



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIA E INGENIERÍA DE LA COMPUTACIÓN

“MODELO EVOLUTIVO PARA LA PREDICCIÓN DEL TIPO DE
CAMBIO ”

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN CIENCIAS
(COMPUTACIÓN)**

P R E S E N T A:

ALEXEI ELEUSIS DÍAZ VERA

DIRECTOR DE TESIS: M. EN I. NICOLÁS KEMPER VALVERDE

México, D.F.

2005.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).


El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mis hermanos: Leonardo Aribante y Nara Zuleika.

... de ...
... de ...
... de ...

NOMBRE: Alexei T. Levas

FECHA: 25 de noviembre de 2005

FIRMA: 

Índice general

Introducción	v
1. Fundamentos Económicos y Política Monetaria Mexicana	1
1.1. Fundamentos económicos	1
1.1.1. El Dinero	1
1.1.2. El intercambio de divisas	4
1.1.3. La balanza de pagos	4
1.1.4. La balanza comercial	5
1.2. Tipo de cambio fijo y libre flotación	8
1.2.1. La identidad contable de la balanza de pagos	9
1.2.2. Objetivos de la política económica	10
1.2.3. Importaciones, exportaciones y tipos de cambio	11
1.2.4. Factores que afectan a los tipos de cambio	12
1.2.5. Una teoría alternativa para los tipos de cambio	13
1.2.6. Sistemas de tipos de cambio	14
1.2.7. Sumario de las variables que afectan el tipo de cambio	15
1.3. Política Monetaria Mexicana	16
1.3.1. Nivel de acumulación de las reservas internacionales	16
2. Computación Evolutiva y Programación Genética	17
2.1. Codificación	19
2.2. Propiedades de la población	22
2.2.1. Población inicial	23
2.3. Función de Aptitud	24
2.3.1. Funciones de aptitud comunes	24
2.4. Operadores genéticos	25
2.4.1. Selección	25
2.4.2. Cruza	26

2.4.3. Mutación	26
3. Presentación del Problema	29
3.1. Los datos para modelar el problema	29
3.1.1. El conjunto de variables	29
3.2. Topología del espacio de búsqueda	33
3.2.1. La topología y el aprendizaje	34
3.3. La función de aptitud	35
3.3.1. Factores que influyen en la selección de la función de aptitud	35
3.4. Los parámetros de la Programación Genética	37
4. Resultados	39
4.1. Aspectos generales	39
4.1.1. Función de aptitud	39
4.2. Experimento con 37 variables	40
4.2.1. Tamaño de los individuos	40
4.2.2. Evolución de la función objetivo	40
4.2.3. Error promedio	41
4.2.4. El modelo propuesto	43
4.3. Experimento con 39 variables	47
4.3.1. Tamaño de los individuos	47
4.3.2. Evolución de la función objetivo	48
4.3.3. Error promedio	48
4.3.4. El modelo propuesto	50
4.4. Conclusiones	56
4.4.1. Trabajo futuro	58

Índice de figuras

2.1. Ilustración del operador de cruza	27
2.2. Ilustración del operador de cruza	28
4.1. Tamaño de los modelos	41
4.2. Función objetivo	42
4.3. Error promedio	42
4.4. Comportamiento del modelo con datos históricos	46
4.5. Comportamiento del modelo con los datos de validación	47
4.6. Comportamiento del modelo con los datos de validación	48
4.7. Tamaño de los modelos	49
4.8. Función objetivo	49
4.9. Error promedio	50
4.10. Comportamiento del modelo con datos históricos	55
4.11. Comportamiento del modelo con los datos de validación	56
4.12. Comportamiento del modelo con los datos de validación	57
4.13. Comportamiento del modelo con los datos de validación	57

Introducción

Es indudable que en el momento histórico que vivimos, la economía juega un papel decisivo en el destino de las naciones y por tanto de sus habitantes. Es sorprendente la forma en que países enteros tambalean ante el derrumbe económico de otro o peor aún que rumores sean la causa de la inestabilidad económica de un país.

Es también causa de mucho interés la forma en que se rigen los mercados financieros y cambiarios, pues nadie tiene control sobre ellos, más aun, no hay técnicas precisas para predecir sus comportamientos. Esto se debe, entre otras razones, a que las variables y factores que intervienen en ello son demasiadas y además son complejas en si mismas. H. L. Mencken dijo que lo que sucede en los mercados de cambios extranjeros, es casi tan romántico como el amor de los jóvenes e igual de resistente a las fórmulas. Lo cual nos da una idea de la dificultad que tiene el abordar este tipo de problemas.

En este trabajo nos damos a la tarea de entender qué sucede en el mercado cambiario mexicano, en particular cómo se comporta el tipo de cambio peso-dólar. Nuestro interés se enfoca en construir un modelo matemático para este fenómeno económico. Para ello hacemos uso de algunas herramientas de la Inteligencia Artificial, específicamente Algoritmos Genéticos y una aplicación muy interesante de ellos, la Programación Genética.

La idea de modelar el tipo de cambio entre dos monedas ha sido muy estudiado por los economistas. También se han hecho estudios usando las mismas técnicas utilizadas en este trabajo, por ejemplo Christopher Neely y Paul Weller [15] intentan predecir la volatilidad del tipo de cambio a partir de la volatilidad histórica y algunas otras variables. Además comparan el desempeño de la programación genética contra GARCH [3] y RiskMetricsTM [7] observando que la primera reporta resultados mucho mejores que las segundas que son muy utilizadas tanto por académicos como por inversionistas. Sin embargo la predicción es puramente cuantitativa y en el presente traba-

jo al construir un modelo matemático pretendemos además de poder hacer predicciones cuantitativas, tener los elementos para poder hacer un análisis cualitativo.

Por supuesto primero introducimos la teoría económica necesaria para ello, y además mencionamos brevemente la política del gobierno mexicano en torno al tema.

El estudio que hacemos es sobre datos históricos, esto es por dos razones: la primera es que las técnicas que utilizamos lo que hacen es *extraer* el conocimiento de los datos históricos y la segunda es que necesitamos datos para comparar los resultados obtenidos y poder evaluar lo adecuado de estas técnicas en esta área.

A grandes rasgos el trabajo se dividirá de la siguiente forma:

En el **Capítulo 1** estudiamos los elementos necesarios de la **Teoría Económica** para entender y plantear correctamente el problema. El planteamiento adecuado del problema será consecuencia del entendimiento que logremos porque las técnicas que utilizamos lo que hacen en realidad es una búsqueda, como nosotros estamos buscando un modelo matemático, necesitamos que no haya variables superfluas o simplificar las relaciones existentes entre ellas, ya que el espacio de búsqueda crece exponencialmente en función de la cantidad de variables de las que depende el problema. Al finalizar esta sección, revisamos los distintos patrones cambiarios que existen y la política cambiaria del gobierno mexicano, con el fin de determinar el periodo en el que podrán aplicarse las técnicas con más posibilidades de éxito.

En el **Capítulo 2** introducimos las técnicas que utilizamos para resolver el problema, revisamos algunos aspectos teóricos y mencionamos algunas aplicaciones que han tenido en donde además han funcionado mejor que otras técnicas tradicionales o simplemente fueron las primeras aplicaciones que resolvieron exitosamente esos problemas.

Ya en el terreno que más nos interesa, en el **Capítulo 3** planteamos la forma en que resolvemos el problema, por supuesto utilizando programación genética.

Para concluir en el **Capítulo 4** presentamos los resultados obtenidos y las conclusiones finales.

Por supuesto este trabajo no es exhaustivo, por ejemplo para trabajos posteriores, una vez que se cuenta con un modelo matemático para el mercado cambiario, se podrían desarrollar estrategias para fortalecer una moneda, o simplemente determinar el mejor momento para realizar intercambio de divisas, en el caso de grandes compañías o gobiernos que, como se mencio-

nó inicialmente, por la época en que vivimos, en algún momento se verán obligados a hacerlo.

Capítulo 1

Fundamentos Económicos y Política Monetaria Mexicana

1.1. Fundamentos económicos

1.1.1. El Dinero

Antes de iniciar es necesario hacer una observación, lo que estamos buscando es un modelo para comparar monedas de dos países, es decir, describir el comportamiento del intercambio de **dinero**. Pero para ello es necesario que nos detengamos un momento para describir qué es el dinero. Esta presentación se basa en el material presentado en [6], [10], [13] y [16].

Es bien sabido que en la antigüedad para adquirir un bien, por ejemplo trigo, había que intercambiarlo por otro, por ejemplo maíz, directamente entre personas que lo poseían. Sin embargo, con el transcurso del tiempo se fue abstrayendo la forma de valor de las mercancías, y éste se desprende de varias características inherentes a un producto. Esto aunado a las siguientes posibilidades, supongamos que alguien que tiene maíz quiere cambiarlo por trigo, y que sólo una persona tiene trigo, pero a esta persona no le interesa cambiar su trigo por maíz, supongamos además que la persona que tiene trigo quiere madera. Si una tercera persona que tiene madera resulta querer maíz, el problema está resuelto, pero el proceso es bastante tedioso, porque la persona que quiere trigo debe ir a cambiar maíz por madera y después la madera por trigo. Sería mucho más cómodo si existiera una *mercancía genérica* que se pudiera intercambiar por cualquier otra mercancía, así las personas sólo se tendrían que dirigir con la persona que tiene lo que desea, e

intercambiar esta *mercancía genérica* por lo que quieren y listo.

Esta *mercancía genérica* es el *dinero*, pero aun queda la interrogante de cuál es su valor y de dónde viene.

Supongamos que en el ejemplo anterior la persona que tiene maíz quiere trigo y la que tiene trigo quiere maíz, estas personas están ahora en condiciones de intercambiar sus mercancías. Pero ahora surge la interrogante de cuánto va a dar cada uno, es decir, debe haber un criterio para decidir qué cantidad de trigo es equivalente digamos a 1 Kg. de maíz, pues al ser objetos de naturalezas distintas no tienen una propiedad intrínseca de equivalencia para ser intercambiadas. Esto es porque es el hombre quien desea abstraer esta propiedad y no es algo que la naturaleza haya asignado a cada objeto.

No es difícil observar que este valor que queremos asignarle a cada objeto, se desprende primero que nada de un valor de uso que le damos, es decir, vale lo que necesitamos, nadie trata de intercambiar aire por alguna otra mercancía pues primero que nada está al alcance de todos y segundo más allá de respirar en general no utilizamos aire para alguna actividad específica. Es decir para dar valor a las cosas, una de las primeras características que debemos considerar es *su valor de uso*.

El haber descubierto que el *valor de uso* de un objeto es parte de lo que le da valor no es suficiente para determinar cómo se intercambiará una mercancía por otra. Para ello es necesario abstraer un poco más del valor de las cosas. Tampoco es difícil observar que para poder tener al alcance de la mano un objeto con *valor de uso*, por ejemplo trigo, es necesario haber trabajado para obtenerlo, así sea sólo el ir a tomarlo y transportarlo. Es entonces natural suponer que dos mercancías que requieren la misma cantidad de trabajo sean intercambiables si están revestidas de un *valor de uso* similar, no en cuanto a su uso directamente, sino a la *magnitud* con que se necesitan. Es decir el valor de los objetos además de estar determinado por su *valor de uso*, también lo está por la cantidad de trabajo invertida en ellos.

Es decir, el dinero es un *valor* que abstrae el valor de uso de los objetos y el trabajo necesario para producirlos. Al ser una abstracción equivalencial, debemos distinguir de dónde obtiene el dinero su valor. Esto lo podemos resumir en los siguientes puntos [10]:

1. La primera característica de la forma equivalencial es: *el valor de uso se convierte en forma o expresión de su antítesis, o sea la de valor*.
2. La segunda característica de la forma equivalencial es que *el trabajo*

concreto se convierte en forma de su antítesis, o sea el trabajo humano abstracto.

3. La tercera característica de la forma equivalencial es que en ella *el trabajo privado reviste la forma de su antítesis, es decir, el trabajo en forma directamente social.*

Para que estas premisas sean válidas es necesario suponer que el trabajo de los hombres es igualmente valioso, es decir, aunque cualitativamente sea distinto, el trabajo de dos hombres tiene el mismo valor o en su defecto el trabajo de uno es comparable con el trabajo de otro, pues lo que da valor al trabajo de un hombre no es sólo la calidad de su trabajo sino la proporción del total de trabajo de esa naturaleza que es capaz de hacer la sociedad completa.

Es pues que el dinero es una cuarta abstracción, al tratar de dar un valor que permita establecer la intercambiabilidad de los objetos, en el dinero se encierra el valor de uso de los objetos, el valor del trabajo del hombre, pero del trabajo se está separado sólo aquel que es directamente social, es decir, aquel en el que además de la persona que lo realiza se pueden ver beneficiadas más personas.

Además de el *valor general* que representa el dinero, hay otras dos formas de revestirlo de valor, a saber:

- El dinero es un objeto que requiere de trabajo para producirlo, ya sea en monedas o papel moneda, etc. este trabajo también tiene un valor y su producto es directamente social, por lo tanto es intercambiable por otros objetos.
- El valor del dinero como producto, e.g. los bancos no prestan dinero gratis, a cambio de un préstamo hay que pagar intereses, estos intereses son el precio del dinero como producto.

De estas dos formas de valor que se encierra en el dinero, nos interesará mucho la segunda, es decir, los intereses que genera el dinero, porque las tasas de interés juegan un papel muy importante en la economía de los países

Para concluir hay que hacer la observación de que el total de dinero que tiene un país representa el total de la fuerza productiva de dicho país, es decir, le está *asignando un número* a su capacidad productiva. Y no es difícil llegar a la conclusión de que si de un día a otro un país duplica la cantidad

de dinero que tiene en moneda, pues en realidad el dinero valdrá la mitad aproximadamente, dado que de un día para otro es imposible incrementar la capacidad productiva del país.

1.1.2. El intercambio de divisas

La razón por la que dos naciones quieran intercambiar divisas es necesariamente que deseen intercambiar mercancías o servicios. Para poder hacer ésto, es necesario que puedan convertir cada una la moneda de la otra en una mercancía más, y una vez que se llevó a cabo el intercambio, analizar qué pasa con el valor de cada moneda, ¿permanece intacto? si no ¿cómo cambia? ¿por qué? y sobre todo al ser ambas monedas abstracciones de lo mismo pero hecho de distinta forma, ¿qué factores determinarán el valor de cambio de una por otra?.

A lo largo de las secciones siguientes trataremos de dar respuesta a estas preguntas y las que puedan ir surgiendo conforme vamos analizando nuevas posibilidades.

1.1.3. La balanza de pagos

Observemos que las operaciones mercantiles entre dos países, desde el punto de vista de uno de ellos, se dividen en dos tipos, las que dan origen a un crédito y las que dan origen a un débito.

