertos son *recíprocos*. Esto quiere decir que si se intercambian los puntos de excitación y de respuesta, las impedancias de transferencias permanecen iguales. Como se ilustra en la figura 2.57.

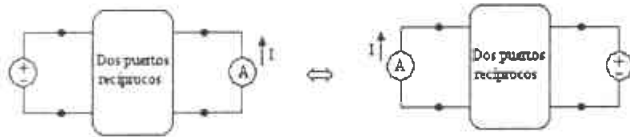


Figura 2.57

*Un puerto doble es recíproco si al intercambiar una fuente de tensión ideal en un puerto por un amperímetro ideal en el otro puerto se obtiene la misma lectura de corriente en el amperímetro.*

### Ejemplo 2.10

Comprobar el teorema de reciprocidad en el circuito resistivo de la figura 2.58. Considere como variable de salida, la corriente en la resistencia de 3 Ohms.

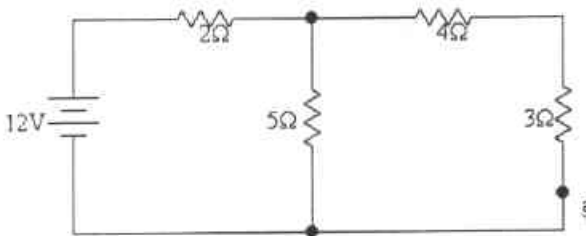


Figura 2.58

SOLUCIÓN:

Primero reducimos la red pasiva de resistencias a un equivalente total como se muestra en la figura 2.59.

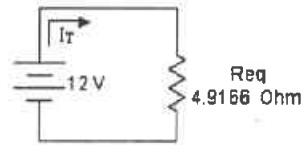


Figura 2.59

Calculando la corriente total

$$I_T = \frac{V}{R} = \frac{12\text{v}}{4.9166\Omega} = 2.4407\text{A}$$

Utilizando el divisor de corriente para encontrar el valor de la corriente en el punto "a"

$$I_a = \frac{2.4407(5)}{12} = 1.017\text{A}$$

Ahora intercambiamos la fuente y el amperímetro (figura 2.60).

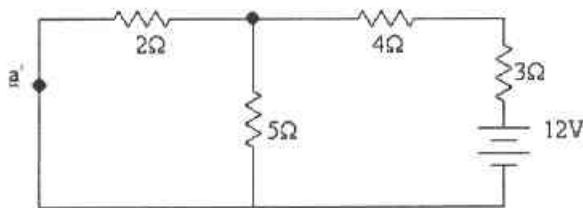


Figura 2.60

Reduciendo la red pasiva de resistencias a un equivalente, tenemos el circuito de la figura 2.61.

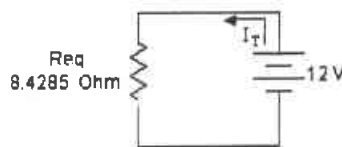


Figura 2.61

Calculando la corriente total

$$I_T = \frac{V}{R} = \frac{12\text{v}}{8.4285\Omega} = 1.4237\text{A}$$

Utilizando el divisor de corriente para encontrar el valor de la corriente en el punto a'

$$I_{a'} = \frac{1.4237(5)}{7} = 1.017\text{A}$$

En la figura 2.62 se muestra la comprobación del circuito empleando el programa Electronics Workbench, tenemos:

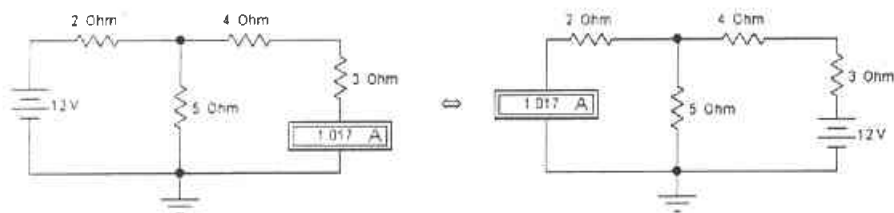


Figura 2.62

Por lo tanto se concluye que el teorema de reciprocidad es correcto.

## 2.11 Teorema de simetría.

El teorema de simetría establece que cuando existe una rama con elementos pasivos (resistencias, inductancias y capacitancias) en cuyas terminales no existe tensión eléctrica, esta rama puede sustituirse por un circuito abierto o por un cortocircuito con lo cual no se altera el resto del circuito.

### Ejemplo 2.11

Tenemos el Puente de Wheanstone de la figura 2.63, donde el voltaje entre los puntos a y b es diferente de cero como lo indica el voltímetro y amperímetro de la rama central, puesto que el puente está desbalanceado.



Para balancear el puente debe cumplirse que:  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{y} \quad \frac{100\Omega}{150\Omega} \neq \frac{300\Omega}{400\Omega}$$

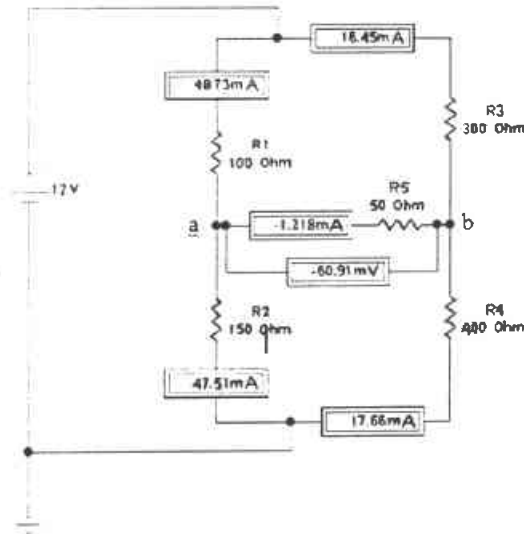


Figura 2.63

Balancando el puente por medio del cambio de la resistencia de 400Ohms por otra de 450 Ohms, se tiene:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{y} \quad \frac{100\Omega}{150\Omega} = \frac{300\Omega}{450\Omega}$$

Ahora no aparecen mediciones de voltaje y corriente en las terminales a y b, como se muestra en la figura 2.64.

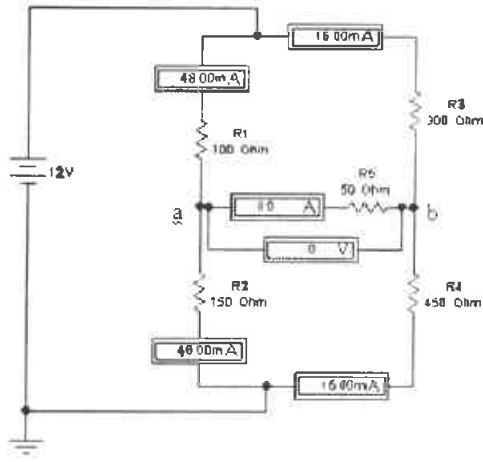


Figura 2.64

Como  $V_{ab} = 0$  v, entonces se sustituye por un circuito abierto o un corto circuito como se muestra en la figura 2.65. Al realizar esta sustitución no se altera el funcionamiento del circuito ya que las propiedades del circuito no cambian, esto se comprueba al observar los amperímetros de las otras ramas.

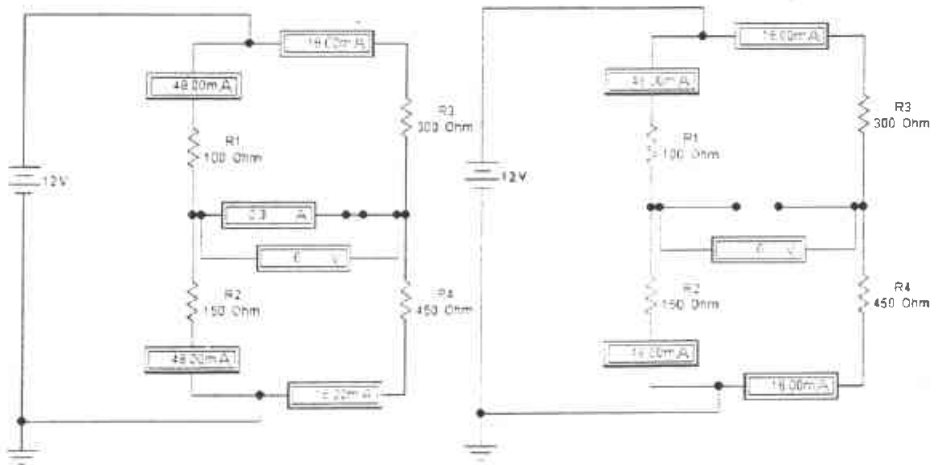


Figura 2.65

## CAPÍTULO 3

### CIRCUITOS EN ESTADO SENOIDAL PERMANENTE.

#### 3.1 Introducción.

Casi todos los sistemas eléctricos operan con corrientes y voltajes alternos. Las ondas senoidales de corriente o voltaje de ca tienen tres dimensiones: magnitud, frecuencia y fase. En su representación matemática, como función del tiempo, se utiliza la magnitud máxima. Sin embargo, se suelen describir las  $I$  y los  $V$  por su magnitud rms o eficaz, que es máximo/ $\sqrt{2}$ .

El periodo de la onda ( $T$ ) es el tiempo necesario para que ocurra un ciclo completo. Un ciclo es un conjunto completo de variaciones de la onda: por ejemplo, una onda de 60 Hz pasa por un ciclo completo en un periodo de aproximadamente 16.7 ms (1/60 s). La frecuencia ( $f$ ) es la razón a la cual el voltaje (o la corriente) sube y baja en ciclos por segundo, puede representarse en términos de hertz (Hz), o en términos de radianes por segundo:  $\omega = 2\pi f$ . Un Hz es la variación de un ciclo completo por segundo.

Los fasores son una transformación conveniente de las senoides de ca, y convierten el análisis trigonométrico de ca en función del tiempo en álgebra de números complejos. Ahora la relación de  $V$  con  $I$  (números fasoriales) es compleja.

Así, las senoides pueden representarse de cuatro maneras: como funciones del tiempo (dominio del tiempo) en forma analítica o gráfica, y como fasores matemáticos o gráficos (dominio de la frecuencia).

La impedancia  $Z = R + jX$  es la forma generalizada de la "resistencia" de ca, y como las corrientes y voltajes de ca, también es un número complejo. Sin embargo no es un fasor.

Los componentes rectangulares  $R$  y  $X$ , se denominan resistencia y reactancia. La resistencia es un concepto idéntico al de la cd; la corriente por un resistor está siempre en fase con el voltaje a través suyo. La reactancia es la parte  $j$  de la impedancia y su efecto en los circuitos es producir un ángulo de fase entre voltaje y corriente. El elemento que origina la reactancia negativa es un capacitor y una reactancia positiva corresponde a un inductor. Las unidades de reactancia e impedancia son ohms.

El voltaje a través de una inductancia adelanta a su corriente en  $90^\circ$ , o se podría decir que la corriente se atrasa respecto del voltaje en  $90^\circ$ .

Para una capacitancia la corriente adelanta al voltaje en  $90^\circ$  o el voltaje se atrasa  $90^\circ$  respecto de la corriente. El recíproco de la impedancia es la admitancia  $Y$ .

En este capítulo se pretende que el lector realice los cálculos matemáticos y con la aplicación del programa "Circuito", el cual fue elaborado por los alumnos, se obtenga la solución, así como también que utilice el Electronics Workbench para verificar resultados.

### 3.2 Ejercicios con solución.

#### Ejercicio 3.2.1

Calcule las corrientes  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  e  $i_3(t)$  para el circuito de la figura 3.1.

Compruebe los resultados que obtenga con los del Electronics Workbench demostrativo obtenido de Internet y el programa "Circuito", elaborado por alumnos.

$\omega=1$  rad/seg.

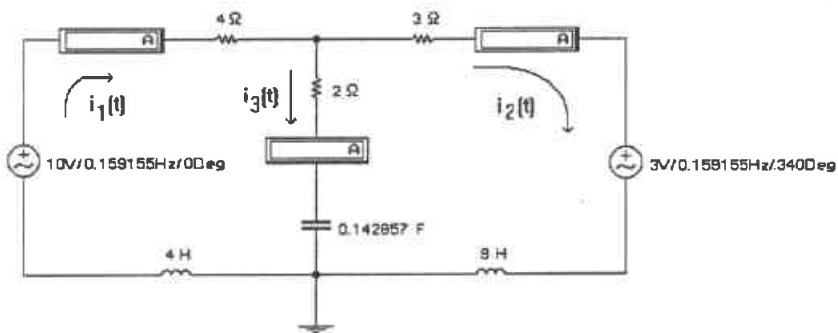


Figura 3.1

SOLUCIÓN:

Para resolver el circuito anterior, usando el programa "Circuito" realizado por los alumnos, se dibuja el circuito como se muestra en la figura 3.2.

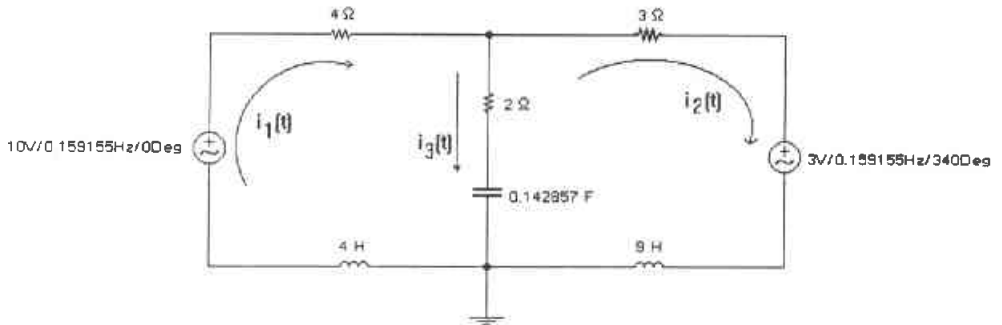


Figura 3.2

Y el circuito en el dominio de  $\omega$ , queda como se ve en la figura 3.3, donde:

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} \Omega$$

$$Z_c = \frac{1}{j(1)\left(\frac{1}{7}\right)} = -j7\Omega$$

$$Z_L = j\omega L \Omega$$

$$Z_L = j(1)(4) = j4\Omega$$

$$Z_L = j(1)(9) = j9\Omega$$

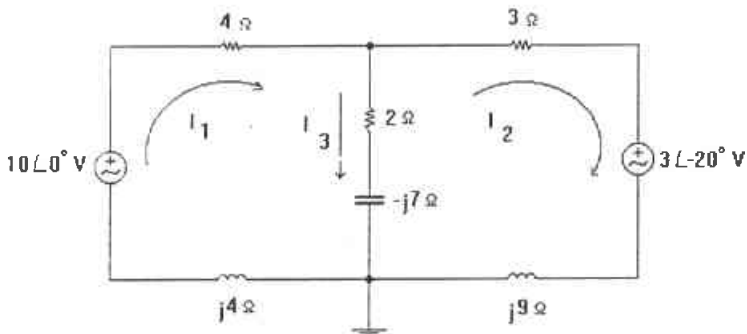


Figura 3.3

Modelando el circuito mediante el método de corrientes de malla.

Considerando la malla izquierda:

$$\begin{aligned}
 10\angle 0^\circ - 4I_1 - 2I_1 + 2I_2 - (-j7I_1) + (-j7I_2) - j4I_1 &= 0 \\
 10\angle 0^\circ - 4I_1 - 2I_1 + 2I_2 + j7I_1 - j7I_2 - j4I_1 &= 0 \\
 10\angle 0^\circ - I_1(4 + 2 - j7 + j4) - I_2(-2 + j7) &= 0 \\
 10\angle 0^\circ = I_1(6 - j3) + I_2(-2 + j7) &\dots\dots\dots(1)
 \end{aligned}$$

Considerando la malla derecha:

$$\begin{aligned}
 -3\angle -20^\circ - j9I_2 - (-j7I_2) + (-j7I_1) - 2I_2 + 2I_1 - 3I_2 &= 0 \\
 -3\angle -20^\circ - j9I_2 + j7I_2 - j7I_1 - 2I_2 + 2I_1 - 3I_2 &= 0 \\
 -3\angle -20^\circ - I_1(-2 + j7) - I_2(2 + 3 + j9 - j7) &= 0 \\
 -3\angle -20^\circ = I_1(-2 + j7) + I_2(5 + j2) &\dots\dots\dots(2)
 \end{aligned}$$

Colocando (1) y (2) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (6 - j3) & (-2 + j7) \\ (-2 + j7) & (5 + j2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\angle 0^\circ \\ -3\angle -20^\circ \end{bmatrix}$$

Expresando el sistema matricial en forma polar:

$$\begin{bmatrix} (6.708\angle -26.565^\circ) & (7.28\angle 105.945^\circ) \\ (7.28\angle 105.945^\circ) & (5.385\angle 21.801^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10\angle 0^\circ \\ -3\angle -20^\circ \end{bmatrix}$$

## Aplicación del programa "Circuito"

---

- 1 Ayuda acerca del uso del programa
- 2 Solución de ecuaciones de voltajes y corrientes
- 3 Salir al sistema operativo
- 4 Información acerca del programa y del programador

Por favor oprima el número de la opción que desea: **2**

¿ CUANTAS VARIABLES TIENES ? = **2**

¿Quieres corregir el número de variables introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla:

¡ I M P O R T A N T E ! SEÑOR USUARIO

Si el dato que va a introducir está en forma rectangular,  
escriba aquí la letra R; si está en forma polar, la  
letra a escribir es una P.

Sólo puede introducir una de los dos.

En caso de no hacerlo, el programa preguntará hasta que le  
introduzcan una de esas dos letras.

Oprima cualquier tecla para continuar:

DAME LA MATRIZ SIMETRICA A INVERTIR:

REGLON 1

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

REGLON 1. COLUMNA 1

Parte real o Módulo : **6**

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **-3**

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

REGLON 1. COLUMNA 2

Parte real o Módulo : **-2**

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **7**

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

RENGLON 2

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

RENGLON 2, COLUMNNA 1

Parte real o Módulo : **-2**  
Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **7**

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

RENGLON 2, COLUMNNA 2

Parte real o Módulo : **5**  
Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **2**

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

Dame la matriz columna de voltajes o corrientes,  
según sea :

¿Rectangular? ¿Polar? **P**

RENGLON 1, COLUMNNA 2 :

Parte real o Módulo : **10**  
Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **0**

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¿Rectangular? ¿Polar? **P**

RENGLON 2, COLUMNNA 2

Parte real o Módulo : **-3**  
Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **-20**

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :



DETERMINANTE = 28.600000-25.000000j

RESULTADOS EN FORMA RECTANGULAR:

$$x1 = 0.726375 + 0.291683j$$

$$x2 = -0.123212 - 0.645754j$$

RESULTADOS EN FORMA POLAR:

$$x1 = (0.782751, 21.878407^\circ)$$

$$x2 = (0.657404, -100.802350^\circ)$$

Oprime cualquier tecla para continuar:

---

En los resultados que proporciona el programa, las variables x1 y x2 corresponden a las corrientes de malla del circuito, que son las siguientes:

$$I_1 = 0.782751 \angle 21.878407^\circ \text{ A.}$$

$$I_2 = 0.657404 \angle -100.802350^\circ \text{ A.}$$

y los resultados en el dominio de  $t$  quedan expresados de la siguiente manera:

$$i_1(t) = 0.782751 \cos(t + 21.878407^\circ) \text{ A.}$$

$$i_2(t) = 0.657404 \cos(t - 100.802350^\circ) \text{ A.}$$

$$i_3(t) = ?$$

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$I_3 = 0.726375 + j0.291683 - (-0.123212 - j0.645754)$$

$$I_3 = 0.726375 + j0.291683 + 0.123212 + j0.645754$$

$$I_3 = 0.849587 + j0.937437$$

$$I_3 = 1.265142759 \angle 47.8143916^\circ \text{ A.}$$

$$i_3(t) = 1.265142759 \cos(t + 47.8143916^\circ) \text{ A.}$$

En el circuito de la figura 3.4 se muestra la solución empleando el Electronics Workbench.

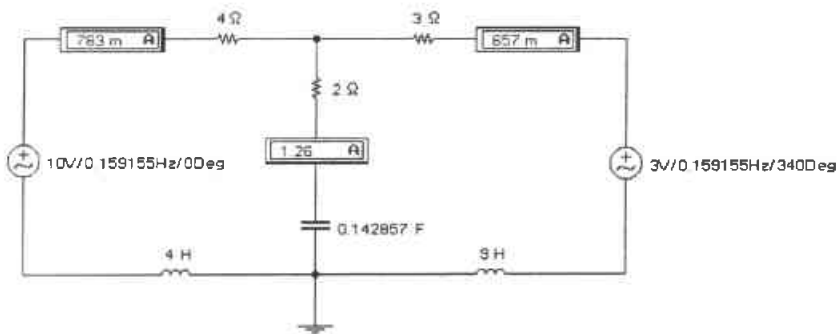
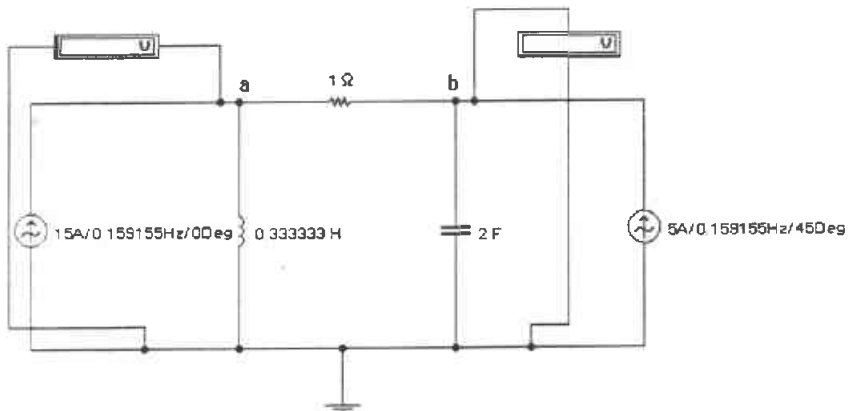


Figura 3.4

Hay que notar que en la solución obtenida por el programa Electronics Workbench no aparecen los desfases de los voltajes, lo cual es una desventaja.

Ejercicio 3.2.2

Obtenga los voltajes  $V_a(t)$  y  $V_b(t)$  para el circuito de la figura 3.5. Resuelva por el método de análisis de nodos. Posteriormente utilice el programa "Circuito" y verifique con el Electronics Workbench los resultados que obtenga.



$\omega = 1 \text{ rad/seg.}$

Figura 3.5

SOLUCIÓN:

En el dominio de  $\omega$  el circuito queda como el de la figura 3.6, en donde:

$$Y = \frac{1}{Z} \quad ; \quad I = \frac{V}{Z} \quad ; \quad I = VY$$

$$Y_R = \frac{1}{R}$$

$$Y_R = \frac{1}{1} = 1S$$

$$Y_L = \frac{1}{j\omega L}$$

$$Y_L = \frac{1}{j(1)\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{j} = -j3S$$

$$Y_C = j\omega C$$

$$Y_C = j(1)(2) = j2S$$

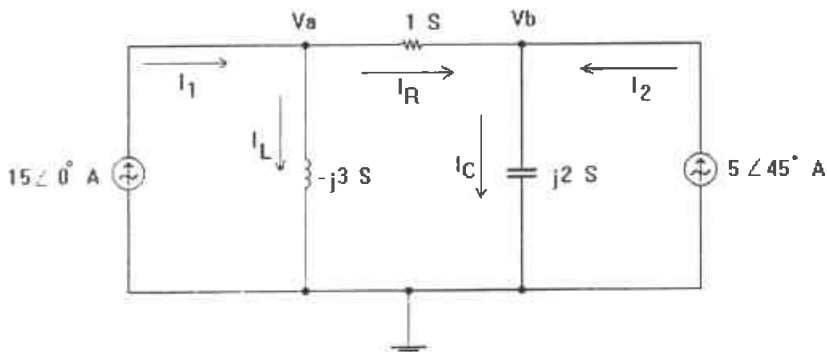


Figura 3.6

Resolviendo por el método de Análisis de Nodos:

Para el nodo a:

$$I_1 - I_R - I_L = 0 \dots \dots \dots (1)$$

Para el nodo b:

$$I_2 + I_R - I_C = 0 \dots \dots \dots (2)$$

En donde:

$$\begin{aligned} I_1 &= 15 \angle 0^\circ \\ I_L &= -j3Va \\ I_R &= (Va - Vb)(1) \\ I_C &= j2Vb \\ I_2 &= 5 \angle 45^\circ \end{aligned}$$

Sustituyendo en (1)

$$\begin{aligned} 15 \angle 0^\circ - Va + Vb + j3Va &= 0 \\ Va(-1 + j3) + Vb &= -15 \angle 0^\circ \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

Sustituyendo en (2)

$$\begin{aligned} -j2Vb + 5 \angle 45^\circ + Va - Vb &= 0 \\ Va + Vb(-1 - j2) &= -5 \angle 45^\circ \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

Colocando (3) y (4) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (-1 + j3) & 1 \\ 1 & (-1 - j2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Va \\ Vb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \angle 0^\circ \\ -5 \angle 45^\circ \end{bmatrix}$$

## Apl cación del programa "Circuito"

---

- 1 Ayuda acerca del uso del programa
- 2 Solución de ecuaciones de voltajes y corrientes
- 3 Salir al sistema operativo
- 4 Información acerca del programa y del programador

Por favor oprima el número de la opción que desea: 2

¿ CUANTAS VARIABLES TIENES ? = 2

¿Quieres corregir el número de variables introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¡ I M P O R T A N T E ! SEÑOR USUARIO

Si el dato que va a introducir está en forma rectangular,  
escriba aquí la letra R; si está en forma polar, la  
letra a escribir es una P.

Sólo puede introducir una de los dos.

En caso de no hacerlo, el programa preguntará hasta que le  
introduzcan una de esas dos letras.

Oprima cualquier tecla para continuar :

DAME LA MATRIZ SIMETRICA A INVERTIR :

REGLON 1

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

REGLON 1. COLUMNA 1

Parte real o Módulo : -1

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 3

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?  
Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

REGLON 1. COLUMNA 2

Parte real o Módulo : 1

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 0

¿Quieres corregir los datos que haz introducido?

Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

RENGLON 2

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

RENGLON 2, COLUMNNA 1

Parte real o Módulo : **1**

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **0**

¿ Quieres corregir los datos que haz introducido?

Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¿Rectangular? ¿Polar? **R**

RENGLON 2, COLUMNNA 2

Parte real o Módulo : **-1**

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **-2**

¿ Quieres corregir los datos que haz introducido?

Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

Dame la matriz columna de voltajes o corrientes,  
según sea :

¿Rectangular? ¿Polar? **P**

RENGLON 1, COLUMNNA 2 :

Parte real o Módulo : **-15**

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **0**

¿ Quieres corregir los datos que haz introducido?

Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

¿Rectangular? ¿Polar? **P**

RENGLON 2, COLUMNNA 2 :

Parte real o Módulo : **-5**

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : **45**

¿ Quieres corregir los datos que haz introducido?

Si es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :

DETERMINANTE = -4.200000+ 1.000000j

RESULTADOS EN FORMA RECTANGULAR:

$$x1 = 2.099396 + 5.939155j$$

$$x2 = 4.916862 - 0.359034j$$

RESULTADOS EN FORMA POLAR:

$$x1 = (6.299288 , 70.532312^\circ)$$

$$x2 = (4.929953 , -4.176386^\circ)$$

Oprime cualquier tecla para continuar:

---

En los resultados obtenidos, las variables  $x1$  y  $x2$  corresponden a los voltajes en los nodos  $a$  y  $b$  del circuito, que son:

$$V_a = 6.299288 \angle 70.532312^\circ \text{ V.}$$

$$V_b = 4.929953 \angle -4.176386^\circ \text{ V.}$$

Resultados expresados en el dominio de  $t$ :

$$V_a(t) = 6.299288 \cos(t + 70.532312^\circ) \text{ V.}$$

$$V_b(t) = 4.929953 \cos(t - 4.176386^\circ) \text{ V.}$$

En la figura 3.7 se muestra la solución que proporciona el Electronics Workbench.

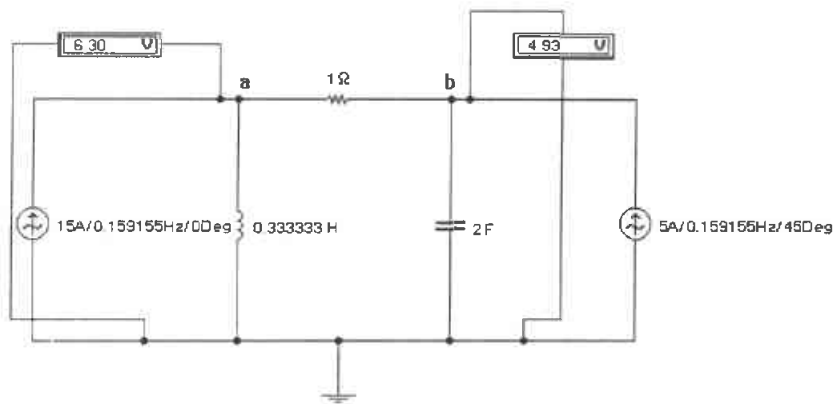


Figura 3.7

Ejercicio 3.2.3

Empleando el análisis nodal, determine el valor de  $i_x$  para el circuito de la figura 3.8. Utilice el programa "Circuito" para obtener sus resultados.

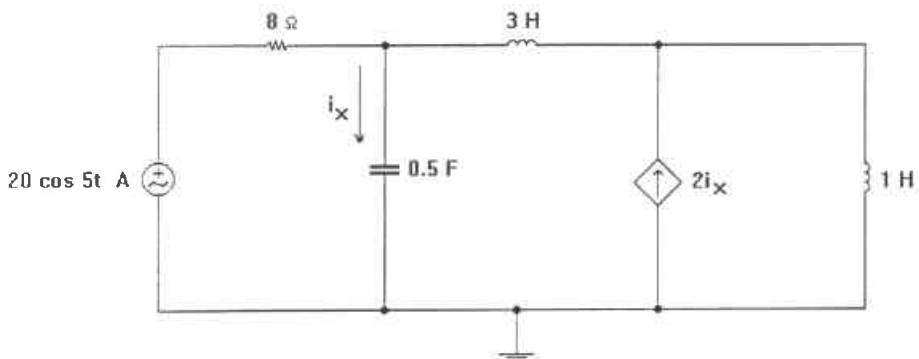


Figura 3.8

SOLUCIÓN:

Primero convertimos el circuito de la figura 3.8 al dominio de la frecuencia, quedando como el de la figura 3.9, en donde:

$$20 \cos 5t \Rightarrow 20 \angle 0^\circ, \omega = 5 \text{ rad/s}$$



$$\begin{aligned}
 3H &\Rightarrow j\omega L = j(5)(3) = j15\Omega \\
 1H &\Rightarrow j\omega L = j(5)(1) = j5\Omega \\
 0.5F &\Rightarrow \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j(5)(0.5)} = \frac{1}{j2.5} = -j0.4\Omega
 \end{aligned}$$

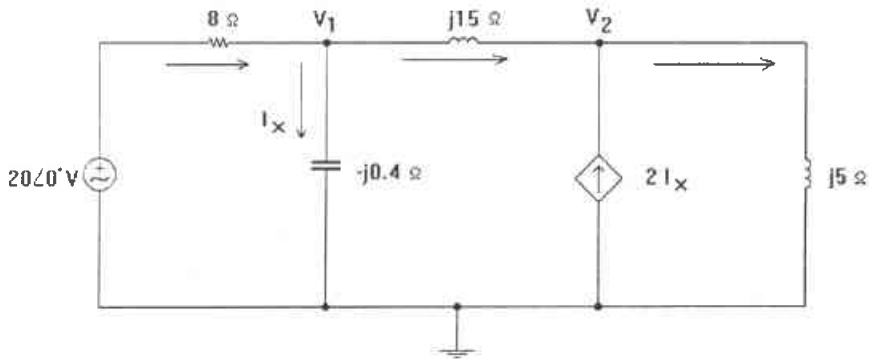


Figura 3.9

Aplicando la ley de corrientes de Kirchoff al circuito, se tiene:

Para el nodo izquierdo:

$$\begin{aligned}
 \frac{20 - V_1}{8} &= \frac{V_1}{-j0.4} + \frac{(V_1 - V_2)}{j15} \\
 j15V_1 - j0.4V_1 + j0.4V_2 &= 20 - V_1 \\
 6 & \qquad \qquad \qquad 8 \\
 8(j14.6V_1 + j0.4V_2) &= 6(20 - V_1) \\
 j116.8V_1 + j3.2V_2 + 6V_1 &= 120 \\
 (6 + j116.8)V_1 + j3.2V_2 &= 120 \dots\dots\dots(1)
 \end{aligned}$$

Para el nodo de la derecha:

$$2I_x + \frac{V_1 - V_2}{j15} = \frac{V_2}{j5}$$

$$\text{donde: } I_x = \frac{V_1}{-j0.4}$$

Haciendo la sustitución, se tiene:

$$\frac{2V_1}{-j0.4} + \frac{V_1 - V_2}{j15} = \frac{V_2}{j5}$$

$$\frac{j5(2V_1)}{-j0.4} + \frac{j0.5(V_1 - V_2)}{j15} = \frac{V_2}{j5}$$

$$\frac{j10V_1}{-j0.4} + \frac{j5V_1 - j5V_2}{j15} = \frac{V_2}{j5}$$

$$\frac{-150V_1 + 2V_1 - 2V_2}{6} = \frac{V_2}{j5}$$

$$-150V_1 + 2V_1 - 2V_2 - 6V_2 = 0$$

$$148V_1 + 8V_2 = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) se colocan en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (6 + j116.8) & (j3.2) \\ (148) & (8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Utilización del programa "Círculo":

¿ CUANTAS VARIABLES TIENES ? = 2

RENGLON 1. COLUMNA 1

Parte real o Módulo : 6

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 116.8

RENGLON 1, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : 0

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 3.2

RENGLON 2, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : 148

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 0

RENGLON 2, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : 8

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 0

Dame la matriz columna de voltajes o corrientes, según sea :

RENGLON 1, COLUMNA 2 :

Parte real o Módulo : 120

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 0

RENGLON 2, COLUMNA 2 :

Parte real o Módulo : 0

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 0

DETERMINANTE = -0.529472-460.800000j

RESULTADOS EN FORMA RECTANGULAR:

$$x1 = 0.214684 - 2.060970j$$

$$x2 = -3.971662 + 38.127952j$$

RESULTADOS EN FORMA POLAR:

$$x1 = (2.072122 \angle -84.053137^\circ)$$

$$x2 = (38.334251 \angle 95.946863^\circ)$$

---

Las variables  $x1$  y  $x2$ , en el resultado del programa, corresponden a los voltajes en los nodos 1 y 2 del circuito, que son:

$$V_1 = 2.072122 \angle -84.053137^\circ \text{ V.}$$

$$V_2 = 38.334251 \angle 95.946863^\circ \text{ V.}$$

La corriente  $I_X$  está dada por:

$$I_X = \frac{V_1}{-j0.4}$$

$$I_x = \frac{2.072122 \angle -84.053137^\circ}{0.4 \angle -90^\circ}$$

$$I_x = 5.180305 \angle 5.946863^\circ \text{ A.}$$

$$\text{y así: } 2I_x = 10.36061 \angle 5.946863^\circ \text{ A.}$$

Convirtiendo éstos resultados al dominio del tiempo se tiene lo siguiente:

$$i_x = 5.180305 \cos(5t + 5.946863^\circ) \text{ A.}$$

$$2i_x = 10.36061 \cos(5t + 5.946863^\circ) \text{ A.}$$

#### Ejercicio 3.2.4

Para el circuito de la figura 3.10, calcule las corrientes  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  e  $i_3(t)$ . Posteriormente haga uso del programa "Circuito" y compruebe los resultados con los obtenidos en el Electronics Workbench.

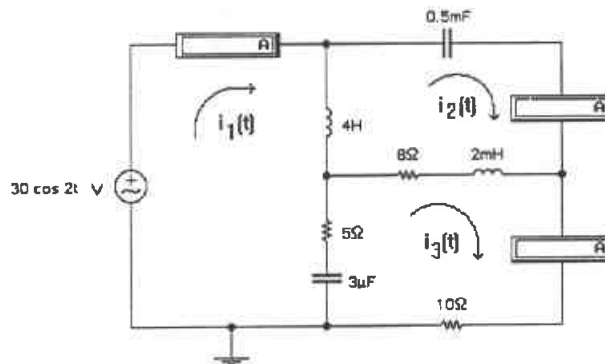


Figura 3.10

SOLUCIÓN:

Y el circuito en el dominio de  $\omega$  queda como el mostrado en la figura 3.11, donde:

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C} \Omega$$

$$Z_c = \frac{1}{j(2)(0.0005)} = -j1000\Omega$$

$$Z_c = \frac{1}{j(2)(0.000003)} = -j166666.7\Omega$$

$$Z_L = j\omega L\Omega$$

$$Z_L = j(2)(4) = j8\Omega$$

$$Z_L = j(2)(0.002) = j0.004\Omega$$

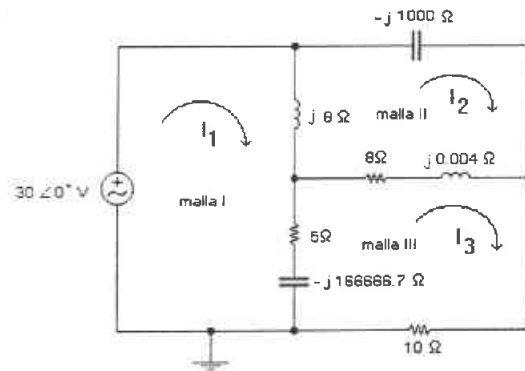


Figura 3.11

Modelando el circuito mediante el método de corrientes de malla.

