
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

*“MODELACION FRACTAL MULTIESCALAR DE UN
YACIMIENTO PETROLERO (CANTARELL)”*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO ACADEMICO DE

DOCTOR EN CIENCIAS

P R E S E N T A

RUBEN DARIO ARIZABALO SALAS

DIRECTORA DE TESIS:
DRA. KLAVDIA OLESCHKO LUTKOVA

MEXICO, D.F.

NOVIEMBRE 2004



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ASESORES ACADEMICOS:

**DRA. KLAVDIA OLESCHKO LUTKOVA
DR. GABOR KORVIN
DR. GUSTAVO TOLSON JONES
DR. GERARDO RONQUILLO
DR. JESUS HERNAN FLORES
DRA. LOURDES FLORES DELGADILLO
DR. FERNANDO BRAMBILA PAZ
DR. JEAN-FRANÇOIS PARROT
DR. ANGEL NIETO SAMANIEGO**

DEDICATORIA

*A Georgina Díaz,
Rubén Chashdaih y Darío Emmanuel.*

*A mis padres,
María Infra Salas Barra y Rubén Arizabalo Nava;*

*Abuelos,
Elvira Barra Casados (QEPD) y Mariano Salas (QEPD)*

*y hermanos:
Julia Guadalupe, María Elvira, Juan Manuel,
Luz Elizabeth, Roberto Valente y Claudia Teresa*

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi Tutora, la Dra. Klavdia Oleschko, por su incansable apoyo y dedicación al desarrollo de la presente obra. Sin su tenacidad y claridad de pensamiento, la Tesis no hubiera podido lograr el nivel de madurez intelectual alcanzado. El tiempo que pasé en el Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales -dirigido por ella- constituye uno de los períodos más creativos de mi carrera académica. Al Profesor Gábor Korvin, por su participación directa e invaluable respaldo en la interpretación de resultados. Posiblemente, sin su genialidad matemática e intuición geofísica, los datos serían un montón de números aislados. Así también, agradezco al Dr. Gerardo Ronquillo por su incuestionable soporte como Asesor Interno dentro del Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) y por la rica información aportada al trabajo de Tesis (datos de núcleos, registros y trazas sísmicas). El Dr. Jesús Hernán Flores me motivó hacia el estudio de la Geoestadística, el curso de posgrado que impartió sentó los fundamentos del presente trabajo. Al Dr. Gustavo Tolson Jones, por motivar el acercamiento a las geociencias con un nuevo enfoque: desde el punto de vista de la modelación matemática. A la Dra. Lourdes Flores, por su ejemplo de trabajo sostenido y análisis sistemático en el arduo trabajo de la investigación científica. Al Dr. Fernando Brambila, por enseñar una nueva forma de acercamiento a las matemáticas: ahora son precisas, bellas, inteligentes y además, presentan un rostro amigable. Al Dr. Jean-François Parrot, quien motivó la importancia de la unificación entre teoría matemática y programación científica. Al Dr. Ángel Nieto Samaniego, quien (en las etapas finales de la Tesis) me mostró la importancia que tiene el estudio de la Geología Estructural. Al Maestro Manuel Lozada, por indicarme el camino de la Transformada ondicular y de la programación. Al Ing. Tomás Ramírez Maldonado (IMP), a quien agradezco su apoyo moral e institucional para la realización de mis estudios de posgrado. Asimismo, al Ing. Arquímedes Estrada (IMP) por su confianza en la realización de la presente obra. Agradezco también a la Dra. Blanca Mendoza, Coordinadora del Programa de Posgrado en Ciencias de la Tierra y Dra. Lucía Capra, Responsable Académico del Posgrado, Gloria Alba y María Luisa Reyes (Instituto de Geología), Araceli Chamán y Mónica Lizbeth Salgado (Instituto de Geofísica). A la Ing. Olimpia Solé Salgado por su apoyo en el manejo de datos sísmicos. A mis colegas y amigos del Instituto Mexicano del Petróleo. A compañeros del Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales.

El autor agradece el apoyo técnico de la Q.F.B Ana María Rocha T. y Biól. Daniel Hernández (Instituto de Geología, UNAM), en el desarrollo de la presente obra. Al Programa de Becas del IMP por el soporte recibido para la obtención del grado académico.

TABLA DE CONTENIDO

	Página
Dedicatoria.....	iii
Agradecimientos.....	iv
Tabla de Contenido.....	v
Indice de Figuras.....	xi
Indice de Tablas.....	xxii
Nomenclatura.....	xxiii
Resumen.....	xxv
Abstract.....	xxvii
CAPITULO I	
Introducción general.....	1
1.1 Objetivos de la Investigación.....	2
1.2 Enfoque de la investigación.....	3
A. Contribución Científica.....	4
1.3 Desarrollo del Trabajo.....	5
CAPITULO II	
Geometría Fractal	
2.1 Introducción.....	7
A. Fractales estadísticos.....	11
B. Conceptos estadísticos.....	15
C. Variograma.....	17
D. Covarianza.....	19
E. Autocovarianza.....	19

F. Densidad Espectral.....	20
G. Análisis R/S.....	21
H. Relación entre Medidas Multivariantes.....	24
I. Trazas auto-afines.....	24
2.2 Lagunaridad.....	25
A. Momentos de una Distribución de Probabilidades.....	25
B. Ley de Escalamiento para la Distribución Fractal de la Masa.....	27
C. Lagunaridad según Mandelbrot.....	28
D. Lagunaridad según Allain & Cloitre.....	29
E. Escalamiento de la Lagunaridad.....	29
F. Lagunaridad Generalizada.....	31

CAPITULO III

Análisis fractal de imágenes digitales

3.1 Introducción. Dimensión fractal de la porosidad en núcleos.....	33
A. Aspectos teóricos.....	33
B. Dimensión fractal de masa (D_m).....	34
C. Dimensión fractal superficial (D_s).....	34
D. Dimensión espectral (o fractón \bar{d}).....	35
E. Conjetura de Alexander-Orbach.....	37
F. Curvas de lagunaridad.....	38
3.2 Metodología.....	38
G. Software FRACTAL.....	38
H BROMOV.....	39
I. HISTO-GENE.....	39
J. Lagunaridad de imágenes de núcleo.....	40
3.3 Resultados y Discusión.....	42
3.4 Conclusiones.....	60

CAPITULO IV

Naturaleza fractal de registros de pozo

4.1 Introducción.....61

 A. Investigaciones tradicionales en estudios de yacimiento.....61

 B. Características de los registros geofísicos de pozo que definen su comportamiento fractal.....64

 C. Fractales aplicados al análisis de las señales.....65

 D. Registros geofísicos de pozo.....66

 D.1 Registro de porosidad.....67

 D.2 Registros de densidad.....68

 D.3 Registros de resistividad.....69

 D.4 Registros de rayos gamma naturales.....73

 D.5 Registro caliper.....74

 D.6 Registro sísmico.....74

4.2 Bases Matemáticas.....75

 E. Movimiento Browniano Fraccionario.....75

 F. Ruido Gaussiano Fraccionario.....76

 G. Determinación del exponente de Hurst y dimensiones fractales.....77

 H. Ley empírica de Hurst y el análisis de rango reescalado R/S.....77

 I. Análisis Espectral de Potencia.....78

 J. El método de Rugosidad-Longitud.....79

 K. Método del Variograma.....79

 L. Método de Wavelets (ondículas, ondoletas).....80

4.3 Metodología.....81

4.4 Resultados.....82

4.5 Modelado de los registros geofísicos de pozo en forma de ruidos fractales.....92

4.6 Procesos acumulativos.....95

4.7	Análisis de fracturamiento.....	99
4.8	Dimensiones fractales de los registros geofísicos.....	102
	M. Registros de porosidad.....	102
	N. Registros de radiactividad natural.....	106
	O. Registros de resistividad.....	109
4.9	Discusión de resultados.....	113
	P. Correlaciones con <NPHI>.....	113
	Q. Correlaciones con <RHOB>.....	114
	R. Correlaciones con <DT>.....	114
	S. Correlaciones con <GR>.....	115
	T. Correlaciones con <LLS>.....	115
	U. Correlaciones con <LLD>.....	116
	V. Correlaciones con <MSFL>.....	116
4.10	Dimensiones fractales promedio.....	117
4.11	Conclusiones.....	121

CAPITULO V

	Lagunaridad de los registros de pozo.....	125
5.1	Introducción.....	125
5.2	Revisión Bibliográfica.....	131
5.3	Metodología.....	135
5.4	Resultados y Discusión.....	135
	A. Análisis de lagunaridad aplicado a los datos experimentales del registro de pozo.....	135
	B. Lagunaridad de los registros geofísicos de pozo.....	136
	B.1 Lagunaridad para el registro de porosidad neutrón (NPHI).....	137
	B.2 Lagunaridad en registros de densidad (RHOB, DRHO, PEF).....	137
	B.3 Lagunaridad en registros de resistividad (MSFL, LLD, LLS).....	138
B.3.1.	Lagunaridad para el registro de resistividad LLD por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK)	140
B.3.2.	Lagunaridad para el registro de resistividad LLS por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK)	141

B.3.3.	Lagunaridad del registro de resistividad MSFL por estratos: KS, KM, KI, JST,JSK.....	143
B.4	Lagunaridad para registros de radiactividad natural (GR, CGR, URAN, POTA, THOR) pozo 1.....	147
B.4.1	Lagunaridad en registros de resistividad Caliper (CAL) pozo 1 completo.....	148
B.4.2	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 2.....	148
B.5	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 3.....	150
B.6	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 4.....	152
B.7	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 5.....	154
B.8	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS) complet. y por estratos del pozo 6.....	155
B.9	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz7.....	156
B.10	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz8.....	158
B.11	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz9.....	159
B.12	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 10.....	161
B.13	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 11.....	163
B.14	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz12.....	165
B.15	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz13.....	165
B.16	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz14.....	166
B.17	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz15.....	167
B.18	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 16.....	168
B.19	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz17.....	169
B.20	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz18.....	172
B.21	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz19.....	174
B.22	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz20.....	176
B.23	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz21.....	177
B.24	Lagun. en regs. de resist. (LLD, LLS, MSFL) complet. y por estratos del pz22.....	179
C.	Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos de 20 pozos.....	180
5.5	Conclusiones.....	185

CAPITULO VI

Dimensión Fractal de Trazas Sísmicas.....189

6.1 Introducción.....189

6.2 Análisis fractal de trazas sísmicas.....189

6.3 Metodología y Resultados.....190

6.4 Conclusiones.....207

CAPITULO VII

Integración de Resultados.....209

7.1 Litología correspondiente a núcleos, registros geofísicos de pozo y datos sísmicos.....209

 A. Jurásico Superior.....209

 B. Sistema Cretácico.....210

7.2 Dimensiones fractales en imágenes de núcleos, registros de porosidad corregida y trazas sísmicas.....213

 A. Porosidad NPHI corregida por volumen de arcillas.....213

7.3 Análisis fractal de trazas enteras (unidades cretácicas + jurásicas).....219

 A. Registros de pozo.....219

 B. Trazas Sísmicas.....220

Conclusiones.....222

CAPITULO VIII

Conclusiones Generales.....223

REFERENCIAS.....227

APÉNDICE.....235

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Dimensiones Euclidianas.....	9
Figura 2.2	Triángulo de Sierpinski.....	10
Figura 3.1.	Núcleo 1, Fragmento 26.....	43
Figura 3.1.2.	Imagen binarizada.....	43
Figura 3.1.4.	Análisis de dimensión fractal local (LFD).....	43
Figura 3.1.5.	Imagen binarizada de la figura 3.1.4.....	43
Figura 3.2.	N1, F26. Primer acercamiento óptico.....	44
Figura 3.2.1.	Imagen binarizada de la Fig.3.2.....	44
Figura 3.2.2.	Análisis de dimensión fractal local (LFD).....	44
Figura 3.2.3.	Imagen binarizada de la Fig.3.2.2.....	44
Figura 3.2.4.	Imagen R^2 (coeficiente de correlación) en tonos de gris de la Fig.3.2.....	45
Figura 3.2.5.	Imagen binarizada de la Fig. 3.2.4 con BINAR.....	45
Figura 3.3.	N1, F26. Segundo acercamiento óptico.....	45
Figura 3.3.1.	Imagen binarizada de la Fig.3.3.....	45
Figura 3.3.2.	Análisis de dimensión fractal local (LFD).....	46
Figura 3.3.3.	Imagen binarizada de la Fig.3.3.2.....	46
Figura 3.4.	Núcleo 1, fragmento 26.....	48
Figura 3.4.1.	N1, F26. Imagen binarizada.....	48
Figura 3.4.2.	Núcleo 1, fragmento 26. Caminos brownianos en la roca sólida.....	48
Figura 3.4.3.	Núcleo 1, fragmento 26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.....	48
Figura 3.5.	Núcleo 1, fragmento 26.....	49
Figura 3.5.1.	N1, F26. Imagen binarizada de la Fig.3.5 mediante el programa BINAR.....	49
Figura 3.6.	Núcleo 1, fragmento 26.....	49
Figura 3.6.1.	N1, F26. Imagen binarizada de la Fig. 3.6.....	49
Figura 3.6.2.	Núcleo 1, fragmento 26. Caminos brownianos en roca sólida.....	50

Figura 3.6.3. N1, F26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.....	50
Figura 3.7. Núcleo 1, fragmento 26.....	50
Figura 3.7.1. N1, F26. Imagen binarizada.....	50
Figura 3.7.2. N1, F26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.....	51
Figura 3.7.3. N1, F26. Caminos brownianos en la roca sólida.....	51
Figura 3.8. Núcleo 1, fragmento 26.....	51
Figura 3.8.1. N1, F26. Imagen binarizada de la Fig. 3.8.....	51
Figura 3.8.2. N1, F26. Caminos brownianos en Porosidad secundaria.....	52
Figura 3.8.3. N1, F26. Caminos brownianos En roca sólida.....	52
Figura 3.9. Núcleo 1, fragmento 26.....	52
Figura 3.9.1. N1, F26. Imagen binarizada.....	52
Figura 3.9.2. N1, F26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.....	53
Figura 3.9.3. N1, F26. Caminos brownianos en la roca sólida.....	53
Figura 3.10.1. Núcleo 1, fragmento 12.....	54
Figura 3.10.2. N1, F12. Acercamiento óptico.....	54
Figura 3.10.3. N1, F12. Segundo acercamiento óptico.....	54
Figura 3.11.1. Núcleo 3, Fragmento 17.....	55
Figura 3.11.2. N3. F17. Acercamiento óptico.....	55
Figura 3.11.3. N3. F17. Segundo acercamiento óptico.....	55
Figura 3.11.4. N3. F17. Fracturas.....	55
Figura 3.11.5. N3. F17. Detalle de fracturas.....	55
Figura 3.12a. Lagunaridad N1F26 (Fig. 3.1) traza 1-1000.....	59
Figura 3.12b. LogLagunaridad N1F26 (Fig. 3.1) traza 1-1000.....	59
Figura 3.12c. Lagunaridad normalizada (Fig. 3.1) traza 1-1000.....	60
Figura 4.1. Ejemplo de un registro de porosidad neutrón, correspondiente al pozo 1.....	82
Figura 4.2. Variación de la dimensión fractal y porosidad neutrón por los estratos geológicos (pozo 1).....	83
Figura 4.3a. Distribuciones de la dimensión fractal (D_{prom}), porosidad ($_{prom}NPHI$) y dimensión $D_{R/S}$	84

Figura 4.3b. Variación de las dimensiones (D_{prom}), espectro de potencia (D_s) y porosidad ($_{prom}NPHI$).....	84
Figura 4.3c. Dimensión fractal (D_{prom}), porosidad ($_{prom}NPHI$) y dimensión Rugosidad-Longitud (D_r).....	84
Figura 4.4. Distribuciones promedio de la dimensión fractal (D_{prom}) y densidad ($_{prom}RHOB$).....	85
Figura 4.5. Dimensión (D_{prom}) y rayos gamma ($_{prom}GR$) promedios.....	86
Figura 4.6. Logaritmo de LLS y dimensión fractal (D_{prom}) promedios.....	86
Figura 4.7. Dimensión fractal (D_{prom}) y logaritmo de LLD promedios.....	86
Figura 4.8. Trazas acumuladas de porosidad, densidad, rayos gamma y resistividad para el Cretácico Inferior.....	96
Figura 4.9. Trazas acumuladas de porosidad, velocidad de onda-P, rayos gamma, densidad y resistividad.....	97
Figura 4.10. Comportamiento acumulado de porosidad, velocidad de onda-P, densidad, rayos gamma y resistividad profunda en el Kimeridgiano.....	98
Figura 4.11. Dimensiones fractales promedio (R/S, SP, R-L, V y W) por estrato del registro NPHI promedio de 22 pozos.....	102
Figura 4.12. Dimensión fractal prom. NPHI e inversa de NPHI, coef. correlac. = 0.92.....	103
Figura 4.13. Dimensiones fractales promedio por estrato del registro DT (prom de 22 pozos).....	105
Figura 4.14. Dimensiones fractales de NPHI y DT promedios coef. correlac. = 0.89.....	106
Figura 4.15. Dimensiones fractales promedio registro GR (prom de 22 pozos).....	107
Figura 4.16. Dimensión fractal prom. GR y GR promedio coef. correlac. = 0.86.....	107
Figura 4.17. Dimensiones fractales promedio RHOB (prom de 22 pozos).....	104
Figura 4.18. Dimensión fractal prom. RHOB y RHOB promedio coef. correlac. = 0.72.....	104
Figura 4.19. Dimensiones fractales promedio LLS (prom de 22 pozos).....	110
Figura 4.20. Dimensiones fractales prom. LLD (prom de 20 pozos).....	109
Figura 4.21. Dim. Fractal prom. LLD y registro LLD inverso coef. correlac. = 0.89.....	110
Figura 4.22. Dimensiones fractales promedio MSFL (prom de 20 pozos).....	111
Figura 4.23. Dim. Fractal prom. MSFL y registro MSFL coef. correlac. = 0.95.....	112
Figura 4.24. Dimensiones fractales promedio THOR.....	108
Figura 4.A. Dimensiones fractales de los registros de resistividad por estrato.....	118
Figura 4.B. Dimensiones fractales de los registros de porosidad.....	119

Figura 4.C. Dimensiones fractales de los registros de radiactividad natural.....	120
Figura 4.D. Variación de la porosidad de fractura teórica promedio con la profundidad.....	106
Figura 5.1. (a) Distribución casi uniforme; (b) Conjunto de Cantor determinístico; (c) Conjunto de Cantor aleatorio; (d) Distribución agrupada de puntos.....	125
Figura 5.2. Lagunaridades en función del tamaño de caja r para las cuatro distribuciones señaladas en la Figura 5.1.....	127
Figura 5.3. Análisis de lagunaridad para las distribuciones de la Figura 5.1.....	129
Figura 5.4. LOG(resistividad) vs Lagunaridad, LLD pz1 estratos.....	141
Figura 5.5. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (LLS) pz1 estratos.....	143
Figura 5.6. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (MSFL) pz1 estratos.....	145
Figura 5.7. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (LLD) pz17 estratos.....	171
Figura 5.8. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (LLS) pz17 estratos.....	171
Figura 5.9. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (MSFL) pz17 estratos.....	171
Figura 5.10. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (LLD) pz21 estratos.....	178
Figura 5.11. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (LLS) pz21 estratos.....	178
Figura 5.12. LOG(resistividad) vs Lagunaridad (MSFL) pz21 estratos.....	178
Figura 5.13. Resistividad promedio con la profundidad.....	180
Figura 5.14. Lagunaridad promedio de registros de resistividad.....	181
Figura 5.15. Dimensión fractal promedio de registros de resistividad.....	181
Figura 5.16. Lagunaridad vs dimensión fractal resistividad <LLD>.....	182
Figura 5.17. Lagunaridad y dimensión fractal del registro de resistividad <LLD>.....	182
Figura 5.18. Lagunaridad y dimensión fractal para el registro de resistividad <LLS>.....	183
Figura 5.19. Lagunaridad vs dimensión fractal resistividad <LLS>.....	183
Figura 5.20. Lagunaridad vs dimensión fractal resistividad <MSFL>.....	184

Lista de Figuras en el Apéndice

Figura 5.4a. NPHI (todo) pz1 (3528 datos).....	A1
Figura 5.4b. Lagunaridad NPHI (todo) pz1.....	A1
Figura 5.5a. RHOB (todo) pz1 (3528 datos)	A1
Figura 5.5b. Lagunaridad RHOB (todo) pz1.....	A1
Figura 5.6. Lagunaridad DRHO (todo) pz1.....	A1
Figura 5.7. Lagunaridad PEF (todo) pz1.....	A1
Figura 5.8a. MSFL (todo) pz1 (3528 datos)	A2
Figura 5.8b. Lagunaridad MSFL (todo) pz1.....	A2
Figura 5.9a. LLS (todo) pz1 (3528 datos)	A2
Figura 5.9b. Lagunaridad LLS (todo) pz1.....	A2
Figura 5.10a. LLD (todo) pz1 (3528 datos)	A2
Figura 5.10b. Lagunaridad LLD (todo) pz1.....	A2
Figura 5.11. Lagunaridad GR pz1.....	A3
Figura 5.12. Lagunaridad CGR (todo) pz1.....	A3
Figura 5.13. Lagunaridad URAN (todo) pz1.....	A3
Figura 5.14. Lagunaridad POTA (todo) pz1.....	A3
Figura 5.15. Lagunaridad THOR (todo) pz1.....	A3
Figura 5.16. Lagunaridad CALI (todo) pz1.....	A4
Figura 5.17. Log(lagunaridad) vs H(lag) registros completos.....	A4
Figura 5.18a. LLD (KS) (790 datos)	A5
Figura 5.18b. Registro LLD (BTPKS) Pozo 1.....	A5
Figura 5.19a. LLD (KM) (312 datos)	A5
Figura 5.19b. Lagunaridad LLD (KM) pz1.....	A5
Figura 5.20a. LLD (KI) (771 datos)	A5

Figura 5.20b. Lagunaridad LLD (KI)	A5
Figura 5.21a. LLD (JST) (827 datos)	A5
Figura 5.21b. Lagunaridad LLD (JST)	A5
Figura 5.22a. LLD (JSK) (826 datos)	A5
Figura 5.22b. Lagunaridad LLD (JSK) (826 datos)	A5
Figura 5.1.1. LLS pz1 KS.....	A6
Figura 5.1.2. Lagunaridad LLS pz KS.....	A6
Figura 5.1.3. LLS pz1 KM.....	A6
Figura 5.1.4. Lagunaridad LLS pz1 KM.....	A6
Figura 5.1.5. LLS pz1 KI.....	A6
Figura 5.1.6. Lagunaridad LLS pz1 KI.....	A6
Figura 5.1.7. LLS pz1 JST.....	A7
Figura 5.1.8. Lagunaridad LLS pz1 JST.....	A7
Figura 5.1.7. LLS pz1 JST.....	A7
Figura 5.1.8. Lagunaridad LLS pz1 JST.....	A7
Figura 5.1.9. LLS pz1 JSK.....	A8
Figura 5.1.10. Lagunaridad LLS pz1 JSK.....	A8
Figura 5.1.11. MSFL pz KS.....	A9
Figura 5.1.12. Lagunaridad MSFL pz1 KS.....	A9
Figura 5.1.13. MSFL pz1 KM.....	A10
Figura 5.1.14. Lagunaridad MSFL pz1 KM.....	A10
Figura 5.1.15. MSFL pz1 KI.....	A11
Figura 5.1.16. Lagunaridad MSFL pz1 KI.	A11
Figura 5.1.17. MSFL pz1 JST.....	A11
Figura 5.1.18. Lagunaridad MSFL pz1 JST.....	A11
Figura 5.1.19. MSFL pz1 JSK.....	A12
Figura 5.1.20. Lagunaridad MSFL pz1 JSK.....	A12
Figura 5.23a. MSFL pz2 completo	A13

Figura 5.23b. Lagunaridad MSFL pz2 completo	A13
Figura 5.24a. LLS pz2 completo	A14
Figura 5.24b. Lagunaridad LLS pz2 completo	A14
Figura 5.25a. LLD pz2 completo	A15
Figura 5.25b. Lagunaridad LLD pz2 completo	A15
Figura 5.26a. MSFL pz3 completo	A16
Figura 5.26b. Lagunaridad MSFL pz3 completo	A16
Figura 5.27a. LLS pz3 completo	A17
Figura 5.27b. Lagunaridad LLS pz3 completo	A17
Figura 5.28a. LLD pz3 completo	A18
Figura 5.28b. Lagunaridad LLD pz3 completo	A18
Figura 5.29a. MSFL pz4 completo	A19
Figura 5.29b. Lagunaridad MSFL pz4 completo	A19
Figura 5.30a. LLS pz 4 completo	A20
Figura 5.30b. Lagunaridad LLS pz4 completo	A20
Figura 5.31a. LLD pz 4 completo	A21
Figura 5.31b. Lagunaridad LLD pz4 completo	A21
Figura 5.32a. LLD pz5 completo	A22
Figura 5.32b. Lagunaridad LLD pz5 completo	A22
Figura 5.33a. LLS pz 5 completo	A23
Figura 5.33b. Lagunaridad LLS pz5 completo	A23
Figura 5.34a. MSFL pz 5 completo	A24
Figura 5.34b. Lagunaridad MSFL pz5 completo	A24
Figura 5.35a. LLD pz6 completo	A25
Figura 5.35b. Lagunaridad LLD pz6 completo	A25
Figura 5.36a. LLS pz6 completo	A26
Figura 5.36b. Lagunaridad LLS pz6 completo	A26
Figura 5.37a. LLD pz 7 completo	A27

Figura 5.37b. Lagunaridad LLD pz7 completo	A27
Figura 5.38a. LLS pz7 completo	A28
Figura 5.38b. Lagunaridad LLS pz7 completo	A28
Figura 5.39a. MSFL pz 7 completo	A29
Figura 5.39b. Lagunaridad MSFL pz7 completo	A29
Figura 5.40a. LLD pz8 completo	A30
Figura 5.40b. Lagunaridad LLD pz8 completo	A30
Figura 5.41a. LLS pz8 completo	A31
Figura 5.41b. Lagunaridad LLS pz8 completo	A31
Figura 5.42a. MSFL pz8 completo	A32
Figura 5.42b. Lagunaridad MSFL pz8 completo	A32
Figura 5.43a. LLD pz9 completo	A33
Figura 5.43b. Lagunaridad LLD pz9 completo	A33
Figura 5.44a. LLS pz9 completo	A34
Figura 5.44b. Lagunaridad LLS pz9 completo.....	A34
Figura 5.45a. MSFL pz9 completo	A35
Figura 5.45b. Lagunaridad MSFL pz9 completo	A35
Figura 5.46a. LLD pz 10 completo	A36
Figura 5.46b. Lagunaridad LLD pz10 completo	A36
Figura 5.47a. LLS pz10 completo	A37
Figura 5.47b. Lagunaridad LLS pz10 completo	A37
Figura 5.48a. LLD pz 11 completo	A38
Figura 5.48b. Lagunaridad LLD pz11 completo	A38
Figura 5.49a. LLS pz 11 completo	A39
Figura 5.49b. Lagunaridad LLS pz11 completo	A39
Figura 5.50a. MSFL pz 11 completo	A40
Figura 5.50b. Lagunaridad MSFL pz11 completo	A40
Figura 5.51a. LLD pz13 completo	A41

Figura 5.51b. Lagunaridad LLD pz13 completo.....	A41
Figura 5.52a. LLS pz13 completo	A42
Figura 5.52b. Lagunaridad LLS pz13 completo	A42
Figura 5.53a. LLD pz14 completo	A43
Figura 5.53b. Lagunaridad LLD pz14 completo.....	A43
Figura 5.54a. LLS pz14 completo	A44
Figura 5.54b. Lagunaridad LLS pz14 completo	A44
Figura 5.55a. MSFL pz 14 completo	A45
Figura 5.55b. Lagunaridad MSFL pz14 completo	A45
Figura 5.56a. LLD pz15 completo	A46
Figura 5.56b. Lagunaridad LLD pz15 completo	A46
Figura 5.57a. LLS pz15 completo	A47
Figura 5.57b. Lagunaridad LLS pz15 completo	A47
Figura 5.58a. MSFL pz 15 completo	A48
Figura 5.58b. Lagunaridad MSFL pz15 completo.....	A48
Figura 5.59a. LLD pz16 completo	A49
Figura 5.59b. Lagunaridad LLD pz16 completo	A49
Figura 5.60a. LLS pz16 completo	A50
Figura 5.60b. Lagunaridad LLS pz16 completo	A50
Figura 5.61a. LLD pz17 completo	A51
Figura 5.61b. Lagunaridad LLD pz17 completo	A51
Figura 5.62a. LLS pz17 completo	A52
Figura 5.62b. Lagunaridad LLS pz17 completo	A52
Figura 5.64a. LLD pz18 completo	A53
Figura 5.64b. Lagunaridad LLD pz18 completo	A53
Figura 5.65a. LLS pz18 completo	A54
Figura 5.65b. Lagunaridad LLS pz18 completo	A54
Figura 5.66a. MSFL pz 18 completo	A55

