



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MEXICO**

---

---

**ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS  
PROFESIONALES**

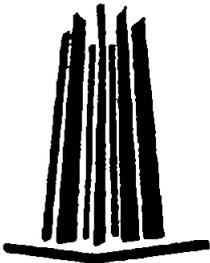
**ARAGÓN**

“SISTEMAS DE FLUJO A PRESIÓN: TUBERÍAS Y BOMBAS”

**T E S I S**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
KENNEDY IGNACIO ISAÍAS**

**ASESOR: ING. LUIS POMPOSO VIGUERAS MUÑOZ**



**MÉXICO**

**2005**

**m.340219**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
ARAGÓN  
DIRECCIÓN

KENNEDY IGNACIO ISAÍAS  
Presente

Con fundamento en el punto 6 y siguientes, del Reglamento para Exámenes Profesionales en esta Escuela, y toda vez que la documentación presentada por usted reúne los requisitos que establece el precitado Reglamento: me permito comunicarle que ha sido aprobado su tema de tesis y asesor.

TÍTULO:

"SISTEMAS DE FLUJO A PRESIÓN: TUBERÍAS Y BOMBAS"

ASESOR: Ing. LUIS POMPOSO VIGUERAS MUÑOZ

Aprovecho la ocasión para reiterarle mi distinguida consideración.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"

San Juan de Aragón, México, 30 de septiembre de 2004.

LA DIRECTORA

ARQ. LILIA TURCOTT GONZÁLEZ



C p Secretaria Académica  
C p Jefatura de Carrera de Ingeniería Civil  
C p Asesor de Tesis

LTG/AIR/agr

---

## **DEDICATORIAS**

### **A MIS PADRES:**

#### **OLIBERTO Y MARINA**

Por haber creído y tenido confianza en mí, sin ustedes no hubiera llegado hasta aquí. Gracias por los consejos, por las preocupaciones que les he hecho pasar, por todo lo que me han dado y por lo que solo ustedes saben han hecho por mí.

Por ustedes he aprendido a valorar las cosas, lo cual sin duda considero la herencia y satisfacción más grande que puedo tener.

Por haberme brindado todo su amor, confianza y su motivación, sin obtener nada a cambio, además de darme todo lo necesario para que yo estudiara y poder obtener un título.

### **A MIS HERMANOS:**

#### **FREDY, LETICIA, ERIKA, Y OLIBERTO**

Porque siempre he querido ser un gran ejemplo para ustedes, espero que esto les sirva como un estímulo para conseguir sus propósitos. Espero que aprendan de los errores y aciertos que he tenido para tratar de ser mejores.

Por todos los momentos...juntos, de todo corazón les deseo lo mejor del futuro.

### **AGRADECIMIENTO**

#### **ING. LUIS POMPOSO VIGUERAS MUÑOZ**

Por el apoyo y el tiempo brindado para la realización de este trabajo.

---

---

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO I. ANTECEDENTES	
1.1. EL AGUA EN LA HISTORIA .....	4
1.2. EL AGUA Y EL INGENIERO CIVIL .....	8
1.3. OBJETIVO .....	9
CAPÍTULO II. CONCEPTOS BÁSICOS	
2.1. DEFINICIÓN DE TUBOS A PRESIÓN .....	11
2.2. EMPLEO Y CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS .....	14
2.3. TEMPERATURA .....	16
2.4. PRESIÓN DE VAPOR .....	17
2.5. PESO ESPECÍFICO .....	17
2.6. DENSIDAD .....	17
2.7. DENSIDAD RELATIVA .....	19
2.8. VISCOSIDAD DINÁMICA Y CINEMÁTICA .....	19
2.9. TENSIÓN SUPERFICIAL, ADHESIÓN Y CAPILARIDAD ..	21
CAPÍTULO III. ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN TUBERÍAS	
3.1. GASTO .....	26
3.2. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD .....	26
3.3. ECUACIÓN DE LA ENERGÍA .....	27
3.4. PÉRDIDAS DE ENERGÍA POR FRICCIÓN .....	29
3.5. ECUACIÓN DE DARCY-WEISBACH .....	30
3.6. REGÍMENES DE FLUJO .....	36
3.6.1. FLUJO LAMINAR .....	42
3.6.2. FLUJO TURBULENTO .....	42
3.7. ECUACIÓN DE COOLEBROOK Y WHITE .....	44
3.7.1. TUBOS LISOS Y RUGOSOS .....	46
3.8. DIAGRAMA DE MOODY .....	53
3.9. ECUACIÓN DE HAZEN-WILLIAMS .....	55
3.10. PÉRDIDAS MENORES POR FRICCIÓN .....	57
3.11. MÉTODO DE LAS LONGITUDES EQUIVALENTES .....	61
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS	
4.1. SISTEMA DE TUBERÍAS EN SERIE Y EN PARALELO ...	66
4.2. SISTEMAS DE REDES DE TUBERÍAS .....	68
4.3. MÉTODO DE HARDY CROSS .....	68
4.4. PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER UNA RED HIDRÁULICA POR EL MÉTODO DE HARDY CROSS .....	75

---

---

4.4.1. EJEMPLO 4.1 .....	75
4.4.2. EJEMPLO 4.2 .....	83
4.5. MÉTODO DE HARDY CROSS: BALANCEO DE GASTOS POR CORRECCIÓN DE CARGAS .....	112
4.5.1 EJEMPLO 4.3 .....	114
CAPÍTULO V. APLICACIÓN DEL PROGRAMA LOOPS VER. 2 AL ANÁLISIS DE SISTEMAS DE REDES DE TUBERÍAS	
5.1. REQUERIMIENTOS DEL SISTEMA .....	123
5.2. INSTALACIÓN .....	123
5.3. MENÚS .....	127
5.4. EJEMPLO DE APLICACIÓN .....	129
CAPÍTULO VI. DISEÑO Y CUANTIFICACIÓN DE CRUCEROS	
6.1. PIEZAS ESPECIALES .....	149
6.2. CRUCEROS .....	149
6.3. INTERPRETACIÓN DE SÍMBOLOS .....	150
6.4. DISEÑO DE CRUCEROS .....	151
6.5. CUANTIFICACIÓN DE CRUCEROS .....	153
CAPÍTULO VII. SELECCIÓN Y OPERACIÓN DE EQUIPOS DE BOMBEO	
7.1. PARTES QUE COMPONEN UN SISTEMA DE BOMBEO ..	155
7.2. ALTURA GEOMÉTRICA .....	156
7.3. ALTURA MANOMÉTRICA .....	158
7.4. POTENCIA DE LA BOMBA .....	159
7.5. CLASIFICACIÓN DE BOMBAS .....	163
7.6. BOMBAS CENTRÍFUGAS .....	163
7.7. CARGA DE SUCCIÓN POSITIVA NETA (CSPN) .....	163
7.8. EFICIENCIA DE LA BOMBA .....	166
CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
8.1. CONCLUSIONES .....	171
8.2. RECOMENDACIONES .....	172
BIBLIOGRAFÍA .....	173

---

---

## INTRODUCCIÓN

Todas las sustancias que pueden fluir y circular son conducidas y distribuidas preferentemente a través de tuberías. El flujo de materia en tuberías se ha convertido en un importante concepto principalmente en la tecnología y economía. Desde siempre, la tubería ha cumplido su importante función como sistema de transporte en el abastecimiento público de agua.

En el capítulo I se explican algunas obras de conducción del agua que se han construido a lo largo de la historia y en diferentes culturas; así como su evolución, hasta la aparición de la primera obra de bombeo. También se explica el papel del ingeniero civil en la construcción de dichas obras.

El contenido del capítulo II es de mucha importancia, ya que se explica el concepto de tubos a presión, su empleo, características técnicas y sus propiedades.

El capítulo III tiene información acerca de las ecuaciones fundamentales de la hidráulica, como son: ecuación de continuidad, ecuación de la energía y ecuaciones que nos permiten calcular las pérdidas debidas a la fricción: ecuación de Darcy-Weisbach, ecuación de Hazen-Williams y ecuación para pérdidas menores. Estas teorías, en general, se han desarrollado para un líquido ideal inelástico, sin fricción, cuyas partículas siguen trayectorias suaves de flujo. Dado que el agua sólo se aproxima a ese líquido ideal, se utilizan coeficientes y fórmulas empíricos para describir con más exactitud el comportamiento del agua. Estos empirismos tienen el propósito de compensar todos los factores olvidados y desconocidos. No obstante, el relativo alto grado de dependencia en el empirismo no minimiza la importancia de una comprensión de la teoría básica. Dado que los problemas hidráulicos principales rara vez son idénticos a los experimentos de los cuales se obtuvieron los coeficientes empíricos, la aplicación de los fundamentos es, a menudo, el único medio disponible para el análisis y diseño.

---

En el capítulo IV se explican el análisis de: sistemas de tuberías en serie, sistemas de tuberías en paralelo y sistemas de redes de tuberías; y el desarrollo de las ecuaciones que las rigen. Se explican dos métodos para la solución de problemas de redes hidráulicas creadas por Hardy Cross.

En la práctica generalmente se presentan situaciones en las que deben estudiarse sistemas complejos de tuberías, compuestas por un conducto con sección variable, o varios conductos interconectados, tales como: tuberías en serie, en paralelo, ramificadas, o redes de tuberías. Para la resolución de los mismos suelen emplearse procesos laboriosos de tanteo cuando se trabaja en forma manual, por lo que la incorporación de la informática con nuevas metodologías de cálculo, contribuye a facilitar su estudio, para ello en el capítulo V se explica el uso del software Loops ver. 2, el cual nos permite resolver redes hidráulicas de tuberías mediante los métodos de: Darcy-Weisbach y Hazen Williams.

El capítulo VI está dedicado al diseño y cuantificación de cruceros. En esta sección se muestran los símbolos de piezas especiales, la interpretación de cruceros y su cuantificación.

El propósito de cualquier bomba es transformar energía mecánica o eléctrica en energía de presión. En el capítulo VII se expone el tema selección y operación de equipos de bombeo, así como las partes que componen un sistema de bombeo, entre otros; que se acompañan de algunos ejemplos para su mayor entendimiento.

Finalmente en el capítulo VIII se dan las conclusiones y recomendaciones al sistema de flujo a presión: tuberías y bombas.

---

## **CAPÍTULO I. ANTECEDENTES**

---

## I. ANTECEDENTES

### 1.1. EL AGUA EN LA HISTORIA

A partir de que el hombre aprende a convivir en grupo de manera sedentaria aparecen un sinnúmero de necesidades para lograr su asentamiento. Obligado por las condiciones adversas el hombre se procuró alimentos y defensa primero, techo y comodidades después. Una de sus prioridades fue la disposición de agua potable para sus requerimientos cotidianos. Para que esto fuera posible, el ser humano ha realizado desde tiempos inmemoriales multitud de obras de ingeniería destinadas a regular los ríos, protegerse de las inundaciones, canalizar los cauces, distribuir el agua para su propio consumo y para los regadíos, y, más recientemente, para garantizar la calidad del recurso y evitar su progresiva degradación.

El desarrollo de las primeras grandes culturas, Mesopotamia, India, y Egipto fue regulado, fortalecido y propiciado por grandes corrientes fluviales y era necesario un ajuste de la corriente que permitiera garantizar, a la ciudad, una aportación regulada de caudales mayores. En Siria y Babilonia se construyeron conducciones de albañilería y acueductos para acercar el agua desde sus fuentes a lugares próximos a las viviendas. Los antiguos pueblos orientales usaban arena y barro poroso para filtrar el agua. En el antiguo Egipto dejaban reposar el agua en vasijas de barro durante varios meses para dejar precipitar las partículas e impurezas, y mediante un sifón extraían el agua de la parte superior (decantación), en otras ocasiones incorporaban ciertas sustancias minerales y extractos vegetales para facilitar la precipitación de partículas y clarificar el agua (coagulación).

Uno de los acueductos de Jerusalén tenía mas de 32 km de longitud, en algunos tramos se servía de túneles excavados sobre las rocas y, en otros, de puentes de mampostería, cuyos arcos salvaban las quebradas o cruzaban los terrenos bajos. En el siglo VIII antes de J.C., los qanats, unos canales subterráneos artificiales que transportan el agua a grandes distancias fueron inventados por los habitantes de Urartu en la actual Turquía, para difundirse luego en Persia, Egipto, India, Grecia, en el Maghreb, en Canarias, etc.

En Europa los griegos fueron los primeros que construyeron acueductos. Los griegos de la escuela de Alejandría se especializaron en ingeniería hidráulica y consiguieron importantes avances en el estudio de sus leyes. Uno de los más conocidos de este grupo de expertos fue Eupalinos, quien diseñó un canal destinado a abastecer a la ciudad de Samos y que para su ejecución fue necesario construir un túnel de más de un kilómetro de longitud. La perforación se hizo desde las dos laderas del monte Kastron simultáneamente y el encuentro entre ambos túneles registró sólo una pequeña diferencia.

Sin embargo, más dignas de admiración son las obras romanas de conducción de agua, acueductos construidos salvando profundos valles, abriendo tajos en montañas y perforando túneles. Once acueductos importantes alimentaban a la ciudad al final del imperio. El agua disponible transportada por habitante alcanzaba en Roma aproximadamente los 1000 litros/día bajo el imperio de Trajano (98-117 después de J.C.) y esto sin contar las enormes pérdidas del sistema de acueductos. También disponían de una impresionante red de evacuación de las aguas residuales desde las casas, a través de las cloacas que formaban canales de hasta 66 centímetros de ancho y metro y medio de alto, y que constituye uno de los restos arqueológicos mejor conservados de la ciudad. Destacan los canales de abastecimiento que, en muchos casos, superaban las decenas de kilómetros de longitud, como en Lérida, Zaragoza o Toledo. Las obras para el abastecimiento de esta última ciudad fueron espectaculares; se construyó una presa, llamada "La Alcantarilla", y 50 kilómetros de canal que atravesaba la depresión del Tajo con un desnivel de unos 90 metros. El sistema de suministro de agua a la ciudad de Mérida, por tres vías distintas ilustra el alto grado que alcanzó la tecnología hidráulica romana. El embalse de Proserpina transportaba el líquido hasta la ciudad por el acueducto de los Milagros; a través del acueducto de San Lázaro se llevaba el agua de los manantiales de Rabo de Buey; y la tercera vía por la que Mérida se abastecía estaba formada por las galerías de captación y embalse de Cornalbo, con conducciones subterráneas y almacenamiento en depósitos cercanos a la ciudad.

Estudios recientes sobre el desarrollo de las sociedades Mesoamericanas indican que la agricultura de riego y la magnitud y complejidad de las obras hidráulicas guardan una estrecha relación con el desarrollo de esas sociedades.

Los restos más antiguos de construcciones hidráulicas en la América prehispánica datan del año 1200 antes de J.C., y son de una pequeña presa de unos tres metros de altura perteneciente a la cultura Olmeca, descubierta en el entorno de la confluencia de los ríos Mezcala y Amacuzán, en el estado de Guerrero, en México. De la misma época -hacia el año 900 antes de J.C.- son los Canales de Santa Clara Coatitlán en la zona norte de la ciudad de México, integrados en una extensa red de riegos, el mayor de los cuales tenía una longitud superior a los dos kilómetros. También se han encontrado numerosas presas de diverso tamaño e importancia, entre las que cabe citar las de Purrón (siglo VIII antes de J.C.) en el valle de Tehuacán en Puebla, la de Monte Albán Xoxocotlán (entre 550 y 400 antes de J.C.) en el entorno de Oaxaca y la del río Cuautitlán (hacia el siglo XV de nuestra era), destinada a desviar sus aguas a la cuenca del Tepetzotlán y a regar una extensión superior a las mil hectáreas.

Sin embargo, la obra hidráulica que causó la admiración de los conquistadores, y de Hernán Cortés en particular, fue la del sistema de abastecimiento a Tenochtitlán que, cuando llegaron los españoles, contaba con más de 400 000 habitantes. Esta ciudad, emplazada en el corazón de un lago, fue fundada en 1325 y se desarrolló hasta convertirse, a mediados del siglo XV, en la metrópoli de referencia del pueblo náhuatl. Se abastecía de agua a través de un canal que, desde los manantiales de las colinas de Chapultepec, llegaba al centro mismo de la ciudad atravesando el lago que la circundaba. Incluso construyeron un gran dique al oriente de la ciudad para evitar inundaciones, que desde aquel remoto tiempo ya se originaban en ésta área. Ese dique fue demolido por lo españoles para poder entrar con sus navíos de guerra por esa parte de la ciudad; nunca fue reconstruido y su destrucción ha sido la causa de las grandes inundaciones de la capital.

La civilización Maya Clásica construyó una extensa red de canales de irrigación y drenaje en el momento de su mayor desarrollo.

Por su parte, en América del Sur, las obras hidráulicas más relevantes de la época prehispánica se encuentran en la región andina, destacando los denominados camellones o waru waru, en los Andes septentrionales, que consistían en diques de tierra utilizados para formar compartimientos, estancos destinados a almacenar el agua de lluvia, que posteriormente era usada para regar. En la cuenca del río Guayas, en Ecuador, este procedimiento sirvió para regar amplias extensiones de terreno, que llegaron hasta las cincuenta mil hectáreas.

La cultura preincaica Chimú se desarrolló en el desierto costero de la región central de los Andes; para garantizar el abastecimiento de agua a las poblaciones y el riego de las zonas cultivadas tuvieron que construir importantes conducciones, entre los que destaca el Canal de la Cumbre, de unos cien kilómetros de longitud, que llevaba las aguas del río Chicama hasta la ciudad de Chán Chán. Los incas, conquistadores de los Chimú, heredaron el acervo hidráulico de éstos y los superaron con obras impresionantes como la acequia que mandó construir el Inca Viracocha (mediados del siglo XV), que llegó a tener más de 680 kilómetros de longitud.

A medida que las concentraciones urbanas fueron creciendo se hizo patente que el sistema de abastecimiento de agua de las ciudades era insuficiente. De tal calibre eran las limitaciones de los tradicionales sistemas de suministro que, por ejemplo, a partir del siglo XVIII, se dejaron de limpiar calles, plazas y espacios públicos para no desaprovechar el escaso y preciado líquido.

El problema fue encontrando soluciones lentamente; a lo largo de la primera y segunda industrialización se introdujeron mejoras técnicas que se extendieron de forma progresiva por todos los países, ciudades y pueblos. Los nuevos medios utilizados para mejorar el abastecimiento fueron de diversos tipos: técnicos, sanitarios, jurídicos y de gestión. Así, durante el siglo XIX se comenzaron a construir grandes conducciones, que posibilitaron el transporte de importantes volúmenes de agua, redes de distribución y depósitos para su

almacenamiento, así como numerosas instalaciones de elevación. También se crearon empresas y organismos de gestión del agua, como el Canal de Isabel II fundado por el primer ministro Juan Bravo Murillo en 1851 para dar agua a Madrid. Con todo ello, a mediados del siglo XIX, se consiguió que el suministro de agua llegara hasta extensas zonas de las más importantes ciudades.

El invento de la bomba en Inglaterra a mediados del siglo XVI impulsó las posibilidades de desarrollo de sistemas de suministro de agua. En Londres la primera obra de bombeo de agua se finalizó en el año de 1562. Se bombeaba agua de río a un embalse a unos 37 metros por encima del nivel del Támesis, y desde el embalse se distribuía a los edificios vecinos a través de tuberías aprovechando la fuerza de gravedad.

En resumen las poblaciones a lo largo del tiempo se han visto obligadas a ir mejorando sus sistemas de abastecimiento de agua. La calidad de vida depende en gran medida de estos sistemas y si bien se han conseguido muchas mejoras en el aprovisionamiento de agua potable, todavía hoy este es un tema que no está asegurado para más de 1 100 millones de personas en el mundo.

## **1.2. EL AGUA Y EL INGENIERO CIVIL**

El agua no se distribuye uniformemente en el tiempo y el espacio. A veces se encuentran grandes volúmenes lejos de los centros de población o cuando están próximas, pueden resultar impropias para el consumo. A veces, pequeños ríos tienen agua en condiciones satisfactorias, pero no son aprovechables porque en ciertas épocas del año, su flujo es nulo. En los casos de avenidas el volumen de sus aguas exige obras que no justifican el gasto económico de su construcción.

La responsabilidad del control y distribución de las aguas normalmente compete a los gobiernos y las comunidades, pero los aspectos técnicos de estas actividades encajan dentro de las responsabilidades del ingeniero civil. Le corresponde entre otras cosas, proyectar, construir y administrar las obras relacionadas con puertos, ríos, canales, presas, sistemas de irrigación y

---

## **CAPÍTULO II. CONCEPTOS FUNDAMENTALES**

---

## II. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

### 2.1. DEFINICIÓN DE TUBOS A PRESIÓN

Se le da el nombre de *tubo a presión*, a toda conducción cerrada, lleno por completo con fluido, en la cual el líquido que fluye está sometido a una presión variable, como se observa en la Figura 2.1, en donde los piezómetros indican las presiones en distintas secciones de la conducción.

Es necesario que el líquido esté aislado físicamente de la atmósfera circundante y que llene totalmente el interior de la tubería, como se muestra en la Figura 2.2 (a). En la Figura 2.2 (b), el contorno sólido del flujo está abierto a la atmósfera. En la Figura 2.2 (c), la tubería es cerrada pero el líquido llena sólo parcialmente el conducto. Entonces, sólo el primer caso es una conducción a presión; los otros dos, son conducciones libres o a *superficie libre*.

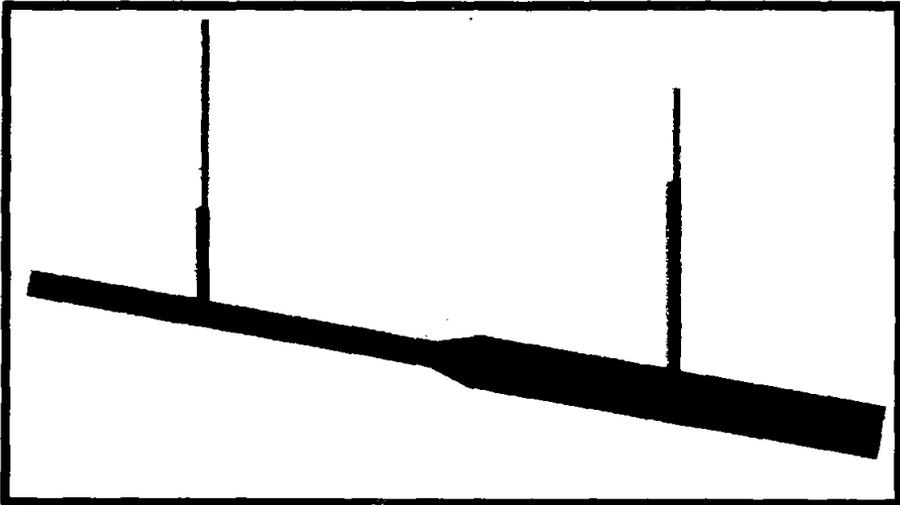


Figura 2.1. Tubo a presión, los piezómetros indican las presiones en distintas secciones de la conducción.

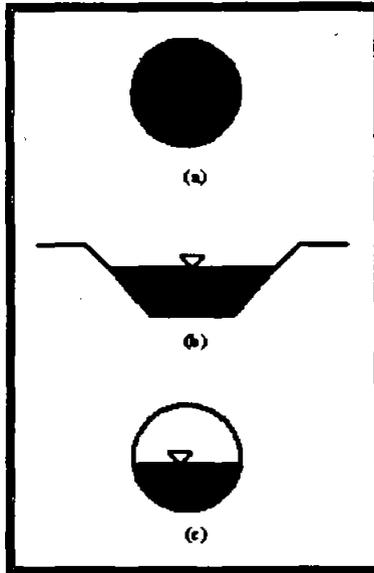


Figura 2.2. (a) Tubo a presión, (b) Canal abierto, (c) Tubo parcialmente lleno.

Las diferencias de altura de las presiones en un tubo forzado son capaces de mantener el fluido en movimiento, independiente de que el trazado de la conducción sea horizontal, descendente o ascendente, como se muestra en la Figura 2.3 (a); el flujo también puede ascender verticalmente. En cambio, en conducciones libres la fuerza que mantiene al fluido en movimiento es totalmente la gravedad, como se muestra en la Figura 2.3 (b).

El flujo en tubos a presión es unidimensional, porque las velocidades de las partículas tienen una misma dirección, que la del eje de tubería. No importa que ésta tenga cambios de alineación a lo largo de su recorrido; en general, basta que en cada sección transversal las velocidades sean paralelas para su enfoque como flujo unidimensional. Esto representa una gran ventaja, ya que el flujo *bi* o *tridimensional* requiere un tratamiento analítico mucho más complejo.

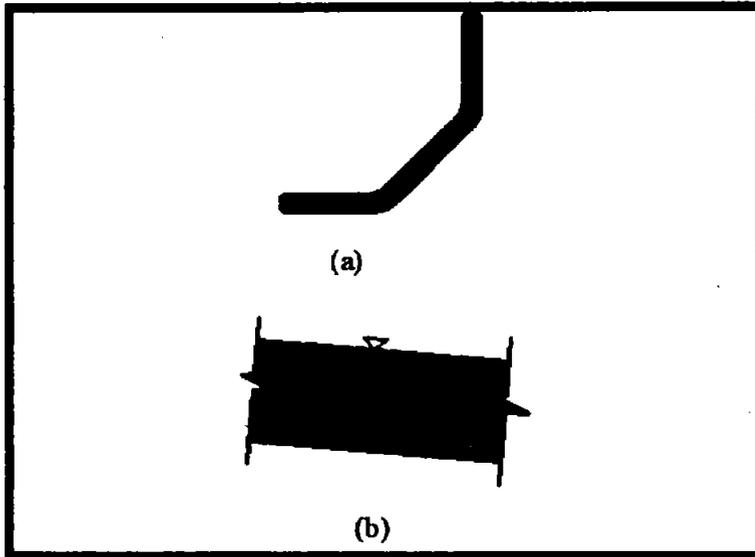


Figura 2.3. (a) Tubo a presión, (b) Canal abierto.

En la gran mayoría de las conducciones a presión, la sección del flujo es constante, al menos por tramos, por lo cual la velocidad media será la misma en todas las secciones y esto significa que el flujo es uniforme (Figura 2.4 a)). Cuando esto ocurre se dice que el flujo es variado y un ejemplo práctico de este caso es el tubo de desfogue de las turbinas hidráulicas, cuya sección es creciente (Figura 2.4 b)).

Otra condición que también se cumple en la enorme mayoría de los casos es que la sección transversal de la tubería es de forma circular, ya que es la que conjuga ventajas de funcionamiento hidráulico y estructural, además de facilidad en su fabricación, manipulación y puesta en obra.

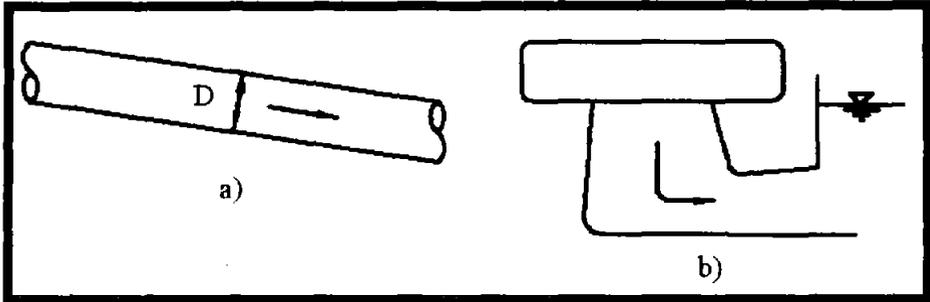


Figura 2.4. a) Tubo de diámetro constante (flujo uniforme), b) Tubo de desfogue de una turbina (flujo variado).

## 2.2. EMPLEO Y CARACTERÍSTICAS TÉCNICAS

El tubo a presión es la más difundida de todas las conducciones hidráulicas ya que es adecuada y ventajosa para la conducción de líquidos y tiene una gran variedad de usos, desde gastos muy pequeños como es el caso de instrumental empleado en medicina y cirugía, hasta caudales de gran magnitud como los que se manejan en plantas hidroeléctricas y grandes acueductos. El propio aparato circulatorio del hombre y los animales superiores no es otra cosa que una compleja red de tubos a presión. La siguiente es una lista de usos específicos de este tipo de conducciones:

- Abastecimiento de agua para uso domiciliario e industrial
- Instalaciones sanitarias en edificios
- Conducción de líquidos diversos en plantas industriales
- Extracción de agua de pozos
- Instalaciones de bombeo
- Conducción de agua mediante túneles a presión
- Oleoductos
- Instalaciones para riego a presión (por aspersión y goteo)
- Sistemas de calefacción por agua
- Sistemas de refrigeración en plantas termoeléctricas

También podrían agregarse a esta lista las conducciones de gases, como es el caso de los gaseoductos, redes de distribución de gas combustible e instalaciones en plantas termoeléctricas.

La selección del material obedece a razones diversas. Desde el punto de vista hidráulico debe procurarse que la tubería tenga una superficie interior lisa, a fin de minimizar la fricción. En lo que respecta a la estructura debe buscarse un tubo capaz de resistir los esfuerzos a que se verá sometido (Figura 2.5), que básicamente son: la presión interna, que provoca esfuerzos normales en la dirección tangencial; la flexión en el caso de *tuberías apoyadas* y el aplastamiento en el caso de *tuberías enterradas*. En el aspecto constructivo, debe buscarse que la tubería sea liviana, no demasiado frágil a fin de que pueda resistir la manipulación y que sus juntas y accesorios sean fáciles de poner en obra. También deben atenderse otros factores asociados al tipo especial de conducción que se proyecta; por ejemplo, si el líquido es químicamente agresivo deberá buscarse un material resistente a la corrosión o si aquél es caliente, se necesitará un material capaz de tolerar altas temperaturas.

Tradicionalmente, el *ferro fundido* y el *acero galvanizado* se han empleado para conducciones de agua; sin embargo, con el correr del tiempo han alcanzado amplia difusión otros materiales como el *asbesto-cemento* y el PVC (*cloruro de polivinilo*); ambos tienen la propiedad de ser muy lisos. El acero sigue siendo de todas maneras, el material más conveniente cuando la presión interna es muy alta, lo cual se observa, por ejemplo, en la descarga de bombas de alta presión en conducciones de gas licuado. El concreto reforzado se emplea en tuberías de gran diámetro, especialmente si son construidas *in situ*; también se emplea en estos casos la *placa de acero soldada*.

Los *accesorios* son piezas especiales que se interponen en la tubería con diversos fines, tales como: cambio de dirección de la conducción, control de gasto, bifurcación y control de presiones. Algunos de ellos tienen influencia en el flujo, ya que provocan una disipación de energía debida al cambio forzado de la dirección de las partículas líquidas. Una lista de los principales accesorios en tuberías podría ser la siguiente: juntas, codos, curvas, expansiones,

---

reducciones, uniones, bifurcaciones, válvulas (de compuerta, globo, aguja, esférica, mariposa, antirretorno, rupturas de vacío, de alivio, reductoras de presión) y medidores de diversos tipos. Generalmente, los accesorios son piezas prefabricadas de fierro fundido, acero, bronce o inclusive plástico. Las uniones entre tramos de tubería pueden hacerse de distintas formas; las más comunes son: roscadas, a bridas soldadas, de macho y campana y de anillos exteriores. Todas ellas están diseñadas para asegurar la estanqueidad del fluido, pero no siempre para resistir los esfuerzos de flexión o longitudinales; esto debe tenerse en cuenta para calcular el soporte de la tubería.

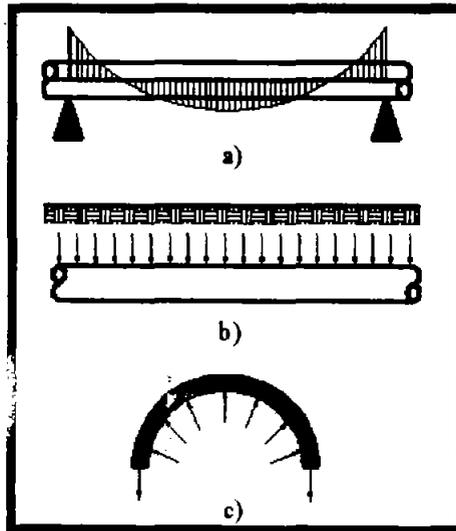


Figura 2.5. Esfuerzos sobre una tubería: a) Flexión (tubo apoyado), b) Aplastamiento (tubo enterrado), c) Presión interna.

### 2.3. TEMPERATURA

La magnitud de la temperatura se puede relacionar con la actividad molecular que resulta de la transferencia de calor. Las escalas de medida se definen en términos de la expansión volumétrica de ciertos líquidos, comúnmente el mercurio; como un ejemplo se puede tomar la escala de temperatura Celsius o de grados centígrados, la cual se estableció de modo que el punto de congelación del agua corresponda al cero de la escala, y el de ebullición, en

condicione estándar a 100°C. El cero absoluto de cualquier escala de temperatura se fija por la condición de que cese la actividad molecular, producto de la transferencia de calor. En la escala de grados centígrados el cero absoluto corresponde a -273°C, pero por conveniencia se ideó una segunda escala de temperatura absoluta asociada a la primera, que se conoce como escala kelvin; de este modo, °K = 273 + °C. Como ciertas magnitudes físicas dependen de los efectos termostáticos y termodinámicos, además de la temperatura y calor equivalentes en energía mecánica, su energía calorífica usualmente se mide en joules dentro del sistema métrico absoluto y en BTU para el sistema inglés absoluto.

#### 2.4. PRESIÓN DE VAPOR

A mayores elevaciones, la presión atmosférica es menor, por lo tanto, el agua se evapora a una temperatura por debajo de 100°C. La cantidad de presión a la que el agua cambia de la fase líquida a la fase gaseosa, o empieza a hervir, se llama *presión de vapor*. La presión de vapor depende de la presión y la temperatura. Ésta relación se muestra en la Tabla 2.1.

#### 2.5. PESO ESPECÍFICO ( $\gamma$ )

Se define como el peso por unidad de volumen. Así el peso específico del agua = 1g/cm<sup>3</sup> ó 1000 Kg/m<sup>3</sup>.

$$\gamma = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}} \quad (2.1)$$

#### 2.6. DENSIDAD ( $\rho$ )

Se define como la masa por unidad de volumen. Designando por  $m$  la masa en Kg y por  $V$  el volumen en m<sup>3</sup>, la densidad  $\rho$  en Kg/m<sup>3</sup> es:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.2)$$

La densidad de los líquidos es totalmente independiente de la presión. La pequeña compresibilidad existente a presiones muy altas no tiene prácticamente importancia para el transporte por tuberías. Por el contrario se ha de tener muy en cuenta la influencia de la temperatura, sobre la cual la Tabla 2.2 contiene algunos datos. El agua alcanza su máxima densidad cerca del punto de congelación a 3.98 °C.

Tabla 2.1. Presión de vapor del agua.

Temperatura °C	Presión absoluta Kg/m <sup>2</sup>
0	62.50
10	125.08
20	237.92
40	751.93
60	2031.38
80	4828.4
100	10334
105	12320.52

Tabla 2.2. Densidad del agua a presión normal.

Temperatura °C	Densidad $\rho$ Kg/m <sup>3</sup>
0	999.8
10	999.8
20	998.4
30	995.8
40	992.3
50	988.0
60	983.1
70	977.6
80	971.5
90	965.0
100	958.0

### 2.7. DENSIDAD RELATIVA ( $\delta$ )

También llamada gravedad específica del agua es la razón entre su densidad a cierta temperatura y la del agua pura a 20°C.

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{agua}}} \quad (2.3)$$

### 2.8. VISCOSIDAD DINÁMICA Y CINEMÁTICA

Otra propiedad a considerar en el transporte de fluidos por tuberías es la viscosidad. Para tener un concepto claro y conocer el origen de su efecto vamos a imaginarnos una capa de líquido de espesor X encerrada entre dos placas iguales de superficie A. Mientras la placa inferior descansa, la superior se mueve paralelamente a la anterior con una velocidad V. En este movimiento queda adherida a las placas una fina película de líquido, y de éstas, la superior toma la velocidad V de la placa en movimiento, en tanto que la película adherida a la placa inferior permanece en reposo, es decir, su velocidad es nula. Imaginémonos que en el espesor X de la capa de líquido encerrada está subdividido en láminas delgadas y paralelas a las placas; entonces sus velocidades aumentan de 0 a V, desde abajo hacia arriba. Cada una de las láminas ejerce, en desplazamiento relativo, fuerzas de empuje de igual magnitud, que son transmitidas en virtud de su rozamiento interno; la distribución de velocidades a lo largo del espesor de la capa X es por tanto lineal. Según Newton (1723), la fuerza de empuje F, necesaria para el movimiento es proporcional al gradiente de la velocidad  $dV/dX$  y a la superficie A de las placas. El factor de proporcionalidad representa la viscosidad  $\mu$ , con la que se caracteriza la propiedad del líquido de oponer resistencia al desplazamiento de dos placas adyacentes, o con otras palabras, transmitir fuerzas mediante rozamiento interno. Con  $dV/dX=V/X$  resulta:

$$F_s = \mu A \frac{V}{X} \quad (2.4)$$

La viscosidad dinámica es función, principalmente, de la temperatura y la presión. La dependencia respecto de la presión es prácticamente despreciable para los líquidos. La

viscosidad de los líquidos disminuye con la temperatura. La unidad para la viscosidad dinámica es Kg\*s/m<sup>2</sup>.

En la técnica del movimiento de los fluidos se utiliza además la viscosidad cinemática ( $\nu$ ) en m<sup>2</sup>/s, ésta resulta de la relación entre la viscosidad dinámica y su densidad, según la ecuación:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.5)$$

Los valores de la viscosidad para aguas a temperaturas de 0 a 100°C, indicados en la Tabla 2.3, son de importancia para el transporte de fluidos. En especial, la influencia de la temperatura sobre la viscosidad es grande.

Tabla 2.3. Propiedades Físicas del agua a la presión atmosférica.

Temperatura		Densidad	Peso	Viscosidad	Viscosidad	Presión de
°C	°F	kg/m <sup>3</sup>	Específico kg/m <sup>3</sup>	dinámica ( $\mu$ ) kg*s/m <sup>2</sup>	cinemática ( $\nu$ ) m <sup>2</sup> /s	Vapor kg/m <sup>2</sup>
0	32	1000	1000.3416	1.825 X 10 <sup>-04</sup>	1.79 X 10 <sup>-06</sup>	62.3047
5	41	1000	1000.3416	1.539 X 10 <sup>-04</sup>	1.51 X 10 <sup>-06</sup>	88.9193
10	50	1000	1000.3416	1.336 X 10 <sup>-04</sup>	1.31 X 10 <sup>-06</sup>	125.4251
15	59	999	999.3219	1.162 X 10 <sup>-04</sup>	1.14 X 10 <sup>-06</sup>	173.3518
20	68	998	998.3022	1.019 X 10 <sup>-04</sup>	1.00 X 10 <sup>-06</sup>	238.6136
25	77	997	997.3844	9.086 X 10 <sup>-05</sup>	8.94 X 10 <sup>-07</sup>	323.2500
30	86	996	996.3647	8.127 X 10 <sup>-05</sup>	8.00 X 10 <sup>-07</sup>	433.3794
35	95	994	994.3253	7.342 X 10 <sup>-05</sup>	7.24 X 10 <sup>-07</sup>	574.1002
40	104	992	992.3878	6.659 X 10 <sup>-05</sup>	6.58 X 10 <sup>-07</sup>	752.5506
50	122	988	988.4109	5.578 X 10 <sup>-05</sup>	5.53 X 10 <sup>-07</sup>	1254.2509
60	140	983	983.3123	4.752 X 10 <sup>-05</sup>	4.74 X 10 <sup>-07</sup>	2039.4324
70	158	978	978.3157	4.119 X 10 <sup>-05</sup>	4.13 X 10 <sup>-07</sup>	3181.5146
80	176	972	972.2994	3.609 X 10 <sup>-05</sup>	3.64 X 10 <sup>-07</sup>	4833.4548
90	194	965	965.3653	3.212 X 10 <sup>-05</sup>	3.26 X 10 <sup>-07</sup>	7148.2107
100	212	958	958.3293	2.876 X 10 <sup>-05</sup>	2.94 X 10 <sup>-07</sup>	10329.7252

### 2.9. TENSIÓN SUPERFICIAL, ADHESIÓN Y CAPILARIDAD

Se sabe que el agua sube a considerables alturas en las arcillas y limos finos. Las capas de arcilla se saturan de agua a pesar de que la capa expuesta a la atmósfera está a muchos pies por debajo. La causa de este ascenso capilar es compleja. Una de las razones de dicho ascenso capilar se halla en la tensión superficial del agua.