Para la malla I:

$$-30\angle 0^\circ + I_1(j8 + 5 - j166666.7) - I_2(j8) - I_3(5 - j166666.7) = 0$$

$$I_1(5 - j166658.7) + I_2(-j8) + I_3(-5 + j166666.7) = 30\angle 0^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Para la malla II:

$$I_2(j8 - j1000 + j0.004 + 8) - I_1(j8) - I_3(8 + j0.004) = 0$$

$$I_1(-j8) + I_2(8 - j991.996) + I_3(-8 - j0.004) = 0 \dots\dots\dots(2)$$

Para la malla III:

$$I_1(8 + j0.004 + 10 - j166666.7 + 5) - I_1(5 - j166666.7) - I_2(8 + j0.004) = 0$$

$$I_1(-5 + j166666.7) + I_2(-8 - j0.004) + I_3(23 - j166666.696) = 0 \dots\dots\dots(3)$$

Colocando (1), (2) y (3) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (5 - j166658.7) & (-j8) & (-5 + j166666.7) \\ (-j8) & (8 - j991.996) & (-8 - j0.004) \\ (-5 + j166666.7) & (-8 - j0.004) & (23 - j166666.7) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \angle 0^\circ \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Empleo del programa "Circuito"

---

¿ CUANTAS VARIABLES TIENES ? = 3

RENGLON 1, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : 5

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -166658.7

RENGLON 1, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : 0

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -8

RENGLON 1, COLUMNA 3

Parte real o Módulo : -5

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 166666.7

RENGLON 2, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : 0

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -8

RENGLON 2, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : 8

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -991.996

RENGLON 2, COLUMNA 3

Parte real o Módulo : -8

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -0.004

RENGLON 3, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : -5

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 166666.7

RENGLON 3, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : -8

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -0.004

RENGLON 3, COLUMNA 3

Parte real o Módulo : 23

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : -166666.7

Dame la matriz columna de voltajes o corrientes, según sea :

RENGLON 1, COLUMNA 3 :

Parte real o Módulo : 30

Parte imaginaria o Ángulo en Grados : 0

DETERMINANTE = 2986482980.897989-1298240087.598012j

RESULTADOS EN FORMA RECTANGULAR :

$$x_1 = 1.385251 - 0.611059j$$

$$x_2 = -0.006118 + 0.016151j$$

$$x_3 = 1.385184 - 0.611209j$$

RESULTADOS EN FORMA POLAR :

$$x_1 = (1.514039 \angle -23.803151^\circ)$$

$$x_2 = (0.017270 \angle 110.746022^\circ)$$

$$x_3 = (1.514038 \angle -23.809361^\circ)$$

---

En los resultados obtenidos del programa, las variables  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  corresponden a las corrientes en las mallas del circuito, que son:

$$I_1 = 1.514039 \angle -23.803151^\circ \text{ A.}$$

$$I_2 = 0.017270 \angle 110.746022^\circ \text{ A.}$$

$$I_3 = 1.514038 \angle -23.809361^\circ \text{ A.}$$

Transformando éstos resultados al dominio del tiempo, se tienen:

$$i_1 = 1.514039 \cos(2t - 23.803151^\circ) \text{ A.}$$

$$i_2 = 0.017270 \cos(2t + 110.746022^\circ) \text{ A.}$$

$$i_3 = 1.514038 \cos(2t - 23.809361^\circ) \text{ A.}$$

Los resultados que proporciona el Electronics Workbench se muestran en la figura 3.12.

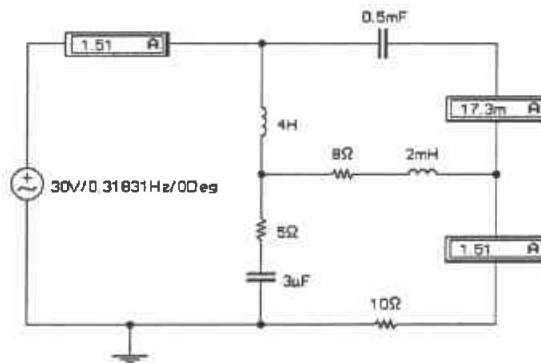


Figura 3.12

### Ejercicio 3.2.5

Determine las corrientes  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$ ,  $i_3(t)$  e  $i_4(t)$  para el circuito de la figura 3.13. Después utilice el programa "Circuito" y el Electronics Workbench para verificar sus resultados.

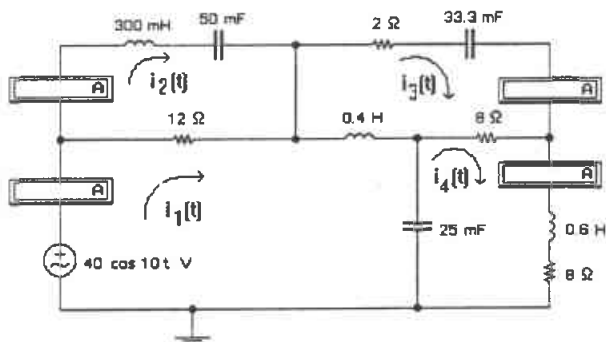


Figura 3.13



SOLUCIÓN:

Y en el dominio de  $\omega$  el circuito queda como el de la figura 3.14

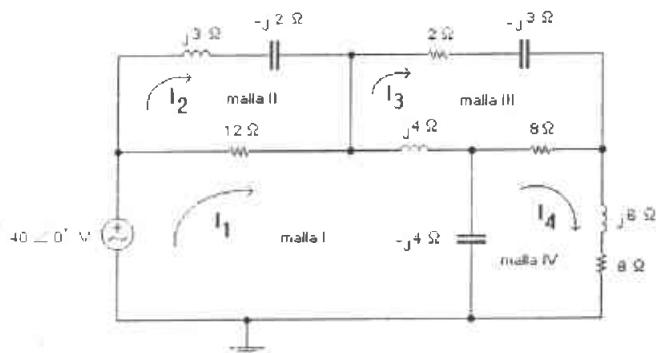


Figura 3.14

- Modelando el circuito mediante el método de corrientes de malla.

Para la malla I:

$$-40\angle 0^\circ + I_1(12 + j4 - j4) - I_2(12) - I_3(j4) - I_4(-j4) = 0$$

$$I_1(12) + I_2(-12) + I_3(-j4) + I_4(j4) = 40\angle 0^\circ \dots\dots\dots(1)$$

Para la malla II:

$$I_1(12 + j3 - j2) - I_2(12) = 0$$

$$I_1(-12) - I_2(12 + j) = 0 \dots\dots\dots(2)$$

Para la malla III:

$$I_1(8 + j4 + 2 - j3) - I_3(j4) - I_4(8) = 0$$

$$I_1(-j4) + I_3(10 + j) + I_4(-8) = 0 \dots\dots\dots(3)$$

Para la malla IV:

$$I_4(-j4 + 8 + j6 + 8) - I_1(-j4) - I_3(8) = 0$$

$$I_1(j4) + I_3(-8) + I_4(16 + j2) = 0 \dots\dots\dots(4)$$

Colocando (1), (2), (3) y (4) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (12) & (-12) & (-j4) & (j4) \\ (-12) & (12 + j) & 0 & 0 \\ (-j4) & 0 & (10 + j) & (-8) \\ (j4) & 0 & (-8) & (16 + j2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \angle 0^\circ \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Aplicación del programa "Circuito"

---

REGLON 1, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : **12**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **0**

REGLON 1, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : **-12**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **0**

REGLON 1, COLUMNA 3

Parte real o Módulo : **0**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **-4**

REGLON 1, COLUMNA 4

Parte real o Módulo : **0**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **4**

REGLON 2, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : **-12**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **0**

REGLON 2, COLUMNA 2

Parte real o Módulo : **12**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **1**

REGLON 3, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : **0**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **-4**

REGLON 3, COLUMNA 3

Parte real o Módulo : **10**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **1**

REGLON 3, COLUMNA 4

Parte real o Módulo : **-8**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **0**

REGLON 4, COLUMNA 1

Parte real o Módulo : **0**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **4**

REGLON 4, COLUMNA 3

Parte real o Módulo : **-8**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **0**

REGLON 4, COLUMNA 4

Parte real o Módulo : **16**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **2**

Dame la matriz columna de voltajes o corrientes, según sea :

REGLON 1, COLUMNA 4 :

Parte real o Modulo : **40**

Parte imaginaria o Angulo en Grados : **0**

DETERMINANTE = -1440.000000-876.008802j

RESULTADOS EN FORMA RECTANGULAR :

$$x_1 = 18.405911 - 9.214318j$$

$$x_2 = 17.516409 - 10.674019j$$

$$x_3 = 3.724117 + 5.623782j$$

$$x_4 = -0.654985 - 1.707714j$$

RESULTADOS EN FORMA POLAR :

$$x_1 = (20.583518 , -26.593340^\circ)$$

$$x_2 = (20.512417 , -31.356982^\circ)$$

$$x_3 = (6.745070 , 56.487126^\circ)$$

$$x_4 = (1.829014 , -110.984066^\circ)$$

---

En los resultados obtenidos, las variables  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $x_4$  corresponden a las corrientes en las mallas del circuito que son:

$$I_1 = 20.583518 \angle -26.593340^\circ \text{ A.}$$

$$I_2 = 20.512417 \angle -31.356982^\circ \text{ A.}$$

$$I_3 = 6.745070 \angle 56.487126^\circ \text{ A.}$$

$$I_4 = 1.829014 \angle -110.984066^\circ \text{ A.}$$

y convirtiendo éstos resultados al dominio del tiempo, se tienen:

$$i_1 = 20.583518 \cos(10t - 26.593340^\circ) \text{ A.}$$

$$i_2 = 20.512417 \cos(10t - 31.356982^\circ) \text{ A.}$$

$$i_3 = 6.745070 \cos(10t + 56.487126^\circ) \text{ A.}$$

$$i_4 = 1.829014 \cos(10t - 110.984066^\circ) \text{ A.}$$

La figura 3.15 muestra los resultados obtenidos al emplear el Electronics Workbench.

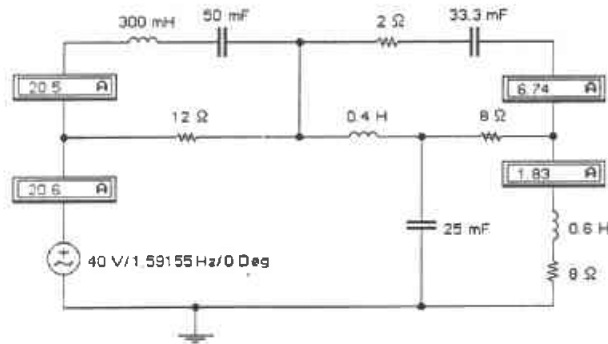


Figura 3.15

### 3.3 Ejercicios propuestos.

#### Ejercicio 3.3.1

Encuentre  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  e  $i_3(t)$  para el circuito de la figura 3.16 empleando el programa "Circuito" y después compruebe los resultados que obtenga utilizando el Electronics Workbench.

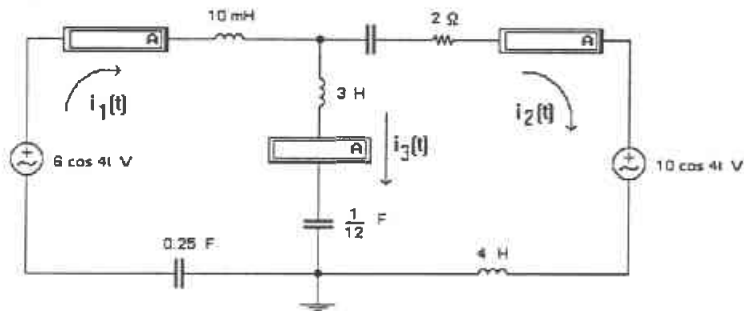


Figura 3.16

Ejercicio 3.3.2

Obtenga los voltajes  $V_a(t)$  y  $V_b(t)$  para el circuito de la figura 3.17. Apóyese en el programa "Circuito" y compruebe sus resultados empleando el Electronics Workbench.

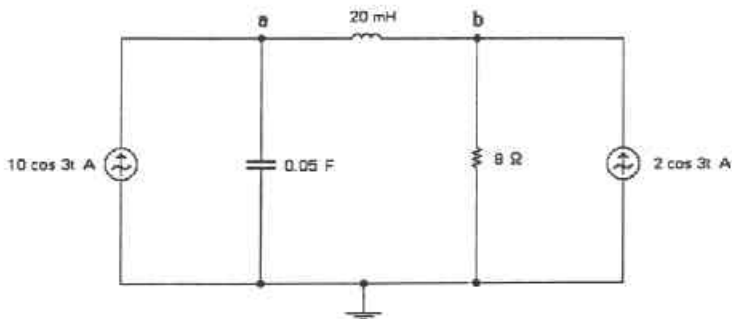


Figura 3.17

Ejercicio 3.3.3

Para el circuito de la figura 3.18, determine el valor de la corriente  $i_o(t)$ . Posteriormente haga uso del programa "Circuito" y para verificar sus resultados utilice el Electronics Workbench.

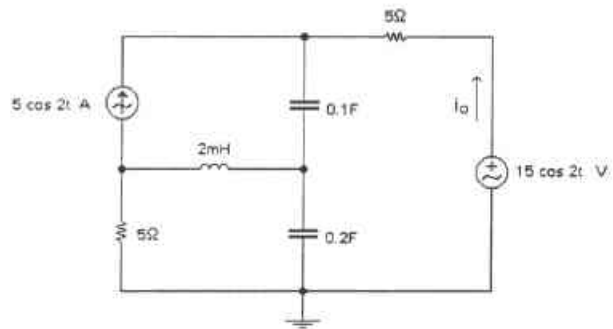


Figura 3.18

## CAPÍTULO 4

### CIRCUITOS TRIFÁSICOS.

#### 4.1 Introducción.

La mayor parte de la generación, de la transmisión y de la utilización de la potencia de la energía eléctrica implica el uso de sistemas polifásicos, sistemas en los cuales están disponibles varias fuentes iguales en magnitud pero con fases diferentes. Debido a las ventajas positivas, tanto de tipo económico, como de funcionamiento que posee, el sistema trifásico es el más común. Una fuente trifásica es aquella que tiene tres voltajes iguales pero desfásadas  $120^\circ$  uno de otro, los tres voltajes se generan usualmente en la misma máquina. Una carga trifásica es aquella que puede usar la salida de una fuente trifásica.

La inmensa mayoría de los problemas prácticos se relacionan con sistemas equilibrados. Muchas cargas industriales son trifásicas y por lo tanto equilibradas inherentemente y, al alimentar cargas monofásicas desde una fuente trifásica, se hace un esfuerzo para mantener en equilibrio el sistema trifásico mediante la asignación de cargas monofásicas aproximadamente iguales a cada una de las tres fases.

La potencia transmitida en un circuito trifásico es constante o independiente del tiempo en vez de pulsante, como en un circuito monofásico. Asimismo, los motores trifásicos arrancan y funcionan mucho mejor que los monofásicos.

Los circuitos trifásicos están compuestos por tres partes: una fuente trifásica, una carga trifásica y la línea de transmisión.

Las configuraciones básicas de conexión de los sistemas trifásicos son Estrella "Y" y Delta " $\Delta$ ".

La fuente trifásica puede ser conectada con la carga trifásica con las siguientes configuraciones: "Y-Y", "Y- $\Delta$ ", " $\Delta$ -Y" o " $\Delta$ - $\Delta$  (muy poco usada)".

La conexión en Estrella "Y" es muy útil para el transporte de energía a distancias largas, gracias a que dentro de sus características está el proporcionar una impedancia baja, idónea para esta tarea.

Por su lado la conexión en Delta "Δ" es muy utilizada para la transformación de energía trifásica a monofásica pues es muy utilizada a nivel domestico.

En el ámbito industrial los sistemas trifásicos tienen una amplia gama de aplicación ya que dependiendo de las necesidades del equipo (motores, maquinaria, etc.) y de las características de los sistemas, se ayuda a optimizar al máximo el rendimiento de los procesos productivos.

#### **4.1.1 Voltajes trifásicos balanceados.**

Para que los tres voltajes de un sistema trifásico estén balanceados deberán tener amplitudes y frecuencias idénticas y estar fuera de fase entre sí exactamente 120°. En un sistema trifásico balanceado la suma de los voltajes es igual a cero:

$$V_a + V_b + V_c = 0$$

#### **4.1.2 Circuito trifásico balanceado.**

Si las cargas se encuentran de manera que las corrientes producidas por los voltajes balanceados del circuito también están balanceadas entonces todo el circuito está balanceado.

#### **4.1.3 Voltajes de fase.**

Cada bobina del generador puede ser representada como una fuente de voltaje senoidal. Para identificar a cada voltaje se les da el nombre de voltaje de la fase a, de la fase b y de la fase c (figura 4.1).



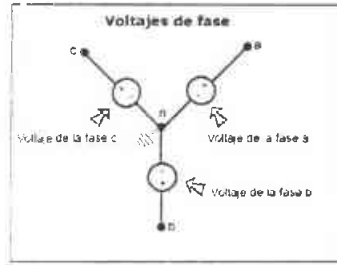


Figura 4.1

#### 4.1.4 Secuencia de fase positiva.

Por convención se toma siempre como voltaje de referencia al voltaje de fase a. Cuando el voltaje de fase b está retrasado del voltaje de fase a  $120^\circ$  y el voltaje de fase c está adelantado al de fase a por  $120^\circ$  se dice que la secuencia de fase es positiva. En esta secuencia de fase los voltajes alcanzan su valor pico en la secuencia a-b-c. Los voltajes de a, b y c representados con fasores son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_m \angle 0^\circ \\
 V_b &= V_m \angle -120^\circ \\
 V_c &= V_m \angle 120^\circ
 \end{aligned}$$

En donde  $V_m$  es la magnitud del voltaje de la fase a.

#### 4.1.5 Secuencia de fase negativa.

En la secuencia de fase negativa el voltaje de fase b está adelantado  $120^\circ$  al de la fase a, y el voltaje de fase c está atrasado  $120^\circ$  al de la fase a.

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_m \angle 0^\circ \\
 V_b &= V_m \angle 120^\circ \\
 V_c &= V_m \angle -120^\circ
 \end{aligned}$$

#### 4.1.6 Neutro.

Normalmente los generadores trifásicos están conectados en Y para así tener un punto neutro en común a los tres voltajes (figura 4.2). Raramente se conectan en delta los voltajes del generador ya que en conexión en delta los voltajes no están perfectamente balanceados provocando un voltaje neto entre ellos y en consecuencia una corriente circulando en la delta.

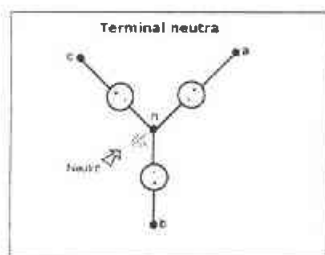


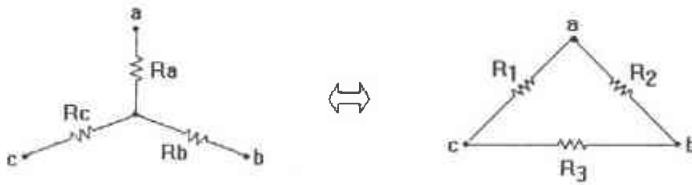
Figura 4.2

#### 4.1.7 Impedancias de carga.

Esta representada por una resistencia y una reactancia ya sea inductiva o capacitiva ( $R_c + jX_l$ ). Esta impedancia es una reducción de todo el circuito que representa la carga para el sistema trifásico. Puede ser toda una población completa reducida a una impedancia equivalente.

#### 4.1.8 Conexiones de cargas trifásicas.

Se pueden dar varios casos entre los cuales se pueden mencionar  $Y-Y$ ,  $Y-\Delta$ ,  $\Delta-Y$ ,  $\Delta-\Delta$ ,  $Y-\Delta$ ,  $\Delta-Y$ ,  $\Delta-\Delta$ . Una conexión Y se puede transformar a  $\Delta$  (o viceversa) mediante las relaciones mostradas en la figura 4.3.



$$R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_1 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_b}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_a}$$

Figura 4.3

#### 4.1.9 Potencia en un sistema trifásico.

Consideraremos ahora la potencia en un sistema trifásico balanceado. Empezamos examinando la potencia instantánea que absorbe la carga. Esto requiere que el análisis se realice en el dominio del tiempo. Para una carga conectada en Y, las tensiones de fase son:

$$v_{AN} = \sqrt{2}V_p \cos \omega t \quad , \quad v_{BN} = \sqrt{2}V_p \cos(\omega t - 120^\circ) \quad , \quad v_{CN} = \sqrt{2}V_p \cos(\omega t + 120^\circ)$$

Donde el factor  $\sqrt{2}$  es necesario debido a que  $V_p$  se ha definido como el valor rms de la tensión de fase. Si  $Z_Y = Z \angle \theta$ , las corrientes de fase están atrasadas respecto a sus voltajes de fase correspondientes de  $\theta$ . De tal modo que,

$$i_a = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \theta) \quad , \quad i_b = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \theta - 120^\circ) \quad , \quad i_c = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \theta + 120^\circ)$$

Donde  $I_p$  es el valor rms de la corriente de fase. La potencia total instantánea en la carga es la suma de las potencias instantáneas en las tres fases, esto es cuando la carga está balanceada, es decir, cuando:  $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}$ . Entonces tenemos:

$$P = P_a + P_b + P_c = v_{AN} i_a + v_{BN} i_b + v_{CN} i_c$$

Sustituyendo valores y haciendo el análisis trigonométrico, finalmente obtenemos:

$$P = 3V_p I_p \cos \theta$$

De este modo, la potencia total instantánea en un sistema trifásico balanceado es constante; no cambia con el tiempo cuando la potencia instantánea de cada fase lo hace. Este resultado es válido si la carga está conectada en Y o en  $\Delta$ . Esta es una razón importante para utilizar un sistema trifásico con el fin de generar una potencia y distribuirla.

Puesto que la potencia instantánea total es independiente del tiempo, la potencia promedio por fase  $P_p$ , ya sea para la carga conectada en  $\Delta$  o en Y es  $P/3$ , es decir,

$$P_p = V_p I_p \cos \theta$$

Y la potencia reactiva por fase corresponde a:

$$Q_p = V_p I_p \sen \theta$$

La potencia aparente por fase corresponde a:

$$S_p = V_p I_p$$

La potencia compleja por fase es:

$$S_p = P_p + jQ_p = \mathbf{V}_p \mathbf{I}_p^*$$

Donde  $\mathbf{V}_p$  e  $\mathbf{I}_p$  son las tensiones de fase y la corriente de fase con magnitudes  $V_p$  e  $I_p$  respectivamente. La potencia promedio total es la suma de las potencias promedio en las fases:

$$P = P_a + P_b + P_c = 3P_p = 3V_p I_p \cos \theta = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta$$

Para una carga conectada en Y,  $I_L = I_p$ , aunque  $V_L = \sqrt{3} V_p$ , en tanto que para una carga conectada en  $\Delta$ ,  $I_L = \sqrt{3} I_p$ , pero  $V_L = V_p$ . De tal manera que la ecuación anterior se aplica para cargas conectadas tanto en Y como en  $\Delta$ . De manera similar, la potencia reactiva es:

$$Q = 3V_p I_p \sen \theta = 3Q_p = \sqrt{3} V_L I_L \sen \theta$$

Y la potencia total compleja corresponde a:

$$S = 3S_p = 3V_p \mathbf{I}_p^* = 3I_p^2 \mathbf{Z}_p = \frac{3V_p^2}{\mathbf{Z}_p^*}$$

Donde  $Z_p = Z_p \angle \theta$  es la impedancia de carga por fase. Alternativamente, es posible escribir la ecuación anterior como:

$$S = P + jQ = \sqrt{3}V_L I_L \angle \theta$$

Recuerde que  $V_p, I_p, V_L$  e  $I_L$  son valores rms y que  $\theta$  es el ángulo de la impedancia de carga, o el ángulo entre la tensión y la corriente, las dos de fase.

#### 4.1.10 Sistemas trifásicos desbalanceados.

El desbalance de un sistema puede ocurrir por dos causas:

- 1) Los voltajes de fase del generador son desiguales en magnitud y el desfase entre ellos no es regular (difiere de  $120^\circ$  entre cada uno de ellos).
- 2) Las impedancias de carga no son iguales.

La mayoría de las veces es por la segunda causa, es decir, las impedancias de la carga trifásica no son iguales entre sí.

A manera de ilustración consideremos el caso de cargas desiguales (figura 4.4).

Nota: los sistemas  $3\phi$  desbalanceados se resuelven también aplicando mallas o nodos.

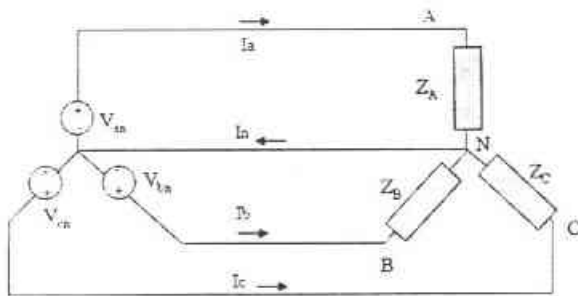


Figura 4.4

Las corrientes de línea se determinan mediante la ley de Ohm:

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_A} \quad ; \quad I_b = \frac{V_{bn}}{Z_B} \quad ; \quad I_c = \frac{V_{cn}}{Z_C}$$

Este conjunto de corrientes de línea desbalanceadas produce una corriente en la línea neutra, la cual no es cero como en un sistema balanceado:  $I_n = -(I_a + I_b + I_c) \neq 0$

#### 4.1.11 La potencia del sistema trifásico desbalanceado.

Se obtiene calculando la potencia por fase utilizando las mismas ecuaciones de un sistema balanceado pero ahora la potencia total del sistema ya no es 3 veces la potencia de fase, sino la suma de la potencia de cada una de las fases.

El objetivo de éste capítulo es mostrar la aplicación del programa Electronics Workbench, como una herramienta que permite el trabajo interactivo alumnos-computadora, aclarando que este programa da los resultados de corrientes y tensiones por medio de instrumentos que no permiten desplegar ángulos de fase.

En éste capítulo se analizan los circuitos balanceados y desbalanceados, presentando la solución de los ejercicios en forma matemática, así como también mediante el uso del programa Electronics Workbench.

## 4.2 Circuitos trifásicos balanceados. Ejercicios con solución.

### Ejercicio 4.2.1

En la figura 4.5 se muestra un circuito trifásico balanceado Y a  $\Delta$ . Los voltajes de fase de la fuente conectada en Y son:

$$V_a = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_b = 120 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_c = 120 \angle 120^\circ \text{ V}$$

Cada una de las impedancias de línea es  $Z_L = (15 + j10)\Omega$ . Cada una de las impedancias de la carga conectada en  $\Delta$  es  $Z_\Delta = (60 + j216)\Omega$ . Determine las corrientes en las líneas y en la carga conectada en  $\Delta$ . Posteriormente compruebe sus resultados empleando el programa Electronics Workbench.

$f = 60 \text{ Hz}$ .

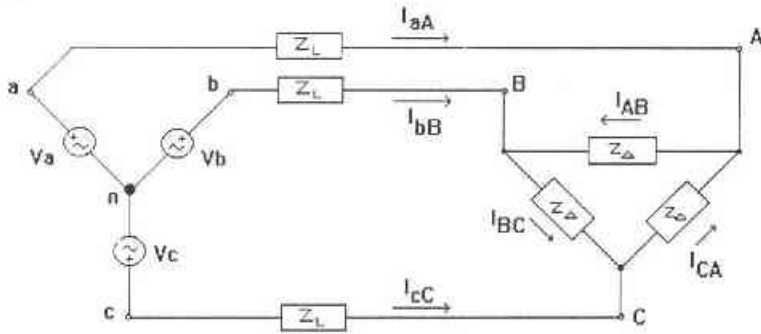


Figura 4.5

SOLUCIÓN:

Se puede hacer una transformación de la carga conectada en  $\Delta$  a una carga conectada en Y, como se muestra en la figura 4.6. Las impedancias de la carga equivalente balanceada conectada en Y son:

Cuando:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y$$

Entonces:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

$$Z_Y = \frac{60 + j216}{3} = (20 + j72)\Omega$$

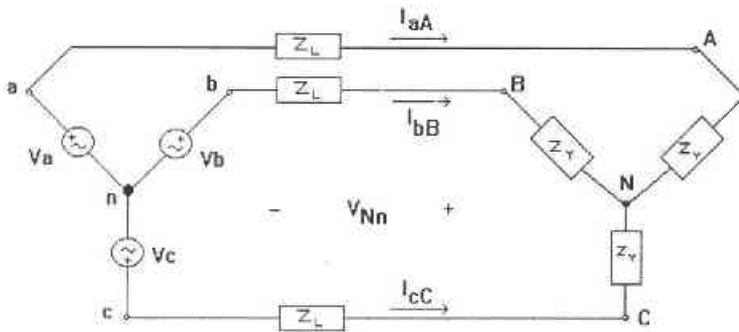


Figura 4.6

En la figura 4.7 se muestra el circuito equivalente por fase para el circuito Y a Y.

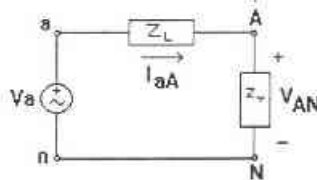


Figura 4.7

La corriente de línea está dada por:

$$I_{aA} = \frac{V_n}{Z_L + Z_Y} = \frac{120 \angle 0^\circ}{(15 + j10) + (20 + j72)} = 1.346 \angle -66.886^\circ \text{ A}$$

La corriente de línea  $I_{aA}$ , calculada empleando el circuito equivalente por fase, es también la corriente de línea,  $I_{aA}$ , en el circuito Y a Y, y así como la corriente de línea,  $I_{aA}$ , en el circuito Y a  $\Delta$ . Las demás corrientes de línea en el circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero difieren en el ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estas corrientes de línea son las siguientes:

$$I_{bB} = 1.346 \angle -186.886^\circ \text{ A} \quad \text{e} \quad I_{cC} = 1.346 \angle 53.114^\circ \text{ A}.$$



Se puede verificar el valor de  $I_{hB}$  al aplicar la LVK al lazo del circuito Y a Y que empieza en el nodo  $n$ , pasa por los nodos  $b, B, N$ , y regresa al nodo  $n$ .

$$V_b = Z_L I_{hB} + Z_3 I_{hB} + V_{Nn}$$

Al estar el circuito balanceado,  $V_{Nn}=0$  y despejando a  $I_{hB}$ , se tiene:

$$I_{hB} = \frac{V_b}{Z_L + Z_3} = \frac{120 \angle -120^\circ}{(15 + j10) + (20 + j72)} = 1.346 \angle -186.886^\circ \text{ A}$$

En el circuito equivalente por fase el voltaje  $V_{AN}$  es:

$$V_{AN} = I_{hA} Z_3 = (1.346 \angle -66.886^\circ)(20 + j72) = 100.581 \angle 7.589^\circ \text{ V}$$

El voltaje  $V_{AN}$  calculado empleando el circuito equivalente por fase es también el voltaje de fase,  $V_{AN}$ , del circuito Y a Y. Los demás voltajes de fase del circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero diferente ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estos voltajes son los siguientes:

$$V_{AN} = 100.581 \angle -112.411^\circ \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{CN} = 100.581 \angle 127.589^\circ \text{ V}$$

Los voltajes de línea a línea del circuito Y a Y se calculan de la siguiente manera:

$$V_{AB} = V_{AN} - V_{BN} = 100.581 \angle 7.589^\circ - 100.581 \angle -112.411^\circ$$

$$V_{AB} = 174.211 \angle 37.589^\circ \text{ V}$$

$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN} = 100.581 \angle -112.411^\circ - 100.581 \angle 127.589^\circ$$

$$V_{BC} = 174.211 \angle -82.41^\circ \text{ V}$$

$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN} = 100.581 \angle 127.589^\circ - 100.581 \angle 7.589^\circ$$

$$V_{CA} = 174.211 \angle 157.589^\circ \text{ V}$$

Los voltajes de fase de una carga conectada en  $\Delta$  son iguales a los voltajes de línea a línea. Por lo tanto las corrientes de fase son:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_Y} = \frac{174.211 \angle 37.589^\circ}{60 + j216} = 0.777 \angle -36.887^\circ \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_Y} = \frac{174.211 \angle -82.41^\circ}{60 + j216} = 0.777 \angle -156.886^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_Y} = \frac{174.211 \angle 157.589^\circ}{60 + j216} = 0.777 \angle 83.113^\circ \text{ A}$$

En la figura 4.8 se muestra la solución empleando el programa Electronics Workbench.

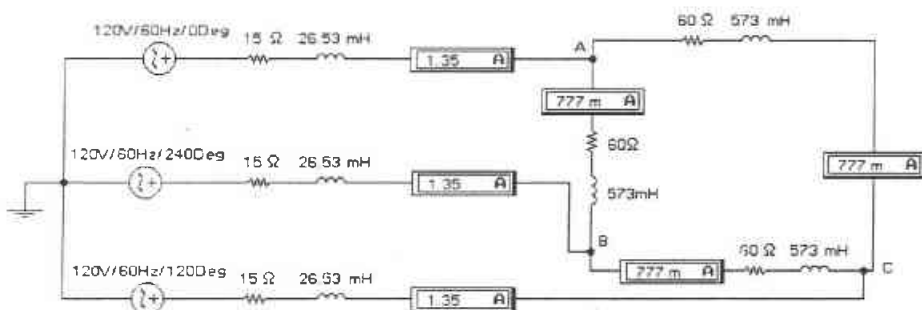


Figura 4.8

#### Ejercicio 4.2.2

En la figura 4.9 se muestra un circuito trifásico balanceado. Calcule las corrientes en las líneas y los voltajes entre ellas. Después utilice el programa Electronics Workbench para verificar sus resultados.

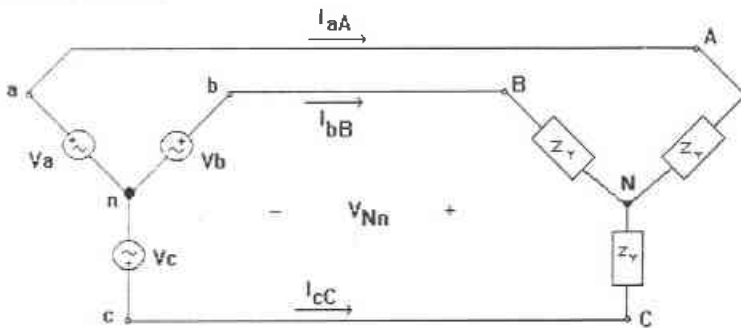


Figura 4.9

Donde:

$$V_a = 20 \cos 3t \text{ V}$$

$$V_b = 20 \cos(3t + 120^\circ) \text{ V}$$

$$V_c = 20 \cos(3t - 120^\circ) \text{ V}$$

$$Z_Y = (10 + j9)\Omega$$

SOLUCIÓN:

Debido a que el circuito trifásico está balanceado, puede analizarse empleando un circuito equivalente por fase como el mostrado en la figura 4.10

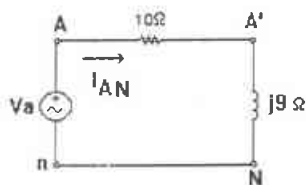


Figura 4.10

Las corrientes de línea y las corrientes de fase son iguales.  
La corriente de línea está dada por:

$$I_{AN} = \frac{V_a}{Z_Y} = \frac{20 \angle 0^\circ}{(10 + j9)} = 1.487 \angle -41.987^\circ \text{ A}$$

Las demás corrientes de línea en el circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero difieren en el ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estas corrientes de línea son las siguientes:

$$I_{AN} = 1.487 \angle 78.013^\circ \text{ A} \quad \text{e} \quad I_{CN} = 1.487 \angle -161.987^\circ \text{ A}$$

En el circuito equivalente por fase el voltaje  $V_{A'N}$  es:

$$V_{A'N} = I_{AN} Z_L = (1.487 \angle -41.987^\circ)(j9) = 13.383 \angle 48.013^\circ \text{ V}$$

Los demás voltajes de fase del circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero diferente ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estos voltajes son los siguientes:

$$V_{bN} = 13.383 \angle 168.013^\circ \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{cN} = 13.383 \angle -71.987^\circ \text{ V}$$

Los voltajes de línea a línea del circuito Y a Y se calculan de la siguiente manera:

$$V_{ab} = V_{aN} - V_{bN} = 20 \angle 0^\circ - 20 \angle 120^\circ$$

$$V_{ab} = 34.64 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$V_{bc} = V_{bN} - V_{cN} = 20 \angle 120^\circ - 20 \angle -120^\circ$$

$$V_{bc} = 34.64 \angle 90^\circ \text{ V}$$

$$V_{ca} = V_{cN} - V_{aN} = 20 \angle -120^\circ - 20 \angle 0^\circ$$

$$V_{ca} = 34.64 \angle -150^\circ \text{ V}$$

En la figura 4.11 se muestra la solución empleando el programa Electronics Workbench:

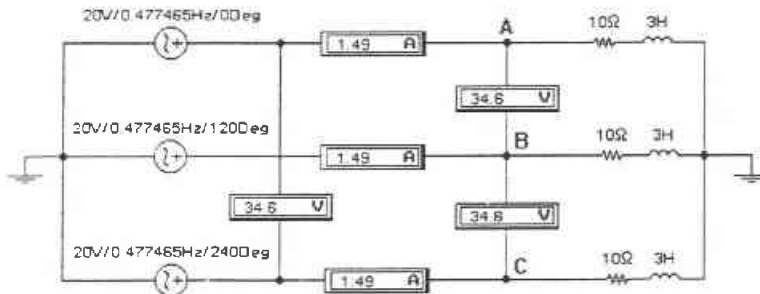


Figura 4.11

### Ejercicio 4.2.3

Determine las corrientes de línea y la magnitud del voltaje de línea en la carga del circuito de la figura 4.12. Posteriormente utilice el programa Electronics Workbench para verificar sus resultados.

$f = 60 \text{ Hz}$ .

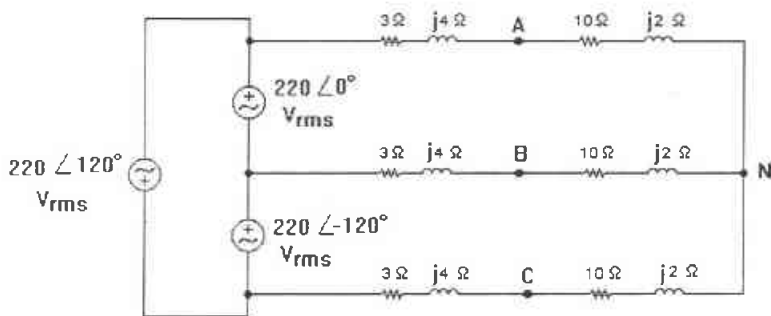


Figura 4.12

SOLUCIÓN:

Se recomienda convertir la conexión fuente/carga a una conexión Y-Y si la fuente, la carga o ambas están conectadas en delta, ya que la conexión Y-Y se puede usar fácilmente para obtener los fasores desconocidos.