Las operaciones que dan origen a un crédito, son aquellas que provienen de las compras que realizan los extranjeros a los habitantes del país; estas compras incluyen bienes, servicios, créditos mercantiles, activos financieros, activos reales, oro, etc. Este tipo de operaciones generan una *demanda* de la moneda local pues para que los extranjeros puedan relizar sus compras, es necesario que tengan dinero local.

Las operaciones que dan origen a un débito son el dual de las que dan origen a un crédito, es decir, aquellas que surgen a partir de compras que hacen los habitantes de un país en el extranjero, e incluye el mismo tipo de operaciones que las que intervienen en las operaciones que generan créditos. Observemos que este tipo de operaciones lo que generan es una oferta de moneda local, pues la gente tiene que cambiar su dinero por la moneda extranjera para poder realizar sus compras, es decir, podríamos pensar que lo que la gente está haciendo es ofrecer su moneda a cambio de las mercancías que necesita.

La *balanza de pagos* es un registro histórico de la oferta y demanda de una moneda, las operaciones que dan origen a un crédito se registran con signo positivo y las que dan origen a un débito se registran con un signo negativo.

Los factores que afectan la oferta y demanda de una divisa son:

1. El valor cambiario de la divisa.
2. Los precios locales comparados con los precios en extranjero para productos similares o comparables.
3. Precios mundiales de los productos exportados.
4. Ingresos del extranjero.
5. Derechos y cuotas de importaciones del extranjero.

1.1.4. La balanza comercial

La balanza comercial, también conocida como *balanza de pagos en cuenta corriente*, consiste en un registro histórico de las importaciones, exportaciones y transferencias unilaterales netas, que son aquellas en las que no hay un intercambio, por ejemplo las donaciones de un país a otro.

La cuenta corriente es el resultado de la compra y venta de bienes y servicios en el extranjero. Un déficit, es decir un saldo negativo, en la cuenta corriente significa que se está ofreciendo más dinero que el que se está demandando; este déficit significa que se está financiando la oferta de moneda a través de préstamos del extranjero o mediante la liquidación de activos provenientes del extranjero, mientras que un superávit indica que se está demandando más moneda de la que se ofrece, lo cual significa que se está prestando dinero a gente en el extranjero o se está invirtiendo en activos en el extranjero.

Un déficit se puede cubrir vendiendo documentos de crédito, bonos, acciones, bienes raíces, negocios operativos o vendiendo inversiones anteriores.

En ocasiones un déficit o superávit en la balanza comercial se da porque las tasas de intereses en países distintos varían de una forma mínima, pero significan diferencias importantes en las ganancias de los inversionistas. Así que cuando estas situaciones se presentan, los bancos desplazan fuertes sumas de dinero de un país al otro, lo cual además presenta efectos casi inmediatos sobre los tipos de cambio. A este fenómeno se le conoce como *dinero especulativo*.

Una enumeración de las partidas que aparecen en la balanza de pagos son las siguientes:

1. Exportaciones de bienes y servicios
 - a) Mercancías excluyendo el área militar
 - b) Servicios
 - c) Cobro de ingresos sobre activos en el extranjero
2. Importaciones de bienes y servicios e ingresos
 - a) Mercancías excluyendo el área militar
 - b) Servicios
 - c) Pago de ingresos sobre activos provenientes del extranjero
3. Transferencias unilaterales
 - a) Gobierno
 - b) Sector privado
4. Activos en el extranjero (neto)
 - a) Reserva oficial de activos en el extranjero
 - b) Activos del gobierno distintos a los de las reservas oficiales
 - c) Activos privados en el extranjero
 - 1) Inversión directa
 - 2) Valores extranjeros
 - 3) Activos no bancarios
 - 4) Activos bancarios
5. Activos extranjeros en el país
 - a) Activos oficiales extranjeros en el país
 - b) Otros activos extranjeros en el país
 - 1) Inversión directa
 - 2) Valores de la Tesorería
 - 3) Valores nacionales distintos a los de la Tesorería
 - 4) Pasivos no bancarios nacionales
 - 5) Pasivos bancarios nacionales

6. Asignación de Derechos Especiales de Giro (depósitos en cuentas con el FMI).
 7. Discrepancia estadística
- Cuentas de memoranda**
8. Balanza comercial de mercancías
 9. Balanza de servicios
 10. Balanza de bienes y servicios
 11. Balanza de ingresos por inversiones
 12. Balanza de bienes, servicios e ingresos
 13. Transferencias unilaterales (neto)
 14. Balanza en cuenta corriente
 15. Balanza de cuenta de capital

Respecto a los activos extranjeros en el país es importante mencionar que en ocasiones algunos países podrían tener un interés común por elevar el valor de la divisa de uno de ellos, esto puede deberse al grado en el cual un país se encuentre comprometido con otros en términos de las inversiones que uno ha hecho en el territorio del otro o viceversa, o por cualquier otro tipo de factor.

1.2. Tipo de cambio fijo y libre flotación

Cuando los tipos de cambios son fijos, es decir, el tipo de cambio entre dos divisas es constante, los bancos centrales compran y venden divisas en función de qué tanta fuerza desean que tenga. Cuando los tipos de cambio son *flexibles o flotantes*, es decir, que están determinados por las leyes de la oferta y la demanda del mercado, los bancos centrales no deben intervenir en el mercado cambiario. Sin embargo, en ocasiones el gobierno interviene en el mercado cambiario aún cuando éste es flotante. A este fenómeno se lo conoce como *flotación sucia*.

Respecto a las inversiones que los extranjeros realizan en un país, los principales factores que intervienen para que se sustente una inversión en valores locales, son los rendimientos que ofrecen éstas comparadas con sus similares en el extranjero.

1.2.1. La identidad contable de la balanza de pagos

Interpretación de las cuentas con tasas fijas y tasas variables

En esta sección revisamos las razones por las que un país incurre en un déficit o superávit en la balanza de pagos, para ello, primero revisemos la siguiente identidad, conocida como la *Identidad Contable de la Balanza de Pagos*.

$$B_c + \Delta R + B_k + \varepsilon \equiv 0 \quad (1.1)$$

Donde:

B_c es la balanza de pagos en cuenta corriente

ΔR son los cambios en las reservas oficiales

B_k es la balanza en cuenta de capital

ε es la discrepancia estadística o errores y omisiones

Tasas Flexibles

Como dijimos anteriormente, si el mercado cambiario es flexible, entonces los bancos centrales no deben intervenir en su funcionamiento y por lo tanto no debe haber cambios en las reservas oficiales. Esto quiere decir que, en este tipo de mercados $\Delta R \equiv 0$ de donde la identidad contable de la balanza de pagos se convierte en:

$$B_c + B_k + \varepsilon \equiv 0$$

Suponiendo que se puede calcular todo sin errores tenemos:

$$B_c \equiv -B_k$$

es decir, el déficit/superávit en la cuenta corriente es igual al superávit/déficit en la cuenta de capital.

Tasas fijas

En el caso de que el tipo de cambio sea fijo, el gobierno debe comprar y vender su moneda para mantener el tipo de cambio constante. En este caso,

bajo la suposición de que podemos medir todo sin errores, la identidad queda como sigue:

$$\Delta R \equiv -(B_c + B_k)$$

es decir, el cambio en las reservas oficiales es de igual magnitud pero de signo contrario a la suma de la cuenta corriente y la cuenta de capital.

Consecuencias de los desequilibrios de pagos

Tipos de cambios flexibles

Si $B_c + B_k \equiv 0$ con B_c grande y negativa, significa que un país está pagando el exceso de oferta de su divisa con préstamos del extranjero o vendiendo sus activos en el extranjero, lo cual es una situación insostenible en el largo plazo.

Tasas flexibles

Si $B_c + \Delta R + B_k \equiv 0$ con ΔR positiva, significa que el gobierno está comprando su propia divisa para compensar el exceso de oferta de ésta. Nuevamente esta situación es insostenible en el largo plazo, pues llegará un momento en que no pueda seguir comprándola.

Lo que los dos últimos párrafos nos permiten ver que no se deben permitir déficits permanentes en la cuenta corriente, de lo contrario el país se endeudaría constanemente cada vez más, lo cual es insostenible.

1.2.2. Objetivos de la política económica

Durante mucho tiempo ha sido objeto de discusión si un país debe mantener superávits en la balanza de pagos, pues esto supondría la acumulación de activos en el extranjero. Pero hacer esto permanentemente significa que un país está produciendo por arriba de lo que produce para beneficio de otros países, siendo que podría producir menos y aún así mantener un equilibrio en la balanza comercial.

Para exponer esto con más precisión, veamos la *identidad contable del ingreso nacional*. Esta identidad se describe como:

$$Y \equiv C + I + G + (Ex - Im) \quad (1.2)$$

donde:

Y es el producto interno bruto

C es el consumo

I es la inversión bruta

G son los gastos del gobierno

Ex son las exportaciones de bienes y servicios

Im son las importaciones de bienes y servicios

Donde el producto interno bruto (PIB) es el valor de los bienes y servicios producidos *dentro* de una nación, a diferencia del producto nacional bruto (PNB) que es el valor de los bienes y servicios producidos con recursos en *propiedad de los habitantes* de la nación, ya sea dentro o fuera del país.

Rearreglando la identidad contable del ingreso nacional, tenemos:

$$Ex - Im = Y - (C + I + G)$$

a esta forma de ver la balanza de pagos se le conoce como *enfoque de absorción* de la balanza de pagos y nos permite ver rápidamente que tener un superávit comercial significa que el país está produciendo más de lo que consume. De la misma forma, si hay un déficit en la balanza comercial, significa que el país está consumiendo más de lo que produce, lo cual es nocivo para la economía del país.

1.2.3. Importaciones, exportaciones y tipos de cambio

El nivel de oferta de una divisa está en función del nivel de importaciones de un país, de la misma forma el nivel de demanda de una divisa, estará en función de las exportaciones de un país. Adicionalmente, el tipo de cambio de una divisa está en función de su oferta y demanda. Viéndolo con un enfoque en el que las divisas son un producto más en el mercado, una mayor demanda de la divisa, generará que su precio se eleve y una mayor oferta de la divisa, generará una devaluación para la divisa.

El nivel de importaciones de un bien está en función de su precio en moneda local, es decir, qué tan competitivo sea con los demás productos locales. Además, el tener una moneda fuerte en el mercado cambiario, tendrá como consecuencia que los productos importados sean más baratos, haciéndolos más competitivos y generando una mayor demanda por ellos.

Análogamente, el nivel de exportaciones de un bien está en función de su precio en moneda extranjera, es decir, cómo es su desempeño en el mercado extranjero, y si la moneda local es débil comparada con la extranjera, hará que el producto sea más competitivo en el mercado extranjero, generando

una mayor demanda del mismo y de la moneda local. Ésto tendrá como consecuencia que se revalúe la moneda local contra la extranjera, con lo cual se entra en un círculo, pues la competitividad del producto disminuye y por lo tanto su demanda teniendo como consecuencia una disminución en la demanda de la moneda y así sucesivamente.

Ahora bien, dentro de todo este sistema hay un tipo de cambio de equilibrio, que es aquel en el que la oferta y demanda de la moneda son iguales.

1.2.4. Factores que afectan a los tipos de cambio

Inflación

Para entender cómo afecta la inflación los tipos de cambio, nos apoyamos en un ejemplo. Supongamos que en el mercado local se sufre de una inflación del 25 %, es decir, los precios son más altos en el porcentaje indicado, y supongamos que en el mercado de un país con el que hay intercambio comercial no hay inflación, es decir, los precios están intactos. Entonces en aquel mercado el poder adquisitivo se mantuvo intacto, mientras que en el mercado local se vió afectado. Supongamos además que de aquel país se importan x unidades de un producto antes y después del alta inflacionaria, lo que sucede es que en el mercado local el precio después de la inflación es 1,25 veces el que era antes, lo cual significa que para pagar la misma cantidad de dinero en moneda extranjera hay que dar ahora a cambio 1,25 veces lo que se pagaba antes, lo cual significa que la moneda local se devalúa 20 %.

Comercio de servicios, flujos de ingresos y transferencias

Como ya mencionamos, la cotización de una divisa frente a otra depende de la oferta y la demanda de cada una, en realidad vimos que depende también de la diferencia entre la oferta y demanda y vimos cuál era el tipo de cambio de equilibrio. Ahora bien la oferta y demanda de una divisa depende del nivel de importaciones y exportaciones de un país. Sabemos que a mayor oferta de una divisa, más bajo es su precio y a mayor demanda es más alto su precio, así que un nivel mayor en las importaciones de un país causará una mayor oferta de su divisa y por lo tanto que se devalúe frente a otras. Análogamente, un mayor nivel en las exportaciones de un país generará una demanda mayor de su divisa y por lo tanto que se valúe más fuerte frente a otras divisas.

Como lo que afecta el nivel de cotización de una divisa es su oferta y demanda, es fácil ver que las transferencias de dinero y la inversión extranjera directa tienen las mismas consecuencias sobre el tipo de cambio que las que tiene la balanza comercial.

1.2.5. Una teoría alternativa para los tipos de cambio

Hasta ahora hemos basado nuestras observaciones y deducciones a partir del flujo de mercancías y capitales, pero además de este enfoque, revisaremos brevemente una teoría que complementa lo que hemos expuesto hasta ahora, en otras ocasiones simplemente amplían el panorama de posibilidades a contar como factores que influyen en los tipos de cambio.

Acervos de divisas

Para entender los mercados cambiarios hay principalmente dos enfoques. El primero establece una relación entre los precios en diferentes países y la oferta de dinero en cada uno de ellos, como hemos visto. El segundo relaciona los niveles de precio con los tipos de cambio, es decir, son directamente los precios los que determinan el tipo de cambio, por supuesto el enfoque más sencillo es pensar en un solo producto, pues es extraordinariamente difícil hacer que los precios de productos sean proporcionales en un país y en otro.

Para este segundo enfoque, John Bilson [2] propone la siguiente ecuación para la demanda de dinero:

$$\frac{M}{P} = Q^\alpha \exp^{-\beta r} \quad (1.3)$$

donde: M es la demanda de dinero,

P son los niveles de precio,

Q es el PNB real,

r es la tasa de interés,

α, β son parámetros positivos.