En condiciones normales las moléculas de agua se enlazan en tres dimensiones. En las superficie no tienen nada con que enlazarse en la dirección vertical, y las moléculas de la superficie poseen cierto exceso de energía de enlace, que utilizan para aumentar sus vínculos a lo largo de la superficie, lo que da por resultado la **tensión superficial**. Es una capa de atracción molecular aumentada que, aunque tienen solamente una magnitud de una millonésima de milímetro, tiene una influencia significativa sobre el comportamiento físico del agua en un medio poroso. Por consiguiente, la tensión superficial es el aumento de cohesión de las moléculas de agua en la superficie. Su valor depende de la temperatura y del contenido electrolítico del agua. La Tabla 2.4 muestra la relación entre la tensión superficial y la temperatura del agua.

Tabla 2.4.

Temperatura °C	Tensión superficial $\sigma$ Kg/m
0	0.0077
10	0.0076
20	0.0074
30	0.0072
40	0.0071

Otra importante contribución al efecto físico de la elevación capilar es la **adhesión** del agua a la mayor parte de los materiales sólidos. Los sólidos que tienen adhesión positiva por el agua se llaman hidrófilos (que tienen atracción por el agua), y los que repelen el agua son hidrófobos. Estos últimos tienen adhesión negativa al agua. La adhesión entre fluidos y sólidos se expresa por el ángulo de contacto en el borde de las superficies de contacto. Los materiales

hidrófobos tienen un ángulo de contacto que es mayor de 90 grados. Por ejemplo, el ángulo de contacto entre el agua y la parafina es de 107 grados; por lo tanto, la parafina es un buen agente impermeabilizante. Por otra parte, la plata es neutra al agua pura; su ángulo de contacto es de casi 90 grados. El cuarzo y otros materiales que se encuentran en los suelos porosos tienen un ángulo de contacto con el agua de menos de 90 grados; esto quiere decir que se empapan con facilidad. El ángulo de contacto entre el vidrio común y el agua que contiene impurezas, por ejemplo, es de cerca de 25 grados. De hecho, las fuerzas adhesivas entre el agua y las partículas de tierra son tan grandes que sólo se pueden separar evaporando el agua.

La acción capilar, el ascenso del agua en los diminutos poros del suelo y en los delgados tubos de vidrio, es causada por la acción combinada de la tensión superficial y la adhesión. La Figura 2.6 muestra la condición presente en un tubo de vidrio de diámetro pequeño en el que tiene lugar el ascenso capilar del agua. Por su adhesión a la pared sólida, trata de cubrir la mayor cantidad posible de la superficie. Sin embargo, por el efecto de la tensión superficial, las moléculas de agua se adhieren a la superficie sólida se conectan con una película superficial en la que los esfuerzos se pueden sobrepasar la máxima tensión superficial del agua. Las moléculas de esta película superficial se unen a las moléculas inferiores por sus fuerzas cohesivas. Cuando la adhesión arrastre hacia arriba la película superficial, ésta última eleva una columna de agua que llena el tubo, en contra de la fuerza de gravedad. El resultado de estos factores es que el agua en el pequeño tubo capilar, o en los diminutos poros del terreno, subirá, en contra de la fuerza de gravedad hasta una altura en la que se alcanza la capacidad última de sostén de la película superficial. Naturalmente que la columna de agua por debajo de la película superficial está sometida a tensión, lo que significa que la presión del agua en un tubo capilar está por debajo de la presión atmosférica. Es como si las moléculas de agua colgaran de la película superficial, manteniéndose unidas por su cohesión molecular.

El ascenso capilar es inversamente proporcional al diámetro del tubo o al tamaño de los poros en el terreno. Por lo tanto, mientras más finos sean los granos de tierra, más espesa será la capa capilar en la masa del terreno. La Tabla 2.5 muestra la altura promedio a la que asciende por capilaridad el agua en los distintos tipos de terrenos.

En el caso ideal de un tubo de pequeño diámetro, la altura del ascenso capilar,  $h$  es:

$$h = \frac{4\sigma \cos\alpha}{D\gamma} \quad (2.6)$$

Donde:

D: diámetro del tubo.

$\gamma$ : peso unitario del agua.

h: elevación capilar.

$\sigma$ : tensión superficial, en lb/ft

$\alpha$ : ángulo de contacto, representa la adherencia entre el agua y el tubo.

Se supone por lo general que en esta ecuación el ángulo es cero para el agua en tubos limpios de diámetro pequeño; Si el fluido fuera mercurio, como sucede en algunos manómetros, el ángulo sería de 140 grados.

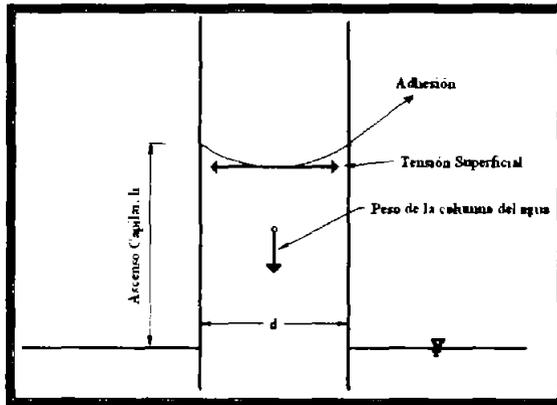


Figura 2.6. La acción capilar eleva el agua en un tubo de diámetro pequeño. El menisco o superficie del líquido es cóncavo hacia arriba.

Tabla 2.5.

Tipo de Suelo	Tamaño promedio del grano (mm)	Ascenso capilar (m)
Arena	2-0.5	0.03-0.1
	0.5-0.2	0.1-0.3
	0.2-0.1	0.3-1.0
Limo	0.1-0.05	0.-1.0
	0.05-0.02	1.0-3.0
Arcilla con	0.02-0.006	3-10
Limo	0.006-0.002	10-30
Arcilla	<0.002	30-300

---

**CAPÍTULO III. ECUACIONES  
FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN TUBERÍAS**

---

### III. ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN TUBERÍAS

#### 3.1. GASTO

La descarga o gasto representa el volumen de agua que fluye por determinada sección transversal durante un periodo especificado. Por lo general se mide en metros cúbicos por segundo ( $m^3/s$ ).

A menudo en la práctica se encuentra que cuando una descarga  $Q$  fluye a través del área  $A$  de una sección transversal, la velocidad de la partícula será diferente en cada punto del área. Por lo general, se hallarán las velocidades más altas en la parte central de la sección, mientras en los bordes la velocidad puede ser casi nula. La velocidad expresa el cambio de posición de una partícula de agua dentro del fluido en movimiento, durante un periodo especificado de tiempo.

La velocidad promedio se define como:

$$V_{\text{PROMEDIO}} = \frac{Q}{A} \quad (3.1)$$

De donde:

$A$ : Área de la sección transversal, se considera perpendicular a la dirección del flujo, en  $m^2$ .

$Q$ : Gasto, en  $m^3/s$ .

#### 3.2. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ley de la conservación de la masa postula que ésta no se puede crear ni destruir. Este concepto origina la *ecuación de continuidad*, la que establece que, dentro de cualquier sistema hidráulico se debe balancear la descarga que entra, el volumen que se almacena y la descarga que sale. Para poner el concepto en forma matemática, se puede escribir la ecuación de continuidad como:

$$Q_{\text{ENTRADA}} - Q_{\text{SALIDA}} = \text{Cambio en el almacenamiento} \quad (3.2)$$

En caso de que no sea posible tener cambio alguno en el almacenamiento, como cuando una tubería está llena, el lado derecho de la ecuación (3.1) se reducirá a cero:

$$Q_{\text{ENTRADA}} - Q_{\text{SALIDA}} = 0 \quad (3.3)$$

Así:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (3.4)$$

Se debe tener cuidado al seleccionar el signo apropiado para cada componente de descarga. La convención común de signos a considerar es la que tiene como positivas las descargas que entran a la componente hidráulica, y las que salen como negativas.

### 3.3. ECUACIÓN DE LA ENERGÍA

La ley de la conservación de la energía establece que la energía no se puede perder, aunque se pueda convertir en otras formas. En otras palabras, el teorema postula que en un sistema hidráulico la suma de todas las energías es una constante:

$$E = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z = \text{constante} \quad (3.5)$$

Esta expresión tiene nombre propio, se llama *ecuación de Bernoulli*, en honor a unos de los famosos investigadores hidráulicos. La lista anterior de energía sólo incluye energías hidráulicas. No incluye el término de la energía térmica. La energía térmica está siempre presente aunque la ciencia de la hidráulica no se ocupa directamente en ella. Sólo aparece en las ecuaciones el cambio de la energía térmica. Los cambios en la energía térmica aparecen, a medida que fluye el agua de un punto a otro, en la forma de pérdidas por cortante viscoso, lo que se lleva una parte de la energía hidráulica total, E. Es por esta razón que a E se le llama energía hidráulica total disponible, en cualquier punto en que se considere. Como esta energía total disponible disminuye a lo largo de la dirección del flujo del agua entre dos puntos, según se ve en la Figura 3.1, la ley de la conservación de la energía toma la forma:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_f \quad (3.6)$$

De donde:

$Z_1$ : Energía potencial o de posición del flujo para el punto 1, en m.

$Z_2$ : Energía potencial o de posición del flujo para el punto 2, en m.

$P_1$ : Presión en el punto 1, en  $\text{Kg/m}^2$ .

$P_2$ : Presión en el punto 2, en  $\text{Kg/m}^2$ .

$H_f$ : Pérdidas por fricción, en m.

$\gamma$  : Peso específico del fluido, en  $\text{Kg/m}^3$ .

$V_1$ : Velocidad del fluido en el punto 1, en m/s.

$V_2$ : Velocidad del fluido en el punto 2, en m/s.

$g$ : Aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

$\frac{P}{\gamma}$  : Carga hidráulica de presión, en m.

$\frac{V^2}{2g}$  : Carga hidráulica de Velocidad, en m.

Los términos de la ecuación (3.5) tienen todas dimensiones de elevación, medida por encima de un nivel horizontal de referencia, llamado *plano de referencia*. A la suma de los dos últimos términos  $P/\gamma + Z$  se le llama a veces altura piezométrica. Es la altura a la que subirá el agua en un tubo que tuviera uno de sus extremos insertado en un punto arbitrario del campo de flujo. La línea, que aparece en la Figura 3.1 y que conecta los diversos puntos de tales mediciones piezométricas a lo largo del recorrido del flujo, se llama *línea del gradiente hidráulico*. Esta línea está siempre por debajo de la *línea de gradiente de energía total*; la separación entre ambas líneas es igual a la carga de energía cinética,  $V^2/2g$ , en el punto donde se efectuó la medición piezométrica.

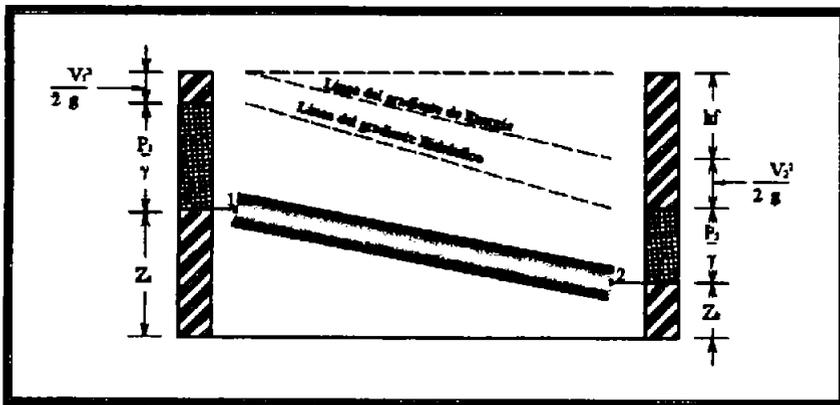


Figura 3.1. Flujo de un fluido.

En el caso de tuberías cerradas que están llenas, la línea de gradiente hidráulico puede estar por debajo de la tubería, en cuyo caso la presión en la misma estará por debajo de la presión atmosférica. Esta condición tendrá su límite cuando la presión sea suficientemente baja para causar cavitación. En tales casos se requerirá, para iniciar el flujo, que la línea de gradiente de energía esté por encima de la tubería.

De la Figura 3.1, la *línea del gradiente de Energía* muestra la disminución de la energía total en la dirección del flujo. La pendiente de dicha línea se llama *pendiente de energía* o *pendiente de fricción*. La *línea piezométrica* muestra la variación de la presión en la dirección del flujo. La pendiente de dicha línea se llama *gradiente hidráulico*.

Hf es la pérdida de energía en forma de calor por unidad de peso, entre las secciones 1 y 2; se le llama también *pérdida de carga*, *caída de energía* o *simplemente pérdida*. A su vez comprende dos términos:

$$\mathbf{H_f = h_f + h_m} \quad (3.7)$$

hf se llama *pérdidas por fricción*, *pérdidas primarias* o *pérdidas mayores*, y se producen por rozamientos de las partículas líquidas entre sí o bien entre éstas y el contorno sólido a lo largo de la tubería.

hm se llama *pérdidas locales*, *pérdidas de forma*, *pérdidas secundarias* o *pérdidas menores*, y se producen por singularidades en la tubería; básicamente accesorios de diversos tipo que provocan cambios bruscos en la dirección de las trayectorias líquidas.

### 3.4. PÉRDIDAS DE ENERGÍA POR FRICCIÓN

La base del cálculo hidráulico de los tubos a presión radica en la evaluación de las pérdidas de energía o sea, del término Hf de la ecuación (3.6). La obtención de las fórmulas para evaluar la pérdida hf no es sencilla y en general, requiere del apoyo del método experimental. En efecto, los procedimientos de cálculos empleados actualmente se basan en los resultados de numerosas mediciones realizadas por investigadores e ingenieros.

### 3.5. ECUACIÓN DE DARCY-WEISBACH

En todo problema físico, el camino más adecuado para organizar y optimizar el trabajo experimental comienza por la aplicación de la *teoría de la semejanza* y el *análisis dimensional*.

El primer paso consiste en plantear el fenómeno que va a estudiarse. En este caso, supóngase un tramo de tubería circular recta (Figura 3.2), de longitud  $L$  y de diámetro  $D$ , por la cual fluye un gasto permanente  $Q$ ; el líquido es incompresible y tanto sus propiedades como las del material que constituye la tubería son también datos del problema. A continuación, es preciso identificar las variables físicas que gobiernan el fenómeno; esta es una tarea no siempre sencilla y no exige una regla que pueda proporcionar dichas variables directamente, pero debe cuidarse que sean suficientes y que no dependan entre sí a través de una relación conocida; por ejemplo, el gasto  $Q$ , el diámetro  $D$  y la velocidad media  $V$  no podrían integrar la misma lista de variables, ya que cualquiera de ellas es función de las otras dos por la ley de la continuidad. También es claro que una de las variables debe ser la que se está investigando, en este caso, la pérdida de energía por fricción  $h_f$ . Las demás puede clasificarse de la siguiente manera: las características geométricas de la tubería (el diámetro  $D$  y la longitud  $L$ ), las variables cinemáticas del flujo (la velocidad media  $V$ ) y ciertas propiedades del líquido y de la tubería, pero ¿cuáles de ellas? En el caso del líquido, intervendrá la densidad  $\rho$  y la viscosidad  $\mu$ , ya que ésta está íntimamente relacionada con la fricción entre partículas; en cuanto al tubo propiamente dicho, la propiedad que interesa es la rugosidad o aspereza superficial; es indudable que el rozamiento entre el líquido y el contorno sólido también influye en la resistencia al flujo.

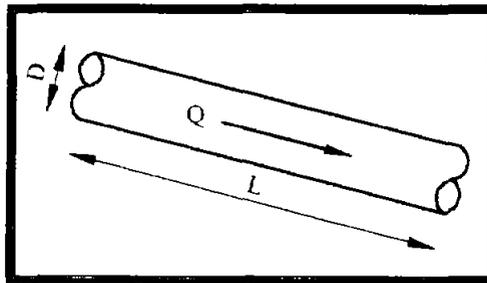


Figura 3.2. Tramo de tubo circular recto.

Ahora bien ¿Cómo se mide la rugosidad? Si se observa al microscopio el corte de la superficie interior de un tubo, éste tendrá un aspecto irregular, parecido a un paisaje montañoso en miniatura (Figura 3.3.a)); no es fácil encontrar una medida que represente es aspereza. así que por el momento se supondrá que se está trabajando con un tubo de rugosidad uniforme y uniformemente distribuida sobre la superficie (Figura 3.3.b)), cuya altura  $\epsilon$  es el valor representativo.

Resumiendo, la lista de variables será la siguiente:

$$hf, D, V, \rho, \mu, \epsilon$$

Sin embargo, se harán todavía algunas modificaciones. Por un lado, la pérdida es proporcional a la longitud; por lo tanto, no es necesario que ambas variables figuren en la lista: bastará con una sola que lógicamente, será la pérdida de energía unitaria  $S_f$ .

$$S_f = \frac{hf}{L} \quad (3.8)$$

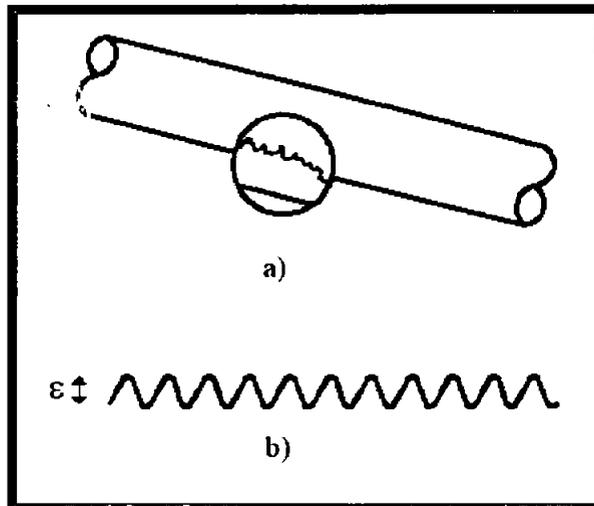


Figura 3.3. a) corte del tubo visto al microscopio en el que se ve la rugosidad, b) Rugosidad uniforme.

Esta cantidad es adimensional, ya que tanto  $h_f$  como  $L$  se mide en unidades de longitud. Una forma de transformarla en una variable con dimensiones, es multiplicarla por el peso específico  $\gamma$ ; si se recuerda que  $h_f$  es una energía por unidad de peso, entonces la cantidad resultante  $\gamma S_f$  será una energía por unidad de volumen de fluido y de longitud de tubería. La lista definitiva de variables será entonces:

$$\gamma S_f, D, V, \rho, \mu, \epsilon$$

El teorema de Buckingham dice que si existe una relación funcional entre estas variables, también existe otra relación entre un número menor de parámetros o números adimensionales los cuales resultan de combinaciones monómicas de aquéllas. El número de parámetros es generalmente, igual al número de variables (en este caso seis), menos el número de variables físicas fundamentales intervinientes; para este problema, dichas magnitudes fundamentales son tres: longitud, tiempo y masa, ya que todas ellas forman parte de una o más de las variables de la lista (simplemente, en la viscosidad están presentes las tres:  $\mu = m/Lt$ ). De manera que previsiblemente, se obtendrán tres números adimensionales. A continuación se presenta el procedimiento de obtención de la fórmula de Darcy-Weisbach por el Teorema de Buckingham.

Los parámetros que van a hallarse a la siguiente expresión, por combinaciones monómicas de las variables:

$$(\gamma S_f)^{x_1} D^{x_2} V^{x_3} \rho^{x_4} \mu^{x_5} \epsilon^{x_6} = 0 \quad (3.9)$$

Donde las  $x_i$  son expresiones racionales y  $\pi$  es un número adimensional cualquiera. Descomponiendo las variables en sus magnitudes físicas fundamentales:

$$\left(\frac{m}{L^2 t^2}\right)^{x_1} (L)^{x_2} \left(\frac{L}{t}\right)^{x_3} \left(\frac{m}{L^3}\right)^{x_4} \left(\frac{m}{Lt}\right)^{x_5} (L)^{x_6} = L^0 t^0 m^0 \quad (3.10)$$

La expresión del segundo miembro es obvia, ya que si  $\pi$  es adimensional, los exponentes de  $L$ ,  $t$  y  $m$  deben ser nulos. A continuación, se escribe el sistema de ecuaciones lineales que vinculan a los exponentes.

Para L:  $-2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 + x_6 = 0$

Para t:  $-2x_1 - x_3 - x_5 = 0$  (3.11)

Y para m:  $x_1 + x_4 + x_5 = 0$

El determinante de esta matriz es el siguiente:

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 & -3 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

De acuerdo al teorema de Buckingham, si dentro de este determinante no hubiera algún subdeterminante de 3X3 cuyo valor fuera distinto de cero, entonces el número de parámetros adimensionales no sería de 3 sino de 4 ó 5; por eso es que se dijo anteriormente que generalmente el número de parámetros es igual al de variables menos el de magnitudes fundamentales. Afortunadamente existe al menos un subdeterminante no nulo, de manera que, efectivamente, habrá tres parámetros, los cuales se obtendrán resolviendo el sistema de ecuaciones; como éste tiene más incógnitas que ecuaciones, será preciso fijar el valor de algunas de ellas para proceder a resolverlo. A las variables cuyo exponente x se fija a fin de resolver el sistema, se les llama variables fijables y su número es igual al de parámetros; en principio, éstas pueden elegirse arbitrariamente, pero siempre conviene hacerlo con criterio; éste consiste en adoptar como variables fijas a las que se desea que aparezcan en un solo grupo adimensional; una de ellas, por supuesto, será la pérdida  $\gamma S_f$  (ya que si se encuentra en más de un parámetro será difícil despejarla) y las otras dos serán la viscosidad y la rugosidad, ya que son propiedades muy específicas y tampoco conviene que integren más de un grupo adimensional. Los exponentes respectivos de estas tres variables son  $x_1$ ,  $x_5$  y  $x_6$ . El primer parámetro  $\pi_1$  se obtiene haciendo:

$$x_1 = 1, x_5 = 0 \text{ y } x_6 = 0$$

resolviendo el sistema (3.11), se obtiene:

$$x_2 = 1, x_3 = -2 \text{ y } x_4 = -1$$

reemplazando estos seis valores en la ecuación (3.10), resulta:

$$\pi_1 = \frac{\lambda S_f D}{V^2 \rho} \quad (3.12)$$

De manera análoga,  $\pi_2$  se obtiene:

$$x_1 = 0, x_5 = -1 \text{ y } x_6 = 0$$

resultando:

$$x_2 = 0, x_3 = 1 \text{ y } x_4 = 1$$

entonces:

$$\pi_1 = \frac{VD\rho}{\mu} \quad (3.13)$$

Finalmente, para  $\pi_3$  se adopta:

$$x_1 = 0, x_5 = 0 \text{ y } x_6 = 1$$

Resolviendo el sistema:

$$x_2 = -1, x_3 = 0 \text{ y } x_4 = 0$$

entonces:

$$\pi_3 = \frac{\varepsilon}{D} \quad (3.14)$$

Los grupos dimensionales resultantes son:

$$\frac{\lambda S_f D}{V^2 \rho}, \frac{VD\rho}{\mu}, \frac{\varepsilon}{D}$$

De ellos, el segundo tiene nombre propio, se llama *número de Reynolds* y como se verá a continuación, es igual a la velocidad media en la tubería por el diámetro y dividido por la viscosidad cinemática del líquido.

$$\text{Re} = \frac{VDv}{\mu} = \frac{VD}{\frac{\mu}{\rho}} = \frac{VD}{\nu} \quad (3.15)$$

El tercer parámetro,  $\frac{\varepsilon}{D}$ , recibe el nombre de rugosidad relativa.

De acuerdo al Teorema de Buckingham, existirá una relación funcional que vincule a los tres números, por lo tanto, cualquiera de ellos puede expresarse en función de los otros dos, por ejemplo:

$$\frac{\lambda S_f D}{V^2 \rho} = f_1(\text{Re}, \varepsilon / D) \quad (3.16)$$

A continuación, se procurará despejar la pérdida, que es el objetivo del problema; recordando que  $S_f = hf/L$  y que  $\gamma/\rho = g$ , se obtiene:

$$\frac{gh_f}{V^2 L} = f_1(\text{Re}, \varepsilon / D)$$

$$hf = f_1(\text{Re}, \varepsilon / D) \frac{L V^2}{D g}$$

Si el segundo miembro se multiplica y divide por 2, aparecerá la energía cinética.

$$hf = 2f_1(\text{Re}, \varepsilon / D) \frac{L V^2}{D 2g} \quad (3.17)$$

A la cantidad  $2f_1(\text{Re}, \varepsilon / D)$  que, en definitiva, también es una función del Número de Reynolds y la rugosidad relativa, se llama factor de fricción  $f$ .

$$f = 2f_1(\text{Re}, \varepsilon / D) = 2f_2(\text{Re}, \varepsilon / D) \quad (3.18)$$

La ecuación 3.17, entonces se escribirá:

$$hf = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad (3.19)$$

Donde:

hf: pérdida de carga hidráulica debida a la fricción en m

f: factor de fricción adimensional

L: longitud del tubo en m

D: diámetro interior del tubo en m

V: velocidad media del fluido en m/s

g: aceleración de la gravedad 9.81 m/s<sup>2</sup>

Esta fórmula tiene nombre propio, se llama *ecuación de Darcy-Weisbach* y como puede observarse, cumple con el objetivo de evaluar la pérdida hf. Para ello, es preciso primero, conocer el factor de fricción. De acuerdo con lo que propone el análisis dimensional, esto debe hacerse experimentalmente; deben realizarse numerosas mediciones a fin de obtener la relación entre el factor de fricción y los dos parámetros de los cuales depende. Sin embargo, antes es conveniente hacer algunos comentarios con respecto a la naturaleza de los flujos a presión y se verá que en algún caso el factor de fricción puede obtenerse en forma analítica y en otra forma semiempírica.

### 3.6. REGÍMENES DE FLUJO

Enseguida, se comentarán dos experiencias clásicas que resultan muy reveladoras del comportamiento de los flujos reales.

La primera, es la Experiencia de Hagen (Figura 3.4).

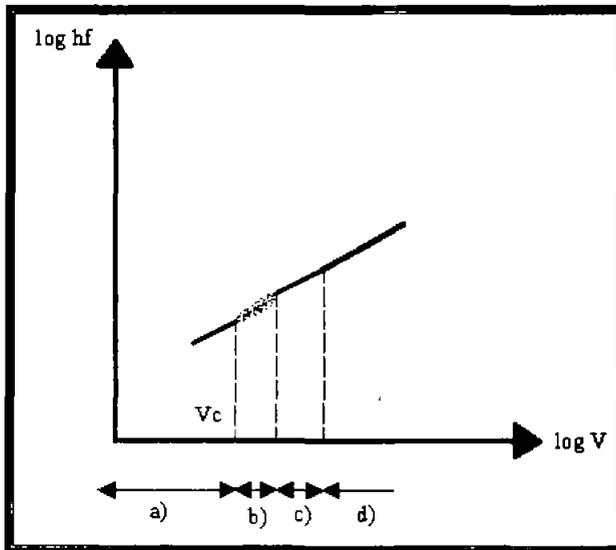


Figura 3.4. Experiencia de Hagen.

Este investigador midió las pérdidas primarias en un tubo circular con flujo permanente y uniforme, y encontró que:

a) Para flujo muy lento, la pérdida  $hf$  es proporcional a la velocidad  $V$ . En la gráfica esto se presenta con una recta de pendiente igual a uno, dado que se trata de un diagrama de tipo doble logarítmico; en efecto, si

$$hf = kU$$

De donde:

k: Es una constante.

Entonces:

$$\log hf = \log k + \log V$$

que es una ecuación de tipo  $y = a + x$

b) Para velocidades algo mayores, la correlación entre ambas variables empeora, como se observa en la nube de puntos de la Figura.

c) Para velocidades altas, la pérdida se hace proporcional a la velocidad elevada a un exponente próximo a 2.

d) Para velocidades muy altas, la pérdida es proporcional al cuadrado de la velocidad (recta pendiente igual a 2 en la parte derecha del diagrama).

Estas observaciones hacen pensar que a partir de cierta velocidad crítica, que en la figura se llama  $V_c$ , el flujo cambia su comportamiento; de lo contrario, no podría existir un quiebre en la curva del diagrama. Esta suposición queda plenamente demostrada por una segunda experiencia debida a Reynolds, y que consiste en inyectar una sustancia colorante en la entrada del tubo transparente, como se muestra en la Figura 3.5. Si se regula la velocidad mediante la válvula ubicada a la derecha se encuentra que:

- Para bajas velocidades, el líquido colorante se desplaza en un filamento esencialmente recto y no se mezcla con el resto del líquido (Figura 3.6 a)).

- Para velocidades intermedias, el filete de colorante se quiebra y comienza a difundirse en el líquido circundante (Figura 3.6 b) y c)).
- Para velocidades altas, el colorantes se difunde completamente en el líquido a corta distancia de la boquilla(Figura 3.6 d)).

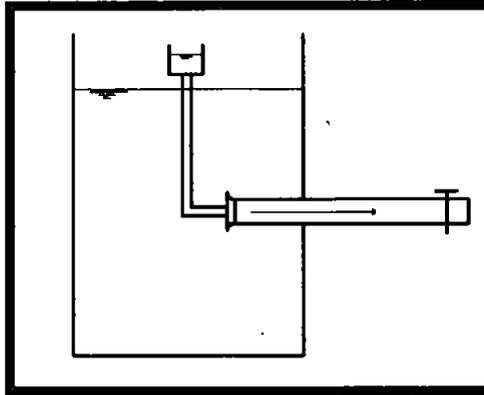


Figura 3.5. Aparato empleado para la Experiencia de Reynolds.

Ambas experiencias están, obviamente, muy relacionadas entre sí: el caso a) de la de Reynolds, se conoce como *régimen laminar*; el hecho de que el colorante no se mezcle con el agua, pone de manifiesto que las partículas se desplazan en trayectorias rectas y ordenadas. El caso d), en cambio, se conoce como *régimen turbulento* y en él las partículas, lejos de seguir un recorrido rectilíneo, describen trayectorias quebradas y en cada punto del campo de flujo la velocidad varía instante a instante. La mezcla se produce, precisamente, porque una misma partícula ocupa sucesivamente, distinto niveles dentro de la tubería; no porque se lo provoque artificialmente, sino como una característica inherente a la naturaleza del flujo.

A partir de cierto valor de la velocidad media, el flujo deja de ser laminar para transformarse en turbulento; esa velocidad crítica es variable según el tamaño de la tubería y el tipo de fluido, pero Reynolds encontró que cumple con la relación:

$$V_c = k \frac{v}{D} \quad (3.20)$$

De donde:

k: es un coeficiente adimensional; despejándolo de la fórmula resulta:

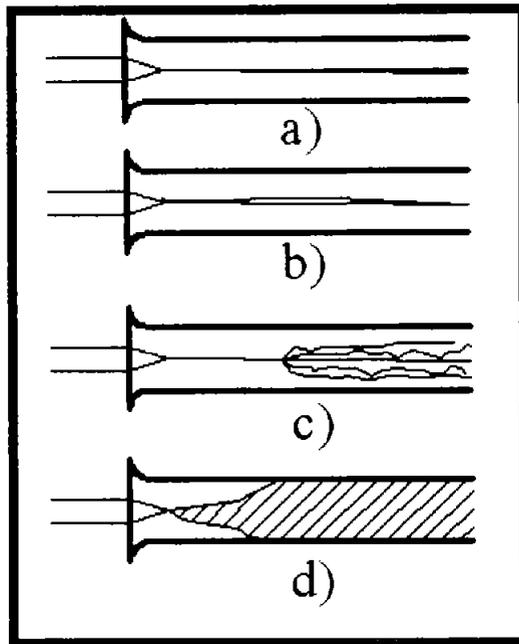


Figura 3.6. Etapas de la Experiencia de Reynolds.

$$k = \frac{VcD}{v} \quad (3.21)$$

Si se compara esta fórmula con la ecuación (3.15), se puede observar que  $k$  es un valor especial del Número de Reynolds, llamado número de Reynolds crítico,  $Rec$ .

$$k = Rec = \frac{VcD}{v} \quad (3.22)$$

Por lo tanto

- si  $Re < Rec$  el flujo en el tubo es laminar y
- si  $Re > Rec$  el flujo es turbulento

¿Cuánto vale el Número de Reynolds crítico? La verdad es que su valor no es único. Algunos investigadores reportan que han logrado sostener el flujo laminar hasta valores de  $Re$  de

40,000 y aún mayores, pero siempre bajo condiciones especiales de laboratorio, tales como mantener el líquido en reposo durante mucho tiempo previo al experimento y evitar todo tipo de vibraciones. En la práctica ingeniería, se considera que el  $Re_c$  nunca es mayor que 4,000. Lo que sí se ha logrado establecer es que  $Re_c$  nunca vale menos de 2,200; el flujo siempre es laminar para valores menores que éste. Por lo tanto, existirá, una zona de transición para la cual no es posible predecir con exactitud si el flujo será laminar o turbulento (Tabla 3.1). Esta situación corresponde al caso intermedio de la Experiencia de Reynolds y a la *nube de puntos* de la Experiencia de Hagen (Figura 3.4); obviamente, la velocidad llamada  $V_c$  en esta gráfica corresponde a  $Re_c = 2200$  de acuerdo con lo que acaba de explicarse.

Tabla 3.1. Clasificación del flujo según los Experimentos de Reynolds.

Tipo de flujo	Valor de $Re$
Laminar	$<2200$
Transición a turbulento (zona crítica)	2200-4000
Turbulento	$>4000$

¿Cuál es la razón que determina la existencia de estos regímenes de flujo? Como se sabe, en cualquier fenómeno físico real, siempre cabe esperar la acción de pequeñas perturbaciones; un cono apoyado sobre su vértice, por ejemplo, puede permanecer en teoría, perfectamente vertical, pero siempre existirá alguna perturbación que lo desvíe ligeramente de su posición y haga que caiga. En el seno de una masa fluida en movimiento, también existen perturbaciones que provocan pequeños *remolinos*, a la fuerza que genera este efecto se le llamará *fuerza desestabilizante*  $F_d$  y es de tipo inercial, ya que para desviar una partícula de su estado de movimiento uniforme, es preciso acelerarla.

$$F_d = ma \quad (3.23)$$

A esta fuerza se le opone una *fuerza estabilizante*  $F_e$ , que va a depender de la viscosidad del líquido; entre mayor es la viscosidad, mayor es la energía que se disipa por fricción entre partículas líquidas y en ese caso, una pequeña perturbación no bastará para generar un

remolino porque el consumo de energía que se requiere es importante. Para evaluar esta fuerza  $F_e$ , debe recordarse la ecuación de Newton de viscosidad.

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy} \quad (3.24)$$

De donde:

$\tau$ : es el esfuerzo cortante entre dos capas de fluido

$\mu$ : es la viscosidad dinámica o absoluta.

$\frac{dV}{dy}$ : es el gradiente de velocidades o sea, la variación de la velocidad en la dirección normal al flujo.

Para obtener la fuerza  $F_e$  se multiplica el esfuerzo  $\tau$  por el área sobre la que actúa:

$$F_e = \tau A = A\mu \frac{dV}{dy} \quad (3.25)$$

Combinando las ecuaciones (3.23) y (3.25), se puede encontrar la relación entre  $F_d$  y  $F_e$ .

$$\begin{aligned} \frac{F_d}{F_e} &= \frac{ma}{A\mu \frac{dV}{dy}} = \frac{L^3 \rho \frac{V}{t}}{L^2 \mu \frac{V}{L}} = \frac{L^2 \rho \frac{V}{t}}{\mu \frac{L}{t}} \\ \frac{F_d}{F_e} &= \frac{LV}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \end{aligned} \quad (3.26)$$

En el desarrollo anterior, lo que se hizo fue reemplazar las variables intervinientes por combinaciones equivalentes de otras variables; por ejemplo: aceleración = velocidad / tiempo, hasta llegar a que la relación entre la fuerza principal (inercial) desestabilizante y la fuerza (viscosa) estabilizante sea igual a una velocidad por una longitud entre la viscosidad cinemática del líquido. ¿Qué valores asumen  $V$  y  $L$ ? en realidad son valores arbitrarios llamados valores característicos; sólo debe cuidarse que si se hace una comparación entre dos flujos, la velocidad y la longitud características que se tomen en ambos casos sea homólogas. En tuberías a presión se adopta para  $V$  la velocidad media del flujo  $U$  y para  $L$  el diámetro  $D$ , de manera que si se compara la ecuación (3.26) con la ecuación (3.15), la relación entre ambas fuerzas resulta ser el Número de Reynolds.

$$\frac{F_d}{F_c} = \frac{VD}{\nu} = Re \quad (3.27)$$

Donde:

Re: número de Reynolds, adimensional

V: velocidad media del fluido, en m/s

D: diámetro interior del tubo, en m

$\nu$ : viscosidad cinemática del fluido, m<sup>2</sup>/s

Esta conclusión a la que se ha llegado expresa con toda claridad el significado físico del Número de Reynolds; es un parámetro que mide la relación entre las fuerzas que provocan la turbulencia y las que tienden a hacerla desaparecer; naturalmente, si las primeras son pequeñas en comparación con las segundas, el Número de Reynolds será pequeño y el flujo será laminar; en cambio, si predominan las fuerzas desestabilizantes el Número de Reynolds será grande y el flujo será turbulento.

### 3.6.1. FLUJO LAMINAR

En flujo laminar el factor de fricción es una función del número de Reynolds únicamente, esto se obtiene por la siguiente relación, basado en la ecuación de Hagen-Poiseuille:

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.28)$$

### 3.6.2. FLUJO TURBULENTO

Cuando una corriente viscosa se vuelve inestable, los remolinos resultantes se propagan con rapidez por todo el flujo. El resultado es un movimiento complejo, en el cual la velocidad varía constantemente en el tiempo. Este fenómeno se conoce como *turbulencia* y sus principales efectos son los que se describen a continuación:

Las trayectorias líquidas son irregulares; una misma partícula puede ocupar distintos niveles dentro del flujo; esto es lo que facilita la mezcla y explica el resultado de la Experiencia de Reynolds en la que un colorante se difunde a poca distancia de la boquilla. De igual manera que un colorante, la propia energía de las partículas se difunde con facilidad; las partículas con

menos energía cinética, cercanas al borde, se desplazan al centro por efecto de la turbulencia y reciprocamente las del centro se trasladan al borde. Esto hace que la distribución de velocidades en el flujo turbulento (Figura 2.10 a)) sea mucho más uniforme que en el laminar, excepto en una franja pequeña cercana al borde en la que el gradiente de velocidades es muy fuerte; esto es lógico porque en los contornos el movimiento de los remolinos se reduce a un mínimo debido a la falta de espacios y además debe cumplirse el principio de Meier de velocidad nula en contacto con el sólido.

- ❖ Debido a la mezcla, la fricción entre las partículas aumenta y por lo tanto se incrementa el grado de disipación de energía; esto se puede observar en la experiencia de Hagen (Figura 3.4); cuando el flujo se hace turbulento la pendiente de la curva pérdida –velocidad aumenta notablemente.