Para una secuencia de voltajes de fase  $abc$ , si las fuentes en delta son:

$$V_{ab} = V_f \angle 0^\circ$$

$$V_{bc} = V_f \angle -120^\circ$$

$$V_{ca} = V_f \angle 120^\circ$$

Donde  $V_f$  es la magnitud del voltaje de fase. Las fuentes equivalentes en Y son:

$$V_a = \frac{V_f}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = V_p \angle -30^\circ$$

$$V_b = \frac{V_f}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ = V_p \angle -150^\circ$$

$$V_c = \frac{V_f}{\sqrt{3}} \angle -270^\circ = V_p \angle 90^\circ$$

Donde  $V_p$  es la magnitud del voltaje de fase de una fuente equivalente conectada en Y.

$$V_u = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 127.017 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$V_b = \frac{(220 \angle -120^\circ)}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 127.017 \angle -150^\circ \text{ V}$$

$$V_c = \frac{(220 \angle 120^\circ)}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 127.017 \angle 90^\circ \text{ V}$$

Debido a que el circuito trifásico está balanceado, puede analizarse empleando un circuito equivalente por fase como el mostrado en la figura 4.13.

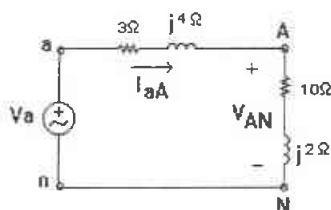


Figura 4.13

La corriente de línea está dada por:

$$I_{aA} = \frac{V_u}{Z_L + Z_Y} = \frac{127.017 \angle -30^\circ}{(3 + j4) + (10 + j2)} = 8.871 \angle -54.775^\circ \text{ A}$$

Las demás corrientes de línea en el circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero difieren en el ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estas corrientes de línea son las siguientes:

$$I_{bB} = 8.871 \angle -174.775^\circ \text{ A} \quad \text{e} \quad I_{cC} = 8.871 \angle 65.225^\circ \text{ A}$$

En el circuito equivalente por fase el voltaje  $V_{AN}$  es:

$$V_{AN} = I_{aA} Z_Y = (8.871 \angle -54.775^\circ)(10 + j2) = 90.467 \angle -43.465^\circ \text{ V}$$

El voltaje  $V_{AN}$  calculado empleando el circuito equivalente por fase es también el voltaje de fase.  $V_{AN}$ , del circuito Y a Y. Los demás voltajes de fase del circuito Y a Y balanceado

tienen la misma magnitud pero diferente ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estos voltajes son los siguientes:

$$V_{BV} = 90.467 \angle -163.465^\circ \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{CV} = 90.467 \angle 76.535^\circ \text{ V}$$

Los voltajes de línea a línea del circuito Y a Y se calculan de la siguiente manera:

$$V_{AB} = V_{AV} - V_{BV} = 90.467 \angle -43.465^\circ - 90.467 \angle -163.465^\circ$$

$$V_{AB} = 156.693 \angle -13.465^\circ \text{ V}$$

$$V_{BC} = V_{BV} - V_{CV} = 90.467 \angle -163.465^\circ - 90.467 \angle 76.535^\circ$$

$$V_{BC} = 156.693 \angle -133.465^\circ \text{ V}$$

$$V_{CA} = V_{CV} - V_{AV} = 90.467 \angle 76.535^\circ - 90.467 \angle -43.465^\circ$$

$$V_{CA} = 156.693 \angle 106.535^\circ \text{ V}$$

Así entonces, la magnitud del voltaje de línea en la carga es:

$$V_L = \sqrt{3}(90.467) = 156.693 \text{ V}$$

La figura 4.14 muestra la solución empleando el programa Electronics Workbench, haciendo la transformación de la fuente de delta a estrella.

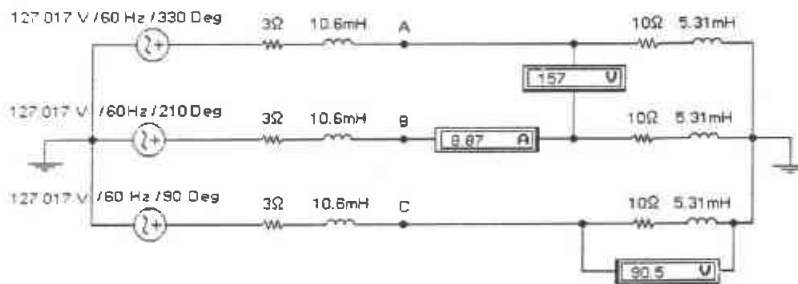


Figura 4.14

Ejercicio 4.2.4

Determine para el circuito de la figura 4.15 las corrientes de fase en la carga, así como también los voltajes en la carga y entre líneas. Donde:

$$V_a = 120 \cos(377t + 10^\circ) \text{ V}$$

$$V_b = 120 \cos(377t + 130^\circ) \text{ V}$$

$$V_c = 120 \cos(377t - 110^\circ) \text{ V}$$

Cada una de las líneas tiene una impedancia de  $(3 + j377)\Omega$  y cada una de las impedancias de la carga es de  $(10 - j530.5)\Omega$ . Posteriormente compruebe sus resultados empleando el programa Electronics Workbench.

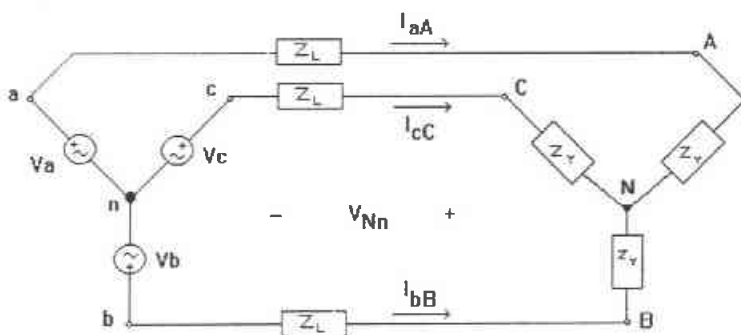


Figura 4.15

SOLUCIÓN:

En la figura 4.16 se muestra el circuito equivalente por fase para el circuito Y a Y.

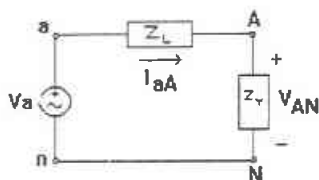


Figura 4.16

La corriente de línea está dada por:



$$I_{aA} = \frac{V_a}{Z_L + Z_Y} = \frac{120 \angle 10^\circ}{(3 + j377) + (10 - j530.5)} = 0.779 \angle 95.159^\circ \text{ A}$$

La corriente de línea  $I_{aA}$ , calculada empleando el circuito equivalente por fase, es también la corriente de línea,  $I_{aA}$ , en el circuito Y a Y, y así como la corriente de línea,  $I_{aA}$ , en el circuito Y a  $\Delta$ . Las demás corrientes de línea en el circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero difieren en el ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estas corrientes de línea son las siguientes:

$$I_{bB} = 0.779 \angle 215.159^\circ \text{ A} \quad \text{y} \quad I_{cC} = 0.779 \angle -24.841^\circ \text{ A}$$

En el circuito equivalente por fase el voltaje  $V_{AN}$  es:

$$V_{AN} = I_{aA} Z_Y = (0.779 \angle 95.159^\circ)(10 - j530.5) = 413.333 \angle 6.239^\circ \text{ V}$$

El voltaje  $V_{AN}$  calculado empleando el circuito equivalente por fase es también el voltaje de fase,  $V_{AN}$ , del circuito Y a Y. Los demás voltajes de fase del circuito Y a Y balanceado tienen la misma magnitud pero diferente ángulo de fase por  $120^\circ$ . Estos voltajes son los siguientes:

$$V_{bN} = 413.333 \angle 126.239^\circ \text{ V} \quad \text{y} \quad V_{cN} = 413.333 \angle -113.761^\circ \text{ V}$$

Los voltajes de línea a línea del circuito Y a Y se calculan de la siguiente manera:

$$V_{ab} = V_{bN} - V_{aN} = 413.333 \angle 126.239^\circ - 413.333 \angle 6.239^\circ$$

$$V_{ab} = 715.914 \angle -23.761^\circ \text{ V}$$

$$V_{bc} = V_{cN} - V_{bN} = 413.333 \angle -113.761^\circ - 413.333 \angle 126.239^\circ$$

$$V_{bc} = 715.914 \angle 96.239^\circ \text{ V}$$

$$V_{ca} = V_{aN} - V_{cN} = 413.333 \angle 6.239^\circ - 413.333 \angle -113.761^\circ$$

$$V_{ca} = 715.914 \angle -143.761^\circ \text{ V}$$

La figura 4.17 muestra la solución empleando el programa Electronics Workbench.

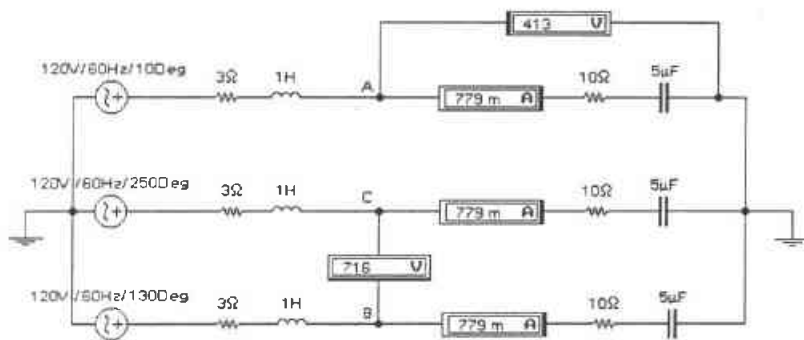


Figura 4.17

#### Ejercicio 4.2.5

Un circuito trifásico con una tensión de línea de 700 V tiene dos cargas balanceadas en configuración  $\Delta$ , una de ellas formada con impedancias de  $30\angle 20^\circ\Omega$  y la otra con impedancias de  $40\angle -50^\circ\Omega$ . Calcule la corriente rms total de línea y verifique el resultado haciendo uso del programa Electronics Workbench. También calcule la potencia promedio total absorbida.

El generador de secuencia positiva se encuentra conectado en  $\Delta$ .

#### SOLUCIÓN:

Para esto, las impedancias de las deltas correspondientes se encuentran en paralelo y por lo tanto se pueden combinar para producir una sola.

$$Z_{\Delta} = \frac{(30\angle 20^\circ)(40\angle -50^\circ)}{30\angle 20^\circ + 40\angle -50^\circ} = \frac{1200\angle -30^\circ}{57.627\angle -20.712^\circ} = 20.824\angle -9.288^\circ\Omega$$

La corriente rms de fase para la  $\Delta$  combinada es igual al voltaje de línea dividido entre la magnitud de ésta impedancia equivalente:

$$I_{\Delta} = \frac{V_L}{Z_{\Delta}} = \frac{700}{20.824} = 33.615 \text{ A}$$

La corriente rms de línea es  $I_L = \sqrt{3}I_f = \sqrt{3}(33.615) = 58.223 \text{ A}$

En la figura 4.18 se tiene la solución haciendo uso del programa Electronics Workbench, transformando la fuente trifásica de  $\Delta$  a Y.

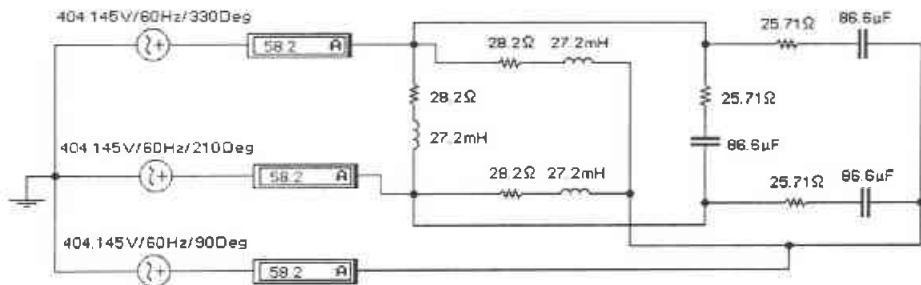


Figura 4.18

La potencia promedio total puede determinarse a partir de las cantidades de línea y del factor de potencia:

$$P = \sqrt{3}V_L I_L (f.p.)$$

$$P = \sqrt{3}(700)(58.223)\cos(-9.288^\circ) = 69.666 \text{ kW}$$

#### Ejercicio 4.2.6

Se tiene un sistema trifásico balanceado de secuencia positiva, con un voltaje de línea de 480 Vrms que suministra una potencia de 2000 W con un factor de potencia de 0.8 adelantado, a una carga equilibrada conectada en estrella.

Determine las corrientes de línea y la impedancia de carga por fase

SOLUCION:

De la fórmula de la potencia:

$$P = \sqrt{3}V_L I_L (f.p.)$$

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3}V_L} (f.p.) = \frac{2000}{\sqrt{3}(480)(0.8)} = 3.007 \text{ A}$$

$$I_L = I_C$$

$$Z_C = \frac{V_C}{I_C}$$

$$|V_{an}| = |V_{bn}| = |V_{cn}| = V_n$$

$$V_n = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{480}{\sqrt{3}} = 277.13 \text{ V}$$

$$Z_C = \frac{277.13}{3.007 \angle 36.87^\circ} = 92.16 \angle -36.87^\circ \Omega$$

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_C} \quad ; \quad I_b = \frac{V_{bn}}{Z_C} \quad ; \quad I_c = \frac{V_{cn}}{Z_C}$$

$$V_{an} = V_n \angle 0^\circ = 277.13 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_{bn} = V_n \angle -120^\circ = 277.13 \angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_{cn} = V_n \angle -240^\circ = 277.13 \angle -240^\circ \text{ V}$$

$$I_a = \frac{277.13 \angle 0^\circ}{92.16 \angle -36.87^\circ} = 3.007 \angle 36.87^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{277.13 \angle -120^\circ}{92.16 \angle -36.87^\circ} = 3.007 \angle -83.13^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{277.13 \angle -240^\circ}{92.16 \angle -36.87^\circ} = 3.007 \angle -203.13^\circ \text{ A}$$

#### Ejercicio 4.2.7

Para el circuito de la figura 4.19 se tiene una carga conectada en  $\Delta$  balanceada que tiene una impedancia de  $(10 - j15)\Omega$  que se conecta a un generador de secuencia positiva conectado en  $\Delta$  que tiene  $V_{ab} = 300 \angle 0^\circ \text{ V}$ . Calcular las corrientes de fase de la carga y las

corrientes de línea. Compruebe sus resultados empleando el programa Electronics Workbench.

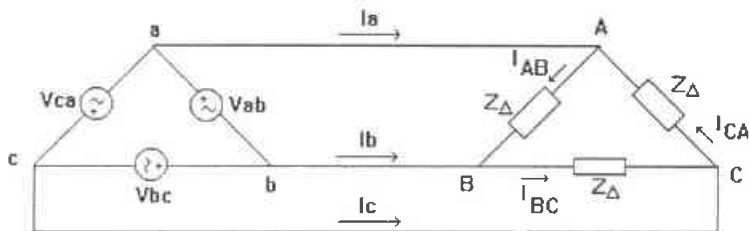


Figura 4.19

SOLUCIÓN:

La impedancia de carga por fase es:

$$Z_{\Delta} = 10 - j15 = 18.028 \angle -56.309^{\circ} \Omega$$

Las corrientes de fase son:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{\Delta}} = \frac{300 \angle 0^{\circ}}{18.028 \angle -56.309^{\circ}} = 16.641 \angle 56.309^{\circ} \text{ A}$$

$$I_{BC} = I_{AB} \angle -120^{\circ} = 16.641 \angle -63.69^{\circ} \text{ A}$$

$$I_{CA} = I_{AB} \angle 120^{\circ} = 16.641 \angle 176.309^{\circ} \text{ A}$$

Para una carga en  $\Delta$ , las corrientes de línea siempre están atrasadas respecto de la corriente de fase correspondiente de  $30^{\circ}$  y con una magnitud  $\sqrt{3}$  veces la de la corriente de fase. Por lo tanto las corrientes de línea son:

$$I_a = I_{AB} \sqrt{3} \angle -30^{\circ} = (16.641 \angle 56.309^{\circ})(\sqrt{3} \angle -30^{\circ}) = 28.823 \angle 26.309^{\circ} \text{ A}$$

$$I_b = I_a \angle -120^{\circ} = 28.823 \angle 93.69^{\circ} \text{ A}$$

$$I_c = I_a \angle 120^{\circ} = 28.823 \angle 146.309^{\circ} \text{ A}$$

En la figura 4.20 se muestra la solución haciendo la transformación de la fuente de  $\Delta$  a Y en el programa Electronics Workbench.

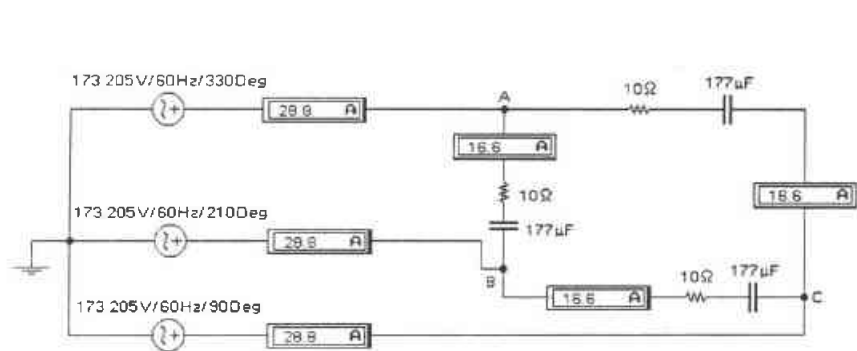


Figura 4.20

### 4.3 Ejercicios propuestos.

#### Ejercicio 4.3.1

Calcule las corrientes en las líneas y los voltajes entre ellas en el sistema Y-Y de la figura 4.21. Después utilice el programa Electronics Workbench para verificar sus resultados.

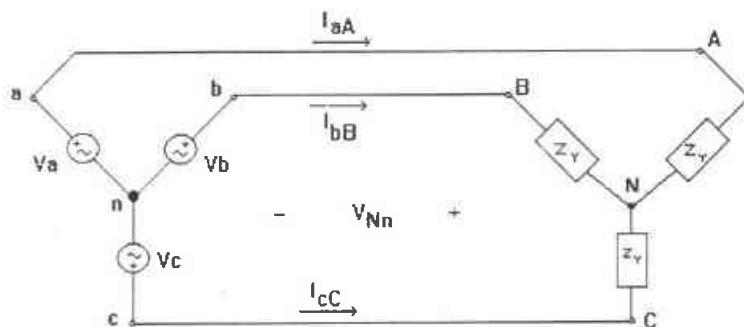


Figura 4.21

Donde:

$$V_a = 110\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$V_b = 110\angle -120^\circ \text{ V}$$

$$V_c = 110\angle -240^\circ \text{ V}$$

$$Z_1 = (10 + j6)\Omega$$

#### Ejercicio 4.3.2

Una fuente conectada en Y de secuencia *abc* balanceada con  $V_a = 100\angle 10^\circ \text{ V}$  se conecta a una carga balanceada conectada en  $\Delta$  de  $(6 + j8)\Omega$  por fase. Determine las corrientes en las líneas y en la carga conectada en  $\Delta$ . Posteriormente compruebe sus resultados empleando el programa Electronics Workbench.  
 $f = 60 \text{ Hz}$ .

#### Ejercicio 4.3.3

Una carga conectada en  $\Delta$  balanceada que tiene una impedancia de  $(9 - j6)\Omega$  se conecta a un generador de secuencia positiva conectado en  $\Delta$  que tiene  $V_{ab} = 330\angle 0^\circ \text{ V}$ . Calcule las corrientes de fase de la carga y las corrientes de línea.

#### Ejercicio 4.3.4

Una carga balanceada conectada en Y con una resistencia de fase de  $20\Omega$  y una reactancia de  $25\Omega$  es alimentada por una fuente conectada en  $\Delta$  balanceada y de secuencia positiva con una tensión de línea de  $210 \text{ V}$ . Determine las corrientes de fase. Use  $V_{ab}$  como referencia.

### 4.4 Circuitos trifásicos desbalanceados. Cargas desbalanceadas en delta y en estrella. Ejercicios con solución.

La solución de circuitos trifásicos con cargas desbalanceadas en  $\Delta$  consiste en calcular las intensidades de fase y posteriormente aplicar la ley de Kirchhoff para las corrientes para obtener las de línea. Las intensidades de corrientes serán distintas entre sí y no tendrán la simetría del caso balanceado.

Para simplificar el análisis, consideraremos las tensiones de fuente balanceadas, pero la carga desbalanceada.

#### Ejercicio 4.4.1

Un sistema trifásico ABC de 240 V de valor eficaz tiene conectada una carga en  $\Delta$  (figura 4.22), con los valores de impedancia siguientes:

$$Z_{AB} = 10 \angle 0^\circ \Omega \quad Z_{BC} = 10 \angle 30^\circ \Omega \quad Z_{CA} = 15 \angle -30^\circ \Omega$$

Obtener las intensidades de fase y de línea.

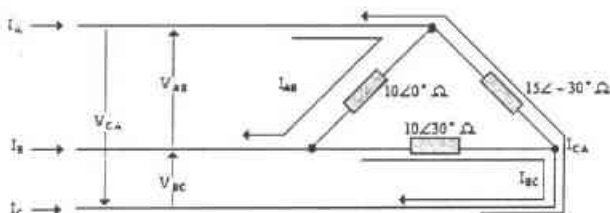


Figura 4.22

#### SOLUCIÓN:

Como el voltaje está dado como valor eficaz se necesita saber el valor máximo que alcanzará el voltaje. para eso utilizamos la definición de valor eficaz:

$$V_{RMS} = \frac{V_{pp}}{\sqrt{2}}$$

Entonces el valor máximo del voltaje será:

$$V_{pp} = 240(\sqrt{2}) = 339.4 \text{ V}$$

Ahora para obtener el valor de las corrientes, utilizamos la ley de Ohm.

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{339.4 \angle 120^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 33.94 \angle 120^\circ \text{ A}$$



$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{339.4\angle 0^\circ}{10\angle 30^\circ} = 33.94\angle -30^\circ \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{339.4\angle 240^\circ}{15\angle -30^\circ} = 22.63\angle 270^\circ \text{ A}$$

Por lo tanto, para saber el valor de las corrientes de línea aplicamos la Ley de corrientes de Kirchoff:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 33.94\angle 120^\circ - 22.63\angle 270^\circ = 54.72\angle 108.1^\circ \text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = 33.94\angle -30^\circ - 33.94\angle 120^\circ = 65.56\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = 22.63\angle 270^\circ - 33.94\angle -30^\circ = 29.93\angle 169.1^\circ \text{ A}$$

La comprobación con el programa Electronics Workbench se muestra en la figura 4.23, en donde se puede observar que tenemos el mismo resultado y la diferencia radica en que este programa de simulación muestra únicamente la parte real o módulo del resultado y no la parte imaginaria o ángulo.

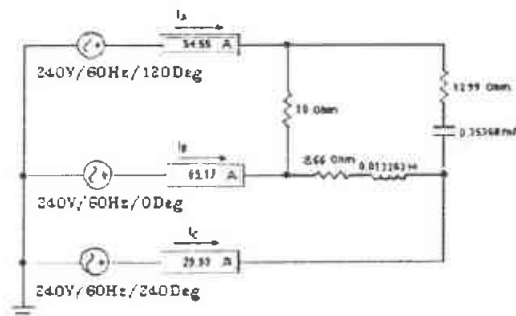


Figura 4.23

Como anteriormente se mencionó los sistemas trifásicos desbalanceados se deben a fuentes de tensión desbalanceadas o a una carga desbalanceada. En este tema de circuitos trifásicos desbalanceados solamente consideraremos el caso en el que las cargas son desbalanceadas y las fuentes son constantes y balanceadas.

Este tipo de circuito se resuelve mediante la aplicación directa del análisis de mallas y nodos. La figura 4.24 presenta un ejemplo de un sistema trifásico desbalanceado que está compuesto por tensiones de fuente balanceadas y una carga conectada en Y desbalanceada,  $Z_A, Z_B, Z_C$ , no son iguales.

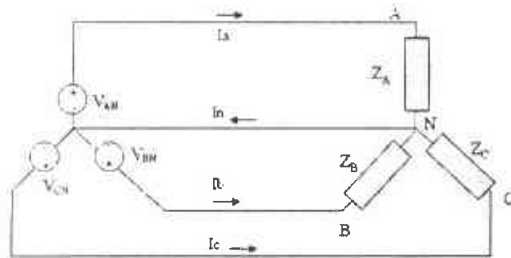


Figura 4.24

Las corrientes de línea se determinan mediante la ley de Ohm como:

$$I_a = \frac{V_{AN}}{Z_A} \quad , \quad I_b = \frac{V_{BN}}{Z_B} \quad , \quad I_c = \frac{V_{CN}}{Z_C}$$

Este conjunto de corrientes de línea desbalanceadas produce corriente en la línea neutra, la cual no es cero como en un sistema balanceado. La aplicación de la LKC en el nodo N produce la corriente de línea neutra como:

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c)$$

En un sistema de tres conductores, donde está ausente la línea neutra, es posible encontrar aún las corrientes de línea  $I_a, I_b$  e  $I_c$  empleando el análisis de malla. En el nodo N, la LKC debe satisfacerse de manera que  $I_a + I_b + I_c = 0$ , en este caso. Lo mismo sería factible para un sistema de tres conductores  $\Delta$ -Y, Y- $\Delta$  ó  $\Delta$ - $\Delta$ .

Para calcular la potencia en un sistema trifásico desbalanceado se requiere que encontremos la potencia en cada fase utilizando las ecuaciones correspondientes a potencia activa, potencia reactiva y potencia aparente. La potencia total no es simplemente tres veces la potencia en una fase, sino la suma de las potencias en las tres fases.

Ejercicio 4.4.2

La carga en Y desbalanceada de la figura 4.25 tiene tensiones balanceadas de 200V y una secuencia de fase *abc*. Calcule las corrientes de línea y la corriente en el neutro, así como la potencia activa absorbida por la carga. Considere

$$Z_A = 15\Omega, \quad Z_N = 10 + j5\Omega, \quad Z_C = 6 - j8\Omega$$

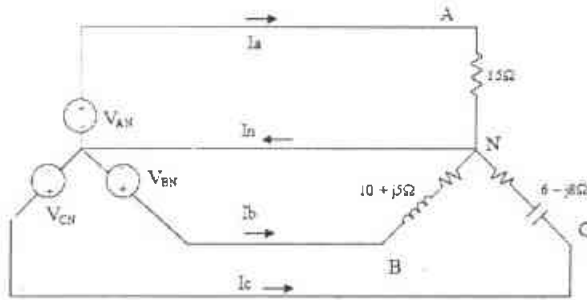


Figura 4.25

SOLUCIÓN:

Utilizando la ley de Ohm  $I = \frac{V}{R}$ , las corrientes de línea son:

$$I_a = \frac{200\angle 0^\circ}{15} = 13.33\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{200\angle 120^\circ}{10 + j5} = \frac{200\angle 120^\circ}{11.18\angle 26.56^\circ} = 17.89\angle 93.44^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{200\angle 240^\circ}{6 - j8} = \frac{200\angle 240^\circ}{10\angle -53.13^\circ} = 20\angle 293.13^\circ = 20\angle -66.87^\circ \text{ A}$$

Empleando la LCK, la corriente en el hilo neutro corresponde a:

$$I_n = -(I_a + I_b + I_c) = -(13.33 - 1.07 + j17.86 + 7.86 - j18.39) = -20.12 + j0.53 = 20.13\angle 178.5^\circ \text{ A}$$

Ahora comprobar los resultados con el simulador "Multisim" e implementar wattmetros para hallar la potencia real que consume cada fase así como su factor de potencia. Como se ve en la figura 4.26, se coincide en los resultados de la parte real de la corriente de línea y se muestra el valor de la potencia.

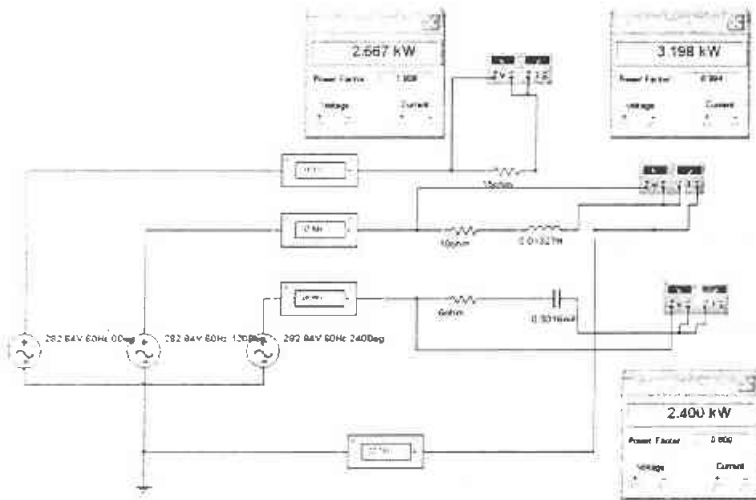


Figura 4.26

Como ya se menciona la potencia total consumida por la carga en un sistema trifásico desbalanceado es la suma de la potencia en cada una de las fases, por lo tanto,

$$P_T = 2.667 + 3.198 + 2.4 = 8.265 \text{ kW}$$

#### Ejercicio 4.4.3

Con ayuda del laboratorio virtual Electronics Workbench determinar el desbalance de las corrientes en las cargas conectadas en estrella con neutro a tierra para el circuito mostrado en la figura 4.27, así como la potencia activa que se consume en las cargas.

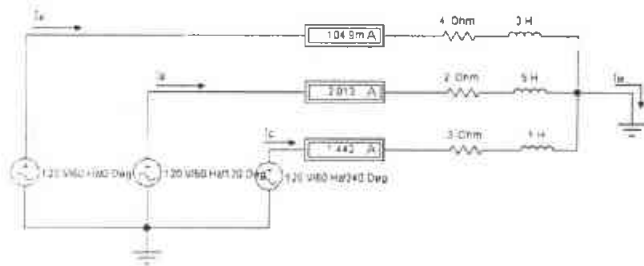


Figura 4.27

Nótese como toda la corriente que surge a raíz de las cargas desbalanceadas se presentan en el neutro de la carga trifásica en estrella (figura 4.28), por eso es de mucha importancia conectar el neutro a tierra para evitar accidentes.

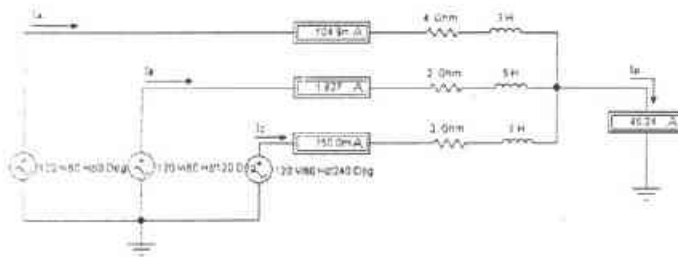


Figura 4.28

El mismo ejercicio pero suponiendo que el neutro no está aterrizado, cuando se presenta este caso, existe una diferencia de potencial entre el neutro de la carga y tierra (figura 4.29) que también es muy peligroso cuando se trata de manejo de maquinaria como motores.

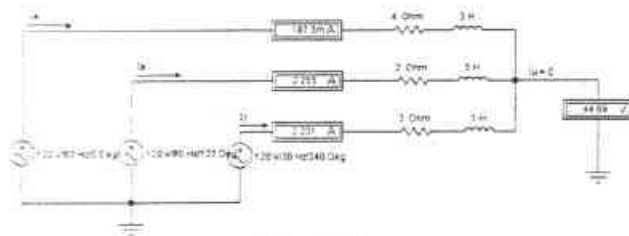


Figura 4.29

## 4.5 Ejercicios propuestos.

### Ejercicio 4.5.1.

Determinar las corrientes en cada fase del sistema de secuencia ABC de la figura 4.30, tomando en cuenta que las cargas están desbalanceadas y con un voltaje entre fases de 120V eficaces. Una vez obtenidas las corrientes comprobar con el Electronics Workbench los resultados.

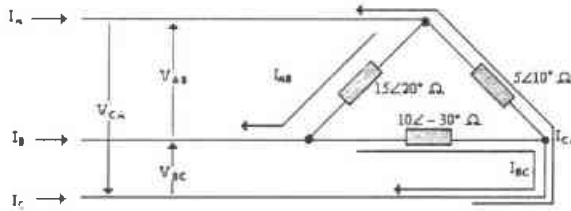


Figura 4.30

### Ejercicio 4.5.2.

Un circuito Y- $\Delta$  tiene los siguientes datos:

$$V_{AB} = 220\angle 120^\circ \text{ V}, \quad V_{BC} = 220\angle 0^\circ \text{ V}, \quad V_{CA} = 220\angle -120^\circ \text{ V}$$

Y las impedancias son:

$$Z_{AB} = 30\angle 30^\circ \Omega, \quad Z_{BC} = 40\angle 10^\circ \Omega, \quad Z_{CA} = 15\angle 20^\circ \Omega$$

Encuentre las corrientes  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$  e  $I_{CA}$ , también la potencia absorbida.

### Ejercicio 4.5.3.

Una carga conectada en delta cuyas impedancias de fase son  $Z_{AB} = 50\Omega$ ,  $Z_{BC} = -j50\Omega$ , y  $Z_{CA} = j50\Omega$ , se alimentan mediante una fuente trifásica balanceada conectada en estrella con  $V_p = 100\text{V}$ . Determine las corrientes de fase y la potencia real absorbida.

### Ejercicio 4.5.4.

Encuentre las corrientes de línea y la corriente en el neutro, así como la potencia total absorbida por la carga para el sistema de la figura 4.31, para esto utilice algún simulador, ya sea el Electronics Workbench o Multisim. Tome en cuenta que el sistema es alimentado por una fuente balanceada de 240V en cada fase.

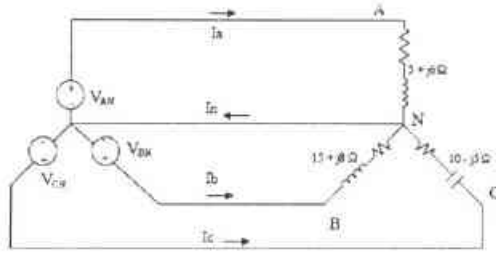


Figura 4.31

Ejercicio 4.5.5.

Un circuito Y-Y de cuatro conductores tiene:

$$V_{AN} = 120\angle 120^\circ \text{ V}, \quad V_{BN} = 120\angle 0^\circ \text{ V}, \quad V_{CN} = 120\angle -120^\circ \text{ V}$$

Si las impedancias son:

$$Z_{AN} = 20\angle 60^\circ \Omega, \quad Z_{BN} = 30\angle 0^\circ \Omega, \quad Z_{CN} = 40\angle 30^\circ \Omega$$

Determine la corriente en la línea neutra, y la potencia absorbida por la carga.

Ejercicio 4.5.6.

Un generador trifásico balanceado conectado en estrella con  $V_p = 220 \text{ V}$  alimenta una carga desbalanceada conectada en estrella con  $Z_{AN} = 60 + j80\Omega$ ,  $Z_{BN} = 100 - j120\Omega$ ,  $Z_{CN} = 30 + j40\Omega$ . Determine la potencia total que absorbe la carga.

## CAPÍTULO 5

### RESPUESTA A LA FRECUENCIA.

#### 5.1 Introducción.

Una de las señales comúnmente usadas para probar una gran variedad de equipos eléctricos es la senoide cuya frecuencia se puede variar. La respuesta de frecuencia resultante es la relación salida/entrada la cual tiene tanto magnitud como ángulo y cuya magnitud y ángulo son funciones de la frecuencia angular.

La respuesta en frecuencia de un circuito es un importante recurso para el analista de circuitos, porque proporciona información del efecto del circuito sobre senoides de frecuencias específicas.

La respuesta en frecuencia es la respuesta de un circuito en estado estable a una señal senoidal de entrada, conforme varía la frecuencia de la senoide. La relación en función de la frecuencia, tanto de la ganancia como el desfase, es la que existe entre una señal senoidal de entrada en estado estable y una señal senoidal de entrada en estado estable y una señal senoidal de salida.

Un circuito resonante es una combinación de elementos sensibles a la frecuencia, conectados para obtener una respuesta selectora de frecuencias.

El diagrama de Bode es una gráfica de los valores de la ganancia logarítmica y el ángulo de fase que utiliza un eje horizontal logarítmico de frecuencia. Es una gráfica de la ganancia en decibeles y de la fase en grados con respecto al logaritmo de la frecuencia; en este capítulo se muestra la gran ventaja que representa el uso del trazador de Bode del laboratorio virtual del programa de cómputo Electronics Workbench.

En éste capítulo se abordarán algunos circuitos sencillos tomando a la frecuencia como variable y estudiando su comportamiento, ya que los circuitos responden de manera diferente cuando la frecuencia cambia. Este estudio se hará atendiendo a la relación de una tensión de salida respecto a la tensión de entrada en decibeles y estudiando al ángulo de fase que existe entre la salida y la entrada. Se estudiarán circuitos RC y RL, así como también, circuitos RLC en los que se presenta el fenómeno de resonancia.



## 5.2 Ejercicios con solución.

### Ejercicio 5.2.1

Obtenga la respuesta  $V_i$  para el circuito RC de la figura 5.1, así como la ganancia en dB y ángulo de fase para cada uno de los incisos y posteriormente compruebe sus resultados con el Trazador de Bode virtual en el programa Electronics Workbench.

- a)  $v_{i1} = 10 \text{ sen } t \text{ V}$
- b)  $v_{i2} = 10 \text{ sen } 10t \text{ V}$
- c)  $v_{i3} = 10 \text{ sen } 100t \text{ V}$
- d)  $v_{i4} = 10 \text{ sen } 1000t \text{ V}$

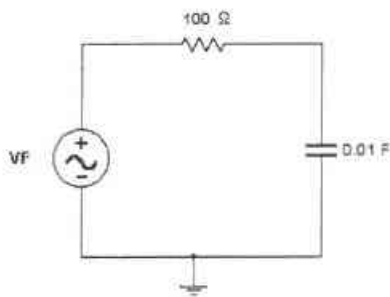


Figura 5.1

SOLUCIÓN:

$$v_{i1} = 10 \text{ sen } t$$

$$v_{i1} = 10 \cos(t - 90^\circ)$$

$$\text{a) } \omega = 1 \text{ rad/seg} \quad ; \quad f = \frac{1}{2\pi} = 0.159155 \text{ Hz}$$

Por divisor de voltaje:

$$V_{i1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_{i1}$$

$$V_{Cl} = \frac{V_{F1}}{1 + j\omega RC}$$

Sustituyendo valores:

$$V_{Cl} = \frac{10\angle -90^\circ}{1 + j(1)(100)(0.01)} = \frac{10\angle -90^\circ}{1 + j1} = \frac{10\angle -90^\circ}{1.414\angle 45^\circ}$$

$$V_{Cl} = 7.071\angle -135^\circ \text{ V}$$

Para la ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_{Cl}}{V_{F1}}$$

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{7.071}{10} = -3.0104 \text{ dB}$$

Obtención del ángulo de fase:

$$\frac{V_{Cl}}{V_{F1}} = \frac{7.071\angle -135^\circ}{10\angle -90^\circ} = 0.7071\angle -45^\circ$$

La figura 5.2 muestra el empleo del Trazador de Bode virtual en el programa Electronics Workbench.