Despejando esta ecuación tenemos:

$$P = MQ^{-\alpha} \exp^{\beta r},$$

la teoría moderna de los tipos de cambio propone que el tipo de cambio entre dos países con monedas $\$1$ y $\$2$ esté dado por:

$$S(\$1/\$2) = \frac{P_1}{P_2}$$

donde: P_1 es el nivel de precios en el primer país y P_2 es el nivel de precios en el segundo. Sustituyendo tenemos:

$$S(\$1/\$2) = \frac{P_1}{P_2} = \frac{M_1 Q_1^{-\alpha} \exp^{\beta r_1}}{M_2 Q_2^{-\alpha} \exp^{\beta r_2}}$$

Aquí se supone además que α y β son los mismos para ambos países. Obsérvese que β lo que hace en realidad es cambiar la base con la que se trabaja, pero para realizar los cálculos más fácilmente se deja la base del logaritmo natural. Esta ecuación es conocida como el *Principio de Paridad del Poder de Compra (PPP)*.

Hay que hacer la observación de que los tipos de cambio no siempre se ajustan a este principio debido a que el valor de cambio de una moneda se ve afectado por el valor que se espera que tenga en el futuro, es decir, qué tan confiable es la política económica que sigue el gobierno que emite dicha divisa. Así por ejemplo, si se espera que cierta moneda devalúe, es difícil que otros países deseen realizar inversiones en dicha moneda, empujando la demanda hacia abajo y por lo tanto es saldo de la balanza de pagos con lo que se pueden generar cambios en el nivel de las reservas oficiales. Si por alguna razón subieran las tasas de interés, se generaría una mayor demanda desde el extranjero de la moneda. Siguiendo este ciclo iteradamente se observa como conforme se itera, el tipo de cambio se apega más al PPP, pero es importante notar que en ocasiones el tipo de cambio está un poco por arriba o por abajo de lo que indica el PPP.

1.2.6. Sistemas de tipos de cambio

El Patrón Oro

Durante muchos años los mercados cambiarios respaldaron el valor de su moneda con reservas en oro, es decir, los gobiernos convertían su papel moneda en oro a un precio fijo. De esta forma el tipo de cambio estaba determinado completamente por la equivalencia determinada por este patrón. El patrón del oro dejó de utilizarse en la crisis de 1929.

El Patrón de Intercambio del Oro

Posteriormente, los Estados Unidos de Norteamérica sugirieron que se siguiera el patrón Bretton-Woods o patrón de intercambio del oro, que consiste básicamente en tomar como referencia el dólar estadounidense, es decir,

el tipo de cambio entre dos monedas estaba determinado por los valores de cambio que cada una tenía respecto al dólar estadounidense. Este patrón, también conocido como patrón dólar estuvo vigente hasta 1973, después que las reservas extranjeras y nacionales de Estados Unidos fueron convertidas por completo de oro a dólares. Ahora bien, este sistema de intercambio permite a cada país definir el sistema de tipo de cambio que adoptará respecto al dólar y por lo tanto respecto al resto de las demás monedas.

1.2.7. Sumario de las variables que afectan el tipo de cambio

Llegado este punto, tenemos un panorama más claro de los mecanismos y variables que determinan los tipos de cambio. Sin embargo, será de utilidad hacer un recuento de las variables que intervienen en ello, pues las necesitaremos más adelante para poder plantear de una manera correcta la solución a la búsqueda del modelo que nos interesa. A saber las variables son:

1. El saldo de la balanza de pagos.
 - La balanza comercial.
 - La balanza de pagos en cuenta corriente.
 - Las transferencias de dinero entre países.
2. La base monetaria de cada país, que nos permitirá comparar la cantidad de dinero que tiene cada país.
3. Las tasas de interés.
4. La inflación.
5. Las reservas internacionales.
6. Los factores que afectan el valor esperado de una moneda, como la deuda externa.
7. La inversión extranjera y local.
8. El nivel de precios.
9. El Producto Nacional Bruto.

10. El tipo de cambio histórico.

Una vez hecho este recuento de las variables que intervienen en el problema que nos interesa, será más fácil entender posibles soluciones al mismo y la forma en que cada una interviene.

1.3. Política Monetaria Mexicana

1.3.1. Nivel de acumulación de las reservas internacionales

Después del *error de diciembre*, el gobierno mexicano ha mantenido un estricto nivel de vigilancia sobre las reservas internacionales del país, y ha implementado mecanismos para mantenerlas en niveles que generen confianza en el exterior [18], presentando a México como un país solvente capaz de enfrentar contingencias económicas. Uno de estos mecanismos es el no permitir que las reservas internacionales se incrementen demasiado, pues llegado cierto nivel, es muy caro para el país mantenerlo. Es por ello que el Banco de México ha decidido subastar diariamente y distribuido con criterios no discrecionales, el 50 % del excedente de las reservas internacionales mexicanas. Cabe mencionar que el Banco de México asegura que este tipo de medidas no afectan la libre flotación del tipo de cambio. Sin embargo, ha tenido que modificar sus mecanismos porque se ha generado incertidumbre entre los inversionistas, pues esta conducta del gobierno mexicano podría interpretarse como una intervención en el mercado cambiario, es decir, que en el proceso de valuación del peso contra el dólar hay una flotación sucia por parte del primero.

Capítulo 2

Computación Evolutiva y Programación Genética

El material presentado en este capítulo introducirá las técnicas que utilizamos para atacar el problema.

La programación genética es una propuesta ante la necesidad de que las computadoras aprendan a programarse solas, es decir, que los programas de las computadoras se creen o mejoren sin necesidad de intervención humana. Sin embargo, en la búsqueda de modelos matemáticos, las estructuras de control, como podrían ser *for*, *while*, *if*, *etc.* no son de nuestro interés, nos limitamos a usar las funciones analíticas más comunes, como son el *seno*, *coseno*, *logaritmo*, *etc.*

Las técnicas a utilizar son introducidas por John Koza [8] a finales de la década de 1980 y principios de la década de 1990. Sin embargo, lo que Koza hizo fue *adaptar* las técnicas de algoritmos genéticos a una nueva área, de hecho antes que él hubo algunos intentos por desarrollar un modelo para la programación automática de computadoras y búsqueda de modelos (nótese que se puede ver un modelo como una clase especial de programa). Cabe mencionar que su método no es el único y no necesariamente es el mejor en todos los casos, simplemente ha dado buenos resultados. Ejemplos de aplicaciones hechas con estas técnicas para atacar el problema que nos interesa las podemos encontrar en [12], [15], [1] y [9], también podemos encontrar algunos argumentos en favor de nuestra técnica en [14]

La idea detrás de estas técnicas es hacer una búsqueda en cierto espacio, imitando el mecanismo de selección natural propuesto por Darwin, en el cual cada posible solución a un problema se representa mediante un *indivi-*

duo donde la supervivencia y transmisión de *genes* a la siguiente generación para cada individuo, depende de qué tan apto sea para vivir en su *medio ambiente*. Pero para ello será necesario elaborar un mecanismo de codificación y decodificación de individuos, y hacerlo de tal forma que sea eficiente aplicar los operadores genéticos, es decir, los propios de la técnica, que son los siguientes:

- **Selección.** Este operador selecciona por un método previamente definido, generalmente aleatorio, a los individuos que transmitirán información a la siguiente generación. Esto se hace de tal forma que los más aptos tengan más posibilidades de hacerlo. Más adelante diremos con más precisión el significado de *ser apto* para el entorno.
- **Cruza.** Por medio de este operador se intenta explotar las ventajas en diferentes áreas que tenga cada individuo, es decir, intercambiar información entre ellos para generar nuevos individuos con la esperanza de que sean más *aptos* que sus predecesores. Puede verse un ejemplo del efecto que tiene el operador de cruza en las figuras 2.1 y 2.2.
- **Mutación.** Este operador permite que cualquier punto dentro del espacio de búsqueda sea posible de alcanzar en el proceso, es decir, no limitar el espacio de búsqueda a lo que se pueda alcanzar con los operadores anteriores, que no necesariamente es todo el espacio.

A grandes rasgos el funcionamiento del algoritmo genético es como sigue:

1. Generar la población inicial, que generalmente se hace de forma aleatoria.
2. Evaluar a cada uno de los individuos de la población.
3. Si se cumple algún criterio de terminación ir a 8, en caso contrario ir al siguiente paso.
4. Seleccionar a los individuos que pasarán información a la siguiente generación.
5. Aplicar el operador de cruza, cabe hacer la aclaración que no necesariamente todos los individuos se cruzarán con algún otro.

6. Aplicar el operador de mutación, nuevamente hay que hacer la aclaración de que no todos los individuos mutarán.
7. Ir al paso 3
8. Traducir el mejor individuo de la población a una posible solución y presentarla.

Los criterios de terminación son muy variados, puede ser desde que el mejor elemento de la población supere cierto grado de aptitud o después de cierto número de los ciclos que comienzan en el paso 3 o cualquier otro que se elija. Nosotros utilizamos la media porcentual del error, en cuanto esta fue menor al 1%, detuvimos el proceso de búsqueda.

2.1. Codificación

En la programación genética, cada programa estará representado por un árbol dirigido, donde cada nodo representará una estructura de control o alguna variable. En todos los casos, los árboles tendrán un nodo raíz, y preferentemente del mismo tipo, esto es porque facilitará algunas cosas que veremos más adelante. Además en la construcción de la población inicial evitará que se creen árboles que consten sólo de un nodo, lo cual para el fin que perseguimos es un desperdicio de recursos.

Esto nos lleva a ver que el espacio de búsqueda es infinito, lo cual hace una de las primeras diferencias con los algoritmos genéticos. Dado que nos interesa que nuestro espacio sea finito, por razones de tipo práctico, lo que hicimos fué limitar la profundidad máxima que podrán tener los árboles. De esta forma será más fácil llevar un control sobre la población del algoritmo.

Los tipos de nodos que usamos son de dos tipos:

- **Terminales.** Un conjunto de nodos para representar variables, constantes y funciones de cero argumentos.
- **Funciones.** Un conjunto de funciones base, a partir de los cuales se construirán los árboles de manera recursiva, pudiendo construir cualquier función con expresión analítica. Los nodos de tipo función serán

los siguientes:

Función	Aridad	Descripción
–	1	Regresa el opuesto aditivo de su argumento.
sin	1	Calcula el seno de su argumento.
cos	1	Regresa el coseno de su argumento.
tan	1	Calcula la tangente, cuando está definida, de su argumento. En el caso en que la función no esté definida, se implementa un mecanismo de <i>protección</i> que se describe más adelante.
arctan	1	Calcula el arcotangente de un número y lo encuentra en el intervalo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.
exp	1	Regresa el resultado de elevar la base del logaritmo natural al argumento.
log	1	Regresa el logaritmo en base natural del argumento, este tipo de nodo está protegido como en el caso de la tangente.
pow	2	Regresa lo que resulta de elevar el primer argumento al segundo siguiendo el algoritmo estandarizado por la IEEE.
sqrt	1	Calcula la raíz cuadrada del valor absoluto del argumento.
floor	1	Regresa la parte entera del argumento.
abs	1	Regresa el valor absoluto del argumento.
mín	2	Regresa el mínimo de sus 2 argumentos.
máx	2	Regresa el máximo de sus argumentos.
+	2	Regresa la suma de sus argumentos.
×	2	Regresa el producto de sus argumentos.
/	2	Regresa lo que resulta de multiplicar el primer argumento por el inverso aditivo del segundo. Este comando está protegido del mismo modo que lo está la tangente.
Valor constante	0	Este tipo de nodo es solamente un valor real fijo, cada vez que se evalúa en algún punto, regresa dicho valor.

Algunas funciones tienen implementada una protección especial para ciertos valores donde no están definidas. Veamos un ejemplo para que se entienda cómo está hecho esto: en la función tangente, si el argumento es $\frac{\pi}{2}$ la función no está definida pero el límite de la función en este punto es infinito, así que cuando se detecte tal caso, al evaluar, se tomará como valor de la función un valor muy grande preestablecido. Se hace algo análogo para cuando el argumento es $-\frac{\pi}{2}$. En otras funciones se implementan protecciones similares.

La adopción de estos mecanismos de protección obedece a que es necesario asignar una función de aptitud a cada individuo, y el dejar la función indefinida, no nos permite evaluar el error de una forma *natural*. En cambio, al tomar límites o valores preestablecidos, podemos medir los errores con más facilidad, además se hace énfasis en errores grandes.

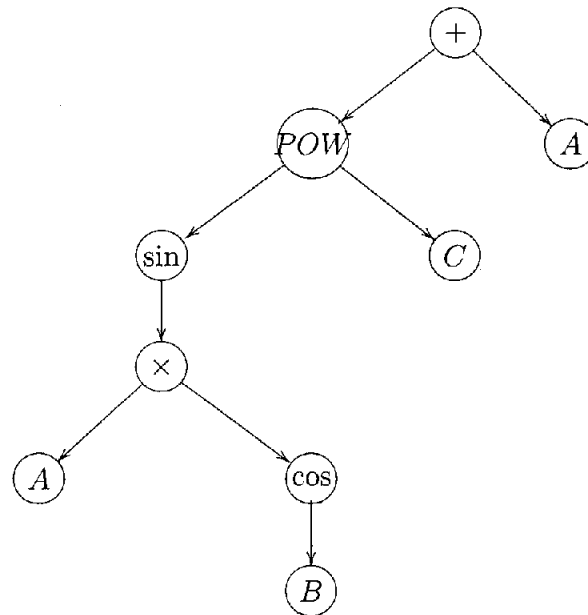
2.2. Propiedades de la población

Dado que lo que haremos con la programación genética será buscar modelos para problemas dados, es necesario establecer el dominio de la función que buscaremos. Pues todos los modelos propuestos serán funciones con ese mismo dominio, además los operadores genéticos deben estar hechos de tal forma que el resultado de aplicarlos a la población genere individuos con el mismo dominio que los operadores originales.

La forma de interpretar un árbol jerárquico de este estilo es pensando en él como si estuviera escrito en notación prefija.

Ejemplo:

Sea $T = \{A, B, C\}$ el conjunto de terminales y el conjunto de funciones el que se describió arriba, entonces un posible individuo con profundidad 6 es el siguiente:



cuya expresión analítica es $(\sin(A \cos B))^C + A$.

2.2.1. Población inicial

Es necesario revisar algunos aspectos que debe cumplir la población inicial antes de ejecutar la parte central del algoritmo. Entre estos aspectos se encuentran:

- Definir un límite para los árboles, puede ser limitando la profundidad o el número de nodos que un árbol tiene permitido como máximo. También puede establecerse un valor distinto para los operadores genéticos con el fin de ampliar un poco el espacio de búsqueda, sobre todo en el caso de que se apliquen en posiciones donde sería difícil explorar nuevas regiones del espacio de búsqueda.
- Generar individuos tomando en cuenta el dominio de la función que buscamos, para que siempre coincida con el del individuo.
- Cada vez que se seleccione un nodo terminal, asegurarse de que el árbol no seguirá creciendo por esa rama.