Como se dijo al principio, si se mide la velocidad en un punto cualquiera del flujo, se observará que ésta es variable con respecto al tiempo; el registro será parecido al de la Figura 2.10 b). Sin embargo, si el gasto es permanente, el valor de la velocidad oscilará alrededor de un promedio que se llama *velocidad media temporal*  $\bar{V}$ . Bazin demostró que si esa velocidad media se calcula para distintos intervalos de tiempo pero todos ellos mayores de dos minutos, entonces todos los promedios que se obtengan serán esencialmente iguales. De manera que la velocidad en un punto cualquiera de la corriente puede separarse en dos partes (Figura 2.10 c)): La velocidad media temporal  $\bar{V}$ , que es constante con el tiempo y conserva la dirección general de la corriente y una componente turbulenta que es variable, aleatoria y que además puede asumir cualquiera de las direcciones del espacio.

Al ser el flujo turbulento tan complejo en su propia naturaleza, su análisis teórico es particularmente complicado y su carácter aleatorio obliga a echar mano de la *mecánica estadística*. Basándose en los resultados obtenidos por Bazin, Boussinesq y sus principales simplificaciones consisten en haber reemplazado una velocidad real en cada punto por la velocidad media temporal. A este campo de velocidades ficticio se le llama *movimiento medio local de Boussinesq* y sus principales simplificaciones consisten en haber reemplazado una velocidad permanente y un flujo de trayectorias quebradas por otro unidimensional. De esta manera se representan las hipótesis restrictivas con las que se ha venido trabajando.

No hay que perder de vista que el movimiento medio local de Boussinesq es ficticio y por lo tanto las ecuaciones de conservación se seguirán cumpliendo en sus expresiones integrales simplificadas pero no ocurrirá lo mismo con la Ecuación de Newton de viscosidad 2.15, que es de tipo diferencial. Esta ley seguirá siendo cierta para el campo real de las velocidades, pero no para el de velocidades medias temporales. Esto representa una desventaja para el análisis del problema, ya que se cuenta con una ecuación menos y por lo tanto el factor de fricción ya no podrá deducirse en forma teórica. Es necesario, por lo tanto, apoyarse en nuevos resultados experimentales para encontrar la solución.

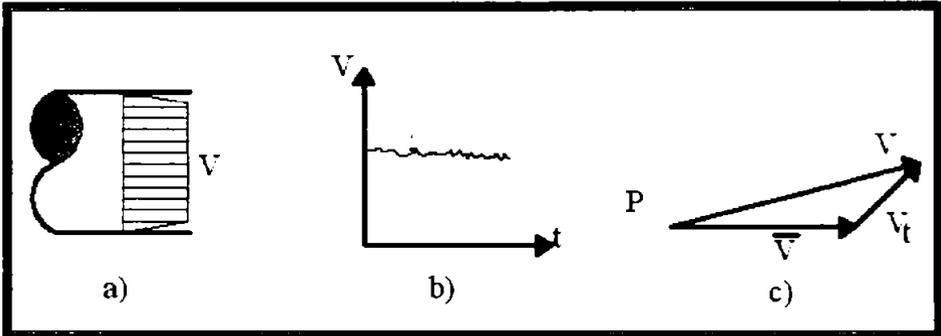


Figura 3.7. Flujo turbulento: a) Perfil de velocidades en un tubo a presión, b) Registro de la velocidad instantánea en un punto del campo de flujo en función del tiempo, c) Descomposición de la velocidad instantánea  $V$  en una media temporal  $\bar{V}$  y una componente turbulenta  $V_t$ .

### 3.7. ECUACIÓN DE COOLEBROOK Y WHITE

Los trabajos encaminados al estudio de la turbulencia y las resistencias en flujo turbulento ocupan buena parte del desarrollo de la mecánica de fluidos moderna. Fue el científico alemán Prandtl quien a principios de siglo, estableció las bases de la mecánica de fluidos moderna, al reconocer que la resistencia viscosa en los flujos turbulentos sólo tiene influencia apreciable en las inmediaciones del contorno sólido.

Sus seguidores Von Kármán y Nikuradse hicieron también por su parte, valiosos aportes; el primero al estudiar las características del flujo turbulento en las proximidades de contornos planos y el segundo al estudiar y cuantificar la resistencia al flujo en tubería lisas y rugosa. Nikuradse trabajó con tuberías de rugosidad uniforme, similar a la que se aprecia en la figura 3.3 b); para ello se valió del recurso de revestir interiormente tubos lisos con granos de arena de tamaño clasificado.

Coolebrook y White basándose en los trabajos de Nikuradse, hicieron un estudio similar pero esta vez en tuberías revestidas interiormente con granos de arena de tamaño variado; la rugosidad resultante no es uniforme sino dispareja, parecida a la que se observa en tuberías comerciales (Figura 3.3 a)), que en definitiva es lo que interesa desde el punto de vista práctico. No es extraño entonces que la fórmula de Coolebrook y White (en adelante Coolebrook-White), obtenida con rugosidad artificial, sea adecuada también para tuberías comerciales de rugosidad natural; así lo demuestran las experiencias realizadas por Freeman, Heywood y otros, con tubos de hierro fundido, acero galvanizado y acero soldado entre otros materiales. Dicha fórmula es la que se incluye a continuación y es la que permite evaluar el factor de fricción  $f$  en *flujo turbulento*.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} + 0.269 \frac{\epsilon}{D} \right) \quad (3.29)$$

Algunos comentarios que se pueden hacer sobre esta ecuación son los siguientes:

Efectivamente, esta fórmula es coherente ya que el factor de fricción es una función del Número de Reynolds  $\text{Re}$  y de la rugosidad relativa  $\epsilon/D$ .

Es algo complicada de manejar, ya que el factor de fricción no sólo aparece en el primer miembro sino también en el segundo y dentro del argumento de un logaritmo, por lo tanto es imposible de despejar en forma explícita. Por su puesto este problema se puede solucionar, tanto gráfica como numéricamente, lo que se verá más adelante.

Finalmente, faltaría hacer un comentario sobre la rugosidad  $\epsilon$ . Si es cierto que se trata de una rugosidad no uniforme, entonces ¿cuál de todos los valores que asume ésta en el *paisaje montañoso* de la Figura 3.3 a) es el que debe asignarse a su valor en la fórmula? Una respuesta

razonable sería tomar la altura promedio de la rugosidad, pero como se verá hay otro criterio más correcto que ese; sin embargo, antes de hacer referencia a él, es conveniente explicar con algo más de detalle el mecanismo de disipación de energía en el flujo turbulento.

### 3.7.1. TUBOS LISOS Y RUGOSOS

De acuerdo al perfil de flujo de la Figura 3.7 a), conforme se avanza hacia el borde sólido, las velocidades son cada vez más bajas. Dentro de un pequeño espesor de fluido adyacente a dicho borde, la velocidad será lo bastante baja para que el flujo en él sea laminar; a esa delgada capa se le da el nombre de *subcapa laminar* (Figura 3.8) y se designará  $\delta$  al espesor al espesor de la misma. El flujo principal seguirá siendo turbulento pero dentro de ese espacio pegado al contorno se mantendrá el régimen laminar. ¿De qué depende el valor del espesor  $\delta$ ? o si se prefiere, ¿de qué depende la relación  $\delta/D$  entre el espesor de la subcapa laminar y el diámetro? Obviamente del Número de Reynolds; entre más turbulento sea el flujo, menor será la importancia relativa de la subcapa laminar.

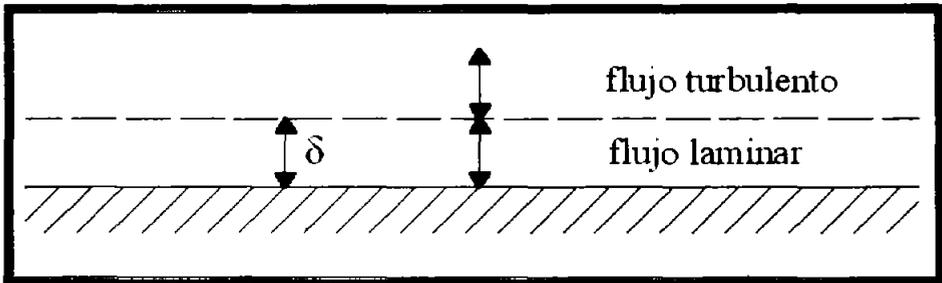


Figura 3.8. Subcapa laminar junto al contorno liso de un flujo completamente desarrollado en un tubo a presión.

La Figura 3.8 corresponde a una tubería completamente lisa, pero ¿qué ocurre si la superficie es rugosa?

Al respecto se presentan tres posibilidades:

- a) Que el espesor de la rugosidad sea mucho menor que el espesor de la subcapa laminar (Figura 3.9.a)). En este caso la rugosidad influirá muy poco en la resistencia al flujo, ya que prácticamente no perturba las trayectorias laminares y con mayor razón puede afirmarse que tampoco influye en el *núcleo turbulento*, que se observa fuera del

espesor de la subcapa. Este es el caso de una *tubería lisa* o *hidráulicamente lisa*, porque aunque tenga rugosidad, el flujo es indiferente a ella. Las pérdidas de energía en esta tubería se deben a la fricción entre las propias partículas líquidas, principalmente en el espesor de la subcapa laminar donde el gradiente de velocidades es muy fuerte. Si la rugosidad es pequeña también lo será la relación  $\epsilon/D$  y en el paréntesis de la ecuación (3.29) el segundo término será pequeño, inclusive despreciable comparada con el primero, de manera que la ecuación podrá escribirse así:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{2.51}{Re \sqrt{f}}\right) = 2 \log\left(\frac{Re \sqrt{f}}{2.51}\right) \quad (3.30)$$

para flujo turbulento, tubos lisos

En la fórmula coincide con la ecuación de Kármán-Prandtl para el factor de fricción en tubos lisos, que históricamente es anterior a la fórmula de Coolebrook-White y puede afirmarse que es el límite de esta última cuando la rugosidad relativa  $\epsilon/D$  tiende a cero.

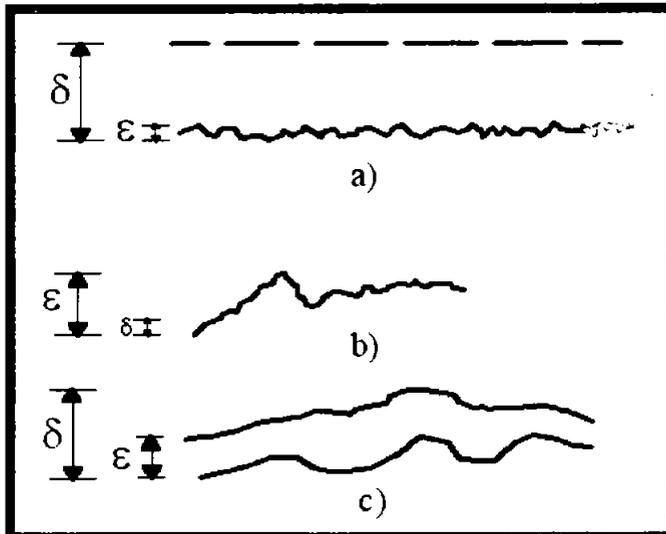


Figura 3.9. Subcapa laminar en tubos rugosos: a) Su espesor es mucho mayor que la rugosidad, b) Su espesor es mucho menor que la rugosidad, c) Ambos son del mismo orden de magnitud.

b) La segunda posibilidad es que la rugosidad sea mucho mayor que el espesor de la subcapa (Figura 2.12 b)). Aquí ocurrirá la situación opuesta a la del inciso anterior; la subcapa laminar se encontrará perdida entre los intersticios de la rugosidad y ésta estará en contacto directo con el núcleo turbulento, que deberá abrirse paso entre las irregularidades de la superficie sólida. Se dice normalmente que en este caso las resistencias al flujo se deben a la fricción entre las partículas líquidas y el contorno. En realidad el fenómeno es un poco más complicado que eso; simplemente de acuerdo al Principio de Meier, una partícula líquida adyacente a una superficie sólida permanece fija con respecto a ella o sea que no puede deslizarse. Lo que en realidad ocurre es que la rugosidad provoca pequeños remolinos en el flujo; éstos son la causa de la disipación de energía ya que cada torbellino representa un incremento localizado de la turbulencia. Sin embargo, desde un punto de vista macroscópico, hablar de fricción entre el líquido y el contorno se puede aceptar como correcto. El caso presentado en este inciso corresponde a una *tubería rugosa* o mejor dicho, *netamente rugosa* o con *turbulencia plenamente desarrollada*; este tipo de precisiones se hace a veces necesario porque, por una cuestión semántica, lo que no es liso es rugoso; de manera que esta última palabra no sólo incluye el presente caso sino también el del inciso c que se presentará enseguida; decir en cambio que la tubería es netamente rugosa o que el flujo es plenamente turbulento, enfatiza el hecho de que la subcapa laminar no influye en la resistencia al flujo. Como se ha dicho, para que la subcapa laminar sea pequeña, el Número de Reynolds debe ser grande y por lo tanto esta vez será el primer término de la ecuación (3.39) el que podrá desprejiciarse frente al segundo; la ecuación resultante es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log\left(\frac{\epsilon}{3.71D}\right) \quad (3.31)$$

c) Finalmente, la última posibilidad es el caso intermedio, en el que no existe un neto predominio de  $\delta$  sobre  $\epsilon$  ni viceversa; ambos valores tienen el mismo orden de magnitud (Figura 3.9 c)). Aquí tanto la rugosidad como la viscosidad tendrán

influencia en las pérdidas por fricción. Es naturalmente el caso más general y no podrá despreciarse ninguno de los dos términos del paréntesis de la ecuación (3.39).

Se llama *rugosidad equivalente* de una tubería comercial, al valor de la rugosidad uniforme con igualdad  $\epsilon$  las demás condiciones del flujo, provoca la misma pérdida por fricción en régimen de turbulencia plena.

De manera que para obtener la rugosidad equivalente de un cierto material, acero galvanizado por ejemplo, deberá compararse la pérdida por fricción medida en un tramo de tubería del mismo con los de varios tubos del mismo diámetro y longitud y en las mismas condiciones de flujo; estos tubos deben ser lisos pero revestidos interiormente con granos de arena de tamaño uniforme; con alguno de ellos se obtendrá la misma pérdida que en el acero galvanizado en régimen de turbulencia plena; el diámetro de la arena que reviste interiormente ese tubo será el valor de la rugosidad equivalente del acero galvanizado, que resulta ser de:

$$\epsilon = 0.15\text{mm}$$

Una lista bastante completa sobre información de la rugosidad equivalente de distintos materiales comerciales se presente en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Rugosidad absoluta  $\epsilon$  en tubos comerciales.

Material	$\epsilon$ , en mm
<b><i>Tubos Lisos</i></b>	
De vidrio, cobre, latón, madera (bien cepillada), acero nuevo soldado y con una mano interior de pintura; tubos de acero de precisión sin costura, serpentines industriales, plásticos, hule.	0.015
Tubos industriales de latón	0.025
Tubos de Madera	0.2 a 1
Fierro Forjado	0.05
Fierro fundido nuevo	0.25
Fierro fundido, con protección interior de asfalto	0.12
Fierro fundido oxidado	1 a 1.5
Fierro fundido, con incrustaciones	1.5 a 3
Fierro fundido, centrifugado	0.05
Fierro fundido nuevo, con bridas o juntas de macho y campana	0.15 a 0.3
Fierro fundido usado, con bridas o juntas de macho y campana	2 a 3.5
Fierro fundido para agua potable, con bastantes incrustaciones y diámetro de 50 a 125 mm	1 a 4
Fierro galvanizado	0.15
<b><i>Tubos de Acero soldado de calidad normal</i></b>	
Acero rolado, nuevo	0.05
Acero laminado, nuevo	0.04 a 0.1
Acero laminado con protección interior de asfalto	0.05
Con costura longitudinal y una línea transversal de remaches en cada junta, o bien laqueado interiormente	0.3 a 0.4
Con líneas transversales de remaches, sencilla o doble; o tubos remachado con doble hilera longitudinal de remaches e hilera transversal sencilla, sin incrustaciones	0.6 a 0.7

Tabla 3.2. Rugosidad absoluta  $\epsilon$  en tubos comerciales (continuación).

Material	$\epsilon$ , en mm
Acero soldado, con una hilera transversal sencilla de pernos en cada junta, laqueado interior, sin oxidaciones, con circulación de agua turbia	1
Acero soldado, con doble hilera transversal de pernos, agua turbia, tuberías remachadas con doble costura longitudinal de remaches y transversal sencilla, interior asfaltado o laqueado	1.2 a 1.3
Acero soldado, con costura doble de remaches transversales, muy oxidado. Acero remachado, de cuatro a seis filas longitudinales de remaches, con mucho tiempo de servicio	2
<i>Tubos remachados, con filas longitudinales y transversales</i>	
a) Espesor de lámina < 5mm	0.65
b) Espeso de lámina de 5 a 12 mm	1.95
c) Espesor de lámina > 12 mm, o entre 6 y 12 mm, si las hileras de pernos tienen cubrejuntas	3
d) Espesor de lámina > 12 mm con cubrejuntas	5.5
Tubos remachados, con cuatro filas transversales y seis longitudinales con cubrejuntas interiores	4
Asbesto-cemento nuevo	0.025
Asbesto-cemento, con protección interior de asfalto	0.0015
Concreto centrifugado, nuevo	0.16
Concreto centrifugado, con protección bituminosa	0.0015 a 0.125
Concreto en galerías, colado con cimbra normal de madera	1 a 2
Concreto en galerías, colado con cimbra rugosa de madera	10
Concreto armado en tubos y galerías, con acabado interior cuidadosamente terminado a mano	0.01
Concreto de acabado liso	0.025

Tabla 3.2. Rugosidad absoluta  $\epsilon$  en tubos comerciales (continuación).

Material	$\epsilon$ , en mm
Conductos de concreto armado, con acabado liso y varios años de servicio	0.2 a 0.3
Concreto alisado interiormente con cemento	0.25
Galerías con acabado interior de cemento	1.5 a 1.6
Concreto con acabado normal	1 a 3
Concreto con acabado rugoso	10
Cemento liso	0.3 a 0.8
Cemento no pulido	1 a 2
Concreto presforzado Freyssinet	0.04
Concreto presforzado Bona y Socoman	0.25
Mampostería de piedra, bien junteada	1.2 a 2.5
Mampostería de piedra rugosa, sin juntear	8 a 15
Mampostería de piedra, mal acabada	1.5 a 3

### 3.8. DIAGRAMA DE MOODY

La fórmula de Coolebrook y White resulta algo complicada de manejar porque el factor de fricción aparece en ambos miembros. Algunos investigadores se preocuparon por obtener fórmulas de fricción aparece en ambos miembros. Algunos investigadores se preocuparon por obtener fórmulas aproximadas con el fin de que  $f$  aparezca completamente explícito. Una de ellas es la fórmula de Swamee Jain o de Churchill.

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log \left( 0.27 \frac{\epsilon}{D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2} \quad (3.32)$$

(válida para  $10^6 < \epsilon/D < 10^{-2}$  y  $5000 < Re < 10^8$ )

La fórmula de Altshul emplea una potencia en lugar de la función logarítmica:

$$f = 0.11 \left[ \frac{\epsilon}{D} + \frac{68}{Re} \right]^{1/4} \quad (3.33)$$

El grado de aproximación de estas fórmulas es variable; en adelante se empleará la primera, cuyos resultados son suficientemente precisos.

Otro recurso para resolver problemas prácticos sin la complejidad de manejar aquella fórmula analíticamente, es mediante una representación gráfica de la misma. Tal gráfica es el *Diagrama de Moody* o *Diagrama universal para el cálculo de tuberías* que se representa en la Figura 3.10. Esta carta está organizada de la siguiente manera: en el eje horizontal se representa el Número de Reynolds en escala logarítmica y dentro del plano, en trazo grueso, se representa una curva para cada valor de  $\epsilon/D$ . Por último, en el eje vertical, se representa el factor de fricción  $f$ , también en escala logarítmica pero con periodo diferente al del eje horizontal. Para obtener el factor de fricción en un problema determinado basta encontrar el Número de Reynolds en el eje horizontal, avanzar verticalmente hasta la curva  $\epsilon/D$  y finalmente en el eje de la derecha se le el valor de  $f$ . Este diagrama permite no sólo calcular tuberías en régimen turbulento, ya que nada impide incluir en el mismo la ecuación 3.28, que evalúa el factor de fricción en régimen laminar; ésta es la recta de pendiente negativa que se observa a la izquierda de la figura, para número de Reynolds menores que 2200.

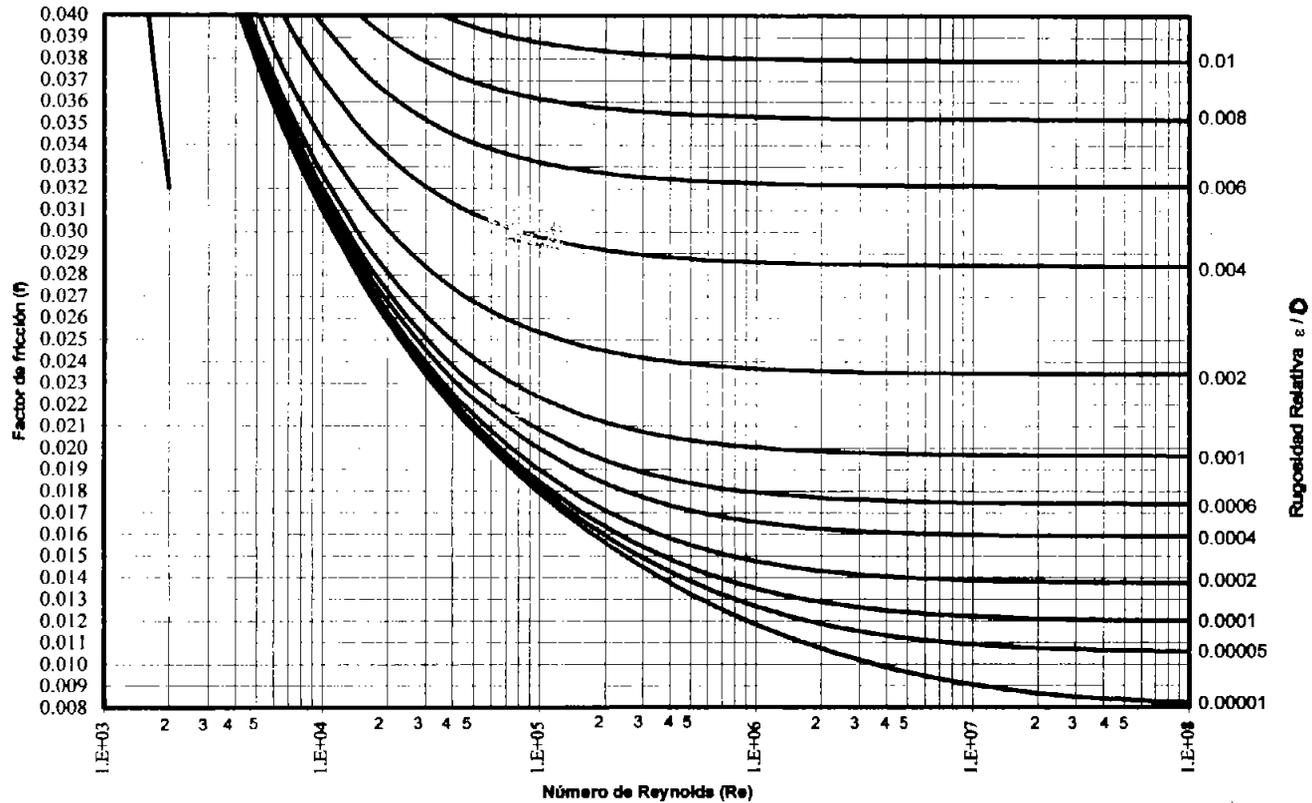


Figura 3.10. Diagrama de Moody para el cálculo del factor de fricción en tuberías.

### 3.9. ECUACIÓN DE HAZEN-WILLIAMS

Ésta es una de las más utilizadas para problemas de flujo en tubos en las redes de agua potable, aunque se desarrolló tanto para canales abiertos como para flujos en tubos. La ecuación de Hazen-Williams es:

$$\mathbf{V = 1.318CR^{0.63}S^{0.54}} \quad (3.34)$$

Donde:

- V: velocidad media del fluido, en ft/s
- C: coeficiente de rugosidad de Hazen-Williams
- R: radio hidráulico, ft
- S: pendiente del gradiente de energía

$$S = \frac{h_f}{L}$$

La ecuación (3.34), de Hazen-Williams, puede ser escrita en términos del gasto, Q, para una tubería circular sustituyendo  $V=Q/A$ ,  $A=(\pi/4)D^2$ , y  $R=D/4$ :

$$\mathbf{Q = 0.432CD^{2.63}S^{0.54}} \quad (\text{Sistema inglés}) \quad (3.35)$$

Donde:

- Q: gasto, en ft<sup>3</sup>/s
- D: diámetro interior del tubo, en ft

$$\mathbf{Q = 0.278CD^{2.63}S^{0.54}} \quad (\text{Sistema métrico}) \quad (3.36)$$

Donde:

- Q: gasto, en m<sup>3</sup>/s
- D: diámetro interior del tubo, en m

Tabla 3.3. Valores de C en la fórmula de Hazen-Williams.

Material	Valor C
Tuberías de plástico nuevas	150
Tuberías muy pulidas (fibrocemento)	140
Tubería de polietileno de alta densidad	140
PVC (policloruro de vinilo)	140
Tuberías de hierro nuevas y pulidas	130
Tuberías de concreto armado	128
Tuberías de acero galvanizado	140
Tuberías de acero sin revestimiento	140
Tuberías de acero con revestimiento	140
Tuberías de acero usadas	110
Tuberías de palastro roblonado nuevas	114
Tuberías de fundición nuevas	97
Tuberías de fundición usadas	100
Tuberías de asbesto-cemento diámetro < 450 mm	90-80
Tuberías de asbesto-cemento diámetro > 500 mm	145
Tuberías de hierro fundido revestido alquitrán, nuevo	150
Tuberías de hierro fundido revestido alquitrán, con 5 años	135
Tuberías de hierro fundido revestido alquitrán, con 10 años	120
Tuberías de hierro fundido tuberculizado con 15 años	110
Tuberías de hierro fundido tuberculizado con 20 años	105
Tuberías de hierro fundido tuberculizado con 30 años	95
Tuberías de hierro fundido tuberculizado con 40 años	85
Tuberías de hierro fundido tuberculizado > 60 años	80
Tuberías de hierro fundido nuevo sin revestimiento interior	60

Tabla 3.3. Valores de C en la fórmula de Hazen-Williams (continuación).

Material	Valor C
Tuberías de hierro fundido nuevo con revestimiento interior de mortero	130
Tuberías de hierro fundido nuevo con revestimiento interior de mortero	140
Tuberías de hierro fundido nuevo con esmalte no bituminoso:	
Para diámetros altos (> 800 mm)	155
Para diámetros menores (< 750 mm)	145
Tuberías de concreto moldeado liso	150
Tuberías de concreto moldeado no metálico (moldes)	125

### 3.10. PÉRDIDAS MENORES POR FRICCIÓN

En adición a las continuas pérdidas por fricción, pérdidas locales ocurren en los cambios de sección de la tubería, en las válvulas, en las curvas, y en los accesorios. Estas pérdidas pueden ser despreciadas para tuberías muy largas pero son significativas para longitudes de tubería menores de 30 m. Hay dos maneras de calcular éstas pérdidas: de la longitud equivalente y pérdidas proporcionales a las pérdidas de energía cinética, dada por la siguiente fórmula:

$$h_m = K \frac{V^2}{2g} \quad (3.37)$$

Donde:

$h_m$ : pérdidas menores, ft o m

K: coeficiente de pérdidas

V: velocidad media de flujo, ft/s, o m/s

Algunos valores típicos de coeficiente para pérdidas menores se muestran en la Tabla 3.6.

**Pérdidas por entrada:** A la entrada de las tuberías se produce una pérdida por el efecto de contracción que sufre la vena líquida y la formación de zonas de separación; el coeficiente K depende, principalmente, de la brusquedad con que se efectúa la contracción del chorro. En la Tabla 3.4 se muestran algunos valores.

**Pérdidas por ampliación:** Se origina al producirse una ampliación de la sección transversal del tubo. El coeficiente K depende de la brusquedad, sus valores se muestran en la Tabla 3.5 (a).

**Pérdidas por reducción:** En este caso se produce un fenómeno de contracción semejante al de entrada a la tubería, el cual también conviene que sea gradual. Si bien en este caso la pérdida es inferior a la de la ampliación, dependiendo de la brusquedad con que se efectúa la contracción, el coeficiente de pérdida está supeditado al ángulo  $\theta$  al cual ésta se produzca. Los valores del coeficiente se muestran en la Tabla 3.5(b).

**Pérdidas por reducciones bruscas de sección:** La Tabla 3.7 muestra los valores de las pérdidas de carga en las reducciones bruscas de sección.

**Pérdidas por aumentos bruscos de sección:** Aumentos bruscos en la sección pueden ocasionar pérdidas de carga cuyos valores se muestran en la Tabla 3.8.

Tabla 3.4. Coeficientes de pérdida por entrada.

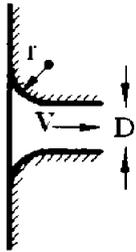
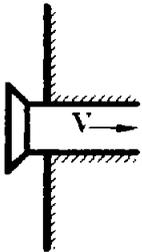
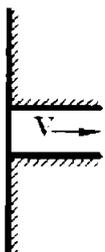
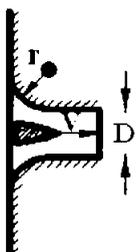
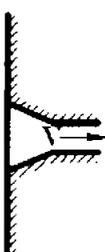
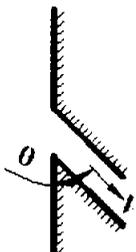
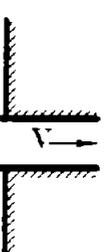
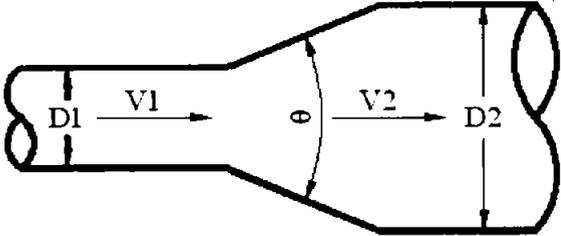
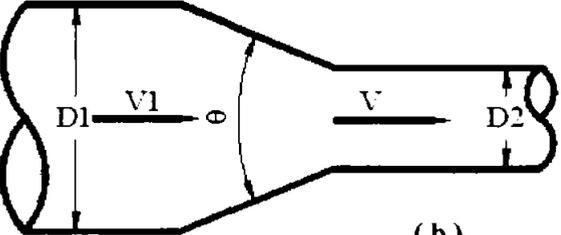
	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>r/D</math></th> <th><math>K</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.00</td><td>0.50</td></tr> <tr><td>0.04</td><td>0.26</td></tr> <tr><td>0.08</td><td>0.15</td></tr> <tr><td>0.10</td><td>0.12</td></tr> <tr><td>0.12</td><td>0.09</td></tr> <tr><td>0.16</td><td>0.06</td></tr> <tr><td>&gt;0.2</td><td>0.03</td></tr> </tbody> </table>	$r/D$	$K$	0.00	0.50	0.04	0.26	0.08	0.15	0.10	0.12	0.12	0.09	0.16	0.06	>0.2	0.03	 <p><math>K=0.50</math></p>
$r/D$	$K$																	
0.00	0.50																	
0.04	0.26																	
0.08	0.15																	
0.10	0.12																	
0.12	0.09																	
0.16	0.06																	
>0.2	0.03																	
	<p><math>K=0.50</math></p>	 <p><math>K=0.06</math> a 0.10</p>																
	<p><math>K=0.15</math> a 0.25</p>																	
	<p><math>K=1.0</math></p>	<p><math>K=0.5+0.3 \cos\theta +0.2 \cos^2\theta</math></p>																

Tabla 3.5. Coeficientes de pérdidas por cambio en la sección de la tubería.

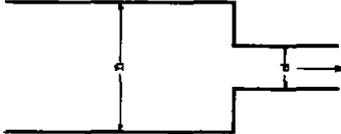
Pérdida por ampliación			
 <p>(a)</p>	$D2/D1$	$K$	$K$
		$\theta=10^\circ$	$\theta=180^\circ$
	0		1.00
	0.20	0.13	0.90
	0.40	0.11	0.72
	0.60	0.06	0.42
0.80	0.03	0.16	
Pérdida por reducción			
 <p>(b)</p>	$D2/D1$	$K$	$K$
		$\theta=60^\circ$	$\theta=180^\circ$
	0	0.08	0.50
	0.20	0.08	0.49
	0.40	0.07	0.42
	0.60	0.06	0.32
0.80	0.05	0.18	
0.90	0.04	0.10	

**CAPÍTULO III. ECUACIONES FUNDAMENTALES PARA FLUJO EN TUBERÍAS**

Tabla 3.6. Coeficientes para pérdidas menores.

Pieza	K	Pieza	K
Ampliación gradual	0.30	Unión	0.40
Boquillas	2.75	Medidor venturi	0.50
Compuerta abierta	1.00	Reducción gradual	0.15
Codo de 90°	0.90	Válvula de ángulo abierto	5.00
Codo de 45°	0.40	Válvula de compuerta abierta	0.20
Colador	0.75	Válvula de globo abierta	10.00
Curva de 90°	0.40	Salida de canalización	1.00
Curva de 45°	0.20	Te de paso directo	0.60
Entrada Normal	0.50	Te de salida de lado	1.30
Entrada de Borda	1.00	Te de salida bilateral	1.80
Velocidad	1.00	Válvula de pie	1.75
		Válvula de retención	2.75

Tabla 3.7. Coeficientes por reducciones bruscas de sección.

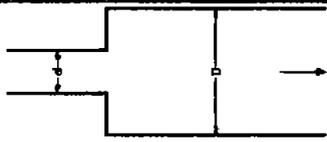


D/d	1.1	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	∞
K	0.15	0.25	0.34	0.58	0.41	0.44	0.46	0.48	0.48	0.49	0.49	0.49	0.50

**3.11. MÉTODO DE LAS LONGITUDES EQUIVALENTES**

En ciertas ocasiones, la determinación de las pérdidas menores por fricción por medio de la ecuación (3.37) ofrece dificultades y por esta razón, se recurre al método de las longitudes equivalentes.

Tabla 3.8. Coeficientes por aumentos bruscos de sección.



D/d	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10.0	∞
K	0.10	0.24	0.37	0.47	0.55	0.68	0.77	0.85	0.89	0.95	1.00

El método consiste en añadir a la longitud real de la tubería, solamente para efectos de cálculo, longitudes de tubos con el mismo diámetro del conducto en estudio, capaces de causar las mismas pérdidas de carga ocasionadas por las piezas a las que sustituyen. Por consiguiente, la tubería adquiere cierta longitud equivalente y la pérdida de la carga total se calcula mediante una de las fórmulas indicadas para la determinación de las pérdidas de carga continuas.

De este modo, cualquier pieza puede ser sustituida por una longitud ficticia que, calculada por la fórmula de Darcy-Weisbach sería:

$$h_m = \frac{f V^2}{D 2g} L \quad (3.38)$$

Donde:

- $h_m$ : pérdidas menores en ft o m
- $f$ : factor de fricción adimensional
- $V$ : velocidad media de flujo en ft/s o m/s
- $L$ : Longitud en m o ft.
- $D$ : Diámetro en m o ft.
- $g$ : aceleración de la gravedad en  $m/s^2$  o  $ft/s^2$

La misma pieza, de acuerdo con el proceso anterior, ocasionaría igual pérdida de carga dada por la ecuación (3.37).

Obsérvese que las pérdidas menores por fricción varían con la misma potencia que la velocidad que aparece en el cálculo de las pérdidas por fricción continuas, en la fórmula indicada. En virtud de esta coincidencia, igualando las ecuaciones (3.37) y (3.38) se tiene:

$$K \frac{V^2}{2g} = \frac{f V^2}{D} \frac{L}{2g}$$

Despejando la longitud L:

$$L = K \frac{\frac{V^2}{2g} D}{\frac{f V^2}{2g}}$$

$$L = \frac{KD}{f}$$

(3.39)

#### **Pérdidas locales y el número de diámetros**

Las longitudes equivalentes pueden expresarse en número de diámetro como se indica en la Tabla 3.9.

Tabla 3.9. Longitud equivalente mediante número de diámetros.

Pieza	No. de diámetros
Aplicación Gradual	12
Codo de 90°	45
Curva de 90°	30
Codo de 45°	20
Curva de 45°	15
Entrada normal	17
Entrada de Borda	35
Unión	30
Reducción gradual	06
Válvula de compuerta abierta	08
Válvula de globo abierta	350
Válvula de ángulo abierta	170
Salida de tubería	35
Te de paso directo	20
Te de salida bilateral	65
Válvula de pie con colador	250
Válvula de retención	100

---

**CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE  
TUBERÍAS**

---

IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS

4.1. SISTEMAS DE TUBERÍAS EN SERIE Y EN PARALELO

**Tuberías en serie.** Si un sistema de línea de tubería se dispone de tal forma que el fluido corra en una línea continua sin ramificaciones se le llama sistema de tuberías en serie; consisten de varias tuberías conectadas, una tras de otra, con diferentes diámetros como se muestra en la Figura 4.1.

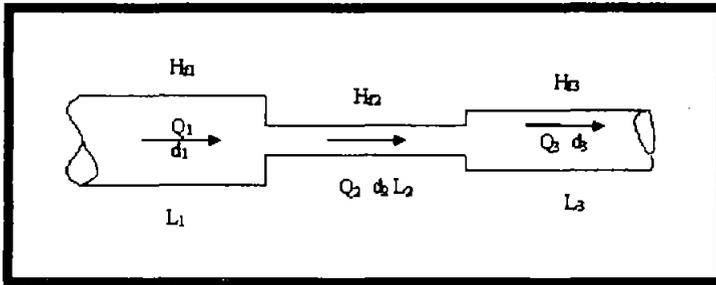


Figura 4.1. Sistema de tuberías en serie.

De acuerdo a la ecuación de la continuidad y la energía, las siguientes ecuaciones se aplican a las tuberías en serie:

$$\underline{Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \dots \quad [L^3T^{-1}]} \quad (4.1)$$

$$\underline{h_f = h_{f1} + h_{f2} + h_{f3} + \dots \quad [L]} \quad (4.2)$$

Para su análisis, los diferentes tamaños de tuberías son reemplazadas por una tubería de un diámetro uniforme con una longitud por el cual pasa un gasto,  $Q$ , con la pérdida por fricción total,  $h_f$ .

**Tuberías en paralelo.** Un sistema de tuberías en paralelo está constituido por dos o más tuberías que, partiendo de un punto, vuelven a unirse de nuevo en otro punto, aguas abajo del primero.

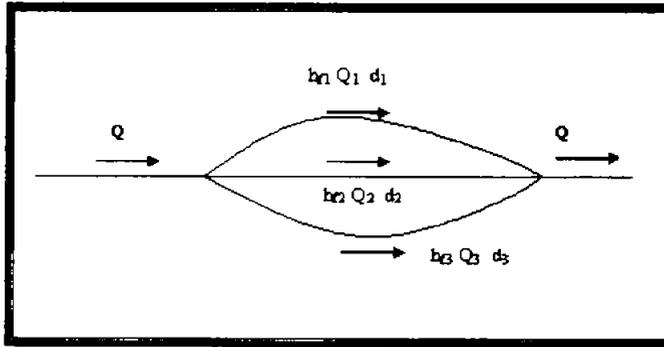


Figura 4.2. Sistema de tubería en paralelo.

Las siguientes ecuaciones son útiles para la resolución de tuberías en paralelo:

$$\underline{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots \quad [L^3T^{-1}]}$$
 (4.3)

$$\underline{h_f = h_{f1} = h_{f2} = h_{f3} = \dots \quad [L]}$$
 (4.4)

#### 4.2. SISTEMAS DE REDES DE TUBERÍAS

Si aumentamos el número de tuberías en paralelo, se irán formando circuitos con configuraciones complejas. Para que el flujo llegue a la salida del sistema tendrá que recorrer varios tramos de tubería. A este sistema complejo de tubería se le reconoce como red hidráulica. Su solución analítica es totalmente complicada, sin embargo existen 3 métodos para su solución:

- método de Hardy Cross,
- método de Newton-Raphson y
- método de la teoría linear.