Figura 5.66b. Lagunaridad MSFL pz18 completo	A55
Figura 5.67a. LLD pz19 completo	A56
Figura 5.67b. Lagunaridad LLD pz19 completo	A56
Figura 5.68a. LLS pz19 completo	A57
Figura 5.68b. Lagunaridad LLS pz19 completo	A57
Figura 5.69a. MSFL pz 19 completo	A58
Figura 5.69b. Lagunaridad MSFL pz19 completo	A58
Figura 5.70a. LLD pz20 completo	A59
Figura 5.70b. Lagunaridad LLD pz20 completo	A59
Figura 5.71a. LLS pz20 completo	A60
Figura 5.71b. Lagunaridad LLS pz20 completo	A60
Figura 5.72a. MSFL pz 20 completo	A61
Figura 5.72b. Lagunaridad MSFL pz20 completo	A61
Figura 5.73a. LLD pz21 completo	A62
Figura 5.73b. Lagunaridad LLD pz21 completo	A62
Figura 5.74a. LLS pz21 completo	A63
Figura 5.74b. Lagunaridad LLS pz21 completo	A63
Figura 5.75a. MSFL pz 21 completo	A64
Figura 5.75b. Lagunaridad MSFL pz21 completo	A64
Figura 6.1. Traza sísmica original.....	192
Figura 6.2. Traza sísmica normalizada (media = 0, desviación estándar = 1).....	193
Figura 6.3. Traza sísmica acumulada.....	194
Figura 6.4. Traza sísmica original "A".....	195
Figura 6.5. Traza sísmica "A" normalizada.....	196
Figura 6.6. Traza sísmica "A" acumulada.....	197
Figura 6.7. Variación del coeficiente de rugosidad con respecto a trazas sísmicas, dependiente del método de análisis (R/S o Wavelets).....	200
Figura 6.8. Dimensión fractal de trazas sísmicas, obtenidas por los métodos R/S y Wavelets.....	200
Figura 6.9. Trazas de la Inline_2937 que contiene al pozo 1.....	202

Figura 6.10. Variación del coeficiente de Hurst (calculado por el método R/S) con cada traza de la Inline_2937.....	202
Figura 6.11. Valores de lagunaridad y H (calculado con el método R/S) para trazas de la Inline_2937.....	203
Figura 6.12. Valores de lagunaridad y de dimensión fractal (calculada por el método R/S) para las trazas del Inline_2937.....	203
Figura 6.13. Crossline_21344 correspondiente al pozo 1 (línea vertical). Las líneas ascendentes muestran las cimas de los estratos estudiados.....	204
Figura 6.14. Cross-line correspondiente al pozo 1 (línea vertical). Las líneas ascendentes muestran las cimas de los estratos estudiados.....	205
Figura 6.15. Time-slice donde se observa la ubicación de algunos de los pozos analizados en el área de estudio.....	206
Figura 7.0. Columna estratigráfica y litofacies de la Sonda de Campeche.....	211
Figura 7.1. Inline_2937 en unidades de tiempo (msec), indicando al pozo 1 (línea vertical) que atraviesa los estratos (1) BTPKS, (2) KM, (3) KI, (4), JST Y (5) JSK.....	214
Figura 7.2. Dimensiones fractales sísmica y registro NPHI (promedio).....	214
Figura 7.3. Dimensiones fractales del registro NPHI corregido y original (pozo 1).....	215
Figura 7.4. Porosidades promedio del registro NPHI corregido y original (pozo 1).....	215
Figura 7.5. Porosidad corregida y coeficiente de Hurst.....	216
Figura 7.6. Distribución de litología con la profundidad.....	216
Figura 7.7. Contenido de arcillas vs coeficiente de Hurst, por estrato.....	217
Figura 7.8. Contenido de arcillas vs dimensión fractal, por estrato (coef.corr. = 0.86).....	217
Figura 7.9. Variación de los estratos con litología, porosidad y dimensión fractal.....	218
Figura 7.10. Isolíneas formadas con los valores del coeficiente de Hurst (H), obtenidas de las <i>Inlines</i> del cubo sísmico.....	220
Figura 7.11. Isolíneas formadas con los valores del coeficiente de Hurst (H), obtenidas de las <i>Crosslines</i> del cubo sísmico.....	221

INDICE DE TABLAS

Tabla 3.1. Características de los núcleos del pozo 1.....	41
Tabla 3.2. Dimensiones fractales de imágenes de núcleos, obtenidas mediante los programas FRACTAL y BROMOV.....	57
Tabla 3.3. Dimensiones fractales en imágenes de núcleo y sus trazas. Métodos FRACTAL y BROMOV en imágenes; Métodos (R/S) y (R-L) en trazas generadas por el HISTO-GENE.....	58
Tabla 4.1. Coeficientes de Hurst (H) y Dimensión fractal (D) de los registros geofísicos del Pozo 1.....	88
Tabla 4.2. Coeficientes de correlación entre dimensiones fractales y valores promedio de registros geofísicos de pozo.....	90
Tabla 4.3. Valores promedio de registros y dimensiones fractales por estrato.....	91
Tabla 4.4. Estimación del coeficiente de Hurst (H) y dimensión fractal (D) de los Registros del pozo 1 modelados como movimiento Browniano fraccionario (fBm). En este tipo de ruido se cumple $1 < \beta < 3$. Los valores superiores a la frecuencia 0.1 no fueron considerados en el gráfico Log(densidad espectral) vs Log(frecuencia).....	94
Tabla 4.5a. Coeficientes de correlación entre las dimensiones fractales promedio de los registros.....	123
Tabla 4.5b. Coeficientes de correlación entre dimensiones fractales promedio de los registros y los registros promedio de los pozos.....	123
Tabla 4.6. Coeficientes de correlación entre los registros promedio de pozos.....	124
Tabla 4.7a. Dimensión fractal promedio de cada registro y su variación con las unidades geológicas	124
Tabla 4.7b. Promedio general de registros por unidad geológica.....	124
Tabla 6.1. Coeficiente de Hurst y dimensión fractal de trazas sísmicas.....	191
Tabla 6.2. Coeficientes de Hurst y dimensión fractal de 40 trazas sísmicas provenientes de un CDP (Common Deep Point) mediante las técnicas R/S y Wavelets.....	198
Tabla 6.3. Coeficientes de Hurst y dimensión fractal obtenidos con los métodos de análisis R/S y Wavelets para la Inline_2937, obtenidos cada 10 trazas.....	199
Tabla 6.4. Coeficientes de Hurst, Dimensión fractal y lagunaridad de las trazas que conforman la Inline_2937.....	201
Tabla 7.1. Resultados de coeficientes de Hurst en imágenes de núcleo, registro de porosidad (corregido por lutitas) y trazas sísmicas, por unidad geológica.....	213
Tabla 7.2. Dimensiones fractales de los registros completos y por unidades geológicas.....	219

NOMENCLATURA

D	Dimensión fractal (valor fraccionario)
H	Coefficiente de Hurst (rugosidad, co-dimensión fractal)
Λ	Lagunaridad
D_m	Dimensión fractal de masa
D_s	Dimensión fractal superficial
D_{s1}	Dimensión fractal superficial textural
D_{s2}	Dimensión fractal superficial estructural
\bar{d}	Dimensión fractal espectral o dimensión fractón
L(G)	Longitud de líneas de Costa, estimada mediante el tamaño de la regla G.
M, a	Constante positiva
D(r)	Difusión dependiente de la longitud r
θ	Constante igual a cero en el límite euclidiano
ξ_p	Longitud de corte (<i>cutoff</i>) de una red de percolación
t	Tiempo de difusión o exponente fraccionario
S(t)	Número de sitios visitados en la difusión al tiempo t
σ	Conductividad eléctrica
p	Probabilidad
P(p)	Red infinita de percolación
p_c	Probabilidad crítica
ν, β	Exponentes geométricos estáticos
BTPKS	Brecha Terciaria del Paleoceno-Cretácico Superior
KM	Cretácico Medio
KI	Cretácico Inferior
JST	Jurásico Superior Titoniano
JSK	Jurásico Superior Kimeridgiano
N.D.	Non Data
Z(x)	Valores de una propiedad petrofísica que varía con la profundidad x (puede ser porosidad total del registro NPHI, por ejemplo)
h	Lag (intervalo de muestreo)

Nomenclatura en Registros Geofísicos de Pozo

Rayos gamma naturales

GR	Rayos gamma
CGR	Rayos gamma computarizados
URAN	Cono de Uranio
POTA	Cono de Potasio
THOR	Cono de Torio
TAU	Uranio + Torio
Densidad	
RHOB	Densidad volumétrica
PEF	Factor fotoeléctrico
Neutrón	
NPHI	Porosidad neutrón

Sónico

DT Lentitud sónica (ΔT)

Resistividad

SP Potencial espontáneo
 ILD Inducción profunda
 ILM Inducción media
 MSFL Microesféricamente enfocado
 LLD Profundo Laterolog
 LLS Somero Laterolog

Caliper

CAL Caliper
 E Espacio Euclidiano de dimensión E
 N(r) Número de objetos de tamaño r para llenar un espacio
 L Escala
 fBm Movimiento Browniano fraccionario
 fGn Ruido Gaussiano fraccionario

Métodos de análisis fractal relacionados con fractales auto-afines

R/S Rango Reescalado
 PSA Análisis Espectral de Potencia
 R-L Rugosidad-Longitud
 V Variograma
 W Wavelets (ondículas; ondoletas)

Dimensión fractal obtenida mediante los métodos de análisis mencionados arriba

$D_{R/S}$ Dim Rango Reescalado R/S
 D_{PSA} Dim Análisis espectral de potencia
 D_{R-L} Dim Rugosidad-Longitud
 D_V Dim Variograma
 D_W Dim Wavelets
 f Frecuencia
 $-\beta$ Pendiente que expresa la relación lineal entre el logaritmo del espectro de potencia y el logaritmo de la frecuencia, relacionándose con la dimensión fractal.

RESUMEN

Se llevó a cabo la caracterización de las propiedades petrofísicas del yacimiento fracturado de Cantarell, en el Golfo de México, a través de la modelación fractal multiescalar y análisis de lagunaridad, a partir de imágenes de núcleo, registros geofísicos de pozo y trazas sísmicas. Las unidades geológicas que fueron seleccionadas para su estudio con el mayor interés petrolero fueron: Brecha Terciaria del Paleoceno Cretácico Superior (BTPKS), Cretácico Medio (KM), Cretácico Inferior (KI), Jurásico Superior Titoniano (JST) y Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK). Las primeras tres corresponden a rocas almacén, mientras que, las dos últimas a rocas generadoras de hidrocarburos. Los núcleos provienen de estratos Jurásicos y Cretácicos. Los registros geofísicos de 22 pozos incluyeron porosidad, densidad, resistividad, radiactividad natural, y registro sísmico. Las trazas sísmicas tuvieron su origen en un cubo sísmico que abarca el área de estudio. Se observó que los datos analizados satisfacen la ley de potencia (fractal), así como también, patrones multi-escalares. Dentro de los principales resultados, se encontró que el coeficiente de Hurst, asociado con la rugosidad de las imágenes y señales, es la medida integradora de la variabilidad de las distribuciones geofísicas, en el espacio y en el tiempo. Para el conjunto de poros de las imágenes de núcleos, el intervalo del coeficiente de rugosidad fue de 0.28 a 0.38. Para el registro promedio (22 pozos) de porosidad neutrón, los valores de H se encuentran en el intervalo 0.29 a 0.34, es decir: 0.331 (BTPKS), 0.339 (KM), 0.29 (KI), 0.153 (JST), 0.174 (JSK). Por otro lado, utilizando el método R/S para la Inline que contiene a los núcleos, el intervalo de variación del coeficiente de rugosidad en trazas sísmicas fue de 0.27 a 0.43. Los métodos geofísicos presentaron diferente lagunaridad, dependiendo de la profundidad de detección de los equipos; la lagunaridad aumentó según este orden: RHOB, CALI, PEF, URAN, GR, NPHI, POTA, CGR, THOR, MSFL, DRHO, LLS y LLD. Los registros que resultaron ser más “sensibles” al parámetro lagunaridad, fueron los resistivos, ya que sus valores de lagunaridad fueron mayores, indicando la formación de lagunas grandes a lo largo de las trazas completas y por unidad geológica y, por ende, un agrupamiento de datos de la resistividad. El estudio fractal se realizó utilizando software comercial (BENOIT) y algunos programas desarrollados en el Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales por el Dr. J.-F. Parrot (FRACTAL, BROMOV, LFD, HISTO-GENE). El parámetro de lagunaridad se calculó mediante el programa de cómputo *laguna.for*, elaborado en la UNAM e IMP.

ABSTRACT

The characterization of petrophysical properties in a naturally fractured carbonate reservoir (Cantarell) in the Gulf of Mexico, through fractal modeling and lacunarity analysis, from core images, well logs and seismic traces, was carried out. The geological units that were selected for their study with the main petroleum interest were: Tertiary breccia – Upper Cretaceous (BTPKS), Middle Cretaceous (KM), Lower Cretaceous (KI), Tithonian Jurassic (JST), and Kimmeridgian Jurassic (JSK). The first three correspond to storage rocks, whereas the two last ones to hydrocarbons generating rocks. The geophysical records of 22 wells included porosity, density, resistivity, natural radioactivity, and sonic logs. The seismic traces had their origin in a seismic cube that covers the study area. It was observed that the analyzed information satisfies the power law (fractal) and also multiscaling patterns. In the principal results, it was found that the Hurst coefficient, associated with images and traces rugosity, is the integration measurement of the variability of geophysical distributions, in space and time. For the nuclei image pore set, the rugosity coefficient ranges from 0.28 to 0.38. For the neutron porosity record average (22 wells), the H values ranges from 0.29 to 0.34, it is to say, values of H were: 0.331 (BTPKS), 0.339 (KM), 0.29 (KI), 0.153 (JST), 0.174 (JSK). On the other hand, by using the R/S method for the Inline that contains the nuclei, the interval of seismic traces rugosity coefficient was (0.27 to 0.43). The geophysical methods showed different lacunarity, depending on the depth of investigation of devices; the lacunarity increased according to this order: RHOB, CALI, PEF, URAN, GR, NPHI, POTA, CGR, THOR, MSFL, DRHO, LLS and LLD. The well logs that turned out to be "more sensitive" to the parameter of lagunarity, were the resistives, since the lagunarity values were higher, indicating the formation of big lagoons through the entire traces and geological units and grouping of information coming from resistivity values. The fractal study was realized using commercial software (BENOIT) and some programs developed at Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales (FRACTAL, BROMOV, LFD, HISTO-GENE) authored by Dr. J.-F. Parrot. The lagunarity concept was calculated by means of *laguna.for*, the calculation program developed at UNAM and IMP.

I. INTRODUCCIÓN GENERAL

Los medios geológicos son heterogéneos y exhiben en el espacio tanto variabilidad discreta como continua, presentándose ambas a lo largo de una multiplicidad de escalas (Di Federico *et al.*, 1999). Este hecho se ve reflejado en el comportamiento multiescalar del flujo subsuperficial de fluidos, así como en el escalado de las variables básicas que caracterizan los medios porosos, desde el punto de vista de su capacidad de transportar masa y energía. Entre estas variables se destaca por su importancia la permeabilidad. El conocimiento de los patrones de variabilidad en el espacio y tiempo de esta última, así como de las principales propiedades petrofísicas del subsuelo y, en especial de su porosidad, es básico para la simulación de yacimientos naturalmente fracturados, involucrados en la exploración petrolera de la región marina del Sureste del Golfo de México.

El manejo tradicional de las variables que describen el transporte, considerándolas como parámetros constantes o sujetos a pequeñas variaciones en el tiempo y en el espacio, ha llevado a un pronóstico poco preciso de los rendimientos de los pozos petroleros y por ende, a la baja sustentabilidad de la industria mencionada.

En el presente trabajo, se plantea incrementar la precisión de la modelación de los yacimientos naturalmente fracturados, dentro del contexto de una red estocástica multiescalar unificada, representando los patrones de porosidad y grados de permeabilidad de los estratos geológicos (entre ellos los productores), como fractales estadísticos cuya principal característica distintiva es la dimensionalidad fraccionaria. Este enfoque multiescalar pretende establecer los puentes necesarios para integrar la información básica, que se utiliza en los estudios petrofísicos y derivada de los análisis de las imágenes de núcleos, registros de pozos y trazas sísmicas, vía las relaciones

hiperbólicas o leyes de potencia. De este modo, los principios básicos de la Geometría Fractal, incluyendo el concepto de Lagunaridad, se utilizarán tanto para la descripción cuantitativa, como para la modelación matemática de los patrones multi-escalares, de la variabilidad en el espacio y dinámica en el tiempo, de la estructura de los yacimientos fracturados.

1.1 Objetivos de la investigación

El objetivo principal de la presente investigación, es realizar una caracterización y modelación fractal multiescalar de la variabilidad en el espacio, de las propiedades de un yacimiento fracturado, recuperadas a partir de las imágenes de núcleos, registros de pozos y trazas sísmicas.

Esta investigación se dirige a establecer los criterios, para determinar si el comportamiento fractal y, por ende, la invarianza de escalas o escalado, es un modelo válido para describir la distribución de propiedades del yacimiento en el espacio y a través de los tiempos geológicos. Se planea utilizar este modelo, para comparar los parámetros fractales estimados a partir de las secciones transversales, con los derivados de los datos de exploración directa de pozos. El objeto de este estudio, son los datos de pozos de Petróleos Mexicanos (PEMEX), ubicados en el área marina de la región sureste del Golfo de México (Ronquillo, G., 2002).

El análisis fractal se realizó, utilizando un conjunto de programas desarrollados en el Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales (LAFSINA) del Instituto de Geología: FRACTAL (Parrot y Rico, 1997), BROMOV (Parrot y Taud, 1998) y F3D12 (Parrot, 1999). Estos se compararon con el software comercial "BENOIT", escrito para Windows y recomendado como un programa de referencia para el análisis fractal de los conjuntos, tanto auto-similares como auto-afines (Seffens, 1999). La investigación pretende contribuir a un mejor entendimiento e interpretación, de la variabilidad espacio-temporal de las propiedades del yacimiento, en el área marina arriba señalada.

1.2 *Enfoque de la investigación*

Durante décadas, la investigación en el área de exploración y producción de la industria petrolera, ha sido dirigida a la optimización de los procesos de exploración y búsqueda de hidrocarburos. Para ello, las características petrofísicas del yacimiento (p.ej. porosidad), se han modelado a partir de imágenes de núcleos, registros geofísicos de pozos y datos sísmicos.

Actualmente se reconoce, que el análisis fractal de los datos señalados, puede precisar de un modo significativo, el modelo que describe el patrón de la variabilidad en el espacio y dinámica en el tiempo, de las propiedades petrofísicas del subsuelo.

En el presente trabajo y para el caso particular del yacimiento naturalmente fracturado del Campo Petrolero Cantarell, se pretende responder a las siguientes preguntas:

¿Tienen la distribución de las propiedades petrofísicas del yacimiento de interés, un carácter fractal? Si la respuesta es afirmativa, ¿Cómo se puede utilizar el coeficiente de Hurst y por ende la rugosidad de las imágenes y señales, como medidas integradoras de su variabilidad en el espacio y en el tiempo?

¿Qué tipo de correlación se puede establecer entre los diferentes registros geofísicos de pozo, el coeficiente de Hurst y los parámetros fractales extraídos a partir de las imágenes de los núcleos? O en términos más generales, ¿Qué tipo de relación existe entre las variables mencionadas y cuál es su base física?

Para responder a las preguntas arriba formuladas, el análisis fractal se ha respaldado utilizando datos geofísicos de 22 pozos petroleros. Los núcleos del pozo 1, considerado representativo del

área de interés, se utilizaron para extraer la dimensión fractal y otros parámetros directamente de sus imágenes.

Debido a la heterogeneidad del yacimiento bajo estudio, se seleccionaron para el análisis las unidades litológicas de mayor interés: Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK), Jurásico Superior Titoniano (JST), Cretácico Inferior (KI), Cretácico Medio (KM), y Brecha Terciaria del Paleoceno Cretácico Superior (BTPKS). Los cuatro núcleos analizados, son representativos de las diferentes porosidades típicas de la formación para el KI y JST, y se caracterizan por el distinto grado de saturación con hidrocarburo.

Las variables básicas para el presente estudio son los registros geofísicos de porosidad neutrón (NPHI), densidad (RHOB, PEF), resistividad (SP, ILD, ILM, MSFL, LLS, LLD), rayos gamma naturales (GR, CGR, URAN, POTA, THOR), sísmico (DT) y caliper (CALI).

Uno de los objetivos específicos de la presente investigación y el aspecto novedoso desde el punto de vista teórico, fue comparar las dimensiones fractales de los registros de porosidad, con las extraídas de las imágenes del núcleo y atributos sísmicos de las trazas. Todo esto, con el único propósito de incrementar la precisión de los modelos de los yacimientos fracturados.

A. Contribución Científica

Se documenta que la porosidad en pozos del yacimiento carbonatado del Golfo de México, tiene un comportamiento fractal auto-similar a diferentes escalas (núcleo, registro de pozo y traza sísmica). En futuros trabajos, este comportamiento incrementará la precisión y exactitud de la extrapolación de los parámetros fractales locales, extraídos a partir de los registros de porosidad, a la representación multiescalar espacio-temporal global, de la porosidad en el área de estudio.

1.3 Desarrollo del Trabajo

Las metas de la investigación, se alcanzaron de acuerdo a las siguientes etapas del análisis:

1. El Capítulo uno es una introducción general donde se especifican los objetivos, el enfoque general y la contribución científica de la investigación.
2. La revisión bibliográfica de los conceptos básicos de la Teoría Fractal, constituye el Capítulo dos, donde se da una atención especial a sus aplicaciones en los principales campos de las Geociencias. Al final del Capítulo, se formulan algunas de las conclusiones derivadas de la búsqueda bibliográfica.
3. La calibración de la metodología, para medir la dimensión fractal a partir de las imágenes de núcleos, se presenta en el Capítulo tres, donde se discuten los resultados del análisis realizado en imágenes de núcleo. Los paquetes de cómputo se aplicaron en esta etapa, para separar vía la binarización, el patrón de poros de los sólidos. Para esto, se calibraron y se utilizaron varios algoritmos dirigidos a la definición del umbral ("thresholding"). Entre las técnicas aplicadas se destacan: Análisis Fractal Local y Movimiento Browniano, que forman parte de los programas científicos BINAR, FRACTAL, BROMOV y Local Fractal Dimension F3D12, escritos por Parrot (2001-2003). Por otra parte, con base en el método de Oleschko *et al.* (2004), se desarrolló un programa en FORTRAN (Lozada y Arizabalo, 2003), para extraer los valores de Lagunaridad, a partir de las trazas generadas de las imágenes de núcleos por el programa HISTO-GENE (Parrot, 2003).
4. Las bases aceptadas para seleccionar los métodos de la Geometría Fractal, adecuados para el cumplimiento con los objetivos de la presente investigación, se discuten en el Capítulo cuatro. Estos métodos se utilizaron, para extraer los patrones de distribución espacial de las propiedades del yacimiento y medir la homogeneidad de la distribución de datos en el espacio

- (vía lagunaridad). Se discuten los detalles de calibración y uso de los diversos *softwares*, adaptados al cálculo de la dimensión fractal y lagunaridad, a partir de los registros de pozos.
5. En el Capítulo cinco se discuten los resultados del cálculo e interpretación de las curvas de lagunaridad de los registros de pozo. En el pozo uno, se analizaron 17 registros (NPHI, RHOB, PEF, SP, ILD, ILM, MSFL, LLS, LLD, GR, CGR, URAN, POTA, THOR, DT y CALI), con el propósito de seleccionar el método con la mejor resolución para medir la lagunaridad a partir de las trazas de interés. Se observó que analizando los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) se extrae una mayor lagunaridad en comparación con los demás métodos. Posteriormente, se buscó la dinámica de lagunaridad en función de los registros de resistividad en 22 pozos analizados. Se complementó el estudio, correlacionando las curvas de lagunaridad con las unidades geológicas (BTPKS, KM, KI, JST, JSK), correspondientes.
 6. La aplicación de los métodos de cálculo de la dimensión fractal, vía las técnicas comunes para conjuntos auto-afines (rango reescalado R/S y ondículas), al análisis de rugosidad de las trazas sísmicas, así como la estimación de su invarianza al traslado (vía lagunaridad), son objeto de discusión del Capítulo seis. A partir de un cubo sísmico de dimensionalidad aproximada a la del área de estudio, fueron seleccionadas las trazas sísmicas coincidentes con los pozos, cuyos registros fueron analizados previamente. La rugosidad de estas trazas medida por el exponente de Hurst, se comparó con los datos obtenidos con las técnicas arriba mencionadas.
 7. Los resultados de la aplicación de las técnicas desarrolladas, para la descripción del yacimiento carbonatado del Campo Cantarell y las correlaciones encontradas entre las dimensiones fractales extraídas de las imágenes de núcleos, registros de pozos y datos sísmicos, se discuten en el Capítulo siete. Se acentúan las principales conclusiones de la presente investigación y se evalúa la viabilidad del análisis fractal de los yacimientos fracturados desde el punto de vista de la precisión de su modelación espacio-temporal.

II. GEOMETRÍA FRACTAL

2.1 Introducción

La reconstrucción de la geología de yacimientos, cuencas o <<plays>> a partir de datos obtenidos a diferentes escalas de registros de pozo, núcleos y sísmica 2-D, 3-D, es un problema fundamental que enfrenta la industria petrolera. Una forma eficiente de integrar la información multiescalar, que toma en cuenta su variabilidad en tiempo y espacio, se basa en las técnicas analíticas derivadas de la Geometría Fractal. Esta última es especialmente útil para describir la heterogeneidad espacial de los patrones geológicos, mejorando significativamente los alcances de la exploración y producción petrolera (Barton & La Pointe, 1995).

Las técnicas analíticas modernas de la Geometría Fractal, cuando son aplicadas en Geología Petrolera, permiten llevar a cabo una simulación fractal de los yacimientos fracturados, derivándolos del comportamiento fractal de procesos estructurales y sedimentológicos (Barton & La Pointe, 1995, Cap. 12).

El marco teórico-metodológico de la Geometría Fractal se adecua al análisis de los registros geofísicos de pozos típicos y a la modelación final de estructuras del yacimiento (Tubman & Crane, 1995). La interpretación sísmica y de registros geofísicos de pozo, puede ser precisada bajo la suposición de que los ruidos observados, tienen un patrón que obedece la ley de escalamiento, siendo éste de naturaleza fractal (Todeschuck, 1995). Este hecho permite realizar el análisis de los datos "crudos" (raw) sin la necesidad de filtrar los ruidos (Oleschko, 2001).

Un proceso que muestra la invarianza de escala, puede ser descrito mediante la distribución estadística que recibe el nombre de ley de potencia, distribución fractal o hiperbólica (Korvin, 1992) o de Pareto (Mandelbrot, 2002; Turcotte, 2002). Las distribuciones tipo ley de potencia y por ende la invarianza de escala, son típicas para los numerosos procesos estudiados por las Ciencias de la Tierra. El mejor ejemplo de estos procesos es la distribución de porosidad en cuencas sedimentarias (Turcotte, 2002).

Las distribuciones fractales se caracterizan por su naturaleza intermitente, o discontinua, ya que no llenan completamente el espacio Euclidiano común, resultando en un patrón característico de “gaps” o vacíos (Mandelbrot, 1983). La dimensión fractal o fraccionaria, es el parámetro que describe dichas distribuciones de un modo cuantitativo. Se sabe que en distribuciones regulares, que sí llenan el espacio Euclidiano de dimensión E, se requiere un número de objetos

$$N = r^{-E} \tag{2.1}$$

de tamaño r para llenar un espacio a escala L (Hewett, 1986). Por ejemplo, para llenar un segmento lineal (E = 1), de longitud L, con objetos del tamaño r = 1/3, se requieren 3 segmentos lineales de longitud (1/3) L. Asimismo, para llenar un cuadrado (E = 2) de lado L, se necesitan 9 cuadrados de lados (1/3) L. En forma análoga, se requieren 27 cubos con lados (1/3) L, para llenar un cubo (E = 3) de lado L (Fig.2.1). A diferencia de los conjuntos regulares las distribuciones fractales no llenan el espacio regular y se caracterizan por la relación entre escala y densidad numérica de tipo

$$N = r^{-D} \tag{2.2}$$

donde D es la dimensión fractal, siendo ésta un valor fraccionario. Para los fractales se cumple una regla general, según la cual, D < E. Como ejemplo de fractal determinístico, se puede mencionar el triángulo de Sierpinski, que representa una distribución fractal regular (Figura 2.2), formada a partir del triángulo mayor, que se fragmenta en triángulos más pequeños, con lados iguales

a $r = \frac{1}{2}$ del original (o en cualquier otra proporción). Como resultado de este fraccionamiento se forman cuatro triángulos que llenan el triángulo original. Sin embargo, uno de éstos triángulos se retira de la formación, dando origen al primer espacio vacío (gap). Lo importante es, que como resultado de esta construcción la masa se re-distribuye entre los tres triángulos restantes, incrementando su densidad (Mandelbrot, 1983). Al repetir este proceso a escalas sucesivamente más finas, la dimensión fractal del conjunto resultante es

$$D = -\frac{\log N}{\log r} = \frac{\log 3}{\log 2} = 1.585 \quad , \quad (2.3)$$

donde $D < 2$, es decir, su dimensión se vuelve menor que la del espacio bidimensional donde está embebido. La propiedad básica de este fractal, que se destaca tanto a primera vista, como mediante un análisis detallado de la distribución, es su invarianza con la escala.