2.3. Función de Aptitud

Hemos llegado al punto más importante en lo que a la implementación de un algoritmo genético se refiere; este punto es la función objetivo. Ésta lo que nos indicará es qué tan apto es un individuo para su medio ambiente o en su defecto en comparación con los demás miembros de su población.

La función objetivo es la función que se desea optimizar, ya sea minimizarla o maximizarla. Para ello usaremos una función auxiliar llamada función de aptitud o fitness.

La función de aptitud es una función que a cada individuo del espacio le asigna un número positivo de tal forma que entre mejor sea el individuo, más alto sea el valor que le asocia. Veremos más adelante que de esa forma promovemos que sean los individuos más aptos quienes pasen información a las siguientes generaciones, también veremos por qué es que le pedimos que sea positiva.

2.3.1. Funciones de aptitud comunes

Si sucede que la función objetivo es siempre positiva, no tenemos ningún problema en determinar qué tan apto es un individuo dentro de su entorno. Sin embargo, podría suceder que la función objetivo tomara valores negativos. En tal caso no es posible usar la misma función objetivo para determinar la aptitud de un individuo. Podría suceder también que la función objetivo variara con el avance generacional, en tal caso se deberá cumplir la condición de que dados cualesquiera dos individuos I_1 e I_2 , si en algún momento la función de aptitud evaluada en I_1 es mayor que en I_2 , entonces en cualquier otro momento sea de esa forma, pues de otro modo no es posible optimizar la función objetivo.

Ranking

Calcular la función de aptitud, o *fitness* por su nombre en inglés, por medio de ranking, es un ejemplo en el cual la función de aptitud varía con el tiempo, pues el valor que se le asocia a cada individuo depende de la población de la que forme parte. Antes de calcular el fitness de un individuo, primero se debe saber el máximo y mínimo que alcanza la población al evaluar la función objetivo. Sea entonces M este máximo y m el mínimo, sea m_i el resultado de evaluar la función objetivo en el individuo i -ésimo. Definimos

pues la función de adaptación del individuo i -ésimo como: $f_i = \frac{m_i - m}{M - m} + c$, donde c es una constante positiva previamente definida, observemos que el individuo que alcance el máximo al evaluar la función objetivo, tendrá fitness $1 + c$ y aquel que alcance el mínimo tendrá c .

Es fácil darse cuenta que el fitness de cada individuo dependerá no sólo del individuo, sino de la población completa. La ventaja de esta función es que asigna valores positivos sin importar si la función objetivo es positiva o negativa, lo cual puede ser muy útil, sobre todo si no se tiene control sobre los posibles valores de la función objetivo.

Reescalamiento lineal

El reescalamiento lineal ofrece otra solución para el caso en que la función objetivo tome valores negativos, sin embargo, es necesario conocer una cota inferior para la función objetivo, pues de otra forma no hay garantía de asignar valores positivos bajo la función de adaptación.

Si $b \in \mathbb{R}$ es cota inferior de la función objetivo y se elige un factor lineal $a \in \mathbb{R}$, se puede calcular el fitness del i -ésimo individuo por medio de la ecuación $f_i = a(m_i + b)$ donde m_i es la función objetivo evaluada en el i -ésimo individuo. Esta forma de evaluar la adaptación, tiene la ventaja de que es proporcional al desempeño de cada individuo y no depende en absoluto de la población.

Minimización de funciones

Si se diera el caso de que lo que buscamos es minimizar la función objetivo en lugar de maximizarla, sólo es necesario que observemos que una función f alcanza su mínimo en el mismo punto que la función $-f$ alcanza su máximo, por lo tanto, supondremos en todo momento que lo que se busca con un programación genética es maximizar una función, a menos que se indique lo contrario.

2.4. Operadores genéticos

2.4.1. Selección

Una vez que se definió la función de aptitud, es posible aplicar el primero de los operadores genéticos. Dada una población con n individuos, denotemos

por f_i la función de aptitud del individuo i -ésimo, sea entonces $S = \sum_{i=1}^n f_i$. Realizamos n selecciones aleatorias, en cada evento seleccionaremos un individuo de tal forma que en cada paso, la probabilidad de elegir al i -ésimo individuo sea $\frac{f_i}{S}$, de esta forma esperamos que en general se elija a los individuos más aptos pero sin cerrar la posibilidad de que los menos aptos sean seleccionados. Esta flexibilidad en la selección tiene la una ventaja que se entenderá cuando se expongan los operadores siguientes, pero es posible que individuos cuya aptitud es baja, mejoren mucho tras aplicarles los operadores de cruce o mutación.

2.4.2. Cruza

De los tres operadores genéticos, éste es el que más explota el conocimiento adquirido en generaciones anteriores, pues lo que hace a grandes rasgos es intercambiar información entre los mejores individuos aprovechando las fortalezas de cada uno y así generar mejores individuos.

El operador de cruce es muy sencillo, dada una población de individuos, se emparejan. Por cada pareja se genera un número aleatorio con probabilidad uniforme, si el número es mayor que un coeficiente preestablecido, dos árboles se selecciona un subárbol en cada uno y se intercambian, la figura 2.1 ilustra el proceso.

2.4.3. Mutación

Este operador genético se aplica muy poco sobre la población, la razón es que la utilidad del operador consiste en tener abierta la posibilidad de explorar cualquier región del espacio de búsqueda, es decir, no quedar limitados a las posibles regiones que nos permiten explorar la población inicial aplicándole el operador de cruce. Es por ello que se aplica tan poco, pues en caso contrario sería muy probable destruir el conocimiento adquirido en generaciones anteriores. Además, aplicarlo mucho sobre la población, convertiría a la programación genética en algo muy parecido a un algoritmo escalador (hill climbing).

Aplicar el operador a un individuo consiste en seleccionar al azar un nodo que no sea el nodo raíz y cambiar el subárbol que descende de él por otro generado de forma aleatoria, teniendo cuidado de no exceder la profundidad máxima permitida.

Figura 2.1: Ilustración del operador de cruce

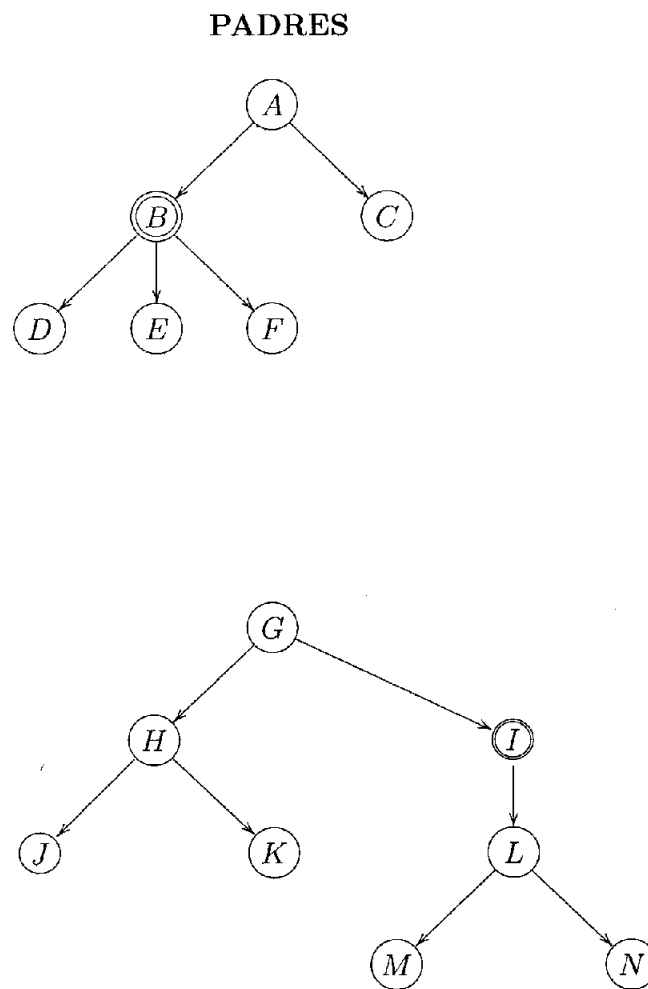
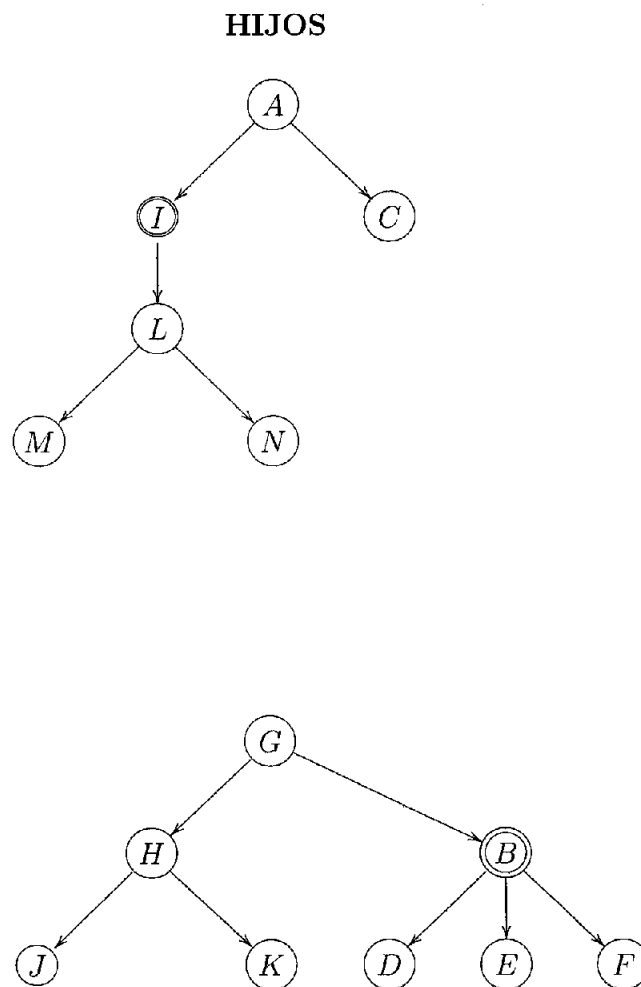


Figura 2.2: Ilustración del operador de cruce



Capítulo 3

Presentación del Problema

Como hemos visto, con programación genética se pueden construir modelos matemáticos a partir de series de datos históricas, pensando en la variable que se quiere modelar como la imagen de las demás bajo alguna función. Nosotros además queremos una función con expresión analítica, pues nos dará además información sobre el papel que juega cada variable en el comportamiento de la variable dependiente.

3.1. Los datos para modelar el problema

Sabemos que el tipo de cambio de dos divisas se ve influido por otras variables económicas. Para poder comenzar a modelar, debemos tener la información sobre el comportamiento histórico de esas variables.

3.1.1. El conjunto de variables

Para la búsqueda del modelo que necesitamos, utilizamos indicadores mensuales para cada una de las siguientes variables:

- Base monetaria estadounidense.
- Base monetaria mexicana.
- Deuda externa del sector público.
- Deuda externa del sector privado.

- Saldo de la balanza de pagos.
- PIB mexicano.
- PIB estadounidense.
- Inflación mexicana.
- Inflación estadounidense.
- Inflación de las exportaciones.
- Inflación de las importaciones.
- Tasa de interés de los instrumentos gubernamentales mexicanos.
- Tasa de interés de los instrumentos gubernamentales estadounidenses.
- Nivel de inversión en la bolsa mexicana de valores.
- Nivel de las reservas internacionales mexicanas.
- Nivel de las reservas internacionales estadounidenses.
- Cotización promedio del dólar en periodos anteriores.
- Demanda de dinero en el mercado mexicano (no se incluye su análoga estadounidense porque la serie estaba incompleta).

Veamos brevemente cómo se insertará cada variable dentro del conjunto de datos y las relaciones que esperamos que se vayan dando.

Base monetaria

La base monetaria, como mencionamos en la sección 1.1.1, es el total de dinero que tiene un país y representa una forma de cuantizar la capacidad productiva de un país, por lo tanto una variación en la base monetaria se verá necesariamente reflejada en el tipo de cambio.

Deuda externa del sector público y privado

La deuda externa refleja la falta de solvencia que tuvo un país en algún momento. Los préstamos y amortizaciones de los mismos, necesariamente afectan a varias de las demás variables económicas, entre ellas el tipo de cambio. Para esta variable sólo introducimos una variable entre los datos, que representará el valor de la deuda un mes antes. Esta variable sólo la introducimos para México, pues la deuda que nos interesa en realidad es aquella que se contrae con organismos financieros internacionales, como el Fondo Monetario Internacional, que presta dinero a países en vías de desarrollo. La deuda del sector público estadounidense se contrae generalmente por medio de instrumentos financieros, como bonos.

Saldo de la balanza de pagos

Esta variable, como vimos, es muy importante. Pues influye directamente en los cambios de cotizaciones entre dos monedas. Puede verse en [11] algunos casos de estudio de cómo esta variable y las que las componen afectan el tipo de cambio.

Producto Interno Bruto

La *Identidad Contable del Ingreso Nacional*, nos permite acceder a la balanza de pagos de una forma distinta llamada *enfoque de absorción de la balanza de pagos*. En este enfoque, el PIB juega un papel determinante. Para el PIB se introducirá una variable, que representa el nivel que tuvo en el trimestre anterior; ésto es porque los organismos responsables de determinarlo, lo hacen de esta forma.

Según el *Principio de Paridad de Poder de Compra*, el *Producto Nacional Bruto* juega un papel muy importante en determinar el tipo de cambio. Sin embargo, los datos históricos de esta variable no se encuentran entre la información que brindan las instancias oficiales, aún así, podemos pensar que una buena aproximación nos la da el *Producto Interno Bruto*, la diferencia nos la darán, con el tiempo, el retiro de utilidades, viéndolas como transferencias unilaterales que también se ven reflejadas en la balanza de pagos.

Inflación

Nuevamente el *Principio de Paridad del Poder de Compra* nos dice que el tipo de cambio está fuertemente influenciado por la inflación. Por cada tipo de inflación ponemos entre los datos variables, para representar el valor que tomó en los meses anteriores al que se está trabajando.

Tasa de interés de los instrumentos gubernamentales

Esta variable afecta directamente el nivel de inversión extranjera, aumentando así la demanda de moneda y por lo tanto, reflejará un mejor precio para la moneda local.

Nivel de inversión en la bolsa mexicana de valores

En el nivel de inversión en la bolsa de valores, se ve reflejado el nivel de confianza de los inversionistas extranjeros. El cambio en esta variable refleja el cambio en la percepción de los inversionistas, afectando el valor esperado de la divisa en el futuro, y como consecuencia el valor que toma al momento actual. Además, nos sirve para estimar el nivel de inversión en la *Identidad Contable del Ingreso Nacional*.

Nivel de las reservas internacionales

Este indicador nos da información para la *Identidad Contable de la Balanza de Pagos*, además es importante saber cómo cambia, y cómo se refleja esto en la variación en el tipo de cambio.