De éstos el método de Hardy Cross es el más común para resolver redes hidráulicas, mediante aproximaciones sucesivas y correcciones de gastos, aplicadas a tramos de tuberías.

#### 4.3. MÉTODO DE HARDY CROSS

Recordando la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

de la ecuación de continuidad:

$$Q = VA$$

$$V = \frac{Q}{A}$$

$$V^2 = \left(\frac{Q}{A}\right)^2$$

el área transversal de la tubería es:

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

entonces:

$$V^2 = \left(\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}\right)^2$$

$$V^2 = \frac{16Q^2}{\pi^2 D^4}$$

Sustituyendo en la ecuación de Darcy-Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{16Q^2}{2g\pi^2 D^4}$$

$$h_f = f \frac{8L}{g\pi^2 D^5} Q^2$$

Si:

$$K = f \frac{8L}{g\pi^2 D^5}$$

entonces:

$$\boxed{hf = KQ^2} \quad (4.5)$$

Recordando la ecuación de Hazen-Williams:

$$Q = 0.432CD^{2.63}S^{0.54}$$

$$S = \frac{hf}{L}$$

Sustituyendo S en la ecuación de Hazen-Williams:

$$Q = 0.432CD^{2.63} \left( \frac{hf}{L} \right)^{0.54}$$

Despejando hf de la ecuación anterior:

$$hf = \left( \frac{QL^{0.54}}{0.432CD^{2.63}} \right)^{\frac{1}{0.54}}$$

$$hf = \frac{4.727L}{C^{1.85} D^{4.87}} Q^{1.85}$$

Si:

$$K = \frac{4.727L}{C^{1.85} D^{4.87}}$$

entonces:

$$\boxed{hf = KQ^{1.85}} \quad (4.6)$$

Recordando la ecuación de Manning:

$$V = \frac{1}{n} Rh^{2/3} S^{1/2}$$

de la ecuación de continuidad:

$$Q = VA$$

$$V = \frac{Q}{A}$$

el área transversal de la tubería es:

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

entonces:

$$V = \frac{Q}{\pi D^2} * 4$$

La pendiente es igual a:

$$S = \frac{hf}{L}$$

$$\frac{Q}{\pi D^2} * 4 = \frac{1}{n} Rh^{2/3} \left( \frac{hf}{L} \right)^{1/2}$$

$$hf = \left( \frac{4QnL^{1/2}}{\pi D^2 Rh^{2/3}} \right)^2$$

$$hf = \frac{16n^2 L}{\pi^2 D^4 Rh^{4/3}} * Q^2$$

Si:

$$K = \frac{16n^2 L}{\pi^2 D^4 Rh^{4/3}}$$

Entonces:

$$\boxed{hf = KQ^2} \quad (4.7)$$

Las ecuaciones (4.5), (4.6) y (4.7) pueden ser expresadas en la forma general:

$$\mathbf{hf = KQ^n} \quad (4.8)$$

en donde:

K = Resistencia equivalente que depende de las características de la tubería.

n = 2.0 para la ecuación de Darcy-Weisbach

n = 1.85 para la ecuación de Hazen-Williams

n = 2.0 para la ecuación de Manning

La suma de las pérdidas por fricción para cada circuito cerrado de la red es cero, es decir:

$$\mathbf{\sum hf = 0} \quad (4.9)$$

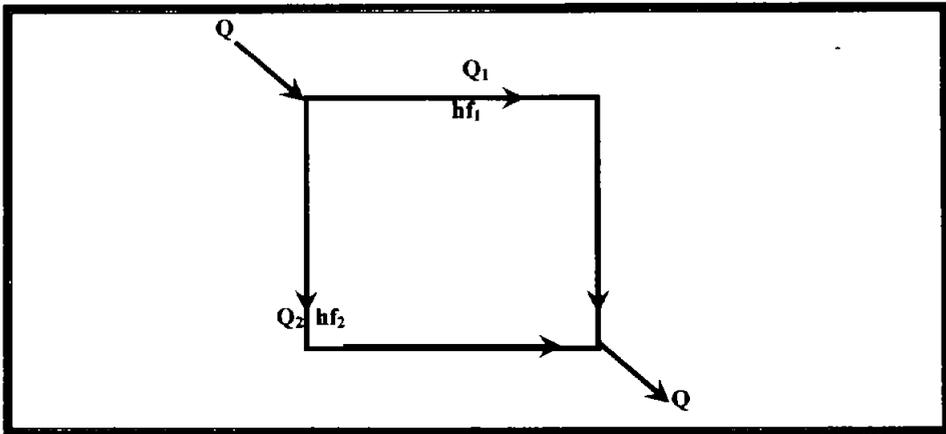


Figura 4.3. Red hidráulica de un solo circuito.

En la Figura 4.3 se puede observar una red hidráulica abastecida por un gasto Q, luego se distribuye originándose los gastos Q<sub>1</sub> y Q<sub>2</sub> y las pérdidas por fricción hf<sub>1</sub> y hf<sub>2</sub>, respectivamente, éstas deben satisfacer la ecuación (4.9):

$$\mathbf{hf_1 - hf_2 = 0} \quad (4.10)$$

Donde:

$hf_1$ : pérdidas por fricción con signo positivo porque el sentido del flujo es en la dirección de las manecillas del reloj.

$hf_2$ : pérdidas por fricción con signo negativo porque el sentido del flujo es en la dirección contraria a la de las manecillas del reloj.

Por lo anterior se puede decir que: en el sentido de las manecillas del reloj al flujo se le asigna el signo positivo y negativo en caso contrario.

En caso de que la ecuación (4.9) no se cumpliera, debe aplicarse una corrección,  $\delta$ , a los gastos propuestos de todas las tuberías del circuito. Así, si las pérdidas por fricción en el tramo 1,  $hf_1$ , son menores que las pérdidas por fricción en el tramo 2,  $hf_2$ , entonces sumaremos el incremento  $\delta$  al gasto 1,  $Q_1$ , y restaremos el incremento al gasto 2, es decir:

$$\text{Si } hf_1 < hf_2 \text{ entonces } Q_1 = Q_1 + \delta \quad \text{y} \quad Q_2 = Q_2 - \delta$$

$$\text{Si } hf_2 < hf_1 \text{ entonces } Q_2 = Q_2 + \delta \quad \text{y} \quad Q_1 = Q_1 - \delta$$

Sustituyendo la ecuación (4.8) en la ecuación (4.10):

$$K_1 Q_1^n - K_2 Q_2^n = 0$$

$$K_1 (Q_1 + \delta)^n - K_2 (Q_2 - \delta)^n = 0$$

Desarrollando binomios:

$$K_1 (Q_1^n + n\delta Q_1^{n-1} + \dots \delta^n) - K_2 (Q_2^n - n\delta Q_2^{n-1} + \dots \delta^n) = 0$$

Si la primera estimación de la distribución del gasto no ha sido razonable,  $\delta$ , será pequeño pudiéndose despreciar algunos términos, por lo tanto:

$$K_1 Q_1^n + nK_1 \delta Q_1^{n-1} - K_2 Q_2^n + nK_2 \delta Q_2^{n-1} = 0$$

$$hf_1 = K_1 Q_1^n$$

$$hf_2 = K_2 Q_2^n$$

$$K_1 Q_1^{n-1} = \frac{K_1 Q_1^n}{Q_1} = \frac{hf_1}{Q_1}$$

$$K_2 Q_2^{n-1} = \frac{K_2 Q_2^n}{Q_2} = \frac{hf_2}{Q_2}$$

Sustituyendo lo anterior en la ecuación (g):

$$hf_1 + n\delta \frac{hf_1}{Q_1} - hf_2 + n\delta \frac{hf_2}{Q_2} = 0$$

$$hf_1 - hf_2 = -n\delta \frac{hf_1}{Q_1} - n\delta \frac{hf_2}{Q_2}$$

$$hf_1 - hf_2 = -n\delta \left( \frac{hf_1}{Q_1} + \frac{hf_2}{Q_2} \right)$$

Despejando la corrección  $\delta$ :

$$\delta = - \frac{hf_1 - hf_2}{n \left( \frac{hf_1}{Q_1} + \frac{hf_2}{Q_2} \right)} \quad (4.11)$$

Donde  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $hf_1$  y  $hf_2$  tienen asignados sus signos correspondientes de acuerdo al sentido del flujo:

La ecuación (4.11) es utilizada en su forma general:

$$\delta = - \frac{\sum hf}{n \sum \left| \frac{hf}{Q} \right|} \quad (4.12)$$

Los valores de  $K$  y  $n$  son obtenidos ya sea de la ecuación de Hazen-Williams, Darcy-Weisbach o Manning, como se observa en la tabla 4.1.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS

Tabla 4.1. Resistencia Equivalente, K, para tuberías.

Fórmula	Unidades de Medida	K
Hazen-Williams n = 1.85	Q, m <sup>3</sup> /s; L, m; D, m; hf, m	$\frac{10.70L}{C^{1.85} D^{4.87}}$
	Q, cfs; L, ft; D, ft; hf, ft	$\frac{4.73L}{C^{1.85} D^{4.87}}$
	Q, gpm; L, ft; D, in; hf, ft	$\frac{10.44L}{C^{1.85} D^{4.87}}$
Darcy-Weisbach n = 2.0	Q, m <sup>3</sup> /s; L, m; D, m; hf, m	$\frac{1}{12.10} \frac{\text{fl}}{D^5}$
	Q, cfs; L, ft; D, ft; hf, ft	$\frac{1}{39.70} \frac{\text{fl}}{D^5}$
	Q, m <sup>3</sup> /s; L, m; D, in; hf, m	$7817106.82 \frac{\text{fl}}{D^5}$
	Q, l/s; L, m; D, m; hf, m	$\frac{1}{12100000} \frac{\text{fl}}{D^5}$
	Q, l/s; L, m; D, in; hf, m	$\frac{1}{1.5479} \frac{\text{fl}}{D^5}$
	Q, gpm; L, ft; D, in; hf, ft	$\frac{1}{32.15} \frac{\text{fl}}{D^5}$
Manning n = 2.0	Q, m <sup>3</sup> /s; L, m; D, m; Rh, m; hf, m	$\frac{1.621n^2L}{D^4Rh^{4/3}}$
	Q, l/s; L, m; D, m; Rh, m; hf, m	$\frac{1}{616903.146} \frac{n^2L}{D^4Rh^{4/3}}$
	Q, m <sup>3</sup> /s; L, m; D, in; Rh, m; hf, m	$19925578.58 \frac{n^2L}{D^4Rh^{4/3}}$
	Q, cfs; L, ft; D, ft; Rh, ft; hf, ft	$\frac{1.621n^2L}{D^4Rh^{4/3}}$
	Q, l/s; L, m; D, in; Rh, m; hf, m	$32.30 \frac{n^2L}{D^4Rh^{4/3}}$

**4.4. PROCEDIMIENTO PARA RESOLVER UNA RED HIDRÁULICA POR EL MÉTODO DE HARDY CROSS**

El procedimiento para resolver una red hidráulica, mediante el método de Hardy Cross se explica en el ejemplo 4.1.

**4.4.1. EJEMPLO 4.1.**

Una red hidráulica está compuesta de tuberías de acero galvanizado, sus gastos tributarios y sus longitudes se muestran en la Figura 4.4 y las cotas de terreno se muestran en la Figura 4.5. Calcular los gastos para cada tramo de tubería y las pérdidas por fricción compensadas.

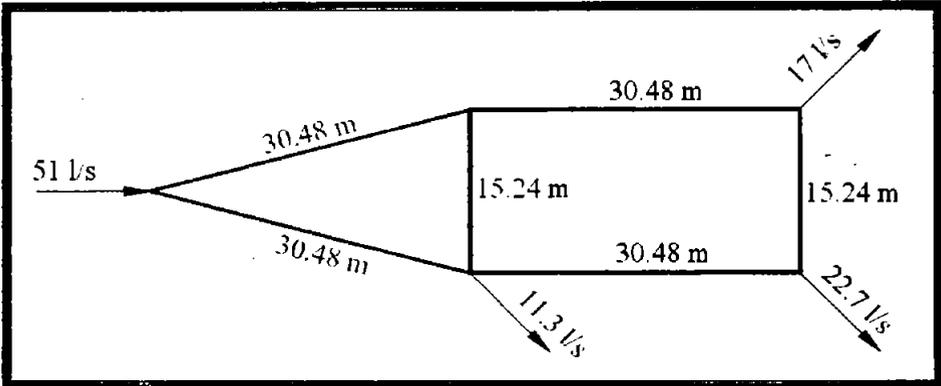


Figura 4.4. Red hidráulica del ejemplo 4.1.

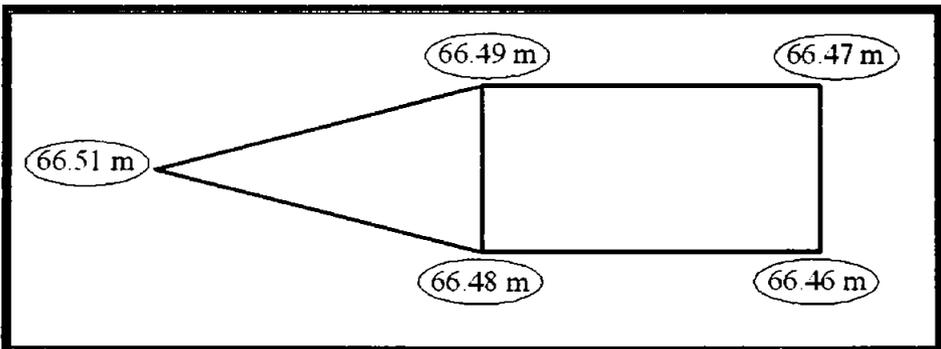


Figura 4.5. Cotas del terreno.

**Paso 1.** Enumeramos los circuitos y asignamos a cada nodo una letra para identificarlos como se muestra en la Figura 4.6.

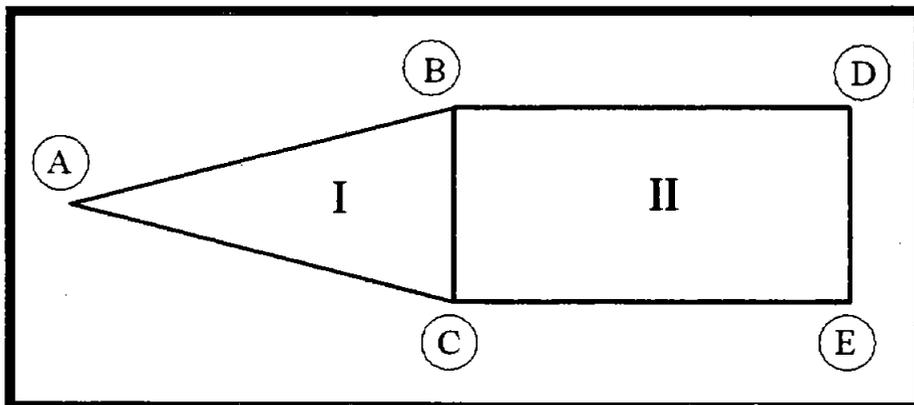


Figura 4.6.

**Paso 2.** Suponer un gasto para cada tramo de tubería (gastos acumulados), de tal manera que los gastos de entrada sean igual a los de salida, ver Figura 4.7.

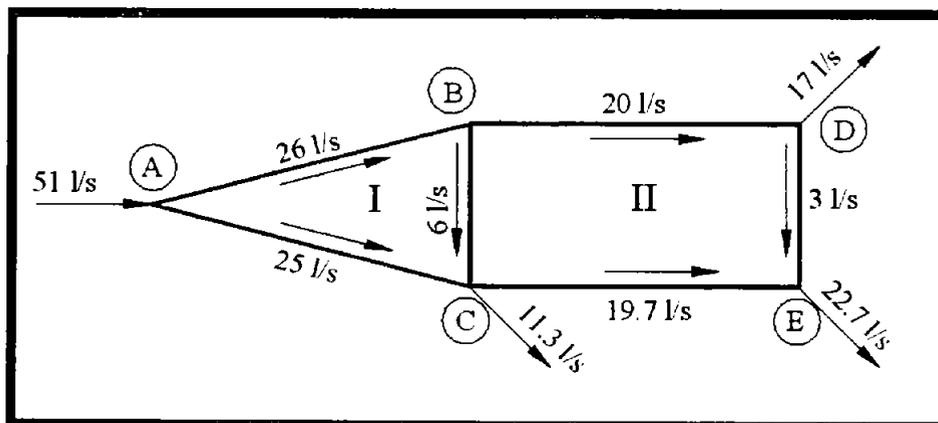


Figura 4.7.

Para el tramo AB se propuso un gasto acumulado de  $Q = 26 \text{ l/s}$  y para el tramo BC un gasto acumulado de  $Q = 6 \text{ l/s}$ , entonces la tubería BD tiene un gasto acumulado de  $Q = 20 \text{ l/s} = 26 \text{ l/s} - 6 \text{ l/s}$ ; el tramo AC tiene un gasto acumulado de  $Q = 25 \text{ l/s} = 51 \text{ l/s} - 26 \text{ l/s}$ , por lo tanto la tubería CE tiene un gasto acumulado de  $Q = 19.7 \text{ l/s} = 25 \text{ l/s} + 6 \text{ l/s} - 11.3 \text{ l/s}$ ; la tubería DE tiene un gasto de  $Q = 3 \text{ l/s} = 20 \text{ l/s} - 17 \text{ l/s}$ . La suma de los gastos acumulado de la tubería CE y DE nos da  $Q = 22.7 \text{ l/s} = 19.7 \text{ l/s} + 3 \text{ l/s}$ , que es el gasto tributario en el nodo E.

**Paso 3.** Asignamos signo positivo al flujo que se mueve en el sentido de las manecillas del reloj y negativa en caso contrario, ver Figura 4.8.

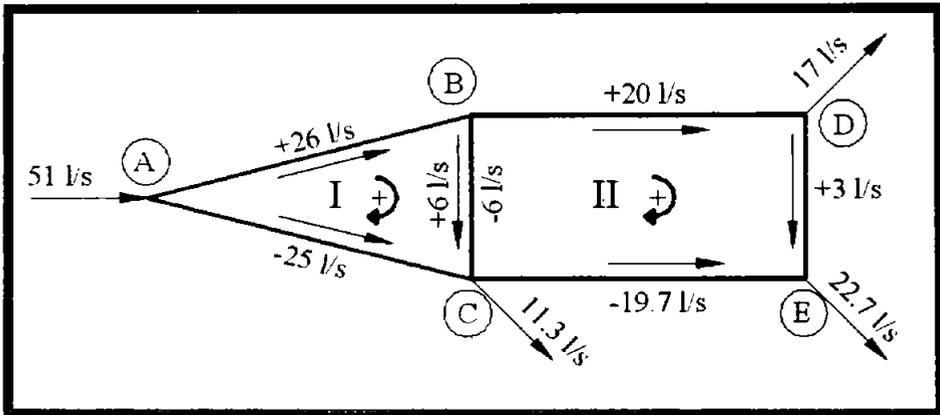


Figura 4.8.

**Paso 4.** Con el gasto acumulado de cada tubería, procedemos a calcular los diámetros con la fórmula de Dupuit (Ver. Tabla 4.2):

$$\underline{D = 1.03\sqrt{Q}} \quad (4.13)$$

De donde:

D: diámetro en m.

Q: Gasto acumulado en  $\text{m}^3/\text{s}$

Tabla 4.2. Diámetros nominales.

Tubería	Q (m <sup>3</sup> /s)	D (m)	Diámetro nominal (mm)
AB	0.0280	0.166	200
BC	0.0080	0.080	100
CA	0.0250	0.163	200
BD	0.0200	0.146	150
DE	0.0030	0.056	60
CE	0.0197	0.145	150

**Paso 5.** Teniendo los datos: Longitudes (L), Diámetros (D), Gastos acumulados (Q), el tipo y propiedades de la tubería de la red hidráulica; calculamos las pérdidas por fricción (hf), para ello usaremos la Tabla 4.3; explicación de cada una de sus columnas:

- Circuito propio. Circuito en el que se encuentra el gasto acumulado que se está considerando.
- Circuito común. Es el circuito en el que también tiene influencia el gasto acumulado.
- Crucero. Nodo que se toma como referencia; generalmente es el primero de cada circuito.
- Longitud. Longitudes correspondientes a cada tubería (según datos).
- Gasto. Gastos acumulados para cada tramo de tubería (propuestos).
- Diámetro. Los diámetros nominales.
- hf. Pérdidas por fricción calculadas con la ecuación (4.8):  $hf = KQ^n$ , el valor de K se calcula con la ecuación correspondiente de la Tabla 4.1.

En nuestro ejemplo utilizaremos la fórmula de Hazen-Williams: el coeficiente C para tuberías de acero galvanizado es de 140, n es igual a

1.85, y la ecuación de K es  $\frac{10.70L}{C^{1.85}D^{4.87}}$  (Q, m<sup>3</sup>/s; L, m; D, m; hf, m).

Para el tramo de tubería AB con: Q0 = 26 l/s = 0.026 m<sup>3</sup>/s, L = 30.48 m y D = 200 mm = 0.20 m, tenemos una pérdida por fricción (hf, en m):

$$K_{AB} = \frac{10.70(30.48)}{(140)^{1.85}(0.20)^{4.87}}$$

$$K = 88.52$$

$$hf_{0_{AB}} = 88.52(0.026)^{1.85}$$

$$hf_{0_{AB}} = 0.10\text{m}$$

- Corrección 1. Es la corrección para estabilizar el gasto de cada tramo de

tubería, se calcula con la ecuación (4.12):  $\delta = -\frac{\sum hf}{n \sum \left| \frac{hf}{Q} \right|}$  (hf, m; Q, m<sup>3</sup>/s; n,

1.85 para Hazen-Williams). La primera columna corresponde a la corrección del gasto acumulado del circuito en cuestión; la segunda al circuito común, del mismo gasto acumulado, con signo cambiado.

Para el circuito I, la primera corrección es (ver Tabla 4.3):

$$\delta = -\frac{0.11}{1.85(24.56)}$$

$$\delta = -0.0024$$

Corregimos gastos, una y otra vez, hasta que la corrección sea despreciable (0.10 l/s resultado que en la realidad no es práctico alcanzar); ver Tabla 4.3 a 4.7.

**Paso 6.** Se calcula la carga disponible y las cotas piezométricas para cada nodo y tramo de tubería, ver Tabla 4.8.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q <sub>0</sub> m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f0</sub> m	h <sub>f0</sub> /Q <sub>0</sub>	CORRECCIÓN 1		Q <sub>1</sub> m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN							Σ=	δ=	
		A								
I		AB	30.48	0.026	0.2	0.10	3.98	-0.0024		0.0236
I	II	BC	15.24	0.006	0.1	0.10	16.73	-0.0024	0.0008	0.0045
I		AC	30.48	-0.025	0.2	-0.10	3.85	-0.0024		-0.0274
						Σ=	0.11	24.56		
						δ=	-0.0024			
		B								
II		BD	30.48	0.02	0.15	0.26	12.92	-0.0008		0.0192
II		DE	15.24	0.003	0.06	0.34	111.68	-0.0008		0.0022
II		CE	30.48	-0.0197	0.15	-0.25	12.76	-0.0008		-0.0205
II	I	BC	15.24	-0.006	0.1	-0.10	16.73	-0.0008	0.0024	-0.0045
						Σ=	0.24	154.09		
						δ=	-0.0008			

Tabla 4.3. Corrección 1.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q <sub>1</sub> m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f1</sub> m	h <sub>f1</sub> /Q <sub>1</sub>	CORRECCIÓN 2		Q <sub>2</sub> m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN							Σ=	δ=	
		A								
I		AB	30.48	0.0236	0.2	0.09	3.67	-0.0008		0.0228
I	II	BC	15.24	0.0045	0.1	0.06	13.05	-0.0008	0.0004	0.0041
I		AC	30.48	-0.0274	0.2	-0.11	4.16	-0.0008		-0.0282
						Σ=	0.03	20.87		
						δ=	-0.0008			
		B								
II		BD	30.48	0.0192	0.15	0.24	12.46	-0.0004		0.0188
II		DE	15.24	0.0022	0.06	0.18	84.20	-0.0004		0.0018
II		CE	30.48	-0.0205	0.15	-0.27	13.22	-0.0004		-0.0209
II	I	BC	15.24	-0.0045	0.1	-0.06	13.05	-0.0004	0.0008	-0.0041
						Σ=	0.09	122.93		
						δ=	-0.0004			

Tabla 4.4. Corrección 2.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q2 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f2</sub> m	h <sub>f2</sub> /Q2	CORRECCIÓN 3		Q3
PROPIO	COMÚN									m <sup>3</sup> /s
A										
I		AB	30.48	0.0228	0.2	0.08	3.56	-0.0003		0.0225
I	II	BC	15.24	0.0041	0.1	0.05	12.00	-0.0003	0.0001	0.0039
I		AC	30.48	-0.0282	0.2	-0.12	4.26	-0.0003		-0.0285
						Σ=	0.01	19.83		
						δ=	-0.0003			
B										
II		BD	30.48	0.0188	0.15	0.23	12.24	-0.0001		0.0186
II		DE	15.24	0.0018	0.06	0.12	70.91	-0.0001		0.0016
II		CE	30.48	-0.0209	0.15	-0.28	13.44	-0.0001		-0.0211
II	I	BC	15.24	-0.0041	0.1	-0.05	12.00	-0.0001	0.0003	-0.0039
						Σ=	0.02	108.59		
						δ=	-0.0001			

Tabla 4.5. Corrección 3.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q3 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f3</sub> m	h <sub>f3</sub> /Q3	CORRECCIÓN 4		Q4
PROPIO	COMÚN									m <sup>3</sup> /s
A										
I		AB	30.48	0.0225	0.2	0.08	3.53	-0.0001		0.0225
I	II	BC	15.24	0.0039	0.1	0.05	11.62	-0.0001	0.0000	0.0039
I		AC	30.48	-0.0285	0.2	-0.12	4.30	-0.0001		-0.0285
						Σ=	0.00	19.44		
						δ=	-0.0001			
B										
II		BD	30.48	0.0186	0.15	0.23	12.17	0.0000		0.0186
II		DE	15.24	0.0016	0.06	0.11	66.78	0.0000		0.0016
II		CE	30.48	-0.0211	0.15	-0.28	13.50	0.0000		-0.0211
II	I	BC	15.24	-0.0039	0.1	-0.05	11.62	0.0000	0.0001	-0.0039
						Σ=	0.01	104.08		
						δ=	0.0000			

Tabla 4.6. Corrección 4.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE SISTEMAS DE TUBERÍAS

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q4 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h4 m	h4/Q4	CORRECCIÓN 5		Q5 m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN									
		A								
I		AB	30.48	0.0225	0.2	0.08	3.52	-0.0024		0.0201
I	II	BC	15.24	0.0039	0.1	0.04	11.52	-0.0024	0.0008	0.0023
I		AC	30.48	-0.0285	0.2	-0.12	4.31	-0.0024		-0.0309
						Σ=	0.00	19.34		
						δ=	0.0000			
		B								
II		BD	30.48	0.0186	0.15	0.23	12.15	-0.0008		0.0178
II		DE	15.24	0.0016	0.06	0.11	65.63	-0.0008		0.0008
II		CE	30.48	-0.0211	0.15	-0.29	13.52	-0.0008		-0.0219
II	I	BC	15.24	-0.0039	0.1	-0.04	11.52	-0.0008	0.0024	-0.0023
						Σ=	0.00	102.82		
						δ=	0.0000			

Tabla 4.7. Corrección 5.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	h COMPENSADA m	COTAS		CARGA DISPONIBLE	
PROPIO	COMÚN				Piezométrica	Terreno		
		A				81.75	66.51	15.24
I		AB	300	0.08	81.65	66.48	15.16	
I	II	BC	300	0.04	81.60	66.48	15.12	
I		AC	300	-0.12	81.60	66.48	15.12	
		B				81.65	66.49	15.16
II		BD	200	0.23	81.40	66.47	14.93	
II		DE	300	0.11	81.28	66.46	14.82	
II		CE	200	-0.29	81.29	66.46	14.83	
II	I	BC	300	-0.04	81.60	66.48	15.12	

Tabla 4.8. Cálculo de la carga disponible.

4.4.2. EJEMPLO 4.2.

Determinar el gasto en cada tubería de la red hidráulica mostrada en la Figura 4.9. En el nodo (A) se encuentra un tanque elevado de 20 m de altura. Determinar las pérdidas por fricción en cada nodo de la red. Todas las tuberías son nuevas de hierro fundido y se encuentran en buenas condiciones.

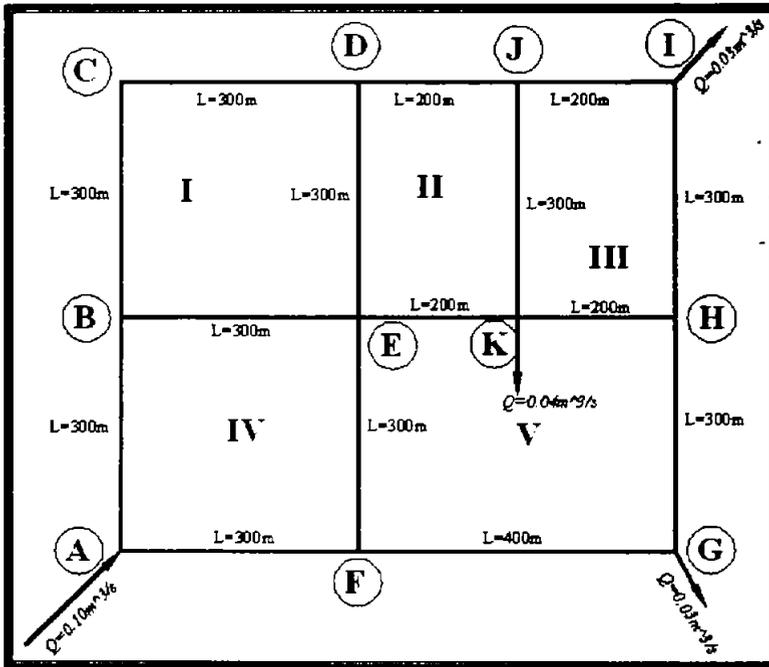


Figura 4.9. Red hidráulica del ejemplo.

Simbología:

- L = longitud en metros
- d = diámetro en m
- Q = gasto tributario en  $\text{m}^3/\text{s}$

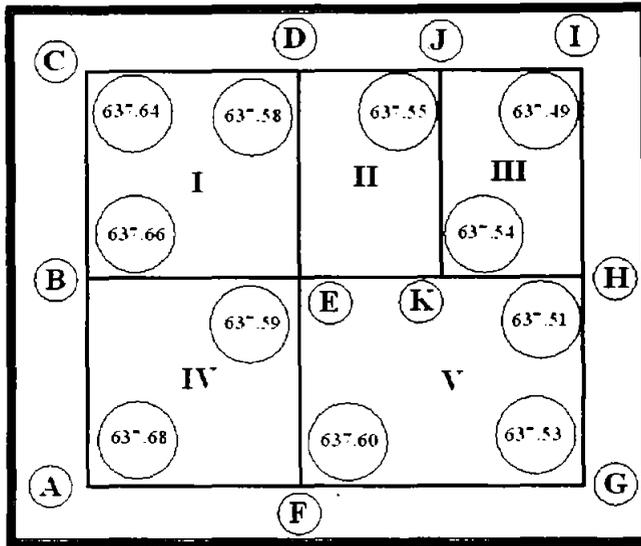


Figura 4.10.

**Solución.**

1. Por facilidad de cálculo designaremos a cada nodo con las letras A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, y K; a cada circuito con los números romanos I, II, III, IV y V como se muestra en la Figura 4.9 y 4.10. Los gastos tributarios son datos por lo que sólo hay que calcular los gastos acumulados.
2. Se supone un sentido del escurrimiento en cada tramo, asignando un signo positivo al flujo con dirección igual al de las manecillas del reloj y negativo en caso contrario como se muestra en la Figura 4.11.

El circuito I está constituido por los nodos y en el orden, de acuerdo a las manecillas del reloj: CDEB, el circuito II por: DJKE, el circuito III por: JIHK, el circuito IV por: BEFA y el circuito V por: EKHGF.

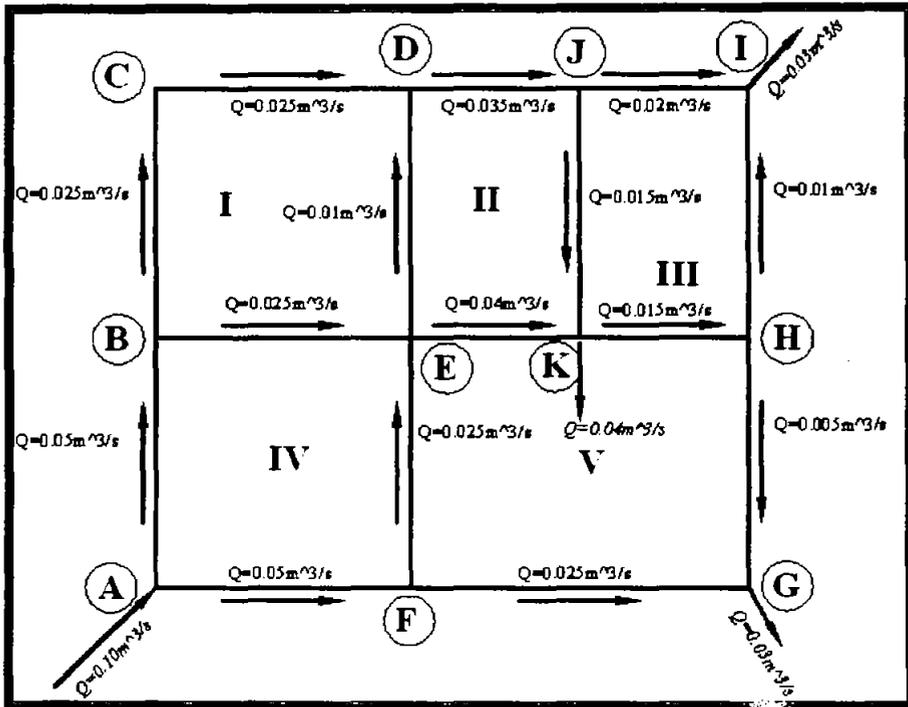


Figura 4.11.

Simbología:

-  $Q =$  gasto acumulado en  $\text{m}^3/\text{s}$

La entrada del flujo se encuentra en el nodo A, con un gasto de  $0.10 \text{ m}^3/\text{s}$ , como se observa en la Figura 4.11, suponemos que en el tramo de tubería AF le corresponde  $0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ , por lo tanto en el tramo AB debe existir un gasto de  $(0.10 \text{ m}^3/\text{s}) - (0.05 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$ . En el tramo BE suponemos un gasto de  $0.025 \text{ m}^3/\text{s}$ , entonces al tramo BC tiene un gasto de  $(0.05 \text{ m}^3/\text{s}) - (0.025 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.025 \text{ m}^3/\text{s}$  y así sucesivamente se suponen los gastos para los demás tramos de tuberías de la red hidráulica.

En el circuito I la dirección del gasto en el tramo CD es positivo, de acuerdo al sentido de las manecillas del reloj; el tramo DE el flujo es negativo, ya que está en sentido contrario al de las manecillas del reloj, así:

Circuito I:

- Tramo CD = positivo
- Tramo DE = negativo
- Tramo BE = negativo
- Tramo BC = positivo

Circuito II:

- Tramo DJ = positivo
- Tramo JK = positivo
- Tramo EK = negativo
- Tramo ED = positivo

Circuito III:

- Tramo JI = positivo
- Tramo HI = negativo
- Tramo KH = negativo
- Tramo JK = negativo

Circuito IV:

- Tramo BE = positivo
- Tramo FE = negativo
- Tramo AF = negativo
- Tramo AB = positivo

Circuito V:

- Tramo EK = positivo
- Tramo KH = positivo
- Tramo HG = positivo
- Tramo FG = negativo
- Tramo FE = positivo

Con el gasto acumulado procedemos a calcular los diámetros para cada tramo con la fórmula de Dupuit:

$$D = 1.03\sqrt{Q} \quad (4.13)$$

Donde:

D: diámetro en m.

Q: Gasto acumulado en m<sup>3</sup>/s

Los diámetros deben ser los nominales (comerciales), como se muestra en la Tabla 4.9 y en la Figura 4.12.

Tabla 4.9. Cálculo de los diámetros nominales.

Tubería	Q (m <sup>3</sup> /s)	D (m)	Diámetro nominal (mm)
CD	0.025	0.163	200
DE	0.010	0.103	150
EB	0.025	0.163	200
BC	0.025	0.163	200
DJ	0.035	0.193	200
JK	0.015	0.128	150
KE	0.040	0.206	200
JI	0.020	0.146	150
IH	0.010	0.103	150
HK	0.015	0.128	150
EF	0.025	0.163	200
FA	0.050	0.230	250
AB	0.050	0.230	250
HG	0.005	0.073	100
GF	0.025	0.163	200



CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD	GASTO Q0	DIÁMETRO D	hfo	hfo/Q0	CORRECIÓN I		Q1
PROPIO	COMÚN		m	m <sup>3</sup> /s	m	m		m <sup>3</sup> /s		
		C								
I		CD	300	0.025	0.2	1.09	43.45	-0.0007		0.0243
I	II	ED	300	-0.01	0.15	-0.81	80.94	-0.0007	0.0042	-0.0065
I	IV	BE	300	-0.025	0.2	-1.09	43.45	-0.0007	0.0000	-0.0257
I		BC	300	0.025	0.2	1.09	43.45	-0.0007		0.0243
						Σ=	0.28	211.27		
						δ=	-0.0007			
		D								
II		DJ	200	0.035	0.2	1.35	38.55	-0.0042		0.0308
II	III	KJ	300	0.015	0.15	1.71	114.24	-0.0042	-0.0025	0.0083
II	V	EK	200	-0.04	0.2	-1.73	43.19	-0.0042	0.0041	-0.0401
II	I	ED	300	0.01	0.15	0.81	80.94	-0.0042	0.0007	0.0065
						Σ=	2.14	276.92		
						δ=	-0.0042			
		J								
III		J1	200	0.02	0.15	1.95	97.26	0.0025		0.0225
III		H1	300	-0.01	0.15	-0.81	80.94	0.0025		-0.0075
III	V	HK	200	-0.015	0.15	-1.14	76.16	0.0025	0.0041	-0.0084
III	II	KJ	300	-0.015	0.15	-1.71	114.24	0.0025	0.0042	-0.0083
						Σ=	-1.72	368.60		
						δ=	0.0025			
		B								
IV	I	BE	300	0.025	0.2	1.09	43.45	0.0000	0.0007	0.0257
IV	V	FE	300	-0.025	0.2	-1.09	43.45	0.0000	0.0041	-0.0209
IV		AF	300	-0.05	0.25	-1.32	26.42	0.0000		-0.0500
IV		AB	300	0.05	0.25	1.32	26.42	0.0000		0.0500
						Σ=	0.00	139.72		
						δ=	0.0000			
		E								
V	II	EK	200	0.04	0.2	1.73	43.19	-0.0041	0.0042	0.0401
V	III	HK	200	0.015	0.15	1.14	76.16	-0.0041	-0.0025	0.0084
V		GH	300	0.005	0.1	1.62	323.47	-0.0041		0.0009
V		FG	400	-0.025	0.2	-1.45	57.93	-0.0041		-0.0291
V	IV	FE	300	0.025	0.2	1.09	43.45	-0.0041	0.0000	0.0209
						Σ=	4.13	544.19		
						δ=	-0.0041			

Tabla 4.10. Hoja de Cálculo del ejemplo.



CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q1 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	hfi m	hfi/Q1	CORRECCIÓN 2		Q2 m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN									
		C								
I		C D	300	0.0243	0.2	1.03	42.40	-0.0016		0.0227
I	II	E D	300	-0.0065	0.15	-0.37	56.28	-0.0016	0.0007	-0.0074
I	IV	B E	300	-0.0257	0.2	-1.14	44.49	-0.0016	0.0015	-0.0258
I		B C	300	0.0243	0.2	1.03	42.40	-0.0016		0.0227
						Σ=	0.55	185.56		
						δ=	-0.0016			
		D								
II		D J	200	0.0308	0.2	1.07	34.60	-0.0007		0.0301
II	III	K J	300	0.0083	0.15	0.57	69.01	-0.0007	0.0019	0.0094
II	V	E K	200	-0.0401	0.2	-1.73	43.27	-0.0007	0.0021	-0.0387
II	I	E D	300	0.0065	0.15	0.37	56.28	-0.0007	0.0016	0.0074
						Σ=	0.27	203.16		
						δ=	-0.0007			
		J								
III		J I	200	0.0225	0.15	2.42	107.59	-0.0019		0.0207
III		H I	300	-0.0075	0.15	-0.47	63.22	-0.0019		-0.0093
III	V	H K	200	-0.0084	0.15	-0.39	46.43	-0.0019	0.0021	-0.0081
III	II	K J	300	-0.0083	0.15	-0.57	69.01	-0.0019	0.0007	-0.0094
						Σ=	0.99	286.25		
						δ=	-0.0019			
		B								
IV	I	B E	300	0.0257	0.2	1.14	44.49	-0.0015	0.0016	0.0258
IV	V	F E	300	-0.0209	0.2	-0.78	37.31	-0.0015	0.0021	-0.0202
IV		A F	300	-0.0500	0.25	-1.32	26.42	-0.0015		-0.0515
IV		A B	300	0.0500	0.25	1.32	26.42	-0.0015		0.0485
						Σ=	0.36	134.63		
						δ=	-0.0015			
		E								
V	II	E K	200	0.0401	0.2	1.73	43.27	-0.0021	0.0007	0.0387
V	III	H K	200	0.0084	0.15	0.39	46.43	-0.0021	0.0019	0.0081
V		G H	300	0.0009	0.1	0.07	75.48	-0.0021		-0.0012
V		F G	400	-0.0291	0.2	-1.92	65.90	-0.0021		-0.0312
V	IV	F E	300	0.0209	0.2	0.78	37.31	-0.0021	0.0015	0.0202
						Σ=	1.05	268.40		
						δ=	-0.0021			

Tabla 4.11. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

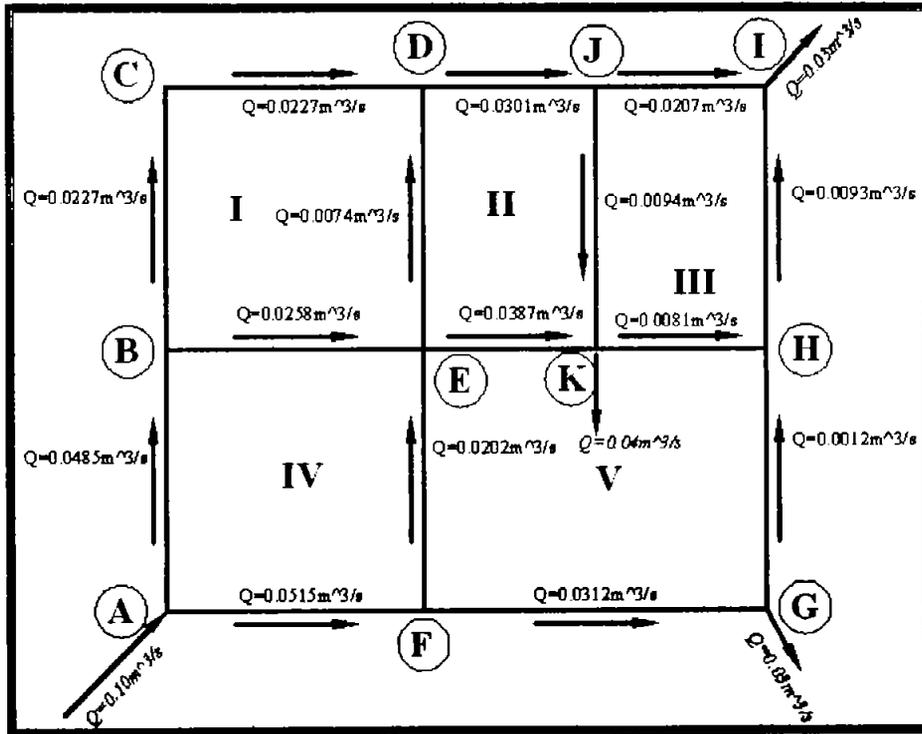


Figura 4.14. El flujo cambió de dirección en la tubería que va del nodo H a G.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q2 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f</sub> m	h <sub>f</sub> /Q2	CORRECCIÓN 3		Q3
PROPIO	COMÚN									m <sup>3</sup> /s
C										
I		CD	300	0.0227	0.2	0.91	40.01	-0.0006		0.0221
I	II	ED	300	-0.0074	0.15	-0.46	62.67	-0.0006	0.0015	-0.0065
I	IV	BE	300	-0.0258	0.2	-1.16	44.69	-0.0006	0.0011	-0.0253
I		BC	300	0.0227	0.2	0.91	40.01	-0.0006		0.0221
						Σ=	0.20	187.38		
						δ=	-0.0006			
D										
II		DJ	200	0.0301	0.2	1.02	33.91	-0.0015		0.0286
II	III	KJ	300	0.0094	0.15	0.73	77.06	-0.0015	0.0005	0.0084
II	V	EK	200	-0.0387	0.2	-1.62	41.98	-0.0015	0.0008	-0.0394
II	I	ED	300	0.0074	0.15	0.46	62.67	-0.0015	0.0006	0.0065
						Σ=	0.59	215.61		
						δ=	-0.0015			
J										
III		JJ	200	0.0207	0.15	2.06	99.96	-0.0005		0.0202
III		HI	300	-0.0093	0.15	-0.71	76.41	-0.0005		-0.0098
III	V	HK	200	-0.0081	0.15	-0.37	45.23	-0.0005	0.0008	-0.0078
III	II	KJ	300	-0.0094	0.15	-0.73	77.06	-0.0005	0.0015	-0.0084
						Σ=	0.26	298.66		
						δ=	-0.0005			
B										
IV	I	BE	300	0.0258	0.2	1.16	44.69	-0.0011	0.0006	0.0253
IV	V	FE	300	-0.0202	0.2	-0.73	36.31	-0.0011	0.0008	-0.0206
IV		AF	300	-0.0515	0.25	-1.39	27.07	-0.0011		-0.0526
IV		AB	300	0.0485	0.25	1.25	25.76	-0.0011		0.0474
						Σ=	0.28	133.83		
						δ=	-0.0011			
E										
V	II	EK	200	0.0387	0.2	1.62	41.98	-0.0008	0.0015	0.0394
V	III	HK	200	0.0081	0.15	0.37	45.23	-0.0008	0.0005	0.0078
V		GH	300	-0.0012	0.1	-0.12	97.56	-0.0008		-0.0020
V		FG	400	-0.0312	0.2	-2.18	69.97	-0.0008		-0.0320
V	IV	FE	300	0.0202	0.2	0.73	36.31	-0.0008	0.0011	0.0206
						Σ=	0.42	291.04		
						δ=	-0.0008			

Tabla 4.12. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

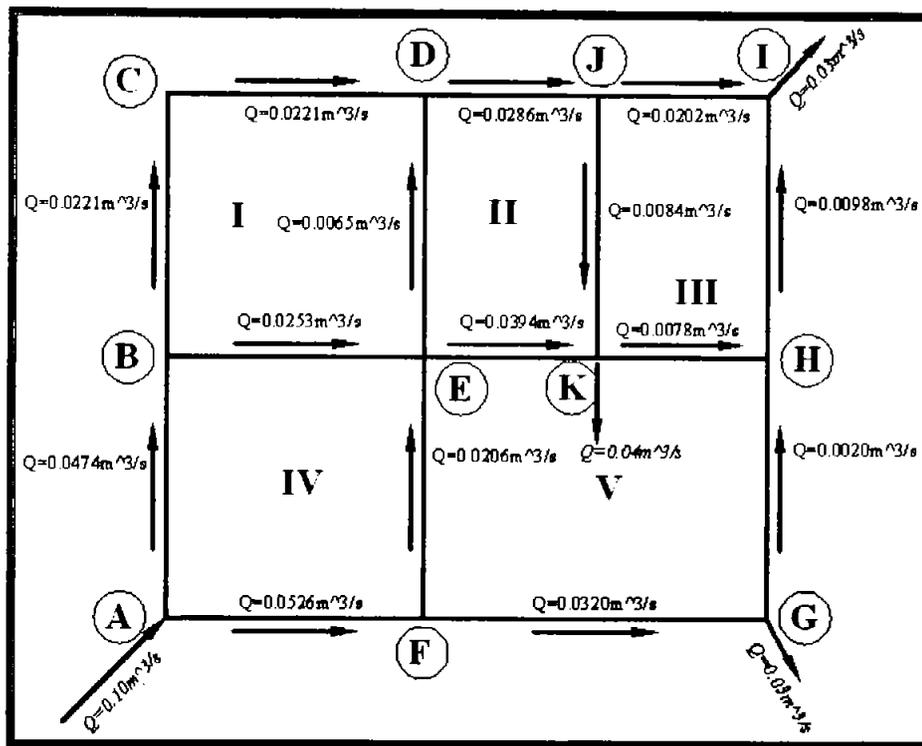


Figura 4.15. El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tubería.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q3 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f</sub> m	h <sub>f</sub> /Q3	CORRECCIÓN 4		Q4
PROPIO	COMÚN									m <sup>3</sup> /s
		C								
I		CD	300	0.0221	0.2	0.87	39.16	-0.0008		0.0213
I	II	ED	300	-0.0065	0.15	-0.36	56.09	-0.0008	0.0006	-0.0067
I	IV	BE	300	-0.0253	0.2	-1.11	43.88	-0.0008	0.0004	-0.0257
I		BC	300	0.0221	0.2	0.87	39.16	-0.0008		0.0213
						Σ=	0.26	178.29		
						δ=	-0.0008			
		D								
II		DJ	200	0.0286	0.2	0.93	32.49	-0.0006		0.0281
II	III	KJ	300	0.0084	0.15	0.59	69.99	-0.0006	0.0005	0.0084
II	V	EK	200	-0.0394	0.2	-1.68	42.61	-0.0006	0.0003	-0.0396
II	I	ED	300	0.0065	0.15	0.36	56.09	-0.0006	0.0008	0.0067
						Σ=	0.21	201.19		
						δ=	-0.0006			
		J								
III		JI	200	0.0202	0.15	1.98	98.05	-0.0005		0.0197
III		HI	300	-0.0098	0.15	-0.78	79.62	-0.0005		-0.0103
III	V	HK	200	-0.0078	0.15	-0.34	43.70	-0.0005	0.0003	-0.0080
III	II	KJ	300	-0.0084	0.15	-0.59	69.99	-0.0005	0.0006	-0.0084
						Σ=	0.27	291.35		
						δ=	-0.0005			
		B								
IV	I	BE	300	0.0253	0.2	1.11	43.88	-0.0004	0.0008	0.0257
IV	V	FE	300	-0.0206	0.2	-0.76	36.82	-0.0004	0.0003	-0.0207
IV		AF	300	-0.0526	0.25	-1.45	27.57	-0.0004		-0.0530
IV		AB	300	0.0474	0.25	1.20	25.25	-0.0004		0.0470
						Σ=	0.10	133.52		
						δ=	-0.0004			
		F								
V	II	EK	200	0.0394	0.2	1.68	42.61	-0.0003	0.0006	0.0396
V	III	HK	200	0.0078	0.15	0.34	43.70	-0.0003	0.0005	0.0080
V		GH	300	-0.0020	0.1	-0.30	148.81	-0.0003		-0.0023
V		FG	400	-0.0320	0.2	-2.29	71.46	-0.0003		-0.0323
V	IV	FE	300	0.0206	0.2	0.76	36.82	-0.0003	0.0004	0.0207
						Σ=	0.19	343.40		
						δ=	-0.0003			

Tabla 4.13. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

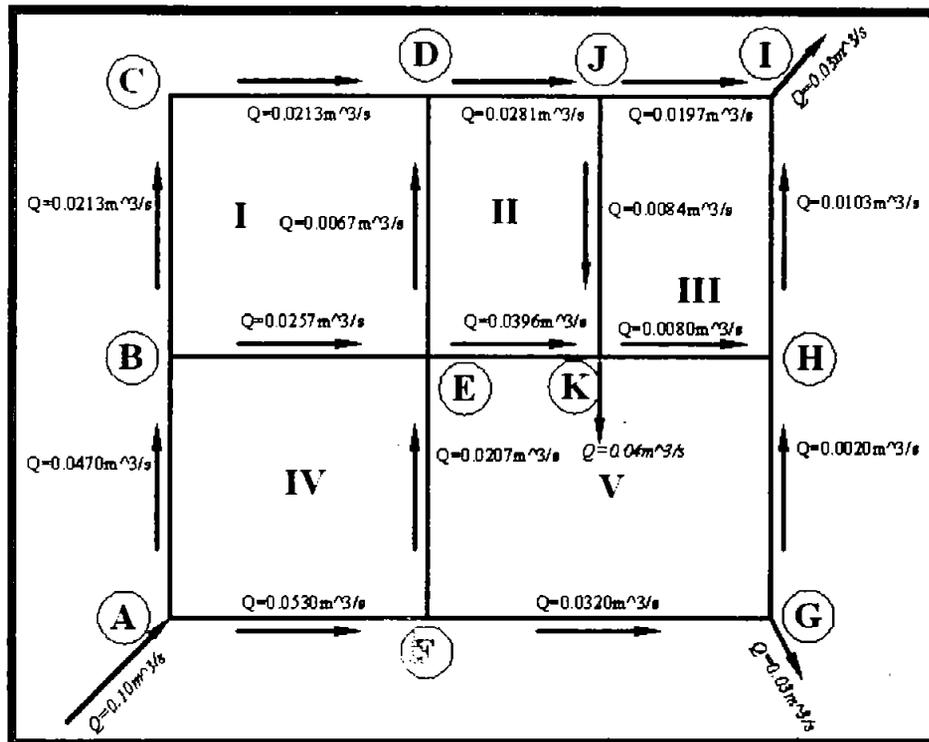


Figura 4.16. El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tubería.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q4 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	hf4 m	hf4/Q 4	CORRECCIÓN 5		Q5 m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN									
		C								
I		CD	300	0.0213	0.2	0.81	37.98	-0.0003		0.0211
I	II	ED	300	-0.0067	0.15	-0.39	57.77	-0.0003	0.0005	-0.0065
I	IV	BE	300	-0.0257	0.2	-1.14	44.44	-0.0003	0.0003	-0.0256
I		BC	300	0.0213	0.2	0.81	37.98	-0.0003		0.0211
					Σ=	0.09	178.16			
					δ=		-0.0003			
		D								
II		DJ	200	0.0281	0.2	0.90	31.96	-0.0005		0.0276
II	III	KJ	300	0.0084	0.15	0.58	69.59	-0.0005	0.0002	0.0081
II	V	EK	200	-0.0396	0.2	-1.70	42.85	-0.0005	0.0002	-0.0399
II	I	ED	300	0.0067	0.15	0.39	57.77	-0.0005	0.0003	0.0065
					Σ=	0.17	202.16			
					δ=		-0.0005			
		J								
III		JI	200	0.0197	0.15	1.89	95.99	-0.0002		0.0195
III		HI	300	-0.0103	0.15	-0.86	83.03	-0.0002		-0.0105
III	V	HK	200	-0.0080	0.15	-0.36	44.63	-0.0002	0.0002	-0.0080
III	II	KJ	300	-0.0084	0.15	-0.58	69.59	-0.0002	0.0005	-0.0081
					Σ=	0.10	293.25			
					δ=		-0.0002			
		B								
IV	I	BE	300	0.0257	0.2	1.14	44.44	-0.0003	0.0003	0.0256
IV	V	FE	300	-0.0207	0.2	-0.76	36.98	-0.0003	0.0002	-0.0209
IV		AF	300	-0.0530	0.25	-1.47	27.75	-0.0003		-0.0533
IV		AB	300	0.0470	0.25	1.18	25.07	-0.0003		0.0467
					Σ=	0.08	134.23			
					δ=		-0.0003			
		E								
V	II	EK	200	0.0396	0.2	1.70	42.85	-0.0002	0.0005	0.0399
V	III	HK	200	0.0080	0.15	0.36	44.63	-0.0002	0.0002	0.0080
V		GH	300	-0.0023	0.1	-0.39	167.54	-0.0002		-0.0025
V		FG	400	-0.0323	0.2	-2.33	72.03	-0.0002		-0.0325
V	IV	FE	300	0.0207	0.2	0.76	36.98	-0.0002	0.0003	0.0209
					Σ=	0.11	364.02			
					δ=		-0.0002			

Tabla 4.14. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

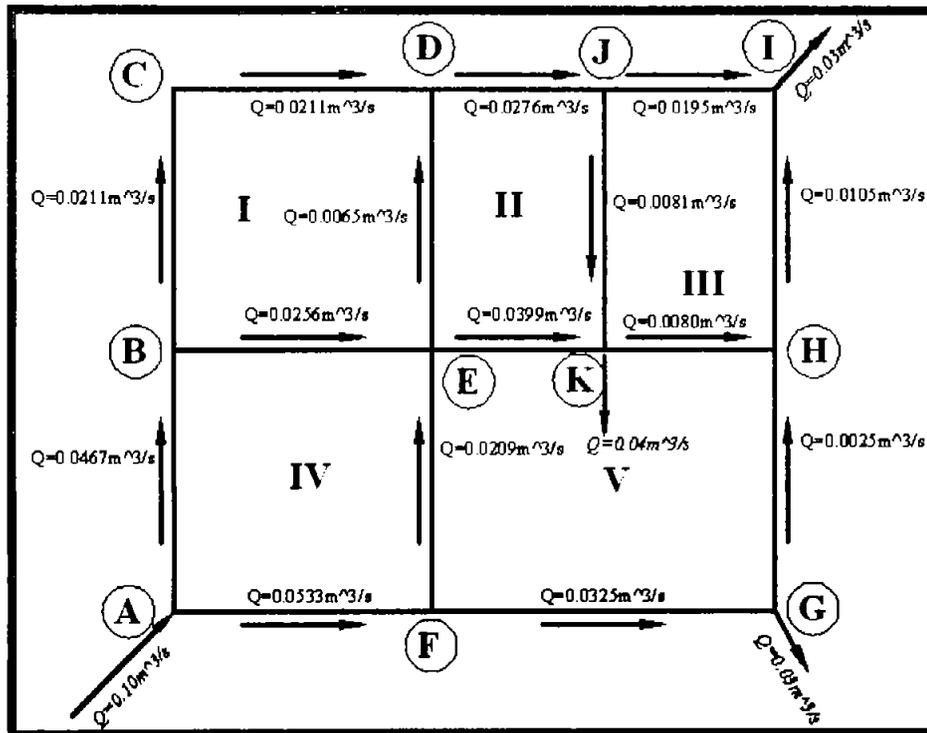


Figura 4.17. El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tubería.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q5 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f5</sub> m	h <sub>f5</sub> /Q5	CORRECCIÓN 6		Q6 m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN									
		C								
I		CD	300	0.0211	0.2	0.79	37.56	-0.0002		0.0208
I	II	ED	300	-0.0065	0.15	-0.37	56.48	-0.0002	0.0002	-0.0066
I	IV	BE	300	-0.0256	0.2	-1.14	44.35	-0.0002	0.0001	-0.0257
I		BC	300	0.0211	0.2	0.79	37.56	-0.0002		0.0208
						Σ=	0.08	175.94		
						δ=	-0.0002			
		D								
II		DJ	200	0.0276	0.2	0.87	31.52	-0.0002		0.0274
II	III	KJ	300	0.0081	0.15	0.55	67.61	-0.0002	0.0001	0.0080
II	V	EK	200	-0.0399	0.2	-1.72	43.12	-0.0002	0.0001	-0.0400
II	I	ED	300	0.0065	0.15	0.37	56.48	-0.0002	0.0002	0.0066
						Σ=	0.07	198.72		
						δ=	-0.0002			
		J								
III		JI	200	0.0195	0.15	1.86	95.27	-0.0001		0.0194
III		HI	300	-0.0105	0.15	-0.88	84.24	-0.0001		-0.0106
III	V	HK	200	-0.0080	0.15	-0.36	44.72	-0.0001	0.0001	-0.0080
III	II	KJ	300	-0.0081	0.15	-0.55	67.61	-0.0001	0.0002	-0.0080
						Σ=	0.07	291.83		
						δ=	-0.0001			
		B								
IV	I	BE	300	0.0256	0.2	1.14	44.35	-0.0001	0.0002	0.0257
IV	V	FE	300	-0.0209	0.2	-0.78	37.25	-0.0001	0.0001	-0.0209
IV		AF	300	-0.0533	0.25	-1.49	27.90	-0.0001		-0.0535
IV		AB	300	0.0467	0.25	1.16	24.91	-0.0001		0.0465
						Σ=	0.03	134.42		
						δ=	-0.0001			
		E								
V	II	EK	200	0.0399	0.2	1.72	43.12	-0.0001	0.0002	0.0400
V	III	HK	200	0.0080	0.15	0.36	44.72	-0.0001	0.0001	0.0080
V		GH	300	-0.0025	0.1	-0.44	177.24	-0.0001		-0.0026
V		FG	400	-0.0325	0.2	-2.35	72.33	-0.0001		-0.0326
V	IV	FE	300	0.0209	0.2	0.78	37.25	-0.0001	0.0001	0.0209
						Σ=	0.07	374.66		
						δ=	-0.0001			

Tabla 4.15. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

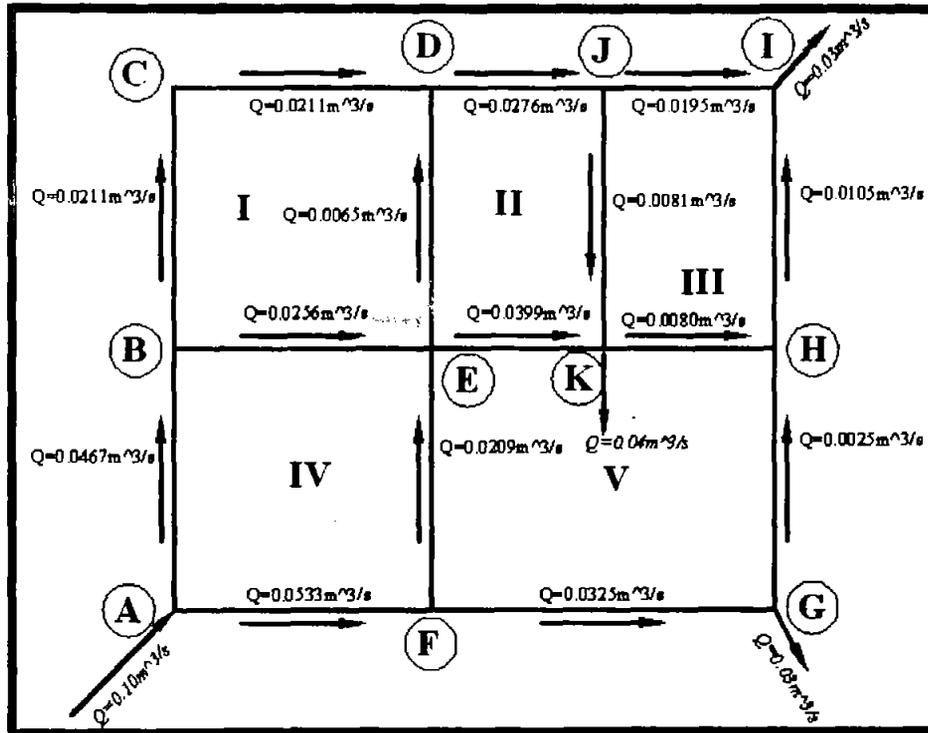


Figura 4.18. El flujo no cambió de dirección en ninguna tubería.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q6 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f6</sub> m	h <sub>f6</sub> /Q6	CORRECCIÓN 7		Q7
PROPIO	COMÚN									m <sup>3</sup> /s
C										
I		C D	300	0.0208	0.2	0.77	37.20	-0.0001		0.0207
I	II	E D	300	-0.0066	0.15	-0.38	56.89	-0.0001	0.0001	-0.0066
I	IV	B E	300	-0.0257	0.2	-1.14	44.49	-0.0001	0.0001	-0.0257
I		B C	300	0.0208	0.2	0.77	37.20	-0.0001		0.0207
						Σ=	0.03	175.78		
						δ=	-0.0001			
D										
II		D J	200	0.0274	0.2	0.86	31.34	-0.0001		0.0273
II	III	K J	300	0.0080	0.15	0.54	67.28	-0.0001	0.0001	0.0080
II	V	E K	200	-0.0400	0.2	-1.73	43.19	-0.0001	0.0000	-0.0401
II	I	E D	300	0.0066	0.15	0.38	56.89	-0.0001	0.0001	0.0066
						Σ=	0.05	198.69		
						δ=	-0.0001			
J										
III		J I	200	0.0194	0.15	1.84	94.72	-0.0001		0.0193
III		H I	300	-0.0106	0.15	-0.90	85.13	-0.0001		-0.0107
III	V	H K	200	-0.0080	0.15	-0.36	44.85	-0.0001	0.0000	-0.0081
III	II	K J	300	-0.0080	0.15	-0.54	67.28	-0.0001	0.0001	-0.0080
						Σ=	0.03	291.97		
						δ=	-0.0001			
B										
IV	I	B E	300	0.0257	0.2	1.14	44.49	-0.0001	0.0001	0.0257
IV	V	F E	300	-0.0209	0.2	-0.78	37.30	-0.0001	0.0000	-0.0210
IV		A F	300	-0.0535	0.25	-1.49	27.96	-0.0001		-0.0536
IV		A B	300	0.0465	0.25	1.16	24.85	-0.0001		0.0464
						Σ=	0.03	134.61		
						δ=	-0.0001			
E										
V	II	E K	200	0.0400	0.2	1.73	43.19	0.0000	0.0001	0.0401
V	III	H K	200	0.0080	0.15	0.36	44.85	0.0000	0.0001	0.0081
V		G H	300	-0.0026	0.1	-0.47	183.61	0.0000		-0.0026
V		F G	400	-0.0326	0.2	-2.36	72.53	0.0000		-0.0326
V	IV	F E	300	0.0209	0.2	0.78	37.30	0.0000	0.0001	0.0210
						Σ=	0.03	381.47		
						δ=	0.0000			

Tabla 4.16. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

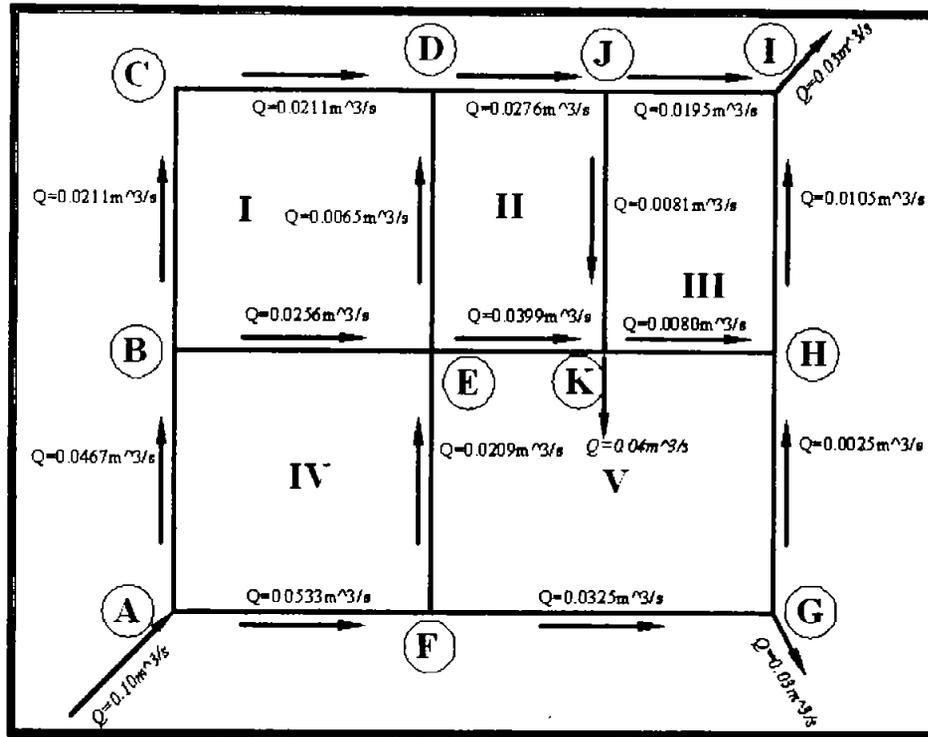


Figura 4.19 El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tuber6a.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q7 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f</sub> m	h <sub>f</sub> /Q7	CORRECCIÓN δ		Q8 m <sup>3</sup> /s
PROPIO	COMÚN									
<b>C</b>										
I		C D	300	0.0207	0.2	0.77	37.06	-0.0001		0.0207
I	II	E D	300	-0.0066	0.15	-0.37	56.58	-0.0001	0.0001	-0.0066
I	IV	B E	300	-0.0257	0.2	-1.14	44.47	-0.0001	0.0000	-0.0257
I		B C	300	0.0207	0.2	0.77	37.06	-0.0001		0.0207
							Σ=	0.02	175.17	
							δ=	-0.0001		
<b>D</b>										
II		D J	200	0.0273	0.2	0.85	31.21	-0.0001		0.0272
II	III	K J	300	0.0080	0.15	0.53	66.73	-0.0001	0.0000	0.0079
II	V	E K	200	-0.0401	0.2	-1.73	43.27	-0.0001	0.0000	-0.0401
II	I	E D	300	0.0066	0.15	0.37	56.58	-0.0001	0.0001	0.0066
							Σ=	0.02	197.78	
							δ=	-0.0001		
<b>J</b>										
III		J I	200	0.0193	0.15	1.83	94.48	0.0000		0.0193
III		H I	300	-0.0107	0.15	-0.91	85.52	0.0000		-0.0107
III	V	H K	200	-0.0081	0.15	-0.36	44.89	0.0000	0.0000	-0.0081
III	II	K J	300	-0.0080	0.15	-0.53	66.73	0.0000	0.0001	-0.0079
							Σ=	0.02	291.62	
							δ=	0.0000		
<b>B</b>										
IV	I	B E	300	0.0257	0.2	1.14	44.47	0.0000	0.0001	0.0257
IV	V	F E	300	-0.0210	0.2	-0.78	37.39	0.0000	0.0000	-0.0210
IV		A F	300	-0.0536	0.25	-1.50	28.01	0.0000		-0.0536
IV		A B	300	0.0464	0.25	1.15	24.81	0.0000		0.0464
							Σ=	0.01	134.67	
							δ=	0.0000		
<b>E</b>										
V	II	E K	200	0.0401	0.2	1.73	43.27	0.0000	0.0001	0.0401
V	III	H K	200	0.0081	0.15	0.36	44.89	0.0000	0.0000	0.0081
V		G H	300	-0.0026	0.1	-0.49	186.51	0.0000		-0.0026
V		F G	400	-0.0326	0.2	-2.37	72.62	0.0000		-0.0326
V	IV	F E	300	0.0210	0.2	0.78	37.39	0.0000	0.0000	0.0210
							Σ=	0.02	384.68	
							δ=	0.0000		

Tabla 4.17. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

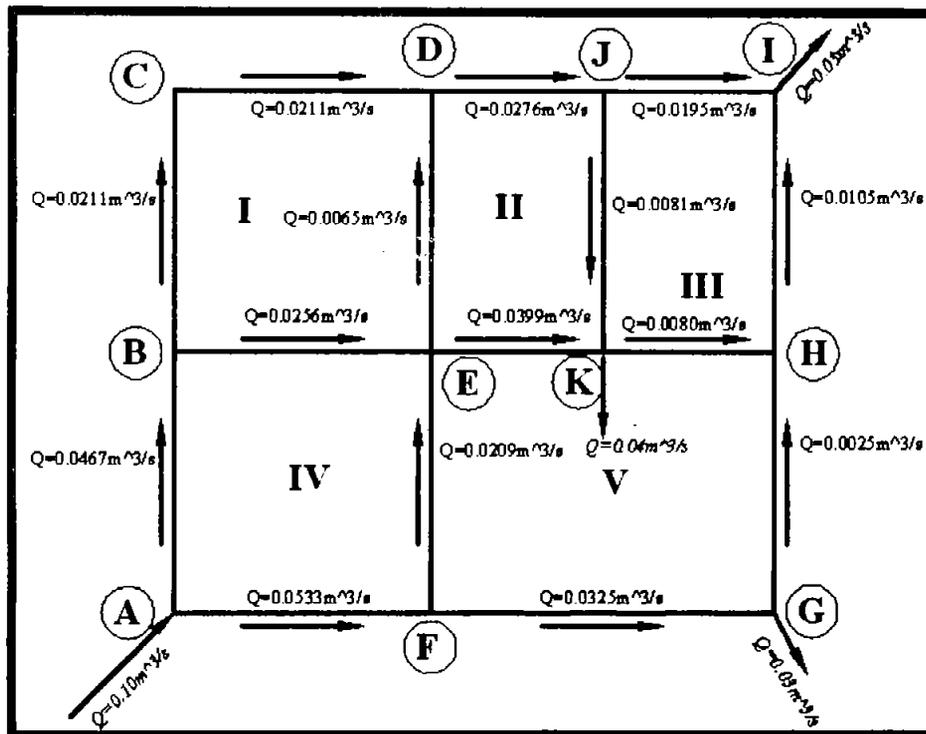


Figura 4.20. El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tuberfa.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q <sub>2</sub> m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sub>f8</sub> m	h <sub>f8</sub> /Q <sub>2</sub>	CORRECIÓN 9	Q <sub>9</sub>	
PROPIO	COMÚN								m <sup>3</sup> /s	
		C								
I		CD	300	0.0207	0.2	0.76	36.95	0.0000	0.0206	
I	II	ED	300	-0.0066	0.15	-0.37	56.68	0.0000	0.0000	-0.0066
I	IV	BE	300	-0.0257	0.2	-1.15	44.51	0.0000	0.0000	-0.0257
I		BC	300	0.0207	0.2	0.76	36.95	0.0000	0.0000	0.0206
						Σ=	0.01	175.10		
						δ=	0.0000			
		D								
II		DJ	200	0.0272	0.2	0.85	31.16	0.0000		0.0272
II	III	KJ	300	0.0079	0.15	0.53	66.60	0.0000	0.0000	0.0079
II	V	EK	200	-0.0401	0.2	-1.74	43.29	0.0000	0.0000	-0.0401
II	I	ED	300	0.0066	0.15	0.37	56.68	0.0000	0.0000	0.0066
						Σ=	0.01	197.72		
						δ=	0.0000			
		J								
III		J I	200	0.0193	0.15	1.82	94.32	0.0000		0.0193
III		H I	300	-0.0107	0.15	-0.92	85.78	0.0000		-0.0107
III	V	H K	200	-0.0081	0.15	-0.36	44.92	0.0000	0.0000	-0.0081
III	II	K J	300	-0.0079	0.15	-0.53	66.60	0.0000	0.0000	-0.0079
						Σ=	0.01	291.62		
						δ=	0.0000			
		B								
IV	I	BE	300	0.0257	0.2	1.15	44.51	0.0000	0.0000	0.0257
IV	V	FE	300	-0.0210	0.2	-0.78	37.40	0.0000	0.0000	-0.0210
IV		AF	300	-0.0536	0.25	-1.50	28.03	0.0000		-0.0536
IV		AB	300	0.0464	0.25	1.15	24.79	0.0000		0.0464
						Σ=	0.01	134.73		
						δ=	0.0000			
		E								
V	II	EK	200	0.0401	0.2	1.74	43.29	0.0000	0.0000	0.0401
V	III	HK	200	0.0081	0.15	0.36	44.92	0.0000	0.0000	0.0081
V		GH	300	-0.0026	0.1	-0.50	188.44	0.0000		-0.0027
V		FG	400	-0.0326	0.2	-2.37	72.68	0.0000		-0.0327
V	IV	FE	300	0.0210	0.2	0.78	37.40	0.0000	0.0000	0.0210
						Σ=	0.01	386.74		
						δ=	0.0000			

Tabla 4.18. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

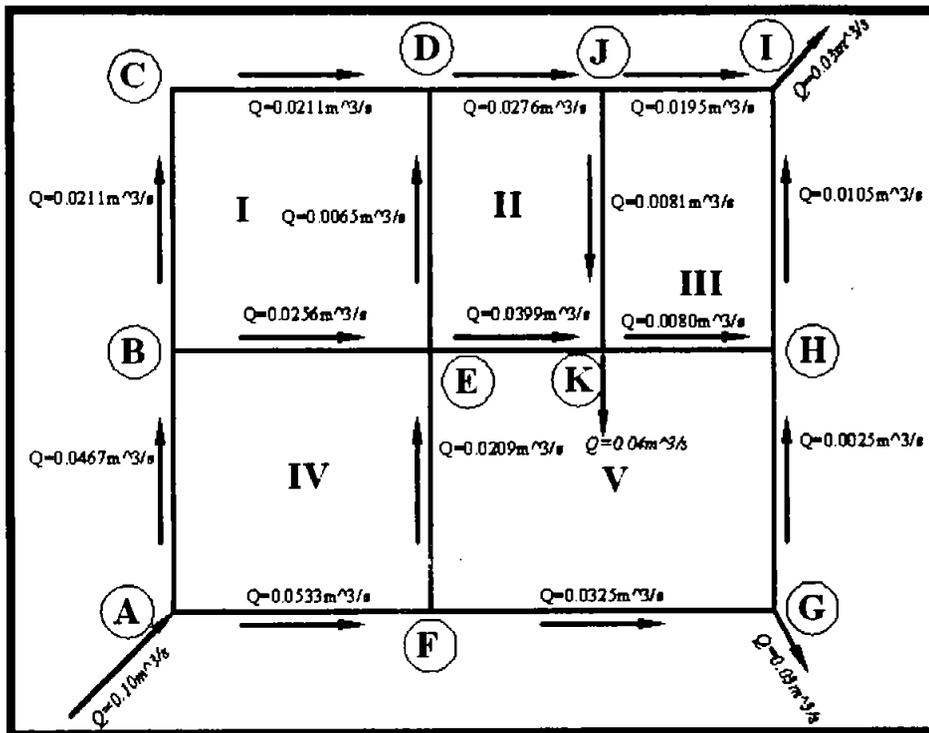


Figura 4.21. El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tubería.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q8 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h <sup>9</sup> m	h <sup>9</sup> /Q <sup>9</sup>	CORRECCIÓN 10		Q10
PROPIO	COMÚN									m <sup>3</sup> /s
C										
I		C D	300	0.0206	0.2	0.76	36.91	0.0000		0.0206
I	II	E D	300	-0.0066	0.15	-0.37	56.60	0.0000	0.0000	-0.0066
I	IV	B E	300	-0.0257	0.2	-1.14	44.51	0.0000	0.0000	-0.0257
I		B C	300	0.0206	0.2	0.76	36.91	0.0000		0.0206
						Σ=	0.01	174.93		
						δ=	0.0000			
D										
II		D J	200	0.0272	0.2	0.85	31.12	0.0000		0.0272
II	III	K J	300	0.0079	0.15	0.53	66.44	0.0000	0.0000	0.0079
II	V	E K	200	-0.0401	0.2	-1.74	43.31	0.0000	0.0000	-0.0401
II	I	E D	300	0.0066	0.15	0.37	56.60	0.0000	0.0000	0.0066
						Σ=	0.01	197.47		
						δ=	0.0000			
J										
III		J I	200	0.0193	0.15	1.82	94.25	0.0000		0.0193
III		H I	300	-0.0107	0.15	-0.92	85.90	0.0000		-0.0107
III	V	H K	200	-0.0081	0.15	-0.36	44.93	0.0000	0.0000	-0.0081
III	II	K J	300	-0.0079	0.15	-0.53	66.44	0.0000	0.0000	-0.0079
						Σ=	0.01	291.53		
						δ=	0.0000			
B										
IV	I	B E	300	0.0257	0.2	1.14	44.51	0.0000	0.0000	0.0257
IV	V	F E	300	-0.0210	0.2	-0.79	37.43	0.0000	0.0000	-0.0210
IV		A F	300	-0.0536	0.25	-1.50	28.04	0.0000		-0.0537
IV		A B	300	0.0464	0.25	1.15	24.77	0.0000		0.0463
						Σ=	0.00	134.75		
						δ=	0.0000			
E										
V	II	E K	200	0.0401	0.2	1.74	43.31	0.0000	0.0000	0.0401
V	III	H K	200	0.0081	0.15	0.36	44.93	0.0000	0.0000	0.0081
V		G H	300	-0.0027	0.1	-0.50	189.35	0.0000		-0.0027
V		F G	400	-0.0327	0.2	-2.37	72.71	0.0000		-0.0327
V	IV	F E	300	0.0210	0.2	0.79	37.43	0.0000	0.0000	0.0210
						Σ=	0.01	387.73		
						δ=	0.0000			

Tabla 4.19. Ho. Cálculo del ejemplo (continuación).