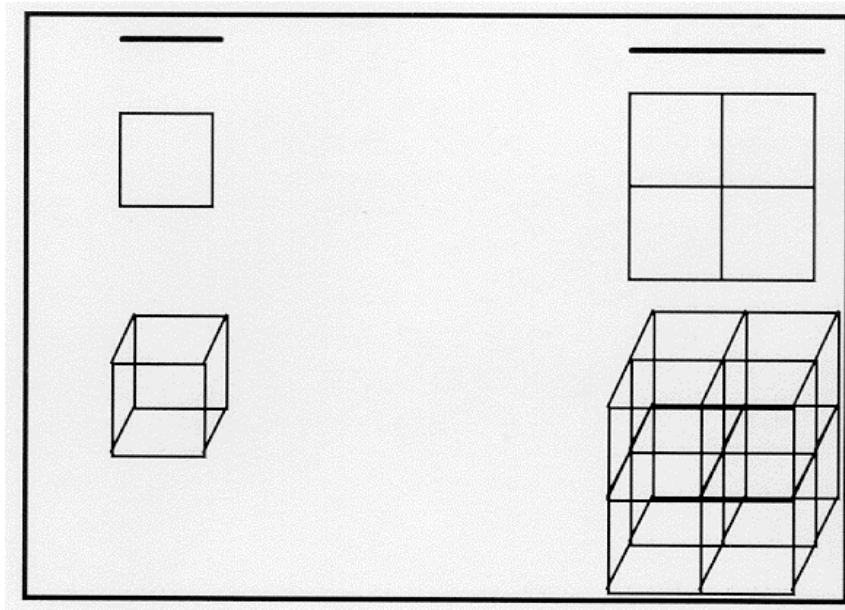


Figura 2.1. Tres ejemplos de dimensiones Euclidianas. Las dimensiones de un segmento de línea ($E = 1$), un cuadrado ($E = 2$) y un cubo ($E = 3$), se pueden deducir de las siguientes ecuaciones:

$$2^E = 2, \quad 2^E = 4, \quad 2^E = 8,$$

donde E se refiere a la dimensión Euclidiana del espacio en el cual está embebido cada uno de los conjuntos de interés (ver Cosmos 2002, UC Davis).

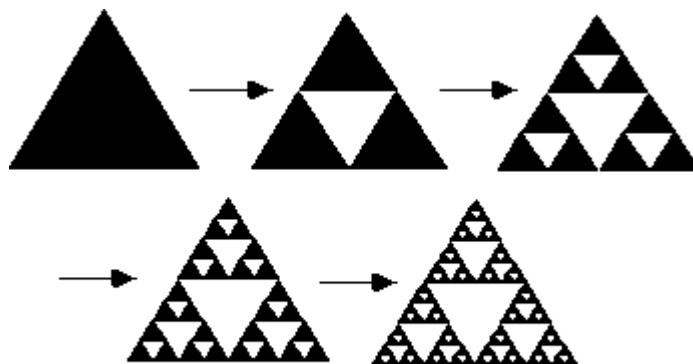


Figura 2.2. Triángulo de Sierpinski. Este triángulo se construye utilizando un algoritmo determinístico. Se inicia con un triángulo original y tomando los puntos medios de cada lado como los vértices de un nuevo triángulo, se remueve el del medio. Esta división resulta en tres triángulos; cada uno de ellos con medida igual al medio del lado del triángulo original y un área igual a un cuarto de su área. Cada nuevo triángulo es similar al original y su división iterativa en los triángulos más pequeños sigue la primera regla.

Iterando este proceso, de cada triángulo restante se remueve el del medio. Quedan 9 triángulos en esta segunda etapa de construcción. En la siguiente iteración, se forman 27 triángulos pequeños, después 81 y en la N -ésima etapa, quedan 3^N pequeños triángulos.

$$r = \frac{1}{2}$$

$$N = r^{-D} = 3$$

$$2^D = 3$$

$$D = \frac{\log 3}{\log 2}$$

$$D = 1.58$$

A lo largo de la construcción del triángulo de Sierpinski, se cumple la ley de la conservación de la materia. Se conoce que las fronteras del triángulo son impermeables, por lo que la densidad de la masa en los triángulos se incrementa en cada etapa de división, cumpliendo a su vez con la ley de potencia y resultando en una distribución no trivial de masa y densidad.

El “anidamiento” de escalas sucesivas muestra la naturaleza auto-similar de la distribución. En otras palabras, bajo una adecuada normalización o aumento, cualquier parte pequeña del fractal se observa idéntica a la distribución global (Mandelbrot, 1983; Korvin, 1992).

A. Fractales Estadísticos

De acuerdo a Hardy (1994), además de los fractales “exactos” o “determinísticos” (como el triángulo de Sierpinski), los fractales “estadísticos”, son especialmente útiles para la modelación de fenómenos naturales.

El escalado de la media, desviación estándar, covarianza y densidad espectral (Isaaks, 1989), caracterizan un fractal estadístico vía la ley de potencia, relación hiperbólica o distribución de Pareto.

Son dos los modelos fractales estadísticos especialmente importantes para el presente trabajo: el movimiento Browniano fraccionario (fBm) y el ruido Gaussiano fraccionario (fGn) (Wornell, 1996). Para un fractal estadístico, que describe el movimiento Browniano fraccionario (fBm), la desviación estándar se escala de acuerdo a la ley de potencia. En el caso del ruido Gaussiano fraccionario (fGn), su covarianza sigue la relación hiperbólica.

Hewett (1986), por primera vez propuso utilizar las trazas de fBm y fGn, como modelos de las trazas de los registros de pozos, concluyendo que ellos también pueden ser descritos como fractales estadísticos. En su estudio, el modelo se aplicó a un registro de densidad proveniente de una Formación de arenisca. Luego de normalizar 2189 datos a Media cero, Varianza uno y un intervalo unitario, el autor mencionado encontró que la distribución experimental es algo más angosta que una Gaussiana, estando ligeramente sesgada.

A los resultados obtenidos se les aplicó el método estadístico propuesto por Hurst (1951), llamado “**Rango Reescalado R/S**”, que es un método básico en investigación fractal y se obtuvo un exponente de Hurst (H) igual a 0.855, relacionándose su valor, con la dimensión fractal (D) de la misma distribución, de una manera sencilla: $D = 2 - H$.

Otro ejemplo del análisis estadístico realizado por Hewett (1986), se dirige a la estimación de la **densidad espectral** de la secuencia normalizada de los datos arriba discutidos. Para ruido Gaussiano fraccionario (fGn), el comportamiento de la frecuencia baja, obedeció a la esperada ley de potencia. En este caso, la pendiente $\beta = 0.71$ y como $\beta = 2H - 1$, se llegó de nuevo a $H = 0.855$. En ese estudio, se utilizó también el método del **variograma** de la secuencia. En este último caso $2H = 1.71$, lo que concuerda con los valores de H anteriormente señalados.

Una vez que se establece, que la distribución de porosidad en un pozo (o dentro de un depósito) tiene un patrón fractal, se puede evaluar su influencia sobre el transporte de fluidos en el yacimiento. Para lograrlo, se hace la interpolación de los valores medidos. Durante su investigación, Hewett (1986) efectuó la interpolación estocástica entre registros de pozos. A partir de tres registros geofísicos de porosidad, de una Formación carbonatada del Oeste de Texas, se encontró que el análisis R/S daba un valor de $H = 0.87 \pm 0.07$. Finalmente, a través de interpolación estocástica de los valores, se obtuvo una sección transversal de contornos de porosidad.

A su vez, Crane & Tubman (1990), en una investigación sobre la variabilidad del yacimiento y la posibilidad de su modelación vía fractales, utilizaron los dos modelos de variación aleatoria: movimiento Browniano fraccionario (fBm) y ruido Gaussiano fraccionario (fGn), ubicándolos dentro del intervalo de los modelos fractales.

Se sabe, que el ruido Gaussiano puro (más conocido bajo el nombre de "ruido blanco"), se caracteriza por tener cantidades iguales de todas las frecuencias. Por esto, si se analiza dicho ruido, utilizando análisis espectral de potencia, se llega a un gráfico que relaciona $\log(\text{potencia})$ contra $\log(\text{frecuencia } f)$, y tiene una pendiente cero. Es decir, el modelo señalado se ajusta a la ley de potencia del tipo:

$$\text{Potencia} \propto 1/f^0$$

De este modo, los modelos fractales arriba mencionados se relacionan entre sí, siendo el movimiento Browniano (fBm) una integral del ruido Gaussiano (fGn). Estos modelos se distinguen por sus componentes de baja frecuencia. Si se analiza el movimiento Browniano puro utilizando el análisis espectral de potencia, se obtiene una pendiente de -2 en el gráfico $\log(\text{potencia})$ contra $\log(\text{frecuencia } f)$. En otras palabras, la distribución hiperbólica será del tipo

$$\text{Potencia} \propto 1/f^2$$

En el caso más general, se puede decir que los ruidos fractales decaen del siguiente modo:

$$\text{Potencia} \propto 1/f^\beta .$$

De lo anterior se deriva que entre más grande sea el valor de β más suavizada se verá la secuencia o traza. Como resultado, el fBm siempre es mucho más suave que el fGn. En la naturaleza, son numerosos los fenómenos que contienen ruidos que pueden describirse vía la relación simple $1/f$, ubicándose el exponente en el intervalo entre $1/f^0$ y $1/f^2$ (Feder, 1988), desde las líneas costeras, topografías, niveles de ríos, etc., hasta la música.

La pendiente ($-\beta$) expresa la relación lineal entre el logaritmo del espectro de potencia y el logaritmo de la frecuencia, y tiene una conexión directa con la dimensión fractal (Mandelbrot, 1983).

Si los valores de β oscilan en el intervalo $-1 \leq \beta \leq 1$, la traza se distribuye como *ruido Gaussiano fraccionario*. Pero si está entre $1 \leq \beta \leq 3$, la distribución se ajusta al *movimiento Browniano fraccionario*.

Por otra parte, Hardy (1992), fue más allá de la investigación fractal de los registros propuesta por Hewett (1986). Estudiando los núcleos de pozos, este autor encontró un comportamiento fractal del mismo orden de H, que muestran los registros de porosidad. Con este valor del coeficiente de Hurst, utilizando ruido Gaussiano fractal bidimensional, se generó una imagen artificial de la porosidad del núcleo. Se encontró que, utilizando el modelo de densidad espectral de imágenes de núcleos, se reproducen las fotografías originales de los mismos con alta precisión. Además, este modelo fue útil para generar las secciones transversales de las propiedades petrofísicas del yacimiento, llegando a una igualdad estadística entre los resultados del modelo y los datos de pozos. Finalmente, Hardy (1992), analizó el escalado de las secciones transversales de porosidad y permeabilidad, mostrando una clara eficiencia del enfoque fractal.

Crane & Tubman (1990), con resultados de simulación, demostraron que al utilizar modelación fractal las predicciones sobre el rendimiento del yacimiento, mejoraban significativamente. Estos autores, aplicando la técnica R/S a tres pozos horizontales y cuatro pozos verticales de una formación carbonatada, encontraron que todos los registros se ajustaban al modelo fGn, fluctuando H en el intervalo entre 0.88 y 0.89 para los pozos verticales y entre 0.85 y 0.93 para los pozos horizontales.

El procedimiento analítico principal que se acepta para este propósito, se deriva del análisis de ruidos Gaussianos fraccionarios, recuperados a partir de imágenes de núcleos y registros directos de pozos. La comparación de las imágenes artificiales, construidas vía fBm y fGn, con las originales, se aceptó como el procedimiento de referencia para definir qué tan precisos son los modelos utilizados.

B. Conceptos estadísticos

El presente estudio se dirige al análisis de los conjuntos naturales vía los fractales estadísticos. Estos últimos son objetos con alguna propiedad estadística, escalable o fractal. Los conceptos estadísticos, son básicos para entender el comportamiento y las propiedades de dichos fractales y su aplicabilidad a la descripción de yacimientos fracturados. Estos conceptos se utilizarán posteriormente, para la construcción de los modelos fractales conocidos como ruido Gaussiano fraccionario (fGn) y movimiento Browniano fraccionario (fBm).

Antes de continuar con la discusión sobre modelos fractales, es importante resaltar algunos conceptos básicos de las series de tiempo (Chatfield, 1989). Una serie es el conjunto de valores numéricos de cualquier variable que cambia con el tiempo. Dentro del contexto geológico, los registros de pozo son un ejemplo de series de tiempo discontinuas, mientras que las mediciones de densidad, porosidad y resistividad a intervalos determinados de profundidad, representan series discretas (Box *et al.*, 1994).

Un concepto notable que involucra a las series de tiempo es la ergodicidad. Si una serie de tiempo es ergódica, su promedio referido a un tiempo dado y calculado sobre un gran conjunto de realizaciones, es completamente equivalente al promedio de una sola realización (Turcotte, 1997).

Una serie de tiempo se puede caracterizar por sus componentes periódicas, estocásticas y de tendencia. Esta última, se refiere a un incremento o disminución en la serie de largo plazo (por ejemplo, la longitud del día está aumentando debido a la fricción de las mareas, la cual es una componente de tendencia). Las componentes periódicas pueden ejemplificarse a través de la serie de tiempo de la temperatura atmosférica, que muestran fuertes periodicidades diarias y anuales.

Las componentes estocásticas se refieren a las fluctuaciones no consideradas en las componentes de tendencia o periódicas.

Una componente estocástica puede ser aleatoria, persistente o antipersistente. En el primer caso, los valores adyacentes en la serie de tiempo no están correlacionados entre sí, por lo que la componente estocástica es aleatoria. En el caso donde los valores adyacentes están positivamente correlacionados, tendremos que la componente estocástica es persistente (es decir, los valores adyacentes están más cercanos en promedio que para una serie de tiempo aleatoria). Si los valores adyacentes están negativamente correlacionados (los valores adyacentes están más separados en promedio que una serie de tiempo aleatoria), la componente estocástica es antipersistente (Turcotte, 1997).

Por otra parte, se dice que un proceso estocástico es estacionario si las propiedades estadísticas (media, varianza) no varían sistemáticamente con la profundidad. Si lo anterior no se cumple, el proceso es no estacionario (Korvin, 1996).

Un ejemplo clásico de una serie de tiempo estacionaria es un ruido blanco. Si consideramos una variable aleatoria Z_i como una distribución Gaussiana (normal, con media igual a cero y varianza $V = \sigma^2$), la serie de tiempo interactúa con el conjunto de Z_i ($i=1,2,\dots,n$), por lo que los valores adyacentes no están correlacionados entre sí. De esta manera se define el "ruido blanco".

El movimiento Browniano es un ejemplo clásico de una serie de tiempo no-estacionaria,. Esta serie se obtiene sumando la secuencia de ruido blanco Gaussiano. Un movimiento Browniano es un ejemplo de fractal estadístico auto-afín.

C. Variograma

Uno de los aspectos más importantes de las series de tiempo -en términos de fractales auto-afines es la propiedad de *estacionaridad*. Una serie de tiempo es estacionaria si sus propiedades estadísticas (media o varianza) no dependen de la longitud h de la serie. Si la media o la varianza es una función de h , entonces la serie es no-estacionaria. La semivarianza γ es una medida de las correlaciones de largo alcance válida tanto para series de tiempo estacionarias como no-estacionarias:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \langle (Z_j(k) - Z_{j+h}(k))^2 \rangle. \quad (2.4)$$

$2\gamma(h)$ es el valor promedio de la diferencia elevada al cuadrado entre pares de puntos que se encuentran a una distancia h . El variograma es un gráfico de $\gamma(Z_j, Z_{j+h})$ que se construye contra la h (Gallant *et al.*, 1994). De acuerdo con Mandelbrot & Van Ness (1968), la varianza de incrementos, o variograma, de fractales aleatorios que satisfacen la ec.(2.4), se describe como:

$$2\gamma(h) = \langle [Z(x+h) - Z(x)]^2 \rangle = V_H h^{2H}, \quad (2.5)$$

donde $\langle Z \rangle$ es el promedio de la variable aleatoria Z . Las variables aleatorias que presentan el comportamiento de acuerdo con la ec.(2.5), son estadísticamente auto-similares, ya que las variaciones de cualquier escala rh , están relacionadas con las encontradas sobre una escala h

$$\gamma(rh) = r^{2H} \gamma(h). \quad (2.6)$$

Es decir, el variograma a cualquier escala, se puede extraer del variograma medido a alguna otra escala (Mandelbrot & Van Ness, 1968). Las muestras de la función a diferentes escalas, tienen una apariencia similar cuando se sujetan a un aumento o renormalización apropiada.

Las propiedades de las trazas de movimiento Browniano fraccionario (fBm), se pueden generalizar a funciones en 2- ó 3-dimensiones. La variable unidimensional de una traza, se reemplaza por las coordenadas x e y en el plano utilizando Z(x,y) como la altitud de la superficie en la posición (x,y). Basándonos en la ec.(2.5), se obtiene

$$\langle [Z(x_2, y_2) - Z(x_1, y_1)]^2 \rangle = V_H [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]^H. \quad (2.7)$$

La dimensión fractal de la superficie resultante es $D = 3 - H$. Las superficies con $H > 0.7$, tienen un parecido notorio con los terrenos montañosos y se utilizan para generar panorámicas sintéticas de estos últimos, que se asemejan a las reales (Voss, 1985; Mandelbrot, 1983). Esta misma función se puede aplicar para representar la distribución de propiedades dentro de un área, asociando Z(x,y) con el valor de la propiedad en la localidad (x,y), que llega a reemplazar la altitud.

La intersección de un plano vertical con la superficie Z(x,y) es una trayectoria del movimiento Browniano fraccionario (fBm) con la dimensión $D = 2 - H$, uno menos que el correspondiente a la superficie ($D = 3 - H$). Las intersecciones de la superficie con un plano horizontal, producen contornos de altitud constante o con el valor constante de la propiedad analizada y se caracteriza por la misma $D = 2 - H$. La familia de curvas producida por estas intersecciones, forma la línea de costa de la panorámica fractal, o los iso-contornos de la distribución de la propiedad.

Las distribuciones tridimensionales de las propiedades del yacimiento, se obtienen generalizando las funciones a Z(x,y,z). La distribución resultante tiene $D = 4 - H$, con iso-superficies de dimensión $D = 3 - H$. Partiendo de la ecuación (2.5), la generalización buscada es igual a,

$$\langle [Z(\mathbf{r}_2) - Z(\mathbf{r}_1)]^2 \rangle = V_H |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^{2H}. \quad (2.8)$$

En general, la distribución de una propiedad en un espacio E-dimensional para un fractal del tipo movimiento Browniano fraccionario (fBm) con exponente de rugosidad H, en un espacio E + 1, tiene una dimensión fractal

$$D = E + 1 - H \quad (\text{Voss, 1985}).$$

El correlograma (o coeficiente de correlación) se utiliza algunas veces como una alternativa al variograma. El correlograma es un gráfico de $\rho(Z_j, Z_{j+h})$ contra h, donde el coeficiente de correlación es igual a:

$$\rho(f_j, g_j) = \frac{\text{Cov}(f_j, g_j)}{\sigma_f \sigma_g} \quad (2.9)$$

D. Covarianza

Proporciona una idea de cuánta correlación existe entre valores de dos conjuntos de muestras. La covarianza se define para dos diferentes conjuntos de datos, f_j y g_j de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{Cov}(f_j, g_j) = \langle (f_j - \bar{f})(g_j - \bar{g}) \rangle \quad (2.10)$$

Para una distancia entre puntos (o lag) h, la covarianza para la secuencia de un conjunto de datos Z_j es

$$\text{Cov}(Z_j, Z_{j+h}) \quad (2.11)$$

E. Autocovarianza

El movimiento Browniano fraccionario no tiene derivada, pero puede considerarse una versión suavizada de la función, que ha sido pulida o "regularizada" vía la integración efectuada sobre un intervalo arbitrariamente pequeño δ . Cuando δ es menor en comparación con la escala de observación, las funciones original y alisada son indistinguibles para todo propósito práctico.

La versión suavizada remueve las variaciones del fBm de las más altas frecuencias y convierte esta última función en su versión diferenciable.

La derivada del movimiento Browniano clásico suavizado de esta forma, es precisamente la secuencia de variables aleatorias Gaussianas no correlacionadas, conocida como "ruido Gaussiano blanco". De igual manera, la derivada del movimiento Browniano fraccionario (fBm) será mencionada como "ruido Gaussiano fraccionario", o fGn. Esta función es estacionaria y tiene una autocovarianza dada por (Mandelbrot, 1983):

$$C(h, \delta) = \frac{1}{2} V_H \delta^{2H-2} \left(\left| \frac{h}{\delta} + 1 \right|^{2H} - 2 \left| \frac{h}{\delta} \right|^{2H} + \left| \frac{h}{\delta} - 1 \right|^{2H} \right) \quad (2.12)$$

Cuando h es grande, la función se ajusta a una ley de potencia

$$C(h, \delta) \approx h^{2H-2} \quad (2.13)$$

Puesto que, las mediciones de las propiedades geofísicas y geológicas siempre involucran un intervalo de muestreo finito, el valor de δ se puede ajustar al del tamaño de la muestra, extraída de la estructura estadística de interés. Las variaciones de la autocovarianza $C(h, \delta)$ con el valor de δ , proporcionan un ejemplo interesante de la influencia del tamaño de la muestra, sobre el patrón de la estructura estadística (Journel & Huijbregts, 1978; Haldorsen, 1986).

F. Densidad Espectral

La densidad espectral se define como el valor absoluto al cuadrado de la Transformada de Fourier, del ruido Gaussiano fraccionario (fGn). Es la misma que la del movimiento Browniano fraccionario (fBm) cuando $H \rightarrow 0$. La secuencia de incrementos de los movimientos fraccionarios no-Gaussianos, será nombrada simplemente como "ruidos fractales".

Según Mandelbrot & Van Ness (1968), la representación espectral del fBm tiene una densidad espectral proporcional a

$$\frac{1}{f^{2H+1}} \quad (2.14)$$

Esto significa que las bajas frecuencias dominan dentro de la distribución y que cualquier muestra finita de fBm, tendrá una longitud de correlación del mismo orden que el tamaño de la muestra. El valor de $H = 1/2$ corresponde al movimiento Browniano clásico. Cuando H crece desde cero hasta la unidad, crece también la persistencia de correlaciones y disminuyen las contribuciones de las escalas más pequeñas de variación (frecuencias más altas). Estas curvas son fractales con $D = E - H = 2 - H$, [donde $E = 2$ para una gráfica de $Z(x)$ vs x].

Valores crecientes de H , resultan en cada vez menor cruzamiento de la función con el eje cero, lo cual significa que las funciones pasan menos tiempo alrededor de su valor promedio (igual a cero, fenómeno conocido como *persistencia*). Cuando H crece, las funciones se vuelven más regulares. Cuando $H \rightarrow 1$ y $D \rightarrow 1$ las curvas tienden a ser diferenciables.

G. Análisis R/S

Existe una prueba útil para evaluar el comportamiento de las series estadísticas y detectar sus correlaciones. Se basa en el hecho de que el intervalo de variación del fBm, obedece asintóticamente una ley de escalamiento (Mandelbrot & Van Ness, 1968):

$$h^H \quad (2.15)$$

La prueba fue propuesta para procesos con el comportamiento de escalado de tipo "ruidos Gaussianos fraccionarios", pero también es aplicable a los movimientos Brownianos fraccionarios (fBm). El *rango reescalado* $R(x,h)/S(x,h)$, es la estadística apropiada para evaluar la dependencia estadística de largo plazo, donde $R(x,h)$ es el rango acumulado (la palabra "acumulado" se refiere a la suma de cada elemento de un proceso fGn entre las posiciones $(x+1)$ y $(x+h)$, normalizado a media cero). $S^2(x, h)$, es la varianza de la muestra.

Para cualquier función $Z(x)$, con igual espaciamento de muestra normalizada a la unidad, con $Z_g(x)$ definida como la secuencia acumulada,

$$Z_g(x) = \sum_{u=1}^x Z(u) \quad (2.16)$$

y dado cualquier lag $h > 1$, $R(x, h)$ está definido por las siguientes funciones

$$R(x, h) = \max_{0 < u < h} \left\{ Z_g(x+u) - Z_g(x) - \left(\frac{u}{h}\right) [Z_g(x+h) - Z_g(x)] \right\} \\ - \min_{0 < u < h} \left\{ Z_g(x+u) - Z_g(x) - \left(\frac{u}{h}\right) [Z_g(x+h) - Z_g(x)] \right\} \quad (2.17)$$

Este es precisamente el rango máximo de desviaciones de la función acumulada, de su tendencia sobre el intervalo de lag (Mandelbrot & Wallis, 1969). La varianza de la muestra es

$$S^2(x, h) = \frac{1}{h} \sum_{u=1}^h Z^2(x+u) - \left[\frac{1}{h} \sum_{u=1}^h Z(x+u) \right]^2 \quad (2.18)$$

Cuando la distribución considerada tiene un rango finito de correlaciones, se puede demostrar (Feller, 1951; Mandelbrot, 1975) que

$$\lim_{h \rightarrow \infty} h^{-1/2} R(x, h) / S(x, h) = \text{constante} \quad (2.19)$$

Es decir, el rango reescalado obedece asintóticamente una ley de escalamiento

$$h^{1/2} \quad (2.20)$$

Asimismo, cuando una distribución es estadísticamente auto-similar y cumple con las propiedades de escalamiento, se demuestra que (Mandelbrot, 1975):

$$\lim_{h \rightarrow \infty} h^{-H} R(x, h) / S(x, h) = \text{constante} \quad (2.21)$$

En otras palabras, el rango reescalado obedece asintóticamente a una ley de escalamiento

$$R/S \propto h^H \quad (2.22)$$

Además, se observa que la varianza del rango reescalado determinado experimentalmente, disminuye cuando h crece, por lo que la determinación de la interdependencia de largo plazo, es mejor para "lags" considerables.

El valor de H se obtiene entonces de una manera directa, para secuencias estadísticamente auto-similares, graficando los valores obtenidos experimentalmente de $\text{Log}(R/S)$ contra $\text{Log}(h)$.

Los valores de H obtenidos de esta forma, se puede usar para establecer la existencia de correlaciones de largo plazo en una secuencia. Sin embargo, este método produce estimaciones sesgadas de H (Wallis & Matalas, 1970), dando valores bajos cuando $H > 0.7$. No obstante, la evaluación de H se puede mejorar, comparándola con el comportamiento del **variograma** para espaciamentos de lag pequeños y medios y con la **densidad espectral** para frecuencias bajas y de rango-medio.

Al considerar la estructura de la secuencia acumulada $Z_g(x)$, se consigue información adicional (Matheron, 1971). Las secuencias acumuladas son más regulares que las originales y más fáciles de caracterizar que las originales siendo éstas últimas más erráticas. El sumar (acumular) una secuencia, tiene el mismo efecto sobre su variograma y densidad espectral (Matheron, 1971). Para distribuciones con un comportamiento del tipo escalamiento de ley de potencia, el efecto de sumar una secuencia, hace que se eleve el valor de β en la densidad espectral a $\beta+2$ y crece el exponente del variograma por 2 (Voss, 1985).

El movimiento Browniano fraccionario (fBm), es precisamente la acumulación de una secuencia del tipo ruido Gaussiano fraccionario (fGn) y las relaciones entre las leyes de potencia para cada una, son consistentes con las ya mencionadas.

H. Relación entre Medidas Multivariantes

Las cuatro medidas descritas arriba están relacionadas entre sí. Por ejemplo, la transformada inversa de Fourier de la densidad espectral, es la covarianza para un ensamble ergódico. En general, el rango reescalado no está directamente relacionado con las otras pruebas estadísticas; sin embargo, para fGn, H está relacionado con la pendiente del gráfico de la densidad espectral.

Para secuencias finitas de datos, la covarianza y el variograma están limitados para analizar periodos cortos (alta frecuencia). La transformada de Fourier, es una buena medida estadística para periodos medios y cortos (frecuencias medias y altas). El análisis R/S trabaja mejor para periodos largos (frecuencias bajas).

De esta manera, observar la covarianza (o variograma), densidad espectral, y el análisis R/S juntos, proporciona una evaluación más completa acerca de las propiedades estadísticas de los datos.