Cotización promedio del dólar en periodos anteriores

Esta variable nos está dando información sobre la equivalencia de divisas, esperamos que en conjunto con los cambios en los niveles de reservas, la balanza de pagos, los cambios en las bases monetarias, las inflaciones, y quizá algunas otras variables, formen una relación que influya sobre el tipo de cambio.

Demanda de dinero en el mercado mexicano

Nuevamente, esta es una variable más del conjunto de las que el *Principio de Paridad del Poder de Compra*, sugiere que tienen un nivel de influencia

muy importante sobre el tipo de cambio.

Cotización del dólar inmediata anterior

Para tener un pequeño historial del tipo de cambio para auxiliarnos en la modelación, introdujimos diez variables que corresponden al valor de cotización del dólar diez días hábiles antes del día que se quiere predecir. Una observación importante es que el tipo de cambio que estamos tratando de modelar es el tipo de cambio a la compra y tomamos la apertura de cada día. Sin embargo, podríamos tomar cualquier otro, como las operaciones a la venta, el máximo y mínimo de cada día, los tipos de cambio que el Banco de México utiliza para solventar sus obligaciones, como el FIX, etc.

Fuentes

Toda la información histórica de las variables que son utilizadas en este trabajo es accesible al público en general a través de internet mediante los portales del Banco de México (<http://www.banxico.gob.mx>), el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (<http://www.inegi.gob.mx>) y la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (<http://www.shcp.gob.mx>). Cabe mencionar que son sitios con información muy completa y actualizada. La información con la que trabajamos comprende el periodo que comienza en agosto de 1995 y termina en julio de 2004.

3.2. Topología del espacio de búsqueda

Como podemos ver, el modelo que buscamos depende de n variables, es decir, buscamos una función de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} tal que al evaluarla en los valores históricos antes mencionados, nos arroje la cotización al día hábil siguiente.

En términos matemáticos, nuestro proceso es una sucesión en el espacio topológico $\mathbb{R}^{(\mathbb{R}^n)}$, dado que tenemos una cantidad finita de puntos donde sabemos cuánto vale, no podemos hablar de convergencia de la sucesión, para ello es necesario definir un subespacio del espacio de búsqueda que nos lo permita.

Antes que nada necesitamos separar el conjunto de datos históricos en dos partes. La primera la utilizamos para hacer el búsqueda del modelo y la segunda para validar los resultados obtenidos, es decir, el conjunto de datos

históricos es la unión ajena de los datos para búsqueda y los de validación, lo representamos:

$$A = B \cup V, \quad B \cap V = \emptyset. \quad (3.1)$$

Donde A es el conjunto de datos históricos, B el conjunto de datos donde se hará la búsqueda del modelo y V es el conjunto de datos donde se hará la validación.

Sabemos la imagen de la función que buscamos en A , es decir los datos históricos son una función $h : A \rightarrow \mathbb{R}$, entonces, sea $X = \mathbb{R}^A$. A X lo dotamos con la topología de Tychonoff y ahora si podemos hablar de convergencia en X . Observemos que la topología que le dimos a X es la misma que la definida por la métrica que a cada par de elementos de A le asigna el máximo del valor absoluto de la diferencia de las imágenes. Pero al pensar a X con la topología inducida por la métrica, podemos pensar en que la sucesión tenga una convergencia uniforme, lo cual nos será de mucha utilidad. Más adelante daremos más detalles, pues es necesario definir varias cosas más sobre esta sucesión de funciones.

Al buscar una función de A en \mathbb{R} con expresión analítica, podemos automáticamente extenderla a una función en $\mathbb{R}(\mathbb{R}^n)$. Así que al haber hecho la restricción a A , no hemos perdido nada, al contrario, ganamos el poder pensar en convergencia de una sucesión.

3.2.1. La topología y el aprendizaje

Vecindades de h

Dado $r \in \mathbb{R}^+$ definimos

$$U_r = \{f \in X \mid \max\{|f(\vec{x}) - h(\vec{x})| \mid \vec{x} \in A\} \leq r\}, \quad (3.2)$$

entonces U_r es una vecindad abierta en X de h . Lo que nosotros buscamos es una sucesión de funciones que converjan a h puntualmente. Pero como queremos que en el proceso realmente haya un aprendizaje del comportamiento del tipo de cambio, necesitamos idear un mecanismo que propicie el aprendizaje; por lo tanto el conjunto B lo dividimos en otros dos ajenos, el primero lo usamos para buscar el modelo y el segundo para verificar que está aprendiendo el comportamiento del mercado cambiario, es decir:

$$B = F \cup C, \quad F \cap C = \emptyset \quad (3.3)$$

donde F es el conjunto que usamos para buscar el modelo y C será el conjunto donde verificamos lo aprendido. Dicho de otra forma, podemos pensar en que el modelo que buscamos tiene un periodo de *vida*, entonces el conjunto C lo usamos para ver la *longevidad* del modelo. Se verá más claramente cómo funcionará este proceso cuando presentemos la función de adaptación (fitness) propuesta para el problema.

Regresando al tema de la convergencia, lo que queremos es que el hecho de que la sucesión *converja en F* nos garantice que *converge en C* . Si esto sucede, podemos pensar entonces que realmente está aprendiendo el comportamiento del mercado. Concretamente, buscamos dos sucesiones, la primera $(f_n) \subset \mathbb{R}^A$ y la segunda $(r_n) \rightarrow 0 \subset \mathbb{R}^+$ decreciente tales que $f_n \in U_{r_n}$; de esta forma garantizamos que $(f_n) \rightarrow h$. No debemos olvidar que f_n tiene expresión analítica para toda $n \in \mathbb{N}$.

3.3. La función de aptitud

3.3.1. Factores que influyen en la selección de la función de aptitud

Quizá el punto más importante cuando se hace una búsqueda con algoritmos genéticos y programación genética es la elección de la codificación del problema. En el caso de la programación genética esto se traduce en la elección adecuada de las variables y funciones; el segundo punto más importante es la elección adecuada de la función de aptitud, sobre todo porque no siempre es obvio qué función debe de usarse. En esta sección presentamos la función de aptitud propuesta y justificamos el por qué esta función es útil.

Como mencionamos en la parte anterior, buscamos minimizar el error de predicción y extender el tiempo de vida del modelo. Veamos como se minimiza el primero.

Minimizar el error

Hemos visto que los algoritmos genéticos maximizan el valor de la función de aptitud. Sin embargo, nosotros nos enfrentamos al problema de minimizar, pero en realidad son el mismo problema desde el punto de vista matemático, pues al saber resolver uno de los dos tipos, automáticamente es posible resolver el otro tipo de problemas. Concretamente, minimizar una función es

maximizar la opuesta, es decir, la que toma en cada punto el opuesto aditivo del valor que tomaba la original.

Dadas $f, g \in \mathbb{R}^A$ y $D \subset A$ (f, g y D arbitrarios) denotamos por

$$d_D(f, g) = \max\{|f(\vec{x}) - g(\vec{x})| \mid \vec{x} \in D\}. \quad (3.4)$$

Pensemos por un momento que tenemos un conjunto de funciones $\{f_i \in \mathbb{R}^A \mid i \in I\}$ que comparamos contra h , entonces encontrar el mínimo de $\{d_F(f_i, h) \mid i \in I\}$ es lo mismo que encontrar el máximo de $\{-d_F(f_i, h) \mid i \in I\}$ y multiplicarlo por -1 . Pero nos será más útil encontrar el máximo de $\{1 - d_F(f_i, h) \mid i \in I\}$ después restarle 1 y multiplicarlo por -1 . Cuando presentemos concretamente la función de aptitud se verá por qué es más útil la última opción.

Dado $r \in \mathbb{R}$, $f \in \mathbb{R}^A$ y $D \subset A$ denotamos por

$$D_r^f = \{\vec{x} \in D \mid |f(\vec{x}) - h(\vec{x})| \leq r\}, \quad (3.5)$$

también denotamos por ${}_D k_r^f$ al cardinal de D_r^f . Entonces ${}_D k_r^f$ nos está diciendo cuántos elementos en D tienen la propiedad de que las imágenes de éstos al ser evaluados por f distan de la imagen bajo h en menos que r .

Presentamos ahora la función de aptitud para resolver el problema, dada una función $f \in \mathbb{R}^A$ su función de aptitud se calculará de la siguiente forma:

$$Fit(f) = (1 - d_F(f, h)) \times_C k_{1-d_F(f, h)}^f + d_F(f, h). \quad (3.6)$$

Veamos que esta función nos permite minimizar el error de predicción al tiempo que maximiza el tiempo de vida del modelo. El último sumando lo agregamos porque en el caso de que $1 - d_F(f, h)$ sea negativo, se tiene necesariamente que ${}_C k_{1-d_F(f, h)}^f$ es cero; entonces el último sumando nos permite seguir minimizando el error aún cuando éste sea mayor a 1 . Observemos que dada $f \in \mathbb{R}^A$ siempre es cierto que $Fit(f) \leq |B|$ y que h tiene la propiedad de que $Fit(h) = |B|$. Es decir si en nuestra búsqueda encontramos una función cuya función de fitness es el cardinal de B , quiere decir que encontramos una expresión analítica para calcular h en B .

Tenemos algunas observaciones que hacer sobre la función de aptitud. Primero que nada justificar por qué minimizar el error máximo sobre la desviación estándar o el error promedio. La respuesta a esto es muy sencilla, el error promedio podría ser muy bajo, pero podría ser que el modelo que se encontrara se comportara de forma muy distinta a h en una cantidad

muy pequeña de puntos, lo cual vuelve al modelo poco confiable. En cambio minimizar el error máximo tiene dos consecuencias, la primera es que el error promedio es menor o igual que el error máximo, y la desviación estándar siempre es menor a la media en el caso de que todos los valores sean positivos, que es precisamente el caso en el que nos encontramos a partir de cierto punto en la búsqueda. La desventaja de la elección que hicimos es que esto sólo ocurrirá si de verdad el error máximo se hace muy chico y la longevidad del modelo es grande, pues de otra forma los resultados que arroje el modelo no serán confiables.

3.4. Los parámetros de la Programación Genética

Es importante una elección adecuada de los parámetros a usar con la programación genética, pues ellos influyen directamente en su desempeño. Para aprovechar mejor los recursos computacionales con los que se contaba para la ejecución del programa, se empleó un algoritmo genético multipoblación con elitismo para acelerar la velocidad de convergencia.

Los experimentos muestran que los parámetros que mejor funcionan son los siguientes:

- Probabilidad de Cruza: $P_c = 0,9$.
- Probabilidad de Mutación: $P_m = 0,011$.
- Gap generacional: $Ggap = 0,8$.

La función de fitness utilizada se obtuvo a partir de aplicar *ranking* a la función objetivo. Como se implementó el algoritmo para ejecutar varias instancias de forma paralela, se integró una modificación de elitismo al algoritmo, que lo que hacía era integrar en cada generación, al mejor individuo encontrado entre todas las instancias. Los tipos de árboles que se construyeron, se les permitió tener profundidad menor o igual a 10 y para cruza se les permitió tener profundidad hasta 12.

Estos valores se eligieron después de experimentos intensivos donde en cada ocasión se variaba sólo uno de ellos aplicando algoritmos genéticos a optimizar funciones variadas propuestas por diversos autores como una forma de evaluar las fortalezas y debilidades del método. Los valores elegidos

representan la mejor combinación de parámetros en términos de velocidad de convergencia. Después se experimentó con los mejores valores obtenidos en ese primer experimento y se eligieron los valores que reportaban mejores resultados.

Capítulo 4

Resultados

Durante la etapa de experimentación, se hicieron búsquedas con 37, 39, 43 y 64 variables. Revisamos únicamente los dos primeros que fueron los que mejores resultados arrojaron. El algoritmo arrojó los peores resultados cuando se hizo la búsqueda con 64 variables, el hecho de que en espacios de búsqueda más grandes se hayan obtenido peores resultados podría ser consecuencia de que el tamaño del espacio de búsqueda es exponencialmente más grande. Los mejores resultados obtenidos fueron con el conjunto de 39 variables, lo cual nos indica que no necesariamente sobran variables en este conjunto pues en tal caso sería muy probable haber obtenido mejores resultados con el conjunto de 37 variables.

4.1. Aspectos generales

Con cada conjunto de variables se hizo en promedio 5 experimentos. El algoritmo se ejecutó paralelamente en 4 computadoras. Inicialmente se experimentó en varias ocasiones con cada conjunto de variables una cantidad igual de generaciones, después se dió continuidad principalmente a los que habían obtenido los mejores resultados.

4.1.1. Función de aptitud

A partir de la experiencia en los primeros experimentos, la función de aptitud cambió en el proceso de búsqueda. Inicialmente se trabajó con la función de aptitud $Fit(f) = d_F(f, h)$ (ecuación 3.4). Después se cambió a

$Fit(f) = (1 - d_F(f, h)) \times_C k_{1-d_F(f, h)}^f + d_F(f, h)$ (ecuación 3.6) como se había propuesto inicialmente. Esto obedece a que a partir de cierto punto, el fitness observado en las poblaciones no rebasaba cierto valor que se encontraba todavía muy lejos de lo que se buscaba. El resultado obtenido al final rebasó mucho el límite observado en los experimentos anteriores.

Dado que los resultados de búsquedas con programación genética pueden estar saturados de información en lugar de ser modelos de un determinado fenómeno, se hizo un análisis del comportamiento de éstos contra los datos de validación y se seleccionó al que mejores resultados arrojaba en términos de predicción a plazos de 20 a 40 días hábiles y con errores menores al 3% y 5%. De esa forma, finalmente se eligieron los modelos que reportaban un mejor comportamiento con el mercado, es decir, se llevó un registro con los mejores individuos en cada punto de la ejecución del algoritmo y de esta población se eligió al mejor de ellos. Otra razón por la cual se tomó esta decisión es que en la parte final de la ejecución del algoritmo el fitness era muy cercano entre unos y otros.

4.2. Experimento con 37 variables

4.2.1. Tamaño de los individuos

Se observó durante la búsqueda del modelo que la cantidad de nodos por la que estaba constituido el mejor modelo encontrado hasta cierto punto durante la ejecución del algoritmo, no creció de manera desmesurada, es decir se encontraba distante del límite que había para ello. Por ejemplo, para árboles con una profundidad máxima de 30 niveles, se pueden encontrar individuos con más de 2^{30} nodos. Podemos observar que la cantidad de nodos que tenía cada individuo que se en la figura 4.1.