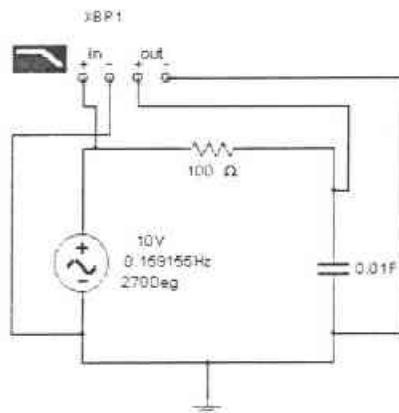


Figura 5.2

En la figura 5.3 se muestra la ganancia en dB en el Trazador de Bode virtual y en la figura 5.4 su correspondiente ángulo de fase. Esto se logró ubicando el cursor en la frecuencia de 159 mHz.

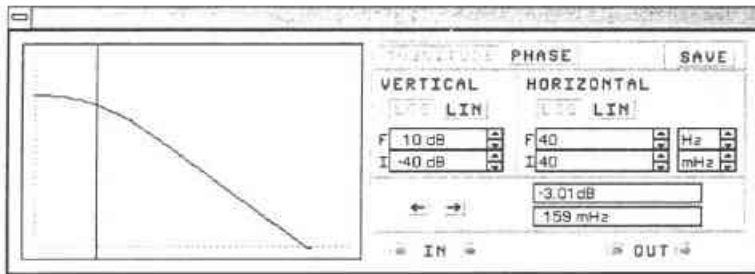


Figura 5.3

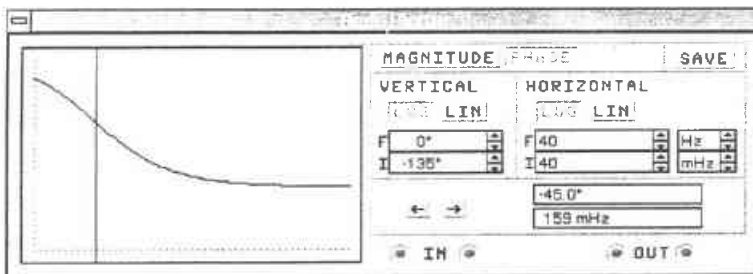


Figura 5.4

$$b) \omega = 10 \text{ rad/seg} \quad ; \quad f = \frac{10}{2\pi} = 1.59155 \text{ Hz}$$

$$V_{i2} = \frac{V_{i1}}{1 + j\omega RC}$$

$$V_{i2} = \frac{10 \angle -90^\circ}{1 + j(10)(100)(0.01)} = \frac{10 \angle -90^\circ}{1 + j10} = \frac{10 \angle -90^\circ}{10.05 \angle 84.289^\circ}$$

$$V_{i2} = 0.995 \angle -174.289^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_{C2}}{V_{E2}}$$

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{0.995}{10} = -20.043 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{C2}}{V_{E2}} = \frac{0.995 \angle -174.289^\circ}{10 \angle -90^\circ} = 0.0998 \angle -84.289^\circ$$

En la figura 5.5 se muestra la ganancia en dB en el Trazador de Bode virtual y en la figura 5.6 su correspondiente ángulo de fase.

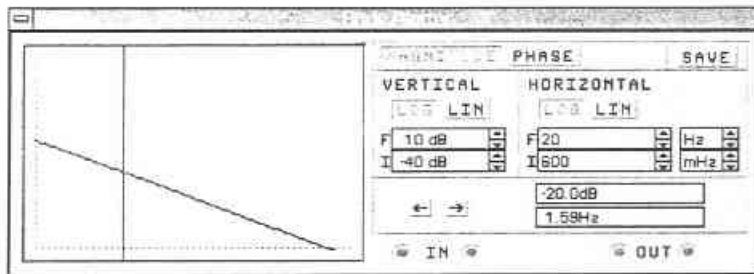


Figura 5.5

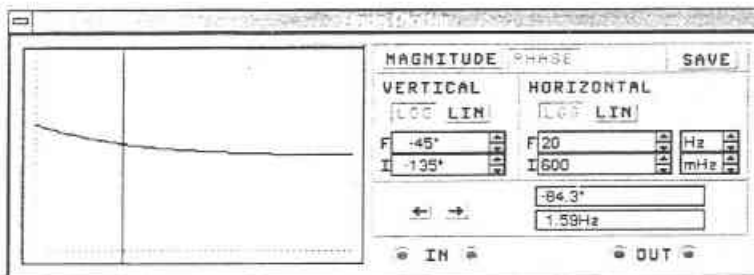


Figura 5.6

$$c) \omega = 100 \text{ rad/seg} \quad ; \quad f = \frac{100}{2\pi} = 15.9155 \text{ Hz}$$

$$V_{cV} = \frac{10 \angle -90^\circ}{1 + j(100)(100)(0.01)} = \frac{10 \angle -90^\circ}{1 + j100} = \frac{10 \angle -90^\circ}{100.005 \angle 89.427^\circ}$$

$$V_{cV} = 99.99 \times 10^{-3} \angle -179.427^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{99.99 \times 10^{-3}}{10} = -40.0 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{cV}}{V_{iV}} = \frac{99.99 \times 10^{-3} \angle -179.427^\circ}{10 \angle -90^\circ} = 9.999 \times 10^{-3} \angle -89.427^\circ$$

En la figura 5.7 se presenta la ganancia en dB y la figura 5.8 el ángulo de fase en el Trazador de Bode virtual.

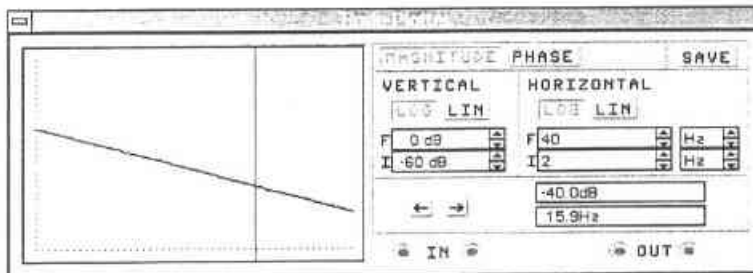


Figura 5.7

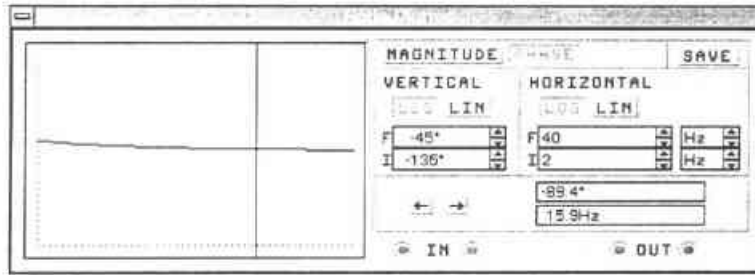


Figura 5.8

$$d) \omega = 1000 \text{ rad/seg} \quad : \quad f = \frac{1000}{2\pi} = 159.155 \text{ Hz}$$

Haciendo los cálculos correspondientes se obtiene lo siguiente:

$$V_{i4} = 9,999 \times 10^{-3} \angle -179.943^\circ \text{ V}$$

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{9,999 \times 10^{-3}}{10} = -60 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{i4}}{V_{i3}} = \frac{9,999 \times 10^{-3} \angle -179.943^\circ}{10 \angle -90^\circ} = 9,999 \times 10^{-4} \angle -89.943^\circ$$

En las figuras 5.9 y 5.10 se muestran la ganancia en dB y el ángulo de fase respectivamente.

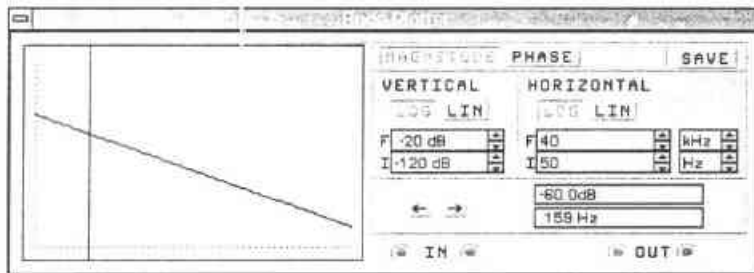


Figura 5.9

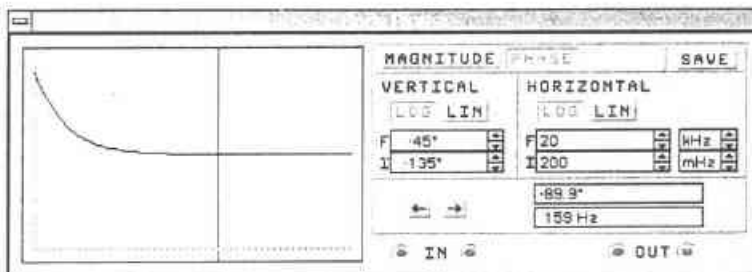


Figura 5.10

### Ejercicio 5.2.2

Para el circuito RL de la figura 5.11 obtenga la respuesta  $v_L$ , la ganancia en dB y ángulo de fase para los cuatro incisos y después compruebe sus resultados empleando el Trazador de Bode virtual.

- $v_{i1} = 20 \cos t$  V
- $v_{i2} = 20 \cos 10t$  V
- $v_{i3} = 20 \cos 100t$  V

d)  $v_{L1} = 20 \cos 1000t \text{ V}$

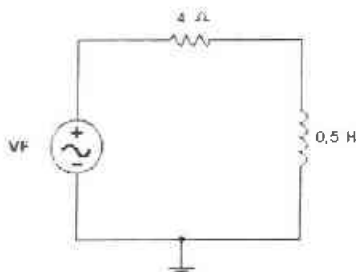


Figura 5.11

SOLUCIÓN:

a)  $\omega = 1 \text{ rad seg}^{-1}$ ;  $f = \frac{1}{2\pi} = 0.159155 \text{ Hz}$

Por divisor de voltaje:

$$V_{L1} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L} V_{E1}$$

Sustituyendo valores:

$$V_{L1} = \frac{j(1)(0.5)20\angle 0^\circ}{4 + j(1)(0.5)} = \frac{(0.5\angle 90^\circ)(20\angle 0^\circ)}{4.031\angle 7.125^\circ} = \frac{10\angle 90^\circ}{4.031\angle 7.125^\circ}$$

$$V_{L1} = 2.481\angle 82.875^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_{L1}}{V_{E1}}$$

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{2.481}{20} = -18.129 \text{ dB}$$

Angulo de fase:



$$\frac{V_{r1}}{V_{r3}} = \frac{2.481 \angle 82.875^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 0.124 \angle 82.875^\circ$$

Las figuras 5.12 y 5.13 muestran respectivamente la ganancia en dB y el ángulo de fase.

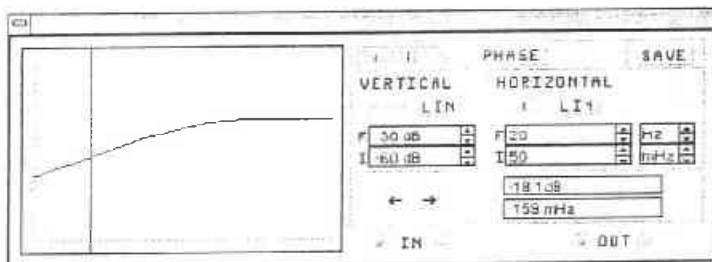


Figura 5.12

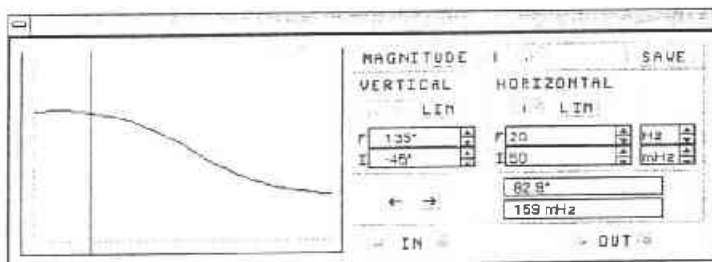


Figura 5.13

b)  $\omega = 10 \text{ rad/seg} \quad ; \quad f = \frac{10}{2\pi} = 1.59155 \text{ Hz}$

Por divisor de voltaje:

$$V_{r2} = \frac{j(10)(0.5)20 \angle 0^\circ}{4 + j(10)(0.5)} = \frac{(5 \angle 90^\circ)(20 \angle 0^\circ)}{6.403 \angle 51.340^\circ} = \frac{100 \angle 90^\circ}{6.403 \angle 51.340^\circ}$$

$$V_{r2} = 15.617 \angle 38.66^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{15.617}{20} = -2.148 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{12}}{V_{12}} = \frac{15.617 \angle 38.66^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 0.781 \angle 38.66^\circ$$

En la figura 5.14 se presenta la ganancia en dB, y la figura 5.15 el correspondiente ángulo de fase.

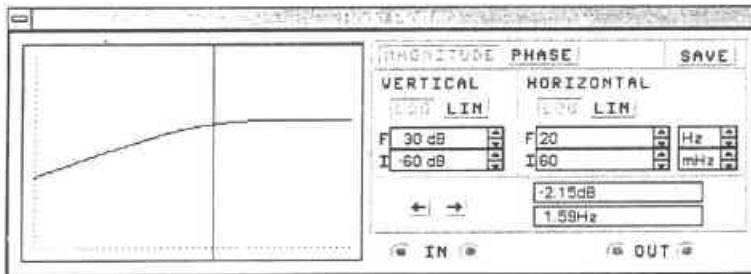


Figura 5.14

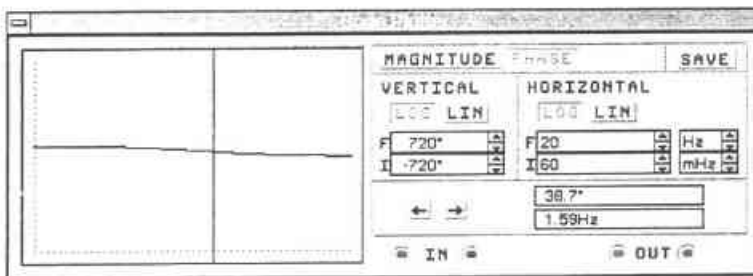


Figura 5.15

c)  $\omega = 100 \text{ rad/seg}$  ;  $f = \frac{100}{2\pi} = 15.9155 \text{ Hz}$ .

Al efectuar los cálculos, se obtienen los siguientes resultados:

$$V_{L3} = 19.936 \angle 4.574^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{19.936}{20} = -0.028 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{L3}}{V_{P3}} = \frac{19.936 \angle 4.574^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 0.997 \angle 4.574^\circ$$

La figura 5.16 muestra la ganancia en dB y la figura 5.17 el correspondiente ángulo de fase en el Trazador de Bode virtual.

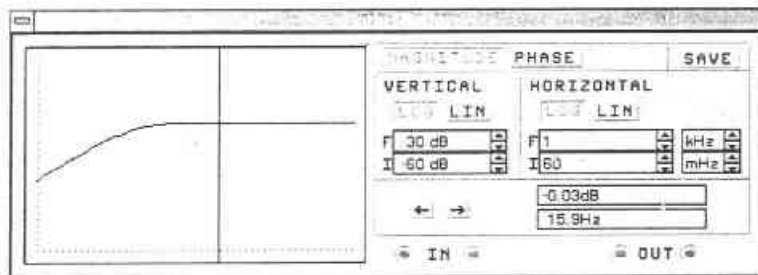


Figura 5.16

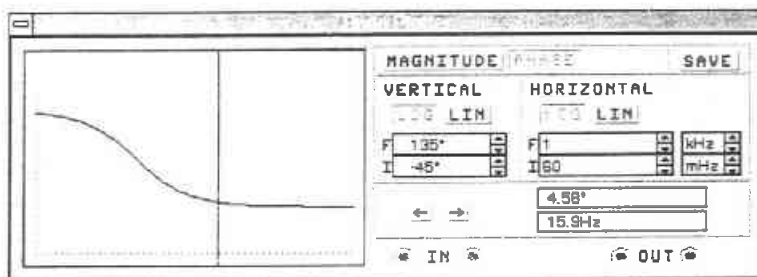


Figura 5.17

$$d) \omega = 1000 \text{ rad/seg} \quad ; \quad f = \frac{1000}{2\pi} = 159.155 \text{ Hz.}$$

y haciendo los cálculos los resultados son los siguientes:

$$V_{i4} = 19.999 \angle 0.458^\circ \text{ V}$$

$$G_{db} = 20 \log_{10} \frac{19.999}{20} = -0.0003 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{i4}}{V_{i4}} = \frac{19.999 \angle 0.458^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 1 \angle 0.458^\circ$$

En las figuras 5.18 y 5.19 se presentan respectivamente la ganancia en dB y el ángulo de fase.

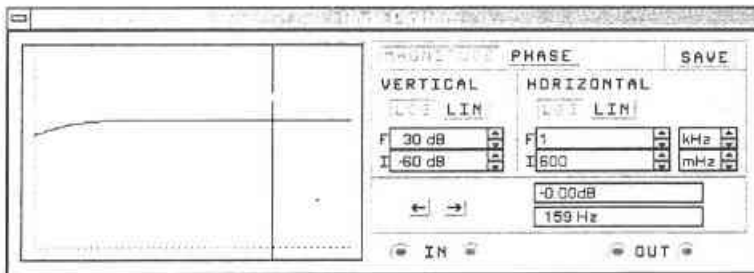


Figura 5.18

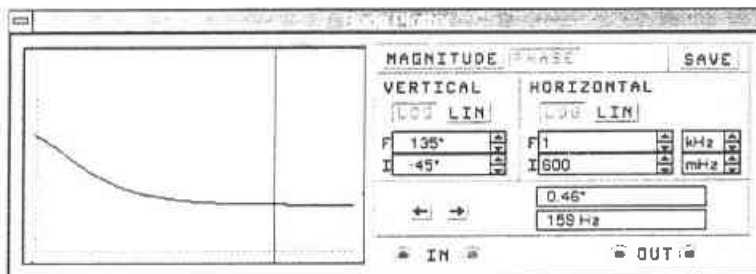


Figura 5.19

Ejercicio 5.2.3

Encuentre la respuesta  $v_C$ , la ganancia en dB y el ángulo de fase para el circuito RLC de la figura 5.20 para cada inciso y utilice el Trazador de Bode virtual para verificar sus resultados.

- a)  $v_{r1} = 30 \cos 2t$  V
- b)  $v_{r2} = 30 \cos 20t$  V
- c)  $v_{r3} = 30 \cos 200t$  V
- d)  $v_{r4} = 30 \cos 2000t$  V

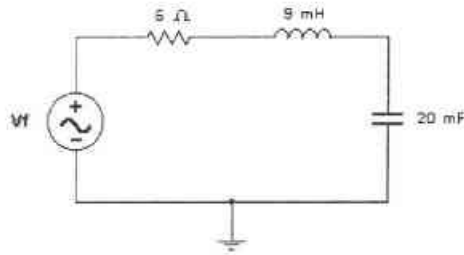


Figura 5.20

SOLUCIÓN:

a)  $\omega = 2 \text{ rad/seg}$  ;  $f = \frac{2}{2\pi} = 0.31831 \text{ Hz}$

$$V_{C1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} V_{F1} = \frac{V_{F1}}{1 + j\omega RC + j^2 \omega^2 LC}$$

Haciendo la sustitución de valores:

$$V_{C1} = \frac{30 \angle 0^\circ}{1 + j(2)(6)(0.02) - (4)(0.009)(0.02)} = \frac{30 \angle 0^\circ}{1.03 + j0.24} = \frac{30 \angle 0^\circ}{1.028 \angle 13.505^\circ}$$

$$V_{C1} = 29.191 \angle -13.505^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{V_{C1}}{V_{I1}}$$

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{29.191}{30} = -0.237 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{C1}}{V_{I1}} = \frac{29.191 \angle -13.505^\circ}{30 \angle 0^\circ} = 0.973 \angle -13.505^\circ$$

Las figuras 5.21 y 5.22 muestran respectivamente la ganancia en dB y el ángulo de fase.

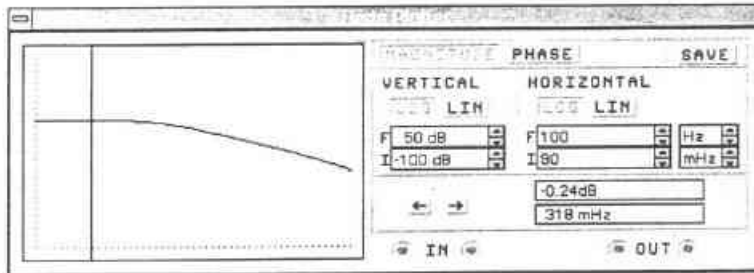


Figura 5.21

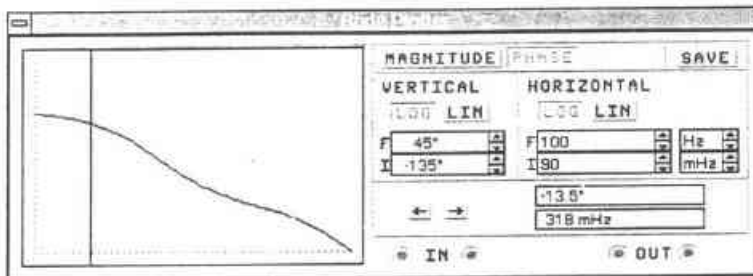


Figura 5.22

b)  $\omega=20 \text{ rad/seg}$  ;  $f = \frac{20}{2\pi} = 3.1831 \text{ Hz}$

Los resultados obtenidos mediante cálculos son:

$$V_{c_2} = 11.659 \angle -68.86^\circ \text{ V}$$

$$G_{in} = 20 \log_{10} \frac{11.659}{30} = -8.209 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{c_2}}{V_{c_1}} = \frac{11.659 \angle -68.86^\circ}{30 \angle 0^\circ} = 0.389 \angle -68.86^\circ$$

En las figuras 5.23 y 5.24 se muestran la ganancia en dB y el ángulo de fase respectivamente.

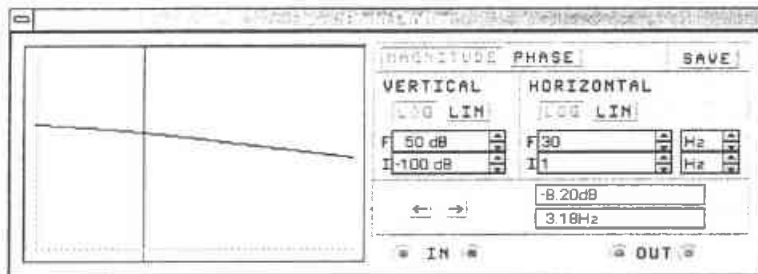


Figura 5.23

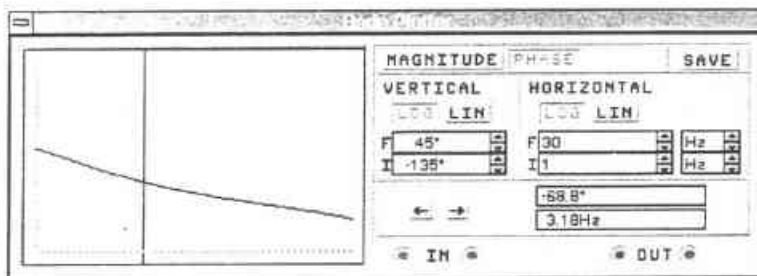


Figura 5.24

c)  $\omega=200 \text{ rad/seg}$  ;  $f = \frac{1}{2\pi} = 31.831 \text{ Hz}$

Por medio de cálculos, se obtiene lo siguiente:

$$V_{C3} = 1.21 \angle -104.485^\circ \text{ V}$$

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{1.21}{30} = -27.885 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{C3}}{V_{C1}} = \frac{1.21 \angle -104.485^\circ}{30 \angle 0^\circ} = 0.0403 \angle -104.485^\circ$$

En las figuras 5.25 y 5.26 se muestran la ganancia en dB y el ángulo de fase en el Trazador de Bode virtual respectivamente.

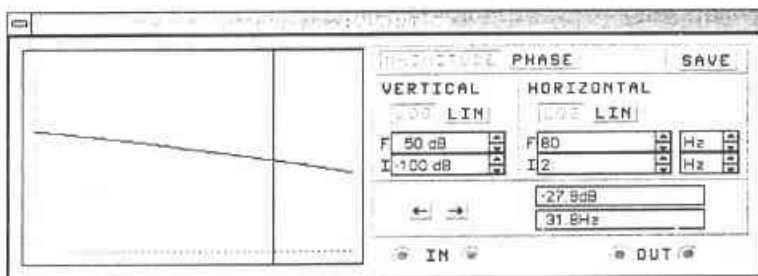


Figura 5.25

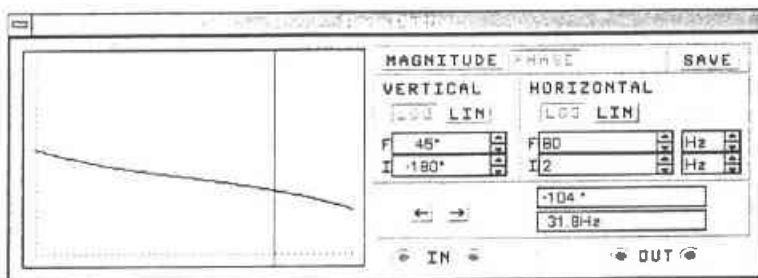


Figura 5.26



$$d) \omega = 2000 \text{ rad/seg} \quad ; \quad f = \frac{1}{2\pi} = 318.31 \text{ Hz}$$

Y efectuando los cálculos, los resultados son los siguientes:

$$V_{c4} = 0.0396 \angle -161.541^\circ \text{ V}$$

$$G_{.m} = 20 \log_{10} \frac{0.0396}{30} = -57.593 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_{c4}}{V_{e4}} = \frac{0.0396 \angle -161.541^\circ}{30 \angle 0^\circ} = 0.00132 \angle -161.541^\circ$$

La figura 5.27 muestra la ganancia en dB y la figura 5.28 muestra el ángulo de fase en el Trazador de Bode virtual.

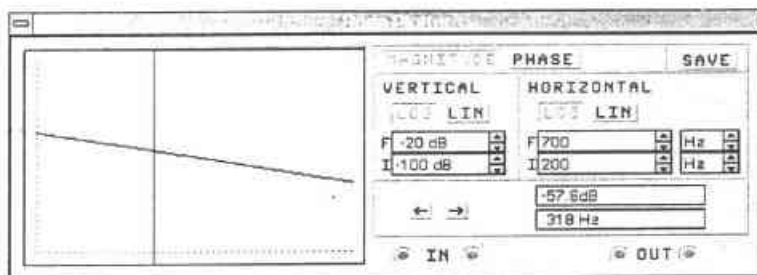


Figura 5.27

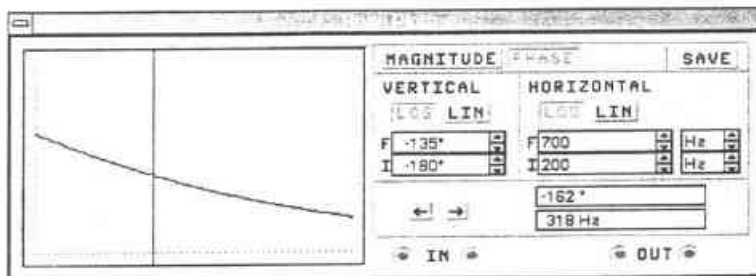


Figura 5.28

### Ejercicio 5.2.4

Un circuito RLC se muestra en la figura 5.29. Encuentre la frecuencia de resonancia, la ganancia en dB y ángulo de fase para la misma frecuencia. Posteriormente compruebe sus resultados con el programa Electronics Workbench.

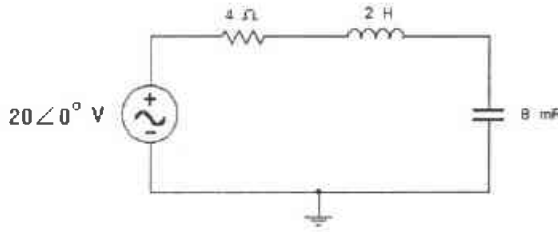


Figura 5.29

SOLUCIÓN:

La frecuencia de resonancia se obtiene mediante lo siguiente:

$$\omega_R L = \frac{1}{\omega_R C} \quad ; \quad \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad f = \frac{\omega_R}{2\pi}$$

Sustituyendo valores:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{(2)(0.008)}} = 7.906 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \quad ; \quad f = \frac{7.906}{2\pi} = 1.258 \text{ Hz}$$

Obtención de la corriente:

$$I = \frac{V_f}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$I = \frac{20\angle 0^\circ}{4 + j(7.906)(2) + \frac{1}{j(7.906)(0.008)}} = \frac{20\angle 0^\circ}{4 + j0.0012} = \frac{20\angle 0^\circ}{4\angle 0.018^\circ}$$

$$I = 4.999\angle -0.018^\circ \text{ A}$$

Voltaje en el capacitor:

$$V_c = I(Z_c)$$

$$V_c = (4.999 \angle -0.018^\circ) \left( \frac{1}{j(7.906)(0.008)} \right) = 79.054 \angle -90.018^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{79.054}{20} = 11.938 \text{ dB}$$

Para el ángulo de fase:

$$\frac{V_c}{V_i} = \frac{79.054 \angle -90.018^\circ}{20 \angle 0^\circ} = 3.953 \angle -90.018^\circ$$

En las figuras 5.30 y 5.31 se presentan respectivamente la ganancia en dB y el ángulo de fase.

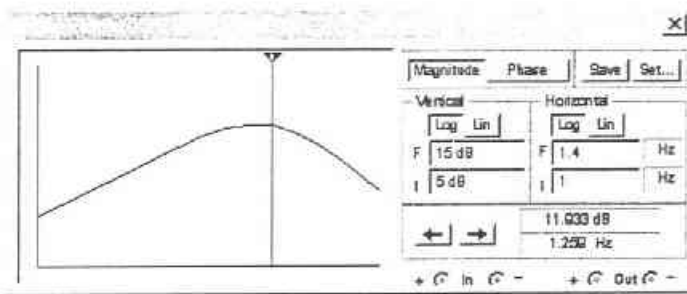


Figura 5.30

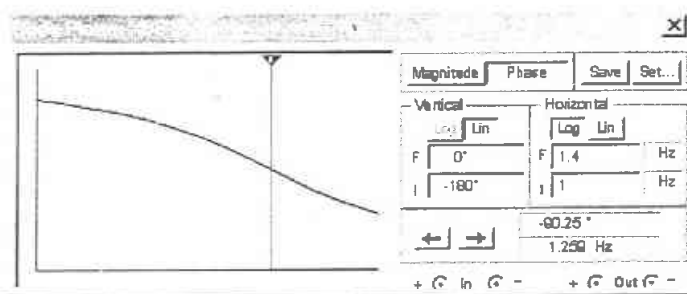


Figura 5.31

Ejercicio 5.2.5

Obtenga la frecuencia de resonancia, la ganancia en dB y ángulo de fase para ésta frecuencia en el circuito que se muestra en la figura 5.32. Utilice el programa Electronics Workbench para comprobar resultados.

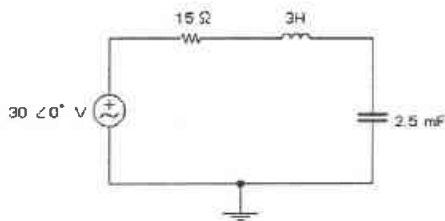


Figura 5.32

SOLUCIÓN:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{(3)(0.0025)}} = 11.547 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \quad ; \quad f = \frac{11.547}{2\pi} = 1.838 \text{ Hz}$$

Obtención de la corriente:

$$I = \frac{30\angle 0^\circ}{15 + j(11.547)(3) + \frac{1}{j(11.547)(0.0025)}} = \frac{30\angle 0^\circ}{15 - j3.23 \times 10^{-3}} = \frac{30\angle 0^\circ}{15\angle -1.234 \times 10^{-4}^\circ}$$

$$I = 2\angle 1.234 \times 10^{-4}^\circ \text{ A}$$

Obtención del voltaje en el capacitor:

$$V_c = (2\angle 1.234 \times 10^{-4}^\circ) \left( \frac{1}{j(11.547)(0.0025)} \right)$$

$$V_c = 69.282\angle -89.999^\circ \text{ V}$$

Ganancia en dB:

$$G_{dB} = 20 \log_{10} \frac{69.282}{30} = 7.27 \text{ dB}$$

Ángulo de fase:

$$\frac{V_c}{V_i} = \frac{69.282 \angle -89.999^\circ}{30 \angle 0^\circ} = 2.309 \angle -89.999^\circ$$

El programa proporciona respectivamente las gráficas de ganancia en dB y ángulo de fase en el Trazador de Bode virtual en las figuras 5.33 y 5.34.

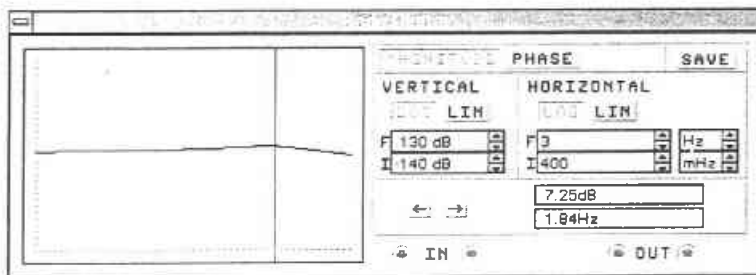


Figura 5.33

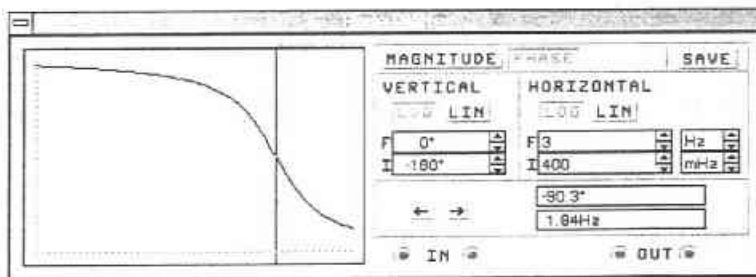


Figura 5.34

### 5.3 Ejercicios propuestos:

#### Ejercicio 5.3.1

Para cada inciso obtenga la respuesta  $v_C$ , la ganancia en dB y ángulo de fase para el circuito de la figura 5.35 y después compruebe sus resultados empleando el Trazador de Bode virtual.

- a)  $v_{F1} = 40 \cos t$  V
- b)  $v_{F2} = 40 \cos 10t$  V
- c)  $v_{F3} = 40 \cos 100t$  V
- d)  $v_{F4} = 40 \cos 1000t$  V

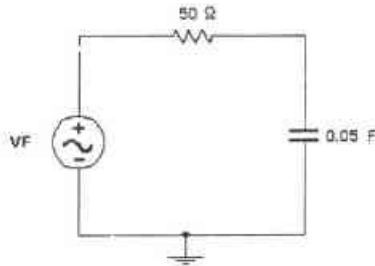


Figura 5.35

#### Ejercicio 5.3.2

Para el circuito de la figura 5.36 obtenga la respuesta  $v_L$ , la ganancia en dB y ángulo de fase para los cuatro incisos y después utilice el Trazador de Bode para comprobar sus resultados.

- a)  $v_{F1} = 50 \cos t$  V
- b)  $v_{F2} = 50 \cos 10t$  V
- c)  $v_{F3} = 50 \cos 100t$  V
- d)  $v_{F4} = 50 \cos 1000t$  V

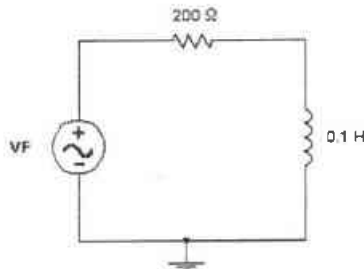


Figura 5.36

Ejercicio 5.3.3

Se tiene un circuito como el de la figura 5.37. Determine la frecuencia de resonancia, la ganancia en dB y ángulo de fase para ésta frecuencia. Haga uso del Trazador de Bode virtual para verificar resultados.

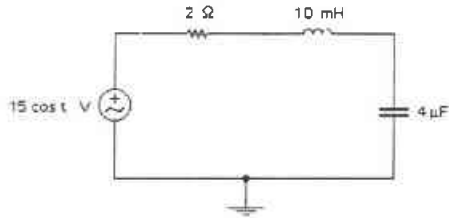


Figura 5.37

## CONCLUSIONES.

Hoy en día los grandes pasos que ha dado el crecimiento de la tecnología ha generado una revolución de información, lo cual ha hecho indispensable el uso de las computadoras. Éstas ocupan un lugar prominente en la sociedad y en la educación moderna. El ingeniero, científico, doctor, abogado, maestro, etc., se benefician por las capacidades de una computadora, es así que las nuevas tecnologías ofrecen grandes aportaciones a la educación que facilitan el aprendizaje y ayudan a resolver problemas. A la computación se le ha considerado como un sistema innovador en educación, principalmente por sus características de interactividad y de individualización.

La andragogía propone principios fundamentales del aprendizaje de adultos que permiten diseñar y guiar procesos docentes más eficaces y despertar en los alumnos la necesidad de aprender, considerando a estos últimos como personas con experiencias previas, con conocimientos y motivación hacia el aprendizaje. Aquí los alumnos toman decisiones, seleccionan sus aprendizajes, son capaces de resolver problemas. El aprendiz tiene interés y la capacidad de asumir las responsabilidades de su propio aprendizaje continuo. El alumno asimila mejor los contenidos en forma significativa, si el conocimiento que está adquiriendo lo relaciona con aprendizajes anteriores.