I. Trazas auto-afines

Supongamos que tenemos una función $B_H(x)$, es decir, un movimiento Browniano fraccionario. La auto-afinidad está definida, por la invarianza estadística de la transformación

$$x \rightarrow \lambda x, \quad (2.23a)$$

$$B_H \rightarrow \lambda^{-H} B_H, \quad (2.23b)$$

donde H es el coeficiente de Hurst. Una forma alternativa de expresar esta invarianza es de acuerdo a la relación

$$B_H(x) \cong \lambda^{-H} B_H(\lambda x) \quad (2.24)$$

El exponente de Hurst está limitado al intervalo $0 < H < 1$. El límite inferior corresponde a una gran rugosidad de la traza, mientras que el límite superior describe una línea recta.

El significado de las ecs.(2.23) y (2.24) es simple: para llegar a invarianza estadística, las direcciones vertical y horizontal deben ser re-escaladas de manera diferente en funciones auto-afines.

2.2 Lagunaridad

Este concepto se asocia a la distribución de tamaño de los "agujeros" a lo largo de una distribución y si un fractal tiene grandes "gaps" o huecos, entonces tiene una alta lagunaridad (Mandelbrot, 1983). Es fácil encontrar diferentes fractales, tanto sintéticos como naturales con la misma dimensión pero diferente apariencia, debido a distinta lagunaridad (Mandelbrot, 1983). El concepto de lagunaridad, es aplicable al análisis de fractales auto-similares (imágenes) y auto-afines (series de tiempo), así como a conjuntos multifractales (Allain & Cloitre 1991; Plotnick *et al.*, 1996).

A. Momentos de una Distribución de Probabilidades

El n-ésimo momento $M^{(n)}$ alrededor del origen de una distribución de probabilidades $P(x)$ está definida (Journel & Huijbregts, 1978) por:

$M^{(n)} = \langle x^n \rangle$ donde $\langle \dots \rangle$ es el valor esperado:

$$\langle f(x) \rangle = \int f(x)P(x)dx$$

Es decir,

$$M^{(n)} = \langle x^n \rangle = \int x^n P(x)dx$$

$M^{(1)} = \mu$ es el promedio (o la media). Asimismo, los enésimos momentos alrededor de la media o momentos centrales $m^{(n)}$ se definen como

$$m^{(n)} = \langle (x - \mu)^n \rangle = \int (x - \mu)^n P(x)dx$$

El segundo momento central es la *varianza* (Cheng, Q., 1999a).

$$m^{(2)} = \langle (x - \mu)^2 \rangle$$

$$m^{(2)} = \sigma^2$$

donde σ es la *desviación estándar* (dispersión).

Los momentos centrales se puede expresar en términos de momentos "puros":

$$m^{(2)} = -M^{(1)2} + M^{(2)}$$

$$m^{(3)} = 2M^{(1)3} - 3M^{(1)}M^{(2)} + M^{(3)}$$

$$m^{(4)} = -3M^{(1)4} + 6M^{(1)2}M^{(2)} - 4M^{(1)}M^{(3)} + M^{(4)}$$

.

El término *función característica* está definido como la Transformada de Fourier de la función de densidad de probabilidad (pdf) (Chilès & Delfiner, 1999) es:

$$\Phi(t) = F[P(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} P(x) dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(it)^k}{k!} \int_{-\infty}^{\infty} x^k P(x) dx = 1 + itM^{(1)} - \frac{1}{2}t^2 M^{(2)} - \frac{1}{3!}t^3 M^{(3)} + \dots$$

Por lo tanto, si conocemos *todos* los momentos, podemos calcular la función característica $\Phi(t)$ y luego por la transformada inversa de Fourier, obtenemos la función de densidad de probabilidad $P(x)$ como:

$$P(x) = F^{-1}[\Phi(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \Phi(t) dt$$

Sin embargo, para caracterizar una distribución en la práctica, son suficientes los primeros cuatro momentos: media, varianza, sesgo y kurtosis: El sesgo (skewness) caracteriza el grado de asimetría de una distribución. La kurtosis determina qué tan afilada o "picuda" está una distribución. Si la distribución tiene un pico elevado se llama "leptokúrtica", si es una curva con la parte alta plana, su nombre es "platikúrtica" y la distribución normal se conoce como "mesokúrtica".

$$MEDIA = M^{(1)}$$

$$VARIANZA = m^{(2)}$$

$$SESGO = \frac{m^{(3)}}{m^{(2)^{3/2}}}$$

$$KURTOSIS = \frac{m^{(4)}}{m^{(2)^2}}$$

Otro momento interesante es el ancho del histograma observado (Goovaerts, P., 1997):

$$ANCHO = \frac{M^{(2)}}{[M^{(1)}]^2} \quad (2.25)$$

B. Ley de Escalamiento para la Distribución Fractal de la Masa

Considere un conjunto de puntos F, que está distribuido como una masa fractal D-dimensional sobre el plano bidimensional. Un cuadrado R x R, contiene $M_0 \propto R^D$ puntos del fractal. Sea $r \ll R$. La parte de F que está dentro del cuadrado (R x R) puede ser cubierto por

$$K \propto \left(\frac{R}{r}\right)^D$$

pequeños cuadrados (r x r). El número de puntos en la k-ésima caja pequeña (k = 1, 2, ..., K), se denota por M_k . Por lo cual,

$$\sum_{i=1}^K \left(\frac{M_k}{M_0}\right)^q \propto \left(\frac{r}{R}\right)^{(q-1)D} \quad (2.26)$$

Grassberger, Hentschel y Procaccia encontraron esta ley ec.(2.26) en los años ochentas (Hentschel & Procaccia, 1983a y b). Propusieron además, para el caso de distribuciones puntuales *multifractales*, un exponente $D(q)$, dependiente de q, al cual llamaron *dimensión generalizada*. La ley de escalamiento puede probarse, observando que el número promedio de puntos en una caja es $\propto r^D$, por lo cual la ec.(2.26) se reescribe como

$$\sum_{i=1}^K \left(\frac{M_k}{M_0}\right)^q \approx \sum_{i=1}^K \left(\frac{\langle M_k \rangle}{M_0}\right)^q \propto \sum_{i=1}^K \left(\frac{r^D}{R^D}\right)^q = K \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{Dq} \propto \left(\frac{r}{R}\right)^{-D} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{Dq}$$

C. Lagunaridad según Mandelbrot

Tomando en cuenta nuevamente la masa fractal D-dimensional F , observada dentro de un cuadrado S_R grande de $(R \times R)$ y colocando un pequeño cuadrado S_r de tamaño $(r \times r)$, de manera aleatoria dentro de S_R , se indica su punto central por

$$(x, y) \in S_r \subset S_R.$$

Se observa que, cuando S_r está completamente dentro de S_R , el número de puntos de F en S_r crece con el incremento de r como

$$N\{(x_i, y_i) | (x_i, y_i) \in S_r \cap F\} \propto r^D, \quad (2.27)$$

Con mayor exactitud, se puede escribir

$$N\{(x_i, y_i) | (x_i, y_i) \in S_r \cap F\} = P \cdot r^D, \quad (2.28)$$

y de una manera exacta,

$$N\{(x_i, y_i) | (x_i, y_i) \in S_r \cap F\} = P(x, y, r) \cdot r^D, \quad (2.29)$$

donde $P(x, y, r)$ depende de la posición espacial de S_r y su tamaño r . Mandelbrot llamó a $P(x, y, r)$ el *prefactor*.

La ec.(2.29), significa que posiblemente todas las partes del fractal son D dimensionales, de acuerdo con la definición de la ec.(2.27) y aún la densidad de puntos cambia de punto a punto.

Pueden ocurrir huecos grandes arbitrarios (lagunas) donde $P(x, y, r) = 0$, es decir, que no hay puntos del conjunto en absoluto. Mandelbrot (1983) identificó el prefactor cambiante como "lagunaridad", afirmando que éste también puede escalar con R y r . Sin embargo, la primera técnica viable para medir la lagunaridad en objetos reales con el comportamiento fractal, fue propuesta 20 años después por Allain y Cloitre (1991), quienes probaron una ley de escalamiento para esta variable.

D. Lagunaridad según Allain y Cloitre

Allain & Cloitre (1991) interpretaron la ec.(2.29) en el sentido probabilístico: Tomaron un pequeño cuadrado S_r de tamaño $(r \times r)$, lo lanzaron aleatoriamente de tal modo que su centro quedó alrededor de un punto (x,y) dentro de S_R y contaron el número de puntos de F dentro del cuadrado. Repitiendo este proceso varias veces, encontraron que N es una variable aleatoria cuyos valores van desde $N = 0$ hasta $N = r^2$:

$$P\{N = i\} = p_i; \quad (i = 1, 2, \dots, r^2), \quad \sum_{i=1}^{r^2} p_i = 1$$

Si el histograma de N es muy angosto, el fractal no es lagunar. Si éste es muy ancho, es *lagunar*. Allain & Cloitre (1991), propusieron utilizar el ancho de la distribución de N , como medida de la *extensión de lagunaridad*:

$$\Lambda(r) = \frac{M^{(2)}}{M^{(1)^2}}. \quad (2.30)$$

Supongamos que tenemos $n \gg 1$ pruebas para *estimar* $\Lambda(r)$. Entonces,

$$\Lambda(r) = \frac{M^{(2)}}{M^{(1)^2}} \approx \frac{\sum_{i=1}^n N_i^2}{\left(\sum_{i=1}^n N_i\right)^2} \quad (2.31)$$

donde N_i es el número de puntos en la *i-ésima* caja. En la práctica, las cajas S_r no son “aleatoriamente lanzadas” sobre S_R , sino que son regularmente “deslizadas” a través de su área total, con traslape necesario de las cajas (*método de la caja deslizante de Allain & Cloitre (1991)*) que es responsable principal del ruido en las determinaciones de $\Lambda(r)$.

E. Escalamiento de la Lagunaridad

Consideremos de nuevo el fractal F dentro del cuadrado $(R \times R)$. Denotamos el número total de

puntos de $F \cap S_R$

por M_0 , donde $M_0 \propto R^D$. Seleccione $r \ll R$ de tal forma que

$\left(\frac{R}{r}\right) = M$ sea un entero. Divida el cuadrado en M^2 pequeños cuadrados $(r \times r)$.

Sea n_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, M$) el número de puntos de F dentro del cuadrado en la posición (ij) . El q -ésimo momento puede estimarse como

$$M^{(q)} \approx \frac{1}{M^2} \cdot \sum_i \sum_j n_{ij}^{(q)} = \frac{M_0^q}{M^2} \cdot \sum_i \sum_j \left(\frac{n_{ij}}{M_0}\right)^q \propto \frac{R^{Dq}}{\left(\frac{R}{r}\right)^2} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{(q-1)D} = R^{qD} \left(\frac{r}{R}\right)^{(q-1)D+2}$$

En los casos especiales $q = 1$ y $q = 2$ se tiene

$$M^{(1)} = R^D \left(\frac{r}{R}\right)^2, \quad M^{(2)} = R^{2D} \left(\frac{r}{R}\right)^{D+2}$$

y se obtiene la ley de escalamiento de lagunaridad,

$$\Lambda(r) = \frac{M^{(2)}}{[M^{(1)}]^2} \propto \left(\frac{r}{R}\right)^{D-2} \tag{2.32}$$

Es importante resaltar el hecho de que el exponente $D - 2 = -H$ (Voss, 1985), por lo que si se grafica $\text{Log}(\Lambda)$ vs $\text{Log}(r)$, se obtiene una recta cuya pendiente es el coeficiente de Hurst (Allain & Cloitre, 1991). Es decir, a través del concepto de lagunaridad, se llega a medir las propiedades de escalamiento del conjunto fractal (Plotnick *et al.*, 1993, 1996).

F. Lagunaridad generalizada

Oleschko (2004) observó que si utilizamos un mapa digital (fractal o no fractal) y seleccionamos el cuadrado ($r \times r$) como el tamaño de un píxel, entonces el valor de escala de gris p_{ij} en la posición (ij), jugará el mismo papel que n_{ij} de la sección previa. Oleschko (2002), introdujo el concepto de *lagunaridad generalizada* que se expresa de la siguiente manera:

$$\Lambda = \frac{\langle p_{ij}^2 \rangle}{\langle p_{ij} \rangle^2} \approx \frac{\frac{1}{M^2} \cdot \sum_i \sum_j p_{ij}^2}{\left[\frac{1}{M^2} \cdot \sum_i \sum_j p_{ij} \right]^2} \quad (2.33)$$

En el presente trabajo, dicha lagunaridad generalizada utilizó por primera vez el valor real de Λ para comparar los diferentes conjuntos (Oleschko *et al.*, 2002; 2003; 2004), lo que sirvió de base para la presente investigación. La lagunaridad generalizada presenta las siguientes características:

- Es fácil de calcular
 - Puede aplicarse a una función positiva arbitraria $F(x,y)$
 - No es necesario binarizar los datos
 - No se requiere utilizar cajas deslizantes y así
 - La lagunaridad generalizada evita los problemas estadísticos creados por la dependencia de cuadrados, que se traslapan.
-

III. Análisis fractal de Imágenes Digitales

3.1 Dimensión fractal de la porosidad en núcleos

Con el fin de encontrar la dimensión fractal de la porosidad secundaria en núcleos del yacimiento carbonatado naturalmente fracturado del Campo Cantarell, debida a fracturas y vórgulos, fue necesario adecuar la metodología propuesta por Anderson *et al.*, (1996), a los casos particulares de los núcleos bajo estudio. Anderson (1996), diseñó una metodología para describir la estructura del suelo mediante las dimensiones fractales de masa (D_m), superficial (D_s) y espectral o fractón (\bar{d}). Por otra parte, se aplicaron algoritmos computacionales diseñados dentro del Laboratorio de Análisis Fractal de los Sistemas Naturales (LAFSINA), basados en las dimensiones señaladas, para obtener numéricamente las dimensiones de las imágenes. El programa FRACTAL (Parrot y Rico, 1997) se basa en la dimensión de masa, BROMOV (Parrot y Taud, 1998) calcula la dimensión espectral. Además de los anteriores, se aplicó el concepto de firmas fractales (Oleschko *et al.*, 2003) para analizar en una sola traza, la dimensión de toda la imagen, según el procedimiento del software HISTO-GENE (Parrot, 2003). Finalmente, a las distribuciones fractales de los tonos de gris, se aplicó el concepto de lagunaridad generalizada (Oleschko *et al.*, 2002; 2003; 2004) y su propiedad de escalamiento, para calcular la dimensión fractal de las imágenes. Se aplicó un algoritmo que calcula curvas de lagunaridad a partir de los métodos descritos anteriormente (Lozada y Arizabalo, 2003).

A. Aspectos teóricos

Son diferentes las dimensiones fractales que maneja la Geometría Fractal (por ejemplo, de masa (D_m), superficial (D_s) y espectral (\bar{d})). Sin embargo, la caracterización completa de la estructura de cualquier conjunto con el supuesto comportamiento fractal, fue diseñada para describir uno de los atributos del conjunto fractal de los núcleos, requiere de medir más de una dimensión fractal. Por ejemplo, dos muestras de núcleo pueden tener estructuras visiblemente muy diferentes, pero dimensiones fractales de masa (D_m) similares, por lo que para discriminar entre estas dos estructuras, será necesario medir algún otro parámetro fractal, como la lagunaridad (Λ) por ejemplo. Otra manera útil para discriminar entre estructuras con magnitudes similares de D_m (Crawford *et al.*, 1993a), es a través de la dimensión espectral o fractón \bar{d} , propuesta por Orbach (1986).

B. Dimensión fractal de masa (D_m)

Los núcleos bajo estudio satisfacen la condición de ser porosos, debido a que sus sólidos no llenan completamente el espacio común Euclidiano. En una imagen, el valor esperado de D_m será menor de dos ($D_m < 2$), ya que el valor de dos (límite topológico superior), corresponde a un plano completamente lleno. El comportamiento fractal, puede ser descrito a través de una ley de potencias:

$$M \approx r^{D_m} \quad . \quad (3.0)$$

Es decir, la masa (M) de un objeto, aumenta de acuerdo con su radio característico (r), donde D_m es menor que la dimensión euclidiana que contiene al objeto (Schroeder, 1991).

C. Dimensión fractal de superficie (D_s)

La dimensión fractal de la superficie (D_s), describe la rugosidad o tortuosidad de una línea o plano (Anderson, 1996). Para una línea embebida en un plano, el valor de D_s se encuentra entre 1 (límite inferior - la dimensión topológica de una línea) y 2 (límite superior - la dimensión topológica de un plano). Por ejemplo, un movimiento Browniano prácticamente llena el plano acercándose asintóticamente a una dimensión 2 (Mandelbrot, 1983).

Por otra parte, cuando se mide la longitud de una línea rugosa (por ejemplo la frontera de la interfase sólido-poro en una imagen de núcleo) la longitud de la línea se incrementa, con la disminución del tamaño de la regla utilizada. Esto se debe a que al análisis se están incluyendo más y más irregularidades de la línea.

La longitud de línea de costa y dimensiones fractales superficiales, se puede estimar usando la siguiente expresión (Mandelbrot, 1967)

$$L(G) = MG^{(1-D_s)} \quad , \quad (3.1)$$

donde $L(G)$ es un estimado de la longitud, G es el tamaño de la regla, M es una constante positiva y D_s es la dimensión fractal superficial.

Algunos objetos fractales, tienen dos dimensiones fractales superficiales embebidas. Estas dos, se han definido como fractales texturales (D_{s1}) y estructurales (D_{s2}) (Kaye, 1989a). El *fractal estructural* es típico de la estructura promedio de un objeto fractal y es el mayor de los dos, cuando la estructura promedio aparece más rugosa o irregular, a baja resolución. A resoluciones más finas, el valor de D_s es más pequeño, indicando que la frontera está acercándose más a su límite Euclidiano (es menos rugosa), y se conoce como *fractal textural*.

Se ha encontrado que D_s , es un buen cuantificador de la tortuosidad de los caminos fracturados. La dimensión fractal superficial de las paredes de poro D_s , se utiliza para describir los procesos físicos que ocurren en el subsuelo, así como el movimiento de fluidos a través de la formación geológica (Young & Crawford, 1992).

D. Dimensión espectral (o fractón)

De acuerdo a la manera cómo se definió la dimensión de masa, podemos inferir que D_m , es útil para describir las propiedades estructurales estáticas del medio (Crawford *et al.*, 1993a). Sin embargo, en la práctica, es muy importante encontrar las propiedades dinámicas de las redes fractales, en términos de difusión o flujo de partículas, a lo largo de trayectorias constreñidas al patrón fractal. Orbach (1986), describió los procesos físicos continuos que se dan al interior de una red fractal.

Basándose en los resultados del problema planteado por de Gennes (1976), quien supuso que: una hormiga se dejó caer, sobre un sitio ocupado, de un cúmulo infinito de una red. La hormiga da pasos con rapidez constante, de longitud arbitraria a , en una dirección aleatoria hacia los sitios adyacentes (conectados) sobre esta red. ¿Cuál es la distancia cuadrática promedio, que viaja la hormiga en un tiempo t ?

La solución, dada por Gefen *et al.*, (1983), se basó en el problema de difusión por lo que la constante de difusión convencional se sustituyó por una constante de difusión D , dependiente de la longitud r . Es decir,

$$D(r) \propto r^{-\theta} \quad , \quad (r \leq \xi_p) \quad (3.2)$$

donde la constante θ , es igual a cero en el límite Euclidiano. Y ξ_p , es la longitud de corte ("cutoff") que tiene la red de percolación.

Tomando en cuenta la ecuación de difusión

$$\langle r^2(t) \rangle = D(r) t \quad . \quad (3.3)$$

A partir de la ec.(3.3), aplicando álgebra se puede encontrar la relación de escalamiento para una red fractal,

$$\begin{aligned}
 r^2 &= D(r) t \\
 r^2 &\propto r^{-\theta} t \\
 r^2 r^\theta &\propto t \\
 r^{2+\theta} &\propto t \\
 r &\propto t^{1/(2+\theta)} \\
 \langle r^2(t) \rangle &\propto t^{2/(2+\theta)} \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

En la ec.(3.4), r es la distancia pitagórica y la difusión se ha confinado a trayectorias entre sitios adyacentes, conectados sobre la red de percolación (Orbach, 1986). El valor de θ viene a ser 0.8 en dos dimensiones ($E = 2$) y 1.5 en $E = 3$ (tres dimensiones).

La difusión a través de las redes de percolación fractales es notablemente menor, en comparación con los caminos euclidianos: Para tres dimensiones, $\langle r^2(t) \rangle \sim t^{0.57}$ (caso fractal) comparado con $\langle r^2(t) \rangle \sim t$ (caso Euclidiano) (Orbach, 1986). La **dimensión espectral (d)**, fue introducida por Alexander y Orbach (1982) y puede definirse reescribiendo la ec.(3.4)

$$\langle r^2(t) \rangle = t^{\bar{d}/D} \tag{3.5}$$

$$\bar{d} = 2D/(2 + \theta) \tag{3.6}$$

donde

Así, para obtener el número de sitios distintos visitados por una hormiga, $S(t)$, durante su "vagabundeo" aleatorio por la red fractal al tiempo t , de Genes (1983) observó que el número de sitios diferentes contenidos dentro de una esfera de radio r , es proporcional a r^D , por lo que de la ec.(3.5) se obtiene

$$S(t) \propto r^D \propto [(t^{\bar{d}/D})^{1/2}]^D \equiv t^{\bar{d}/2} \tag{3.7}$$

La ec.(3.7) resulta entonces un método directo para calcular \bar{d} . Mandelbrot (1983), estableció que $\bar{d}/2$, es la codimensión fractal de las recurrencias de la hormiga, a un sitio previamente visitado. Por lo tanto, el número de sitios distintos visitados al tiempo t , está determinado únicamente por \bar{d} (ec.3.7), mientras que la distancia cuadrática promedio recorrida en el mismo tiempo t , depende de la razón \bar{d}/D (ec.3.5).

E. Conjetura de Alexander-Orbach

Alexander y Orbach (1982) observaron que $\bar{d} = 4/3$ y puede ser una relación exacta, para toda dimensión Euclidiana mayor que o igual a dos. Esta conjetura es importante, ya que, por ejemplo el exponente t , que determina la dependencia en la concentración de la conductividad eléctrica σ , de una red de resistencias aleatorias,

$$\sigma = (p - p_c)^t \quad , \quad (3.8)$$

se puede relacionar con los exponentes geométricos estáticos ν y β , definidos Por la ecuación de la probabilidad. Esta ecuación establece que un sitio ocupado se encuentre en la red infinita $P(p)$, siendo que existe una probabilidad crítica p_c , para la cual, $p \geq p_c$, un cúmulo conectado cruzará la retícula continuamente de un lado a otro (esto se conoce como un cluster infinito porque para una retícula infinitamente grande, será de extensión infinita)

Por otra parte, existe la longitud superior de "cutoff" en las redes de percolación, que sería la

$$P(p) \propto (p - p_c)^\beta \quad . \quad (3.9)$$

longitud de conectividad entre pares necesaria para que inicie la percolación (ξ_p). Esta variable exhibe la siguiente relación de escalamiento

$$\xi_p \approx a |p - p_{crit}|^{-\nu} \quad . \quad (3.10)$$

Alexander y Orbach (1982), demostraron que haciendo \bar{d} igual a $4/3$ para una red de percolación, se llega al siguiente resultado

$$t = (1/2)[\nu(3E - 4) - \beta] \quad . \quad (3.11)$$

Con ν igual a $4/3$, y β a $5/35$ en $E = 2$ para una red de percolación, se obtiene $t = 91/72$ (1.264). Sin embargo, simulaciones numéricas determinaron $\bar{d} = 1.333 \pm 0.007$ (Orbach, 1986).

F. Curvas de Lagunaridad

En el Capítulo 2 (sección 2.2), se introdujo el concepto de lagunaridad. La lagunaridad presenta la propiedad fractal de escalamiento. Al variar el tamaño de caja (r) por la cual se analiza una traza, obtenemos una curva de lagunaridad, que disminuye hiperbólicamente al incrementarse r .

Es posible obtener la dimensión fractal de una distribución, a través de las curvas de lagunaridad, ya que, al graficar $\text{LOG}(\text{lagunaridad})$ vs $\text{LOG}(r)$, la pendiente es equivalente a $D - 2$ (Allain and Cloitre, 1991; Plotnick *et al*, 1993, 1996). En este capítulo, se analizan las curvas de lagunaridad extraídas a partir de imágenes de núcleo.

3.2 Metodología

Los parámetros fractales de conjuntos auto-similares pueden extraerse mediante el análisis de imágenes, utilizando software especializado (Oleschko, 1998, Crawford *et al.*, 1993, 1999). La técnica más común en la determinación de dimensiones fractales a partir de imágenes, es la del *conteo de cajas* o *box-counting* (Cheng, 1999a,b; Feder, 1988; Falconer, 1995). Los principios básicos de este método, consisten en dividir la imagen bajo estudio, en cajas de diversos tamaños (de lado r). Se cuenta el número de cajas $N(r)$ ocupadas por el tema a investigar y se toma la pendiente como la dimensión fractal buscada, en el gráfico $\text{Log}N(r)$ vs $\text{Log } r$.

G. Software FRACTAL

La dimensión fractal de masa se calculó mediante el programa FRACTAL (Parrot y Rico, 1997). Este programa está basado en el método de box-counting y sobrepone a la imagen una malla cuyo tamaño va incrementándose, según el tamaño de la imagen. El usuario define el intervalo de tonos de gris, a considerar en su análisis. A partir del tamaño de imagen, el programa calcula y sugiere el número máximo de divisores comunes (se recomiendan imágenes cuadradas). Las opciones a seguir son:

- 1) Redefinir tamaño de la imagen;
- 2) Aproximar la imagen con los tamaños de caja propuestos;
- 3) Hacer el análisis sin modificar tamaño de imagen, y
- 4) Recortar bordes de imagen.

Luego de definir por parte del usuario el tamaño de divisores y su número, el programa calcula el número de píxeles $N(r)$ que contienen la fase de interés, correspondiente a cada tamaño de caja (r). Los archivos de salida de este algoritmo son: `archivo_fr.txt` y `archivo_fg.xls`

En el primero se incluye en forma de texto, las características, el umbral y las opciones en el tratamiento de la imagen. En el segundo, aparecen las columnas de tamaño de cajas y número de cajas llenas, en EXCEL, para graficarlas y obtener la pendiente (dimensión de masa), del gráfico $\text{LogN}(r)$ vs $\text{Log}(r)$.

H. BROMOV

Este algoritmo, tiene como objetivo calcular la dimensión fractal espectral (d), del conjunto de poros en tonos de gris de una imagen, basado en el movimiento Browniano aleatorio (Parrot y Taud, 1998). Se trazan trayectorias al azar a partir de un punto aleatorio dentro de la imagen. Las trayectorias son válidas si satisfacen la condición de estar en un cierto intervalo de tonos de gris (por ejemplo dentro de una fractura). El usuario decide el número de trayectorias requeridas para cubrir la imagen (normalmente 1000 caminos). En cada trayectoria, se cuenta el número S_n de píxeles recorridos y el número de "pasos nulos" o puntos de intersección con otra trayectoria (S_i). Este programa produce cuatro archivos de salida:

- 1) archivo_bm.raw (imagen donde aparecen los caminos Brownianos sobre la fase de interés de la imagen original);
- 2) archivo_bm.txt (parámetros de análisis y dimensión fractal espectral calculada como la pendiente de la gráfica $\text{Log}(S_n)$ vs $\text{Log}(S_i)$);
- 3) archivo_bm2.txt (reporte sobre caminos trazados, incluyendo número total de pasos, pasos nulos y sitios visitados una sola vez);
- 4) archivo_bm2.xls (columnas de logaritmos de sitios visitados y número total de pasos dados).

I. HISTO-GENE

Recientemente, Oleschko *et al* (2003) propuso que la dimensión fractal de una imagen (conjunto auto-similar), puede extraerse a partir de la distribución de tonos de gris (conjunto auto-afín). El programa Histo-Gene (Parrot, 2003) lee una imagen (*.raw) línea por línea y genera un archivo de una columna (*.ts), con valores correspondientes al tono de gris de cada pixel de la imagen. Al archivo *.ts creado, se aplica el software BENOIT para calcular la dimensión fractal de trazas auto-afines, o su rugosidad medida vía el exponente de Hurst.

El paquete histo-gene está programado para utilizarse con imágenes cuadradas. Si se desea aplicar este software a una imagen de forma distinta, debe hacerse el cambio mediante un programa de imágenes (por ejemplo, PSP). La imagen del tamaño adecuado, se graba en un subdirectorío dentro de la carpeta "images".

El archivo de salida de Histo-gene se llama nombre_hist_gen.ts, el cual puede analizarse directamente mediante el paquete BENOIT.

Los conjuntos fractales analizados vía BENOIT, revelan dos subconjuntos bien definidos correspondientes a las altas y bajas frecuencias. Este efecto se ve mejor con el método *Power Spectral Analysis*. Los métodos R/S y Rugosidad-Longitud señalan dichos subconjuntos con pendientes distintas, por lo que los utilizaremos en el presente estudio de un modo preferente.