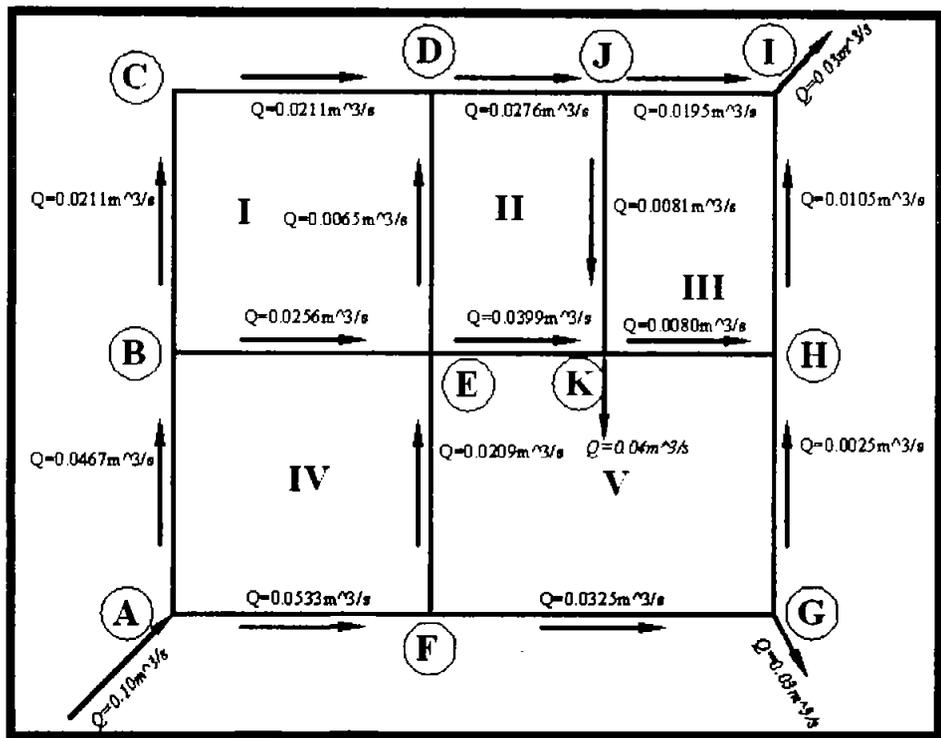


Figura 4.22. El flujo no cambi6 de direcci6n en ninguna tubería.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD m	GASTO Q8 m <sup>3</sup> /s	DIÁMETRO D m	h f10 m	h f10/Q10	CORRECCIÓN 10	Q10 m <sup>3</sup> /s	
PROPIO	COMÚN									
<b>C</b>										
I		CD	300	0.0206	0.2	0.76	36.88	0.0000	0.0206	
I	II	ED	300	-0.0066	0.15	-0.37	56.63	0.0000	0.0000	-0.0066
I	IV	BE	300	-0.0257	0.2	-1.15	44.52	0.0000	0.0000	-0.0257
I		BC	300	0.0206	0.2	0.76	36.88	0.0000		0.0206
						Σ=	0.00	174.90		
						δ=	0.0000			
<b>D</b>										
II		DJ	200	0.0272	0.2	0.85	31.10	0.0000		0.0272
II	III	KJ	300	0.0079	0.15	0.53	66.39	0.0000	0.0000	0.0079
II	V	EK	200	-0.0401	0.2	-1.74	43.32	0.0000	0.0000	-0.0402
II	I	ED	300	0.0066	0.15	0.37	56.63	0.0000	0.0000	0.0066
						Σ=	0.00	197.44		
						δ=	0.0000			
<b>J</b>										
III		JI	200	0.0193	0.15	1.81	94.20	0.0000		0.0193
III		HI	300	-0.0107	0.15	-0.92	85.98	0.0000		-0.0107
III	V	HK	200	-0.0081	0.15	-0.36	44.94	0.0000	0.0000	-0.0081
III	II	KJ	300	-0.0079	0.15	-0.53	66.39	0.0000	0.0000	-0.0079
						Σ=	0.00	291.52		
						δ=	0.0000			
<b>B</b>										
IV	I	BE	300	0.0257	0.2	1.15	44.52	0.0000	0.0000	0.0257
IV	V	FE	300	-0.0210	0.2	-0.79	37.44	0.0000	0.0000	-0.0210
IV		AF	300	-0.0537	0.25	-1.51	28.05	0.0000		-0.0537
IV		AB	300	0.0463	0.25	1.15	24.76	0.0000		0.0463
						Σ=	0.00	134.77		
						δ=	0.0000			
<b>E</b>										
V	II	EK	200	0.0401	0.2	1.74	43.32	0.0000	0.0000	0.0402
V	III	HK	200	0.0081	0.15	0.36	44.94	0.0000	0.0000	0.0081
V		GH	300	-0.0027	0.1	-0.51	189.93	0.0000		-0.0027
V		FG	400	-0.0327	0.2	-2.38	72.73	0.0000		-0.0327
V	IV	FE	300	0.0210	0.2	0.79	37.44	0.0000	0.0000	0.0210
						Σ=	0.00	388.35		
						δ=	0.0000			

Tabla 4.20. Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

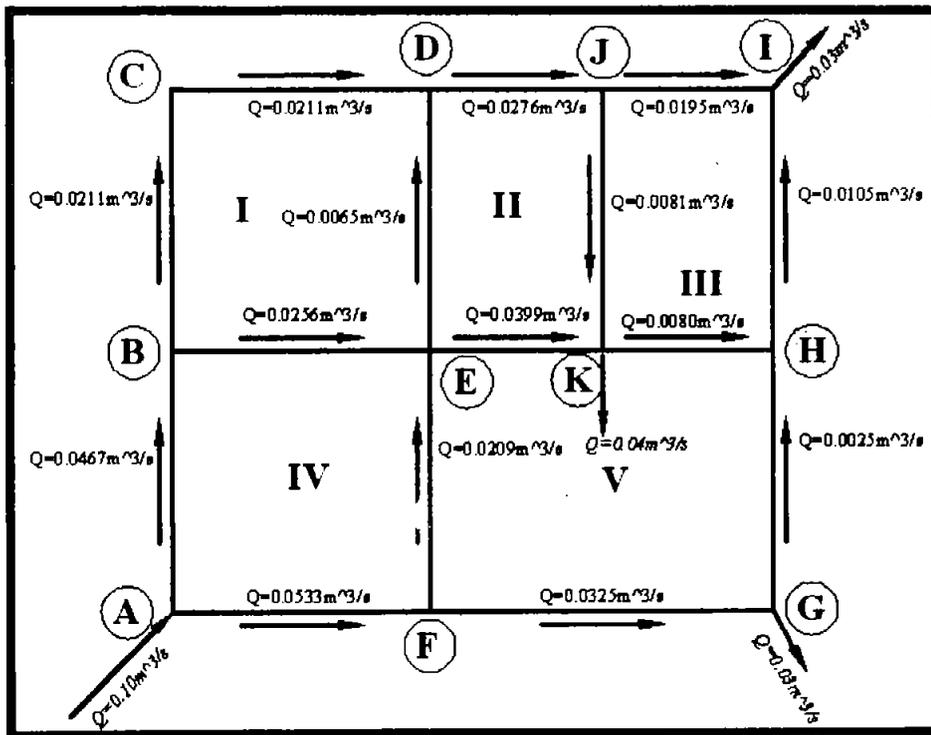


Figura 4.23 Corrección 11, como se puede observar el flujo no cambió de dirección en ninguna tubería, y la sumatoria de las pérdidas por fricción son igual a cero en todos los circuitos, al parecer la red hidráulica ya está balanceada.

CIRCUITO		CRUCERO	LONGITUD	h COMPENSADA	COTAS		CARGA DISPONIBLE
PROPIO	COMÚN				m	m	
		C			655.73	637.64	18.09
I		CD	300	0.76	654.91	637.58	17.33
I	II	ED	300	-0.37	654.91	637.58	17.33
I	IV	BE	300	-1.15	655.29	637.59	17.70
I		BC	300	0.76	655.73	637.64	18.09
		D			654.91	637.58	17.33
II		DJ	200	0.85	654.03	637.55	16.48
II	III	JK	300	0.53	653.49	637.54	15.95
II	V	EK	200	-1.74	653.49	637.54	15.95
II	I	ED	300	0.37	654.91	637.58	17.33
		J			654.03	637.55	16.48
III		JI	200	1.81	652.16	637.49	14.67
III		HI	300	-0.92	652.16	637.49	14.67
III	V	KH	200	-0.36	653.10	637.51	15.59
III	II	JK	300	-0.53	653.49	637.54	15.95
		B			656.51	637.66	18.85
IV	I	BE	300	1.15	655.29	637.59	17.70
IV	V	FE	300	-0.79	655.29	637.59	17.70
IV		AF	300	-1.51	656.09	637.60	18.49
IV		AB	300	1.15	655.38	637.66	17.70
		E			655.29	637.59	17.70
V	II	EK	200	1.74	653.49	637.54	15.95
V	III	KH	200	0.36	653.10	637.51	15.59
V		GH	300	-0.51	653.10	637.51	15.59
V		FG	400	-2.38	653.64	637.53	16.11
V	IV	FE	300	0.79	655.29	637.59	17.70

Tabla 4.21 Hoja de Cálculo del ejemplo (continuación).

**4.5. MÉTODO DE HARDY CROSS: BALANCEO DE GASTOS POR CORRECCIÓN DE CARGAS**

El método de balanceo de gastos nos permite calcular la distribución del gasto, para ello es necesario que se conozcan las cargas de presión en las entradas y salidas.

El método se basa en considerar que la suma de los gastos en un nodo es igual a cero y que los gastos de entrada y salida están dados con signos contrarios.

La carga supuesta en toda la tubería es, de la ecuación (4.8):

$$\underline{H = KQ^N}$$

y la corregida:

$$H + h = K(Q + q)^N = K(q^N + NqQ^{N-1} + \dots q^N)$$

Donde h es la corrección de la carga.

Sustituyendo:

$$H = KQ^N$$

$$\frac{H}{Q} = KQ^{N-1}$$

Se tiene:

$$H + h = H + Nq \frac{H}{Q}$$

$$h = Nq \frac{H}{Q}$$

y:

$$q = \frac{h}{N} \frac{Q}{H}$$

en cada nodo.

Exceptuando los nodos de entrada y salida, la suma de los gastos corregido debe ser igual a cero.

$$\Sigma(Q + q) = 0$$

$$\Sigma Q = -\Sigma q$$

Pero también:

$$\sum q = \frac{h}{N} \sum \frac{Q}{H}$$

Despejando tenemos:

$$h = - \frac{N \sum Q}{\sum \frac{Q}{H}} \quad (4.14)$$

Si se usa la expresión de Hazen-Williams queda:

$$h = - \frac{1.85 \sum Q}{\sum \frac{Q}{H}} \quad (4.15)$$

Y aplicando la ecuación de Manning:

$$h = - \frac{2.00 \sum Q}{\sum \frac{Q}{H}} \quad (4.16)$$

Procedimiento de Cálculo:

1. Se calcula la pérdida de carga en los tramos (diferencia de niveles).
2. Se supone que los gastos de entrada a un nodo tendrán signo positivo y los de salida negativo.
3. Se encuentra el gasto en cada tramo, aplicando la ecuación de Hazen-Williams, teniendo como datos L, H, D y el coeficiente C.
4. Se encuentra la corrección h con la ecuación:

$$h = - \frac{1.85 \sum Q}{\sum \frac{Q}{H}} \quad (4.17)$$

5. Se suma algebraicamente H+h obteniendo la H<sub>1</sub>, el proceso se repite hasta alcanzar una corrección tan pequeña como se quiera.
6. Se encuentra la Q compensada. Se hace en forma arbitraria de tal manera que la suma de Q sea igual a cero (gastos en el nodo equilibrio).

4.5.1. EJEMPLO 4.3.

Equilibrar la red mostrada en la Figura 4.24 por el método de Hardy Cross (balanceo de gastos por corrección de cargas). Todas las tuberías son de acero galvanizado con un coeficiente  $C$  igual a 140; Las longitudes, diámetros y elevaciones son datos..

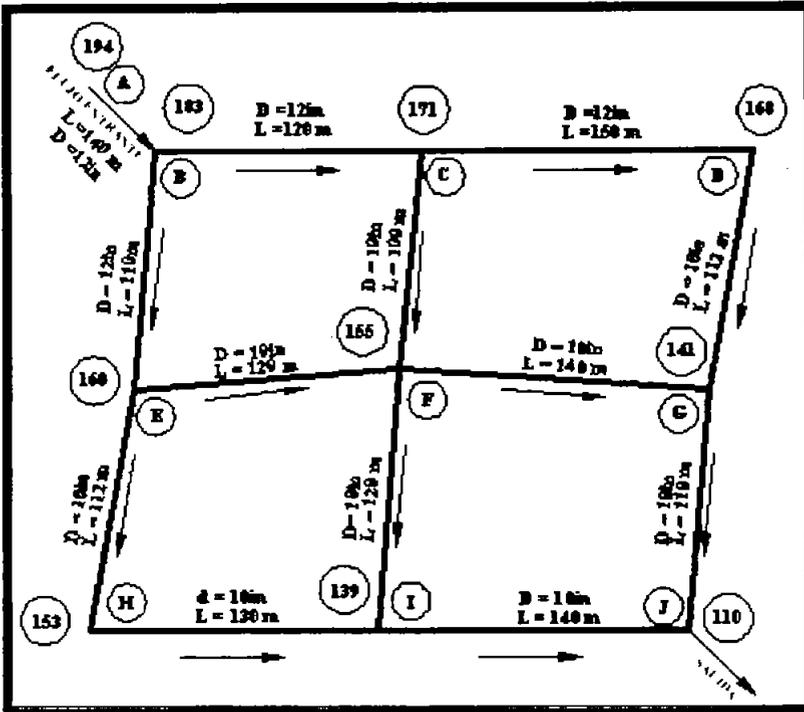


Figura 4.24.

**Solución.**

Seguiremos el procedimiento antes explicado y haremos uso de la Tabla 4.22. Nota: los gastos compensados que se muestran en la Tabla 4.30 son resultados de más iteraciones y no solamente en base a la corrección  $h_7$ . Al final se muestran los resultados que indican las pérdidas de carga en los diferentes tramos (Figura 4.25).

**Tabla 4.22. Corrección h0.**

	Crucero	Tramo	Longitud m	H0 m	D pulg.	Q0 l/s	Q0/H0	
	B	B-E	110	-23.00	12	-735.19	31.96	Corr. h0= 11.61
	B	B-C	120	-12.00	10	-305.61	25.47	
	B	B-A	140	11.00	12	433.37	39.40	
				Σ		-607.43	96.83	
	C	C-F	100	-16.00	10	-393.91	24.62	Corr. h0= 1.47
	C	C-D	150	-3.00	12	-207.00	69.00	
	C	C-B	120	12.00	12	493.65	41.14	
				Σ		-107.26	134.76	
	D	D-G	112	-27.00	10	-491.51	18.20	Corr. h0= 6.04
	D	D-C	150	3.00	12	207.00	69.00	
				Σ		-284.50	87.20	
				Σ		-284.50	87.20	
	E	E-H	112	-7.00	10	-237.11	33.87	Corr. h0= -5.48
	E	E-F	120	-5.00	10	-190.48	38.10	
	E	E-B	110	23.00	12	735.19	31.96	
				Σ		307.60	103.93	
	F	F-I	120	-16.00	10	-356.97	22.31	Corr. h0= 1.35
	F	F-G	140	-14.00	10	-305.61	21.83	
	F	F-C	100	16.00	10	393.91	24.62	
	F	F-E	120	5.00	10	190.48	38.10	
				Σ		-78.20	106.86	
	G	G-J	110	-31	10	-534.75	17.25	Corr. h0= -8.47
	G	G-D	112	27	10	491.51	18.20	
	G	G-F	140	14	10	305.61	21.83	
				Σ		262.36	57.28	
	H	H-I	130	-14	10	-318.09	22.72	Corr. h0= 2.65
	H	H-E	112	7	10	237.11	33.87	
				Σ		-80.98	56.59	
	I	I-J	140	-29	10	-452.85	15.62	Corr. h0= -6.78
	I	I-F	120	16	10	356.97	22.31	
	I	I-H	130	14	10	318.09	22.72	
				Σ		222.21	60.65	

**Tabla 4.23. Corrección h1.**

	Crucero	Tramo	Corrección h0 m	H1 m	Q1 l/s	Q1/H1		
	B	B-E	11.61	5.48	-5.92	-353.26	59.68	Corr. h1= -2.18
	B	B-C	11.61	-1.47	-1.87	-111.91	59.93	
	B	B-A	11.61		22.61	639.41	28.29	
				Σ		174.24	147.90	
	C	C-F	1.47	-1.35	-15.88	-392.33	24.70	Corr. h1= 6.14
	C	C-D	1.47	-6.04	-7.56	-341.06	45.09	
	C	C-B	1.47	-11.61	1.87	180.76	96.81	
				Σ		-552.62	166.61	
	D	D-G	6.04	8.47	-12.49	-447.19	35.80	Corr. h1= 1.33
	D	D-C	6.04	-1.47	7.56	384.73	50.87	
				Σ		-62.46	86.67	
				Σ		-62.46	86.67	
	E	E-H	-5.48	-2.65	-15.12	-359.41	23.77	Corr. h1= 5.25
	E	E-F	-5.48	-1.35	-11.83	-303.25	25.64	
	E	E-B	-5.48	-11.61	5.92	353.26	59.68	
				Σ		-309.40	109.08	
	F	F-I	1.35	6.78	-7.87	-243.32	30.93	Corr. h1= -4.55
	F	F-G	1.35	8.47	-4.17	-158.97	38.09	
	F	F-C	1.35	-1.47	15.88	392.33	24.70	
	F	F-E	1.35	5.48	11.83	303.25	25.64	
				Σ		293.30	119.36	
	G	G-J	-8.47		-39.47	-609.29	15.44	Corr. h1= 2.94
	G	G-D	-8.47	-6.04	12.49	324.16	25.95	
	G	G-F	-8.47	-1.35	4.17	158.97	38.09	
				Σ		-126.16	79.48	
	H	H-I	2.65	6.78	-4.57	-190.28	41.60	Corr. h1= -4.79
	H	H-E	2.65	5.48	15.12	359.41	23.77	
				Σ		169.13	65.36	
	I	I-J	-6.78		-35.78	-507.24	14.18	Corr. h1= 2.00
	I	I-F	-6.78	-1.35	7.87	243.32	30.93	
	I	I-H	-6.78	-2.65	4.57	173.87	38.01	
				Σ		-90.06	83.11	

Tabla 4.24. Corrección h2.

	Crucero	Tramo	Corrección h1 m		H2 m	Q2 l/s	Q2/H2	
	B	B-E	-2.18	-5.25	-13.35	-547.98	41.06	Corr. h2= 4.19
	B	B-C	-2.18	-6.14	-10.18	-279.68	27.47	
	B	B-A	-2.18		20.43	605.35	29.64	
			Σ			-222.31	98.16	
	C	C-F	6.14	4.55	-5.20	-214.67	41.29	Corr. h2= -0.46
	C	C-D	6.14	-1.33	-2.76	-197.89	71.70	
	C	C-B	6.14	2.18	10.18	451.77	44.36	
			Σ			39.21	157.35	
	D	D-G	1.33	-2.94	-14.09	-367.84	26.10	Corr. h2= 2.50
	D	D-C	1.33	-6.14	2.76	223.23	80.88	
			Σ			-144.61	106.98	
	E	E-H	5.25	4.79	-5.09	-199.59	39.23	Corr. h2= -3.10
	E	E-F	5.25	4.55	-2.04	-117.25	57.60	
	E	E-B	5.25	2.18	13.35	547.98	41.06	
			Σ			231.13	137.88	
	F	F-I	-4.55	-2.00	-14.42	-337.46	23.41	Corr. h2= 3.58
	F	F-G	-4.55	-2.94	-11.66	-276.81	23.75	
	F	F-C	-4.55	-6.14	5.20	214.67	41.29	
	F	F-E	-4.55	-5.25	2.04	117.25	57.60	
		Σ			-282.36	146.04		
	G	G-J	2.94		-36.54	-584.37	15.99	Corr. h2= -1.11
	G	G-D	2.94	-1.33	14.09	346.00	24.55	
	G	G-F	2.94	4.55	11.66	276.81	23.75	
			Σ			38.44	64.29	
	H	H-I	-4.79	-2.00	-11.37	-311.06	27.37	Corr. h2= 3.10
	H	H-E	-4.79	-5.25	5.09	199.59	39.23	
			Σ			-111.47	66.59	
	I	I-J	2.00		-33.77	-491.69	14.56	Corr. h2= -3.82
	I	I-F	2.00	4.55	14.42	337.46	23.41	
	I	I-H	2.00	4.79	11.37	284.23	25.01	
			Σ			130.00	62.97	

Tabla 4.25. Corrección h3.

	Crucero	Tramo	Corrección h2 m		H3 m	Q3 l/s	Q3/H3	
	B	B-E	4.19	3.10	-6.06	-357.62	59.06	Corr. h3= -1.67
	B	B-C	4.19	0.46	-5.53	-201.18	36.36	
	B	B-A	4.19		24.62	669.52	27.20	
			Σ			110.72	122.62	
	C	C-F	-0.46	-3.58	-9.24	-292.79	31.70	Corr. h3= 3.41
	C	C-D	-0.46	-2.50	-5.72	-293.36	51.27	
	C	C-B	-0.46	-4.19	5.53	324.96	58.74	
			Σ			-261.19	141.71	
	D	D-G	2.50	1.11	-10.49	-313.57	29.90	Corr. h3= -0.37
	D	D-C	2.50	0.46	5.72	330.92	57.84	
			Σ			17.35	87.73	
	E	E-H	-3.10	-3.10	-11.29	-306.88	27.19	Corr. h3= 3.30
	E	E-F	-3.10	-3.58	-8.71	-257.11	29.51	
	E	E-B	-3.10	-4.19	6.06	357.62	59.06	
			Σ			-206.37	115.76	
	F	F-J	3.58	3.82	-7.02	-228.83	32.59	Corr. h3= -1.66
	F	F-G	3.58	1.11	-6.97	-209.75	30.08	
	F	F-C	3.58	0.46	9.24	292.79	31.70	
	F	F-E	3.58	3.10	8.71	257.11	29.51	
		Σ			111.32	123.87		
	G	G-J	-1.11		-37.64	-593.86	15.78	Corr. h3= 2.23
	G	G-D	-1.11	-2.50	10.49	294.96	28.12	
	G	G-F	-1.11	-3.58	6.97	209.75	30.08	
			Σ			-89.16	73.98	
	H	H-I	3.10	3.82	-4.45	-187.47	42.13	Corr. h3= -3.19
	H	H-E	3.10	3.10	11.29	306.88	27.19	
			Σ			119.41	69.32	
	I	I-J	-3.82		-37.59	-520.98	13.86	Corr. h3= 2.63
	I	I-F	-3.82	-3.58	7.02	228.83	32.59	
	I	I-H	-3.82	-3.10	4.45	171.30	38.49	
			Σ			-120.85	84.94	

**Tabla 4.26. Corrección h4.**

	Crucero	Tramo	Corrección h3 m		H4 m	Q4 l/s	Q4/H4	
	B	B-E	-1.67	-3.30	-11.02	-494.23	44.83	Corr. h4= 2.51
	B	B-C	-1.67	-3.41	-10.61	-285.99	26.95	
	B	B-A	-1.67		22.95	644.59	28.09	
					Σ	-135.64	99.87	
	C	C-F	3.41	1.66	-4.16	-190.43	45.73	Corr. h4= -1.15
	C	C-D	3.41	0.37	-1.95	-163.86	84.20	
	C	C-B	3.41	1.67	10.61	461.96	43.53	
					Σ	107.67	173.46	
	D	D-G	-0.37	-2.23	-13.08	-353.34	27.01	Corr. h4= 2.56
	D	D-C	-0.37	-3.41	1.95	184.84	94.98	
					Σ	-168.50	121.99	
	E	E-H	3.30	3.19	-4.80	-193.43	40.29	Corr. h4= -1.98
	E	E-F	3.30	1.66	-3.75	-163.14	43.47	
	E	E-B	3.30	1.67	11.02	494.23	44.83	
					Σ	137.66	128.59	
	F	F-I	-1.66	-2.63	-11.32	-296.09	26.16	Corr. h4= 2.76
	F	F-G	-1.66	-2.23	-10.86	-266.51	24.53	
	F	F-C	-1.66	-3.41	4.16	190.43	45.73	
	F	F-E	-1.66	-3.30	3.75	163.14	43.47	
					Σ	-209.03	139.89	
	G	G-J	2.23		-35.41	-574.60	16.23	Corr. h4= -0.68
	G	G-D	2.23	0.37	13.08	332.36	25.40	
	G	G-F	2.23	1.66	10.86	266.51	24.53	
					Σ	24.27	66.16	
	H	H-I	-3.19	-2.63	-10.27	-294.47	28.68	Corr. h4= 2.71
	H	H-E	-3.19	-3.30	4.80	193.43	40.29	
						Σ	-101.04	
	I	I-J	2.63		-34.96	-500.95	14.33	Corr. h4= -1.78
	I	I-F	2.63	1.66	11.32	296.09	26.16	
	I	I-H	2.63	3.19	10.27	269.07	26.20	
					Σ	64.21	66.69	

**Tabla 4.27. Corrección h5.**

	Crucero	Tramo	Corrección h4 m		H5 m	Q5 l/s	Q5/H5	
	B	B-E	2.51	1.98	-6.53	-372.53	57.04	Corr. h5= -1.30
	B	B-C	2.51	1.15	-6.95	-227.58	32.74	
	B	B-A	2.51		25.46	681.79	26.78	
					Σ	81.68	116.56	
	C	C-F	-1.15	-2.76	-8.08	-272.32	33.72	Corr. h5= 2.63
	C	C-D	-1.15	-2.56	-5.65	-291.35	51.57	
	C	C-B	-1.15	-2.51	6.95	367.61	52.88	
					Σ	-196.07	138.17	
	D	D-G	2.56	0.68	-9.85	-303.11	30.78	Corr. h5= -0.53
	D	D-C	2.56	1.15	5.65	328.66	58.17	
					Σ	25.55	88.95	
	E	E-H	-1.98	-2.71	-9.49	-279.49	29.44	Corr. h5= 2.55
	E	E-F	-1.98	-2.76	-8.50	-253.65	29.85	
	E	E-B	-1.98	-2.51	6.53	372.53	57.04	
					Σ	-160.61	116.33	
	F	F-I	2.76	1.78	-6.77	-224.38	33.14	Corr. h5= -1.24
	F	F-G	2.76	0.68	-7.42	-216.94	29.23	
	F	F-C	2.76	1.15	8.08	272.32	33.72	
	F	F-E	2.76	1.98	8.50	253.65	29.85	
					Σ	84.66	125.93	
	G	G-J	-0.68		-36.09	-580.52	16.08	Corr. h5= 1.95
	G	G-D	-0.68	-2.56	9.85	285.12	28.95	
	G	G-F	-0.68	-2.76	7.42	216.94	29.23	
					Σ	-78.47	74.26	
	H	H-I	2.71	1.78	-5.78	-215.85	37.36	Corr. h5= -1.76
	H	H-E	2.71	1.98	9.49	279.49	29.44	
						Σ	63.64	
	I	I-J	-1.78		-36.74	-514.57	14.01	Corr. h5= 2.12
	I	I-F	-1.78	-2.76	6.77	224.38	33.14	
	I	I-H	-1.78	-2.71	5.78	197.23	34.14	
					Σ	-92.96	81.28	

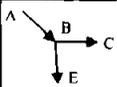
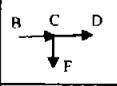
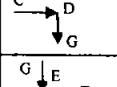
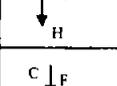
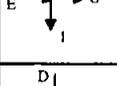
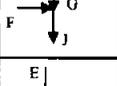
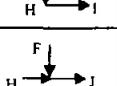
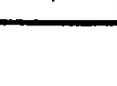
Tabla 4.28. Corrección h6.

	Crucero	Tramo	Corrección h5 m		H6 m	Q6 l/s	Q6/H6	
	B	B-E	-1.30	-2.55	-10.38	-478.46	46.09	Corr. h6= 1.95
	B	B-C	-1.30	-2.63	-10.87	-289.77	26.65	
	B	B-A	-1.30		24.16	662.81	27.43	
					Σ	-105.42	100.17	
	C	C-F	2.63	1.24	-4.21	-191.50	45.51	Corr. h6= -1.01
	C	C-D	2.63	0.53	-2.49	-187.31	75.13	
	C	C-B	2.63	1.30	10.87	468.05	43.05	
					Σ	89.24	163.69	
	D	D-G	-0.53	-1.95	-12.34	-342.29	27.75	Corr. h6= 2.15
	D	D-C	-0.53	-2.63	2.49	211.29	84.76	
					Σ	-130.99	112.50	
	E	E-H	2.55	1.76	-5.18	-201.43	38.92	Corr. h6= -1.38
	E	E-F	2.55	1.24	-4.70	-184.22	39.20	
	E	E-B	2.55	1.30	10.38	478.46	46.09	
					Σ	92.81	124.20	
	F	F-I	-1.24	-2.12	-10.13	-278.91	27.53	Corr. h6= 2.25
	F	F-G	-1.24	-1.95	-10.62	-263.25	24.79	
	F	F-C	-1.24	-2.63	4.21	191.50	45.51	
	F	F-E	-1.24	-2.55	4.70	184.22	39.20	
					Σ	-166.44	137.02	
	G	G-J	1.95		-34.14	-563.33	16.50	Corr. h6= -0.60
	G	G-D	1.95	0.53	12.34	321.97	26.10	
	G	G-F	1.95	1.24	10.62	263.25	24.79	
					Σ	21.89	67.39	
	H	H-I	-1.76	-2.12	-9.66	-284.84	29.50	Corr. h6= 2.26
	H	H-E	-1.76	-2.55	5.18	201.43	38.92	
						Σ	-83.41	
	I	I-J	2.12		-34.63	-498.35	14.39	Corr. h6= -1.10
	I	I-F	2.12	1.24	10.13	278.91	27.53	
	I	I-H	2.12	1.76	9.66	260.27	26.96	
						Σ	40.83	

Tabla 4.29. Corrección h7.

	Crucero	Tramo	Corrección h6 m		H17 m	Q7 l/s	Q7/H17	
	B	B-E	1.95	1.38	-7.05	-388.30	55.06	Corr. h7= -0.97
	B	B-C	1.95	1.01	-7.92	-244.15	30.84	
	B	B-A	1.95		26.11	691.14	26.47	
					Σ	58.69	112.37	
	C	C-F	-1.01	-2.25	-7.46	-260.96	34.96	Corr. h7= 2.15
	C	C-D	-1.01	-2.15	-5.66	-291.52	51.55	
	C	C-B	-1.01	-1.95	7.92	394.37	49.81	
					Σ	-158.10	136.32	
	D	D-G	2.15	0.60	-9.58	-298.62	31.17	Corr. h7= -0.63
	D	D-C	2.15	1.01	5.66	328.85	58.15	
					Σ	30.23	89.32	
	E	E-H	-1.38	-2.26	-8.81	-268.51	30.47	Corr. h7= 2.10
	E	E-F	-1.38	-2.25	-8.33	-250.93	30.13	
	E	E-B	-1.38	-1.95	7.05	388.30	55.06	
					Σ	-131.14	115.65	
	F	F-I	2.25	1.10	-6.79	-224.66	33.10	Corr. h7= -0.95
	F	F-G	2.25	0.60	-7.77	-222.41	28.62	
	F	F-C	2.25	1.01	7.46	260.96	34.96	
	F	F-E	2.25	1.38	8.33	250.93	30.13	
					Σ	64.81	126.80	
	G	G-J	-0.60		-34.74	-568.66	16.37	Corr. h7= 1.63
	G	G-D	-0.60	-2.15	9.58	280.89	29.32	
	G	G-F	-0.60	-2.25	7.77	222.41	28.62	
					Σ	-65.36	74.31	
	H	H-I	2.26	1.10	-6.30	-226.26	35.89	Corr. h7= -1.18
	H	H-E	2.26	1.38	8.81	268.51	30.47	
						Σ	42.26	
	I	I-J	-1.10		-35.72	-506.82	14.19	Corr. h7= 1.74
	I	I-F	-1.10	-2.25	6.79	224.66	33.10	
	I	I-H	-1.10	-2.26	6.30	206.74	32.80	
						Σ	-75.41	

Tabla 4.30 Gastos compensados.

		Crucero	Tramo	Corrección h7 m		H8 m	Q8 l/s	Q8/H8	Q compensada
	B	B-E	-0.97	-2.10	-10.12	-471.82	46.64	-468.73	
	B	B-C	-0.97	-2.15	-11.03	-292.01	26.47	-298.03	
	B	B-A	-0.97		25.14	677.21	26.94	766.82	
	Σ					-86.62	100.05		
	C	C-F	2.15	0.95	-4.37	-195.51	44.71	-224.04	
	C	C-D	2.15	0.63	-2.88	-202.63	70.27	-257.69	
	C	C-B	2.15	0.97	11.03	471.68	42.76	481.40	
	Σ					73.54	157.74		
	D	D-G	-0.63	-1.63	-11.83	-334.70	28.28	-290.61	
	D	D-C	-0.63	-2.15	2.88	228.58	79.27	290.68	
	Σ					-106.13	107.55		
	E	E-H	2.10	1.18	-5.54	-208.92	37.73	-239.00	
	E	E-F	2.10	0.95	-5.29	-196.29	37.13	-229.98	
	E	E-B	2.10	0.97	10.12	471.82	46.64	468.73	
	Σ					66.61	121.50		
	F	F-I	-0.95	-1.74	-9.48	-269.01	28.39	-228.26	
	F	F-G	-0.95	-1.63	-10.34	-259.55	25.09	-225.65	
	F	F-C	-0.95	-2.15	4.37	195.51	44.71	224.04	
	F	F-E	-0.95	-2.10	5.29	196.29	37.13	229.98	
	Σ					-136.75	135.33		
	G	G-J	1.63		-33.11	-554.12	16.74	-499.16	
	G	G-D	1.63	0.63	11.83	314.83	26.60	273.36	
	G	G-F	1.63	0.95	10.34	259.55	25.09	225.65	
	Σ					20.26	68.43		
	H	H-I	-1.18	-1.74	-9.22	-277.89	30.13	-238.95	
	H	H-E	-1.18	-2.10	5.54	208.92	37.73	239.00	
	Σ					-68.97	67.86		
	I	I-J	1.74		-33.98	-493.32	14.52	-446.75	
	I	I-F	1.74	0.95	9.48	269.01	28.39	228.26	
	I	I-H	1.74	1.18	9.22	253.92	27.53	218.34	
	Σ					29.61	70.44		

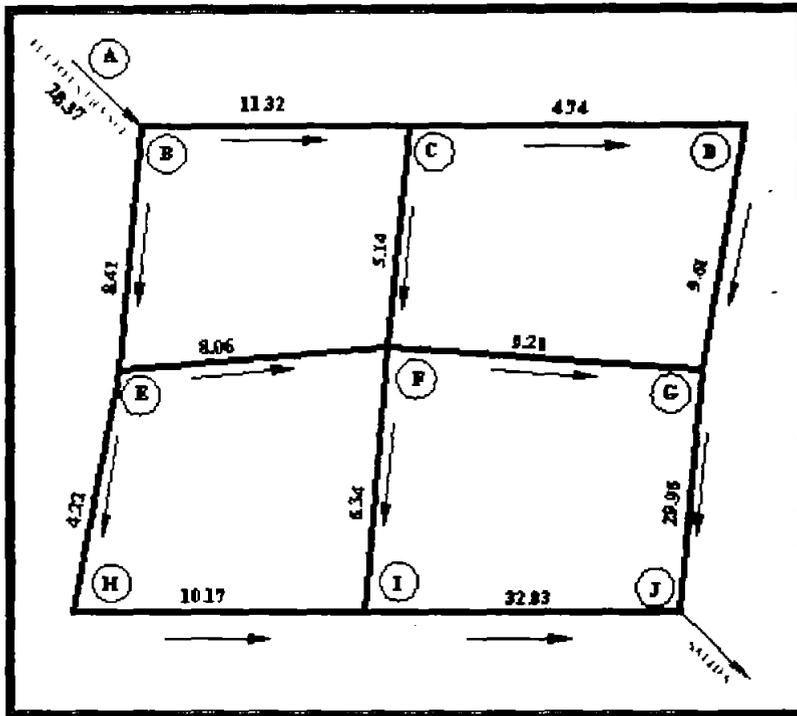


Figura 4.25. Pérdida de carga en los diferentes tramos.

---

**CAPÍTULO V. APLICACIÓN DEL PROGRAMA  
LOOPS VER. 2 AL ANÁLISIS DE SISTEMAS DE  
REDES DE TUBERÍAS**

---

## V. APLICACIÓN DEL PROGRAMA LOOPS VER. 2 AL ANÁLISIS DE SISTEMAS DE REDES DE TUBERÍAS

En los últimos años, el desarrollo de los equipos y sistemas de cómputo ha permitido una comunicación mucho más rápida, directa y sencilla entre el usuario y la computadora, logrando la posibilidad de desarrollar programas que, utilizando las características de las computadoras de hoy en día, nos permitan usarlas más eficientemente y entre otras cosas facilitándonos la posibilidad de explorar varias alternativas de solución de problemas de agua potable.

El programa LOOPS Ver. 2, escrito por el Dr. Ronald D. Eaglin y el Dr. Marty Wanielista de la Universidad Central de Florida, nos permite calcular el gasto ( $Q$ ), las pérdidas debidas a la fricción ( $hf$ ) y la velocidad ( $V$ ) de los tramos de tubería así como también la presión en cada nodo de una red hidráulica. Es de libre distribución y se puede bajar de la siguiente página web:

<http://cee.ucf.edu/software/>

Considero conveniente explicar, por ejemplo, para ello el contar con un instructivo que permita introducir al usuario de una manera fácil al programa facilitará su estudio.

En este instructivo se describen los principales elementos que intervienen en el uso del programa de computadora para el análisis de una red hidráulica.

Se ha procurado realizar este instructivo de una manera sencilla y resumida para que el usuario no emplee demasiado tiempo en leerlo y pueda resolver su problema en lo que respecta al Análisis de Redes Hidráulicas utilizando el programa.