La necesidad de hablar de Andragogía, como cuestión diferente de la Pedagogía, se basa en la distinción de los propósitos, fines, formas de atención, tipos de materiales y formas de evaluación de sus aprendizajes. Definitivamente, el proceso educativo en los adultos requiere tomar en cuenta sus características bio - psico - sociales y sus experiencias anteriores, presentes y futuras o deseables.

La elaboración de un conjunto de ejercicios en los que se apliquen los métodos computacionales para resolverlos, surge debido a la actual falta de aplicación de la tecnología computacional a la enseñanza. Lo que se pretende es innovar la manera de aprender de los alumnos, introduciendo programas de cómputo interactivos en la impartición de la asignatura de Análisis de Circuitos Eléctricos, que se imparte en las carreras de Ingeniería Mecánica Eléctrica e Ingeniería en Computación en la Facultad de Estudios Superiores Aragón, creando un medio propicio y eficaz para que los estudiantes desarrollen un conocimiento significativo de tal asignatura.

Es muy importante que los alumnos afirmen los conceptos vistos en teoría mediante la realización de experimentos en ambientes virtuales interactivos con un ahorro considerable en cuanto a la instrumentación y componentes eléctricos, así como la puesta en práctica de las habilidades de conectar correctamente los instrumentos en el circuito que será simulado.



Los ejercicios propuestos en el aula y las prácticas realizadas en el laboratorio bien pueden trabajarse y complementarse, además de que le permite al alumno experimentar de manera propia con todo lo que ofrece un laboratorio virtual de computadora.

Uno de los objetivos más importantes del aprendizaje es formar alumnos independientes, responsables de su propio proceso, o sea que el alumno sea autodidacta. El aprendizaje es un proceso constructivo. La enseñanza constructiva se caracteriza por favorecer la autonomía y liderazgo de los alumnos, animar a los estudiantes a elaborar sus propias respuestas, fomentar el aprendizaje cooperativo, impulsar a los alumnos a que articulen sus propias teorías o conocimientos antes de presentarles otros nuevos.

La idea de mejorar es el punto esencial en la definición de aprendizaje, ya que no sólo significa aumentar o incorporar nuevas cosas sino también el ser capaz de comportarse mejor ante una situación análoga.

Somos personas que aprendemos de nuestras propias experiencias y modificamos los procesos que vivimos para optimizar nuestro ser de aprendices, esto significa personalizarlo. Personalizar se refiere a que el alumno tiene todas las herramientas para adquirir y transformar sus aprendizajes. El alumno incorpora sus experiencias y conocimientos previos en lo que adquiere, y proyecta su transformación en forma particular y original.

El proceso de enseñanza aprendizaje tradicional utilizado desde hace tiempo en las aulas de clase, en el cual el profesor imparte su clase y los alumnos reciben los conocimientos, requiere una modernización que facilite al profesor la transmisión de los conocimientos y la asimilación de los mismos por parte del alumno. Esta necesidad ha dado origen a una constante búsqueda de herramientas educativas que permitan hacer uso de tecnologías de apoyo a la enseñanza con el fin de vencer barreras que impidan la realización del proceso, sustentar los conocimientos que el profesor trata de comunicar y permitir que el proceso de transmisión recepción se realice de manera efectiva.

## APÉNDICE A

### PROGRAMA ECUDIF

A continuación se muestra el enlistado de las sentencias del programa E cudif, realizado por un estudiante. el cual es un programa que es capaz de obtener la respuesta de un circuito en estado transitorio.

```
ECUDIF 1 .... COSENO 1
PROCEDURE COS1:
VAR
    AX1,AX2,AX4,AX5: REAL;
    SIGNTET: CHAR;

BEGIN
    (* CALCULO GENERAL DE AX1,AX2 Y AX4*)

    AX1:=D*COS(abs(THETA)*PI/180);
    AX2:=D*SIN(abs(THETA)*PI/180);
    IF theta>0 THEN
        AX2:=AX2*-1;
    AX4:=AX2*W;
    AX5:=AX4+(Y*W*W);

    (* SOLUCION GENERAL: LAS CONJUGADAS S2 + W2*)

    ARITME(''.AX5-(W*W*Y),-W*W*2,W*AX1,2*W*C);
    K1:=2*R;
    ANGUL:=ANG;

    IF (ANGUL<0) THEN SIGNTET:='-';
    ELSE SIGNTET:='+';
    IF K1<>0 THEN
        WRITELN(K1:5:4,' cos('w:5:4,t 'SIGNTET,ANGUL:5:4,'§)u(t) ');
```

```

(* SOLUCION PARA EL TERMINO (S+C) *)

K3:=((C*C*Y)-(AX1*C)+AX5)/((C*C)+(W*W));
if K3<0 then SIGNO:='-'
else SIGNO:='+';
WRITE(' ');
IF K3<>0 THEN WRITE(SIGNO,K3:5:4,'e^(',-C:5:4,'t) ');

END; (* DEL PROCEDURE *)

```

```

ECUDIF 2 ... EC_DIF_2

```

```

PROGRAM MAINE;
USES CRT;

```

```

VAR
  CONTADOR,I,AUXILIOX,AUXILIOY:INTEGER;
  signo,cond,gt,opcion,opcion3:char;
  opcion2: string[2];
  A,B,C,y,y01,D,CPD,W,theta,aa:real;

```

```

{$I LAPLACE}
{$I ORDEN1}

```

```

FUNCTION LEER:REAL;
VAR
  CORX,CORY,CODIGO,J,DIFX: INTEGER;
  NUMERO : REAL;
  STRNUM : STRING[16];
BEGIN
  DIFX:=0;
  CORX:=WHEREX;
  CORY:=WHEREY;
  REPEAT
    GOTOXY(CORX,CORY);
    FOR J:=1 TO DIFX DO WRITE(' ');
    IF DIFX<>0 THEN WRITE(#7);
    GOTOXY(CORX,CORY);
    READLN(STRNUM);
    DIFX:=LENGTH(STRNUM);
    VAL(STRNUM,NUMERO,CODIGO);
  UNTIL CODIGO=0;
  LEER:=NUMERO;
END;

```

```

BEGIN (* begin principal *)

```

```

REPEAT (* REPEAT GENERAL *)

```

```

repeat

```

```

textbackground(0);
clrscr;
window(6,1,69,8);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln;
writeln('      FORMA GENERAL DE UNA ECUACION DIFERENCIAL ');
writeln('      CON COEFICIENTES CONSTANTES CON VALORES INICIALES ');
window(11,4,64,7);
textbackground(3);
clrscr;
textcolor(5);
writeln(' (A)Y'' + (B)Y' + (C)Y = G(t) ');
writeln;
writeln('  CONDICIONES INICIALES. Y(0) , Yi(0) ');

window(11,14,64,24);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln(' G(t) ES UNA FUNCION DE LA FORMA ');
WRITELN;
writeln(' [A] D &(t)   [B] D u(t) ');
writeln(' [C] D tu(t)   [D] D cos(Wt + 0$) ');
writeln(' [E] D e^(at)  [F] D sen(Wt + 0$) ');
writeln;
writeln(' (D) Y W SON CONSTANTES ');
writeln(' 0$ ES EL ANGULO EN GRADOS ');
writeln;
writeln;
textbackground(6);
writeln(' [S] SALIR   [C] CONTINUAR ');
write(' OPCION.....');
read(cond);
textbackground(0);
until{(cond='c') or (cond='C') or (cond='s') or (cond='S')};
clrscr;

IF ((cond='c') or (cond='C')) THEN
Begin (* del IF PRINCIPAL *)

window(11,14,64,30);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln(' INTRODUCIR LOS COEFICIENTES: ');
writeln;
textcolor(14);
write(' A ? ');

```

```

A:=LEER;
write(' B ? ');
B:=LEER;
write(' C ? ');
C:=LEER;
writeln;
textcolor(15);
writeln(' INTRODUCIR CONDICIONES INICIALES: ');
writeln;
textcolor(14);
write(' Y(0) ? ');
y:=LEER;
IF A<>0 then
begin
  write(' Yi(0) ? ');
  y01:=LEER;
end
else y01:=0;

REPEAT
  clrscr;
  textcolor(15);
  writeln;
  writeln(' TIPOS DE LA FUNCION DE ENTRADA G(t): ');
  writeln;
  textcolor(14);
  writeln(' [A] D &(t)      [B] D u(t) ');
  writeln(' [C] D tu(t)     [D] D cos(Wt + 0§) ');
  writeln(' [E] D e^(at)    [F] D sen(Wt + 0§) ');
  writeln;
  textcolor(15);
  WRITE(' ESCOJA UNA OPCION PARA G(T).....');
  textcolor(14);
  readln(gt);
CASE gt OF

  'A','a':
    Begin
      write(' D ? ');
      D:=LEER;
      gt:='A';
    End;
  'B','b':
    Begin
      write(' D ? ');
      D:=LEER;
      gt:='B';
    End;
  'C','c':
    Begin
      write(' D ? ');

```

```

D:=LEER;
gt:='C';
End;
'D',d:
Begin
write(' D ? : ');
D:=LEER;
write(' W ? : ');
W:=LEER;
write(' 0$ ? : ');
theta:=LEER;
while (theta>180) do theta:=theta-360;
while (theta<-180) do theta:=theta+360;
gt:='D';
if w=0 then
begin
D:=D*cos(theta*pi/180);
gt:='B'
end;
End;
'E',e:
Begin
write(' D ? : ');
D:=LEER;
write(' a ? : ');
aa:=LEER;
gt:='E';
IF AA=0 THEN gt:='B';
end;
'F',f:
Begin
write(' D ? : ');
D:=LEER;
write(' W ? : ');
W:=LEER;
write(' 0$ ? : ');
theta:=LEER;
while (theta>180) do theta:=theta-360;
while (theta<-180) do theta:=theta+360;
gt:='F';
if w=0 then
begin
D:=D*sin(theta*pi/180);
gt:='B'
end;
end;
END;
textcolor(15);

```

UNTIL((gt='A') or (gt='B') or (gt='C') or (gt='D') or (gt='E') or (gt='F'));

```

REPEAT
textbackground(0);
clrscr;
window(6,1,69,8);
textbackground(0);
clrscr;
window(4,1,77,9);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln;
writeln(' LA EXPRESION INTRODUCIDA ES DE LA SIGUIENTE FORMA: ');
writeln;
window(6,4,75,7);
textbackground(3);
clrscr;
textcolor(5);
if A<>0 then
write(' A:5:4,'Y" ');

if B<0 then SIGNO:='-'
else SIGNO:='+';
write(signo,' B:5:4,'Yt ');

if c<0 then SIGNO:='-'
else SIGNO:='+';
write(signo,' C:5:4,'Y = ');

if d<0 then SIGNO:='-'
else SIGNO:='+';

CASE gt OF
'A': writeln(signo,D:5:4,'&(t)');
'B': writeln(signo,D:5:4,'u(t)');
'C': writeln(signo,D:5:4,'tu(t)');
'D':
Begin
If theta>0 then
writeln(signo,D:5:4,'cos(',W:5:4,'t+',theta:5:3,'$)')
else if theta<0 then
writeln(signo,D:5:4,'cos(',W:5:4,'t-',theta:5:3,'$)')
else if theta=0 then
writeln(signo,D:5:4,'cos(',W:5:4,'t,')');
End;
'E': writeln(signo,D:5:4,'e^(',aa:5:3,'t)');
'F':
Begin
If theta>0 then
writeln(signo,D:5:4,'sen(',W:5:4,'t+',theta:5:3,'$)')
else if theta<0 then
writeln(signo,D:5:4,'sen(',W:5:4,'t-',theta:5:3,'$)')

```

```

    else if theta=0 then
        writeln(signo,D:5:4,'sen(',W:5:4,'t',')');
    End;

END;
writeln;
if A<>0 then
    writeln(' CONDICIONES INICIALES: Y(0)= ',y:5:4,' , Y'(0)= ',y01:5:4)
else
    writeln(' CONDICION INICIAL: Y(0)= ',y:5:4);

REPEAT
window(9,13,69,25);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln;
writeln(' EN CASO DE TENER QUE RECTIFICAR UN DATO ');
writeln(' INDIQUELO ESCOGIENDO UNA DE LAS OPCIONES SIGUIENTES');
writeln;
textbackground(6);
writeln(' [C] COEFICIENTES ');
writeln(' [I] CONDICIONES INICIALES ');
writeln(' [F] FUNCION G(t) ');
textbackground(9);
writeln;
writeln(' EN CASO CONTRARIO, ESCOGER [E] ');
write (' ');
textcolor(15);
readln(opcion);
opcion:=upcase(opcion);
UNTIL((opcion='C') or (opcion='I') or (opcion='F') or (opcion='E'));

If opcion<>'E' then
Begin

window(12,21,65,33);
textbackground(1);
clrscr;
textcolor(14);

CASE opcion OF
'C':
begin
write(' A ? ');
A:=LEER;
write(' B ? ');
B:=LEER;
write(' C ? ');
C:=LEER;

```



```

end;
T:
begin
write(' Y(0) ? ');
y:=LEER;
if A<>0 then
begin
write(' Y'(0) ? ');
y01:=LEER;
end
else y01:=0;
end;
F:
begin
REPEAT
clrscr;
writeln(' TIPOS DE LA FUNCION DE ENTRADA G(t): ');
writeln;
writeln(' [A] D &(t) [B] D u(t) ');
writeln(' [C] D tu(t) [D] D cos(Wt + 0$)');
writeln(' [E] D e^(at) [F] D sen(Wt + 0$)');
WRITE(' ESCOJA UNA OPCION PARA G(T)..... ');
readln(gt);
CASE gt OF
'A','a':
begin
write(' D ? ');
D:=LEER;
gt:='A';
end;
'B','b':
begin
write(' D ? ');
D:=LEER;
gt:='B';
end;
'C','c':
begin
write(' D ? ');
D:=LEER;
gt:='C';
end;
'D','d':
begin
write(' D ? ');
D:=LEER;
write(' W ? ');
W:=LEER;
write(' 0$ ? ');
theta:=LEER;
while (theta>180) do theta:=theta-360;

```

```

while (theta<-180) do theta:=theta+360;
gt:='D';
if w=0 then
begin
  D:=D*cos(theta*pi/180);
  gt:='B'
end;
end;
'E',c':
begin
write(' D ? : ');
D:=LEER;
write(' a ? : ');
aa:=LEER;
gt:='E';
if aa=0 then gt:='B';
end;
'F',f':
begin
write(' D ? : ');
D:=LEER;
write(' W ? : ');
W:=LEER;
write(' 0§ ? : ');
theta:=LEER;
while (theta>180) do theta:=theta-360;
while (theta<-180) do theta:=theta+360;
gt:='F';
if w=0 then
begin
  D:=D*sin(theta*pi/180);
  gt:='B'
end;
end;

```

END;

UNTIL((gt='A') or (gt='B') or (gt='C') or (gt='D') or (gt='E') or (gt='F'));  
end; (\*del caso cambio de funcion F \*)

END; (\* del case de correccion \*)

Find; (\* se cierra el if de si la opcion <> E \*)  
textbackground(0);  
clrscr;

UNTIL(opcion='E'); (\* de la opcion de estar corrigiendo \*)

window(4,15,77,24);  
textbackground(9);  
clrscr;  
textcolor(14+BLINK);

```

writeln;
IF ((D=0) AND (Y=0) AND (Y01=0)) or (abs(A)+abs(B)=0) THEN
  WRITELN(' NO SE PUEDE CALCULAR LA RESPUESTA DEL SISTEMA ')
ELSE
  writeln(' LA RESPUESTA DEL SISTEMA ES ');
window(6,18,75,21);
textbackground(3);
clrscr;
textcolor(5);
IF ((D=0) AND (Y=0) AND (Y01=0)) or (abs(A)+abs(B)=0) THEN
  WRITE(' INSUFICIENTES DATOS (SOLO EXISTEN DATOS NULOS) ')
ELSE
BEGIN
  WRITE('Y(t)= ');
  CPD:=D;
  IF A<>0 THEN TRANS
  ELSE PRIMER;
END;

window(4,22,77,24);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln;
write(' PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR... ');
OPCION3:=READKEY;

window(4,15,77,24);
textbackground(0);
clrscr;

window(4,1,77,9);
textbackground(0);
clrscr;
window(10,15,65,24);
textbackground(0);
clrscr;

REPEAT
window(11,15,64,22);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(15);
writeln;
writeln(' PARA RESOLVER UNA NUEVA EXPRESION ');
writeln(' ELIGA UNA OPCION ');
WINDOW(15,19,50,21);
textbackground(7);
clrscr;

```

```

textcolor(14);
write(' SI');
textcolor(14);
write(' NO ');
textcolor(15);
textbackground(6);
readln(opcion2);
for i := 1 to Length(opcion2) do
  opcion2[i] := UpCase(opcion2[i]);
UNTIL((opcion2='SI') or (opcion2='S') or (opcion2='N') or (opcion2='NO'));

```

```

window(11,15,64,24);
textbackground(0);
clrscr;
textcolor(15);

```

End: (\* del if principal \*)

UNTIL((opcion2='NO') or (opcion2='N') or (cond='s') or (cond='S')); (\* UNTIL DEL REPEAT GENERAL \*)

```

WINDOW(1,1,80,24);
TEXTBACKGROUND(0);
textcolor(7);
CLRSCR;

```

END.

### ECUDIF 3 .... GRAFICOS

UNIT GRAFICOS:

INTERFACE PROCEDURE GRAFICA(LSX,LIX,LSY,LIY:REAL;CG,CY:INTEGER);

IMPLEMENTATION

USES CRT, GRAPH;

VAR

PINTAX,PINTAY,CODIGOERROR, MODOGRAF,DRVGRAF: INTEGER;

paleta:palettetype;

UNIDADY, UNIDADX : REAL;

ORIGENX, ORIGENY :INTEGER;

PROCEDURE GRAFICA:

PROCEDURE SEPARA:

VAR

T,K:INTEGER;

J,L: REAL;

S:STRING{8};

BEGIN

```

SETCOLOR(15);
SETTEXTSTYLE(2,HORIZDIR,2);
J:=LIY;
L:=LIX;

FOR T:=50 TO 590 DO
BEGIN
  IF (T MOD 10)=0 THEN
    LINE(T,418+ORIGENY,T,422+ORIGENY);
  IF (T MOD 50)=0 THEN
    BEGIN
      IF L<>0 THEN
        BEGIN
          IF (FRAC(L)<>0) AND (TRUNC(L)<10) THEN
            BEGIN
              STR(L:3:2,S);
              OUTTEXTXY(T-10,425+ORIGENY,S);
            END
          ELSE
            BEGIN
              STR(TRUNC(L),S);
              OUTTEXTXY(T-5,425+ORIGENY,S);
            END;
          END;
          L:=L+(UNIDADX*5);
          L:=(int(L*100))/100;
        END;
    END;

FOR K:=420 DOWNT0 20 DO
BEGIN
  IF (K MOD 10)=0 THEN
    LINE(48+ORIGENX,K,52+ORIGENX,K);
  IF ((K+30) MOD 50)=0 THEN
    BEGIN
      IF J<>0 THEN
        BEGIN
          IF (FRAC(J)<>0) AND (TRUNC(J)<10) THEN
            BEGIN
              STR(J:3:2,S);
              OUTTEXTXY(30+ORIGENX,K-4,S);
            END
          ELSE
            BEGIN
              STR(TRUNC(J),S);
              OUTTEXTXY(35+ORIGENX,K-4,S);
            END;
          END;
          J:=J-(UNIDADY*5);
          J:=(int(J*100))/100;
        END;
    END;

```

```

END;

END;

PROCEDURE LECTURA(NOMARCH:STRING; NUMCOL: WORD);
VAR
  ANTESY:INTEGER;
  CONTINUO: BOOLEAN;
  AUXPIY:REAL;
  NARCHIV: TEXT;
BEGIN

  PINTAX:=50;
  CONTINUO:=TRUE;
  ASSIGN(NARCHIV,NOMARCH);
  RESET(NARCHIV);
  SETCOLOR(NUMCOL);
  READLN(NARCHIV,AUXPIY); AUXPIY:=(AUXPIY-LIY)*10/UNIDADY;
  IF (AUXPIY>400) OR (AUXPIY<0) THEN CONTINUO:=FALSE;
  ANTESY:=420-TRUNC(AUXPIY);
  WHILE NOT EOF(NARCHIV) DO
  BEGIN
    READLN(NARCHIV,AUXPIY); AUXPIY:=(AUXPIY-LIY)*10/UNIDADY;
    IF (AUXPIY<=400) AND (AUXPIY>=0) THEN
    BEGIN
      PINTAY:=420-TRUNC(AUXPIY);
      IF (CONTINUO) THEN
        LINE(PINTAX,ANTESY,PINTAX+1,PINTAY)
      ELSE
        CONTINUO:=TRUE;
    END
    ELSE CONTINUO:=FALSE;
    PINTAX:=PINTAX+1;
    ANTESY:=PINTAY;
  END;
  CLOSE(NARCHIV);
END;

BEGIN
  DRVGRAF:=vga;
  modograf:=vgahi;
  INITGRAPH(DRVGRAF, MODOGRAF, 'A:\BGI');
  CODIGOERROR:=GRAPHRESULT;
  IF CODIGOERROR<> GROK THEN
  BEGIN
    WRITELN('ERROR DE GRAFICOS : '.GRAPHERRORMSG(CODIGOERROR));
    READLN;
    HALT;
  END;
  CLEARDEVICE;

```

```

setcolor(yellow);
SETTEXTSTYLE(1,HORIZDIR.1);
OUTTEXTXY(250.5,' GRAFICADOR ');
UNIDADY:=(LSY-LIY)/40;
UNIDADX:=(LSX-LIX)/50;
ORIGENX:=ROUND(-LIX*10/UNIDADX);
ORIGENY:=ROUND(LIY*10/UNIDADY);
Setcolor(15);
LINE(50+ORIGENX,20.50+ORIGENX,420);
LINE(50,420+ORIGENY,590,420+ORIGENY);
SEPARA:
SETTEXTSTYLE(2,HORIZDIR.6);
OUTTEXTXY(580,420+ORIGENY,' t');

IF CY<>-1 THEN
BEGIN
  setfillstyle(1,CY); setcolor(CY);
  fillellipse(2,30,3,3);
  OUTTEXTXY(7,20,'Y(t)');
  LECTURA('YDET.DAT',CY);
END;
IF CG<>-1 THEN
BEGIN
  setfillstyle(1,CG); setcolor(CG);
  fillellipse(2,55,3,3);
  OUTTEXTXY(7,45,'G(t)');
  LECTURA('GDET.DAT',CG);
END;

setcolor(14);
SETTEXTSTYLE(2,HORIZDIR.6);
OUTTEXTXY(100,450,'PULSE INTRO...');
READLN;
Setcolor(15);
CLOSEGRAPH;
END;
END.

EUCUDIF 4..... LAPLACE 1

PROCEDURE COSENOS;

BEGIN
  (* CALCULO GENERAL DE AX1,AX2*)

  AX1:=D*COS(abs(THETA)*PI/180);
  AX2:=D*SIN(abs(THETA)*PI/180);
  IF theta>0 THEN
    AX2:=AX2*-1;

  AX4:=AX2*W;

```

```

AX5:=(AX3*W*W)+AX4;
AX6:=(y*W*W)+AX1;

```

(\* 1. CASO ESPECIAL: COMPLEJOS REPETIDOS \*)

```

IF (W*W=C) AND (B=0) THEN
BEGIN
  K1[0]:=AX1/(2*W);
  K2[0]:=(AX5/(2*W*W*W))+AX3/(2*W);
  K3[0]:=(-AX5/(2*W*W))+AX3/2;
  K4[0]:=Y;
  IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'tSen(',w:5:4,t) ');
    IF K2[0]<0 THEN SIGNO:='- '
    ELSE SIGNO:='+ '
  IF K2[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K2[0]:5:4,'Sen(',w:5:4,t) ');
  write(
  write(' '),
    IF K3[0]<0 THEN SIGNO:='- '
    ELSE SIGNO:='+ '
  IF K3[0]<>0 THEN write(SIGNO,K3[0]:5:4,'tCos(',w:5:4,t) ');
  IF K4[0]<0 THEN SIGNO:='- '
  ELSE SIGNO:='+ '
  IF K4[0]<>0 THEN write(SIGNO,K4[0]:5:4,'Cos(',w:5:4,t) ');

END

ELSE

BEGIN

```

(\* 2. SOLUCION GENERAL: LAS CONJUGADAS S2 + W2\*)

```

ARITME(' ',AX5-(W*W*AX3),-b*W*W*2,(W*AX6)-(W*W*W*Y),(-
2*W*W*W)+(2*W*C));

```

```

  K1[0]:=2*R;
  ANGUL:=ANG;

```

```

IF (ANGUL<0) THEN SIGNTET:='- '
ELSE SIGNTET:='+ '
IF K1[0]<>0 THEN
BEGIN
  IF ANGUL<>0 THEN
  WRITELN(K1[0]:5:4,' cos(',w:5:4,t ',SIGNTET,ANGUL:5:4,')u(t) ')
  ELSE
  WRITELN(K1[0]:5:4,' cos(',w:5:4,t ')u(t) ');
END:

```

(\* 2.1 SOLUCION PARA REALES Y REPETIDAS \*)

```

IF (XG1=XG2) AND (YG1=0) THEN

```



```

BEGIN
  S:=XG1;
  NUMERAX:=AX5+(AX6*S)+(AX3*S*S)+(Y*S*S*S);
  DENOMINX:=(S*S)+(W*W);
  K3[0]:=((AX6+(AX3*2*S)+(Y*3*S*S))*DENOMINX)-
((2*S)*NUMERAX)/(DENOMINX*DENOMINX);
  K4[0]:=NUMERAX/DENOMINX;
  if K4[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';
  WRITE(' ');
  IF K4[0]<>0 THEN
  BEGIN
  IF XG1<>0 THEN
    WRITE(SIGNO.K4[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ')
  ELSE
    WRITE(SIGNO.K4[0]:5:4,'t u(t) ');
  END
  if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';
  IF K3[0]<>0 THEN
  BEGIN
  IF XG1<>0 THEN
    WRITELN(SIGNO.K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ')
  ELSE
    WRITELN(SIGNO.K3[0]:5:4,'u(t) ');
  END;
  END;

```

(\* 2.2 SOLUCION PARA COMPLEJAS Y CONJUGADAS \*)

```

IF (YG1<>0) THEN
  BEGIN
    IF YG1<0 THEN
      BEGIN
        YG1:=YG2;
        YG2:=-YG2;
      END;
    ARITME(*,XG1,XG1,YG1,YG1);
    RP2X:=RESPR;
    RP2Y:=RESPI;
    ARITME(*,RP2X,XG1,RP2Y,YG1);
    RP3X:=RESPR;
    RP3Y:=RESPI;
    NUMERAX:=(RP3X*Y)+(AX3*RP2X)+(AX6*XG1)+AX5;
    DENOMINX:=-2*YG1*RP2Y;
    NUMERAY:=(RP3Y*Y)+(AX3*RP2Y)+(AX6*YG1);
    DENOMINY:=(RP2X*2*YG1)+(W*W*2*YG1);
    ARITME(*,NUMERAX,DENOMINX,NUMERAY,DENOMINY);
  END;

```

```

K3[0]:=2*R;
K3[1]:=ANG;
IF (ANG<0) THEN SIGNTET:=' '
ELSE SIGNTET:='+';
if K3[0]<0 then SIGNO:=' '
else SIGNO:='+';
WRITE(' ');

IF XG1<>0 THEN
BEGIN
IF K3[0]<>0 THEN
WRITELN(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) cos(',YG1:5:4,'t
',SIGNTET,ANG:5:4,'§)u(t)');
END
ELSE
BEGIN
IF K3[0]<>0 THEN
WRITELN(SIGNO.K3[0]:5:4,' cos(',YG1:5:4,'t ',SIGNTET,ANG:5:4,'§)u(t)');
END:
END:

```

(\* 2.3 SOLUCION PARA REALES SIN REPETIR \*)

```

IF (XG1<>XG2) THEN
BEGIN
S:=XG1;
K3[0]:=(AX5+(AX6*S)+(AX3*S*S)+(Y*S*S*S))/(((S*S)-(W*W))*(S-XG2));
S:=XG2;
K4[0]:=(AX5+(AX6*S)+(AX3*S*S)+(Y*S*S*S))/(((S*S)-(W*W))*(S-XG1));
if K3[0]<0 then SIGNO:=' '
else SIGNO:='+';
WRITE(' ');
IF K3[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ');
if K4[0]<0 then SIGNO:=' '
else SIGNO:='+';

IF K4[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K4[0]:5:4,'e^(',XG2:5:4,'t)');
(*
FOR CCON:=0 TO 540 DO
BEGIN
IF ((XG2*FX)<20) AND ((XG1*FX)<20) THEN
BEGIN

IF (XG1*FX)<-30 THEN SUMA1:=0
ELSE SUMA1:=(K3[0]*EXP(XG1*FX));
IF (XG2*FX)<-30 THEN SUMA2:=0
ELSE SUMA2:=(K4[0]*EXP(XG2*FX));
FY:=(K1[0]*COS(((RP3Y*FX)+ANGUL)*PI/180))+SUMA1+SUMA2;
END
ELSE FY:=1000;
FX:=FX+RANGO;
WRITELN(YDET,FY:8:1);

```

```

        END;
*)
    END;

    END: (*DEL ELSE CASO 2 *)

    END: (* DEL PROCEDURE *)

```

ECUDIF 5 ..... LAPLACE 2

```

PROCEDURE UDETE;
VAR
    CONTAT: INTEGER;

```

```

BEGIN
    (* 1. CASO ESPECIAL : NUMERADOR/S3 *)

    IF (C=0) AND (B=0) THEN
    begin
        IF Y<>0 THEN WRITE(Y:5:4,'u(t) ');
            if ax3<0 then SIGNO:='-'
                else SIGNO:='+';
        IF AX3<>0 THEN write(SIGNO,AX3:5:4,'t ');
            if d<0 then SIGNO:='-'
                else SIGNO:='+';
        IF D<>0 THEN writeln(SIGNO,D/2:5:4,'t^2');
    end

    ELSE
    BEGIN

        (* 2. CASO ESPECIAL :NUMERADOR/(S2)(S-XG1) *)

        IF (C=0) THEN
        BEGIN
            K1[0]:=d/B;
            S:=-B;
            K3[0]:=(D+(AX3*S)+(S*S*Y))/(S*S);
            K2[0]:=Y-k3[0];
            IF K2[0]<>0 THEN WRITE(K2[0]:5:4,'u(t) ');
                if K1[0]<0 then SIGNO:='-'
                    else SIGNO:='+';
            IF K1[0]<>0 THEN write(SIGNO.K1[0]:5:4,'t ');
                if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
                    else SIGNO:='+';
            IF K3[0]<>0 THEN writeln(SIGNO.K3[0]:5:4,'e^(', -B:5:4,'t)');
        END

        ELSE
        BEGIN

```

```
K1[0]:=d/c;
```

```
(* 3.1 CASO : REALES Y REPETIDAS *)
```

```
IF (XG1=XG2) AND (YG1=0) THEN  
BEGIN  
  S:=XG1;  
  K2[0]:=(-d/(S*S))+y;  
  K3[0]:=(d+(AX3*S)+(y*S*S))/S;  
  IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'u(t) ');  
  if K2[0]<0 then signo:=''  
  else signo:='+';  
  IF K2[0]<>0 THEN write(SIGNO.K2[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,t) ');  
  if K3[0]<0 then signo:=''  
  else signo:='+';  
  IF K3[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO.K3[0]:5:4,'te^(',XG1:5:4,t)');  
END;
```

```
(* 3.2 CASO. COMPLEJAS Y CONJUGADAS *)
```

```
IF (YG1<>0) THEN  
BEGIN
```

```
  IF YG1<0 THEN  
  BEGIN  
    YG1:=YG2;  
    YG2:=-YG2;  
  END;
```

```
  ARITME('*.XG1.XG1.YG1.YG1);  
  RP2X:=RESPR;  
  RP2Y:=RESPI.  
  NUMERAX:=(Y*RP2X)+(AX3*XG1)+D;  
  NUMERAY:=(Y*RP2Y)+(AX3*YG1);  
  DENOMINX:=-2*YG1*YG1;  
  DENOMINY:=2*YG1*XG1;  
  ARITME('*.NUMERAX.DENOMINX.NUMERAY.DENOMINY);  
  K2[0]:=2*R;  
  K2[1]:=ANG;  
  IF (ANG<0) THEN SIGNTET:=''  
  ELSE SIGNTET:='+';  
  if K2[0]<0 then SIGNO:=''  
  else SIGNO:='+';  
  IF K1[0]<>0 THEN WRITELN(K1[0]:5:4,'u(t)');  
  WRITE(' ');  
  IF XG1<>0 THEN  
  BEGIN  
    IF K2[0]<>0 THEN  
    WRITELN(SIGNO.K2[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,t) cos(',YG1:5:4,t  
'SIGNTET.ANG:5:4,'§)u(t)');
```

```

END
ELSE
BEGIN
  IF K2[0]<>0 THEN
    WRITELN(SIGNO.K2[0]:5:4,' cos(',YG1:5:4,'t ',SIGNTET,ANG:5:4,'§)u(t)');
  END;

```

END;

(\* 3.3 CASO: REALES SIN REPETIR \*)

```

IF XG1<>XG2 THEN
BEGIN
  S:=XG1;
  K2[0]:=(D+(AX3*S)+(Y*S*S))/(S*(S-XG2));
  S:=XG2;
  K3[0]:=(D+(AX3*S)+(Y*S*S))/(S*(S-XG1));
  IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'u(t) ');
  if K2[0]<0 then SIGNO:='-';
  else SIGNO:='+';
  IF K2[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K2[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ');
  if K3[0]<0 then SIGNO:='-';
  else SIGNO:='+';
  IF K3[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO.K3[0]:5:4,'e^(',XG2:5:4,'t)');
  END: (* de reales sin repetir*)

```

END; (\* del else secundario \*)

END: (\* del else principal\*)

END: (\* del procedimiento \*)

ECUDIF 6 ..... LAPLACE 3

PROCEDURE DELTA:

VAR

CONTAT: INTEGER;

BEGIN

(\* 1. REALES Y REPETIDAS \*)

```

IF (XG1=XG2) AND (YG1=0) THEN
BEGIN
  S:=XG1;
  K1[0]:=y;
  K2[0]:=d+AX3+(y*S);
  IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ');
  if K2[0]<0 then SIGNO:='-';
  else SIGNO:='+';
  IF K2[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K2[0]:5:4,'te^(',XG1:5:4,'t)');

```

END;

(\* 2. COMPLEJAS Y CONJUGADAS \*)

IF (YG1<>0) THEN

BEGIN

IF YG1<0 THEN

BEGIN

YG1:=YG2;

YG2:=-YG2;

END;

NUMERAX:=(XG1\*Y)+D+AX3;

NUMERAY:=Y\*YG1;

DENOMINX:=0;

DENOMINY:=2\*YG1;

ARITME('/',NUMERAX,DENOMINX,NUMERAY,DENOMINY);

K1[0]:=2\*R;

K1[1]:=ANG;

IF (ANG<0) THEN SIGNTET:='-'

ELSE SIGNTET:='+';

IF XG1<>0 THEN

BEGIN

IF K1[0]<>0 THEN WRITELN(K1[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,t) cos(',YG1:5:4,t  
'SIGNTET.ANG:5:4,'§)u(t)');

END

ELSE

BEGIN

IF K1[0]<>0 THEN WRITELN(K1[0]:5:4,' cos(',YG1:5:4,t  
'SIGNTET.ANG:5:4,'§)u(t)');

END;

END;

(\* 3. REALES SIN REPETIR \*)

IF XG1<>XG2 THEN

BEGIN

S:=XG1;

K1[0]:=(D+AX3+(Y\*S))/(S-XG2);

S:=XG2;

K2[0]:=(D+AX3+(Y\*S))/(S-XG1);

IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,t) ');

if K2[0]<0 then SIGNO:='-'

else SIGNO:='+';

IF K2[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO.K2[0]:5:4,'e^(',XG2:5:4,t)');

END;

END;

ECUDIF 7 ..... LAPLACE 4

PROCEDURE TE:

```
VAR  
CONTAT :INTEGER;
```

```
BEGIN
```

```
(* 1. CASO ESPECIAL : NUMERADOR/S4 *)
```

```
IF (B=0) AND (C=0) THEN  
BEGIN  
IF Y<>0 THEN WRITE(Y:5:4,'u(t) ');  
if AX3<0 then SIGNO:=' '  
else SIGNO:='+';  
IF AX3<>0 THEN WRITE(SIGNO.AX3:5:4,'t ');  
if d<0 then SIGNO:=' '  
else SIGNO:='+';  
IF D<>0 THEN WRITELN(SIGNO.D/6:5:4,'t^3 ');  
END
```

```
ELSE  
BEGIN
```

```
(* 2. CASO ESPECIAL : NUMERADOR/(S3)(S+B) *)
```

```
IF (C=0) THEN  
BEGIN  
K3[0]:=d/B;  
K2[0]:=-K3[0]/B;  
S:=XG1;  
K4[0]:=(D-(AX3*B*B)-(B*B*B*Y))/(-B*B*B);  
K1[0]:=Y-K4[0];  
IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'u(t) ');  
if K2[0]<0 then SIGNO:=' '  
else SIGNO:='+';  
IF K2[0]<>0 THEN write(SIGNO.K2[0]:5:4,'t ');  
if K3[0]<0 then SIGNO:=' '  
else SIGNO:='+';  
IF K3[0]<>0 THEN write(SIGNO.K3[0]/2:5:4,'t^2 ');  
if K4[0]<0 then SIGNO:=' '  
else SIGNO:='+';  
IF K4[0]<>0 THEN writeln(SIGNO.K4[0]:5:4,'e^(',-B:5:4,'t)');  
END
```

```
ELSE  
BEGIN
```

```
(* 3. CASOS GENERALES: 1/(S2) *)
```

```
K1[0]:=-D*B/(C*C);  
K2[0]:=D/C;  
IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'u(t) ');  
if K2[0]<0 then SIGNO:=' '  
else SIGNO:='+';  
IF K2[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO.K2[0]:5:4,'tu(t) ');
```