Como nuestro interés se centra en determinar la dimensión fractal de la distribución de poros, vóculos y fracturas extraídos a partir de la imagen del núcleo, su análisis se refirió a los subconjuntos de baja frecuencia. El segundo subconjunto de puntos que corresponde a frecuencias altas, se eliminó. Utilizando el método de cuerdas del BENOIT, que permite eliminar puntos a la derecha del corte o "*cutoff*".

J. Lagunaridad de imágenes de núcleo

Para obtener las curvas de lagunaridad a partir de las imágenes de núcleo bajo estudio, se aplicó un programa escrito en FORTRAN, que analiza varias trazas ordenadas en columnas, en un archivo de entrada "traz_01a.dat" (Lozada y Arizabalo, 2003).

El programa produce un archivo de salida "tr_pro.dat", susceptible a ser analizado en hoja de cálculo (EXCEL) y sigue al pie de la letra el método de Allain y Cloitre (1991). Sin embargo, todas las comparaciones de los núcleos desde el punto de vista de su lagunaridad se realizan tomando en cuenta sólo la variable calculada por la ventana del tamaño de 1 píxel, siguiendo el método propuesto por Oleschko *et al.*, (2004).

De esta manera se consideraron trazas correspondientes a ventanas de las imágenes (por ejemplo, de 10 x 200 píxeles = columnas de 2000 datos). El tamaño de las imágenes de 200 x 200 píxeles, que resultan en columnas de 40,000 datos, es el más adecuado para el programa mencionado.

La Tabla 3.1 señala algunas de las características de los núcleos estudiados, refiriéndose a su estratificación geológica y profundidad.

Tabla 3.1. Características de los núcleos del pozo 1

Núcleo	Fragmento	Profundidad, m	Período	Serie	Piso
1	26	2505	Cretácico	Inferior	(Kl)
1	12	2503	Cretácico	Inferior	(Kl)
2	9	2622	Jurásico	Superior	Titoniano (JST)
3	17	2667	Jurásico	Superior	Titoniano (JST)
4	20	2906	Jurásico	Superior	Kimeridgiano (JSK)

El núcleo 1 (fragmentos 12 y 26), así como el núcleo 3, fueron fotografiados *in situ*, utilizando la película blanco y negro, procurando obtener al menos dos acercamientos de cada área observada. Esto último se hizo con el propósito de confirmar el comportamiento de los núcleos auto-similar de los núcleos a diferentes escalas. Dichas imágenes fueron digitalizadas en un scanner comercial (HP ScanJet 4c), con una resolución de 600 ppp. Las imágenes se archivaron en el formato *.tif

Mediante el programa Paint Shop Pro (PSP), se disminuyó el número de colores a escala de gris (256) y las imágenes se guardaron como archivos *.raw. Durante el siguiente paso se buscó el umbral que separa los rasgos de interés ("*thresholding*").

Las fracturas y vóculos de interés en las imágenes *.raw, se exploraron con la "pipeta" del PSP para encontrar el intervalo de tonos de gris correspondiente a su frontera, relacionados con cada rasgo de interés (dentro del intervalo de tonos de gris, el 0 correspondió al negro y 255 al blanco). Por ejemplo, el intervalo de interés para la porosidad secundaria, en promedio correspondió al de 0 a 70. El complemento (de 71 a 255), correspondió a los tonos de gris de la matriz de roca.

Se analizaron tres imágenes básicas (fragmento original y dos acercamientos) por cada núcleo de interés. La primera imagen (1000 por 1000 píxeles), muestra rasgos de fracturamiento y disolución (Fig. 3.1); La segunda, que mide 336 por 478 píxeles, corresponde a un acercamiento a los rasgos principales (Fig. 3.2). La tercera imagen (948 por 1224), permite observar con mayor claridad las fracturas (Fig. 3.3).

A través del programa BINAR (Parrot, 1997), fueron binarizadas las imágenes para los intervalos de tonos de gris correspondientes al umbral.

El programa FRACTAL (Parrot and Rico, 1997), que calcula la dimensión fractal en dos dimensiones, a través del método de "*Box Counting*", se utilizó para obtener dimensiones fractales de fracturas y matriz de roca (Tabla 3.2).

Con el software BROMOV (Parrot and Taud, 1998) se estimó la dimensión fractal espectral (fractón) de un conjunto de poros, a través del método de caminos aleatorios (Tabla 3.2).

El programa de "*Local Fractal Dimension*" (Parrot, 1999), se utilizó en las tres imágenes, dando por resultado una mayor precisión en los rasgos característicos de fracturamiento. A partir de estas imágenes especializadas, se encontraron umbrales diferentes (intervalos de tonos de gris), analizándose en los programas previamente mencionados. Las dimensiones fractales obtenidas, fueron comparables a las anteriores (Tabla 3.3).

3.3 Resultados y Discusión

En las últimas dos columnas de la Tabla 3.3 se presentan las dimensiones fractales medidas por los métodos (R/S) y Rugosidad-Longitud (BENOIT), de las trazas de 40,000 datos producidas por el programa histo-gene a partir de las imágenes cuya identificación aparece en la primera columna (Tabla 3.3).

Las dimensiones rugosidad-longitud de la imagen original (Fig. 3.1) y del segundo acercamiento (Fig. 3.3) coinciden ($D_r = 1.722$). Siendo la dimensión (R/S) para el primer acercamiento (Fig. 3.2) similar a las mencionadas ($D_{R/S} = 1.721$).

Para la Figura 3.4, la dimensión R/S ($D_{R/S} = 1.685$) coincide con la extraída por FRACTAL ($D = 1.68$), mientras que la dimensión R-L, excede sistemáticamente a la R/S ($D_r = 1.799$).

La dimensión $D_r = 1.753$ asemeja al valor de la dimensión, vía programa FRACTAL, de la Figura 3.5, $D = 1.74$. Mientras que para la misma figura, $D_{R/S} = 1.642$, es similar a la producida vía BROMOV, $D = 1.60$.

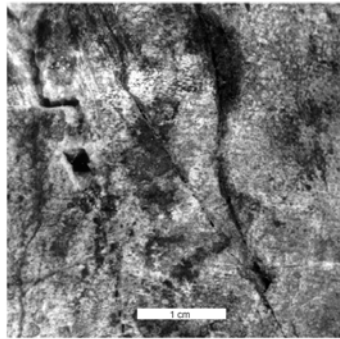


Figura 3.1. Núcleo 1, Fragmento 26

FRACTAL: Dim(0-70) = 1.75
 Dim(71-255) = 1.97
 BROMOV: \bar{d} (0-70) = 1.64
 \bar{d} (71-255) = 1.93



Figura 3.1.2. Imagen binarizada

BROMOV: \bar{d} (0-70) = 1.64
 Los caminos brownianos corresponden a porosidad secundaria.

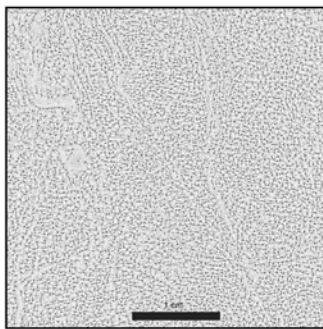


Figura 3.1.4. Análisis de dimensión fractal local (LFD)

FRACTAL: Dim(0-240) = 1.99
 Dim(241-255) = 1.76
 BROMOV: \bar{d} (0-240) = 1.97
 \bar{d} (241-255) = N.D.

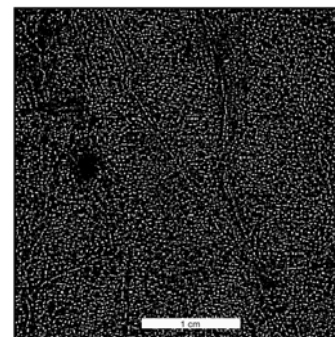


Figura 3.1.5. Imagen binarizada de la figura 3.1.4

BROMOV: \bar{d} (0-240) = 1.97 (roca)
 \bar{d} (241-255) = N.D. (porosidad)



Figura 3.2. N1, F26. Primer acercamiento óptico

FRACTAL: Dim(0-70) = 1.74
 Dim(71-255) = 1.99
 BROMOV: \bar{d} (0-70) = N.D.
 \bar{d} (71-255) = 1.54



Figura 3.2.1. Imagen binarizada de la Fig.3.2.

BROMOV: \bar{d} (71-255) = 1.54
 \bar{d} (0-70) = N.D.

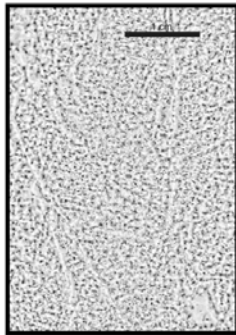


Figura 3.2.2. Análisis de dimensión fractal local (LFD)

FRACTAL: Dim(240-255) = 1.76
 Dim(0-239) = 1.99
 BROMOV: \bar{d} (240-255) = N.D.
 \bar{d} (0-239) = 1.93

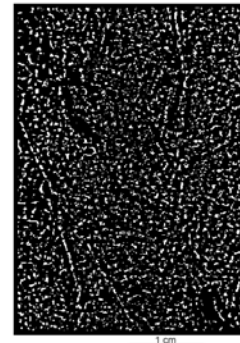


Figura 3.2.3. Imagen binarizada de la Fig.3.2.2.

BROMOV: \bar{d} (240-255) = N.D.
 \bar{d} (0-239) = 1.93

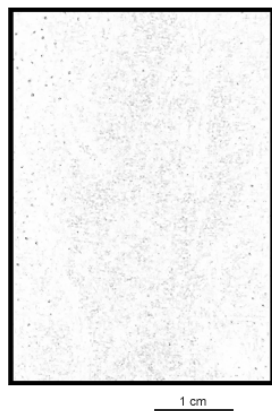


Figura 3.2.4. Imagen R^2 (coeficiente de correlación) en tonos de gris de la Fig.3.2.

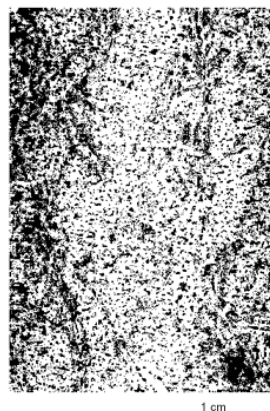


Figura 3.2.5. Imagen binarizada de la Fig. 3.2.4 con BINAR, para un intervalo de tonos de gris (253-255). Caminos brownianos en porosidad secundaria con una dimensión fractal d , BROMOV: $\bar{d} = 1.59$



Figura 3.3. N1, F26. Segundo acercamiento óptico.

FRACTAL: Dim(0-35) = 1.77
 Dim(36-255) = 1.99
 BROMOV: \bar{d} (0-35) = N.D.
 \bar{d} (36-255) = 1.80



Figura 3.3.1. Imagen binarizada de la Fig.3.3.

BROMOV: \bar{d} (0-35) = 1.80

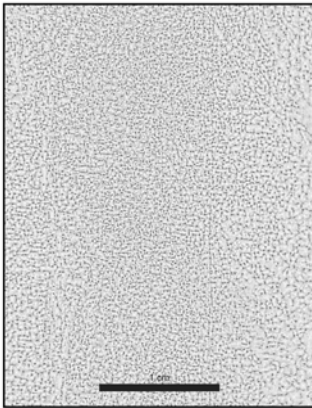


Figura 3.3.2. Análisis de dimensión fractal local (LFD).

FRACTAL: Dim(235-255) = 1.88
Dim(0-234) = 1.99

BROMOV: \bar{d} (235-255) = N.D.
 \bar{d} (0-234) = N.D.

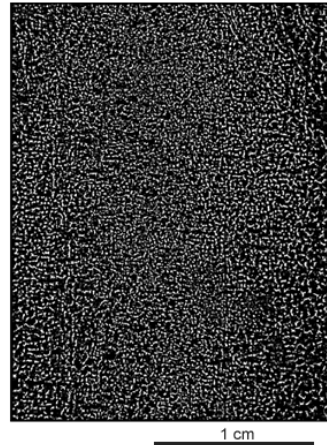


Figura 3.3.3. Imagen binarizada de la Fig.3.3.2.

BROMOV: \bar{d} (235-255) = N.D

Sobre el análisis de la Figura 3.6, la dimensión rugosidad-longitud, aproxima su valor ($D_r = 1.745$) al de la dimensión FRACTAL ($D = 1.73$). Manteniéndose la $D_{R/S} = 1.640$, ligeramente inferior a las anteriores.

De la Figura 3.7, la dimensión calculada vía FRACTAL ($D = 1.72$), es semejante a la dimensión rugosidad-longitud, $D_r = 1.731$, mientras que $D_{R/S} = 1.650$.

En la Tabla 3.4, Figura 3.8, se reportan también las dimensiones FRACTAL ($D = 1.72$), rugosidad-longitud ($D_r = 1.715$) la cual se aproxima a la anterior, y la dimensión R/S, $D_{R/S} = 1.627$.

El promedio (1.696) de las dimensiones ($D_{R/S} = 1.633$) y ($D_r = 1.759$), se aproxima a la dimensión FRACTAL (1.69) correspondiente a la Figura 3.9.

Los métodos computacionales diseñados para el cálculo de la dimensión en imágenes (FRACTAL, BROMOV) son eficientes, pero su funcionamiento depende de una variable aleatoria externa ("thresholding" o umbral).

El umbral se define con los criterios del usuario y es posible que la dimensión fractal calculada se convierte en un parámetro sesgado. Este problema se resuelve utilizando el método de firmas fractales, al convertir la imagen original en una sola serie de valores de tonos de gris. El inconveniente se encuentra en la aparición de dos subconjuntos, los cuales dependen de la frecuencia de los datos (Oleschko *et al.*, 2003).

Sin embargo, el problema anterior es fácil de solucionar mediante los métodos (R/S) y (R-L) del paquete BENOIT, ya que permiten eliminar el subconjunto de datos que aparecen a la derecha del *cutoff*. De esta manera, las dimensiones obtenidas con los métodos de imágenes y firmas fractales se correlacionan adecuadamente.

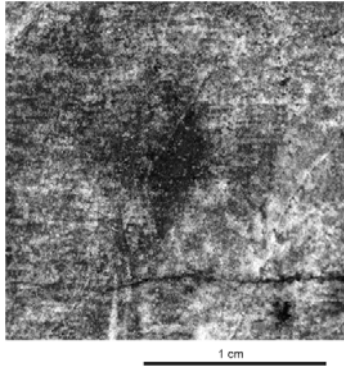


Figura 3.4. Núcleo 1, fragmento 26.

Matriz de roca:
FRACTAL: Dim = 1.99
BROMOV: $\bar{d} = 1.65$
Fracturas y vóculos:
FRACTAL: Dim = 1.68
BROMOV: $\bar{d} = 1.51$

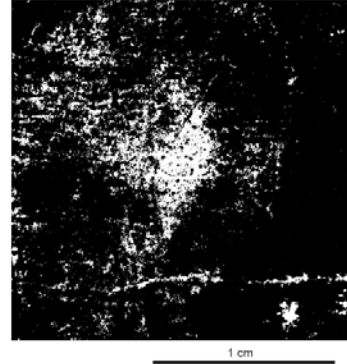


Figura 3.4.1. N1, F26. Imagen binarizada

Intervalo tonos de gris:
(0 - 55) matriz de roca
(56 - 255) porosidad secundaria



Figura 3.4.2. Núcleo 1, fragmento 26.

Caminos brownianos en la roca sólida
BROMOV:
Dimensión fractón \bar{d} (0-55) = 1.65



Figura 3.4.3. Núcleo 1, fragmento 26.

Caminos brownianos en porosidad secundaria
BROMOV:
Dimensión fractón \bar{d} (0-55) = 1.51



Figura 3.5. Núcleo 1, fragmento 26

Matriz de roca:
 FRACTAL: Dim = 1.97
 BROMOV: $\bar{d} = 1.87$

Fracturas y vóculos:
 FRACTAL: Dim = 1.74
 BROMOV: $\bar{d} = 1.60$



Figura 3.5.1. N1, F26. Imagen binarizada de La Fig.3.5 mediante el programa BINAR.

Intervalos de tonos de gris:
 (0 - 70) matriz de roca
 (71 - 255) porosidad secundaria

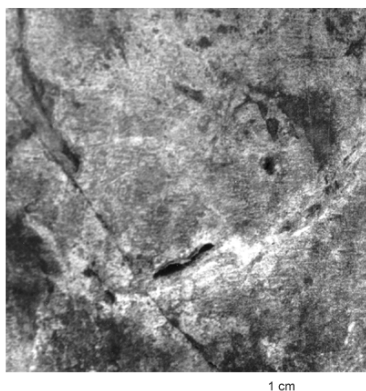


Figura 3.6. Núcleo 1, fragmento 26.

Matriz de roca:
 FRACTAL: Dim = 1.97
 BROMOV: $\bar{d} = 1.64$

Fracturas y vóculos:
 FRACTAL: Dim = 1.73
 BROMOV: $\bar{d} = 1.50$

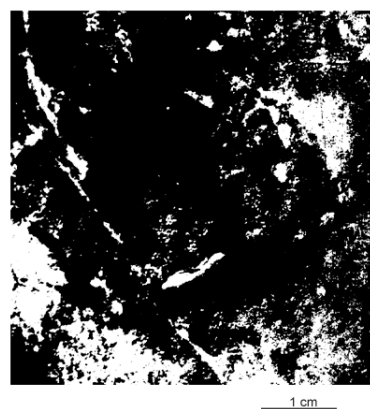


Figura 3.6.1. N1, F26. Imagen binarizada

de la Fig. 3.6.

Intervalos de tonos de gris:
 (0-90) matriz de roca.
 (91 - 255) porosidad secundaria

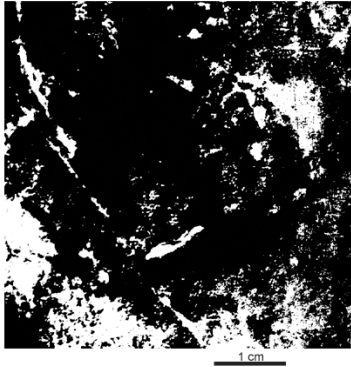


Figura 3.6.2. Núcleo 1, fragmento 26. Caminos brownianos en roca sólida.

BROMOV: dim fractón $\bar{d} = 1.64$



Figura 3.6.3. N1, F26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.

BROMOV: dim fractón $\bar{d} = 1.50$

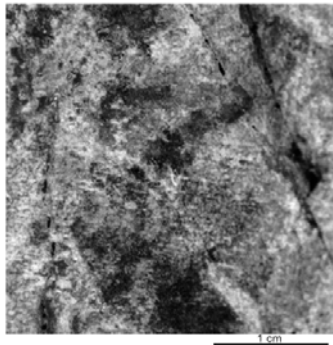


Figura 3.7. Núcleo 1, fragmento 26.

Matriz de roca:

FRACTAL: Dim = 1.97

BROMOV: $\bar{d} = 1.64$

Fracturas y vórgulos:

FRACTAL: Dim = 1.72

BROMOV: $\bar{d} = 1.48$



Figura 3.7.1. N1, F26. Imagen binarizada

Intervalos de tonos de gris analizados:

(0 - 65) matriz de roca

(66 - 255) porosidad secundaria



Figura 3.7.2. N1, F26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.

BROMOV: dim fractón $\bar{d} = 1.48$



Figura 3.7.3. N1, F26. Caminos brownianos en la roca sólida.

BROMOV: dim fractón $\bar{d} = 1.64$



Figura 3.8. Núcleo 1, fragmento 26.

Matriz de roca:

FRACTAL: Dim = 1.97

BROMOV: $\bar{d} = 1.67$

Fracturas y vóculos:

FRACTAL: Dim = 1.72

BROMOV: $\bar{d} = 1.51$

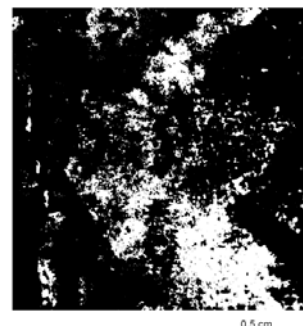


Figura 3.8.1. N1, F26. Imagen binarizada de la Fig. 3.8.

(0 - 44) matriz de roca

(45 - 255) porosidad secundaria



Figura 3.8.2. N1, F26. Caminos brownianos en Porosidad secundaria.

BROMOV: dimensión fractón $\bar{d} = 1.51$

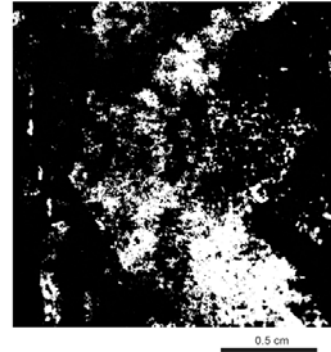


Figura 3.8.3. N1, F26. Caminos brownianos En roca sólida.

BROMOV: dimensión fractón $\bar{d} = 1.67$

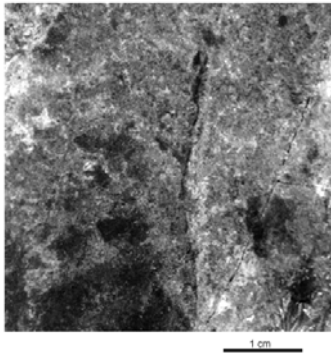


Figura 3.9. Núcleo 1, fragmento 26.

Matriz de roca:
FRACTAL: Dim = 1.98
BROMOV: $\bar{d} = 1.71$
Fracturas y vórgulos:
FRACTAL: Dim = 1.69
BROMOV: $\bar{d} = 1.49$



Figura 3.9.1. N1, F26. Imagen binarizada

Intervalos de tonos de gris analizados:
(0 - 55) matriz de roca
(56 - 255) porosidad secundaria

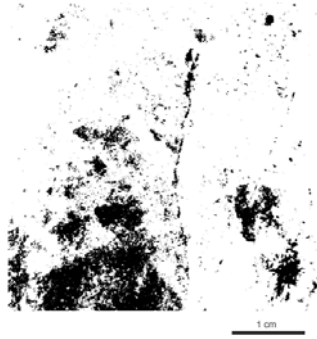


Figura 3.9.2. N1, F26. Caminos brownianos en porosidad secundaria.

BROMOV: Dimensión fractón $\bar{d} = 1.49$



Figura 3.9.3. N1, F26. Caminos brownianos en la roca sólida.

BROMOV: Dimensión fractón $\bar{d} = 1.71$

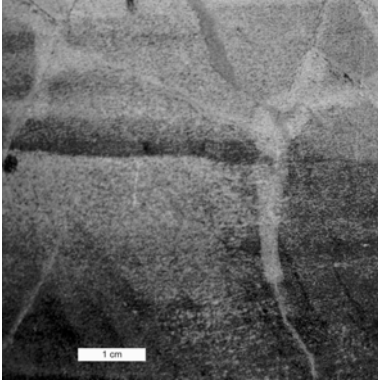


Figura 3.10.1. Núcleo 1, fragmento 12.

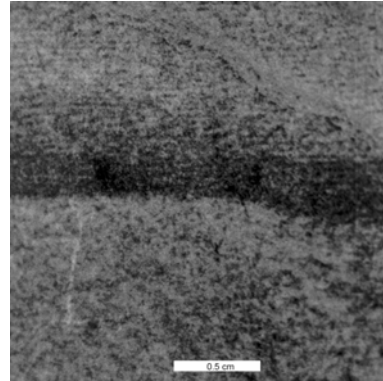


Figura 3.10.2. N1, F12. Acercamiento óptico

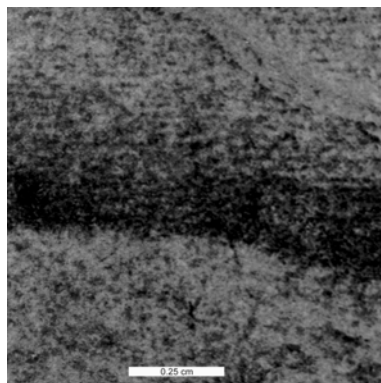


Figura 3.10.3. N1, F12. Segundo acercamiento óptico.

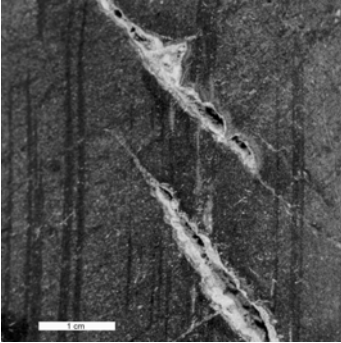


Figura 3.11.1. Núcleo 3, Frag. 17

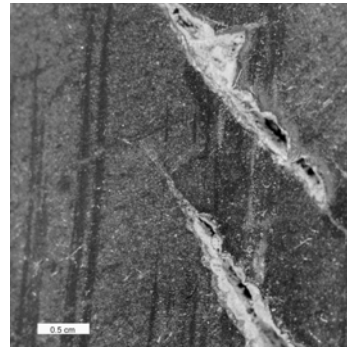


Figura 3.11.2. N3. F17. Acercamiento óptico

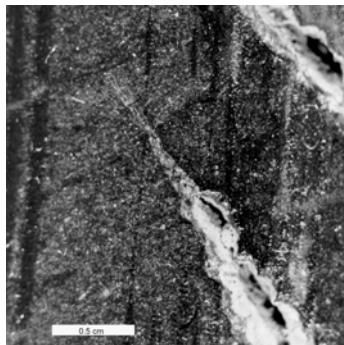


Figura 3.11.3. N3. F17. Segundo acercamiento óptico

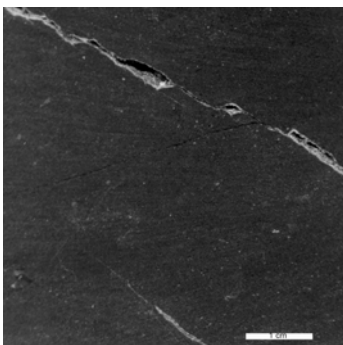


Figura 3.11.4. N3. F17. fracturas

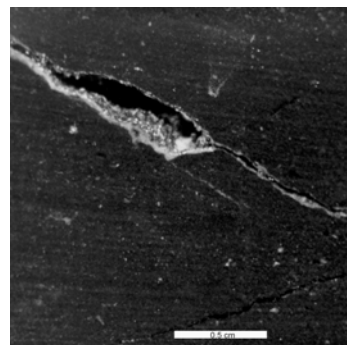


Figura 3.11.5. N3. F17. Detalle de fracturas

Otro formulismo aplicado al análisis de los parámetros fractales lo constituye la *lagunaridad*. Este concepto resulta importante dado su comportamiento de escalado. La relación entre la lagunaridad y el tamaño de cajas es de tipo exponencial, por lo que al graficar LOG(lagunaridad) vs LOG(tamaño-caja), la pendiente corresponde a $D - 2$.

En la Fig. 3.12a, se muestra la curva de lagunaridad obtenida para el núcleo 1, fragmento 26 (Fig. 3.1). En este caso se analizó una columna de datos extraídos de la imagen original, la cual consiste de mil valores.

Para tamaño de caja $r = 1$, la lagunaridad(1) = 1.17. Es decir, está cerca del límite topológico de uno (cuando la distribución es uniforme), por lo que existe una distribución de huecos en la traza cercana a la uniforme.

En la Fig. 3.12b, se muestra la dinámica de la lagunaridad con el tamaño de caja r , dentro de las escalas logarítmicas, obteniéndose una tendencia lineal, para valores bajos de r (en píxeles), ya que para $r \sim 55, 100, 200$, se observan cambios de pendiente.

Se observó que si todos los valores de lagunaridad se dividen entre el valor más alto (correspondiente a lagunaridad(1)), se obtiene una curva normalizada a uno, cuyo ajuste lineal se presenta en la Fig. 3.12c.

En este gráfico, la pendiente es ~ 0.34 , y el coeficiente de correlación ~ 0.84 . Esto indica que la función no se ajusta con precisión a la recta, debido a los cambios de pendiente señalados arriba.

La pendiente de la curva normalizada, 0.34, sugiere que la dimensión sea 1.66.