4.2.2. Evolución de la función objetivo

A partir del registro de los mejores individuos encontrados en cada momento se pudo construir la figura 4.2. Un suceso interesante es que al encontrar el individuo 862 se tiene la mejora más grande en términos del porcentaje que representó respecto al individuo anterior. Sin embargo, a partir de ese momento el tamaño de los individuos creció en mayor proporción a la forma en que creció la función objetivo, lo cual nos indica que se comenzaba a

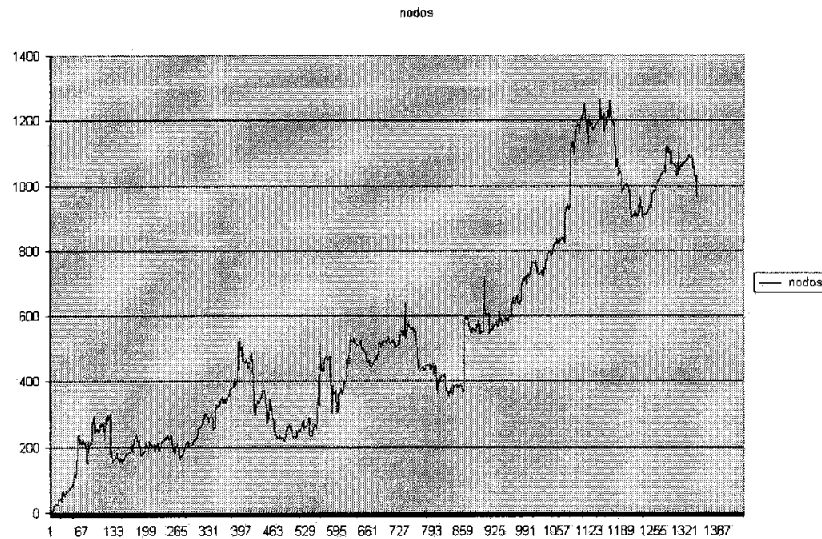


Figura 4.1: Tamaño de los modelos

saturar el modelo. Sin embargo, en ese punto el error promedio era todavía muy grande, lo cual impide considerarlo como un modelo *maduro* para el problema. La desventaja que tienen los demás modelos es que su tamaño es lo suficientemente grande como para saturarse de información, es decir, que más que modelar el problema, *almacenan* los datos de entrenamiento dentro del mismo modelo.

4.2.3. Error promedio

Para cada modelo que se iba encontrando, se llevaba un registro del error promedio que reportaba durante la totalidad del periodo de datos usados para la búsqueda del modelo. Uno de los objetivos al haber elegido la función de fitness como se hizo, era el ir reduciendo el error promedio de los modelos, el cual en términos generales se iba logrando conforme se incrementaba la función objetivo. Esto puede observarse en la figura 4.3.

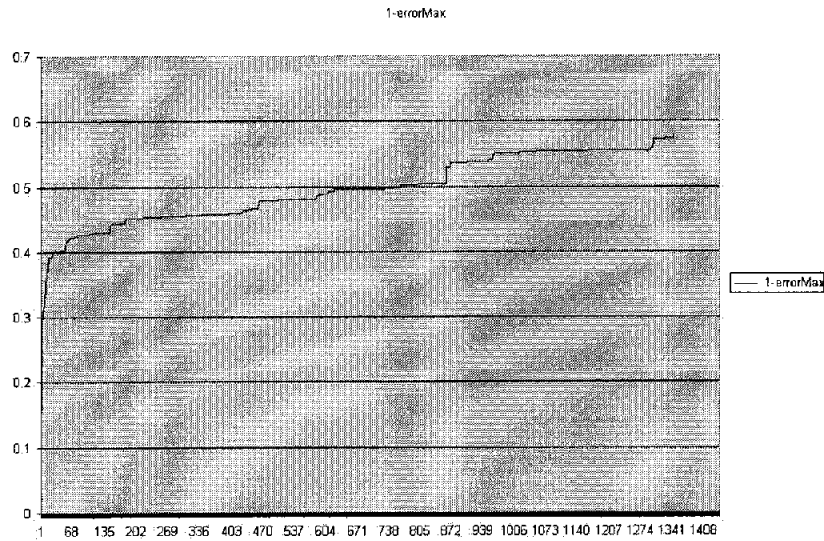


Figura 4.2: Función objetivo

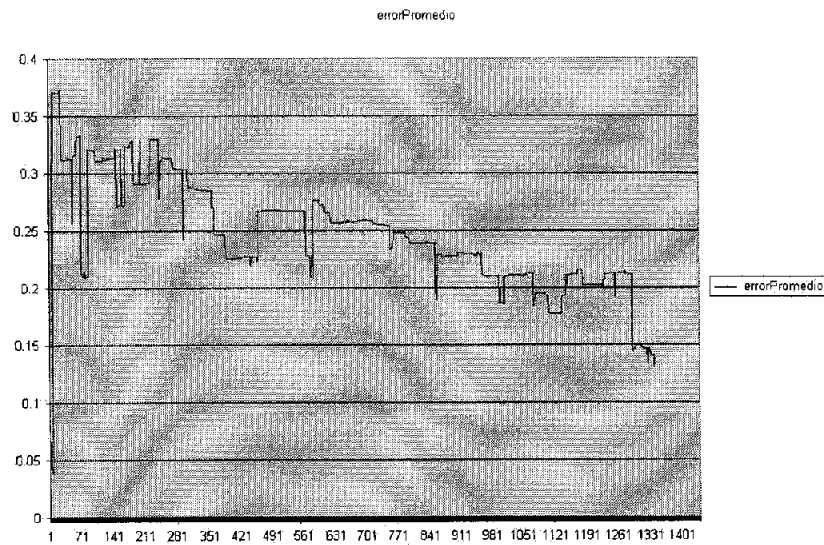


Figura 4.3: Error promedio

4.2.4. El modelo propuesto

Antes de revisar los datos concernientes al modelo, veamos algunos ejemplos del comportamiento que se esperaba de éste. En la siguiente tabla, podemos ver las imágenes esperadas de algunos valores históricos:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	...	
521.1	528.5	121598	118781	789.5	...	
521.1	528.5	121598	118781	789.5	...	
521.1	528.5	121598	118781	789.5	...	
762.7	762.7	278847	278847	867.5	...	
762.7	762.7	278847	278847	867.5	...	
762.7	762.7	278847	278847	867.5	...	
	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	...
	-0.99611977	-0.3235225	5	28.76	69.63	...
	-0.99611977	-0.3235225	5	28.76	69.63	...
	-0.99611977	-0.3235225	5	28.76	69.63	...
	-0.01128898	-0.01381174	4.73	6.57	71.61	...
	-0.01128898	-0.01381174	4.73	6.57	71.61	...
	-0.01128898	-0.01381174	4.73	6.57	71.61	...
	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	...
	64.27	308343	303076	18.5	1.7	...
	64.27	308343	303076	18.5	1.7	...
	64.27	308343	303076	18.5	1.7	...
	71.61	673432.4432	673432.4432	4.4	3.2	...
	71.61	673432.4432	673432.4432	4.4	3.2	...
	71.61	673432.4432	673432.4432	4.4	3.2	...
	X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	...
	9.9715	905227191	949514452	-4072.16848	-4072.16848	...
	9.9715	905227191	949514452	-4072.16848	-4072.16848	...
	9.9715	905227191	949514452	-4072.16848	-4072.16848	...
	11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
	11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
	11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...

X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	...
5685443004	5685443004	9066.6	9066.6	1460942.1	...
5685443004	5685443004	9066.6	9066.6	1460942.1	...
5685443004	5685443004	9066.6	9066.6	1460942.1	...
9821238263	9821238263	11643.1	11643.1	1714986.3	...
9821238263	9821238263	11643.1	11643.1	1714986.3	...
9821238263	9821238263	11643.1	11643.1	1714986.3	...
X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_{30}	...
1460942.1	61722.5	6.5	6.71	7.23	...
1460942.1	61722.5	6.71	7.23	6.6	...
1460942.1	61722.5	7.23	6.6	6.25	...
1714986.3	58588.9	7.9605	7.963	7.954	...
1714986.3	58588.9	7.963	7.954	7.945	...
1714986.3	58588.9	7.954	7.945	7.949	...
X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	...
6.6	6.25	6.38	6.56	6.9	...
6.25	6.38	6.56	6.9	7.25	...
6.38	6.56	6.9	7.25	6.78	...
7.945	7.949	7.942	7.915	7.9	...
7.949	7.942	7.915	7.9	7.966	...
7.942	7.915	7.9	7.966	7.973	...
X_{36}	X_{37}	$h(\mathbf{X})$	Fecha		
7.25	6.78	7.01	22/03/1995		
6.78	7.01	7.05	23/03/1995		
7.01	7.05	6.83	24/03/1995		
7.966	7.973	7.93	24/06/1997		
7.973	7.93	7.941	25/06/1997		
7.93	7.941	7.957	26/06/1997		

No damos una descripción explícita del modelo encontrado, sin embargo la descripción de las variables utilizadas la podemos ver en la siguiente tabla:

Variable	Descripción
X_1	Base monetaria de Estados Unidos 2 meses antes
X_2	Base monetaria de Estados Unidos 1 mes antes
X_3	Base Monetaria de México 2 meses antes
X_4	Base Monetaria de México 1 mes antes
X_5	Deuda externa del sector público mexicano 1 mes antes
X_6	Inflación de las exportaciones 1 mes antes
X_7	Inflación de las importaciones 1 mes antes
X_8	Tasa de interés de los bonos estatales de Estados Unidos 1 mes antes
X_9	Tasa de interés de los bonos estatales de México 1 mes antes
X_{10}	Reserva internacional de Estados Unidos 2 meses antes
X_{11}	Reserva internacional de Estados Unidos 1 mes antes
X_{12}	Reserva internacional de México 2 meses antes
X_{13}	Reserva internacional de México 1 mes antes
X_{14}	Inflación en México 1 mes antes
X_{15}	Inflación en Estados Unidos 1 mes antes
X_{16}	Cotización promedio del dólar 1 mes antes
X_{17}	Valor de las acciones de la BMV 2 meses antes
X_{18}	Valor de las acciones de la BMV 1 mes antes
X_{19}	Balanza de pagos 2 meses antes
X_{20}	Balanza de pagos 1 mes antes
X_{21}	Demanda de dinero en México 2 meses antes
X_{22}	Demanda de dinero en México 1 mes antes
X_{23}	PIB de Estados Unidos 2 meses antes
X_{24}	PIB de Estados Unidos 1 mes antes
X_{25}	PIB de México 2 meses antes
X_{26}	PIB de México 1 mes antes
X_{27}	Deuda externa del sector privado 1 mes antes
X_{28}	Cotización del dólar 10 días antes
X_{29}	Cotización del dólar 9 días antes
X_{30}	Cotización del dólar 8 días antes
X_{31}	Cotización del dólar 7 días antes

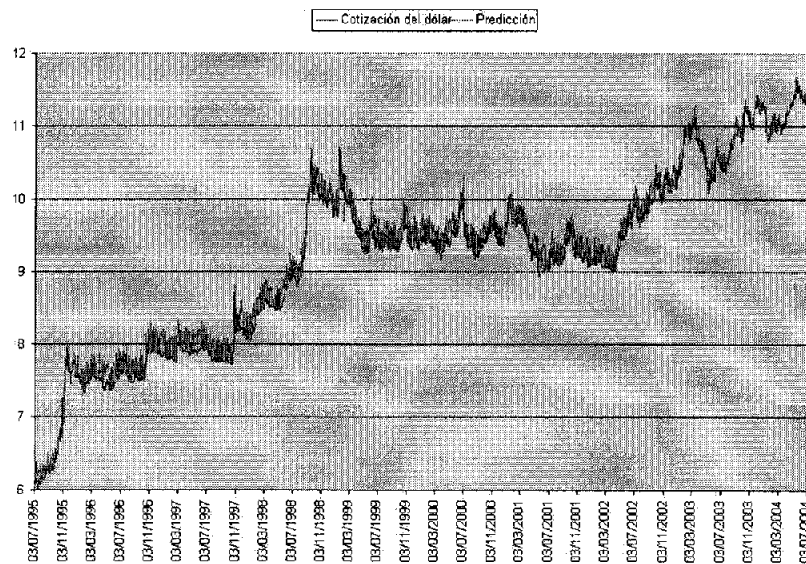


Figura 4.4: Comportamiento del modelo con datos históricos

Variable	Descripción
X_{32}	Cotización del dólar 6 días antes
X_{33}	Cotización del dólar 5 días antes
X_{34}	Cotización del dólar 4 días antes
X_{35}	Cotización del dólar 3 días antes
X_{36}	Cotización del dólar 2 días antes
X_{37}	Cotización del dólar 1 día antes

El modelo encontrado consta de 1035 nodos y tiene una profundidad de 30 niveles, reportó un error promedio de 1.74% y desviación estándar de 1.29 con los datos de entrenamiento y de 0.87% de error promedio y una desviación estándar de 0.72 con los datos de validación. Su error máximo con los datos de entrenamiento fue de 6.17% y 3.4% con los de validación.

El comportamiento del modelo alimentándolo con datos históricos incluidos los de validación puede apreciarse en la figura 4.4. En la figura 4.5 puede observarse el comportamiento del modelo con los datos de validación.

Los últimos experimentos que se hicieron, fueron alimentar el modelo con los datos de salida del mismo modelo, para verificar qué tan preciso es el modelo. El experimento consistió en alimentarlo con los datos que el mismo

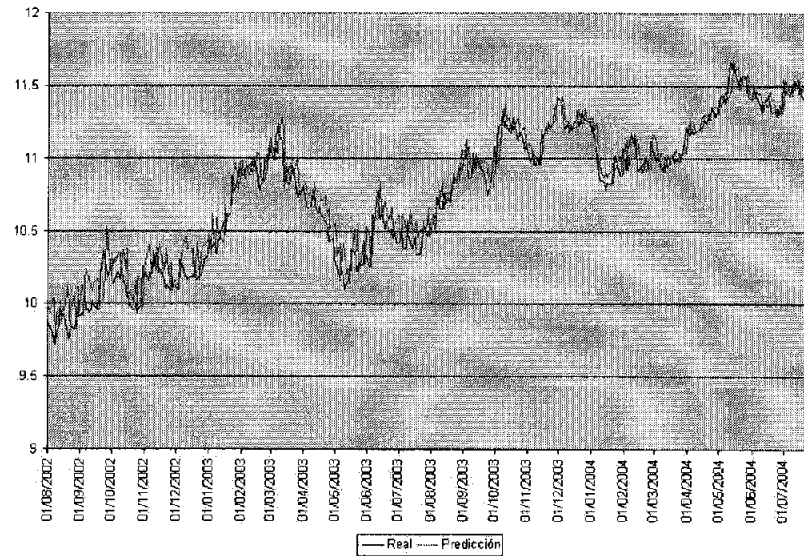


Figura 4.5: Comportamiento del modelo con los datos de validación

arrojaba durante periodos de 20 y 40 días hábiles.