(\* 3.1 CASO: REALES Y REPETIDAS \*)

```
IF (XG1=XG2) AND (YG1=0) THEN
BEGIN
  S:=XG1;
  K3[0]:=((((AX3*2*S)+(Y*3*S*S))*S*S)-
((D+(AX3*S*S)+(Y*S*S*S))*2*S))/(S*S*S*S);
  K4[0]:=(D+(AX3*S*S)+(y*S*S*S))/(S*S);
  if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';
  WRITE(' ');
  IF K3[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,') ');
  if K4[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';

  IF K4[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO.K4[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,')');
END;
```

(\* 3.2 CASO: COMPLEJAS Y CONJUGADAS \*)

```
IF (YG1<>0) THEN
BEGIN

  IF YG1<0 THEN
  BEGIN
    YG1:=YG2;
    YG2:=-YG2;
  END;

  ARITME('*',XG1,XG1,YG1,YG1);
  RP2X:=RESPR;
  RP2Y:=RESPI;
  ARITME('*',RP2X,XG1,RP2Y,YG1);
  RP3X:=RESPR;
  RP3Y:=RESPI;
  NUMERAX:=(Y*RP3X)+(AX3*RP2X)+D;
  NUMERAY:=(Y*RP3Y)+(AX3*RP2Y);
  DENOMINX:=-2*YG1*RP2Y;
  DENOMINY:=2*YG1*RP2X;
  ARITME('/',NUMERAX,DENOMINX,NUMERAY,DENOMINY);
  K3[0]:=2*R;
  K3[1]:=ANG;
  IF (ANG<0) THEN SIGNTET:='-'
  ELSE SIGNTET:='+';
  if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';

  WRITE(' ');
  IF XG1<>0 THEN
  BEGIN
    IF K3[0]<>0 THEN
```



```

        WRITELN(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) cos(',YG1:5:4,'t
'.SIGNTET.ANG:5:4,'§)u(t)');
    END
ELSE
    BEGIN
        IF K3[0]<>0 THEN
            WRITELN(SIGNO,K3[0]:5:4,' cos(',YG1:5:4,'t '.SIGNTET.ANG:5:4,'§)u(t)');
        END;
    END;
END;

```

(\* 3.3 CASO: REALES SIN REPETIR \*)

```

IF XG1<>XG2 THEN
    BEGIN
        S:=XG1;
        K3[0]:=(D+(AX3*S*S)+(Y*S*S*S))/((S*S)*(S-XG2));
        S:=XG2;
        K4[0]:=(D+(AX3*S*S)+(Y*S*S*S))/((S*S)*(S-XG1));
        if K3[0]<0 then SIGNO:='- '
        else SIGNO:='+';
        WRITE(' ');
        IF K3[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ');
            if K4[0]<0 then SIGNO:='- '
            else SIGNO:='+';
        IF K4[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K4[0]:5:4,'e^(',XG2:5:4,'t)');
    END; (* DEL CASO REALES SIN REPETIR*)

```

END: (\* DEL ELSE SECUNDARIO \*)

END: (\* DEL ELSE PRINCIPAL \*)

END: (\* DEL PROCEDURE \*)

ECUDIF 8, ... LAPLACE 5

PROCEDURE EALATE;

VAR

CONTAT: INTEGER;

BEGIN

AX1:=(-AA\*Y)+AX3;

AX2:=(-AA\*AX3)+D;

(\* 1. CASO ESPECIAL : NUMERADOR/(S-AA)^3 \*)

```

IF (XG1=XG2) AND (XG1=AA) AND (YG1=0) THEN
    BEGIN

```

```

S:=AA;
K1[0]:=Y;
K2[0]:=AX1+(2*Y*S);
K3[0]:=AX2+(AX1*S)+(Y*S*S);
IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'e^('AA:5:2,t) ');
if K2[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';

IF K2[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K2[0]:5:4,'te^('AA:5:4,t)');
if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';
WRITE(' ');
IF K3[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K3[0]/2:5:4,'(t^2)e^('AA:5:4,t)');
(*) FOR CONTAT:=0 TO 540 DO
  BEGIN
    IF (AA*FX)<20 THEN
      BEGIN
        IF (AA*FX)<-30 THEN FY:=0
          ELSE
            FY:=(K1[0]*EXP(AA*FX))+(K2[0]*FX*EXP(AA*FX))+((K3[0]/2)*FX*FX*EXP(AA*FX));
        END
        ELSE FY:=1000;
        FX:=FX+RANGO;
        WRITELN(YDET,FY.8:1);
      END;
  END;
*)
END

ELSE
BEGIN

  (* 2. CASO ESPECIAL RAICES REPETIDAS *)

  IF ( ((AA=XG1) AND (AA<>XG2)) OR ((AA=XG2) AND (A<>XG1)) ) AND (YG1=0)
  THEN
    BEGIN

      IF XG2<>AA THEN
        BEGIN
          XG1:=XG2;
          XG2:=AA;
        END;

      S:=AA;
      K1[0]:=(((2*S*Y)+AX1)*(S-XG1))-((S*S*Y)+(AX1*S)+AX2))/(SQR(S-XG1));
      K2[0]:=((S*S*Y)+(AX1*S)+AX2)/(S-XG1);
      K3[0]:=((XG1*XG1*Y)+(AX1*XG1)+AX2)/(SQR(XG1-AA));
      IF K1[0]<>0 THEN WRITE(K1[0]:5:4,'e^('AA:5:2,t) ');
      if K2[0]<0 then SIGNO:='-'
        else SIGNO:='+';
    END;
  END;

```

```

IF K2[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K2[0]:5:4,'e^(',AA:5:4,'t)');
if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';
WRITE(' ');
IF K3[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t)');

```

END

ELSE

BEGIN

(\* 3 CASO GENERAL:  $1/(S-AA)$  \*)

```

S:=AA;
K1[0]:=(AX2+(AX1*S)+(Y*S*S))/((S*S)+(B*S)+C);
IF K1[0]<>0 THEN WRITELN(K1[0]:5:4,'e^(',AA:5:4,'t)');

```

(\* 3.1 CASO REALES Y REPETIDAS \*)

IF (XG1=XG2) AND (YG1=0) THEN

BEGIN

```

S:=XG1;
K2[0]:=((AX1+(2*Y*S))*(S-AA)-(AX2+(AX1*S)+(Y*S*S)))/(SQR(S-AA));
K3[0]:=(AX2+(AX1*S)+(Y*S*S))/(S-AA);
if K2[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';
WRITE(' ');
IF K2[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO,K2[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ');
if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
  else SIGNO:='+';

```

IF K3[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t)');

(\* FOR CONTAT:=0 TO 540 DO

BEGIN

IF ((AA\*FX)<20) AND ((XG1\*FX)<20) THEN

BEGIN

IF ((AA\*FX)<-30) THEN SUMA1:=0

ELSE SUMA1:=(K1[0]\*EXP(AA\*FX));

IF ((XG1\*FX)<-30) THEN SUMA2:=0

ELSE SUMA2:=(K2[0]\*EXP(XG1\*FX))+(K3[0]\*FX\*EXP(XG1\*FX));

FY:=SUMA1+SUMA2;

END

ELSE FY:=1000;

FX:=FX+RANGO;

WRITELN(YDET,FY:8:1);

END;

\*)

END;

(\* 3.2 CASO: COMPLEJAS Y CONJUGADAS \*)

```

IF (YG1<>0) THEN
BEGIN

    IF YG1<0 THEN
    BEGIN
        YG1:=YG2;
        YG2:=-YG2;
    END;

    ARITME('*,XG1,XG1,YG1,YG1);
    RP2X:=RESPR;
    RP2Y:=RESPI;
    NUMERAX:=(RP2X*Y)+(AX1*XG1)+AX2;
    NUMERAY:=(RP2Y*Y)+(AX1*YG1);
    DENOMINX:=-2*YG1*YG1;
    DENOMINY:=(XG1-AA)*2*YG1;
    ARITME('!,NUMERAX,DENOMINX,NUMERAY,DENOMINY);
    K2[0]:=2*R;
    K2[1]:=ANG;
    IF (ANG<0) THEN SIGNTET:='-'
    ELSE SIGNTET:='+';
    if K2[0]<0 then SIGNO:='-'
    else SIGNO:='+';

    WRITE(' ');
    IF XG1<>0 THEN
    BEGIN
        IF K2[0]<>0 THEN
            WRITELN(SIGNO,K2[0]:5:4,'e^(,XG1:5:4,t) cos(,YG1:5:4,t
,SIGNTET,ANG:5:4,')u(t)');
        END
    ELSE
    BEGIN
        IF K2[0]<>0 THEN
            WRITELN(SIGNO,K2[0]:5:4,' cos(,YG1:5:4,t ',SIGNTET,ANG:5:4,')u(t)');
        END;
    END;
    (* FOR CONTAT:=0 TO 540 DO
    BEGIN
        IF ((AA*FX)<20) AND ((XG1*FX)<20) THEN
        BEGIN
            IF ((AA*FX)<-30) THEN SUMA1:=0
            ELSE SUMA1:=(K1[0]*EXP(AA*FX));
            IF ((XG1*FX)<-30) THEN SUMA2:=0
            ELSE SUMA2:=(K2[0]*EXP(XG1*FX)*cos(((RP3Y*FX)+ANG)*PI/180));
            FY:=SUMA1+SUMA2;
        END
        ELSE FY:=1000;
        FX:=FX+RANGO;
    
```

```

        WRITELN(YDET,FY:8:1);
    END;
*)
END;

(* 3.3 CASO : REALES SIN REPETIR *)

IF XG1<>XG2 THEN
BEGIN

    S:=XG1;
    K2[0]:=(AX2+(AX1*S)+(Y*S*S))/((S-AA)*(S-XG2));
    S:=XG2;
    K3[0]:=(AX2+(AX1*S)+(Y*S*S))/((S-AA)*(S-XG1));
    if K2[0]<0 then SIGNO:='-'
    else SIGNO:='+';
    WRITE(' ');
    IF K2[0]<>0 THEN WRITE(SIGNO.K2[0]:5:4,'e^(',XG1:5:4,'t) ');
    if K3[0]<0 then SIGNO:='-'
    else SIGNO:='+';
    IF K3[0]<>0 THEN WRITELN(SIGNO,K3[0]:5:4,'e^(',XG2:5:4,'t)');

(*)
    FOR CONTAT:=0 TO 540 DO
        BEGIN
            IF ((AA*FX)<20) AND ((XG1*FX)<20) AND ((XG2*FX)<20) THEN
                BEGIN
                    IF ((AA*FX)<-30) THEN SUMA1:=0
                    ELSE SUMA1:=(K1[0]*EXP(AA*FX));
                    IF ((XG1*FX)<-30) THEN SUMA2:=0
                    ELSE SUMA2:=(K2[0]*EXP(XG1*FX));
                    IF ((XG2*FX)<-30) THEN SUMA3:=0
                    ELSE SUMA3:=(K3[0]*EXP(XG2*FX));
                    FY:=SUMA1+SUMA2+SUMA3;
                END
            ELSE FY:=1000;
            FX:=FX+RANGO;
            WRITELN(YDET,FY:8:1);
        END;
*)
    END: (* DEL CASO 3.3 *)

    END: (* DEL CASO 3 ELSE GENERAL: (S-AA) *)

    END: (* DEL ELSE PRINCIPAL CASO 2 *)

    END: (* DEL PROCEDURE *)

ECUDIF 9 ..... LAPLACE

PROCEDURE TRANS:
VAR

```

```

RP1X,RP1Y,RP2X,RP2Y,RP3X,RP3Y,RP4X,RP4Y: REAL;
K1,K2,K3,K4: ARRAY[0..1] OF REAL;
X1,X2,Y1,Y2,RESPR,RESPI, R, ANG,ANGUL,TEMPO: REAL;
AX1,AX2,AX3,AX4,AX5,AX6,XG1,XG2,YG1,YG2,S: REAL;
SUMA1,SUMA2,SUMA3: REAL;
NUMERAX,NUMERAY,DENOMINX,DENOMINY: REAL;
SIGNTET: CHAR;
RANGO: REAL;

```

```

{SI OPERA}
{SI SEGRADO}
{SI LAPLACE1}
{SI LAPLACE2}
{SI LAPLACE3}
{SI LAPLACE4}
{SI LAPLACE5}

```

```

BEGIN
  b:=b/a;
  c:=c/a;
  d:=d/a;
  a:=1;
  RAICES(b,c);
  XG1:=X1;
  YG1:=Y1;
  XG2:=X2;
  YG2:=Y2;
  AX3:=y01+(b*y);
  CASE gt OF
    'B': UDETE;
    'A': DELTA;
    'C': TE;
    'E': EALATE;
  'D','F': BEGIN
    IF (gt='F') THEN THETA:=THETA-90;
    COSENOS;
  END;

```

```

END; (* DEL CASE*)
END; (* DEL PROCEDURE *)

```

ECU'DIF 10.... OPERA

```

PROCEDURE ARITME(SIGNO:CHAR: R1,R2,I1,I2:REAL);
PROCEDURE CONVERTIR(REA,IMA : REAL);
BEGIN
  R:=SQRT((SQR(REA)-(SQR(IMA))));
  IF (REA=0) AND (IMA=0) THEN ANG:=0
  ELSE
  BEGIN

```

```

    IF REA=0 THEN
    BEGIN
        ANG:=90;
        IF IMA<0 THEN ANG:=-90;
    END
    ELSE ANG:=ARCTAN(IMA/REA)*180/Pi;
    IF REA<0 THEN ANG:=ANG-180;
END:
END;
PROCEDURE CONVERTI2(RADIO,ANGULO:REAL );
VAR
    ANG_RAD :REAL;
BEGIN
    ANG_RAD:=ANGULO*Pi/180;
    RESPR:=(RADIO*COS(ANG_RAD));
    RESP1:=(RADIO*SIN(ANG_RAD));
END;
PROCEDURE SUMA;
BEGIN
    RESPR:=R1+R2;
    RESP1:=I1+I2;
    CONVERTIR(RESPR.RESP1);
END;
PROCEDURE MULTI;
VAR
    RR1,RR2,AA1,AA2:REAL;
BEGIN
    CONVERTIR(R1.I1);
    RR1:=R;
    AA1:=ANG;
    CONVERTIR(R2.I2);
    RR2:=R;
    AA2:=ANG;
    R:=RR1*RR2;
    ANG:=AA1+AA2;
    WHILE(ANG>180) DO
        ANG:=ANG-360;
    WHILE(ANG<=-180) DO
        ANG:=ANG+360;
    CONVERTI2(R.ANG);
END;
PROCEDURE DIVI;
VAR
    RR1,RR2,AA1,AA2:REAL;
BEGIN
    CONVERTIR(R1.I1);
    RR1:=R;
    AA1:=ANG;
    CONVERTIR(R2.I2);
    RR2:=R;
    AA2:=ANG;

```

```

R:=RR1/RR2;
ANG:=AA1-AA2;
WHILE(ANG>180) DO
  ANG:=ANG-360;
WHILE(ANG<-180) DO
  ANG:=ANG+360;
CONVERTI2(R,ANG);
END;
BEGIN
  CASE SIGNO OF
    '+': SUMA;
    '*': MULTI;
    '?': DIVI;
  END;
END;

```

ECUDIF 11..... OPERAS 1

```

PROCEDURE ARITME(SIGNO:CHAR; R1,R2,I1,I2:REAL);
PROCEDURE CONVERTIR(REA,IMA : REAL);
BEGIN
  R:=SQRT((SQR(REA))+SQR(IMA));
  IF (REA=0) AND (IMA=0) THEN ANG:=0
  ELSE
    BEGIN
      IF REA=0 THEN
        BEGIN
          ANG:=90;
          IF IMA<0 THEN ANG:=-90;
        END
      ELSE ANG:=ARCTAN(IMA/REA)*180/Pi;
      IF REA<0 THEN ANG:=ANG-180;
    END;
  END;

```

```

END;
PROCEDURE CONVERTI2(RADIO,ANGULO:REAL );
VAR
  ANG_RAD:REAL;
BEGIN
  ANG_RAD:=ANGULO*Pi/180;
  RESPR:=(RADIO*COS(ANG_RAD));
  RESPI:=(RADIO*SIN(ANG_RAD));

```

```

END;
PROCEDURE SUMA;
BEGIN
  RESPR:=R1+R2;
  RESPI:=I1+I2;
  CONVERTIR(RESPR,RESPI);
END;
PROCEDURE MULTI;
VAR
  RR1,RR2,AA1,AA2:REAL;

```



```

BEGIN
  CONVERTIR(R1,I1);
  RR1:=R;
  AA1:=ANG;
  CONVERTIR(R2,I2);
  RR2:=R;
  AA2:=ANG;
  R:=RR1*RR2;
  ANG:=AA1+AA2;
  WHILE(ANG>180) DO
    ANG:=ANG-360;
  WHILE(ANG<-180) DO
    ANG:=ANG+360;
  CONVERTI2(R,ANG);
END;
PROCEDURE DIVI;
VAR
  RR1,RR2,AA1,AA2:REAL;
BEGIN
  CONVERTIR(R1,I1);
  RR1:=R;
  AA1:=ANG;
  CONVERTIR(R2,I2);
  RR2:=R;
  AA2:=ANG;
  R:=RR1/RR2;
  ANG:=AA1-AA2;
  WHILE(ANG>180) DO
    ANG:=ANG-360;
  WHILE(ANG<-180) DO
    ANG:=ANG+360;
  CONVERTI2(R,ANG);
END;
BEGIN
  CASE SIGNO OF
    '+': SUMA;
    '*': MULTI;
    '/': DIVI;
  END;
END;

ECUDIF 12 ..... ORDEN 1

PROCEDURE PRIMER;
VAR
  X1,X2,Y1,Y2,RESPR,RESPI, R, ANG,ANGUL,TEMPO: REAL;
  K1,K2,K3,K4: REAL;

;SI OPERAS1;
;SI COSENO1 ;

```

```

BEGIN
  c:=c/b;
  d:=d/b;
  b:=1;
  CASE gt OF
  'B': begin
    IF C=0 THEN
      BEGIN
        IF D<>0 THEN WRITE(D:5:4,'t ');
          if y<0 then SIGNO:='-'
            else SIGNO:='+';
          IF y<>0 THEN WRITE(SIGNO,y:5:4,'e^(',-c:5:4,'t)');
        end
      else
        begin
          k1:=D/C;
          k2:=-k1;
          IF k1<>0 THEN WRITE(k1:5:4,'u(t) ');
            if (k2+y)<0 then SIGNO:='-'
              else SIGNO:='+';
          IF (k2+y)<>0 THEN WRITE(SIGNO,(k2+y):5:4,'e^(',-c:5:4,'t)');
        end;
      end;
  'A': WRITE((D+y):5:4,'e^(',-c:5:4,'t) ');
  'C': begin
    IF C=0 THEN
      BEGIN
        IF D<>0 THEN WRITE((D/2):5:4,'t^2 ');
          if y<0 then SIGNO:='-'
            else SIGNO:='+';
          IF y<>0 THEN WRITE(SIGNO,y:5:4,'e^(',-c:5:4,'t)');
        end
      else
        begin
          k1:=D/C;
          k3:=D/(C*C);
          k2:=-k3;
          IF k1<>0 THEN WRITE(k1:5:4,'t ');
            if k2<0 then SIGNO:='-'
              else SIGNO:='+';
          IF k2<>0 THEN WRITE(SIGNO,k2:5:4,'u(t) ');
            if (k3+y)<0 then SIGNO:='-'
              else SIGNO:='+';
          IF (k3-y)<>0 THEN WRITE(SIGNO,(k3+y):5:4,'e^(',-c:5:4,'t)');
        end;
      end;
  'E': begin
    IF aa=-C THEN
      BEGIN
        IF D<>0 THEN WRITE(D:5:4,'t e^(',-c:5:4,'t) ');
          if y<0 then SIGNO:='-'

```

```

        else SIGNO:='+';
        IF y<>0 THEN WRITE(SIGNO,y:5:4,'e^(',-c:5:4,'t)');
    end
    else
    begin
        k2:=D/(-aa-C);
        k1:=-k2;
        IF k1<>0 THEN WRITE(k1:5:4,'e^(',aa:5:4,'t) ');
        if (k2+y)<0 then SIGNO:=' '
        else SIGNO:='+';
        IF (k2+y)<>0 THEN WRITE(SIGNO,(k2+y):5:4,'e^(',-c:5:4,'t)');
    end;
end;
'D',F: BEGIN
    IF (gt='F') THEN THETA:=THETA-90;
    COS1:
END;

```

```

END: (* DEL CASE*)
END: (* DEL PROCEDURE *)

```

ECUDIF 13..... PRUEBA

```

PROGRAM OPCGRA;
USES CRT,GRAFICOS ;

```

```

VAR
    GDET,YDET : TEXT;
    CONTADOR,AUXILIOX,AUXILIOY:INTEGER;
    NUMGRA,cond,opcion2,OPCION3:char;
    ANG,AA,theta,W,Y,T,D,XINF,XSUP,YINF,YSUP:REAL;
    COLORG: INTEGER;

```

```

FUNCTION COLORES (NOMBRE:STRING):INTEGER;

```

```

VAR
    COLOR:CHAR;
BEGIN
    REPEAT
        window(11,14,64,30);
        TEXTBACKGROUND(9);
        clrscr;
        textCOLOR(14);
        WRITELN(' SELECCIONE EL COLOR DE LA GRAFICA ',NOMBRE);
        writeln(' [R] ROJO      [V] VERDE  ');
        writeln(' [A] AZUL      [C] CYAN   ');
        TEXTBACKGROUND(6);
        WRITE(' OPCION.....');
        readln(color);
        color:=upcase(color);
    until((color='A') or (color='V') or (color='C') or (color='R'));

```

```

textbackground(9);
clrscr;
CASE color OF
  'A':COLORES:=9;
  'V':COLORES:=10;
  'C':COLORES:=11;
  'R':COLORES:=12;
END;
END;

```

```

FUNCTION LEER:REAL;
VAR
  CORX,CORY,CODIGO,J,DIFX: INTEGER;
  NUMERO : REAL;
  STRNUM : STRING[16];
BEGIN
  DIFX:=0;
  CORX:=WHEREX;
  CORY:=WHEREY;
  REPEAT
    GOTOXY(CORX,CORY);
    FOR J:=1 TO DIFX DO WRITE(' ');
    IF DIFX<>0 THEN WRITE(#7);
    GOTOXY(CORX,CORY);
    READLN(STRNUM);
    DIFX:=LENGTH(STRNUM);
    VAL(STRNUM,NUMERO,CODIGO);
  UNTIL CODIGO=0;
  LEER:=NUMERO;
END;

```

```

PROCEDURE ESCALA;
VAR
  CUENTA: INTEGER;
BEGIN
  CUENTA:=0;
  window(11,14,64,30);
  textbackground(9);
  CLRSCR;
  textcolor(15);
  writeln;
  writeln(' INDIQUE LA ESCALA DE LA GRAFICA);
  writeln;
  auxiliox:=wherex;
  auxilioy:=wherey;
  textcolor(14);
  REPEAT
    IF CUENTA<>0 THEN
      BEGIN
        WRITE(' PARAMETROS NO VALIDOS. PULSE INTRO... ');

```

```

    READLN;
END;
CLRSCR;
gotoxy(auxiliox,auxilioy);
write(' X INFERIOR ? : ');
XINF:=LEER;
write(' X SUPERIOR ? : ');
XSUP:=LEER;
write(' Y INFERIOR ? : ');
YINF:=LEER;
write(' Y SUPERIOR ? : ');
YSUP:=LEER;
CLRSCR;
CUENTA:=CUENTA+1;
UNTIL ((YSUP>YINF) AND (XSUP>XINF) AND (XINF*XSUP<=0) AND
(YINF*YSUP<=0));

END;

```

```

BEGIN

```

```

REPEAT (* REPEAT GENERAL *)

```

```

textbackground(0);
clrscr;
window(6,1,69,8);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(14);
writeln;
writeln('          GRAFICADOR ');
window(11,4,64,7);
textbackground(3);
clrscr;
textcolor(0);
writeln(' GRAFICAS COMUNES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ');
writeln('          DE PRIMER Y SEGUNDO ORDEN ');

window(11,14,64,24);
REPEAT
    textbackground(9);
    clrscr;
    textcolor(14);
    WRITELN(' FUNCIONES QUE DESEE GRAFICAR:      ');
    WRITELN;
    WRITELN(' FUNCION DE ENTRADA G(t) .....(1)');
    WRITELN(' FUNCION DE SALIDA Y(t) .....(2)');
    WRITELN(' AMBAS FUNCIONES .....(3)');
    WRITELN(' NINGUNA FUNCION. SALIR .....(4)');
    WRITELN;

```

```

TEXTBACKGROUND(6);
TEXTCOLOR(15);
WRITE(' OPCION .....');
READLN(NUMGRA);
UNTIL ((NUMGRA=1) OR (NUMGRA=2) OR (NUMGRA=3) OR (NUMGRA=4));
IF (NUMGRA=4) THEN HALT;
COND:=Z';

```

```

IF ((NUMGRA=1) or (NUMGRA=3')) THEN
BEGIN

```

```

repeat

```

```

TEXTBACKGROUND(9);

```

```

clrscr;

```

```

writeln(' LA FUNCION DE ENTRADA G(t) ES DE LA FORMA ');

```

```

WRITELN;

```

```

textcolor(14);

```

```

writeln(' [A] D &(t)      [B] D u(t) ');

```

```

writeln(' [C] D t u(t)    [D] D COS (Wt + 0$) ');

```

```

writeln(' [E] D e^(at)     [F] D SEN (Wt + 0$) ');

```

```

writeln;

```

```

textbackground(6);

```

```

textcolor(15);

```

```

WRITE(' OPCION.....');

```

```

readln(cond);

```

```

cond:=uppercase(cond);

```

```

until((cond='A') or (cond='B') or (cond='C') or (cond='D') or (cond='E') or (cond='F'));

```

```

window(11,14,64,30);

```

```

textbackground(9);

```

```

clrscr;

```

```

textcolor(15);

```

```

writeln(' INTRODUCIR LOS VALORES: ');

```

```

writeln;

```

```

textcolor(14);

```

```

auxiliox:=wherex;

```

```

auxilioy:=wherey;

```

```

CASE cond OF

```

```

'A':Begin

```

```

write(' D ?: ');

```

```

D:=LEER;

```

```

End;

```

```

'B':Begin

```

```

write(' D ?: ');

```

```

D:=LEER;

```

```

End;

```

```

'C':Begin

```

```

write(' D ?: ');

```

```

D:=LEER;

```

```

End;

```

```

'D':Begin

```

```

write(' D ? ');
D:=LEER;
write(' W ? ');
W:=LEER;
write(' 0$ ? ');
theta:=LEER;
while (theta>180) do theta:=theta-360;
while (theta<-180) do theta:=theta+360;
if w=0 then
begin
D:=D*cos(theta*pi/180);
cond:='B'
end;
End;
'E':Begin
write(' D ? ');
D:=LEER;
write(' a ? ');
aa:=LEER;
IF AA=0 THEN cond:='B';
end;
'F':Begin
write(' D ? ');
D:=LEER;
write(' W ? ');
W:=LEER;
write(' 0$ ? ');
theta:=LEER;
while (theta>180) do theta:=theta-360;
while (theta<-180) do theta:=theta+360;
if w=0 then
begin
D:=D*sin(theta*pi/180);
cond:='B'
end
end;
END;
END: (*DEL IF*)

```

```

repeat (* de la escala *)
COLORG:=COLORES('G(t)');
ESCALA:
ASSIGN(GDET,'GDET.DAT');
REWRITE(GDET);
T:=XINF;
CASE cond OF
'A': BEGIN
FOR CONTADOR:=0 TO 540 DO
BEGIN
IF T<>0 THEN Y:=0
ELSE Y:=D;

```

```

        T:=T+((XSUP-XINF)/500);
        WRITELN(GDET,Y:8:1);
    END;
END;
'B': BEGIN
    FOR CONTADOR:=0 TO 540 DO
    BEGIN
        Y:=D;
        WRITELN(GDET,Y:8:1);
    END;
END;
'C': BEGIN
    FOR CONTADOR:=0 TO 540 DO
    BEGIN
        Y:=D*T;
        T:=T+((XSUP-XINF)/500);
        WRITELN(GDET,Y:8:1);
    END;
END;
'E': BEGIN
    FOR CONTADOR:=0 TO 540 DO
    BEGIN
        IF (((AA*T)>60) or ((AA*T)<-60)) THEN Y:=YSUP+10
        ELSE Y:=D*EXP(AA*T);
        T:=T+((XSUP-XINF)/500);
        WRITELN(GDET,Y:8:1);
    END;
END;
'D','F': BEGIN
    IF COND='F' THEN THETA:=THETA-90;
    FOR CONTADOR:=0 TO 540 DO
    BEGIN
        ANG:=(W*T)+THETA;
        WHILE (ANG<-180) DO ANG:=ANG+360;
        WHILE (ANG>180) DO ANG:=ANG-180;
        Y:=D*COS(ANG*2*PI/180);
        T:=T+((XSUP-XINF)/500);
        WRITELN(GDET,Y:8:1);
    END;
END; (*DEL CASE D*)
END: (* DEL CASE *)
CLOSE(GDET);

```

```

window(11,14,64,30);
textbackground(0);
clrscr;

```

```

window(4,22,77,24);
textbackground(9);
clrscr;
textcolor(14);

```



```
writeln;  
write(' PRESIONE CUALQUIER TECLA PARA VER LA GRAFICA...');  
textcolor(15);  
OPCION3:=READKEY;  
GRAFICA(XSUP,XINF,YSUP,YINF,COLORG,-1);
```

```
REPEAT  
window(11,15,64,22);  
textbackground(9);  
clrscr;  
textcolor(15);  
writeln;  
writeln(' ELIGA UNA OPCION ');  
textcolor(14);  
writeln;  
writeln(' OTRAS FUNCIONES A GRAFICAR (G)');  
writeln(' OTRA ESCALA Y VOLVER A VER GRAFICA (O)');  
writeln(' SALIR DEL GRAFICADOR (S)');  
textcolor(15);  
textbackground(6);  
write(' OPCION.....');  
readln(opcion2);  
opcion2 := UpCase(opcion2);  
UNTIL((opcion2='G') or (opcion2='O') or (opcion2='S'));
```

```
CLRSCR;  
UNTIL (OPCION2<>'O'); (*DE LA ESCALA*)
```

```
window(11,15,64,24);  
textbackground(0);  
clrscr;  
textcolor(15);
```

```
UNTIL(opcion2='S');
```

```
(* UNTIL DEL REPEAT GENERAL *)
```

```
WINDOW(1,1,80,24);  
TEXTBACKGROUND(0);  
textcolor(7);  
CLRSCR;
```

```
END.
```

```
ECUDIF 14..... SEGRADO
```

```
PROCEDURE RAICES(C2,C3:REAL);  
VAR
```

```
RADICAL:REAL;
BANDERA:BOOLEAN;
BEGIN
  BANDERA:=FALSE;
  RADICAL:=(C2*C2)-(4*C3);
  IF RADICAL<0 THEN
    BEGIN
      BANDERA:=TRUE;
      RADICAL:=RADICAL*-1;
    END;
  RADICAL:=SQRT(RADICAL);
  IF (BANDERA) THEN
    BEGIN
      X1:=-C2/2;
      Y1:=RADICAL/2;
      X2:=X1;
      Y2:=-RADICAL/2;
    END
  ELSE
    BEGIN
      X1:=(-C2+RADICAL)/2;
      Y1:=0;
      X2:=(-C2-RADICAL)/2;
      Y2:=0;
    END;
  END;
END;
```

## APÉNDICE B

### PROGRAMA CIRCUITO

A continuación se muestra el enlistado de las sentencias del programa Circuito, el cual fue realizado por el estudiante Ángel Francisco Menéndez Calzada.

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<string.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<ctype.h>

void PideMatriz(void);
void triangula(void);
void volteamatriz(void);
void DespliegaMatrizCompleja(void);
void DespliegaMenu(void);
void ComoFuncionaElPrograma(void);
void Informacion(void);
void ImpPol(void);
void ImpRec(void);
void ImprimeDeterminante(void);
double Grados_a_Radianes(int b, int a);
double R_a_G(double doble);
void Convierte_a_Rectangular(void);
unsigned int checaReal(int W, int V);
unsigned int checalmag(int W, int V);

int n;
int ind[20][21];

double det[20][21],
com[20][21],
auxreal,
auxcomp,
DeterminanteReal;
```



```

        exit(0);
        break;
    }
    case '4': {
        Informacion();
        getch();
        break;
    }
} /* fin de switch(ch); */
} /* Fin del while */
}

void PideMatriz(void)
{
    int    x,
          y,
          repetir;
    char   N[3];
    clrscr();

    do
    {
        Another:;
        printf("\n" "CUANTAS VARIABLES TIENES ? = ");
        gets(N);
        n=atoi(N);
        printf("\n\n" "Quieres corregir el número de variables introducido ? ");
        printf("\n\tSi es así, oprime S ó s, sino, otra tecla :");
        repetir=getch();
        putchar(repetir);
        switch(repetir)
        { /* Inicio del switch */
            case 's': {
                goto Another;
                break;
            }
            case 'S': {
                goto Another;
                break;
            }
        }
        default::;

        } /* Fin del switch ();*/
    }
    while(n<1 || n>21);

    clrscr():

```









```

        posy,
        veces,
        nulo,
denominador;

double      a2,
            b2,
            a3,
            b3,
            a4,
            b4,
            A,
            B,
            C,
            D;
*-----*/
PROCESO COMPLETO DE TRIANGULACION                               */

        posx = 0; /* estos son los contadores que permiten */
        posy = 0; /* hacer ceros las columnas despu,s del */
                /* primer n£mero */

        veces = 0; /* cuenta las veces que el proceso se repite
                    dependiendo de la dimensión de la matriz */

*-----*/
*TRIANGULA MATRIZ A UNA MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR*/

while (veces < n) /* CICLO DEL DETERMINANTE */
{
*
ESTE CICLO TRABAJA CUANDO EL PRIMER N£MRO DEL RENGLON
PIVOTE VALE CERO (PRIMER NUMERO DE IZQUIERDA A DERECHA
Y DE ARRIBA A ABAJO
*
if ((det[posy][posx] == 0.000000) && (com[posy][posx] == 0.000000))
{
* QUITA EL CERO DEL PRIMER NUMERO DEL RENGLON PIVOTE */

for(i = (posx + 1); i<= (n-1); i++)
    for(j= (n) ; j >= posx; --j)
        {

            if ((det[i][posx] == 0.000000) && (com[i][posx] == 0.000000))

```

```

        det[posy][j] = det[posy][j];
        com[posy][j] = com[posy][j];
    }

    if ((det[i][posx] != 0.000000) || (det[i][posx] != 0.000000))
    {
        for (k = (n); k >= posx; --k)
        {
            det[posy][k] = det[posy][k] + det[i][k];
            com[posy][k] = com[posy][k] + com[i][k];
        }

        j = posx;
        i = (n-1);
    }
    /* del for */
}
-----*/

if ((det[posy][posx] == 0.000000) && (com[posy][posx] == 0.000000)) /* 3 */
{
    nulo = 1 ;
    veces = (n) ; /* TERMINA EL PROGRAMA */
}
/* SI TODA UNA COLUMNA ES DE */
/* CEROS */

if ((det[posy][posx] != 0.000000) || (com[posy][posx] != 0.000000))
    nulo = 0 ;
else nulo = 1;
/* 3 */

*
PERMITE QUE EL PROCESO DE REDUCCION CONTINUE
*
    for (j=(n); j >= posx; --j)
    {
        det[posy][j] = det[posy][j];
        com[posy][j] = com[posy][j];
    }
}
-----*/

* TRANSFORMA EN CEROS LA COLUMNA, EXCEPTO EL PRIMER NUMERO */

if (nulo == 0) /* 2 */
{
    for(i = (posx + 1); i <= (n-1); i++)

```

```

        for(j =(n); j>=posx; --j)
        {
a2 = det[i][posx];
a3 = det[posy][j];
a4 = det[posy][posx];
b2 = com[i][posx];
b3 = com[posy][j];
b4 = com[posy][posx];
A = b2*b3 - a2*a3;
B = -(a2*b3 + b2*a3);
C = (A*a4 + B*b4)/(a4*a4 + b4*b4);
D = (B*a4 - b4*A)/(a4*a4 + b4*b4);
com[i][j] = D + com[i][j];
det[i][j] = C + det[i][j];
        }
/* 2 */

```

```

-----*/
* ESTE CICLO HACE LO MISMO QUE EL DE ARRIBA PARA DET < 0 */

```

```

if ((det[posy][posx] != 0) || (com[posy][posx] != 0))
/* primer numero diferente de cero */ /* 1 */
;
/* 1 */

```

```

for (i = (posx + 1); i<=(n-1); i++)
for (j =(n); j>=posx; --j)
{
a2 = det[i][posx];
a3 = det[posy][j];
a4 = det[posy][posx];
b2 = com[i][posx];
b3 = com[posy][j];
b4 = com[posy][posx];
A = b2*b3 - a2*a3;
B = -(a2*b3 + b2*a3);
C = (A*a4 + B*b4)/(a4*a4 + b4*b4);
D = (B*a4 - b4*A)/(a4*a4 + b4*b4);
com[i][j] = D + com[i][j];
det[i][j] = C + det[i][j];
;

```

```

/* 1 */
posx = posx + 1; /* posicionan la esquina superior */
posy = posy + 1; /* izquierda de la matriz como si */
/* la fueran achicando */

```

```

        veces = veces + 1; /* GUARDA LAS VECES */
                          /* QUE SE HA REPETIDO */
                          /* EL PROCESO */

/* CICLO DEL DETERMINANTE */

/*-----*/
/*-----*/
/* CALCULA EL DETERMINANTE MULTIPLICANDO LA DIAGONAL SUPERIOR */

    DeterminanteReal=1.000000;
    DeterminanteImag=0.000000;
    for (i = 0; i<=(n-1); ++i)
    {
        a2 = det[i][i];
        a3 = DeterminanteReal;
        b2 = com[i][i];
        b3 = DeterminanteImag;
        DeterminanteReal = a2*a3 - b2*b3;
        DeterminanteImag = a2*b3 - a3*b2;
    }

}

void volteamtriz(void)
{
int    column,
      renglon,
      ap1,
      ap2;