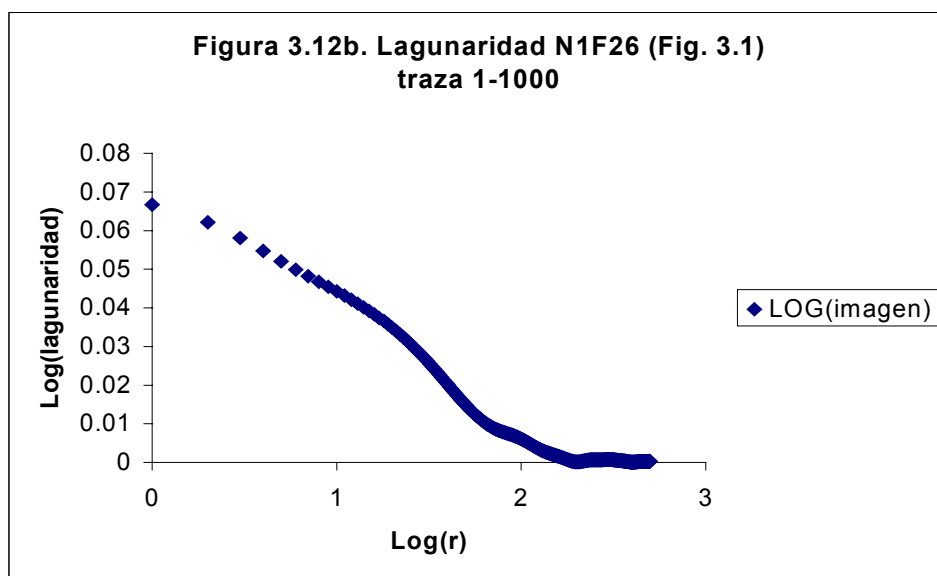
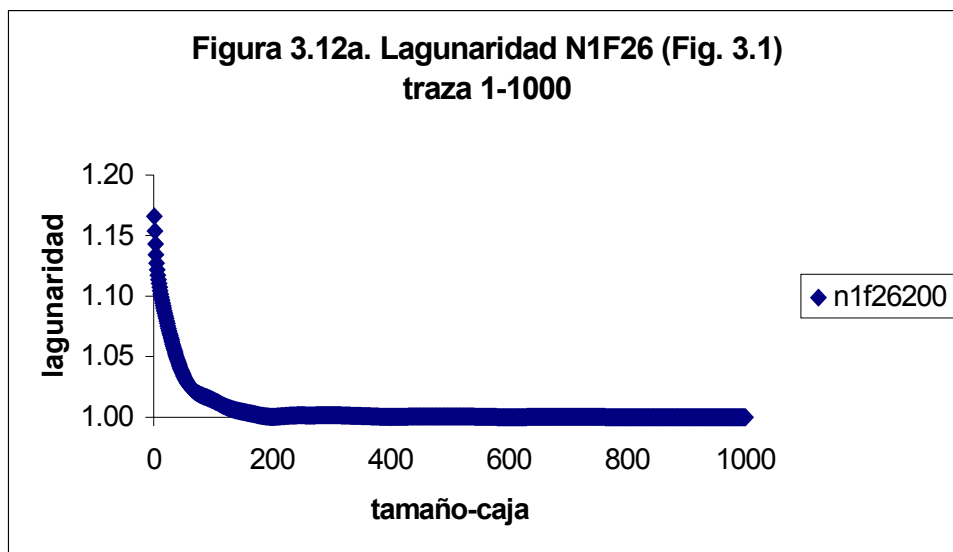
Al aplicar el método R/S a trazas de datos relativamente grandes (como las aquí analizadas de 40,000), debe tomarse en cuenta la subestimación de la dimensión que produce el método.

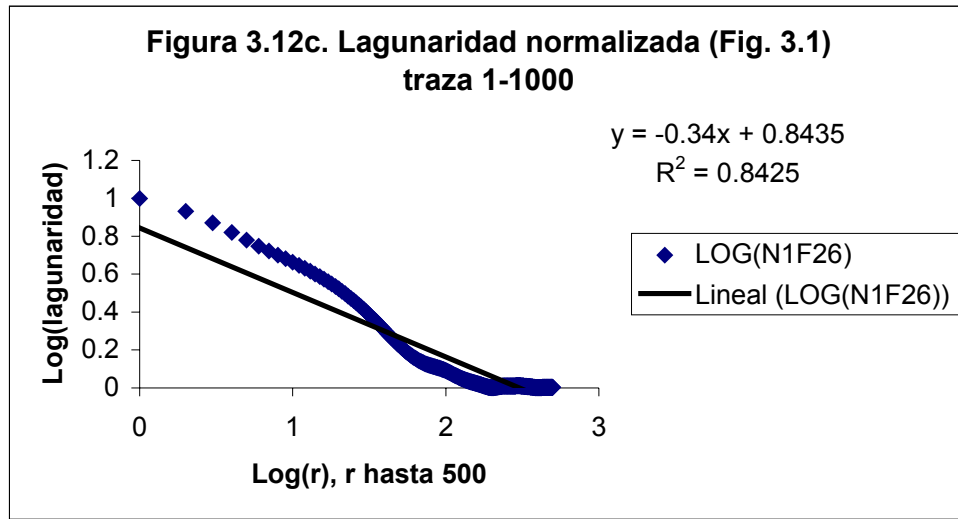
Tabla 3.2 Dimensiones fractales de imágenes de núcleos, obtenidas mediante los programas FRACTAL y BROMOV.

Imagen	Tonos de gris (umbral)	FRACTAL Dim	BROMOV Dimensión fractón
Fig. 3.1. Núcleo1, F26 Fractura Matriz	0 - 70 71 - 255	1.75 1.96	1.64 1.92
Fig. 3.1.4. LFD Fractura Matriz	241-255 0 - 240	1.76 1.99	Nd 1.97
Fig. 3.2. N1F26. Zoom 1 Fractura Matriz	0 a 70 71 a 255	1.74 1.98	Nd 1.54
Fig. 3.2.2. LFD Fractura Matriz	240-255 0 - 239	1.76 1.98	Nd 1.92
Fig. 3.2.5. Bromov en r2 Fractura Matriz	253-255		1.59
Fig. 3.3. N1F26. Zoom 2 Fractura Matriz	0 a 35 36 a 255	1.77 1.99	Nd 1.79
Fig. 3.3.2.LFD Fractura Matriz	235-255 0 - 234	1.88 1.99	Nd Nd
Fig. 3.4. N1F26 Fractura Matriz	56-255 0-55	1.68 1.98	1.51 1.64
Fig. 3.5. N1F26 Fractura Matriz	71-255 0 - 70	1.74 1.97	1.60 1.86
Fig. 3.6. N1F26 Fractura Matriz	91-255 0-90	1.73 1.97	1.50 1.64
Fig. 3.7. N1F26 Fractura Matriz	66-255 0-65	1.72 1.97	1.48 1.63
Fig. 3.8. N1F26 Fractura Matriz	45-255 0 - 44	1.72 1.97	1.51 1.66
Fig. 3.9. N1F26 Fractura Matriz	56-255 0 - 55	1.69 1.98	1.49 1.71

Tabla 3.3. Dimensiones fractales en imágenes de núcleo y sus trazas. Métodos FRACTAL y BROMOV en imágenes; Métodos (R/S) y (R-L) en trazas generadas por el HISTO-GENE.

Imagen	Tonos de gris	FRACTAL	BROMOV	HISTO-GEN (R/S)	HISTO-GEN (R-L)
Fig. 3.1. Núcleo1, F26	0 - 70	1.75	1.64	1.663	1.722
Fig. 3.1.4. LFD	241-255	1.76	Nd		
Fig. 3.2. N1F26. Zoom 1	0 a 70	1.74	Nd	1.721	1.798
Fig. 3.2.2. LFD	240-255	1.76	Nd		
Fig. 3.2.5. Bromov en r2	253-255		1.59		
Fig. 3.3. N1F26. Zoom 2	0 a 35	1.77	Nd	1.641	1.722
Fig. 3.3.2.LFD	235-255	1.88	Nd		
Fig. 3.4. N1F26	56-255	1.68	1.51	1.685	1.799
Fig. 3.5. N1F26	71-255	1.74	1.60	1.642	1.753
Fig. 3.6. N1F26	91-255	1.73	1.50	1.640	1.745
Fig. 3.7. N1F26	66-255	1.72	1.48	1.650	1.731
Fig. 3.8. N1F26	45-255	1.72	1.51	1.627	1.715
Fig. 3.9. N1F26	56-255	1.69	1.49	1.633	1.759
Fig. 3.10.1 N1F12				1.658	1.779
Fig. 3.10.2 N1F12parte2				1.707	1.836
Fig. 3.10.3 N1F12parte3				1.721	1.829





3.4 Conclusiones

1. La distribución de porosidad secundaria y matriz de roca en los núcleos observados, indica un comportamiento fractal.
2. La dimensión fractal de masa del conjunto de poros, obtenida mediante el programa FRACTAL, varía entre 1.68 y 1.77, con un promedio de 1.72.
3. Se analizaron las trazas generadas por el programa HISTO-GENE, provenientes de las imágenes. Las dimensiones fractales calculadas estuvieron en los intervalos de 1.62 a 1.72 (método *R/S*) y de 1.71 a 1.83 (método *Rugosidad-Longitud*). Esto indica que el método HISTO-GENE es adecuado para este tipo de análisis.
4. En el caso de imágenes de núcleo, el concepto de lagunaridad resultó apropiado para medir la homogeneidad de la distribución espacial del conjunto de poros, así como la invarianza al traslado de los tonos de gris de las imágenes originales.

IV. NATURALEZA FRACTAL DE LOS REGISTROS DE POZO

4.1 Introducción

En la presente investigación, se buscó establecer criterios útiles para determinar si el modelo fractal es válido, para describir la distribución de propiedades del yacimiento. Bajo el enfoque fractal, se compararon los parámetros estimados a partir de las secciones transversales de las rocas de interés, con los datos derivados de la exploración directa de pozos. Los datos fueron obtenidos de pozos de PEMEX, en el área marina de la región sureste del Golfo de México (Ronquillo *et al.*, 2003). El análisis fractal se realizó utilizando el programa BENOIT. La investigación pretende contribuir a un mejor entendimiento e interpretación de las propiedades del yacimiento del área señalada, obtenidas vía diversas técnicas de exploración geofísica.

A. Investigaciones tradicionales en estudios de yacimiento

Cabe destacar el importante papel que han jugado los registros de pozos, en la evaluación de formaciones que se presentan en medios fracturados. Hace ya medio siglo que se diseñaron las técnicas específicas para la evaluación de dichas formaciones, como por ejemplo, las descritas en trabajos pioneros de Mardock & Myers (1951), Lyttle & Ricke (1951), donde registros de inducción y radiactivos, se utilizaron en los yacimientos fracturados de Texas. De estos esfuerzos incipientes, se derivaron los resultados aceptables para distinguir litologías sin ser posible todavía, realizar un análisis cuantitativo de éstas últimas. Actualmente ya se han desarrollado algunas técnicas de interpretación, especialmente útiles para el análisis mencionado.

Por ejemplo, los registros sínicos, así como los de intensidad variable, han ganado popularidad en la detección de fracturas. En algunos casos, los registros de inducción también permiten diagnosticar la presencia de estas últimas. Los registros del laterolog de doble inducción, detectan la presencia de fracturas si el registro final es menor que la curva de inducción (Aguilera, 1980). La combinación del registro sínico y neutrón o densidad, establece otro instrumento para verificar la presencia de fracturas. En éste método, se supone que el registro sínico proporciona la porosidad de la matriz y el neutrón o densidad, refleja la porosidad total (Aguilera, 1980).

Los objetivos principales de la evaluación petrofísica de yacimientos, consiste en obtener los valores de porosidad (Φ), saturación de agua (S_w), saturación de hidrocarburos (S_{HC}), volumen de arcilla (V_{CL}), litología, profundidad y espesor de yacimiento, así como la estimación cualitativa de permeabilidad y fracturamiento.

A continuación se definen los conceptos de resistividad, porosidad total y efectiva, factor de formación, saturación de agua e hidrocarburos (Asquith & Gibson, 1993).

La resistividad se define como la capacidad de una formación de impedir el flujo de corriente. Existen tres zonas cilíndricas principales que se crean en la formación de un pozo: zona lavada, de transición y no invadida. La primera está invadida por el filtrado del lodo de perforación (la parte líquida de lodo se filtra a las capas permeables dejando sobre la pared del pozo una capa llamada enjarre).

La resistividad de la formación en la zona lavada es R_{xo} , la resistividad del agua en la zona lavada es R_{mf} (resistividad del filtrado de lodo) (Bassiouni, 1994).

Un poco más profundo dentro de la formación, se encuentra una mezcla de fluidos de la formación y filtrado de lodo. Esta zona, desde la pared del pozo hasta el final del filtrado del lodo se llama zona invadida (subíndice "j"). El diámetro de invasión se simboliza d_j ; la saturación de agua es S_j y el agua tiene una resistividad R_j (puesto que el agua en la zona invadida es una mezcla de agua de formación y filtrado, es normalmente imposible encontrar un valor para R_j). Después de pasar la zona invadida se encuentra la formación no contaminada o zona virgen, cuya resistividad se denota R_i . La resistividad del agua de formación es (R_w).

Factor de Formación

El factor de resistividad de la formación (F), es la constante de proporcionalidad entre la resistividad R_o de una roca saturada con agua ($S_w = 100\%$) y la resistividad del agua salada R_w (Archie, 1942) :

$$F = \frac{R_o}{R_w} \quad . \quad (4.i)$$

El factor de resistividad de la formación está relacionado con la porosidad (Φ) de la siguiente manera:

$$F = \frac{K}{\Phi^m} \quad , \quad (4.ii)$$

donde K es una constante que indica la sinuosidad de las trayectorias porosas (constante de tortuosidad) y varía entre 0.8 y 1, y el exponente m es un indicador de la compactación de la roca (constante de cementación), que varía entre 1.3 y 2.5 (Johnson & Pile, 1988).

La porosidad total (Φ_t) representa la cantidad de espacio o huecos, como un porcentaje de volumen total de la formación.

La porosidad efectiva (Φ_e) es el porcentaje de volumen de poros, que se encuentran comunicados en la formación.

La saturación de agua (S_w) es el porcentaje de agua contenida en el espacio poroso de la roca. La saturación de hidrocarburos (S_{HC}) es el porcentaje de hidrocarburos que satisfacen la relación $S_{HC} = 1 - S_w$ (Boyer, 1999).

Saturación de agua (S_w)

Este concepto hace referencia al porcentaje de poros ocupado por el agua de formación. La saturación de agua de formación se relaciona con la razón de resistividades (Doveton, 1994).

$$S_w^n = \frac{R_o}{R_t} \quad , \quad (4.iii)$$

donde R_o es la resistividad de la roca saturada (100%) con agua de formación, la cual se expresa en función del factor de formación (F) y resistividad del agua de formación (R_w) (ley de Archie) $R_o = F R_w$, por lo que

$$S_w^n = F \cdot \frac{R_w}{R_t} \quad . \quad (4.iv)$$

El valor de n (exponente de saturación) en formaciones limpias (sin arcilla) se aproxima a 2.

Pero $F = \Phi^{-m}$ donde m (constante de cementación) se considera igual a 2. Finalmente, la saturación de agua en ambientes carbonatados se aproxima a la relación

$$S_w = \frac{1}{\Phi} \left(\frac{R_w}{R_t} \right)^{1/2} \quad . \quad (4.v)$$

En nuestro caso, consideraremos la porosidad total $\Phi = \text{NPHI}$ (registro de porosidad); y la resistividad verdadera $R_t = \text{LLD}$ (registro de resistividad profunda), R_w se obtiene de datos de perforación.

Debido a que el total de fluidos que saturan los poros de la roca se componen de agua e hidrocarburos, la saturación de hidrocarburos será $S_{HC} = 1 - S_w$.

B. Características de los registros geofísicos de pozo que definen su comportamiento fractal

Las características físicas de la formación, como son la porosidad, densidad, resistividad, velocidad, magnetización, etcétera, pueden ser registradas en un pozo mediante las herramientas geofísicas tales como neutrón, gamma-gamma, sónica (para porosidad y velocidad), herramientas de inducción y resistividad (para resistividad), entre otras. Lo importante es señalar el origen físico de las distribuciones petrofísicas (como la porosidad por ejemplo) (Hearst *et al.*, 2000).

Se sabe que existen dos fuerzas conductoras que determinan la sedimentación de las formaciones: la primera se debe a los procesos de subducción térmica de la corteza, la segunda a las variaciones del nivel del mar, vistas ambas a lo largo del tiempo geológico (Turcotte, 1997).

Se reconoce que precisamente, son las variaciones estocásticas del nivel del mar sumadas a otros mecanismos aleatorios, las que producen la variabilidad en la distribución de porosidad y otras propiedades petrofísicas (Korvin, 1992). Dichas fluctuaciones son reflejadas en los registros geofísicos de pozo, que a su vez, pueden ser modelados como fractales estadísticos.

Los modelos de ruido Gaussiano fraccionario (fGn) y movimiento Browniano fraccionario (fBm), son los modelos de fractales estadísticos que mejor se ajustan al comportamiento de los registros geofísicos de pozo (Hardy & Beier, 1994).

El coeficiente de Hurst (H, de “intermitencia” o “rugosidad”), extraído de las secuencias de variación de cada registro, permite inferir si los procesos de sedimentación fueron “persistentes” ($\frac{1}{2} < H < 1$), es decir, no hubo cambios bruscos en el proceso, o “antipersistentes” ($0 < H < \frac{1}{2}$), entonces sí se presentaron las variaciones rápidas en el sistema (Feder, 1988).

Si los valores $H \rightarrow 1$, las trazas son suaves, o poco intermitentes, mientras que para $H \rightarrow 0$, son muy rugosas o intermitentes. Para estos modelos, la dimensión fractal se relaciona con el exponente de Hurst de un modo simple: $D = 2 - H$ (Barton & La Pointe, 1995).

C. Fractales aplicados al análisis de las señales

Los fractales pueden tener un comportamiento Auto-similar o Auto-afín. Los fractales auto-similares, conservan sus propiedades de auto-similitud a lo largo de las coordenadas x e y , mientras que los fractales auto-afines, se escalan de diferente manera en x e y . En el presente estudio, las imágenes son modeladas vía los fractales auto-similares, mientras que para las señales (registros de pozo y trazas sísmicas) se analiza su comportamiento auto-afín (Turcotte, 1997).

Para los registros, que involucran profundidades de cientos de metros, las propiedades cambian de diferente modo en la dirección x e y , debido a que en los procesos de sedimentación, hubo mayor variación en el eje vertical que en el horizontal, donde las propiedades son relativamente más homogéneas (Mandelbrot, 1999N).

Como ya se mencionó arriba, a diferencia de los fractales auto-similares, en los fractales auto-afines, la razón del rango vertical al horizontal varía con la escala. Para preservar la semejanza con la distribución original, un modelo fractal auto-afín necesita ser escalado por diferentes factores, a lo largo de diferentes coordenadas. Por ejemplo, si el factor de escalamiento es $\lambda_x = 3$ en la coordenada x , y $\lambda_y = 2$ en la coordenada y , escribimos entonces (Turcotte, 2002):

$$\lambda_x = \lambda \quad (4.1)$$

$$\lambda_y = \lambda^H. \quad (4.2)$$

Entonces:

$$H = \log(\lambda_y) / \log(\lambda_x), \quad (4.3)$$

donde H es el exponente de Hurst. Para el presente ejemplo, que corresponde al modelo del polvo de Cantor

$$H = \log 2 / \log 3 \cong 0.631. \quad (4.4)$$

D. Registros geofísicos de pozo

Los registros de pozo, juegan un papel importante en la determinación del potencial productor de un yacimiento petrolero. Constituyen una técnica de prospección geofísica que ha estado en amplio uso desde 1927. El proceso de registro implica bajar ciertos instrumentos dentro del pozo, con el propósito de recolectar datos a diferentes intervalos de profundidad (Johnson & Pile, 2002).

Las mediciones que se efectúan a lo largo de la exploración geofísica, se pueden clasificar en tres amplias categorías: eléctricas, nucleares y acústicas. Todas ellas proporcionan de un modo indirecto la información sobre las propiedades petrofísicas de cada pozo en particular, como son su litología, porosidad, cantidad de arcilla, tamaño de grano, saturación de agua, permeabilidad entre otras. Esa información es esencial para la evaluación de la productividad del yacimiento.

Otro de los aspectos clave en la evaluación basada en datos de registros de pozo, es la predicción de propiedades petrofísicas de las rocas tales como porosidad y permeabilidad. Sin embargo, la predicción de las propiedades señaladas sigue siendo compleja, ya que los sitios de medición disponibles están limitados a localizaciones aisladas de pozos (Bassiouni, 1994).

En la siguiente tabla se presenta un resumen de las técnicas de exploración geofísica más comunes que incluyen el nombre del registro, las unidades de medida y el propósito de su lectura, referidas además a las técnicas utilizadas en la presente investigación (SPWLA, 2004):

Acrónimos y unidades utilizadas por los registros de pozo (Schlumberger)

Registro	Nombre	Unidades	Clasificación	Medición
NPHI	Neutron Porosity	%	Porosidad neutrón	Porosidad
RHOB	Bulk Density	g/cm ³	Densidad volumétrica	Densidad
DRHO	Bulk Density Correction	g/cm ³	Corrección de la densidad	Densidad
PEF	Photoelectric Factor	barns/e ⁻	Efecto fotoeléctrico	Densidad
SP	Spontaneous Potential	mV	Potencial natural	Resistividad
ILD	Deep Resistivity	ohm-m	Resistividad profunda por inducción	Resistividad
ILM	Medium Resistivity	ohm-m	Resistividad media por inducción	Resistividad

Registro	Nombre	Unidades	Clasificación	Medición
MSFL	Micro Spherically Focused Resistivity	ohm-m	Micro resistividad enfocada esféricamente	Resistividad
LLD	Laterolog Deep	ohm-m	Resistividad Laterolog profunda	Resistividad
LLS	Laterolog Shallow	ohm-m	Resistividad Laterolog somera	Resistividad
GR	Gamma Ray	API	Rayos gamma naturales	Rayos gamma naturales
CGR	Computed (Th+K) Gamma Ray	API	Densidad por Thorio y Potasio	Rayos gamma naturales
URAN	Uranium	ppm	Concentración de Uranio	Rayos gamma naturales
POTA	Potassium	wet wt. %	Concentración de Potasio	Rayos gamma naturales
THOR	Thorium	ppm	Concentración de Thorio	Rayos gamma naturales
CALI	Caliper	in	Calibrador	Diámetro del pozo
DT	Short Spacing Transit Time (10' – 8' spacing)	μsec/ft	Tiempo de tránsito de la onda-P	Sónico

D.1 Registro de Porosidad

El registro de neutrones (NPHI) se utiliza en la detección y cuantificación de la porosidad de las formaciones. Este registro mide principalmente la densidad de hidrógeno del material. Una fuente en la herramienta emite neutrones rápidos, cuya velocidad disminuye hasta velocidades térmicas debido a las colisiones con los átomos de hidrógeno.

Los neutrones térmicos son capturados por los núcleos atómicos del material (átomos de Cloro) liberándose al mismo tiempo un rayo gamma característico de captura (Luthi, 2001).

La porosidad calculada por el registro de neutrones, se ve ligeramente afectada por la matriz de formación y por la presencia de gas.

Los registros neutrón son utilizados en *crossplots*, para detectar gas, determinar litología y principalmente para estimar el contenido de agua o hidrocarburo en el espacio poroso.

D.2 Registros de Densidad

El registro RHOB determina la densidad de la formación. La herramienta consiste de una fuente de rayos gamma (por ejemplo, ^{137}Cs) y un detector con escudo, que sólo percibe los rayos gamma retro dispersados por la formación. Esta radiación secundaria depende de la densidad de electrones, que es proporcional a la densidad volumétrica del material explorado (Hearst *et al*, 2000).

La fuente y detector están sobre un patín que es presionado contra la pared del pozo. Las herramientas de registro de densidad, incluyen un detector secundario que responde más al lodo y pequeñas irregularidades del pozo; la respuesta del segundo detector se utiliza para corregir las lecturas del detector principal.

El registro del Factor Fotoeléctrico (PEF), se asocia con las propiedades de absorción fotoeléctrica del medio. Este registro mide el factor de absorción fotoeléctrico P_e , que se define como $(Z/10)^{3.6}$, donde Z es el número atómico promedio de la formación. P_e es adimensional, pero como es proporcional a la sección transversal fotoeléctrica por electrón, algunas veces se reporta en barn/electrón (ODP Logging Manual, 2004).

Debido a que los fluidos tienen números atómicos muy bajos, éstos influyen poco en el registro final, por lo que P_e es una medida de las propiedades de la matriz de roca. Las areniscas tienen P_e bajo, mientras que las dolomitas y calcitas lo tienen alto. Las arcillas, minerales pesados y minerales con hierro, también tienen P_e alto. Por lo tanto, el registro también es muy útil para determinar la mineralogía de las capas geológicas.

El registro se adquiere como parte de la medición de densidad del material. La profundidad radial de exploración es del orden de una pulgada, y normalmente corresponde a la zona lavada. PEF puede ser afectado por minerales pesados tales como la barita del enjarre o filtrado de lodo. Los registros PEF fueron introducidos a la geofísica de exploración a finales de los años setenta.

D.3 Registros de Resistividad

La resistividad es la propiedad de un material, para resistir el flujo de la corriente eléctrica. También se le llama resistencia específica. Es la variable inversa a la conductividad y se mide en ohm-m. La resistividad es una propiedad del material, mientras que la resistencia depende del volumen medido.

Los registros que dependen de la resistividad eléctrica son: normal, lateral, laterolog e inducción. La mayoría de los registros de resistividad obtienen sus lecturas del material que rodea la herramienta, en volúmenes de 10 a 100 pies cúbicos. Por otra parte, los registros de micro resistividad, reducen sus lecturas a unas cuantas pulgadas cúbicas de material cercano a la pared del pozo (Asquith & Gibson, 1993).

Potencial Espontáneo (SP)

También se le llama auto potencial. Es un registro de la diferencia entre el potencial de un electrodo móvil en el pozo y un electrodo de referencia fijo en la superficie. El SP resulta de los potenciales electroquímicos y electrocinéticos, que están presentes en la interfase entre las capas permeables adyacentes a la lutita. En lutitas impermeables, el SP tiende a ser constante en su línea base.

En formaciones permeables, la deflexión depende del contraste entre el contenido de iones del agua de formación y el fluido de perforación, el contenido de arcillas, espesor del estrato, invasión, etc. En formaciones gruesas permeables libres de lutitas, el SP tiene el valor casi constante de la línea de arena, la cual cambiará si la salinidad del agua de formación también cambia (Rider, 1996).

En arenas que contienen arcilla diseminada (lutita), el SP no alcanzará la línea de arena y se registrarán valores pseudoestáticos de SP. Este es positivo con respecto a la línea base de lutitas, en arenas llenas con fluidos menos salados que los del pozo.

Registros de Resistividad por Inducción

Debido a que los constituyentes sólidos, son varias órdenes de magnitud más resistivos que los fluidos de poro en la mayoría de las rocas, la resistividad está controlada principalmente por la

conductividad de los fluidos de poro y por la cantidad y conectividad del espacio poroso (Hilchie, 1989).

La sonda de inducción consiste en una serie de bobinas transmisoras y receptoras, montadas sobre el eje de la sonda.

La corriente alterna de alta frecuencia de intensidad constante, enviada a través de la bobina del transmisor, produce un campo magnético alternante el cual a su vez, induce corrientes en la formación alrededor del pozo. Estas corrientes en la roca, fluyen en circuitos coaxiales con la sonda.

Debido a que la corriente alterna enviada por la bobina transmisora es de frecuencia y amplitud constante, es directamente proporcional a la conductividad de la formación. Esta última produce también un campo magnético que induce un voltaje a la bobina receptora, la cual es a su vez proporcional a los circuitos de corriente en la roca y por lo tanto, a la resistividad de la formación.

En formaciones homogéneas, con resistividad mayor de 100 ohm-m, la profundidad radial promedio explorada, es alrededor de 5 ft (1.5 m) y 2.5 ft (76 cm) para las curvas de inducción profunda (ILD) y media (ILM), respectivamente.

Aplicaciones:

Estimación de Porosidad

En sedimentos que no contienen arcilla u otros minerales conductores, la relación entre resistividad y porosidad ha sido cuantificada por la ley de Archie. Esta ley relaciona la resistividad con la porosidad vía la potencia inversa (Korvin, 2002a):

$$R = R_{\text{fluido}} \times \phi^{-2}$$

Definición de fronteras litológicas y cambios de textura

El registro de resistividad, junto con el registro acústico y de velocidad, es una valiosa herramienta para definir fronteras litológicas sobre intervalos sin núcleos. Como ejemplo, la disminución en resistividad hacia la parte superior de una unidad de carbonato, acoplado con una disminución de velocidad, permite interpretar esta unidad como una secuencia que tiende a ser más fina hacia arriba, principalmente en sedimentos de carbonato.

Registro de Micro- resistividad esféricamente enfocada (MSFL)

Utilizando sistemas de electrodos montados en un patín, la herramienta de micro resistividad enfocada, mide la resistividad de la zona lavada (R_{x0}). La medida de R_{x0} se emplea para calcular la saturación de agua en la zona lavada (S_{x0}) y cuando se utiliza con medidas de resistividad más profundas de otras herramientas, indica hidrocarburos móviles, detecta la resistividad verdadera de la formación (R_t) y estima el diámetro de invasión (d_i).

La herramienta de micro resistividad enfocada, tiene resolución vertical muy fina y es excelente para delimitar estratos delgados. La herramienta micro esféricamente enfocada se utiliza en lodos “dulces” y “salados” y se aplica en combinación con las herramientas Doble Laterolog y Doble Inducción.

Los registros de Caliper y Rayos Gamma, se registran rutinariamente con las mediciones de micro-resistividad enfocada (Hearst *et al*, 2000).

Registros de Resistividad Laterolog Somera (LLS) y Profunda (LLD)

Los instrumentos *Doble Laterolog* son herramientas de electrodos diseñados para producir medidas confiables de resistividad de la formación, en pozos con fluidos de perforación salinos. Operan “enfocando” una corriente de prospección dentro de la formación. Los instrumentos Doble Laterolog son superiores a los instrumentos de inducción en formaciones de alta resistividad (> 100 ohm-m).