El programa LOOPS Ver. 2 le permite al usuario analizar y desplegar tanto datos como resultados de una red hidráulica, una vez que se cuenta con los datos de geometría,

propiedades de los materiales de los cuales están hechas las tuberías y desde luego un completo y correcto entendimiento del problema.

### 5.1. REQUERIMIENTOS DEL SISTEMA

Fue creado para su ejecución en el sistema operativo Windows™ 95 ó NT, sin embargo también funciona correctamente bajo Windows™ 98 y Windows™ XP, requiere de 2.5 MB de espacio en el disco duro.

### 5.2. INSTALACIÓN

Para la instalación de LOOPS Ver. 2 se debe seguir el siguiente procedimiento:

Se ejecuta el archivo SETUP.EXE, que se encuentra en el CD anexo, y enseguida aparece la siguiente ventana:

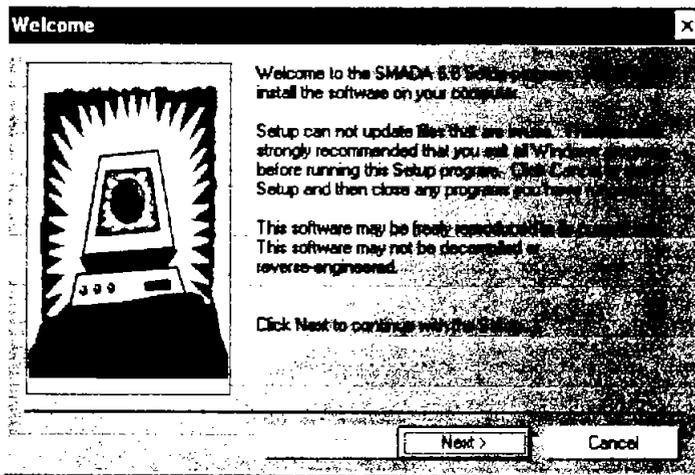


Figura 5.1.

entonces seleccionamos "Next". El programa nos pregunta la ruta del directorio donde se va a instalar:

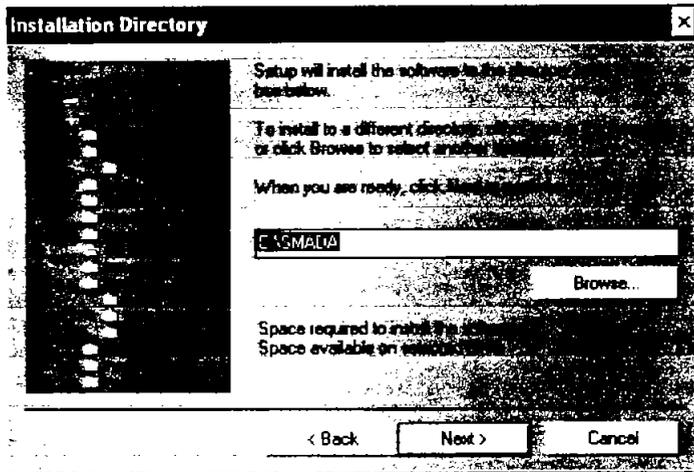


Figura 5.2.

y seleccionamos "Next". Luego nos muestra la siguiente ventana

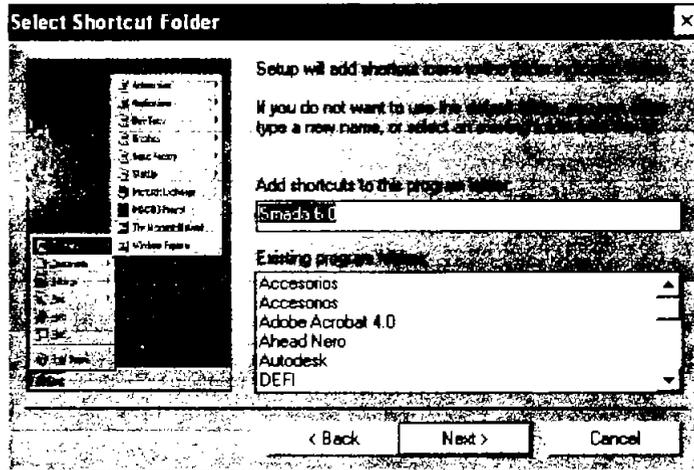


Figura 5.3.

volvemos a seleccionar "Next". Nos pregunta si queremos comenzar con la instalación

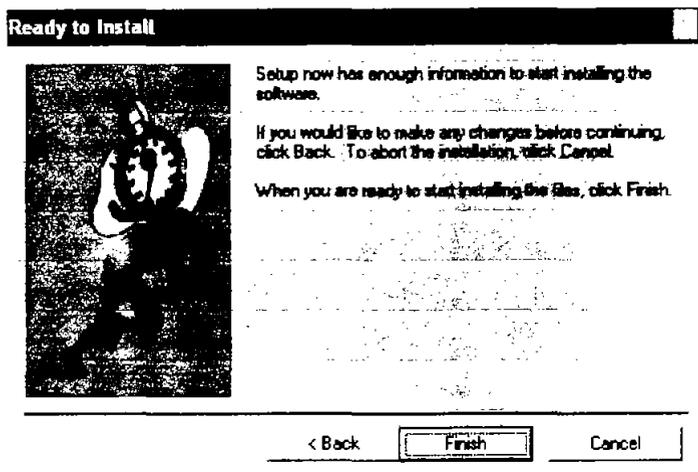


Figura 5.4.

seleccionamos "Finish".

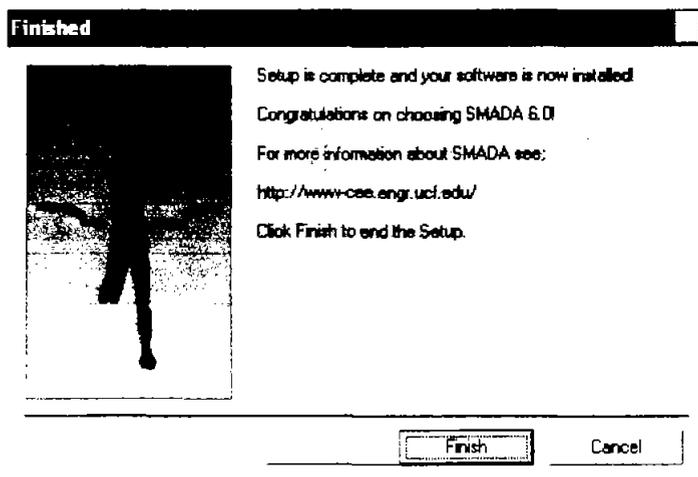


Figura 5.5.

Finalmente el programa ha sido instalado.

Este procedimiento instala varios programas de SMADA y uno de ellos es LOOPS Ver. 2.

Al ejecutar o abrir el programa LOOPS Ver. 2 se presenta la imagen siguiente:

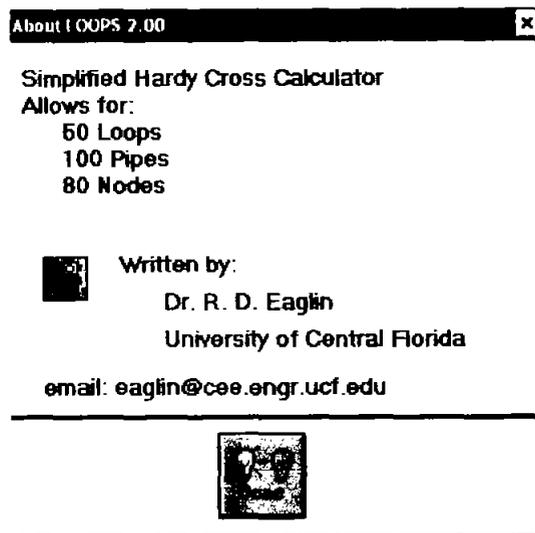


Figura 5.6.

Pulsamos la tecla enter o damos un click sobre el botón done y aparecerá el entorno de trabajo del programa.

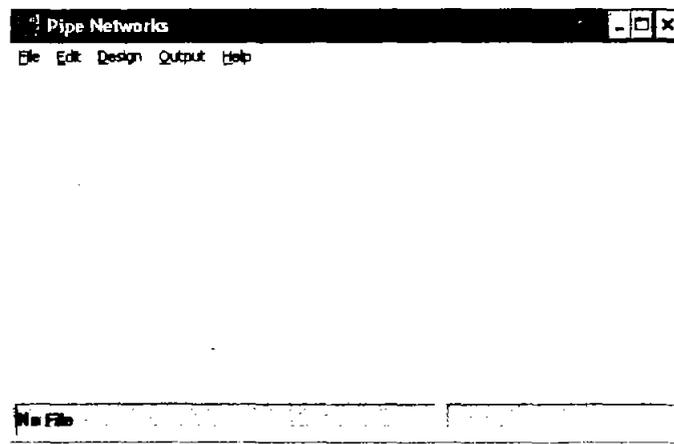


Figura 5.7.

En el “renglón” superior de la ventana, que se muestra en la Figura 5.7, se encuentra en su extremo izquierdo la imagen del programa seguido del nombre de archivo, en el extremo derecho se encuentran los iconos de minimizar, restaurar la ventana y cerrarla, debajo de lo anterior se localiza la barra de menús conteniendo las opciones que el programa tiene disponible (File, Edit, Design, Output, Help), las cuales se describen posteriormente.

Debajo de la barra de menús está el área de presentación (con fondo azul) en el que se muestra gráficamente los circuitos de la red analizados.

### 5.3. MENÚS

#### El menú File.

El menú File permite manejar la información de alguna red hidráulica contenida en un archivo, esa información pudo haberse generado previamente a la ejecución del programa o durante su uso, las opciones de este menú permiten:

- **New:** Inicia un nuevo proyecto.
- **Open:** Abrir un archivo existente con datos de algún proyecto de red hidráulica.
- **Save:** guarda los datos de un proyecto de red hidráulica.
- **Save as:** guarda un proyecto, ya guardado previamente, con otro nombre.
- **Exit:** sale del programa LOOPS Ver. 2 y regresa a Windows.

#### El menú Edit.

El menú Edit permite desde introducir y hacer cambios a los datos del proyecto hasta suprimir algunos de sus elementos, las opciones de este menú permiten:

- **System information:** En esta ventana proporcionamos los datos referentes a la red hidráulica como son: el número de circuitos, número de tuberías, número de nudos, el método que se va a utilizar para analizarla (Hazen Williams ó Darcy Weisbach) y el sistema de unidades ya sea métrica o inglesa.

- **Referente Head:** El nudo de referencia y la altura en dicho punto.
- **Loop Information:** Indicamos el número de tuberías y la dirección del flujo para cada una de ellas por cada circuito.
- **Node Information:** Datos de los nodos: entrada o salida del gasto, su elevación, posición en el eje x y y.
- **Pipe Information:** Información de las tuberías de todos los circuitos.

**El menú Design.** Sus opciones son:

- **Start New Design:** comienza un nuevo proyecto.
- **Check input data:** controla los datos que proporcionamos.
- **Calculate pipe flows:** Calcula el flujo de todas las tuberías.
- **Calculate node head:** Calcula las pérdidas por fricción para cada nodo de toda la red hidráulica.
- **Calculate All:** Calcula el flujo de todas las tuberías y las pérdidas por fricción para cada nodo de toda la red hidráulica.
- **Node Spreadsheet View:** Nos muestra la hoja de cálculo correspondiente a la información de los nodos.
- **Pipe Spreadsheet View:** Nos muestra la hoja de cálculo correspondiente a la información de todas las tuberías.
- **Quick Flow Calculator:** Permite calcular la pérdidas por fricción para un tramo de tubería.

**El menú Output.** Tiene las siguientes opciones:

- **Node Information:** Nos muestra los resultados de cada nodo.
- **Pipe Information:** Nos muestra los resultados correspondientes para cada tramo de tubería.
- **Graphics Loops:** Despliega una gráfica representativa de los resultados de la red hidráulica.

#### 5.4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

1.- Resolver la red hidráulica del ejemplo 4.2 mediante el programa LOOPS.

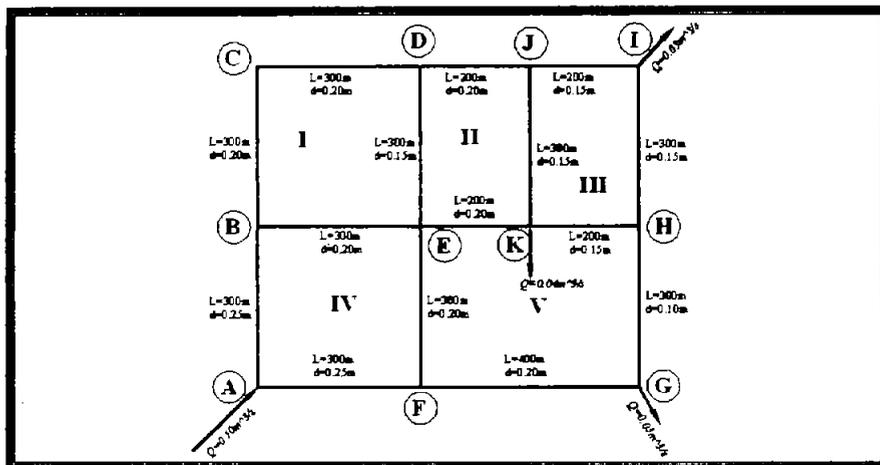


Figura 5.8. Red hidráulica a analizar.

En la ficha Edit seleccionamos la opción System Information y le proporcionamos los siguientes datos de la red hidráulica:

- Number Loops (Número de Circuitos): 5
- Number pipes (Número de tuberías): 15
- Number Nodes (Número de nodos): 11
- Select Friction Method: Método de Hazen Williams
- Unidades de flujo: lps (litros por segundo)
- Unidades de presión: m
- Unidades de longitud: m
- Unidades de diámetro: mm
- Valor de C: 130 (Tubería de hierro fundido nuevos)

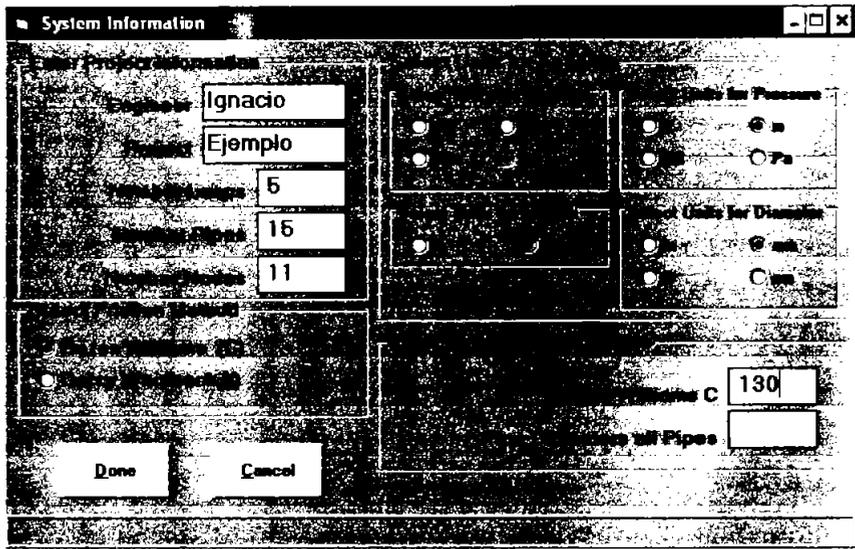


Figura 5.9. Información de la red hidráulica.

Enseguida damos clic en Referente Head, del menú Edit, y indicamos la presión de referencia, que en nuestro ejemplo es de 20m en el nodo A.

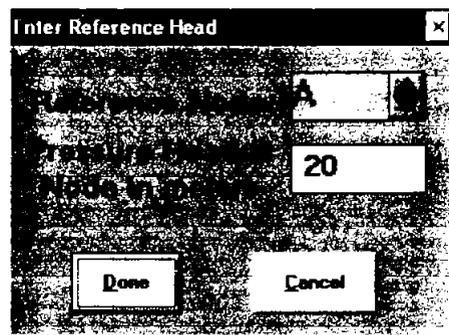


Figura 5.10. Presión de Referencia.

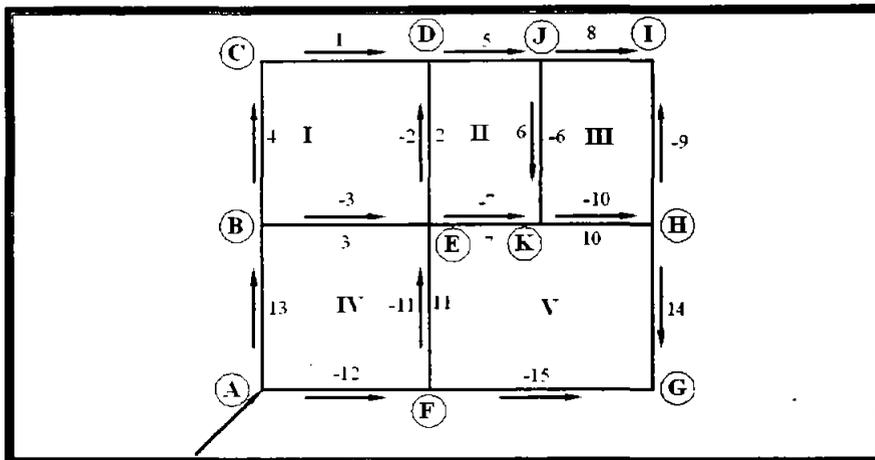


Figura 5.11. Información de los circuitos.

Luego con la opción Loop Information Edit, le suministramos al programa la dirección del flujo, para cada tramo de de tubería del circuito. Recordando que se adopta la regla que el flujo en sentido de las manecillas del reloj son positivos y negativos en caso contrario.

Para ello observemos la Figura 5.11, se puede apreciar que a cada tubería le hemos asignado un número, así para el circuito I, que tiene cuatro tuberías, tenemos que la tubería 1 tiene un flujo positivo porque el flujo va en el sentido de las manecillas del reloj, la tubería 2 un flujo negativo porque el flujo va en contra de las manecillas del reloj. Este procedimiento se sigue con los demás circuitos.

Capturado los datos del circuito I en Loop Information tenemos:

Loop Number: 1

Pipes in Loop: 4

Enter Pipe Numbers for Loop:

- Pipe number in loop: 1
- Pipe number in Loop: 2
- Pipe number in Loop: 3
- Pipe number in Loop: 4

Loop direction is assumed to be clockwise  
Enter Pipes with Assumed Direction  
Counter to Loop Direction

Figura 5.12.

Capturado los datos del circuito II en Loop Information tenemos:

Loop Number: 2

Pipes in Loop: 4

Enter Pipe Numbers for Loop:

- Pipe number in loop: 5
- Pipe number in Loop: 6
- Pipe number in Loop: 7
- Pipe number in Loop: 2

Loop direction is assumed to be clockwise  
Enter Pipes with Assumed Direction  
Counter to Loop Direction

Figura 5.13.

Capturado los datos del circuito III en Loop Information tenemos:

Loop Number: 3

Pipes in Loop: 4

Enter Pipe Numbers for Loop:

- Pipe number in loop: 8
- Pipe number in Loop: 9
- Pipe number in Loop: 10
- Pipe number in Loop: 6

Loop direction is assumed to be clockwise  
Enter Pipes with Assumed Direction  
Counter to Loop Direction

Figura 5.14.

Capturado los datos del circuito IV en Loop Information tenemos:

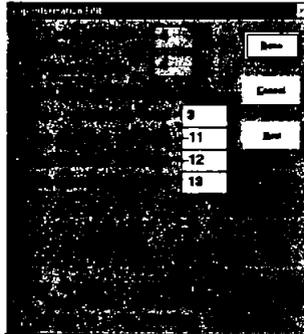


Figura 5.15.

Capturado los datos del circuito V en Loop Information tenemos:

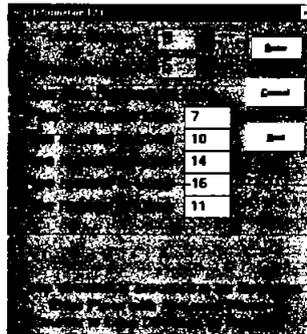


Figura 5.16.

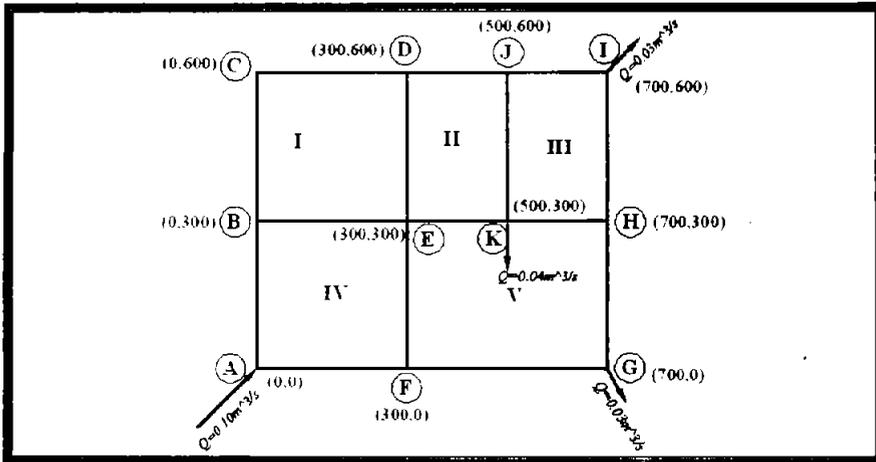


Figura 5.17.

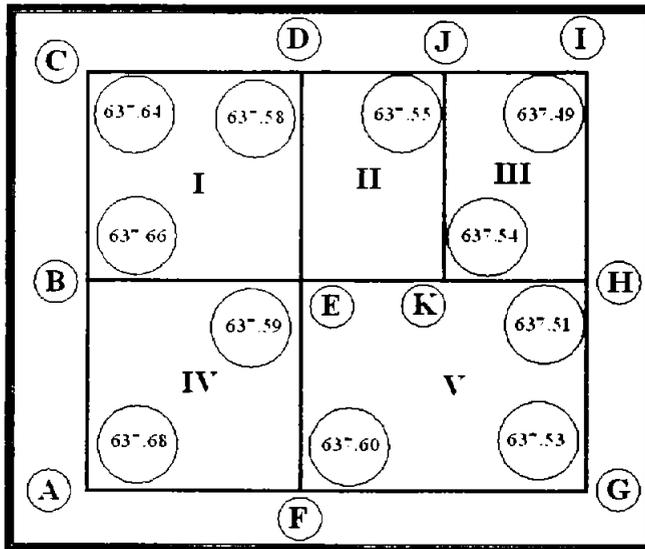


Figura 5.18. Información de los nodos.

Enseguida de capturar los datos de todos los circuitos se continúa con los datos de los nodos, para el ejemplo nos basaremos en la Figura 5.17 y 5.18. Al nodo A llega un gasto de 100 l/s por ello se considera como positivo, en los nodos: I, K y G salen gastos de 30, 40 y 30 l/s respectivamente por ello se dice que son gastos negativos. El nodo A tiene las coordenadas (0,0), el nodo B tiene (0,300), y las demás también tienen sus coordenadas como se muestra en la Figura 5.17, estos datos le permite al programa LOOPS Ver. 2 crear la gráfica correspondiente a la red hidráulica.

Capturamos la información del nodo A de la siguiente manera:

The screenshot shows a dialog box titled "Enter Node Information" with the following fields and values:

- Node: A
- Node Flow: 100 l/s
- Node Position in meters:
  - Elevation Z: 637.68
  - X Position: 0
  - Y Position: 0

At the bottom, there are buttons for "Done", "Cancel", and "Next". To the right, a diagram shows a node with a circle and a right-pointing arrow labeled "+Q", with coordinate axes labeled "+X" and "+Y". Text above the diagram says "Enter Flow in as Positive" and below it says "Enter Flow out as Negative".

Figura 5.19.

Capturamos la información del nodo B de la siguiente manera:

The screenshot shows a dialog box titled "Enter Node Information" with the following fields and values:

- Node: B
- Node Flow: 0 l/s
- Node Position in meters:
  - Elevation Z: 637.66
  - X Position: 0
  - Y Position: 300

At the bottom, there are buttons for "Done", "Cancel", and "Next". To the right, a diagram shows a node with a circle and a right-pointing arrow labeled "+Q", with coordinate axes labeled "+X" and "+Y". Text above the diagram says "Enter Flow in as Positive" and below it says "Enter Flow out as Negative".

Figura 5.20.

Capturamos la información del nodo C de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: **C**

Node Flow: 0 gpm

Node Position in meters

Elevation Z: 637.64

X Position: 0

Y Position: 800

Enter Flow in as Positive

Enter Flow out as Negative

Done Cancel OK

Figura 5.21.

Capturamos la información del nodo D de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: **D**

Node Flow: 0 gpm

Node Position in meters

Elevation Z: 637.58

X Position: 300

Y Position: 800

Enter Flow in as Positive

Enter Flow out as Negative

Done Cancel OK

Figura 5.22.

Capturamos la información del nodo E de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: **E**

Node Flow: 0 gpm

Node Position in meters

Elevation Z: 637.58

X Position: 300

Y Position: 300

Enter Flow in as Positive

Enter Flow out as Negative

Done Cancel OK

Figura 5.23.

Capturamos la información del nodo F de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: **F**

Node Flow:  m³/s

Node Position in meters:

Elevation Z:

X Position:

Y Position:

Buttons: Done, Cancel, Help

Diagram: A coordinate system with +Y (up) and +X (right) axes. A circle with a right-pointing arrow is shown. Text above the circle says "Enter Flow in as Positive" and below it says "Enter Flow out as Negative".

Figura 5.24.

Capturamos la información del nodo G de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: **G**

Node Flow:  m³/s

Node Position in meters:

Elevation Z:

X Position:

Y Position:

Buttons: Done, Cancel, Help

Diagram: A coordinate system with +Y (up) and +X (right) axes. A circle with a right-pointing arrow is shown. Text above the circle says "Enter Flow in as Positive" and below it says "Enter Flow out as Negative".

Figura 5.25.

Capturamos la información del nodo H de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: **H**

Node Flow:  m³/s

Node Position in meters:

Elevation Z:

X Position:

Y Position:

Buttons: Done, Cancel, Help

Diagram: A coordinate system with +Y (up) and +X (right) axes. A circle with a right-pointing arrow is shown. Text above the circle says "Enter Flow in as Positive" and below it says "Enter Flow out as Negative".

Figura 5.26.

Capturamos la información del nodo I de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: I

Node Flow: -80

Node Position in meters

Elevation Z: 687.49

X Position: 700

Y Position: 600

Enter Flow in as Positive

Enter Flow out as Negative

Done Cancel Next

Figura 5.27.

Capturamos la información del nodo J de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: J

Node Flow:

Node Position in meters

Elevation Z: 687.55

X Position: 500

Y Position: 600

Enter Flow in as Positive

Enter Flow out as Negative

Done Cancel Next

Figura 5.28.

Capturamos la información del nodo K de la siguiente manera:

Enter Node Information

Node: K

Node Flow: -40

Node Position in meters

Elevation Z: 687.54

X Position: 500

Y Position: 300

Enter Flow in as Positive

Enter Flow out as Negative

Done Cancel Next

Figura 5.29.

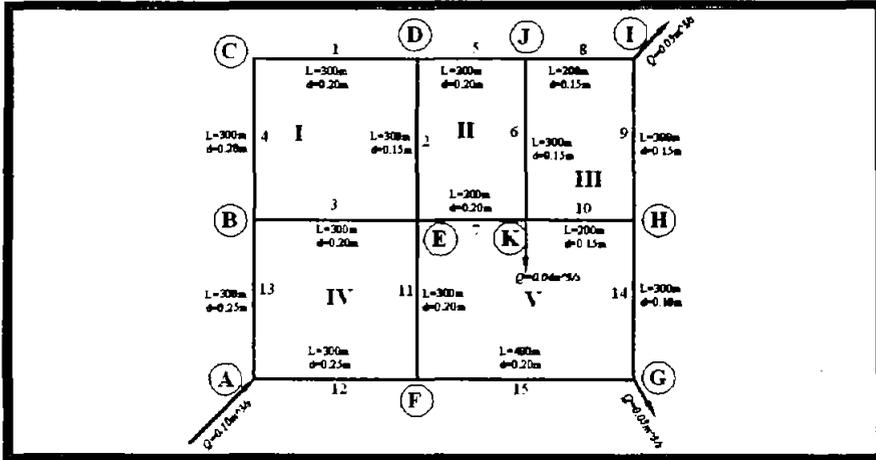


Figura 5.30. Características de las tuberías.

Finalmente capturamos los datos concernientes a las características y propiedades de las tuberías. Todas las tuberías tienen un coeficiente C de Hazen-Williams de 130 (tuberías de hierro fundido nuevo). En la Figura 5.30 se pueden observar las longitudes, diámetros y los números correspondientes a cada tubería. En la Figura 5.11 se aprecia que el flujo de la tubería 1 va del nodo C al nodo D, el flujo de la tubería 2 del nodo E al nodo D, el de la tubería 10 del nodo K al H, y así sucesivamente, estos datos se colocan en Initial Node y Final los cuales indican la dirección del flujo.

Así para la tubería 1:

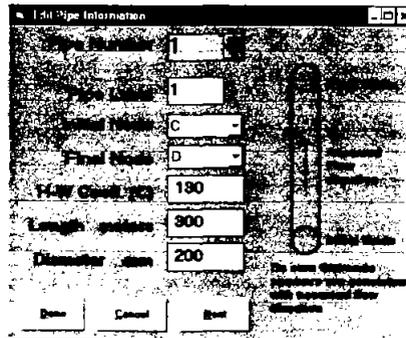


Figura 5.31.

Así para la tubería 2:

Edit Pipe Information  
 Pipe Number: 2  
 Pipe Label: 2  
 Initial Node: E  
 Final Node: D  
 H-W Coeff. (C): 180  
 Length meters: 300  
 Diameter mm: 150  
 Buttons: Done, Cancel, Next  
 Note: Be sure that node numbers are consistent with assumed flow direction.

Figura 5.32.

Así para la tubería 3:

Edit Pipe Information  
 Pipe Number: 3  
 Pipe Label: 3  
 Initial Node: B  
 Final Node: E  
 H-W Coeff. (C): 130  
 Length meters: 300  
 Diameter mm: 200  
 Buttons: Done, Cancel, Next  
 Note: Be sure that node numbers are consistent with assumed flow direction.

Figura 5.33.

Así para la tubería 4:

Edit Pipe Information  
 Pipe Number: 4  
 Pipe Label: 4  
 Initial Node: B  
 Final Node: C  
 H-W Coeff. (C): 130  
 Length meters: 300  
 Diameter mm: 200  
 Buttons: Done, Cancel, Next  
 Note: Be sure that node numbers are consistent with assumed flow direction.

Figura 5.34.

Así para la tubería 5:

Figura 5.35.

Así para la tubería 6:

Figura 5.36.

Así para la tubería 7:

Figura 5.37.

Así para la tubería 8:

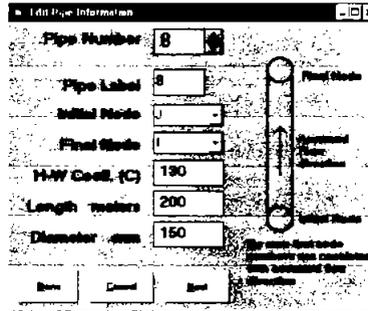


Figura 5.38.

Así para la tubería 9:

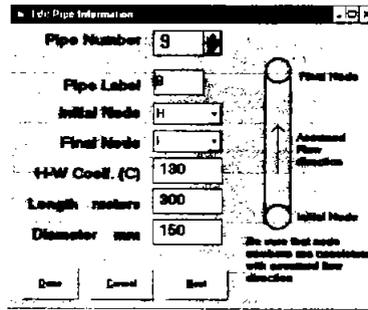


Figura 5.39.

Así para la tubería 10:

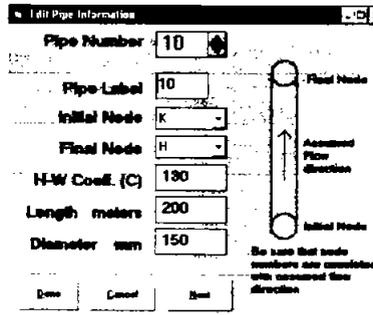


Figura 5.40.

Así para la tubería 11:

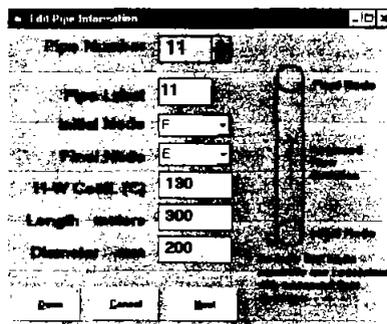


Figura 5.41.

Así para la tubería 12:

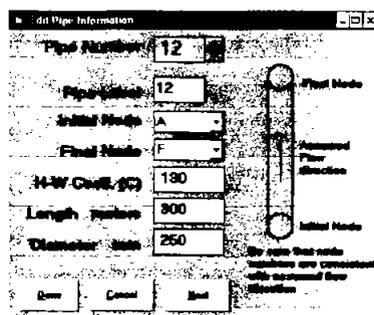


Figura 5.42.

Así para la tubería 13:

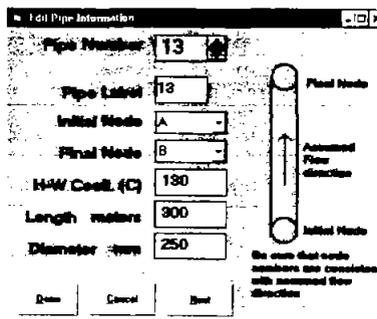


Figura 5.43.

Así para la tubería 14:

Dialog box titled "Edit Pipe Information" for Pipe Number 14. Fields include: Pipe Label (14), Initial Node (H), Final Node (G), H-W Coeff. (C) (130), Length meters (300), and Diameter mm (100). A diagram shows a vertical pipe with "Final Node" at the top and "Initial Node" at the bottom, with an arrow indicating "Assumed Flow direction". A note states: "Be sure that pipe numbers are assigned with assumed flow direction." Buttons: Done, Cancel, Next.

Figura 5.44.

Así para la tubería 15:

Dialog box titled "Edit Pipe Information" for Pipe Number 15. Fields include: Pipe Label (15), Initial Node (F), Final Node (G), H-W Coeff. (C) (130), Length meters (400), and Diameter mm (200). A diagram shows a vertical pipe with "Final Node" at the top and "Initial Node" at the bottom, with an arrow indicating "Assumed Flow direction". A note states: "Be sure that pipe numbers are consistent with assumed flow direction." Buttons: Done, Cancel, Next.

Figura 5.45.

Una vez terminada la captura de datos, LOOPS nos mostrará la gráfica correspondiente a la red hidráulica que vamos a analizar, como se muestra en la Figura 5.46.

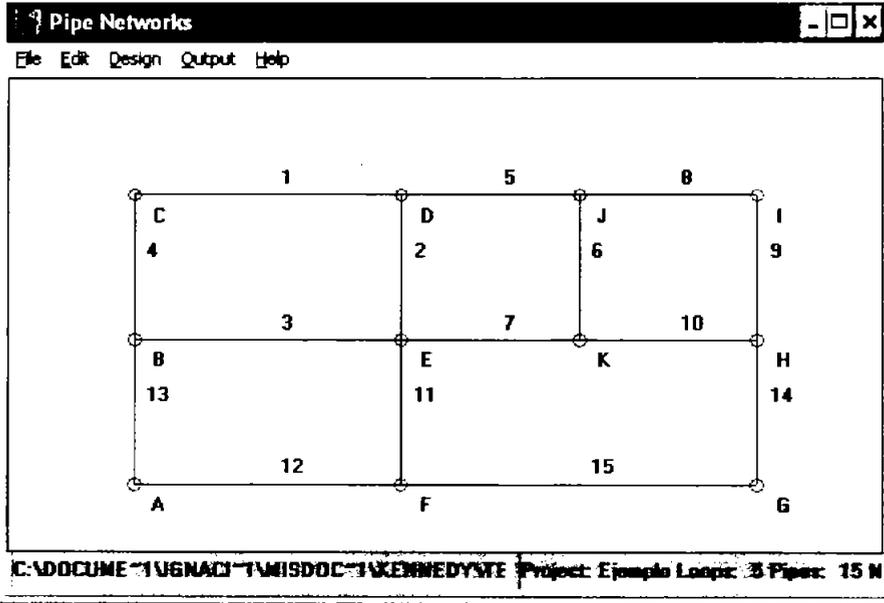


Figura 5.46.

Finalmente se sigue con el análisis de la red hidráulica, en la ficha Design seleccionamos la opción Calculate All y automáticamente el programa calculará el sistema. Para observar los resultados se da clic en la opción Node Information, del menú Output, para ver los resultados de los nodos; Pipe Information, del menú Output, para ver los resultados de las tuberías, como se muestran en las Figuras 5.47 y 5.48.

Text Viewer

Project: Ejemplo Engineer: Ignacio

Mode Information

Mode	Flow lps	X meters	Y meters	Elevation meters	Pressure meters	Total Head meters	
B	100.00000 in	0.00	0.00	637.68	20.0000	657.6800	Reference
B	0.00000	0.00	300.00	637.66	18.8866	656.0466	
C	0.00000	0.00	600.00	637.64	18.1588	655.7988	
B	0.00000	300.00	600.00	637.08	17.4644	655.0644	
F	0.00000	300.00	300.00	637.89	17.8222	655.4122	
F	0.00000	300.00	0.00	637.68	18.8908	656.1908	
C	20.00000 out	700.00	0.00	637.88	16.3878	658.8378	
H	0.00000	700.00	300.00	637.81	15.8219	658.3319	
I	20.00000 out	700.00	600.00	637.49	14.9265	652.4165	
J	0.00000	600.00	600.00	637.85	16.6595	654.2895	
K	40.00000 out	600.00	300.00	637.84	16.1507	658.6907	

Figura 5.47. Información de los Nodos.

Text Viewer

Project: Ejemplo Engineer: Ignacio

Pipe Information

Pipe #	Node from	Node to	Flow lps	Diameter mm	C	Length meters	Headloss meters	Velocity meters/sec
1	1	C	828.89216	C->B	200.0	130	800.0	0.7505
2	2	X	6.86683	B->B	150.0	130	300.0	0.3677
3	3	B	825.79878	B->C	200.0	130	300.0	1.1333
4	4	B	828.89216	B->C	200.0	130	300.0	0.7505
5	5	B	327.15869	B->J	200.0	130	200.0	0.8949
6	6	J	7.90982	J->K	150.0	130	300.0	0.5188
7	7	K	840.15794	K->K	200.0	130	200.0	1.7215
8	8	J	119.24564	J->I	150.0	130	200.0	1.7929
9	9	H	118.78833	H->I	150.0	130	300.0	0.9154
10	10	K	6.86683	K->H	150.0	130	200.0	0.3588
11	11	F	820.99378	F->K	200.0	130	300.0	0.7778
12	12	A	859.67787	B->F	250.0	130	300.0	1.4900

Figura 5.48. Información de las tuberías.

Para nuestro ejemplo el programa Loops nos arroja los siguientes resultados:

Tabla 5.1.

Información de los nodos						
Nodo	Flujo	X	Y	Elevación	Presión	hf
	l/s	m	m		m	m
A	100.00	0.00	0.00	637.68	20.00	657.68
B	0.00	0.00	300.00	637.66	18.89	659.55
C	0.00	0.00	600.00	637.64	18.16	655.80
D	0.00	300.00	600.00	637.58	17.46	655.04
E	0.00	300.00	300.00	637.59	17.82	655.41
F	0.00	300.00	0.00	637.60	18.59	656.19
D	-30.00	700.00	0.00	637.53	16.31	653.84
H	0.00	700.00	300.00	637.51	15.82	653.33
I	-30.00	700.00	600.00	637.49	14.93	652.42
J	0.00	500.00	600.00	637.55	16.66	654.21
K	-40.00	500.00	300.00	637.54	16.15	653.69

Tabla 5.2.