    * cambia columnas */

    ap1 = 0;
    ap2 = (n-1);
    while(ap1<ap2)
    {
        for(renglon=0;renglon<=(n-1);renglon++)
        {
            auxreal = det[renglon][ap2];
            det[renglon][ap2] = det[renglon][ap1];
            det[renglon][ap1] = auxreal;

            auxcomp = com[renglon][ap2];

```



```

getch();
clrscr();
puts("El usuario debe tener cuidado de no introducir caracteres que sean");
puts("diferentes de los siguientes símbolos : +, -, E, e, (punto) y de");
puts("los dígitos. Si el PRIMER caracter que usted introduzca es distinto");
puts("de los mencionados, el programa vuelve a preguntar. Si usted mete");
puts("números, y luego caracteres no válidos, el programa solo toma los");
puts("primeros números. Ejemplos de ENTRADAS VALIDAS.");
puts("\n123, 456.09E-2, 567.9E+7, 567.9E7, +45.67, -78.002e-1, .1232,");
puts(".145e-2, 0.12, -0.56.\n");
puts("Si usted introdujera:  t89.56, el programa vuelve a preguntar.");
puts("Si introdujera : 7856A98, el programa tomar el número como 7856.Si");
puts("Si metiera -op, el programa lo tomar como cero. Cuidado de no");
puts("introducir determinantes iguales a cero, pues, debido a que se usan");
puts("variables de tipo flotante doble, es imposible que evalúen a cero.");
puts("\n\nEl programa solo le permite corregir los últimos tres datos");
puts("introducidos por lo que usted debe chequear dato por dato que");
puts("usted introduzca.");
puts("\n\n          Oprime cualquier tecla para continuar : ");
getch();
clrscr();
puts("\n\nLo último le parece una desventaja?");
puts("\nTal vez lo sea, pero este programa puede correrse casi en");
puts("cualquier PC, 512 bytes en RAM o m s. No requiere gráficos y se");
puts("corre desde el MS DOS.");
puts("\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n");
puts("\n          BIENVENIDO a MALLAS...");
puts("\n          Oprime cualquier tecla para continuar : ");
};

```

#### void DespliegaMenu(void)

```

{
puts("\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n");
puts("\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n");
puts("          1 Ayuda acerca del uso del programa");
puts("          2 Solucien de ecuaciones de voltajes y corrientes");
puts("          3 Salir al sistema operativo");
puts("          4 Informacion acerca del programa y del programador\n");
printf("          Por favor oprima el número de la opción que desea:\n");
printf("\n\n\n\n\n\n\n");
};

```

#### void Informacion(void)

```

{
puts("\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n\n");
puts("\tUNIVERSIDAD LA SALLE\n");
puts("\tESCUELA DE INGENIERIA\n");
};

```



```

printf("\nRESULTADOS EN FORMA RECTANGULAR :\n\n");
for(;D<n;D++)
{
    Real = (det[D][n]*det[D][D]+com[D][n]*com[D][D])/
           (det[D][D]*det[D][D]+com[D][D]*com[D][D]);

    Complejo = (com[D][n]*det[D][D]-com[D][D]*det[D][n])/
              (det[D][D]*det[D][D]+com[D][D]*com[D][D]);

    printf("\nx%d = ",D+1);
    if (Complejo>0)
        printf("%lf + ",Real);
    else
        printf("%lf ",Real);

    printf("%lfj",Complejo);
}
}
/* Imprime el determinante del sistema */
void ImprimeDeterminante(void)
{
clrscr();
printf("\nDETERMINANTE = ");
printf("%lf",DeterminanteReal);
if (DeterminanteImag<0)
printf("%lfj",DeterminanteImag);
else
printf("+ %lfj\n",DeterminanteImag);
}

double Grados_a_Radianes(int b, int a)
{
return(com[b][a]*0.017453292);
}

/* Convierte Radianes a Grados Sexagesimales */
double R_a_G(double doble)
{
return(57.29577951*doble);
}

void Convierte_a_Rectangular(void)
{
int x,
y;

double REAL;

```



```

for (y=0; y<=(n-1); y++)
    for (x=0; x<=n; x++)
        if (ind[y][x]=='p')
            {

                REAL=det[y][x];
                det[y][x]=REAL*cos(Grados_a_Radianes(y,x));
                com[y][x]=REAL*sin(Grados_a_Radianes(y,x));
            }
}

```

```

unsigned int checaReal(int W, int V)

```

```

{
    char    buf[19];

    gets(buf);
    det[W][V]=atof(buf);

    if(det[0][1]==0)
        if (!(buf[0]=='-' ||
            buf[0]=='+' ||
            buf[0]=='.' ||
            (buf[0]>=48 && buf[0]<=57) ))
            {
                printf("\nTu primer caracter no es valido :");
                return(19);
            }
}

```

```

unsigned int checaImag(int W, int V)

```

```

{
    char    buf[19];

    gets(buf);
    com[W][V]=atof(buf);