El instrumento Doble Laterolog produce simultáneamente medidas de resistividad profunda (LLD) y somera (LLS). En ambos equipos, un haz de corriente de 2 pies de ancho (A_0) se concentra horizontalmente hacia la formación, utilizando corrientes de enfoque ($A_1 - A_2, A_1' - A_2'$). Dos electrodos de monitoreo (M_1, M_2, M_1', M_2') son parte de un circuito cerrado, que ajusta las corrientes de enfoque, de tal forma, que no hay flujo de corriente en el pozo entre los dos electrodos (Tittman, 1986).

Para la medida profunda, las corrientes de medición y de enfoque regresan a un electrodo remoto sobre la superficie; así, la profundidad de exploración mejora notablemente y el efecto de la conductividad del pozo y de las formaciones adyacentes, se reduce.

En el laterolog somero (LLS), en vez de lo anterior, los electrodos de retorno (que miden las corrientes de enfoque) están localizados sobre la sonda, y por lo tanto, la hoja de corriente retiene el enfoque sobre una distancia más corta que el laterolog profundo (Bassiouni, 1994).

El doble laterolog tiene un intervalo de respuesta de 0.2 a 40,000 ohm-m. La profundidad de investigación del laterolog, depende de la resistividad de la roca y del contraste de resistividad, entre la zona invadida por el fluido de perforación y la zona no invadida.

La resolución vertical de LLD Y LLS, depende de la geometría definida por los electrodos de enfoque, que es de aproximadamente dos pies (61 cm) (Johnson & Pile, 2002).

Aplicaciones: 2

Estimación de la Porosidad

Dentro de las aplicaciones de las técnicas arriba descritas, tenemos la estimación de la porosidad. Debido a la relación inversa entre resistividad y porosidad, el doble laterolog se utiliza para calcular la porosidad de la roca, mediante la ecuación de Archie, si los sedimentos o rocas no contienen arcilla o si la contribución de la conducción superficial a la señal, es despreciable (Rider, 1996).

Estimación de Fracturas

Las fracturas se estiman analizando la separación entre las mediciones somera y profunda, ya que la segunda es sensible únicamente a la presencia de rasgos conductores horizontales, mientras que la primera responde a estructuras conductoras horizontales y verticales.

Las curvas LLD y LLS aparecen normalmente sobre escalas logarítmicas, junto al registro de rayos gamma (Asquith & Gibson, 1993).

D.4 Registros de Rayos Gamma Naturales

El registro GR detecta la radiactividad natural del medio. En sedimentos, este registro refleja principalmente el contenido de lutita, porque los minerales que contienen isótopos radiactivos (el más común es el Potasio) tienden a concentrarse en arcillas y lutitas. Adicionalmente, la ceniza volcánica, el granito y algunos depósitos de sal, también proporcionan lecturas significativas de rayos gamma.

El registro funciona frecuentemente como sustituto del registro de potencial espontáneo (SP), para propósitos de correlación en pozos entubados, lodos conductores en agujero abierto, y para intervalos amplios de carbonatos (Labo, 1987).

El registro de espectrometría de rayos gamma naturales, mide la radiactividad natural de las rocas y permite determinar las concentraciones de Potasio, Torio y Uranio de la formación. La cantidad de Thorio, aumenta con la concentración de Aluminio en los minerales arcillosos.

Las cantidades altas de Uranio se asocian a las elevadas concentraciones de materia orgánica, debido a la tendencia del ión U a fijarse en el carbón orgánico dentro de los ambientes reductores.

Las arcillas muestran elevadas concentraciones de K, debido a los procesos de intemperismo.

Las interacciones anteriores indican que las cantidades de Th y K en las arcillas, permiten identificar el tipo de arcilla. Asimismo, la concentración de U ayuda a caracterizar las rocas generadoras.

El registro CGR, considera la suma de concentraciones de Torio y Potasio en la formación (Doveton, 1994).

D.5 Registro CALIPER

El registro de Calibrador, se utiliza para medir el diámetro del agujero en un pozo. Las mediciones referidas a la profundidad se manejan como un registro caliper. Las herramientas del registro tienen cuatro o más brazos (Schlumberger, 2004).

D.6 Registro Sónico (DT)

Es un registro del tiempo de llegada de ondas acústicas sobre una distancia unitaria y por lo tanto, el recíproco de la velocidad de la onda longitudinal (onda-P). También se le conoce como registro de velocidad acústica y registro de velocidad continua. Usualmente ambas variables se miden en microsegundos por pie. Se utiliza especialmente para la determinación de porosidad, por la relación de Wyllie (Korvin, 2002a):

$$\Delta T = \phi \Delta T_{\text{fluido}} + (1 - \phi) \Delta T_{\text{sólido}} .$$

El tiempo de tránsito del intervalo, se integra hacia abajo del pozo para obtener el tiempo de viaje total. Para el registro sónico compensado, se pulsan alternadamente dos transmisores y se promedian las medidas para cancelar errores, debido a las inclinaciones de la sonda o cambios en el tamaño del pozo.

La siguiente Tabla muestra la resolución vertical de cada registro y su alcance radial de exploración:

Herramientas de Registro (basado en Torres-Verdín, 2002)

Propiedad Petrofísica	Tipo de registro	Resolución vertical	Profundidad radial de exploración
Resistividad	Registro de Inducción (ILD)	80 cm	2.2 m
Resistividad	Laterolog (LLD)	80 cm	1.7 m
Radiactividad	Neutrón (NPHI)	40 cm	1.0 m
Radiactividad	Rayos gamma (GR)	30 cm	0.7 m
Radiactividad	Densidad (RHOB)	20 cm	0.5 m
Acústico	Sónico (DT)	60 cm	0.3 m
Resistividad	Micro resistividad (MSFL)	5 cm	0.3 m
Resistividad	Microlog	2 cm	0.3 m
Resistividad	Dípmetro	1 cm	.15 m

4.2 Bases Matemáticas

E. Movimiento Browniano Fraccionario

El movimiento Browniano fraccionario (fBm), es un proceso aleatorio auto-afín no-estacionario, definido por Mandelbrot & Van Ness (1968), en términos de

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H+0.5)} \left\{ \int_{-\infty}^0 \left[|t-h|^{H-0.5} - |h|^{H-0.5} \right] dB(h) + \int_0^t |t-h|^{H-0.5} dB(h) \right\}, \quad (4.5)$$

donde $B_H(t)$ es un proceso Gaussiano ordinario con media cero y varianza unitaria, H es el coeficiente de Hurst, t es tiempo, h el lag y $\Gamma(x)$ es la función gamma. La auto-afinidad implica

$$B_H(\lambda t) - B_H(0) = \lambda^H \{B_H(t) - B_H(0)\}. \quad (4.6)$$

El parámetro H ($0 < H < 1$), cuantifica la rugosidad de la curva $B_H(t)$. Para $H = 0.01$ la curva es muy rugosa, mientras que para $H = 0.99$, $B_H(t)$ tiende a ser una línea suave. Como ya se mencionó arriba, el coeficiente de Hurst, está relacionado con la dimensión fractal de Hausdorff de la curva por $D = 2 - H$.

Son varias las funciones estadísticas que describen al movimiento Browniano fraccionario. Entre ellas, se destacan por su importancia las siguientes.

La función de auto-correlación de un movimiento Browniano fraccionario es igual a (Fortin *et al.* 1992)

$$\rho_{B_H}(t, h) = \frac{1}{2} V_H \left\{ |t|^{2H} - |t-h|^{2H} + |h|^{2H} \right\} \quad (4.7)$$

donde

$$V_H = \Gamma(1-2H) \frac{\cos(\pi H)}{\pi H}. \quad (4.8)$$

La densidad espectral de potencia (PSD), no está definida para un proceso no-estacionario como el fBm, pero sí es posible la asignación para este de una PSD promediada en el tiempo (Flandrin, 1989). Por análisis tiempo-frecuencia convencional y haciendo uso del espectro de Wigner-Ville de una fBm,

$$W_{B_H}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{B_H}(t + 0.5\tau, t - 0.5\tau) e^{-jft} d\tau, \quad (4.9)$$

donde j es el número complejo $= \sqrt{-1}$ y se obtiene el espectro dependiente del tiempo

$$W_{B_H}(t, f) = \frac{1 - 2^{1-2H} \cos(2ft)}{|f|^{2H+1}}. \quad (4.10)$$

El promedio de la ec.(4.10), sobre un intervalo de tiempo infinitamente pequeño T ,

$$S_{B_H}(f, t) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \int_0^T W_{B_H}(t, f) dt, \quad (4.11)$$

da como resultado, la PSD promedio en el tiempo de un fBm como:

$$S_{B_H} = \frac{1}{|f|^{2H+1}}. \quad (4.12)$$

F. Ruido Gaussiano Fraccionario

El ruido Gaussiano fraccionario (fGn), escrito como la variable aleatoria $Z(x)$, es un proceso Gaussiano estacionario en un sentido estricto, producto de la derivada del movimiento Browniano fraccionario (fBm) como (Feder, 1988):

$$Z(x) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{B_H(x + \delta) - B_H(x)}{\delta}. \quad (4.13)$$

Esta función tiene media cero y una varianza

$$\text{Var} \left\{ \frac{B_H(x + \delta) - B_H(x)}{\delta} \right\} = V_H \delta^{2H-2}, \quad (4.14)$$

donde V_H está definida por la ec.(4.8).

De las propiedades fBm y su ecuación de autocorrelación (4.7), y utilizando la definición de fGn, es posible deducir la función de auto-correlación para la fGn (Hewett, 1986; Fortin *et al.* 1992):

$$\rho_Z(h) = \frac{V_H}{2\delta^2} \left[|h + \delta|^{2H} - 2|h|^{2H} + |h - \delta|^{2H} \right] \quad (4.15)$$

Para h (lags) grandes ($h \gg \delta$), la ecuación (4.15) se comporta como

$$\rho_z(h) = V_H H |h|^{2H-2}. \quad (4.16)$$

Tomando la transformada de Fourier de la Ec.(4.16), se obtiene la densidad espectral de potencia para el ruido Gaussiano fraccionario, ya que este proceso es estacionario (Fortín *et al.*, 1992):

$$S_{Z_H} = \frac{1}{|f|^{2H-1}}. \quad (4.17)$$

G. Determinación del exponente de Hurst y dimensiones fractales

Aplicando la rutina del análisis espectral de potencia, el paquete de cómputo BENOIT (1999) calcula el exponente $\beta = 2H + 1$ en la ec.(4.12), y si $1 < \beta < 3$ se llega al exponente de Hurst, para trazas auto-afines. El programa BENOIT, tiene varias opciones de análisis para fractales auto-afines, aplicando las siguientes técnicas: rango reescalado (R/S), espectros de potencia, rugosidad-longitud, variograma y ondículas, que calculan las dimensiones D_{rs} , D_s , D_r , D_v , y D_w , respectivamente.

H. Ley empírica de Hurst y el análisis de rango reescalado R/S

El exponente de Hurst (H) surgió de un problema hidrológico clásico. Hurst (1965), estudiando las inundaciones del río Nilo y otros problemas de almacenamiento de agua, trató de resolver el siguiente problema: ¿Cómo diseñar una presa que nunca se desborde y tampoco se seque? Basado en los registros de descarga del Lago Alberto, el autor citado estudió las descargas anuales en función del tiempo.

El volumen de agua de la presa depende de la cantidad ξ_t proveniente del lago, así como de la descarga anual regulada $\langle \xi \rangle$. Si el almacenamiento deseado es tal que la presa libera un volumen anual igual a la cantidad promedio del agua ingresada en un periodo dado, entonces el volumen liberado de la presa en un año, debería ser igual a

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{h} \sum_{t=1}^h \xi_t. \quad (4.18)$$

El valor acumulado de las diferencias entre el volumen de entrada ξ_t y el volumen promedio liberado $\langle \xi \rangle$, es $X(t,h)$,

$$X(t, h) = \sum_{u=1}^t [\xi_u - \langle \xi \rangle]. \quad (4.19)$$

El rango R , se define como la diferencias entre los valores máximo y mínimo de los X acumulados:

donde h es el periodo considerado y t es un valor entero de tiempo.

$$R(h) = \max_{1 \leq t \leq h} X(t, h) - \min_{1 \leq t \leq h} X(t, h), \quad (4.20)$$

Hurst comparó los rangos observados para diferentes fenómenos, tales como descargas de ríos, sedimentos y anillos de árboles. Utilizó la razón adimensional R/S , llamándola el rango reescalado, donde S es la desviación estándar, se obtuvo la siguiente relación general (Feder, 1988):

Para diversas series de tiempo, provenientes de observaciones de propiedades geofísicas, Hurst

$$S(h) = \left\{ \frac{1}{h} \sum_{t=1}^h [\xi_t - \langle \xi \rangle]^2 \right\}^{1/2}. \quad (4.21)$$

observó la regla empírica donde estableció que el rango reescalado crece con el tiempo como (Feder, 1988):

$$R(h) / S(h) = (h/2)^H, \quad (4.22)$$

donde para los H que cumplen con $0.5 < H < 1$, se tiene un comportamiento persistente (es decir, el incremento o la disminución observado localmente, tienden a continuar), mientras que $0 < H < 0.5$ implica un comportamiento anti-persistente (no hay tendencias claras para intervalos crecientes o decrecientes más largos) (Mandelbrot, 2002H).

I. Análisis Espectral de Potencia

Sea $P(k)$ el valor del espectro de potencia de un proceso fractal, a algún número de onda k ($k = 2\pi/\lambda$, donde λ es longitud de onda). Para estimar la dimensión fractal, se grafica el logaritmo de $P(k)$, versus el logaritmo de k . Se espera una línea recta con una pendiente negativa ($-b$), si la traza es auto-afín y la dimensión fractal estimada del espectro de potencia será (Peitgen & Saupe, 1988):

$$D_s = \frac{5-b}{2}. \quad (4.23)$$

J. El método de Rugosidad-Longitud

El método de la relación rugosidad-longitud, toma la desviación estándar ($S(h)$) o raíz cuadrática media (RMS), de la rugosidad de los datos en ventanas de tamaño h . Para una traza auto-afín, la rugosidad RMS medida en una ventana de tamaño h , crece con la longitud de la ventana como (Malinverno, 1990):

$$S(h) \approx h^H, \quad (4.24)$$

donde H es el exponente de Hurst. Técnicamente, la serie de datos de entrada se subdivide en un número de intervalos de longitud h , y en cada ventana - después de restar una tendencia lineal local - se calcula la rugosidad RMS. El procedimiento se repite para un número dado de longitudes de ventana y se grafican los logaritmos de las desviaciones estándar promedio ($\langle S(h) \rangle$), contra el logaritmo de h . Para una traza auto-afín, la línea es recta y su pendiente es igual al exponente de Hurst H . La dimensión fractal D_r estimada por la técnica de rugosidad RMS se obtiene de la misma relación discutida arriba:

$$D_r = 2 - H. \quad (4.25)$$

K. Método del Variograma

El valor esperado de la diferencia en cuadrado, entre dos valores de una traza $z(t)$ separados por una distancia h , se describe vía el variograma $2\gamma(h)$, también llamada "varianza de incrementos" o "función de estructura" (Goovaerts, 1997):

$$2\gamma(h) = \langle [z(t) - z(t+h)]^2 \rangle, \quad (4.26)$$

Los geostadísticos usan $\gamma(h)$, el llamado "semivariograma", donde h es la distancia de separación, referida como el "lag" (o el paso de semivariograma). Para obtener una relación entre $2\gamma(h)$ y el exponente de Hurst, se considera una traza de fBm. La diferencia $z(h)-z(0)$, es normalmente distribuida con una varianza $S^2(h)$ (donde S es la desviación estándar). Para una traza auto-afín de la Ec.(4.24) se obtiene:

$$2\gamma(h) \approx h^{2H}, \quad (4.27)$$

si h es menor que la distancia, a la cual el variograma alcanza su meseta constante (Goovaerts, 1997). Técnicamente, las diferencias cuadradas promedio, entre todos los posibles pares de puntos separados por una distancia h , se calculan utilizando la Ec.(4.26), para un número dado de longitudes de ventana. Posteriormente, los logaritmos de $2\gamma(h)$ se grafican versus $\log h$. Para los valores de h no muy grandes, este gráfico debería aproximarse a una línea recta, cuya pendiente para una traza auto-afín, será igual a dos veces el exponente de Hurst. La dimensión fractal D_v estimada del variograma, se obtiene de la misma manera como en el caso de las técnicas discutidas anteriormente: $D_v = 2 - H$.

L. Método de Wavelets (ondículas, ondoletas)

A través del análisis ondicular (Burrus *et al.*, 1998), una traza auto-afín se descompone en el espacio tiempo–frecuencia, de tal modo que puedan determinarse las tendencias dominantes de su variabilidad a lo largo del tiempo y de acuerdo a la frecuencia de los datos. Este análisis también es aplicable a trazas no-estacionarias. Si el espectro de potencia ondicular, refiriéndose a la frecuencia, cumple con la ley de potencia, esto indica propiedades fractales de la traza.

Sean a_i los diferentes coeficientes de escalamiento ($a_i = 2^i$ donde $i = 0, 1, 2, 3$) para n transformadas ondiculares (conjuntos de Benoit, $n = 4$, la ondícula madre es una función escalón) (Benoit, 1999).

Abarcando las desviaciones estándar desde cero, de los coeficientes de escalamiento respectivos S_1, S_2, \dots, S_n ; se definen las funciones G_1, G_2, \dots, G_{n-1} para que simbolicen la razón de las desviaciones estándar: $G_1 = S_1/S_2, G_2 = S_2/S_3, \dots, G_{n-1} = S_{n-1}/S_n$.

Posteriormente, se calcula el valor promedio de las G_i ,

$$G_{prom} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} G_i.$$

El programa BENOIT (Seffens, 1999), contiene una función heurísticamente definida f , la cual establece una relación aproximada entre el exponente de Hurst H y G_{prom} en la forma $H = f(G_{prom})$, para trazas estocásticas auto-afines.

Finalmente, la dimensión fractal ondicular se calculó como $D_w = 2 - H$.

4.3 Metodología

Las técnicas del análisis fractal descritas arriba, se aplicaron al análisis de varios registros geofísicos en 22 pozos del yacimiento carbonatado de Cantarell.

El análisis fractal abarcó los registros de porosidad [neutrón (NPHI) (Figura 4.1), densidad volumétrica (RHOB), tiempo de tránsito de la onda-P (DT)], radiactividad natural [rayos gamma (GR), Uranio (URAN), Torio (THOR), Potasio (POTA)], resistividad [microesférico enfocado (MSFL), laterolog superficial (LLS) y laterolog profundo (LLD)] para los pozos del 1 al 22.

Para diseñar y calibrar el marco metodológico, se analizó en primer instancia al pozo uno, se trazó el procedimiento de estudio que se generalizó posteriormente al conjunto de los pozos disponible.

El intervalo de profundidad analizada fluctuó entre 1975 m y 3050 m (pozo 1) y correspondió a cinco unidades geológicas: Brecha Terciaria - Cretácico Superior, Cretácico Medio y Cretácico Inferior (BTPKS, KM, KI), Jurásico Superior Titoniano y Jurásico Superior Kimeridgiano (JST, JSK), del yacimiento naturalmente fracturado.

De los registros geofísicos se extrajeron los exponentes de Hurst y dimensiones fractales aplicando el software BENOIT (Seffens, 1999).

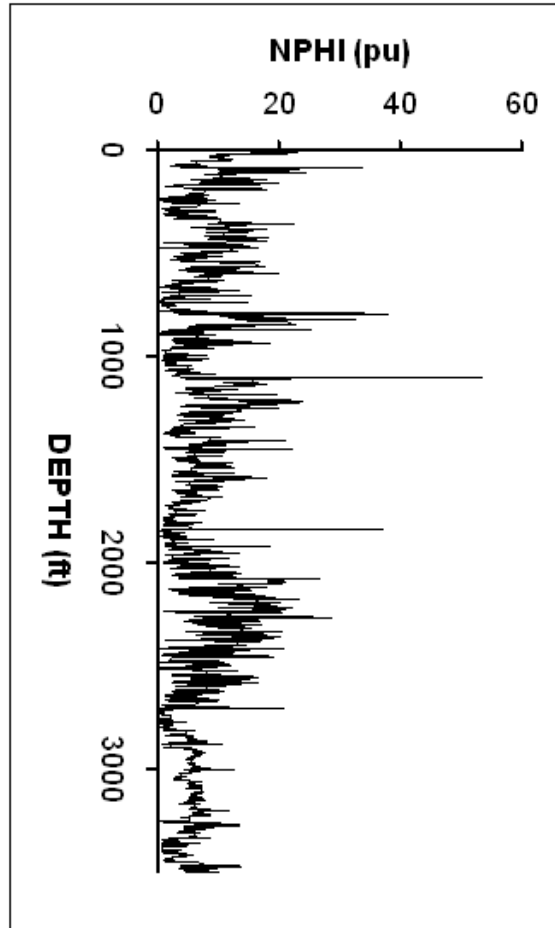


Figura 4.1. Ejemplo de un registro de porosidad neutrón, correspondiente al pozo 1

4.4 Resultados

En la Tabla 4.1 se presentan datos del exponente de Hurst (H) y dimensión fractal (D) de registros del pozo 1, para las capas geológicas mencionadas, obtenidos por las cinco técnicas fractales de interés. Los datos abarcan los registros importantes para la presente investigación: porosidad neutrón (NPHI), densidad (RHOB), tiempo de viaje sónico (DT) [y su inversa, velocidad sónica ($1/DT$)], rayos gamma naturales (GR), laterolog superficial (LLS), laterolog profundo (LLD), resistividad micro-esféricamente enfocada (MSFL), caliper (CALI), potencial espontáneo (SP), factor fotoeléctrico (PEF), densidad corregida (DRHO), potasio (POTA), torio (THOR), uranio (URAN) y rayos gamma calculados (CGR).

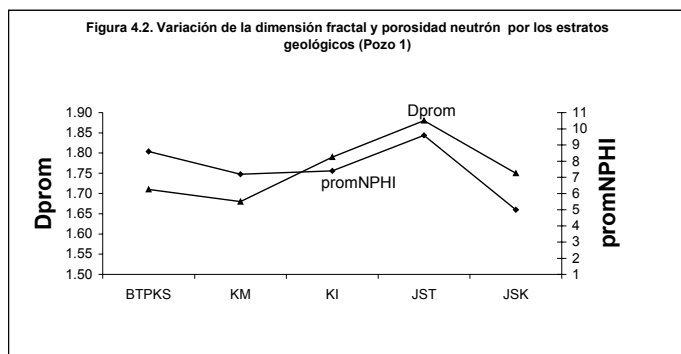


Figura 4.2. Variación de la dimensión fractal y porosidad neutrón por los estratos geológicos (pozo 1).

Debido a la diversidad de los valores de las dimensiones fractales, estimadas por diferentes técnicas, decidimos (Korvin, 2002; Arizabalo *et al.*, 2004) para la interpretación de los resultados, utilizar el valor promedio de la dimensión fractal (D_{prom}), del registro de porosidad (NPHI).

Para el registro NPHI, las dimensiones promedio, modeladas con el movimiento Browniano fraccionario (fBm), para las diferentes capas geológicas fueron: 1.71 (BTPKS), 1.68 (KM), 1.79 (KI), 1.88 (JST), y 1.75 (JSK). Las porosidades promedio en porcentaje (ϕ_{prom}) para los mismos estratos son: 8.6 (BTPKS), 7.2 (KM), 7.4 (KI), 9.6 (JST), y 5.0 (JSK), respectivamente.

La Figura 4.2 muestra la correlación entre D_{prom} y ϕ_{prom} . Se observa que para el registro NPHI existe una correlación positiva, entre la dimensión fractal y la porosidad promedio de cada capa. Sin embargo, el coeficiente de correlación (0.45) llega a ser notablemente mayor (0.72), cuando las dimensiones de variograma y ondícula se excluyen del análisis (Tabla 4.2 a, b).

Dejando fuera D_v y D_w , las dimensiones fractales promedio llegan a ser: 1.70 (BTPKS), 1.66 (KM), 1.75 (KI), 1.84 (JST), 1.67 (JSK), mostrando (Fig. 4.3) un mejor ajuste entre ϕ_{prom} y las dimensiones promedio D_{prom} , $D_{R/S}$, D_s , y D_r .

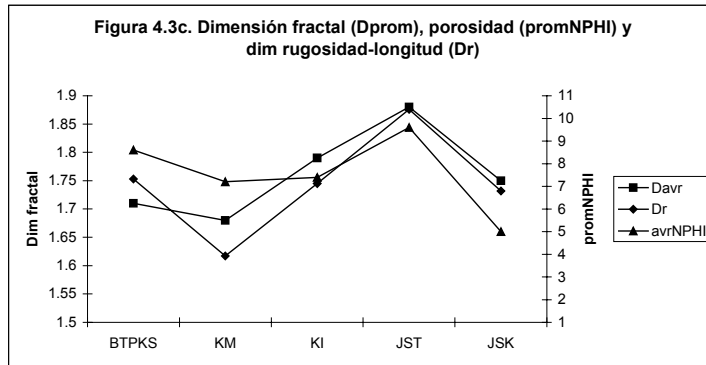
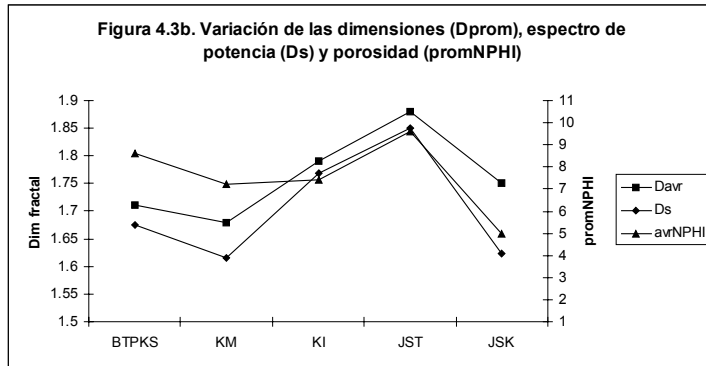
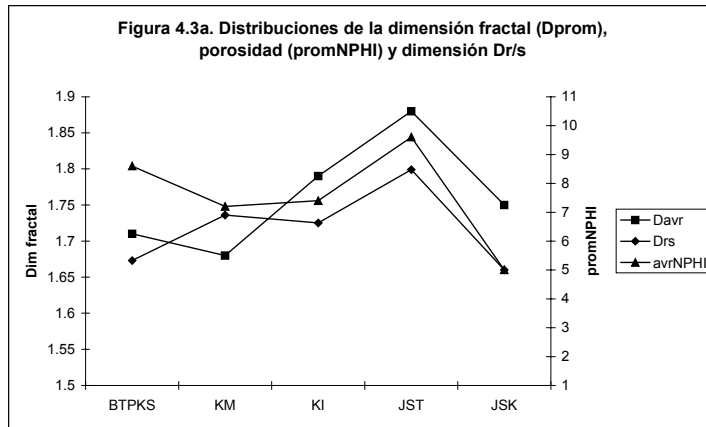


Figura 4.3. (a) Distribuciones de la dimensión fractal (D_{prom}), porosidad ($promNPHI$) y dimensión $D_{r/s}$. (b) Variación de las dimensiones (D_{prom}), espectro de potencia (D_s) y porosidad ($promNPHI$). (c) Dimensión fractal (D_{prom}), porosidad ($promNPHI$) y dimensión Rugosidad-Longitud (D_r).

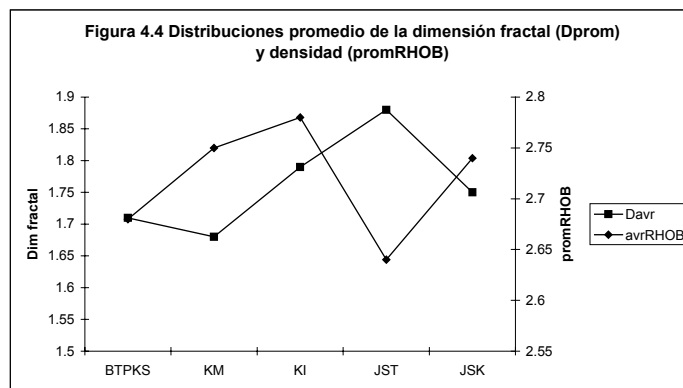


Figura 4.4. Distribuciones promedio de la dimensión fractal (D_{prom}) y densidad ($promRHOB$).

La Tabla 4.2-c y la Figura 4.4 muestran correlación negativa entre la dimensión fractal promedio y la densidad volumétrica (-0.25). Esto significa que D_{prom} aumenta cuando $RHOB$ disminuye, e inversamente. Debido a que

$$RHOB = \phi RHO_{fluido} + (1 - \phi) RHO_{roca} \quad ,$$

$RHOB$ y ϕ están inversamente relacionadas. Entonces, una correlación negativa con $RHOB$, corresponde a una correlación positiva con la porosidad, como ya se mencionó en el caso previo. La Tabla 4.2-d y la Figura 4.5 muestran una correlación baja entre la dimensión fractal promedio y el registro de rayos gamma (0.1).