Para el primer caso, el modelo reportó un promedio de 1.8% con una desviación estándar de 1.85. En la figura 4.6 puede apreciarse de forma visual el comportamiento del modelo. Un resultado bastante bueno es que el modelo es capaz de predecir devaluaciones del 5% o más con tres semanas de anticipación. En un 50.19% de los casos predice correctamente si el dólar sube o baja de precio, lo cual puede ser bastante útil cuando se van a cambiar cantidades fuertes. Para el experimento de predicción de 40 días hábiles, el error promedio fue de 2.03% con una desviación estándar de 2.12 y en un 50.79% de los casos el modelo predijo correctamente si la cotización del dólar subía o bajaba.

4.3. Experimento con 39 variables

4.3.1. Tamaño de los individuos

Se observó durante la búsqueda del modelo que la cantidad de nodos por la que estaba constituido el mejor modelo encontrado hasta cierto punto durante

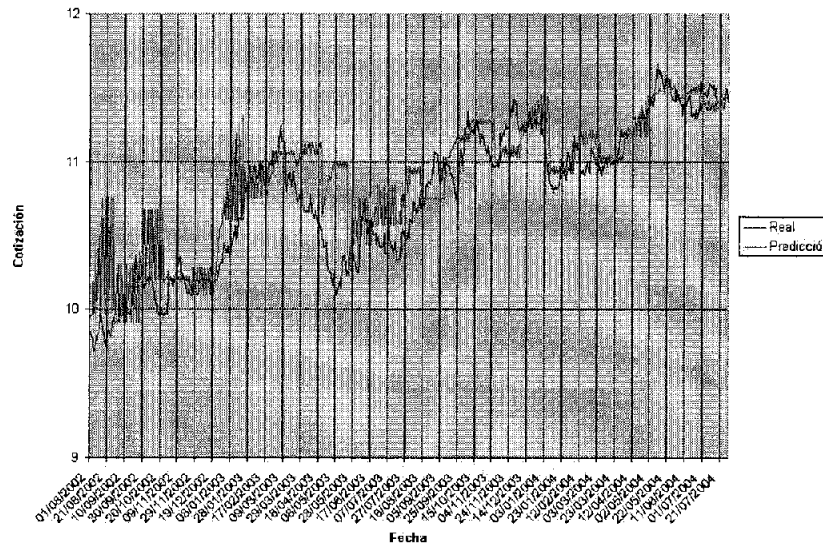


Figura 4.6: Comportamiento del modelo con los datos de validación

la ejecución del algoritmo no creció de manera desmesurada, es decir, se encontraba distante del límite que había para ello. Por ejemplo, para árboles con una profundidad máxima de 10 niveles, se pueden encontrar individuos con más de 2000 nodos. Podemos observar la cantidad de nodos que tenía cada individuo en la figura 4.7.

4.3.2. Evolución de la función objetivo

A partir del registro de los mejores individuos encontrados en cada momento se pudo construir la figura 4.8. Es interesante observar que el momento donde los nodos sufren una reducción significativa, es el momento donde la función objetivo comienza a mejorar sus valores casi en un 40 % hacia el final del algoritmo.

4.3.3. Error promedio

Para cada modelo que se iba encontrando, se llevaba un registro del error promedio que reportaba durante la totalidad del periodo de datos usados para la búsqueda del modelo. Uno de los objetivos al haber elegido la función de

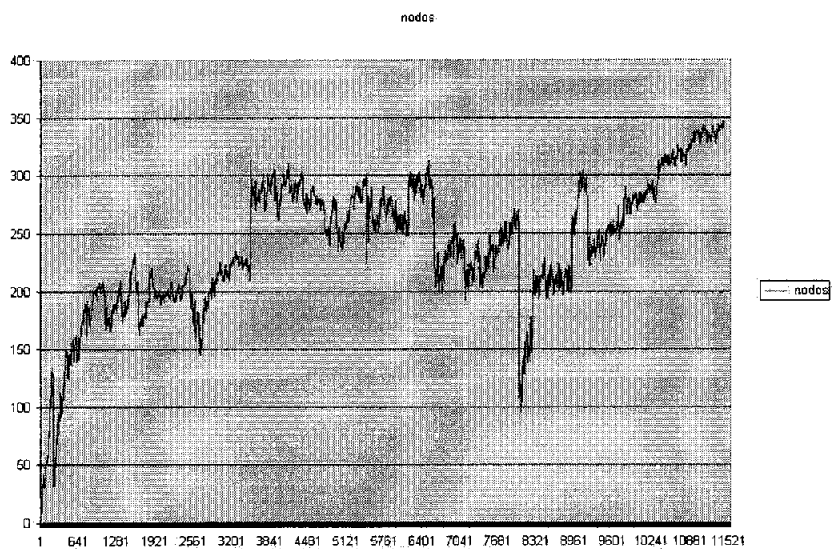


Figura 4.7: Tamaño de los modelos

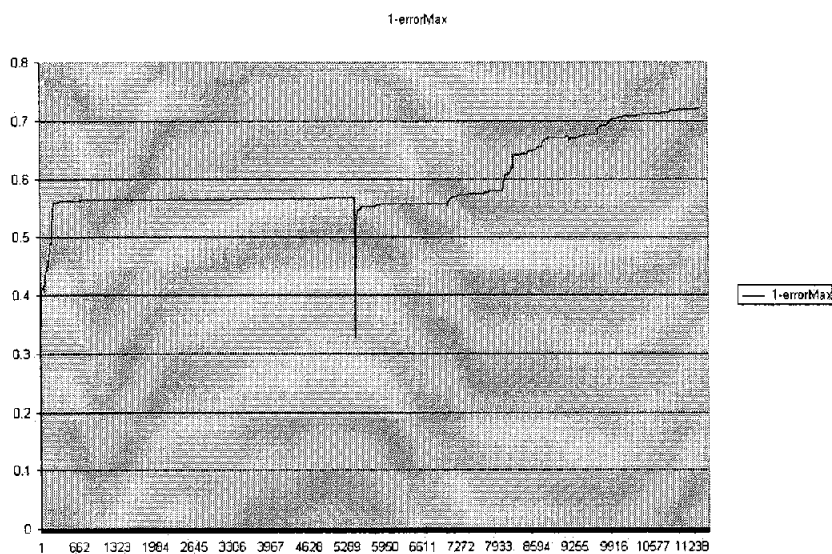


Figura 4.8: Función objetivo

X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	...
-0.01128898	-0.01128898	-0.01381174	-0.01381174	4.73	...
-0.01128898	-0.01128898	-0.01381174	-0.01381174	4.73	...
-0.01128898	-0.01128898	-0.01381174	-0.01381174	4.73	...
-0.01128898	-0.01128898	-0.01381174	-0.01381174	4.73	...
-0.01128898	-0.01128898	-0.01381174	-0.01381174	4.73	...
-0.01128898	-0.01128898	-0.01381174	-0.01381174	4.73	...
X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	...
6.57	71.61	71.61	673432.4432	673432.4432	...
6.57	71.61	71.61	673432.4432	673432.4432	...
6.57	71.61	71.61	673432.4432	673432.4432	...
6.57	71.61	71.61	673432.4432	673432.4432	...
6.57	71.61	71.61	673432.4432	673432.4432	...
6.57	71.61	71.61	673432.4432	673432.4432	...
X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}	...
4.4	4.4	3.2	3.2	11.3823	...
4.4	4.4	3.2	3.2	11.3823	...
4.4	4.4	3.2	3.2	11.3823	...
4.4	4.4	3.2	3.2	11.3823	...
4.4	4.4	3.2	3.2	11.3823	...
4.4	4.4	3.2	3.2	11.3823	...
X_{21}	X_{22}	X_{23}	X_{24}	X_{25}	...
11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
11.3823	1610722353	1610722353	-343.98756	-343.98756	...
X_{26}	X_{27}	X_{28}	X_{29}	X_{30}	...
9821238263	11643.1	1714986.3	58588.9	11.2085	...
9821238263	11643.1	1714986.3	58588.9	11.174	...
9821238263	11643.1	1714986.3	58588.9	11.245	...
9821238263	11643.1	1714986.3	58588.9	11.446	...
9821238263	11643.1	1714986.3	58588.9	11.4935	...
9821238263	11643.1	1714986.3	58588.9	11.4365	...

X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	...
11.174	11.245	11.215	11.248	11.35	...
11.245	11.215	11.248	11.35	11.341	...
11.215	11.248	11.35	11.341	11.335	...
11.4935	11.4365	11.396	11.396	11.443	...
11.4365	11.396	11.396	11.443	11.455	...
11.396	11.396	11.443	11.455	11.417	...
X_{36}	X_{37}	X_{38}	X_{39}	$f(\mathbf{X})$	Fecha
11.341	11.335	11.421	11.39	11.3515	02/12/2003
11.335	11.421	11.39	11.3515	11.2525	03/12/2003
11.421	11.39	11.3515	11.2525	11.236	04/12/2003
11.455	11.417	11.4215	11.5	11.49	28/07/2004
11.417	11.4215	11.5	11.49	11.418	29/07/2004
11.4215	11.5	11.49	11.418	11.398	30/07/2004

El modelo que se eligió como el que mejor representa el mercado cambiario peso-dólar, es el siguiente en notación prefija:

$$\begin{aligned}
 & f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{16}, \\
 & X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20}, X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24}, X_{25}, X_{26}, X_{27}, X_{28}, X_{29}, X_{30}, X_{31}, \\
 & X_{32}, X_{33}, X_{34}, X_{35}, X_{36}, X_{37}, X_{38}, X_{39}) = \\
 & +(/(\cos(\cos(+((\%(+(+(X_{22}, X_{34}), X_{32}), /((+(X_7, X_{31}), X_{32}))) \\
 & , +((+(X_6, X_6), +(\arctan(X_{16}), X_{30}))), +((+(X_{18}, X_{37}), +((+(X_9, X_{17}), X_{27})))))) \\
 & , +(\%(+(sqrt(\cos(+((+(X_{27}, X_{38}), +((X_1, X_{21}))))), +((+(+(+(X_6, X_{17}) \\
 & , \%(X_{32}, X_{39})), X_{37}, X_{15}))), +((X_{16}, +(X_7, X_{37}))) \\
 & , +(\%(+(+(+(+(X_{11}, X_{37}), X_{13}), +((+(X_{38}, X_{33}), sqrt(X_{27}))), +((+(+(X_{39}, X_{34}) \\
 & , +(X_{24}, X_{18}))), +((+(X_{39}, X_{35}), X_7))), +(\%(+(X_5, X_{39}), /((+(X_6, X_{31}), X_{36})) \\
 & sqrt(+((X_{38}, X_{35}))))), floor(floor(sqrt(+(\arctan(X_{18}), +(X_{30}, X_6))))))))) \\
 & , +(/(\cos(+((+(+(+(X_7, +(X_8, X_6)) \\
 & , +(X_{34}, \arctan(X_{31}))), floor(*((+(X_{12}, X_2), -(X_{36}))))), \\
 & +(X_{28}, \%(+(+(X_{19}, X_4), +(X_2, X_{19})), +(X_{38}, -(X_{39})))))), \\
 & +(\arctan(+((tan(+((X_{32}, X_{17})))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& , -(+(X_{35}, X_{16})), +(+((+(X_{31}, X_8), X_{34}), \tan(+ (X_{30}, X_{16})))) \\
& , +(+((+(X_{21}, \arctan(+ (X_{25}, X_{25}))), \text{sen}(+ (* (X_{35}, X_{12}), X_{32}))) \\
& \quad , X_{16})), +(/(\cos(+ (X_{16}, +(X_8, X_3)), +(+(- (X_{37}) \\
& , \text{pow}(X_{31}, X_{17})), \cos(+ (X_{16}, X_{27}))))), +(+((+(\cos(X_{18}), \text{sen}(X_{16})) \\
& \quad , +(\tan(X_4), \% (X_9, X_3))), +(+(\text{sen}(X_{10}), +(X_8, X_8)), \text{min}(/ (X_{24} \\
& \quad , X_{18}), +(X_{35}, X_{20}))), +(+((+((X_{19}, X_9), +(X_9, X_8)), +(+ (X_9, X_9) \\
& \quad , +(X_{12}, X_{12}))), +(\cos(+ (X_{14}, X_{12})), \cos(+ (X_{14}, X_2)))))) \\
& , +(/(\cos(+ (+(+(X_{32}, X_{11}), +(X_{19}, X_{15})), +(+ (X_{28}, X_9), +(X_{37}, X_{34})))) \\
& \quad , +(\text{sqrt}(+ (+(X_5, X_{29}), +(X_2, X_{38}))), +(+ (X_{11}, X_{38}), +(+ (X_{21}, X_{20}) \\
& \quad , X_{25}))))), +(/(+ (+(+(X_{15}, X_{14}), +(X_{28}, X_4)), +(+ (X_4, X_{29}) \\
& \quad , +(X_{14}, X_7))), +(+ (+(X_{22}, X_{36}), +(X_{29}, X_{28})), +(X_{12}, +(X_{36}, X_{36})))) \\
& \quad , +(/(+ (+(X_{19}, X_{28}), +(X_{14}, X_{15})), +(+ (X_{23}, X_{28}), X_2), X_{38}))))))
\end{aligned}$$

La descripción de las variables la podemos ver en la siguiente tabla:

Variable	Descripción
X_1	Base monetaria de Estados Unidos 2 meses antes
X_2	Base monetaria de Estados Unidos 1 mes antes
X_3	Base Monetaria de México 2 meses antes
X_4	Base Monetaria de México 1 mes antes
X_5	Deuda externa del sector público 1 mes antes
X_6	Inflación en las exportaciones 2 meses antes
X_7	Inflación en las exportaciones 1 mes antes
X_8	Inflación en las importaciones 2 meses antes
X_9	Inflación en las importaciones 1 mes antes
X_{10}	Tasa de interés en los bonos estatales de Estados Unidos 1 mes antes
X_{11}	Tasa de interés en los bonos estatales de México 1 mes antes
X_{12}	Reserva internacional de Estados Unidos 2 meses antes
X_{13}	Reserva internacional de Estados Unidos 1 mes antes
X_{14}	Reserva internacional de México 2 meses antes
X_{15}	Reserva internacional de México 1 mes antes
X_{16}	Inflación en México 2 meses antes
X_{17}	Inflación en México 1 mes antes
X_{18}	Inflación en Estados Unidos 2 meses antes
X_{19}	Inflación en Estados Unidos 1 mes antes
X_{20}	Cotización promedio del dólar 2 meses antes
X_{21}	Cotización promedio del dólar 1 mes antes
X_{22}	Valor de las acciones de la Bolsa Mexicana de Valores 2 meses antes
X_{23}	Valor de las acciones de la Bolsa Mexicana de ValoresBMV 1 mes antes
X_{24}	Balanza de pagos mexicana 2 meses antes
X_{25}	Balanza de pagos mexicana 1 mes antes
X_{26}	Demanda de dinero en México 1 mes antes
X_{27}	Producto Interno Bruto de Estados Unidos 1 trimestre antes
X_{28}	Producto Interno Bruto de México 1 trimestre antes
X_{29}	Deuda externa privada 1 mes antes
X_{30}	Cotización del dólar 10 días antes
X_{31}	Cotización del dólar 9 días antes