Información de la tubería						
Q	d	C	L	hf	V	
l/s	mm		m	m	m/s	
20.59	200	130	300	0.75	0.66	
6.57	150	130	300	0.37	0.37	
25.73	200	130	300	1.13	0.82	
20.59	200	130	300	0.75	0.66	
27.16	200	130	200	0.83	0.86	
7.91	150	130	300	0.52	0.45	
40.16	200	130	200	0.72	1.28	
19.25	150	130	200	1.79	1.09	
10.75	150	130	300	0.92	0.61	
8.07	150	130	200	0.36	0.46	
20.99	200	130	300	0.78	0.67	
53.68	250	130	300	1.49	1.09	
46.32	250	130	300	1.13	0.94	
2.68	100	130	300	0.51	0.34	
32.68	200	130	400	2.35	1.04	

---

**CAPÍTULO VI. DISEÑO Y CUANTIFICACIÓN  
DE CRUCEROS**

---

VI. DISEÑO Y CUANTIFICACIÓN DE CRUCEROS

6.1. PIEZAS ESPECIALES

Son accesorios que se emplean para llevar a cabo ramificaciones, intersecciones, cambios de dirección, modificaciones de diámetro, uniones de tuberías de diferente material o diámetro, y terminales de los conductos, entre otros, ver Tabla 6.1.

6.2. CRUCEROS

Son piezas o conjuntos de accesorios especiales con los que, conectados a la tubería, se forman deflexiones pronunciadas, cambios de diámetro, derivaciones y ramificaciones, como se muestra en la Tabla 6.1. También permiten el control del flujo cuando se colocan válvulas.

Tabla 6.1. Símbolos de piezas especiales y cruces

	válvula de compuerta		cruz de p.v.c.
	válvula de "check"		cruz de fierro fundido
	válvula de aire		cruz de fierro galvanizado
	válvula de flotador		te de fierro galvanizado
	llave de naniz		codo de 90° de f. g.
	llave de globo		codo de 45° de f. g.
	hidrante		codo de 22°30'
	caja de válvula		extremidad con campana de p.v.c.
	tubería de fierro fundido		extremidad con brida de fo. fo.
	tubería de asbesto cemento		tapón macho de f. g.
	tubería de fierro galvanizado		tapa ciega de fierro fundido
	cruz de asbesto cemento		reducción con brida de fo. fo.
	cruz de fierro galvanizado		jointa gault

6.3. INTERPRETACIÓN DE SÍMBOLOS

En los planos de redes de distribución, las instalaciones llevan todos los datos relativos, utilizando los símbolos anteriores, indicando solo el diámetro y longitud entre tramos de tuberías, en la Figura 6.1 se indica lo que quiere decir cada símbolo.

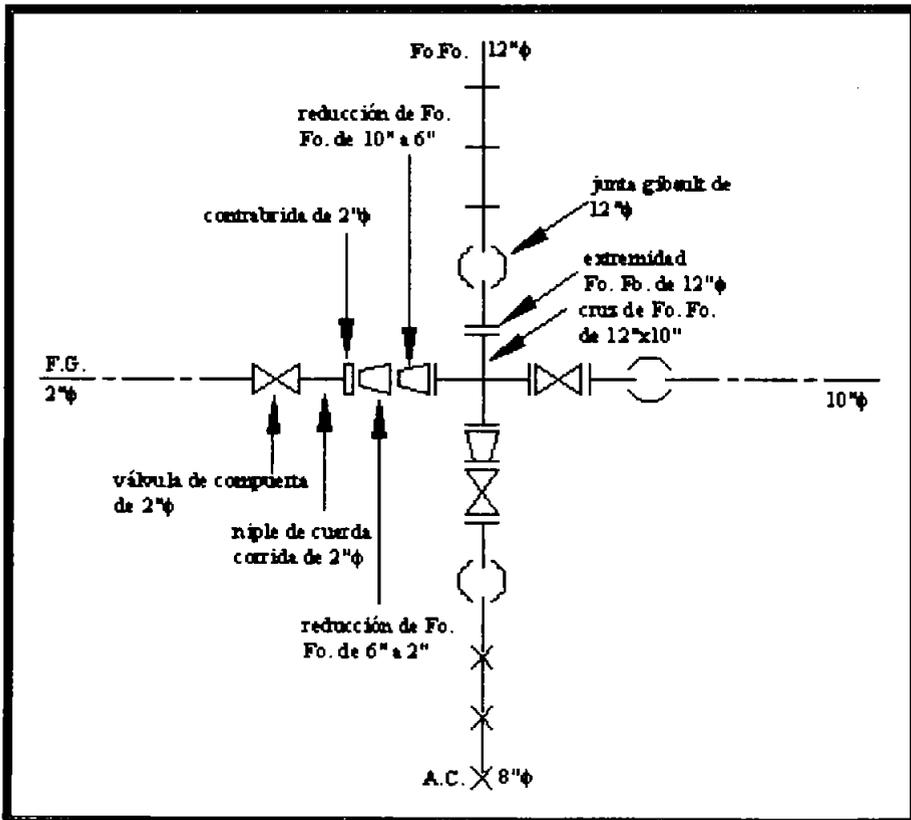


Figura 6.1.

#### 6.4. DISEÑO DE CRUCEROS

Se van a diseñar los cruceros de la red de distribución correspondientes al ejemplo 4.2. Es común que los nodos sean designados mediante números, para ello los nodos de dicha red tendrán los siguientes:

Nodo A=	1
Nodo B=	2
Nodo C=	3
Nodo D=	4
Nodo E=	5
Nodo F=	6
Nodo G=	7
Nodo H=	8
Nodo I=	9
Nodo J=	10
Nodo K=	11

Los cruceros se muestran en la Figura 6.2.

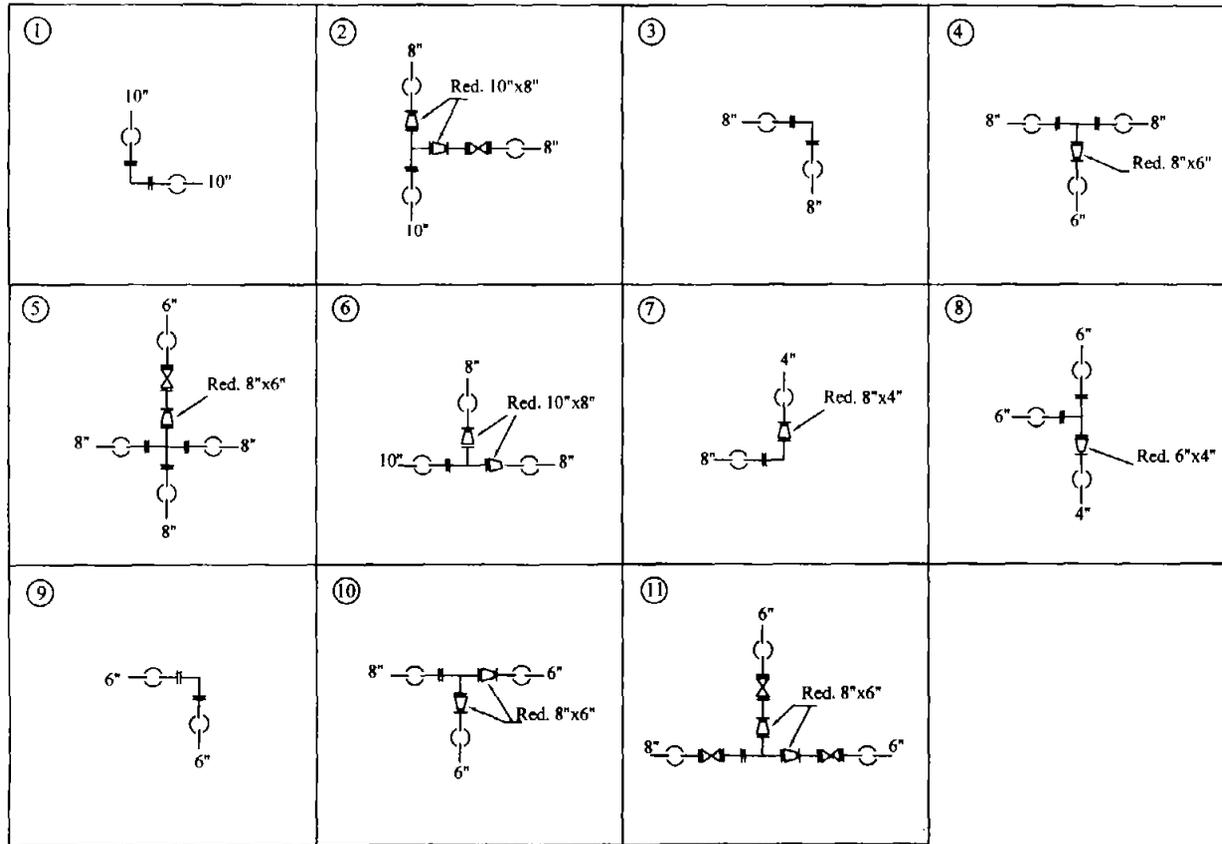


Figura 6.2. Cruceos del ejemplo 4.2.

## 6.5. CUANTIFICACIÓN DE CRUCEROS

Símbolo	Concepto	Unidad	Cantidad
	Cruz de fo.fo. de: 200X200mm (8"X8") $\phi$	PZA.	1
	Codo de 90° de fo.fo. de: 250X250mm (10X10") $\phi$ 200X200mm (8X8") $\phi$ 150X150mm (6X6") $\phi$	PZA.	1 2 1
	Válvula de compuerta de: 200mm (8") $\phi$ 150mm (6") $\phi$	PZA.	2 3
	Reducción de fo.fo. de: 250X200mm (10X8") $\phi$ 200X150mm (8X6") $\phi$ 200X100mm (8X4") $\phi$ 150X100mm (6X4") $\phi$	PZA.	4 6 1 1
	Te de fo.fo. de: 250X250mm (10X10") $\phi$ 200X200mm (8X8") $\phi$ 150X150mm (6X6") $\phi$	PZA.	2 3 1
	Carrete de fo.fo. de: 200mm (8") $\phi$ 150mm (6") $\phi$	PZA.	2 3
	Junta Gibolet de: 250mm(10") $\phi$ 200mm(8") $\phi$ 150mm (6") $\phi$ 100mm (4") $\phi$	PZA.	4 14 10 2
	Empaque de hule de: 250mm(10") $\phi$ 200mm(8") $\phi$ 150mm (6") $\phi$ 100mm (4") $\phi$	PZA.	6 26 17 2
	Tornillos de cabeza hexagonal de: 250mm(10") $\phi$ $\frac{3}{4}$ " $\phi$ x 4" 200mm(8") $\phi$ $\frac{3}{4}$ " $\phi$ x 3 $\frac{1}{2}$ " 150mm (6") $\phi$ $\frac{3}{4}$ " $\phi$ x 3 $\frac{1}{2}$ " 100mm (4") $\phi$ $\frac{3}{4}$ " $\phi$ x 3"	PZA.	96 200 168 16

Figura 6.3. Cuantificación de crueros del ejemplo 4.2.

---

**CAPÍTULO VII. SELECCIÓN Y OPERACIÓN DE  
EQUIPOS DE BOMBEO**

---

## VII. SELECCIÓN Y OPERACIÓN DE EQUIPOS DE BOMBEO

Algunas poblaciones cuyos abastecimientos tienen su origen en zonas montañosas, pueden suministrar el agua a los consumidores enteramente por gravedad. En general, sin embargo, es necesario elevar el agua por medio de bombas en uno o más puntos de la red. Así pues, las bombas pueden ser necesarias para elevar el agua desde un lago, embalse o río, hasta una planta de tratamiento y, después de dicho tratamiento, para realizar otra elevación impulsándola a las tuberías y los depósitos elevados. En la red pueden ser necesarias bombas auxiliares en ciertos puntos, para conservar el valor de la presión que se desea. Cuando las fuentes de suministro son pozos, se necesitan bombas para elevar el agua hasta un depósito colector, a menos que aquéllos sean de tipo artesiano o fluyente. Desde el depósito colector, la bomba o bombas impulsarán el agua a las tuberías. En las poblaciones muy pequeñas que se suministran desde un solo pozo, puede realizarse la elevación del agua y su inyección directamente a las tuberías, serán necesarias bombas de reserva o de emergencia que se pongan en funcionamiento cuando se produce una avería.

### 7.1. PARTES QUE COMPONEN UN SISTEMA DE BOMBEO

El conjunto constituido por las canalizaciones y por los medios mecánicos de elevación se denomina sistema de bombeo. Sus partes principales son:

- a) Tubería de succión
- b) Conjunto moto-bomba
- c) Tubería de bombeo

Desde el punto de vista hidráulico, la succión y el bombeo funcionan con escurrimiento permanente uniforme y por esto, los problemas que les conciernen, fundamentalmente se resuelven por la aplicación de las ecuaciones de Bernoulli y de la continuidad.

La tubería de succión se sumerge en el pozo del mismo nombre y va hasta la boca de entrada de la bomba. La tubería de bombeo parte de la boca de salida de la bomba y va al depósito superior.

7.2. ALTURA GEOMÉTRICA

Si se desea el gasto  $Q$ , de un líquido cualquiera, del depósito  $R_i$  al depósito  $R_s$ , es necesario vencer el desnivel,  $H_g$ , denominado altura geométrica o estática.

La altura geométrica o estática de elevación, se puede dividir en dos partes: altura de succión ( $h_s$ ) y altura estática de bombeo ( $h_r$ ):

$$H_g = h_r + h_s \quad (7.1)$$

La altura estática de la succión ( $h_s$ ) es la distancia vertical desde el NA (nivel de agua) del depósito  $R_i$  al eje de la bomba. Dependiendo de la posición del eje de la bomba en relación con el NA del  $R_i$ , esta altura será positiva o negativa.

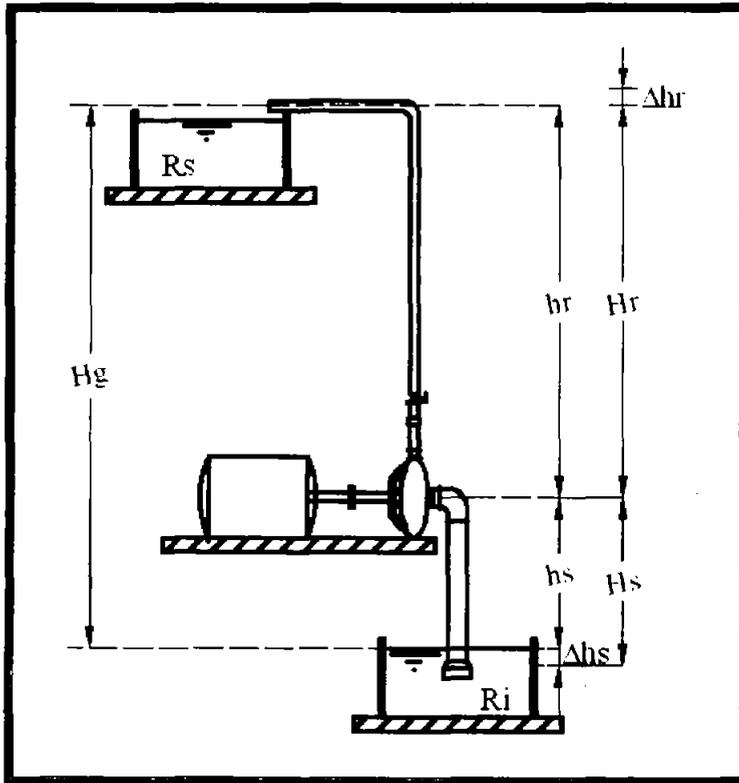


Figura 7.1

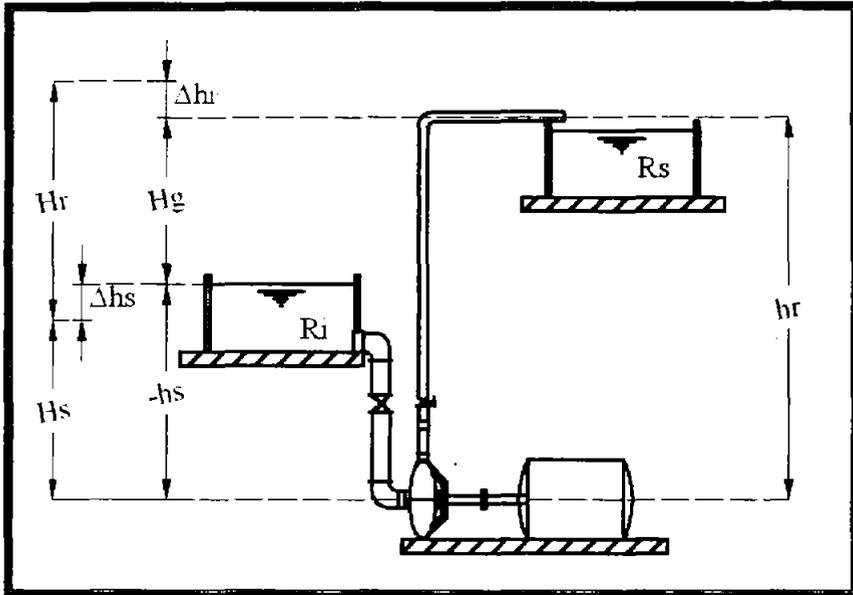


Figura 7.2

Será positiva cuando el nivel del agua de Ri esté debajo del eje de la bomba, y negativa en caso contrario, como se indica en las Figuras 7.1 y 7.2.

La altura estática de bombeo es la distancia vertical del eje de la bomba al punto de descarga de bombeo (si el bombeo fuera ahogado, se toma como referencia el NA del depósito superior).

### 7.3. ALTURA MANOMÉTRICA

Cuando el sistema de bombeo está en operación, ocurren pérdidas de carga accidentales y continuas en las tuberías. De este modo se puede escribir para las pérdidas de carga en la succión:

$$\underline{\Delta h_s = S_s L_s + \sum K \frac{V_s^2}{2g}} \quad (7.2)$$

ó

$$\underline{\Delta h_s = S_s L_s'} \quad (7.3)$$

en las que  $\Delta h_s$  es la pérdida de carga total en esta parte del sistema y  $L_s'$ , la longitud virtual de la tubería de succión.  $S_s$  es la pérdida de carga unitaria en la línea de succión.

La segunda parte de la ecuación (7.2) es la suma de las pérdidas de carga accidentales que ocurren en la tubería de succión.

Como se señaló en la expresión (7.3),  $L_s'$  es la longitud virtual del tubo de succión, o sea, la longitud de un conducto que provoca la misma pérdida de carga, funcionando con el mismo gasto que circula a través de la longitud  $L_s$ :

$$\underline{H_s = h_s + \Delta h_s} \quad (7.4)$$

es la *altura dinámica de succión*.

Por otra parte, se tiene:

$$\underline{\Delta h_r = S_r L_r + \sum K \frac{V_r^2}{2g}} \quad (7.5)$$

ó

$$\underline{\Delta h_r = S_r L_r'} \quad (7.6)$$

en las que  $\Delta h_r$  es la pérdida total que ocurre en el bombeo, suma de las pérdidas continuas,  $S_r$ ,  $L_r$  con las pérdidas locales,  $\sum K V^2/2g$ . Del mismo modo.  $L_r'$  es la longitud virtual de la tubería de bombeo. La suma:

$$\underline{H_r = h_r + \Delta h_r} \quad (7.7)$$

es la *altura dinámica de bombeo* y

$$\mathbf{H_m = H_r + H_s} \quad (7.8)$$

es la *altura manométrica* de elevación, como se aclara en las Figuras 7.1 y 7.2.

#### 7.4. POTENCIA DE LA BOMBA

Como se vio anteriormente, la altura manométrica total ( $H_m$ ) representa la altura que la bomba debe vencer para transportar el gasto  $Q$  del depósito  $R_i$  al depósito  $R_s$ .

La potencia necesaria para esto la proporcionan medios mecánicos y se calcula por la expresión:

$$\mathbf{P = \frac{\gamma Q H_m}{75 \eta}} \quad (7.9)$$

De donde:

$P$ : Potencia en caballos de vapor (CV)

$\gamma$ : es el peso específico del agua, en  $\text{Kg/m}^3$

$Q$ : es el gasto, en  $\text{m}^3/\text{s}$

$\eta$ : Eficiencia global del conjunto.

#### Ejemplo 7.1.

Un conjunto de bombeo trabaja en las siguientes condiciones:

$Q = 40 \text{ l/s}$

Tubería de fierro fundido  $C = 100$  (Hazen Williams)

$\eta : 72\%$

$D_s : 300 \text{ mm}$  (diámetro de la tubería de succión)

$D_r : 250 \text{ mm}$  (diámetro de la tubería de bombeo)

$h_s : 3.00 \text{ m}$  (altura de succión)

$l_s : 9.00 \text{ m}$  (longitud de la tubería de succión)

$h_r : 17.00 \text{ m}$  (altura de bombeo)

$l_r : 322.00 \text{ m}$  (longitud de la tubería de bombeo)

Calcular:

- a) Altura geométrica estática (estática)
- b) Pérdida de carga en la succión, sabiendo que en ella hay una válvula de pie con colador, y un codo de 90°
- c) Pérdida de carga en el bombeo donde están instaladas una válvula de compuerta, un codo de 90°, una válvula de retención y dos codos de 45°
- d) Altura manométrica (dinámica) de succión
- e) Altura manométrica (dinámica) total
- f) Potencia del conjunto de bombeo

**Solución.**

- a) Altura geométrica (en el ejemplo, la altura de succión es positiva):

$$H_g = 3.00 + 17.00 = 20.00\text{m}$$

- b) Pérdida de carga en la succión: aplicando el método de las longitudes equivalentes para calcular las pérdidas localizadas, se obtiene:

Pieza	No. de diámetros
Válvula de pie con colador	250Ds
Curva de 90°	30Ds
Total	280Ds

280Ds equivalen a 280 X 0.30	84 m
Longitud de la tubería de succión, Ls	9 m
Longitud virtual, Ls	93 m

Para  $C = 100$ ,  $Q = 40$  l/s y  $D_s = 300$  mm, sustituyendo en la ecuación de Hazen-Williams, se tiene:

$$Q = 0.278CD^{2.63}S^{0.54}$$

$$0.040 = 0.278 * 100 * 0.30^{2.63} * S_s^{0.54}$$

$$S_s = 0.002$$

Entonces,

$$\Delta h_s = 0.002 * 93 = 0.19 \text{ m}$$

c) Pérdida de carga en el bombeo:

Pieza	No. de diámetros
Codo de 90°	30Dr
Válvula de retención	100Dr
Válvula de compuerta (abierta)	8Dr
Dos codos de 45°	30Dr
Salida de la tubería	35Dr
<b>Total</b>	<b>230Dr</b>

203Dr equivalen a 203 X 0.25	50.75 m
Longitud de la línea de bombeo, Lr	322.00 m
<b>Longitud virtual Lr</b>	<b>372.075 m</b>

Para  $C = 100$ ,  $Q = 40 \text{ l/s}$  y  $Dr = 250 \text{ mm}$ , sustituyendo en la ecuación de Hazen-Williams, se tiene:

$$Q = 0.278CD^{2.63}S^{0.54}$$

$$0.040 = 0.278 * 100 * 0.25^{2.63} * S^{0.54}$$

$$S_r = 0.0046$$

Entonces,  $\Delta h_r = 0.0046 \times 372.75 = 1.72 \text{ m}$ .

$$\Delta h_r = 0.0046 * 75 = 1.72 \text{ m}$$

d) Altura dinámica de succión:

$$H_s = h_s + \Delta h_s = 3.00 + 0.19 = 3.19 \text{ m}$$

e) Altura dinámica de bombeo:

$$H_r = h_r + \Delta h_r = 17.00 + 1.72 = 18.72$$

f) Altura manométrica:

$$H_m = H_s + H_r = 3.19 + 18.72 = 21.91 \text{ m}$$

g) Potencia del conjunto de bombeo:

$$P = \frac{1000 * 0.04 * 21.91}{75 * 0.72} = 16.2CV$$

$$16.2 * 736 = 11923.2watts = 12kw$$

### 7.5. CLASIFICACIÓN DE BOMBAS

Los equipos de bombeo más ampliamente utilizados en los sistemas de abastecimiento público pueden clasificarse en tres grupos generales: bombas alternativas, rotativas y centrífugas. Las primeras consisten en un pistón o émbolo que, alternativamente, introduce el agua en un cilindro en la cámara de aspiración y la expulsa en la impulsión, las bombas de tipo rotativo contienen dos cilindros rotativos que, al engranarse, introducen el agua en una cámara y la fuerzan a salir, de manera prácticamente continua, por la tubería de impulsión. Las bombas centrífugas tienen un rodete con unos canales radiales que al girar arrastran el agua a su cuerpo central y la descargan por acción de la fuerza centrífuga.

### 7.6. BOMBAS CENTRÍFUGAS

Es una máquina hidráulica dinámica generatriz que tiene la capacidad de convertir la energía mecánica en energía de movimiento de un fluido, también se le llama rotodinámicas, porque constan de un elemento rotatorio que proporciona energía al agua por medio del impulsor, cubiertos por una carcasa o cámara que puede ser tipo voluta o tipo turbina.

Tipo Voluta: Está diseñada para producir, alrededor de la circunferencia del impulsor, una velocidad igual del flujo conforme éste entra a la tubería de succión.

Tipo turbina: Está diseñada para que la velocidad del flujo se reduzca por medio de alabes fijos que rodean al impulsor y al mismo tiempo convierta la carga de velocidad en carga de presión.

### 7.7. CARGA DE SUCCIÓN POSITIVA NETA (CSPN)

Es un parámetro o carga que en condiciones mínimas de succión se requieren para prevenir la cavitación y se tenga una capacidad de succión. Si en una instalación se desea evitar la cavitación, la CSPND (Carga de Succión Positiva Neta Disponible) deberá ser por lo menos igual o mayor a la Carga de Succión Positiva Neta Requerida (CSPNR).

$$CSPND \geq CSPNR$$

La CSPN es una carga de presión, medida en unidades absolutas, que debe existir en la succión de una bomba y gracias a la cual el líquido pueda fluir.

Las fuentes que originan la carga de succión, para que el líquido fluya proviene de:

1. Presión atmosférica y/o fuerza de gravedad
2. Presión atmosférica más una carga estática

	CSPND	Succión Positiva
CSPN		Succión Negativa
	CSPNR	

$$CSPND_{(+)} = \text{Presión atmosférica} + H_{\text{estática}} - H_{\text{fs}} - P_v$$

$$CSPND_{(-)} = \text{Presión atmosférica} - H_{\text{estática}} - H_{\text{fs}} - P_v$$

Donde:

$H_{\text{estática}}$  : Carga estática

$H_{\text{fs}}$  : Pérdida por fricción

$P_v$  : presión de vapor

**Ejemplo 7.2.**

La CSPNR que maneja agua a 85°F es de 17ft de elevación, el lugar donde se instalará esta bomba es de 1000ft sobre el nivel del mar, las pérdidas por fricción de la entrada de bomba, tuberías y accesorios es de 2ft.

Calcular:

- a) ¿Cuál es la altura máxima de succión permisible bajo estas condiciones?
- b) ¿Cuál es la altura máxima de succión si se tiene una temperatura de 190°F?

a)

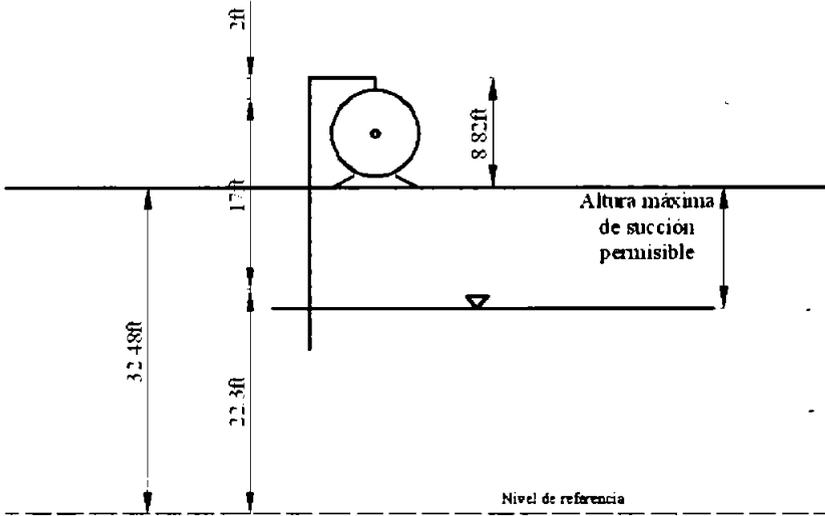


Figura 7.3.

$$\text{CSPNR} = 17\text{ft}$$

a 85°F le corresponde una presión de vapor:  $P_v = 1.4\text{ft}$

a 1000ft existe una presión atmosférica de  $0.99 \text{ Kg/cm}^2 = 32.48\text{ft}$

$$\text{CSPND}_{(-)} = 32.48\text{ft} - 12.08\text{ft} - 1.4\text{ft} - 2\text{ft}$$

$$\text{CSPND}_{(-)} = 17\text{ft}$$

$\text{CSPND} = \text{CSPNR} \therefore$  La bomba funciona satisfactoriamente.

b)

a 190°F le corresponde una presión de vapor:  $P_v = 22.3\text{ft}$

$$\text{CSPND}_{(+)} = 32.48\text{ft} + 8.82 - 2 - 22.3\text{ft}$$

$$\text{CSPND}_{(+)} = 17\text{ft}$$

$\text{CSPND} = \text{CSPNR} \therefore$  La bomba funciona satisfactoriamente.

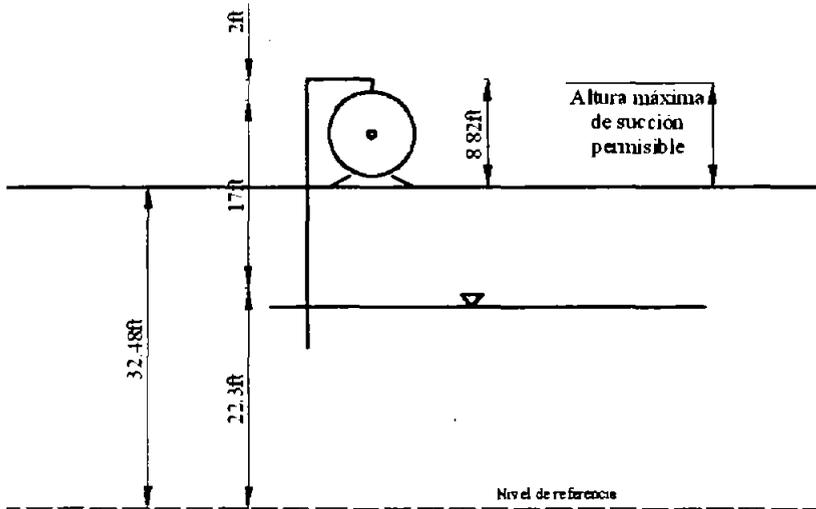


FIGURA 7.4.

7.8. EFICIENCIA DE LA BOMBA

$$E = \frac{\text{Trabajo Realizado}}{\text{Trabajo Entregado}} = \frac{\text{Salida}}{\text{Entrada}} = \frac{\text{Pot. Hidráulica}}{\text{Pot. al freno}} = \frac{\text{Pot. Efectiva}}{\text{Pot. Teórica}}$$

Potencia al freno: valor nominativo que expresa la cantidad de la potencia que la bomba requiere del motor.

$$E = \frac{\text{Potencia Efectiva}}{\text{Potencia Teórica}} \times 100\%$$

La eficiencia de la bomba nos indica que porcentaje de la potencia al freno es convertido en trabajo útil para la bomba.

Tabla 7.1.Eficiencias en base al gasto

G.P.M.	Eficiencia Mínima	Eficiencia Máxima
Galones por minuto	%	%
5	10	30
10	20	35
30	20	50
50	20	54
100	20	72
200	30	75
300	30	77
500	40	81
1000	40	83
3000	50	86
10000	60	90

Velocidad específica: (impulsor) sirve como parámetro de comparación de la eficiencia alcanzada en el diseño particular de una bomba. Es un número apropiado para calcular un determinado tipo de bomba centrífuga.

$$N_s = \frac{\text{r.p.m.} \cdot \sqrt{\text{gasto en gal / min}}}{(\text{Carga total})^{3/4}}$$

Bajas velocidades específicas (Ns) en operación de gastos (Q) pequeños y altas presiones.

Altas velocidades específicas (Ns) en operación de gastos (Q) altos y para bajas presiones.

Bajas Ns de 500 a 2000 r.p.m.

Altas Ns de 5000 a 15000 r.p.m.

$$\text{r.p.m.} = \frac{120 \cdot f}{n}$$

Donde:

f: frecuencia del corriente eléctrica (Hz).

n: No. De polos del motor eléctrico.

r.p.m.: revoluciones por minuto.

**Ejemplo 7.3.**

Calcular la velocidad específica de una bomba en un sistema de bombeo, con una velocidad media de 4.38 m/s, un diámetro de 40cm, que tiene una velocidad angular “e” de rotación de la flecha o eje de la bomba dado por una frecuencia de corriente eléctrica de 5 Hertz y 4 polos del motor eléctrico, calcular la potencia hidráulica de la bomba con motor nuevo y el caballaje al freno, si la eficiencia durante su funcionamiento se reduce al 10%, para una carga total de 30 m. ¿Cuál es la potencia hidráulica en el caso más desfavorable?

**Solución:**

$$V = 4.38 \text{ m/s}$$

$$D = 40 \text{ cm}$$

$$f = 5 \text{ Hz}$$

$$n = 4 \text{ polos}$$

$$\text{r.p.m.} = \frac{120 * 5}{4}$$

$$Q = (4.38 \text{ m/s}) \left( \frac{\pi (0.40)^2}{4} \right)$$

$$Q = 0.55 \text{ m}^3 / \text{s} = 8717.68 \text{ gal} / \text{min}$$

$$\text{Carga total} = 30 \text{ m} = 98.43 \text{ ft}$$

$$N_s = \frac{150 \sqrt{8717.68}}{(98.43)^{3/4}}$$

## CAPÍTULO VII. SELECCIÓN Y OPERACIÓN DE EQUIPOS DE BOMBEO

---

$$P = \frac{\gamma QH}{n}$$

$$P = \frac{(1000 \text{Kg/m}^3)(0.55 \text{m}^3/\text{s})(30 \text{m})}{n}$$

$$P = 16500 \text{ Kg.m/seg}$$

$$P = 220 \text{ c.v.}$$

$$P = 217.1 \text{ Hp}$$

$$E = \frac{P.H.}{P.F.}$$

$$0.90 = \frac{220 \text{ c.v.}}{P.F.}$$

$$P.F. = 244.44 \text{ c.v.}$$

De la tabla de Eficiencias: tenemos una eficiencia mínima, para un gasto de 8717.68 gal/min, del 60%.

$$E = \frac{P.H.}{P.F.}$$

$$0.60 = \frac{P.H.}{244.44 \text{ c.v.}}$$

$$P.H. = 146.67 \text{ c.v. es la más desfavorable.}$$

Es importante hacer notar que en la gráfica de eficiencia de la bomba –ya que cada modelo de bomba tiene su propia gráfica- deben intersectar la carga dinámica total con el gasto en la curva de máxima eficiencia, de esta manera la bomba funcionará correctamente. Y no se debe exceder la máxima altura de succión.

---

**CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y  
RECOMENDACIONES**

---

## VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 8.1. CONCLUSIONES

El problema de calcular tubos a presión preocupó a los ingenieros desde hace mucho tiempo; inclusive desde mucho antes de publicarse el Diagrama de Moody, que data de 1944. Estas personas, naturalmente, estaban más interesadas en resolver el problema práctico que en analizar los aspectos básicos de la mecánica de los fluidos: de manera que lejos de hacer extensas deducciones teóricas, se dedicaron más bien a medir gastos y pérdidas en tubos y proponer alguna fórmula que correlaciona adecuadamente estas mediciones. Tal es el origen de las así llamadas fórmulas empíricas, debido precisamente a su naturaleza netamente experimental. El diagrama de Moody es una herramienta de cálculo que sintetiza estudios llevados a cabo por científicos como Hagen, Poiseuille, Reynolds, Prandtl y sus seguidores. Estos investigadores se preocuparon por conocer la esencia misma del movimiento de los fluidos y por eso es que el Diagrama de Moody y las fórmulas que le dan origen, son, por excelencia el método racional para el cálculo de tuberías.

Hay varios métodos para la resolución de sistemas de redes de tuberías, sin embargo el de Hardy Cross es de los más básicos e importantes, ya que permite observar como se va comportando el sistema en el transcurso de los tanteos.

La aplicación de las técnicas de las computadoras digitales al método de Hardy Cross es directa y existe una amplia gama de programas disponibles, los cuales van desde algunos relativamente simples hasta modelos que son capaces de manejar los más complejos sistemas, incluyendo bombeos, depósitos de regulación, válvulas reductoras de presión y otros elementos. Otras técnicas analíticas que pueden ser empleadas por medio de las computadoras incluyen el método de elementos finitos en el que la convergencia es más rápida y segura que con el método de Hardy Cross, y el método del análisis de la matriz de ruta mínima, el cual es capaz de seleccionar la combinación más económica de tuberías de tamaño comercial para servir a unos nudos predeterminados del sistema de distribución.

Es imprescindible conocer la capacidad de la bomba, es decir su potencia, ya que de ello depende que el flujo tenga la presión necesaria para cumplir con su cometido; Así como también, es de gran importancia, que el ingeniero diseñe y cuantifique cruceros correctamente con el fin de que el constructor se le facilite la tarea.

## **8.2. RECOMENDACIONES**

Se recomienda utilizar el método de balanceo de cargas por corrección de gastos, que es de Hardy Cross, cuando se conocen los gastos tributarios, la topografía del terreno y el material de tubería a utilizar; y el de método de balanceo de gastos por corrección de cargas cuando no se conocen los gastos tributarios, pero sí la topografía del terreno, los diámetros y el material de la tubería.

El programa LOOPS Ver. 2 es un software diseñado por el Dr. Eaglin y el Dr. Wanielista de la Universidad Central de Florida que aplica el método de Hardy Cross a la resolución de redes de distribución hidráulica; se recomienda el uso de este programa, ya que es de carácter educativo, permite analizar y no diseñar los sistemas de redes de tuberías, sin embargo, existen otros programas más complejos que si lo permiten.

---

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] **Guaycochea, Guglielmi Darío**, *Flujos en Tubos a presión*. ICA, UAEM y UAM, México, 116 pp.
- [2] **Gupta, Ram S.**, *Hidrology and Hydraulic System*. Ed. Prentice-Hall. United States of America, 1989, 739 pp.
- [3] **Hwang, Ned H.C.**, *Fundamentals of Engineering Systems*. Second Edition. Ed. Prentice-Hall. United States of America, 370 pp.
- [4] **King, Horage Williams**, *Manual de Hidráulica*. Ed. LIMUSA. México, 1995, 536 pp.
- [5] **Sotelo, Ávila Gilberto**, *Hidráulica General*. Ed. LIMUSA. México, 1996, 561 pp.
- [6] **Simón, L. Andrew**, *Hidráulica Práctica*. Ed. LIMUSA. México, 1986, 421 pp.
- [7] **Featherstone, R. E., Nalluni, C.**, *Civil Engineering Hydraulics*. Ed. BSP Professional Books. Great Britain, 1991, 373 pp.
- [8] **Roberson, John A.**, *Hydraulic Engineering*. Ed. John Wiley & Sons, Inc., United States of America, 1997, 653 pp.
- [9] **Wanielista, Robert Kersten, Ron Eaglin**, *Hidrology Water Quantity and Quality Control*. Second Edition. Ed. John Wiley & Sons, Inc., United States of America, 567 pp.
- [10] **Herning, Fritz**, *Transporte de Fluidos por Tuberías*. Ed. Labor. España, 1975, 180 pp.
- [11] **Merrit, Loftin, Ricketts**, *Manual del Ingenierio Civil, Tomo II*. Ed. McGraw-Hill. México, 1999.