    if(com[0][1]==0)
        if (!(buf[0]=='-' ||
            buf[0]=='+' ||
            buf[0]=='.' ||
            (buf[0]>=48 && buf[0]<=57) ))
            {
                printf("\nTu primer caracter no es valido :");
                return(19);
            }
}

```

## APÉNDICE C

### INSTRUCTIVO PARA EL MANEJO DEL PROGRAMA ELECTRONICS WORKBENCH VERSION 5.12.

#### C.1 EI PROGRAMA.

Es un programa de simulación de circuitos. Este programa cuenta con un completo laboratorio virtual que contiene los instrumentos más comunes utilizados en la mayoría de los laboratorios de diseño electrónico y lógico.

EWB (Electronics Workbench) tiene una gran facilidad de manejo. El programa tiene una interfaz gráfica con el usuario que lo hace muy intuitivo, cómodo de usar y rápido de trabajar, lo que permite ahorrar tiempo. En general, la creación del esquema y su simulación precisan menos tiempo que el montaje real del circuito.

#### C.2 Ventajas de Electronics WorkBench.

EWB proporciona una herramienta con prestaciones comparables a las de un laboratorio, permite simular todos los componentes e instrumentos necesarios para analizar, diseñar y verificar circuitos en reemplazo de los componentes e instrumentos reales. EWB conlleva interesantes ventajas como las siguientes:

- Creación de esquemas. EWB permite capturar el esquema del circuito que posteriormente será simulado. Además, está la posibilidad de utilizar circuitos como parte de otros circuitos más complejos, convirtiéndolos previamente con la opción Subcircuito.
- Preconstrucción, diseño y ensayos. Con EWB resulta muy sencillo desarrollar diseños y verificar circuitos antes de construirlos y probarlos físicamente. Los problemas pueden resolverse previamente en la computadora con la ventaja de que más tarde, los circuitos pueden construirse para que trabajen tal y como estaba previsto.
- Presentaciones dinámicas. Tanto los principios de electrónica, de la lógica, como los circuitos prácticos, pueden demostrarse rápida y fácilmente con EWB. El programa es capaz de presentar los resultados de la simulación en los instrumentos de medida,

que son similares a los utilizados en los laboratorios profesionales y esto le confiere un toque de realismo.

- Copias impresas. Obtener una copia impresa del esquema, de los resultados de la simulación, lista de componentes, instrumentos de medida, etc., es sencillo con EWB.

Si bien los circuitos construidos pueden ser tanto digitales como analógicos o una mezcla de ambos.

### C.3 Inicio de EWB.



Para iniciar el programa accederemos al icono correspondiente desde el administrador de programas de Windows, o bien desde el acceso directo del escritorio.

Se abrirá una hoja de trabajo como la que se muestra en la figura c.1.

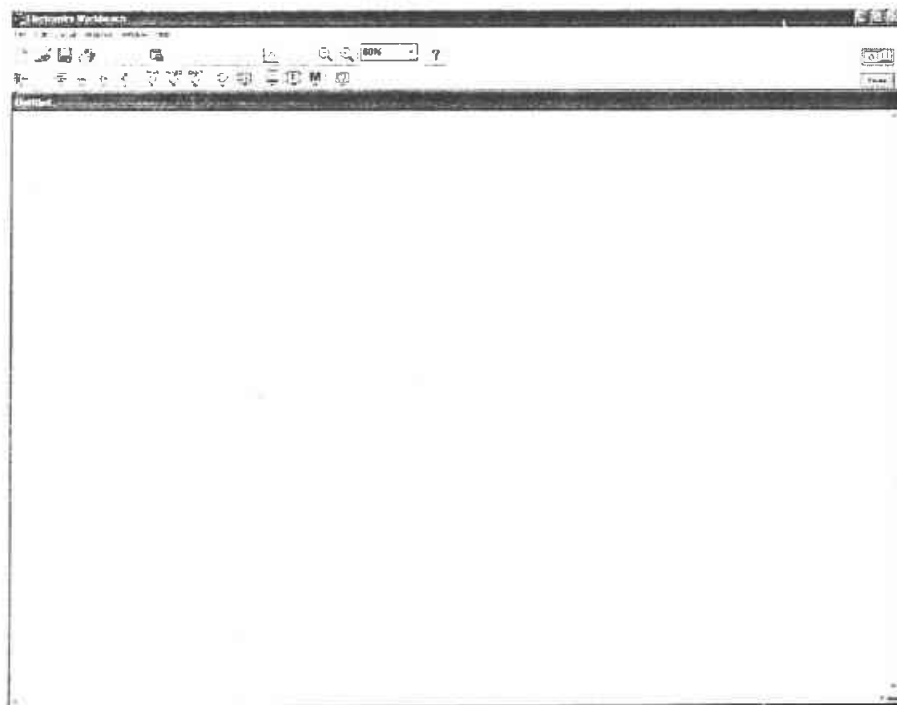


Figura c.1

## C.4 PARTES DE ELEC TRONICS WORKBENCH.

Las partes principales que presenta el simulador son:

### C.4.1 Barra de Menús.

Desde esta barra tenemos acceso a todas las acciones que se pueden realizar con los circuitos o componentes independientes (figura c.2).

- Menús: ubicado en la parte superior, incluye las funciones básicas para abrir o cerrar archivos, guardar, editar, etc.
- Barra de herramientas de circuitos: inmediatamente debajo de la barra de Menús, contiene algunas de las funciones más utilizadas como abrir archivos, guardar, imprimir etc.
- Barra de componentes: es el tercer renglón de la pantalla. En esta barra de herramientas se encuentran agrupados todos los componentes que utiliza el EWB:



Figura c.2

### C.4.2 Menú Archivo "File".

Los comandos están relacionados con la gestión de los archivos que componen los circuitos con las opciones de impresión de los mismos (figura c.3).

Desde ellos podremos crear un nuevo archivo de circuito (opción Nuevo "New"), abrir uno existente (opción Abrir "Open"), así como salvar los cambios efectuados en un circuito con el mismo o con otro nombre (opciones Guardar *Save* y Guardar Como "Save as..." respectivamente).

Hay que hacer notar que este programa no puede contener abierto más de un archivo a la vez por lo que si abrimos o creamos un archivo el actual será cerrado convenientemente. Es posible también deshacer los cambios antes de salvar un archivo mediante la opción Retroceder para Guardar "Revert to Saved". Junto con cada opción del menú se exhibe la secuencia de teclas que directamente ejecutarían el comando sin necesidad de utilizar la barra de menús.

Desde los comandos Importar "Import..." y Exportar "Export..." el simulador permite exportar el circuito realizado a otras extensiones de otros simuladores para poder trabajar con dicho circuito en ellos.

El comando Imprimir "Print" muestra inicialmente una serie de opciones de impresión que permiten seleccionar la cantidad de información que se quiere enviar la impresora.

De esta forma es posible no sólo imprimir el circuito a simular, si no el estado de la instrumentación, descripciones, etc. El comando Configurar impresión "Printer setup" inicia el diálogo habitual de Windows para seleccionar los parámetros de la impresora instalada en el equipo.

Por último, la opción Instalar "Install" permite incorporar módulos adicionales como por ejemplo el Importador / Exportador para formato SPICE, nuevas bibliotecas de modelos, etc.

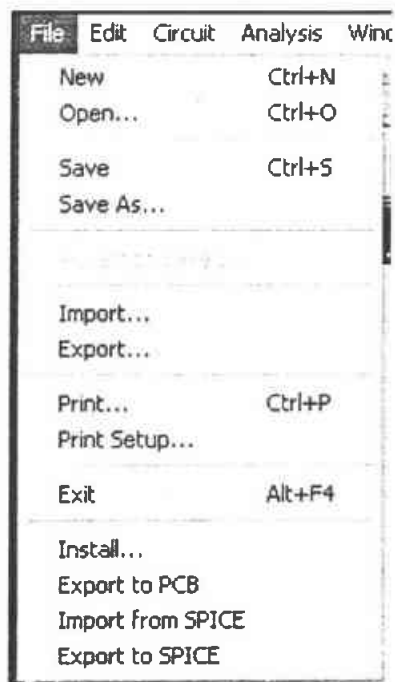


Figura c.3

### C.4.3 Menú Editar "Edit".

Tiene todas las opciones típicas de Windows para trabajar con el portapapeles (cortar "Cut", copiar "Copy", pegar "Paste" y seleccionar todo "Select All"(figura c.4)). La opción más interesante de este menú es Copiar como mapa de bits "Copy as Bitmap" que permite seleccionar un área de la mesa de trabajo y trasladarla al portapapeles en forma de imagen de bits. Lo que permitirá usar dicha imagen en casi cualquier programa de tratamiento de imagen y texto en Windows (Wordpad, Paint, Word, etc...). La selección se inicia y finaliza oprimiendo el botón izquierdo del ratón.

Por último el comando Mostrar Portapapeles "Show Clipboard" muestra lo que tenemos guardado en el portapapeles.

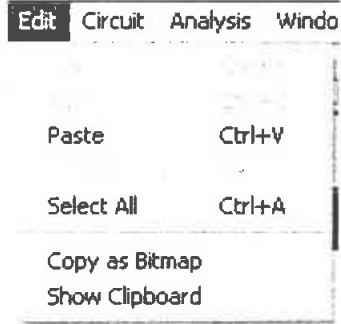


Figura c.4

### C.4.4 Menú Circuito "Circuit".

Dentro de este menú encontraremos una serie de opciones útiles para la creación de nuestros circuitos (figura c.5).

- *Girar "Rotate"*. La mayoría de los componentes pueden hacerse girar para lograr la disposición deseada en el área de trabajo. Cada vez que se oprima esta opción se gira 90° el elemento seleccionado en el sentido de las agujas del reloj. Nota: el símbolo de tierra no gira. Al girar cualquier símbolo solamente lo hacen sus terminales.
- *Voltear horizontalmente "Flip Horizontal"*. Voltea el componente seleccionado de forma horizontal.
- *Voltear Verticalmente "Flip Vertical"*. Voltea el componente seleccionado de forma vertical.
- *Propiedad de Componentes "Component Properties"*. Muestra un menú con las distintas propiedades del componente seleccionado, tal como la etiqueta que tendrá, valor del componente, en el caso de tratarse de una resistencia, capacitor o bobina, etc.
- *Crear Subcircuito "Create Subcircuit"*. Permite combinar diversos componentes en un bloque, creando nuestro propio circuito integrado. Para ello seleccionaremos los componentes deseados y escogeremos esta opción. Aparecerá un recuadro de diálogo que nos pedirá el nombre que deseamos darle y una serie de opciones que

nos darán la posibilidad de eliminarlos de la zona de trabajo (Mover del circuito), dejarlos intactos (Copiar del circuito), o sustituirlos (Reemplazar en circuito).

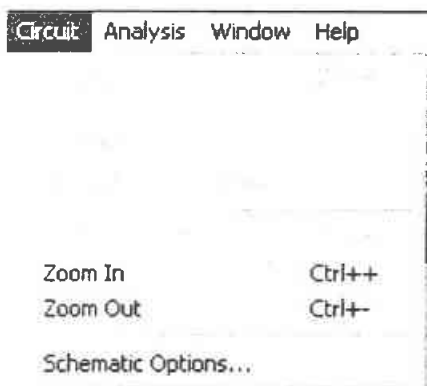


Figura c.5

El subcircuito se coloca automáticamente entre los componentes con un símbolo estándar, con los terminales situados en el lugar donde se hallaban las líneas de conexión en el área seleccionada. En todo momento se puede editar el contenido del subcircuito haciendo un *Zoom* (doble clic del ratón). Los subcircuitos pueden utilizarse como un componente más. Para utilizarlos en futuras sesiones de trabajo deberemos almacenar la librería de componentes que los contiene, y cargarla cuando se quieran utilizar.

- *Zoom In*. Realiza un *Zoom* de acercamiento del circuito que tenemos en el área de trabajo. Esto nos ayuda para situarnos en una zona en particular del circuito y así poder editar o modificar alguno de sus componentes.
- *Zoom Out*. Realiza un *Zoom* de alejamiento del circuito que tenemos en el área de trabajo. Esta función nos da una perspectiva más amplia y general del diseño completo del circuito.
- *Opciones de Esquema "Schematic Options"*. Al seleccionar esta opción aparece un cuadro de diálogo con diversas posibilidades. La opción *Mostrar cuadrícula "Show grid"* hará que ésta aparezca en el área de trabajo. Si además seleccionamos la opción *Usar cuadrícula "Use Grid"* permitirá colocar más fácilmente los componentes siguiendo el trazado de la rejilla. La opción *Mostrar u ocultar "show/Hide"* hace que los rótulos asignados a los componentes aparezcan al lado de éstos, como son etiquetas, modelos, valores, nodos. La opción *fuentes "Fonts"* permite cambiar el tipo, tamaño, color de la letra con la cual se mostrará la etiqueta y el valor de cada componente en el área de trabajo.

### C.4.5 Menú Análisis "Analysis".

Dentro de este menú encontraremos una serie de opciones útiles para la simulación de nuestros circuitos (figura c.6).

- *Activar "Activate"*. Esta opción produce el mismo efecto que el interruptor de inicio de simulación.
- *Pausa "Pause"*. Detiene momentáneamente la simulación.
- *Detener "Stop"*. Esta opción detiene la simulación en curso.
- *Opciones de Análisis "Analysis Options"*. Permite modificar distintas opciones del análisis del circuito. Como por ejemplo, los valores de tolerancia, temperatura de trabajo, parámetros del transitorio, algunos parámetros de los instrumentos, etc.
- *Pantalla de Gráficas "Display Graphs"*. Muestra las gráficas de los distintos instrumentos introducidos en el circuito, una vez que se ha iniciado la simulación y la hemos detenido. Muestra una gráfica más detallada de la que podemos ver al ampliar el osciloscopio por poner un ejemplo, así como diferentes parámetros y gráficas para obtener la mayor información posible de la simulación del circuito.

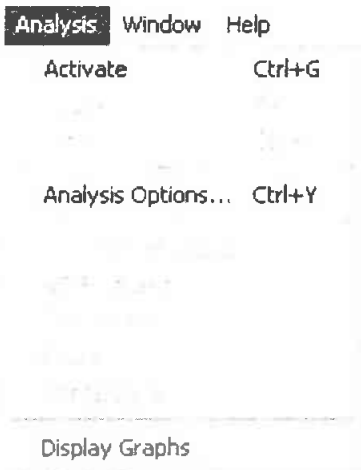


Figura c.6

### C.4.6 Menú Ventana "Window".

Este menú va a permitir actuar sobre la forma en que las ventanas aparecen en pantalla (figura c.7).

- *Ordenar "Arrange"*. Maximiza y organiza las ventanas en pantalla.
- *Circuito "Circuit"*. Trae al primer plano de pantalla la hoja que contiene el circuito en uso.



- *Descripción "Description"*. Esta opción permite abrir una ventana de texto donde podremos incluir los comentarios que estimemos oportunos.

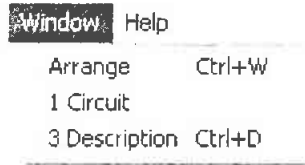


Figura c.7

### C.4.7 Menú Ayuda "Help".

Aparece un menú con distintas opciones, donde podemos ver la ayuda general de la aplicación, el índice de la ayuda, notas de la versión y para finalizar se puede ver información genérica de EWB, como es el autor, la fecha de creación etc., (figura c.8).

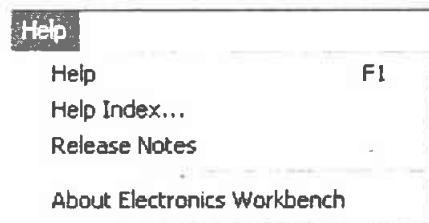


Figura c.8









### C.4.8 Botones de Acceso Rápido.








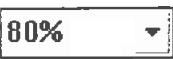

Desde esta barra de botones de acceso rápido, podemos realizar una serie de funciones que se encuentran dentro de las barras de menú, evitándonos tener que buscarlas a través de ellas (figura c.9).



Figura c.9

A continuación se describe la función que realiza cada uno. No se entrara en una descripción detallada, ya que todas estas funciones están dentro de los comandos de la barra de menús.

-  *Nuevo "New"*. Presenta una área de trabajo en blanco para diseñar un nuevo circuito.
-  *Abrir "Open"*. Abre un cuadro de diálogo donde indicaremos desde que ubicación queremos abrir un archivo ya existente que fue previamente guardado.
-  *Guardar "Save"*. Da la opción de almacenar un diseño recién creado o de guardar los cambios realizados a algún circuito ya existente.
-  *Imprimir "Print"*. Abre un cuadro de diálogo en el cual se indican las opciones de circuito e instrumentos que deseamos que aparezcan en la impresión.
-  *Cortar "Cut"*. Si necesitamos quitar o mover de sitio algún componente o área del circuito se utiliza esta opción de cortar.
-  *Copiar "Copy"*. Seleccionando algún componente o sección del circuito y oprimiendo el icono de copiar, automáticamente colocará la imagen en el portapapeles para uso posterior.
-  *Pegar "Paste"*. Una vez que se activó la función cortar o copiar, la imagen o texto está presente en el portapapeles y utilizando la función pegar podremos colocarla en cualquier sitio del área de trabajo.
-  *Girar "Rotate"*. Para poder tener acceso a esta función se deberá primero seleccionar algún componente o instrumento para poder girarlo 90° en sentido contrario a las manecillas del reloj.

- 
 • *Voltear Verticalmente "Flip Vertical"*. Una vez seleccionado un elemento o instrumento, esta función invierte en forma vertical las terminales (de izquierda a derecha).
- 
 • *Voltear Horizontalmente "Flip Horizontal"*. Al igual que la función anterior se selecciona un objeto y esta función invierte sus terminales en forma horizontal (de arriba hacia abajo).
- 
 • *Subcircuito "Create Subcircuit"*. Esta opción selecciona una parte específica de algún diseño, para utilizarlo en otros circuitos, como un tipo de "circuito" integrado.
- 
 • *Pantalla de Graficas "Graphics Display"*. Muestra gráficas detalladas de la simulación del circuito.
- 
 • *Propiedades del Componente "Component Properties"*. Seleccionando primero un componente o instrumento, esta opción proporciona los parámetros o valores de funcionamiento, etiquetas, etc.
- 
 • *Zoom de Alejamiento "Zoom Out"*. Proporciona un acercamiento a un área específica del circuito, para poder hacer ediciones en esa área sin tomar en cuenta el resto del circuito.
- 
 • *Zoom de Acercamiento "Zoom In"*. En caso de que el circuito sea demasiado grande. Proporciona un alejamiento para tener un panorama general del circuito completo.
- 
 • *Valor del Zoom "Scale Factor"*. Muestra en porcentaje el factor de tamaño real del circuito.
- 
 • *Ayuda "Help"*. En el caso de tener un componente del circuito seleccionado, nos mostrara la ayuda de ese componente.

## C.4.9 Barra de Bancos de Componentes.






A pesar de que están juntos los componentes de los instrumentos en el manual los vamos a separar, para una comprensión más fácil.

Todos los componentes disponibles se hallan agrupados en distintas librerías. Al seleccionar una librería, aparecerán todos los componentes que contiene en una nueva ventana sobre el área de trabajo (figura c.10).



Figura c.10

A continuación se explica a que librería corresponde cada uno de los íconos.

-  *Componentes más utilizados "Favorites"*. Se irán añadiendo los subcircuitos que nosotros vayamos creando y que se utilicen con mayor frecuencia.
-  *Fuentes "Source"*. Entre otros, incluye los símbolos correspondientes a la alimentación y los puntos de conexión. Contiene fuentes de alimentación de C.D. C.A. Fuentes dependientes, etc. Los elementos +5V y tierra sirven para establecer niveles lógicos (1 ó 0) fijos en puntos del circuito y para alimentar los circuitos integrados. También se incluyen algunas fuentes más especializadas como un VCO, generadores de AM y FM, y algunas otras.
-  *Librería Básica "Basic"*. Contiene componentes pasivos como resistencias, capacitores, bobinas, potenciómetros, transformadores, etc. A destacar como explicación en esta librería los puntos de conexión o nodos, que sirven para unir entre si cables o crear puntos de prueba en el circuito.
-  *Diodos "Diodes"*. Librería con distintas clase de diodos que incluye diodos zener, scr, diac, triac y puentes de diodos.
-  *Transistores "Transistor"*. Librería de transistores, tanto bipolares como de efecto de campo e IGBT.



- *CI's analógicos "Analog IC's"*. Contiene circuitos integrados que se usan en electrónica analógica, amplificadores operacionales, además de comparadores y un PLL.



- *CI's Mixtos "Mixed IC's"*. Aquí vemos distintos circuitos de uso frecuente en sistemas digitales. Convertidores Analógico-Digital (ADC) y Digital-Analógico (DAC), multivibradores monoestables y temporizadores de uso extendido.



- *CI's Digitales "Digital IC's"*. Librería con integrados utilizados en electrónica digital. Circuitos integrados TTL y CMOS, de la serie 74XX.



- *Compuertas Lógicas "Logic Gates"*. Librería que contiene las compuertas lógicas. and, or ,not, bufer, etc.



- *Digital "Digital"*. Circuitos digitales genéricos, como flip-flops, registros de desplazamiento, contadores, sumadores, multiplexores, etc.



- *Indicadores "Indicators"*. Aquí encontraremos diferentes elementos útiles para la visualización de valores en cualquier punto de un circuito. Cuenta con un voltímetro, un amperímetro, un foco, un led, display de 7 segmentos, un buzzer y displays de barra.



- *Control "Control"*. Donde se tienen bloques para sistemas de control que incluyen integradores, derivadores, bloque de ganancia, bloque de función de transferencia, sumadores, limitadores. Esta librería incluye componentes capaces de actuar según determinados valores de tensión o corriente.



- *Varios "Miscellaneous"*. Como su nombre indica contiene componentes para variados usos, con elementos como fusibles, cables, motor, cristal, dibujos de diferentes encapsulados para circuitos integrados, etc.

## C.4.10 Barra de Instrumentos.



Tecleando sobre el icono aparece una ventana con todos los instrumentos disponibles: multímetro, generador de funciones, osciloscopio, trazador de diagramas de Bode, generador de palabras digitales, analizador lógico y convertidor lógico (figura c.11).



Figura c.11

Para incluirlos en la hoja de trabajo bastará con pulsarlos con el botón izquierdo del ratón y, manteniéndolo pulsado, arrastrar su icono hasta ella. Una vez en la zona de trabajo, situando el cursor del ratón sobre ellos y haciendo un doble clic con el botón izquierdo se producirá su ampliación.

## C.4.11 Multímetro "Multimeter".



El multímetro simulado por EWB mide tensión y corriente, tanto en alterna como en continua, así como resistencia y atenuación en decibeles. En la simulación digital, el multímetro representado en la imagen (figura c.12) puede trabajar únicamente como voltímetro en continua, podremos utilizarlo para determinar el nivel a que se halla cualquier punto del circuito.

Los "1" lógicos se identifican como +5 V y los "0" lógicos como 0 V.

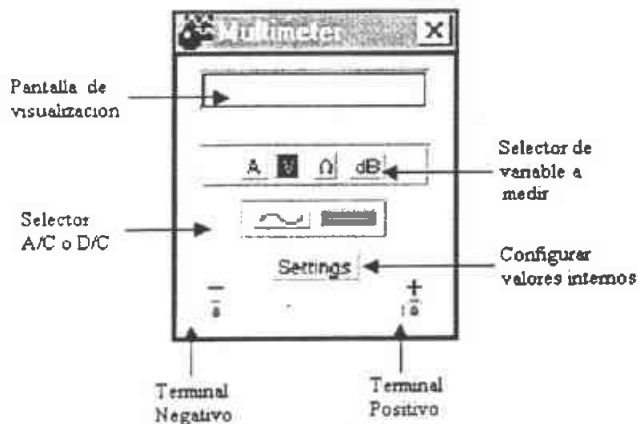


Figura c.12

El multímetro es de auto rango, es decir, no se requiere especificar el rango de medición. Los tipos de medida del multímetro son:

- A (medida de la corriente). Seleccionar *A* para utilizar el multímetro como amperímetro. A continuación se inserta el amperímetro en serie con el circuito en el punto donde se desea medir la corriente que circula. Si se desea medir corriente en otro punto del circuito, el multímetro debe conectarse de nuevo en serie y ser activado otra vez. La resistencia interna del amperímetro está ajustada a un valor muy bajo (1 mohm), aunque puede cambiarse mediante el botón *Settings* del multímetro. *Sugerencia:* Si se desea medir corriente en más puntos del circuito, resulta más conveniente emplear los amperímetros de la librería de componentes.
- V (medida de la tensión). Seleccionar *V* para utilizar el multímetro como voltímetro para medir la tensión entre dos puntos de prueba del circuito. Conectar las puntas del voltímetro a los conectores en paralelo con (a cada lado de) la carga que desea medir. La resistencia interna del voltímetro está ajustada a un valor muy elevado (1 Megaohm), aunque puede cambiarse mediante el botón *Settings* del multímetro. Después de que el circuito haya sido activado, las sondas del multímetro pueden trasladarse para medir tensión en otros puntos del circuito. *Sugerencia:* Si se desea medir tensión en más puntos del circuito, resulta más conveniente emplear los voltímetros de la librería de componentes. Señal: AC o DC.
- dB (medida de la atenuación en decibeles). Cuando se configure el multímetro en dB, se podrá emplear para medir la atenuación en decibeles existente entre dos puntos de un circuito. La atenuación o pérdida en decibeles se calcula mediante:  $dB = 20 * \log_{10} (V1 - V2/\text{estándar de decibel})$  La base estándar para el cálculo de dB está configurada a 1 V. Se puede modificar mediante el botón *Settings*.

Los modos de funcionamiento del multímetro son:

- AC (modo de alterna). Seleccionar el símbolo de la onda senoidal en el multímetro para medir el valor RMS de la tensión o corriente de una señal alterna. Cualquier componente de corriente continua de la señal es eliminada, de modo que sólo la componente alterna es medida.
- DC (modo de continua). Seleccionar el símbolo de onda plana para medir los valores de corriente o tensión de una señal de continua. Cualquier componente de corriente alterna de la señal es eliminada, de modo que sólo la componente continua es medida.

Los ajustes del multímetro son:

- *Settings*. Utilizar el botón *Settings* del multímetro para ajustar la resistencia interna del voltímetro y del amperímetro, la corriente interna del óhmetro y el estándar de decibel. Estos valores internos están configurados para simular medidas como un

multímetro real. Los valores están cerca de los ideales, de modo que los aparatos de medida tienen un efecto despreciable sobre el circuito que está siendo comprobado. *Sugerencia:* Evitar utilizar una resistencia del voltímetro extremadamente alta en un circuito de baja resistencia, o una resistencia extremadamente baja del amperímetro en un circuito de elevada resistencia. Una diferencia extrema puede dar lugar a un resultado con errores matemáticos de redondeo durante la simulación.

#### C.4.12 Generador de Funciones "Function Generator".



Es un instrumento que produce o genera señales u ondas senoidales, triangulares y cuadradas (figura c.13). Se puede ajustar la frecuencia, el ciclo útil, la amplitud y el *offset* de continua de las señales.

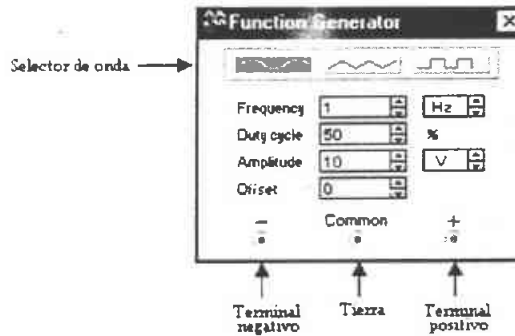


Figura c.13

A continuación se muestra el ajuste de los controles del generador de funciones.

- Tipo de onda. Seleccionar el tipo de onda de salida que desee, activando el botón de onda senoidal, triangular o cuadrada. Se pueden modificar los tipos de onda triangular y cuadrada cambiando el ciclo útil.
- Ciclo Útil. El ajuste del ciclo útil afecta a la forma de las ondas cuadrada y triangular. Se puede ajustar el ciclo útil desde el 1% al 99%.



- En *ondas cuadradas*, el ajuste del ciclo útil controla la proporción del ciclo en que están a nivel alto. Un 50% de ciclo útil produce ondas cuadradas con semiperiodos iguales.
  - En *ondas triangulares*, el ajuste controla la pendiente por desplazamiento del punto del ciclo donde se producen los picos de onda. Las ondas triangulares con un 50% de ciclo útil tienen iguales pendientes de subida y de bajada.
  - La *onda senoidal* no está afectada por el ciclo útil.
- Frecuencia. La frecuencia del Generador de señales determina el número de ciclos que se generan por segundo. Puede ajustar la frecuencia de 1Hz a 999 MHz.
  - Amplitud. El ajuste de la amplitud controla la tensión de la señal, medida desde su nivel de CC hasta su pico. Si las tomas de salida están conectadas a COM y a + o -, el valor pico a pico de la onda es igual al doble de su amplitud. Si la salida se toma desde + y -, el valor de pico a pico es cuatro veces el valor de su amplitud. Obsérvese que el ajuste de la amplitud es el valor de pico de una señal, mientras que el ajuste de las señales alternas es el valor RMS.
  - *Offset*. El ajuste del *offset* controla el nivel de continua sobre el cual varía la señal alterna. En *offset* 0 (cero) las posiciones del tipo de onda están a lo largo del eje X del osciloscopio (siempre y cuando su Y POS esté ajustado también a 0). Se puede ajustar el *offset* desde -999 kV a 999 kV. (El ajuste de las unidades de la amplitud determina el ajuste de las unidades de *offset*).
  - Terminales:
    - "+": La terminal positiva proporciona una señal con la amplitud seleccionada en el sentido positivo del terminal neutro COM.
    - "COM": La terminal COM ("común") proporciona un nivel de referencia de la señal. Conecte COM a masa para un nivel 0.
    - "-": La terminal negativa proporciona una señal con la amplitud elegida en el sentido negativo del terminal neutro COM.



#### C.4.13 Osciloscopio "Oscilloscope".

Es un instrumento de dos canales. Nos permite ver y medir la forma de onda en voltajes de pico a pico (figura c.14).

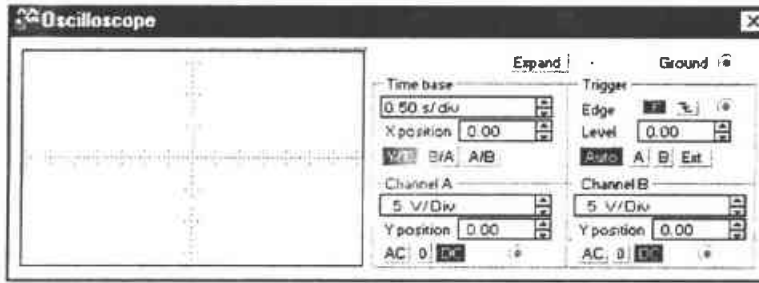


Figura c.14

Posee dos terminales de entrada, canal A y canal B, de forma que dos señales diferentes pueden visualizarse de forma simultánea. Se puede ajustar para obtener una gráfica de una señal respecto al tiempo o bien, puede comparar las dos formas de onda.

Los controles del osciloscopio son:

- Especificación de los ejes Y/T, A/B, B/A. Los ejes pueden conmutarse, bien para mostrar magnitud en función del tiempo (Y/T), bien para mostrar la magnitud de la onda de uno de los canales en función del otro (A/B o B/A). En Y/T, el eje X representa tiempo y el eje Y representa voltios por división. En A/B y B/A, ambos ejes representan voltios por división. Por ejemplo, si está comparando la entrada del canal A con la del canal B (A/B), la escala del eje X está determinada por el ajuste de los voltios-por-división (V/Div) del canal B, y viceversa.
- Ajustes de escala:
  - BASE DE TIEMPOS. El ajuste de la base de tiempos controla la escala horizontal o eje x cuando se comparan magnitudes en función del tiempo (Y/T). El valor de cada división horizontal puede estar en un rango comprendido entre 0.1 ns y 0.5 s. Para obtener una pantalla legible, ajuste la base de tiempos en proporción inversa a la frecuencia configurada en el generador de funciones. Por ejemplo, si se desea visualizar un ciclo de una señal de 1-kHz, se debe ajustar la base de tiempos a 0.1 ms. Un ciclo de 10 kHz requiere una base de tiempos de 0.01 ms.
  - V/DIV: El ajuste de los voltios-por-división (V/Div) determina la escala del eje Y. También controla la escala del eje X comparando A/B o B/A. Se pueden ajustar los valores en un rango comprendido entre 0.01 mV/Div y 5.0 kV/Div. Cada canal puede ser controlado de forma separada. Para obtener una visualización legible, se ajusta la escala en relación con la tensión prevista de los canales. Una señal de entrada de CA de 3 voltios

llena la pantalla del osciloscopio verticalmente si el eje Y se ajusta a 1 V/Div.

- Especificación del origen de coordenadas:
  - X POS. El ajuste de X POS ("posición x") determina el punto de inicio de la señal sobre el eje x. Cuando X POS es 0, la señal se inicia en la parte izquierda de la pantalla del osciloscopio. Un valor positivo desplaza el origen hacia la derecha. Un valor negativo lo desplaza hacia la izquierda.
  - Y POS. El ajuste de Y POS ("posición Y") controla el origen del eje Y. Si Y POS está a 0, el origen es la intersección con el eje X. Su valor puede ser ajustado desde -3.00 a 3.00. Un valor de 1.50, por ejemplo, desplaza el origen a la mitad de camino entre el eje X y la parte superior de la pantalla del osciloscopio. Si se desean separar las ondas de los canales A y B para compararlas o distinguirlas, se debe ajustar el valor de Y POS para uno o ambos canales.
- Acoplamiento del osciloscopio. AC, 0 o DC Se puede especificar un acoplamiento de entrada distinto para cada canal usando los botones AC, 0 o DC.
  - Seleccionar el acoplamiento AC para mostrar sólo la componente alterna de la señal.
  - Seleccionar el acoplamiento DC para mostrar sólo la componente continua de la señal.
  - Seleccionar 0 para visualizar una línea plana de referencia en el origen ajustado por Y POS.
- Disparo. El ajuste del disparo determina cuando se visualiza la onda. Si no se logra ver ninguna onda en el osciloscopio, se debe cambiar el disparo a Auto. Los botones de flanco determinan si la onda debe comenzar en su flanco ascendente (pendiente positiva) o flanco descendente (pendiente negativa). El nivel de disparo es el punto del eje Y del osciloscopio que debe ser cruzado por la señal de disparo antes de que se visualice. Los botones Auto, A, B y EXT determinan la señal que produce el disparo. Utilizar Auto si se desea que las ondas se visualicen lo mejor posible o si se presenta una onda plana. Pulsar sobre A o B para utilizar la señal de este canal. Pulsar sobre EXT para utilizar un disparo externo. (Si se está usando un disparo externo, conéctese al terminal derecho inferior del icono del osciloscopio).
- Puesta a masa. Como punto de referencia, el osciloscopio asume que es la masa. No necesita la masa del osciloscopio para obtener una lectura correcta. No obstante, cuando use el osciloscopio, el circuito debe ponerse a masa. *Consejo:* Si se desea usar un punto de referencia distinto de masa, conecte una fuente (u otro componente) al terminal de masa.

- Ampliación del osciloscopio (*Zoom*). El botón *Zoom* expande la pantalla gráfica del osciloscopio, moviendo los controles hasta la parte inferior de la pantalla. Se pueden obtener lecturas exactas en el trazado, arrastrando los ejes hasta la posición deseada. Las cajas situadas debajo de la pantalla muestran el tiempo y variación de la posición del primer eje, del segundo eje y la diferencia entre las dos posiciones. Si se desea imprimir el trazo del osciloscopio después de haberlo ampliado, elija "Trazar X-Y" desde la caja de diálogo de Imprimir. Se puede observar que en la copia está impresa  $OFFSET = YPOS * (V/DIV)$  para cada canal. Se pueden ajustar los controles del osciloscopio mientras el circuito está activado. Si la simulación es aún válida, se pueden desplazar sus sondas a otros puntos del circuito. En ambos casos, la pantalla del osciloscopio se redibuja automáticamente. Si se necesita tiempo para analizar las formas de onda del osciloscopio, podemos activar *Pausa* después de cada pantalla en la caja de diálogo de *Opciones de Análisis*.

#### C.4.14 Trazador de Diagramas de Bode "Bode Plotter".

El trazador de Bode se emplea para analizar la respuesta en frecuencia de un circuito (figura c.15). Es capaz de medir tanto la relación entre magnitudes (ganancia de tensión en decibelios) como el defasamiento (en grados).

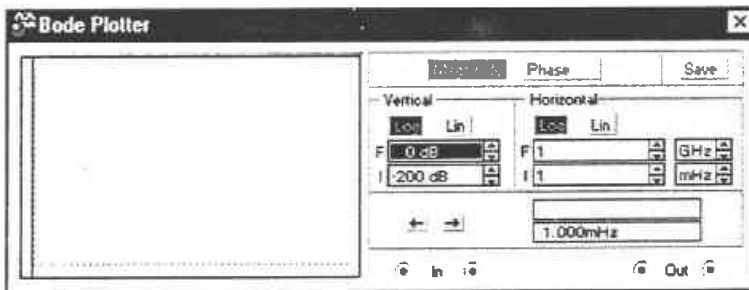


Figura c.15

El trazador de Bode genera su propio espectro de frecuencia. La frecuencia de cualquier fuente de alterna en el circuito es ignorada, pero el circuito debe incluir una fuente de alterna.

Se debe conectar los terminales *In* y *Out* del trazador de Bode a los puntos del circuito en los que desea medir  $V_{in}$  y  $V_{out}$ .

Veamos el ajuste de los controles del trazador de Bode.

- Modo Magnitud o Fase. Seleccionar Magnitud o Fase para especificar si se quiere que el Trazador de Bode represente la relación de magnitudes entre dos puntos de prueba (ganancia de tensión, en decibelios) o el desfase (en grados), con respecto a la frecuencia (en hertz).
- Base Logarítmica o lineal. Seleccionar Log o Lin para indicar si se quiere que los ejes vertical y horizontal empleen una escala logarítmica (base 10) o lineal (base 1). Una base logarítmica se usa, generalmente, cuando se está analizando la respuesta de un circuito en una amplia gama de frecuencias. (La gráfica sólo se considera un trazado de Bode cuando se emplea una escala logarítmica).
- Especificación de la escala del eje vertical. Configurar el punto de comienzo Y final de la escala del eje vertical del trazador de Bode ajustando sus valores F (final) e I (inicial). Cuando se mide magnitud (ganancia), el eje vertical representa la relación entre las tensiones de salida y de entrada ( $V_{out}/V_{in}$ ). Para una base logarítmica, las unidades son decibelios. Para una base lineal, representa una simple relación. Cuando se mide el desfase, las unidades siempre son grados.
- Especificación del eje horizontal. El eje horizontal del Trazador de Bode siempre representa frecuencia. Se pueden ajustar los puntos de comienzo y final mediante los valores de F (final) e I (inicial).
- Tomando lecturas. Activar el circuito para obtener una gráfica. A continuación, se desplazan los ejes del Trazador de Bode para obtener una lectura de la frecuencia y magnitud o fase en cualquier punto de la gráfica.

Hay dos formas de desplazar el cursor:

- Pulsando sobre las flechas situadas en la parte inferior del Trazador de Bode.
- Desplazando el cursor desde la zona izquierda de la pantalla del Trazador de Bode, hasta situarlo en el punto de la gráfica cuyas medidas desee obtener.

El valor de la intersección del cursor y el gráfico aparece en el botón situado en la esquina derecha del Trazador de Bode.

#### C.4.15 Generador de Palabras "Word Generator".



La utilidad del instrumento denominado generador de palabras es la de suministrar las combinaciones de valores binarios para introducirlos, durante la fase de simulación, en las entradas de los circuitos construidos (figura c.16).

Si abrimos su icono, veremos su imagen. En el lado izquierdo encontramos una tabla, inicialmente llena de ceros, en la que podremos dar entrada a los valores deseados. El generador tiene capacidad para producir 16 palabras (patrones) de 8 bits. Cada fila horizontal representa una palabra (byte). Durante el proceso de simulación se activará el generador lógico y se enviará la combinación binaria, almacenada en la fila correspondiente, a los terminales de salida situados en la parte inferior del instrumento.

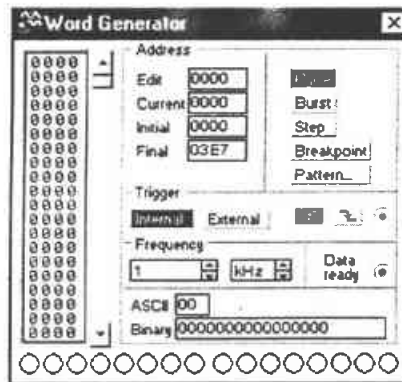


Figura c.16

Para asignar los valores deseados a las palabras bastará seleccionar con el ratón el bit que queremos modificar e introducir, mediante el teclado del ordenador, un "0" ó un "1".

En la parte derecha encontramos una serie de botones y ventanas que al seleccionarlos con el ratón nos permitirán acceder a las opciones siguientes:

- Cada uno de los botones STEP/BURST/CYCLE nos permitirán escoger una forma distinta de enviar a las salidas las palabras previamente cargadas. Una barra horizontal iluminará la próxima palabra que se enviará a las salidas. Esta barra podrá situarse sobre otra palabra diferente, para ello pulsaremos sobre el número de

palabra correspondiente (0 al 15) situado en la zona izquierda del generador. Para transmitir las palabras una a una elegiremos el botón STEP. Para enviar las 16 palabras de forma consecutiva, empezando por la siguiente a la que está iluminada, elegiremos BURST. Eligiendo CYCLE se enviará, de forma repetitiva, una serie continua de palabras que se detendrá en el momento que pulsemos CYCLE nuevamente.

- **BREAKPOINT.** Introduce un punto de ruptura en la ejecución del generador de palabras.
- **PATTERN.** Nos muestra un menú, del que podemos seleccionar una serie de patrones. EWB trae unos cuantos predeterminados, pero también nos da la posibilidad de poder cargarlos desde un archivo, así como poder guardar los que nosotros hayamos creado.
- El instrumento ofrece también la posibilidad de establecer el intervalo de tiempo que permanece cada palabra en sus salidas, dicho tiempo coincide con la duración de un ciclo de reloj. Por tanto, debemos configurar la frecuencia de reloj del generador. actuaremos sobre la ventana FRECUENCY para obtener el valor apropiado. El rango de valores admitidos puede variar entre 1Hz y 999MHz.
- Un tercer grupo de botones (TRIGGER) permite escoger el método de disparo o activación de las salidas de modo que se produzca de forma sincronizada con uno de los dos flancos (subida o bajada) de una señal de reloj. Dicha señal puede ser generada, bien por el propio instrumento (INTERNAL), bien mediante algún dispositivo externo (EXTERNAL), en cuyo caso el generador deberá recibir la señal de sincronismo por la entrada que dispone a tal efecto. Normalmente deberemos escoger la opción INTERNAL.

#### C.4.16 Analizador Lógico "Logic Analyzer".



El analizador lógico exhibe los niveles de hasta 16 señales digitales en un circuito (figura c.17). Se utiliza para la rápida adquisición de datos de los estados lógicos y mide el tiempo transcurrido para ayudar a diseñar sistemas grandes y a realizar la localización de averías.

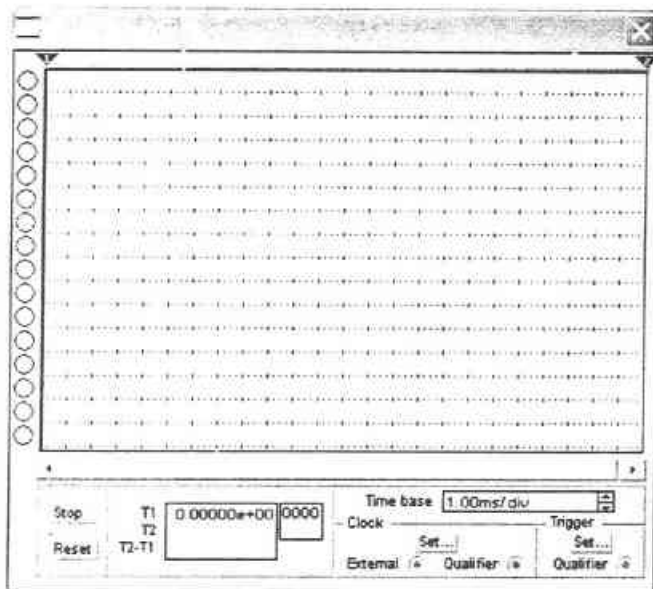


Figura c.17

Los 16 terminales en el lado izquierdo del ícono corresponden a cada línea de salida del circuito que se va a analizar, y las tres terminales horizontales corresponden a las entradas de señal de reloj y disparo.

Cuando se activa un circuito, el analizador lógico registra los valores de la entrada en sus terminales. Cuando la señal de disparo se presenta, el analizador lógico exhibe los datos que se generan antes y después del disparo. Los datos se muestran como señales cuadradas todo el tiempo. La fila superior exhibe los valores para el canal 0 (generalmente el primer bit en una palabra digital), la siguiente fila muestra los valores para el canal 1, y así sucesivamente. El valor binario de cada bit en la palabra actual se exhibe en los terminales del lado izquierdo del instrumento.

Para especificar el número de muestras almacenadas antes y después del disparo, elija la pestaña de instrumentos del cuadro de diálogo del comando "Analysis Options".

El analizador lógico almacena datos hasta que alcanza el número de muestras definidas en el pre-disparo. Entonces, comienza a desechar muestras conforme aparecen las muestras nuevas hasta que ve la señal de disparo. Después de la señal de disparo, las muestras se almacenan hasta el valor definido de las muestras del post-disparo.



Para cambiar el voltaje de umbral, elija la pestaña de instrumentos del cuadro de diálogo del comando "Analysis Options".

## **C.5 Dibujando un circuito sencillo con ayuda del programa Electronics Workbench.**

Para colocar un componente o un instrumento en la ventana de circuito, ubique el cursor en el grupo correspondiente y oprima el botón izquierdo del mouse, con esto se despliegan los componentes existentes para dicho grupo. A continuación ubique el cursor en el componente que desea colocar, oprima el botón izquierdo del mouse y "arrastre" el componente a la posición que desea, luego libere el botón.

Por ejemplo, si se desea colocar una resistencia de 10 kohms orientada verticalmente se deben seguir los siguientes pasos:

- Colocar el cursor sobre el bloque de elementos pasivos en la barra de componentes (tiene el símbolo de resistencia), y oprimir el botón izquierdo del mouse (se despliega el contenido del bloque).
- Colocar el cursor sobre el símbolo de la resistencia.
- Manteniendo oprimido el botón izquierdo del mouse mueva la resistencia a la ventana de circuito.
- Una vez liberado el botón del mouse la resistencia aparece en forma horizontal y de color rojo, esto significa que estamos seleccionando la resistencia, para girarla de manera que quede en dirección vertical ubique el cursor en el comando *rotate* de la barra de herramientas de circuitos (el octavo cuadro de izquierda a derecha).
- Para cambiar el valor de la resistencia colocar el cursor sobre el símbolo de la misma y oprimir dos veces seguidas el botón izquierdo del mouse, con esto se abre un recuadro con los datos de la resistencia. Cambiar el valor a 10 kohms.

Para realizar la conexión entre los componentes se deben seguir los siguientes pasos:

- Colocar el cursor sobre la terminal del componente que se desea conectar (debe aparecer un pequeño punto en la terminal).

- Oprima el botón izquierdo del mouse y arrastre el cursor hasta la Terminal del otro componente de la conexión (debe aparecer un punto en la terminal).
- Libere el botón izquierdo del mouse, automáticamente la conexión se vuelve a dibujar de manera que sólo se utilicen trazos en ángulos rectos sin pasar o atravesar algún elemento.

Para que empiece la simulación se puede “encender” el circuito con el switch ubicado en la parte superior derecha de la pantalla colocando el cursor sobre éste y oprimiendo el botón izquierdo del mouse.

Armando Circuitos resistivos:

*Circuito con fuente de voltaje independiente.*

Como ejemplo de simulación obtener el voltaje AB en la resistencia RL del circuito mostrado en la figura c.18.

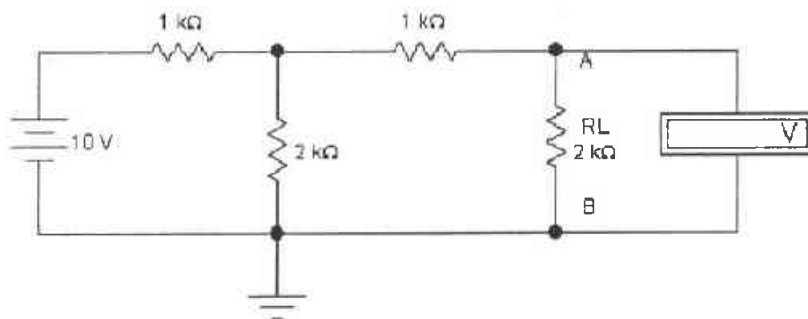


Figura c.18

Vamos a obtener el voltaje en la resistencia de 2 kohms, con referencia positiva en la parte superior para lo cual se dan los siguientes pasos:

- Colocar los componentes: cuatro resistencias, una batería y el símbolo de tierra (figura c.19).

- En la barra de componentes seleccionar el bloque de componentes pasivos (tiene el símbolo de una resistencia). "Arrastre" cuatro resistencias hacia el área de trabajo (ventana de circuito).

- En la barra de componentes seleccionar el bloque de fuentes (tiene el símbolo de una batería). "Arrastre" una batería y el símbolo de tierra. En el área de trabajo tenemos los seis componentes.

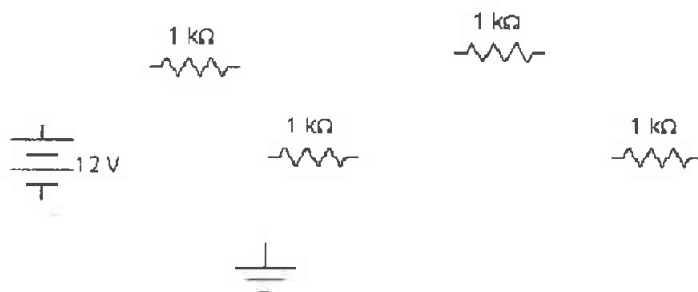


Figura c.19

- Girar las resistencias.

Tenemos que girar dos de las resistencias, para ello hacemos lo siguiente:

- Colocar el cursor sobre la resistencia que se desea girar y oprimir el botón izquierdo del mouse. La resistencia debe adquirir un color rojo.

- Oprimir las teclas CTRL-R al mismo tiempo. La resistencia girará 90 grados. Otra forma de hacer la rotación es utilizar el comando que para tal efecto se encuentra en la barra de herramientas de circuitos.

- Repetir los pasos anteriores para la segunda resistencia. El aspecto ahora del circuito es como el que se muestra en la figura c.20.

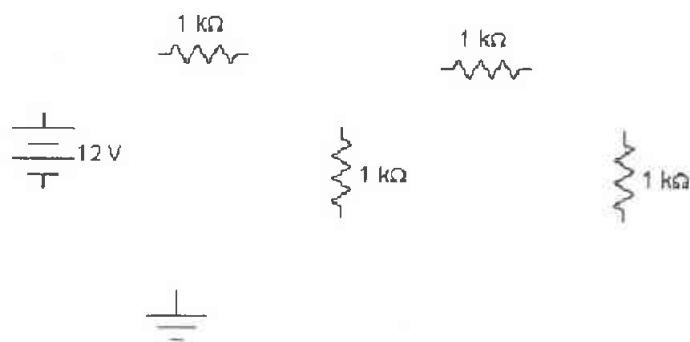


Figura c.20

- Conectar los componentes.

Para conectar los componentes seguir el siguiente procedimiento:

- Colocar el cursor en el terminal superior de la batería. Cuando el cursor se convierta en una flecha y la terminal se resalte (aparezca un punto en la terminal), oprima el botón izquierdo del mouse y arrastre el cursor al terminal izquierdo de la primera resistencia. El aspecto del circuito se muestra en la figura c.21.

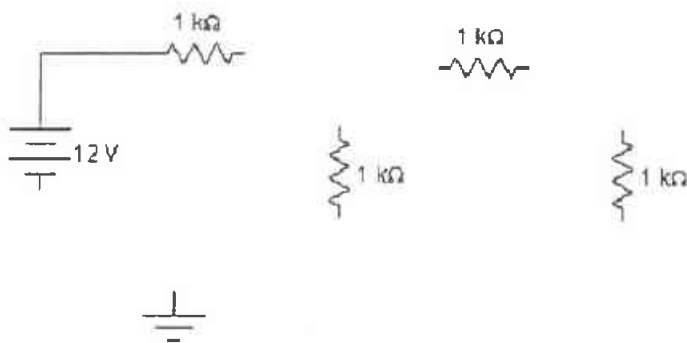


Figura c.21

- Siga el procedimiento anterior: para conectar el resto de las terminales (figura c.22).

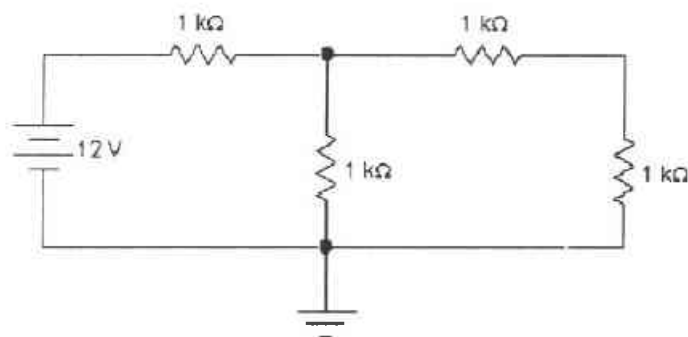


Figura c.22

Una vez hechas las conexiones puede mover los componentes para que el circuito aparezca de una forma más ordenada.

Si las conexiones siguen caminos tortuosos recomendamos activar el *grid* de la pantalla, a través del menú "Circuit" en la opción "Schematic Options", habilitar el comando "Show grid". Con esta función el área de trabajo aparecerá cuadrículada.

Colocar los componentes de manera que sus terminales coincidan con los puntos de la pantalla.

- Etiquetar los componentes y agregar texto.

Para poner la etiqueta RL seguir los siguientes pasos:

- Colocar el cursor sobre la resistencia que se desea etiquetar y oprimir dos veces seguidas el botón izquierdo del mouse.

- Una vez desplegada la pantalla de propiedades de la resistencia seleccionar la opción *Label*.

- En el renglón *Label* escribir la etiqueta deseada: RL (figura c.23).

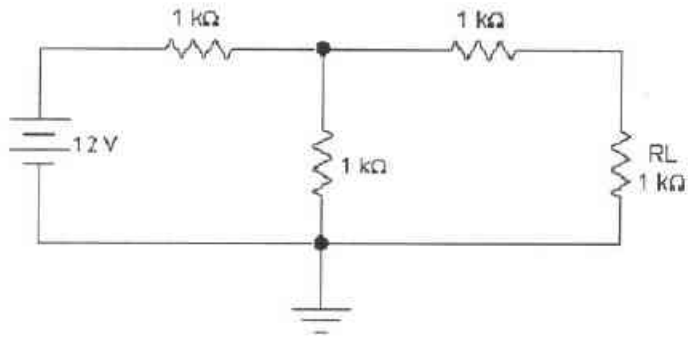


Figura c.23

Para agregar texto:

- Seleccionar el bloque de varios en la barra de componentes y seleccionar la opción "Text box" (tiene una A mayúscula en negritas).
- Arrastrar la letra A hacia el área de trabajo y hacer un doble click sobre ella, con esto se despliega el bloque de texto.
- Escribir una letra A y luego la opción OK.
- Mover la letra a la posición deseada.
- Repetir los pasos del 4.4 al 4.7 para la letra B (figura c.24).

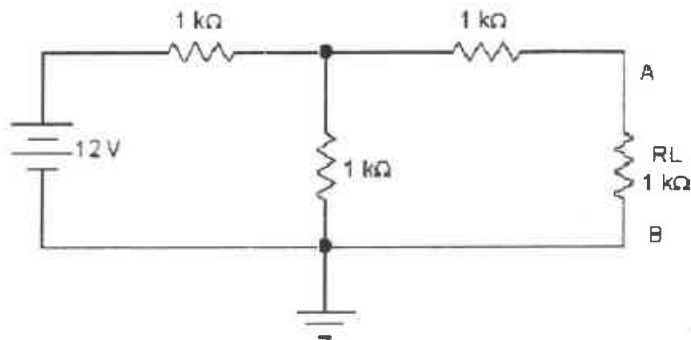


Figura c.24

- Cambiar los valores de los componentes.

Para cambiar el valor de los componentes se sigue el mismo procedimiento para etiquetarlos sólo que en esta ocasión se utiliza la opción "Value" de la pantalla de propiedades (figura c.25).

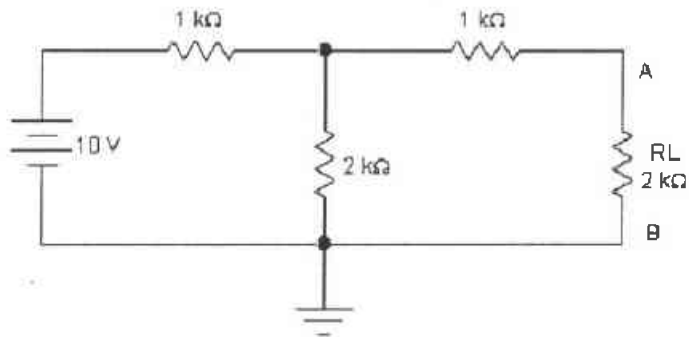


Figura c.25

- Agregar el voltímetro.

- Del bloque indicadores en la barra de componentes seleccionar el voltímetro y arrastrarlo a la posición deseada (figura c.26).

- Hacer la conexión siguiendo el procedimiento descrito en el punto 3.

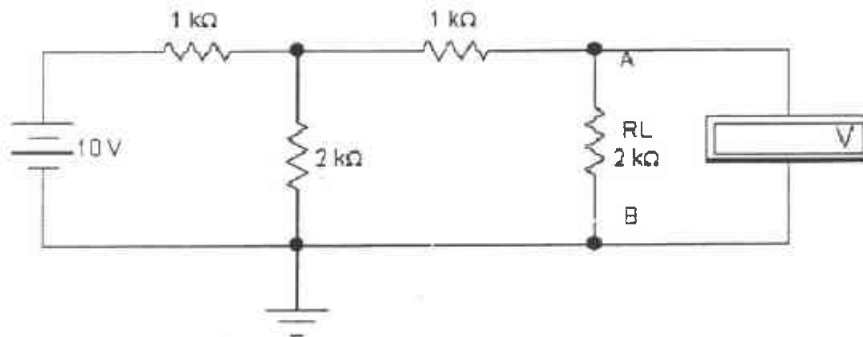


Figura c.26

- Activar la simulación.

Colocar el cursor sobre el interruptor de encendido (en la parte superior derecha de la pantalla) y oprimir el botón izquierdo del mouse. Con esto se inicia la simulación y debe aparecer el voltaje deseado: 3.633 V.

*Circuito con fuente de corriente independiente.*

Obtener el voltaje AB del circuito de la figura c.27, así como la corriente en la resistencia de 12 ohms (dirección positiva hacia abajo), con ayuda del programa.

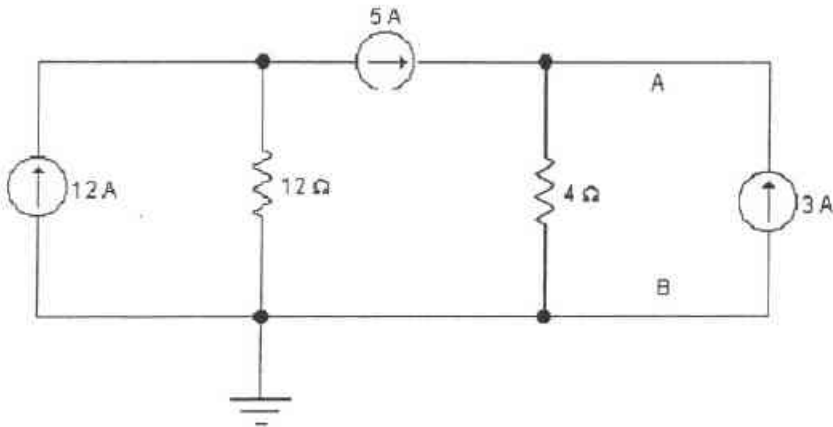


Figura c.27

Dibujar el circuito siguiendo los pasos del ejemplo anterior. Agregar el voltímetro y el amperímetro como se muestra en la figura c.28.

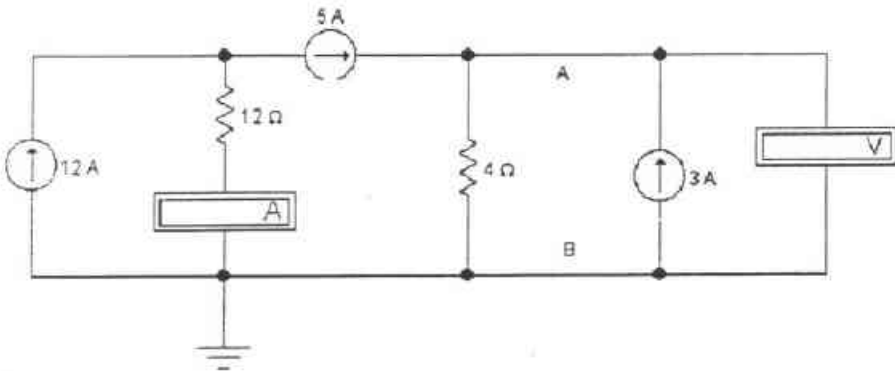


Figura c.28



Para colocar el amperímetro en la posición vertical con su referencia conectada a tierra hay que girarlo 270 grados (la referencia aparece con una línea más gruesa). Activar el circuito. El resultado es de 32 V, 7 A.

*Circuito con fuente de voltaje controlada por voltaje.*

Verificar la corriente que entrega la fuente de 6 V en el circuito de la figura c.29.

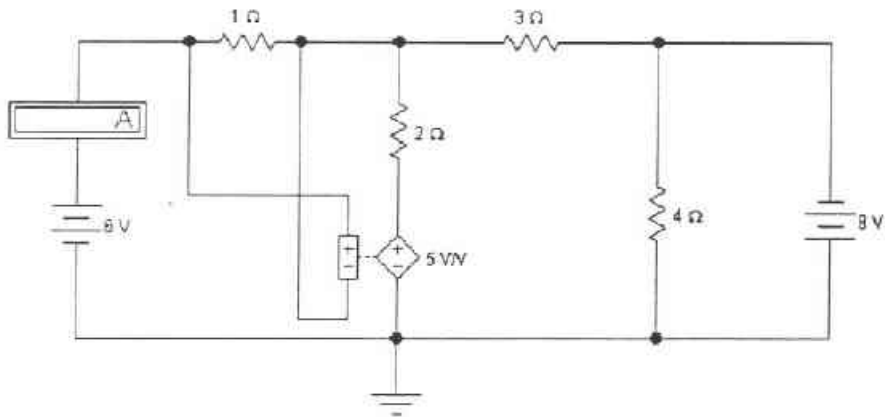


Figura c.29

En este caso la fuente es controlada por el voltaje en la resistencia de 1 ohm y tiene una ganancia de 5. La corriente que aparece en el amperímetro debe ser de 1.769 A.

*Circuito con fuente de voltaje controlada por corriente.*

Obtener el voltaje del punto A con respecto a tierra para el circuito de la figura c.30 utilizando un voltímetro del menú de instrumentos.

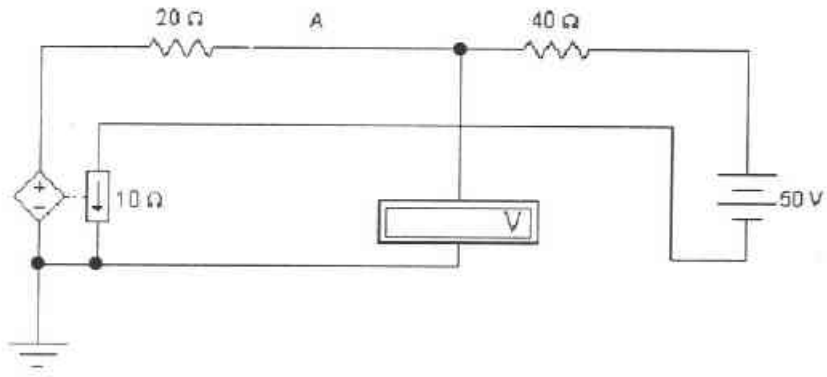


Figura c.30

Los 10 ohms que aparecen en la fuente controlada corresponden a la transresistencia de la fuente, es decir que el voltaje de salida es igual a 10 veces la corriente de control, que es la que entra a la fuente de 50 V.

El voltaje desplegado en el medidor debe ser de 10 V.

*Circuito con fuente de corriente controlada por voltaje.*

Implementar el circuito de la figura c.31 y verificar la lectura que muestra el voltímetro del punto A con respecto a tierra.

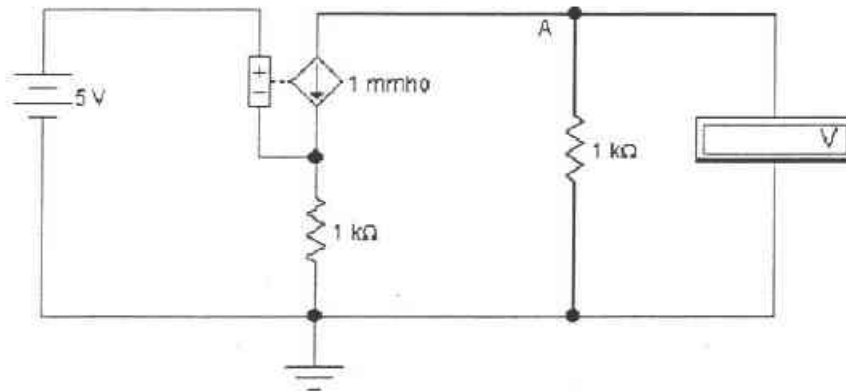


Figura c.31

El resultado deben ser  $-2.5$  V. Si no se obtiene el resultado correcto es porque la impedancia del voltímetro no es lo suficientemente grande (el voltímetro está produciendo efecto de carga en el circuito). Para corregirlo hacer doble CLICK sobre el voltímetro para desplegar su pantalla de propiedades. En la opción *Value* aumentar el valor de la resistencia del voltímetro (por ejemplo a 100 megaohms). De esta manera se obtiene el resultado correcto.

*Circuito con fuente de corriente controlada por corriente.*

Obtenga el voltaje en la resistencia de 1 kohm para el circuito de la figura c.32.

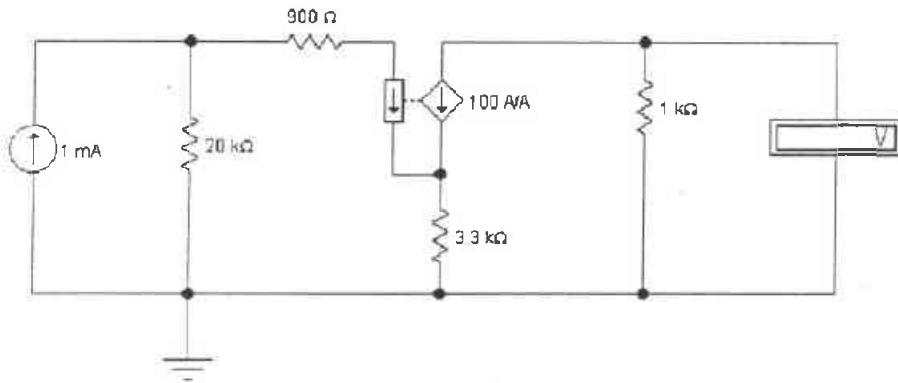


Figura c.32

La corriente que controla la fuente es la que pasa por la resistencia de 900 ohms, la ganancia es de 100. El resultado debe ser de  $-2.594$  V.

## FUENTES DE INFORMACIÓN

- Brenner, Egon; Javid, Mansour  
*Análisis de circuitos eléctricos.*  
Mc. Graw Hill. México. 1966.
- Charles K. Alexander, Matthew N.O. Sadiku  
*Fundamentos de circuitos eléctricos. Con cd.*  
Mc. Graw Hill. México. 2001.
- Clayton R. Paul; Nasar A. A.  
*Circuitos eléctricos.*  
Mc. Graw Hill. México. 1991.
- Dorf, Richard C; Svoboda, James A  
*Circuitos eléctricos.. 5ª edición.*  
Alfaomega. México. 2000.
- Durney, Carl H; Harris, L. Dale.  
*Circuitos eléctricos: Teoría y aplicaciones en Ingeniería.*  
CECSA. México. 1985.
- Edminister, Joseph. Mc. Graw Hill.  
*Teoría y problemas de circuitos eléctricos.*  
Serie de compendios Shaum. 1985.
- Gerez Greiser Victor  
*Teoría de sistemas y circuitos.*  
Representaciones y servicios de ingeniería.. México.
- Hayt, William Hart; Kemmerly, Jack Ellsworth.  
*Análisis de circuitos en Ingeniería.*  
Mc. Graw Hill. México. 1924.
- Irwin, J. David.  
*Análisis básico de circuitos en Ingeniería.*  
6ª edición. Limusa Wiley. México. 2003

- Johnson, David E.; Hilburn, John L.; Johnson, Johnny R.  
*Análisis básicos de circuitos eléctricos.*  
Prentice Hall Hispanoamericana, México. 1991.
- Nilsson, James W.  
*Circuitos eléctricos.*  
Pearson Education. 1995.
- Pueyo, Héctor; Marco, Carlos.  
*Circuitos eléctricos. Análisis de modelos circuitales, Tomo I.*  
Alfaomega. México. 2002.
- Ras Oliva, Enrique.  
*Teoría de circuitos: Fundamentos.*  
Alfaomega Marcombo. México. 1991.
- Roadstrum, William H.; Wolaver, Dan H  
*Ingeniería eléctrica para todos los ingenieros.*  
2ª edición. Alfaomega. México. 1999.
- Skilling, Hug Hildreth; Martínez García Guillermo.  
*Circuitos en Ingeniería eléctrica.*  
CECSA. México. 1984.
- Amaya Guerra, Jesús y Prado Maillard, Evelyn.  
*Estrategias de aprendizaje para universitarios. Un enfoque constructivista.*  
Ed. Trillas, 1ª edición, México, Agosto 2002.
- Knowles, Malcom s. ; Holton III, Elwood F. ; Swanson, Richard A.  
*Andragogía. El aprendizaje de los adultos.*  
Oxford University Press México. 2001.
- Shulman, Lee S.: Keislar, Evan R  
*Aprendizaje por descubrimiento, evaluación crítica.*  
Editorial Trillas, México, 1979.
- Alcalá Alcalá, Adolfo. 1999.  
"Es la Andragogía una Ciencia?".  
Ponencia. Postgrado U.N.A. Caracas, Venezuela.
- Alcalá Adolfo.  
"La praxis andragógica en los adultos".

- Bruner, J. S.  
The act of discovery. Harvard educ. Rev., 1961; The Process of Education, Harvard University Press, Cambridge, Mass.,1961; Toward a Theory of Instruction, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1966.
- Goodwin Watson.  
What do we Know about learning ? Teachers College Record.
- Houle, Cyril O.  
The design of education, Jossey-Bass, San Francisco, 1972.
- Márquez A.  
"Andragogía: propuesta política para una cultura democrática en educación superior", Ponencia presentada en el Primer Encuentro Nacional de Educación y Pensamiento - 9 al 11 de julio de 1998 - Santo Domingo, República Dominicana.
- Tough, A.  
The adult's Learning Projects, Ontario Institute For Studies in Education, Toronto, 1971, 1979.
- [http:// www.electronicworkbench.com](http://www.electronicworkbench.com)
- [http:// www.monografias.com](http://www.monografias.com)
- [http://ofdp\\_rd.tripod.com/encuentro/ponencias/amarquez.html](http://ofdp_rd.tripod.com/encuentro/ponencias/amarquez.html)
- <http://www.tuobra.unam.mx/publicadas/021123224856.html>