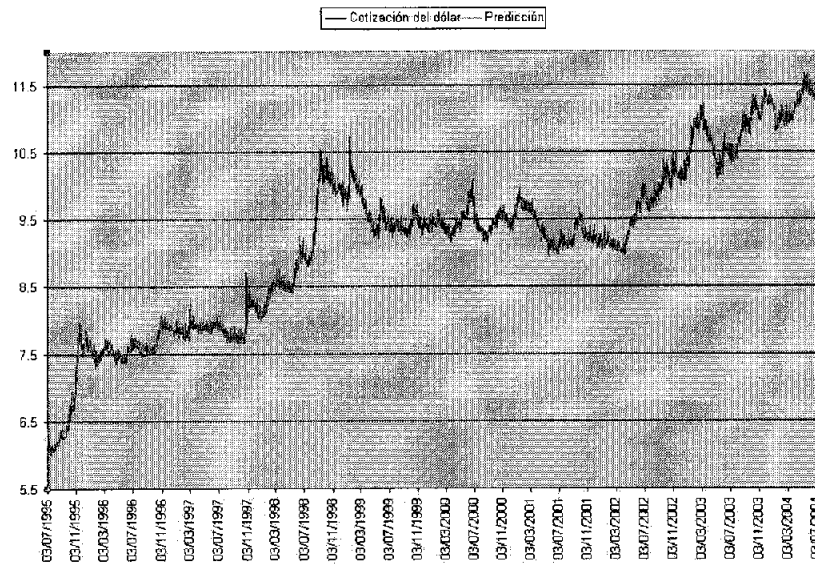


Figura 4.10: Comportamiento del modelo con datos históricos

Variable	Descripción
X_{32}	Cotización del dólar 8 días antes
X_{33}	Cotización del dólar 7 días antes
X_{34}	Cotización del dólar 6 días antes
X_{35}	Cotización del dólar 5 días antes
X_{36}	Cotización del dólar 4 días antes
X_{37}	Cotización del dólar 3 días antes
X_{38}	Cotización del dólar 2 días antes
X_{39}	Cotización del dólar 1 día antes

Este modelo consta de 340 nodos y tiene una profundidad de 10 niveles, reportó un error promedio de 0.81% y desviación estándar de 0.66 con los datos de entrenamiento y de 0.75% de error promedio y una desviación estándar de 0.59 con los datos de validación. Su error máximo con los datos de entrenamiento fue de 4.24% y 3.5% con los de validación.

El comportamiento del modelo alimentándolo con datos históricos incluidos los de validación puede apreciarse en la figura 4.10. En la figura 4.11 puede observarse el comportamiento del modelo con los datos de validación.

El último experimento que se hizo fue alimentar el modelo con los datos de

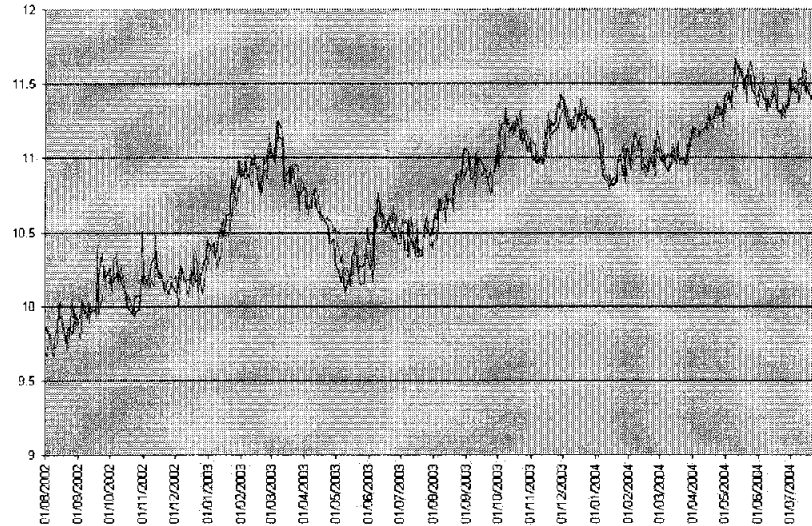


Figura 4.11: Comportamiento del modelo con los datos de validación

salida del mismo modelo, para verificar su utilidad. El experimento consistió en alimentarlo con los datos que el mismo arrojaba durante periodos de 20 días hábiles. Durante este proceso, el modelo reportó un error promedio de 1.77% con una desviación estándar de 1.36, en la figura 4.12. Un resultado bastante bueno es que el modelo es capaz de predecir devaluaciones del 5% o más con tres semanas de anticipación. En un 48.61% de los casos predice correctamente si el dólar sube o baja de precio, lo cual puede ser bastante útil cuando se van a cambiar cantidades fuertes. Para el caso de predicciones en periodos de 40 días hábiles, el modelo reportó un error promedio de 1.97% con una desviación estándar de 1.73, este comportamiento se puede apreciar mejor en la figura 4.13, en este caso el modelo predijo correctamente en un 48.01% de los casos si el dólar subía o bajaba de precio.

4.4. Conclusiones

Los experimentos realizados muestran resultados que dan lugar a la posibilidad de dar continuidad al presente trabajo, sobre todo si tomamos en cuenta que el problema que abordamos tiene un alto grado de complejidad, en [5] y [17] se puede encontrar un análisis al respecto.

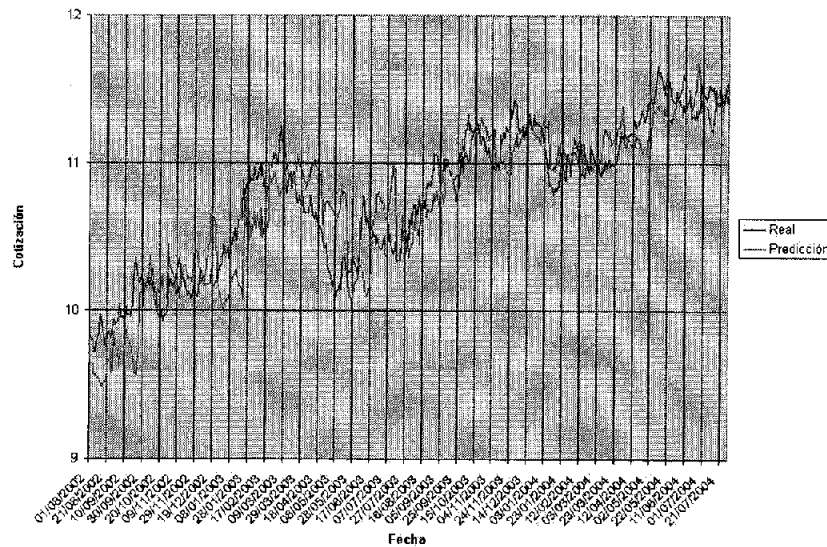


Figura 4.12: Comportamiento del modelo con los datos de validación

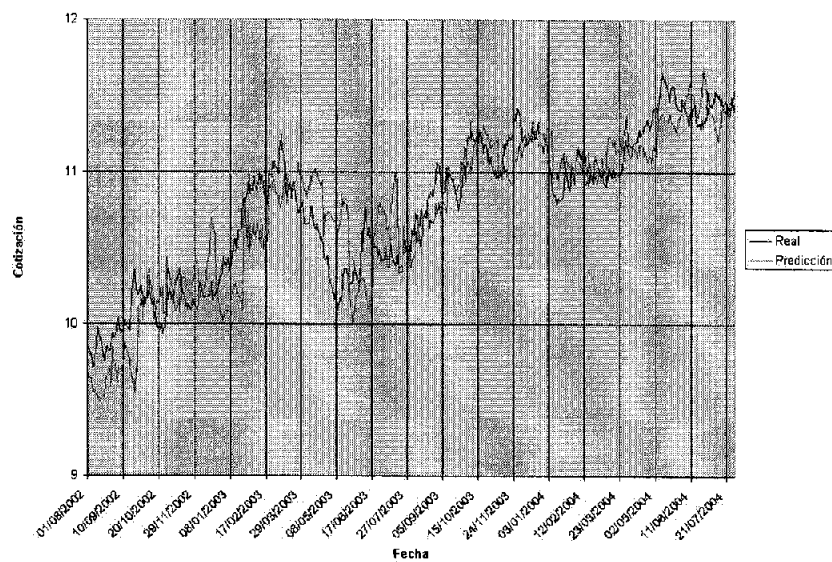


Figura 4.13: Comportamiento del modelo con los datos de validación

Resumiendo, se presenta una nueva forma de atacar el problema intentando construir un modelo matemático para poder tener una descripción cualitativa del fenómeno y al mismo tiempo poder estimar las variaciones cuantitativas en el futuro cercano. Se describe brevemente en qué consiste la técnica y se realizó un análisis de las razones por las cuales la convergencia con la topología propuesta garantiza la obtención de un modelo confiable y preciso.

Se pudo observar que el resultado obtenido tiene un buen grado de confiabilidad con un margen de error reducidos. De la misma manera se deben analizar los resultados obtenidos por otros experimentos, otras técnicas y el análisis teórico realizado por los especialistas económicos y financieros para reunir las fortalezas de cada técnica y construir una herramienta de mayor confiabilidad.

Entre las ventajas de utilizar esta técnica se encuentra el hecho de que permite construir a partir de datos históricos y de una adecuada selección de las variables un modelo para el mercado cambiario peso-dólar. Esto tiene dos aplicaciones inmediatas, la primera es tener una herramienta teórica desde el punto de vista económico que puede incorporarse a las ya existentes. La segunda es que esta herramienta es útil para predecir el comportamiento del mercado en períodos de hasta un mes y medio, con un margen de error reducido.

4.4.1. Trabajo futuro

Este como cualquier otro trabajo es susceptible de mejoras sustanciales. Un posible camino para hacer esto es formar un equipo interdisciplinario en el que especialistas en inteligencia artificial y economía aporten los conocimientos en los que tienen mayor experiencia y dominio, de tal forma que sea posible construir mejores modelos económicos de las demás variables macroeconómicas que intervienen en el tipo de cambio. Pues como vimos este fenómeno depende de muchas otras variables sobre las que no se realizó estudio alguno. Si se tuviera un modelo para cada variable, se podría mejorar la comprensión del papel que juega cada variable en la economía nacional. Conjuntamente podrían desarrollarse modelos para otras economías y analizar los puntos comunes que se obtenga en cada uno para de esta forma construir un modelo más abstracto. Adicionalmente, podría extenderse el conjunto de variables para de alguna forma incluir todas aquellas que por no estar dentro del alcance de este trabajo no fueron incluidas, como por ejemplo el efecto

que las decisiones políticas tienen sobre el tipo de cambio, entre otras.

Por otro lado estas mismas técnicas podrían utilizarse para modelar los mercados financieros, fenómenos naturales como los flujos solares, eólicos, procesos biológicos, etc. Sin embargo para estos casos de estudio sería necesario desarrollar una técnica para asegurar que el resultado se arroje en las unidades adecuadas, porque la exigencia de este tipo de experimentos así lo requiere.

Podemos ver que el rango de aplicación de estas técnicas es muy amplio y variado, además brindan herramientas de muy buena calidad, siempre y cuando los problemas se planteen de forma adecuada y se cuente con una capacidad de cómputo suficiente para la complejidad del fenómeno que se quiera analizar.

Bibliografía

- [1] Bhattacharyya, Siddhartha, Pictet, Olivier V. Zumbach, Gilles: *Knowledge-Intensive Genetic Discovery in Foreign Exchange Markets*, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, no. 2, 2002.
- [2] Bilson, John F. O.: *The Monetary Approach to Exchange Rate: Some Empirical Evidence*, Staff Papers, Fondo Monetario Internacional, 1978.
- [3] Bollerslev, T. *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Journal of Econometrics 31: 307-327, 1986.
- [4] Chen, Shu-Hen: *Genetic Algorithms and Genetic Programming in Computational Finance*, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [5] Da Silva, Sergio: *Chaos and Exchange Rates* Estudos Empresariais 6(1), pp. 9-15, 2001
- [6] Heller, H. Robert: *International Monetary Economics*, Prentice Hall, 1974.
- [7] J.P. Morgan, *RiskMetricsTM Technical Document, Part II: Statistics of Financial Market Returns*, 4th edition, New York, 1996.
- [8] Koza, John R: *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*, The MIT Press.
- [9] Lawrenz, C.y Westerhoff, F.: *Modeling Exchange Rate Behavior with a Genetic Algorithm*, Computational Economics 21, 2003.
- [10] Marx, Carlos: *El Capital: Crítica de la economía política*, Fondo de Cultura Económica, 1959.

- [11] Mirzoev, Tokhir: *A Dynamic Model of Endogenous Exchange Rate Pass-Through*, Mayo 31 de 2004.
- [12] Lawrenz, Claudia y Westerhoff, Frank: *Explaining Exchange Rate Volatility with a Genetic Algorithm*, 6th International Conference of the Society for Computational Economics on Computing in Economics and Finance, 2000.
- [13] Levi, Maurice D.: *Finanzas Internacionales, Tercera Edición*, McGraw-Hill, 1996.
- [14] Neely, Christopher, Weller, Paul y Dittmar, Robert: *Is Technical Analysis in the Foreign Exchange Market Profitable? A Genetic Programming Approach*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1997.
- [15] Neely, Christopher y Weller Paul: *Predicting Exchange Rate Volatility: Genetic Programming vs. GARCH and RiskMetricsTM*, Federal Reserve Bank of St. Louis, 21 de septiembre de 2001.
- [16] Mc Kinnon, Ronald: *Money in International Exchange: The Convertible Currency System* Oxford University Press, 1979.
- [17] Rossi, Barbara: *Are Exchange Rates Really Random Walks? Some Evidence Robust to Parameter Instability*, <http://www.econ.duke.edu/brossi/>, 2005.
- [18] Oficina de Relación con Inversionistas: *La Comisión de Cambios Anuncia Adecuaciones al Mecanismo para Reducir el Ritmo de Acumulación de Reservas Internacionales*, Secretaría de Hacienda y Crédito Público, 12 de marzo de 2004.