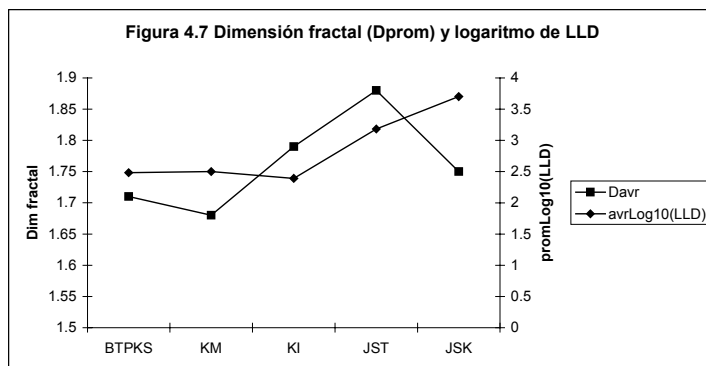
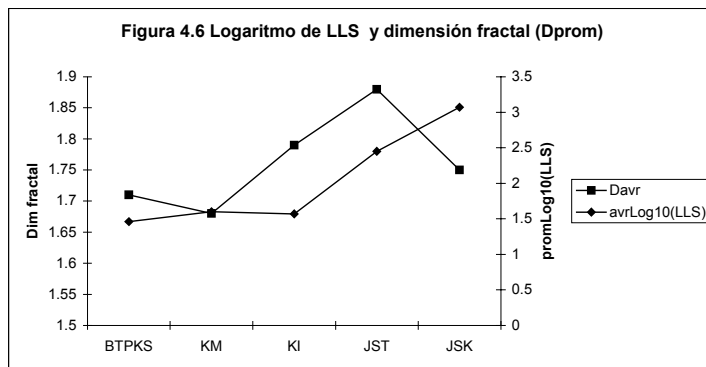
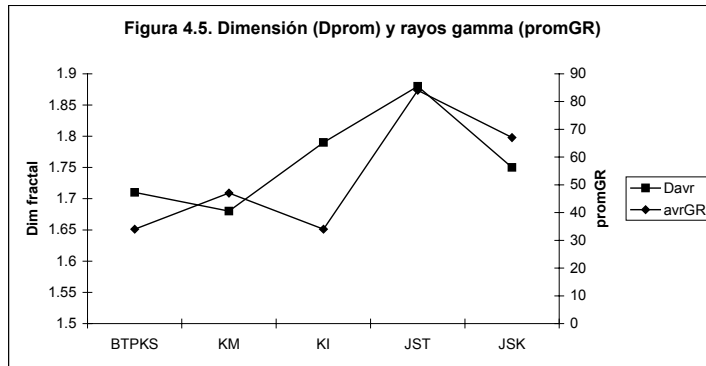


Figura 4.5. Dimensión fractal promedio (D_{prom}) y rayos gamma ($_{prom}GR$).

Figura 4.6. Dimensión fractal promedio (D_{prom}) y logaritmo de LLS.

Figura 4.7. Dimensión fractal promedio (D_{prom}) y logaritmo de LLD.

Debido a que el registro de rayos gamma es diseñado y utilizado para identificar arcilla, y los materiales carbonatados analizados en el presente trabajo la tienen en una concentración mínima, el registro de rayos gamma no mostró una relación con la porosidad que supuestamente controla D_{prom} .

La Figura 4.6 y la Tabla 4.2-e, muestran buena correlación negativa entre $\log_{10}(LLS)$ y la dimensión fractal promedio (-0.61). Debido al hecho de que el contenido de fluido no cambia, la resistividad depende de la porosidad en forma inversa $\sim 1/\phi^2$ (por la primera y segunda ley de Archie) (Boyer, 1999). Consecuentemente, la resistividad tiene correlación inversa con la porosidad, que a su vez, se correlaciona positivamente con D_{prom} .

Finalmente, la Figura 4.7 y la Tabla 4.2-f, muestran correlación negativa entre $\log_{10}(LLD)$ y la dimensión fractal promedio (-0.6). La explicación es similar a la anterior. Los valores idénticos para el coeficiente de correlación, implican que no ha habido invasión seria de los fluidos de perforación, o que el LLD fue corregido para las zonas lavada e invadida.

La correlación entre los registros promedio es pobre, excepto entre GR y LLS; GR y LLD; LLS y LLD (Tabla 4.3a). La razón física de la correlación entre LLS y LLD ya se explicó arriba y aún si hay invasión, también se ajusta a la ley de Archie

$$R_{roca} = \frac{R_{fluido}}{\phi^2}, \quad (4.28)$$

es decir, las resistividades en las zonas invadida e intacta tienen que ser proporcionales.

Si el registro de rayos gamma aumenta, implica la presencia de una mayor cantidad de minerales diagenéticos de arcilla. Estos minerales, bloquean el camino de los acarreadores de carga eléctrica de conducción. Entonces, si la radiación gamma natural aumenta, esto significa que los minerales de arcilla son más abundantes, lo que, a su vez, provoca el aumento de la resistividad (Korvin, 2002b; Bassiouni, 1994).

Tabla 4.1. Coeficientes de Hurst (H) y Dimensión fractal (D) de los registros geofísicos del Pozo 1.

Registro	Análisis	BTPKS	KM	KI	JST	JSK
		H (D)	H (D)	H (D)	H (D)	H (D)
NPHI	R/S	0.327 (1.673)	0.264 (1.736)	0.275 (1.725)	0.201 (1.799)	0.340 (1.660)
	Power spectra	0.324 (1.676)	0.385 (1.615)	0.232 (1.768)	0.150 (1.850)	0.376 (1.624)
	Roughness-L	0.247 (1.753)	0.383 (1.617)	0.255 (1.745)	0.124 (1.876)	0.268 (1.732)
	Variogram	0.166 (1.834)	0.139 (1.861)	0.084 (1.916)	0.121 (1.879)	0.139 (1.861)
	Wavelets	0.369 (1.631)	0.442 (1.558)	0.219 (1.781)	0.005 (1.995)	0.131 (1.869)
RHOB	R/S	0.296 (1.704)	0.228 (1.772)	0.262 (1.738)	0.252 (1.748)	0.274 (1.726)
	Power spectra	0.248 (1.752)	0.176 (1.824)	0.165 (1.835)	0.135 (1.865)	0.322 (1.678)
	Roughness-L	0.213 (1.787)	0.326 (1.674)	0.182 (1.818)	0.101 (1.899)	0.181 (1.819)
	Variogram	0.098 (1.902)	0.121 (1.879)	0.050 (1.950)	0.030 (1.970)	0.086 (1.914)
	Wavelets	0.238 (1.762)	0.399 (1.601)	0.069 (1.931)	0.132 (1.868)	0.036 (1.964)
DT	R/S	N.D.	N.D.	N.D.	0.184 (1.816)	0.256 (1.744)
	Power spectra				0.265 (1.735)	0.055 (1.945)
	Roughness-L				0.176 (1.824)	0.160 (1.840)
	Variogram				0.153 (1.847)	0.143 (1.857)
	Wavelets				0.419 (1.581)	0.072 (1.928)
1/DT	R/S	N.D.	N.D.	N.D.	0.191 (1.809)	0.249 (1.751)
	Power spectra				0.245 (1.755)	0.056 (1.944)
	Roughness-L				0.170 (1.830)	0.166 (1.834)
	Variogram				0.128 (1.872)	0.155 (1.845)
	Wavelets				0.426 (1.574)	0.081 (1.919)
GR	R/S	0.281 (1.719)	0.214 (1.786)	0.289 (1.711)	0.147 (1.853)	0.311 (1.689)
	Power spectra	0.218 (1.782)	0.086 (1.914)	0.033 (1.967)	0.035 (1.965)	0.224 (1.776)
	Roughness-L	0.193 (1.807)	0.291 (1.709)	0.184 (1.816)	0.088 (1.912)	0.233 (1.767)
	Variogram	0.154 (1.846)	0.139 (1.861)	0.033 (1.967)	0.090 (1.910)	0.196 (1.804)
	Wavelets	0.113 (1.887)	0.232 (1.768)	0.054 (1.946)	0.184 (1.816)	0.230 (1.770)
LLS	R/S	0.389 (1.611)	0.327 (1.673)	0.275 (1.725)	0.273 (1.727)	0.567 (1.433)
	Power spectra	0.330 (1.670)	0.436 (1.564)	0.226 (1.774)	0.397 (1.603)	0.421 (1.579)
	Roughness-L	0.298 (1.702)	0.399 (1.601)	0.341 (1.659)	0.292 (1.708)	0.380 (1.620)
	Variogram	0.226 (1.774)	0.306 (1.694)	0.137 (1.863)	0.162 (1.838)	0.288 (1.712)
	Wavelets	0.395 (1.605)	0.474 (1.526)	0.489 (1.511)	0.491 (1.509)	0.514 (1.486)
LLD	R/S	0.381 (1.619)	0.328 (1.672)	0.241 (1.759)	0.302 (1.698)	0.438 (1.562)
	Power spectra	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.281 (1.719)
	Roughness-L	0.335 (1.665)	0.352 (1.648)	0.319 (1.681)	0.079 (1.921)	0.450 (1.550)
	Variogram	0.056 (1.944)	0.039 (1.961)	-0.007	0.008 (1.992)	0.250 (1.750)
	Wavelets	0.170 (1.830)	0.161 (1.839)	0.268 (1.732)	0.004 (1.996)	0.616 (1.384)
MSFL	R/S	0.358 (1.642)	0.145 (1.855)	0.355 (1.645)	0.114 (1.886)	0.147 (1.853)
	Power spectra	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)
	Roughness-L	0.217 (1.783)	-0.019 (2.019)	0.158 (1.842)	0.042 (1.958)	0.187 (1.813)
	Variogram	0.027 (1.973)	0.025 (1.975)	-0.008 (2.008)	0.021 (1.979)	0.112 (1.888)
	Wavelets	0.392 (1.608)	0.187 (1.813)	0.246 (1.754)	0.229 (1.771)	0.013 (1.987)

CALI	R/S	0.296 (1.704)	0.325 (1.675)	0.284 (1.716)	0.482 (1.518)	0.527 (1.473)
	Power spectra	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.179 (1.821)	0.405 (1.595)
	Roughness-L	0.211 (1.789)	0.116 (1.884)	0.148 (1.852)	0.520 (1.480)	0.531 (1.469)
	Variogram	0.121 (1.879)	0.057 (1.943)	0.026 (1.974)	0.306 (1.694)	0.446 (1.554)
	Wavelets	0.100 (1.900)	0.343 (1.657)	0.265 (1.735)	0.541 (1.459)	0.618 (1.382)
SP	R/S	0.525 (1.475)	0.357 (1.643)	0.332 (1.668)	0.291 (1.709)	N.D.
	Power spectra	0.407 (1.593)	0.237 (1.763)	0.384 (1.616)	0.497 (1.503)	
	Roughness-L	0.545 (1.455)	0.405 (1.595)	0.290 (1.710)	0.277 (1.723)	
	Variogram	0.316 (1.684)	0.240 (1.760)	0.324 (1.676)	0.499 (1.501)	
	Wavelets	0.636 (1.364)	0.374 (1.626)	0.402 (1.598)	0.559 (1.441)	
PEF	R/S	0.277 (1.723)	0.146 (1.854)	0.129 (1.871)	0.205 (1.795)	0.267 (1.733)
	Power spectra	0.063 (1.937)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.057 (1.943)	0.000 (2.000)
	Roughness-L	0.265 (1.735)	0.151 (1.849)	0.043 (0.957)	0.096 (1.904)	0.189 (1.811)
	Variogram	0.131 (1.869)	0.037 (1.963)	0.023 (1.977)	0.135 (1.865)	0.099 (1.901)
	Wavelets	0.228 (1.772)	0.301 (1.699)	0.266 (1.734)	0.138 (1.862)	0.049 (1.951)
DRHO	R/S	0.316 (1.684)	0.319 (1.681)	0.276 (1.724)	0.306 (1.694)	0.184 (1.816)
	Power spectra	0.000 (2.000)	0.049 (1.951)	0.144 (1.856)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)
	Roughness-L	0.244 (1.756)	0.402 (1.598)	0.282 (1.718)	0.193 (1.807)	0.096 (1.904)
	Variogram	0.047 (1.953)	0.099 (1.901)	0.170 (1.830)	0.091 (1.909)	0.079 (1.921)
	Wavelets	0.282 (1.718)	0.485 (1.515)	0.165 (1.835)	0.193 (1.807)	0.206 (1.794)
POTA	R/S	0.283 (1.717)	0.212 (1.788)	0.303 (1.697)	0.131 (1.869)	0.336 (1.664)
	Power spectra	0.108 (1.892)	0.268 (1.732)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.146 (1.854)
	Roughness-L	0.193 (1.807)	0.374 (1.626)	0.201 (1.799)	0.080 (1.920)	0.270 (1.730)
	Variogram	0.137 (1.863)	0.203 (1.797)	0.038 (1.962)	0.099 (1.901)	0.204 (1.796)
	Wavelets	0.173 (1.827)	0.392 (1.608)	0.247 (1.753)	0.024 (1.976)	0.365 (1.635)
THOR	R/S	0.197 (1.803)	0.192 (1.808)	0.234 (1.766)	0.165 (1.835)	0.325 (1.675)
	Power spectra	0.000 (2.000)	0.134 (1.866)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.197 (1.803)
	Roughness-L	0.146 (1.854)	0.313 (1.687)	0.167 (1.833)	0.121 (1.879)	0.291 (1.709)
	Variogram	0.075 (1.925)	0.135 (1.865)	0.049 (1.951)	0.089 (1.911)	0.223 (1.777)
	Wavelets	0.060 (1.940)	0.282 (1.718)	0.068 (1.932)	0.010 (1.990)	0.337 (1.663)
URAN	R/S	0.355 (1.675)	0.287 (1.713)	0.317 (1.683)	0.247 (1.753)	0.441 (1.559)
	Power spectra	0.104 (1.896)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.011 (1.989)	0.232 (1.768)
	Roughness-L	0.302 (1.698)	0.283 (1.717)	0.299 (1.701)	0.202 (1.798)	0.489 (1.511)
	Variogram	0.185 (1.815)	0.151 (1.849)	0.094 (1.906)	0.135 (1.865)	0.217 (1.783)
	Wavelets	0.392 (1.608)	0.447 (1.553)	0.364 (1.636)	0.141 (1.859)	0.521 (1.479)
CGR	R/S	0.263 (1.737)	0.204 (1.796)	0.316 (1.684)	0.127 (1.873)	0.310 (1.690)
	Power spectra	0.078 (1.922)	0.258 (1.742)	0.000 (2.000)	0.000 (2.000)	0.188 (1.812)
	Roughness-L	0.188 (1.812)	0.352 (1.648)	0.201 (1.799)	0.089 (1.911)	0.267 (1.733)
	Variogram	0.128 (1.872)	0.197 (1.803)	0.041 (1.959)	0.102 (1.898)	0.234 (1.766)
	Wavelets	0.129 (1.871)	0.358 (1.642)	0.160 (1.840)	0.058 (1.942)	0.287 (1.713)

A continuación, discutiremos el comportamiento de la dimensión fractal promedio, para todos los registros analizados, comenzando con el estrato BTPKS.

Tabla 4.2. Coeficientes de correlación entre dimensiones fractales y valores promedio de registros geofísicos de pozo.

		D_{prom}	ϕ_{prom}	D_{rs}	D_s	D_r	D_v	D_w
a)	D_{prom}	1.00						
	ϕ_{prom}	0.45	1.00					
	D_{rs}	0.65	0.68	1.00				
	D_s	0.92	0.71	0.74	1.00			
	D_r	0.90	0.56	0.43	0.85	1.00		
	D_v	0.54	-0.00	0.45	0.56	0.19	1.00	
	D_w	0.91	0.11	0.38	0.68	0.84	0.40	1.00
		D_{prom}	ϕ_{prom}	D_{rs}	D_s	D_r	No D_v	No D_w
b)	D_{prom}	1.00						
	ϕ_{prom}	0.72	1.00					
	D_{rs}	0.77	0.68	1.00				
	D_s	0.99	0.71	0.74	1.00			
	D_r	0.88	0.56	0.43	0.85	1.00		
		D_{prom}	$prom.RHOB$	D_{rs}	D_s	D_r	D_v	D_w
c)	D_{prom}	1.00						
	$prom.RHOB$	-0.25	1.00					
	D_{rs}	-0.11	0.23	1.00				
	D_s	0.29	-0.17	0.60	1.00			
	D_r	0.92	-0.53	-0.37	0.09	1.00		
	D_v	0.98	-0.34	-0.05	0.46	0.90	1.00	
D_w	0.81	0.04	-0.45	-0.29	0.79	0.69	1.00	
		D_{prom}	$prom.GR$	D_{rs}	D_s	D_r	D_v	D_w
d)	D_{prom}	1.00						
	$prom.GR$	0.10	1.00					
	D_{rs}	0.54	0.59	1.00				
	D_s	0.84	0.14	0.62	1.00			
	D_r	0.75	0.48	0.47	0.37	1.00		
	D_v	0.91	-0.19	0.28	0.87	0.47	1.00	
D_w	0.58	-0.62	-0.30	0.25	0.36	0.70	1.00	
		D_{prom}	$prom.LLS$	D_{rs}	D_s	D_r	D_v	D_w
e)	D_{prom}	1.00						
	$prom.LLS$	-0.61	1.00					
	D_{rs}	0.83	-0.63	1.00				
	D_s	0.77	-0.52	0.41	1.00			
	D_r	0.71	-0.15	0.39	0.38	1.00		
	D_v	0.90	-0.21	0.64	0.76	0.72	1.00	
D_w	0.35	-0.68	0.15	0.22	0.47	0.00	1.00	
		D_{prom}	$prom.LLD$	D_{rs}	D_s	D_r	D_v	D_w
f)	D_{prom}	1.00						
	$prom.LLD$	-0.60	1.00					
	D_{rs}	0.78	-0.61	1.00				
	D_s	0.94	-0.83	0.74	1.00			
	D_r	0.83	-0.05	0.53	0.58	1.00		
	D_v	0.96	-0.77	0.87	0.97	0.65	1.00	
D_w	0.96	-0.54	0.60	0.91	0.82	0.88	1.00	

A partir de este último, D_{prom} cae ligeramente (KM), después crece (KI), aumenta de nuevo (JST) y finalmente cae (JSK).

En la Tabla 4.3-b, vemos una buena correlación entre las dimensiones fractales promedio, para la porosidad neutrón y la densidad (0.95); y también para la porosidad neutrón y rayos gamma (0.74). Sin embargo, existe pobre correlación entre las dimensiones fractales promedio para LLS (0.45) y LLD (0.41). Del mismo modo, la dimensión fractal promedio para GR, se correlaciona con la dimensión fractal promedio para RHOB (0.67), LLS (0.89), y LLD (0.85).

Tabla 4.3. Valores promedio de registros y dimensiones fractales por estrato.

<i>prom. PHI</i>	<i>prom. RHOB</i>	<i>prom. GR</i>	<i>prom. log₁₀ (LLS)</i>	<i>prom. log₁₀ (LLD)</i>	<i>Estrato</i>
8.6	2.68	34	1.46	2.48	BTPKS
7.2	2.75	47	1.6	2.5	KM
7.4	2.78	34	1.57	2.39	KI
9.6	2.64	84	2.45	3.18	JST
5	2.74	67	3.07	3.7	JSK

a)

	<i>prom. PHI</i>	<i>prom. RHOB</i>	<i>prom. GR</i>	<i>prom. log₁₀ (LLS)</i>	<i>prom. log₁₀ (LLD)</i>
<i>prom. PHI</i>	1				
<i>prom. RHOB</i>	-0.7	1			
<i>prom. GR</i>	0.08	-0.56	1		
<i>prom. log₁₀ (LLS)</i>	-0.45	-0.19	0.81	1	
<i>prom. log₁₀ (LLD)</i>	-0.43	-0.25	0.8	0.99	1

<i>prom. dim. NPHI</i>	<i>prom. dim. RHOB</i>	<i>prom. dim. GR</i>	<i>prom. dim. LLS</i>	<i>prom. dim. LLD</i>
1.71	1.78	1.81	1.67	1.81
1.68	1.75	1.8	1.61	1.82
1.79	1.85	1.88	1.71	1.84
1.88	1.87	1.89	1.68	1.92
1.75	1.82	1.76	1.56	1.59

b)

	<i>prom. dim. NPHI</i>	<i>prom. dim. RHOB</i>	<i>prom. dim. GR</i>	<i>prom. dim. LLS</i>	<i>prom. dim. LLD</i>
<i>prom. dim. NPHI</i>	1				
<i>prom. dim. RHOB</i>	0.95	1			
<i>prom. dim. GR</i>	0.74	0.67	1		
<i>prom. dim. LLS</i>	0.45	0.44	0.89	1	
<i>prom. dim. LLD</i>	0.41	0.22	0.85	0.82	1

4.5 Modelado de los registros geofísicos de pozo en forma de ruidos fractales

En esta sección, tomaremos en cuenta el valor de β , en el análisis del tipo espectro de potencias del software BENOIT. Si $-1 < \beta < 1$, modelando el registro como ruido Gaussiano fraccionario (fGn), donde $\beta = 2H - 1$. Si $1 < \beta < 3$, se modelará el registro como movimiento Browniano fraccionario (fBm), es decir $\beta = 2H + 1$.

En la sección anterior, la Tabla 4.1 se construyó modelando los registros como fBm, ya que el valor de β fue mayor que uno para NPHI, DT y LLS. Tratándose de RHOB, el valor de esta variable fue mayor que uno en KM, KI, JSK. Para el registro de rayos gamma, beta fue mayor que uno en KS, KM y JSK. Finalmente, para LLD, sólo fue mayor a uno en JSK.

Es importante señalar que en el método de espectro de potencias, la gráfica Log(densidad espectral) vs Log(frecuencia), muestra dos pendientes, una para frecuencias bajas ($\beta = 2H - 1$), y la otra para frecuencias altas ($\beta = 2H + 1$). El punto de intersección entre ambas, define la resolución de la herramienta. Este punto debe calcularse, con el fin de considerar si la herramienta geofísica, logra diferenciar estratos con separación de un pie (1 ft), dos pies (2 ft), o más.

El programa BENOIT, permite al usuario eliminar gráficamente aquellos puntos que se localizan, a la derecha de la frecuencia máxima de resolución, dando en las frecuencias experimentales, una pendiente β adecuada.

En nuestro caso, la frecuencia de intersección (f') se calculó aplicando el procedimiento de Hardy (1992), quien considera una ecuación trascendental,

$$\log \left[\frac{\text{sen}(\pi f L)}{\pi f} \right] = (1 - \varepsilon) \log L \quad (4.29)$$

pero $\varepsilon = 0.05$, $1 - \varepsilon \approx 0.95$

$$\left[\frac{\text{sen}(\pi f L)}{\pi f} \right] = L^{0.95}$$

$L \approx 1 \text{ ft}$

f'	L (ft)	Sen($\pi \cdot 57.2957 \text{ f' L}$) / ($\pi \text{ f'}$)	L^{0.95}	Diferencia
0.1	0.5	0.4979	0.5176	-0.0197
	1.0 (valor)	0.9836	1.0000	-0.0164 (mínimo)
	1.5	1.4451	1.4699	-0.0248
	2.0	1.8709	1.9318	-0.0609

La Tabla 4.4, muestra los resultados del análisis fractal de los registros geofísicos, modelados como ruido Gaussiano fraccionario (fGn), obtenida al considerar primero el método espectro de potencia, donde el valor de beta fue menor que uno, considerando la pendiente para frecuencias bajas (menores que $f' = 0.1$), en el gráfico Log(densidad espectral) vs Log(frecuencia).

Tabla 4.4. Estimación del coeficiente de Hurst (H) y dimensión fractal (D) de los Registros del pozo 1 modelados como movimiento Browniano fraccionario (fBm). En este tipo de ruido se cumple $1 < \beta < 3$. Los valores superiores a la frecuencia 0.1 no fueron considerados en el gráfico Log(densidad espectral) vs Log(frec).

Registro	Análisis	KS	KM	KI	JST	JSK
		H (D)	H (D)	H (D)	H (D)	H (D)
		788 datos	311 datos	771 datos	772 datos	886 datos
NPHI	R/S	0.99 (1.01)	0.933 (1.067)	0.882 (1.118)	0.845 (1.155)	0.938 (1.062)
	Power spectra	0.958 (1.042)	0.984 (1.016)	0.959 (1.041)	0.953 (1.047)	0.958 (1.042)
	Roughness-L	1.058 (0.942)	0.886 (1.114)	1.034 (0.966)	0.813 (1.187)	0.931 (1.069)
	Variogram	0.858 (1.142)	0.913 (1.087)	0.822 (1.178)	0.877 (1.123)	0.860 (1.140)
	Wavelets	0.956 (1.044)	0.979 (1.021)	0.995 (1.005)	0.732 (1.268)	0.938 (1.062)
RHOB	R/S	0.859 (1.141)	0.859 (1.141)	0.816 (1.184)	0.732 (1.268)	0.837 (1.163)
	Power spectra	0.792 (1.208)	0.988 (1.012)	0.856 (1.144)	0.604 (1.396)	0.938 (1.062)
	Roughness-L	0.851 (1.149)	0.960 (1.040)	0.871 (1.129)	0.698 (1.302)	0.799 (1.201)
	Variogram	0.810 (1.190)	0.900 (1.100)	0.794 (1.206)	0.736 (1.264)	0.869 (1.131)
	Wavelets	0.898 (1.102)	0.979 (1.021)	0.951 (1.049)	0.763 (1.237)	0.878 (1.122)
DT	R/S	N.D.	N.D.	N.D.	0.982 (1.018)	1.027 (0.973)
	Power spectra				0.881 (1.119)	0.997 (1.003)
	Roughness-L				0.841 (1.159)	1.017 (0.983)
	Variogram				0.947 (1.053)	0.858 (1.142)
	Wavelets				0.886 (1.114)	0.983 (1.017)
1/DT	R/S	N.D.	N.D.	N.D.	0.967 (1.033)	1.032 (0.968)
	Power spectra				0.942 (1.058)	0.992 (1.008)
	Roughness-L				0.833 (1.167)	1.035 (0.965)
	Variogram				0.938 (1.062)	0.853 (1.147)
	Wavelets				0.875 (1.125)	0.976 (1.024)
GR	R/S	0.924 (1.076)	0.873 (1.127)	0.778 (1.222)	0.831 (1.169)	0.997 (1.003)
	Power spectra	0.94 (1.06)	0.91 (1.09)	0.881 (1.119)	0.891 (1.109)	0.912 (1.088)
	Roughness-L	0.916 (1.084)	0.843 (1.157)	0.905 (1.095)	0.721 (1.279)	0.990 (1.010)
	Variogram	0.906 (1.094)	0.847 (1.153)	0.689 (1.311)	0.922 (1.078)	0.938 (1.062)
	Wavelets	0.896 (1.104)	0.98 (1.020)	0.862 (1.138)	0.714 (1.286)	0.990 (1.010)
LLS	R/S	1.103 (0.897)	1.033 (0.967)	0.935 (1.065)	0.854 (1.146)	1.168 (0.832)
	Power spectra					
	Roughness-L	1.245 (0.755)	1.219 (0.781)	1.075 (0.925)	1.008 (0.992)	1.312 (0.688)
	Variogram	0.877 (1.123)	0.910 (1.090)	0.728 (1.272)	0.916 (1.084)	0.926 (1.074)
	Wavelets	0.944 (1.056)	0.888 (1.112)	0.997 (1.003)	0.870 (1.130)	0.906 (1.094)
LLD	R/S	0.973 (1.027)	0.694 (1.306)	0.749 (1.251)	0.698 (1.302)	1.046 (0.954)
	Power spectra	0.786 (1.214)	0.666 (1.334)	0.665 (1.335)	0.823 (1.177)	1.223 (0.777)
	Roughness-L	0.965 (1.035)	1.055 (0.945)	0.823 (1.177)	0.607 (1.393)	1.230 (0.770)
	Variogram	0.875 (1.125)	0.681 (1.319)	0.776 (1.224)	0.917 (1.083)	0.877 (1.123)
	Wavelets	0.896 (1.104)	0.935 (1.065)	0.832 (1.168)	0.686 (1.314)	0.946 (1.054)

4.6 Procesos Acumulativos

De acuerdo con Dolan *et al.* (1998), la *suma acumulada*, que es la suma parcial o integral punto-por-punto de los registros normalizados a media cero y desviación estándar unitaria, refleja correlaciones de longitud de onda larga o “memoria” del sistema (ver el coeficiente de Hurst en la Tabla 4.4).

La Figura 4.8, muestra sumas acumuladas para los registros de porosidad neutrón, densidad, rayos gamma, laterolog superficial y laterolog profundo. La interpretación de los datos que se presenta a continuación se realizó conjuntamente con el Dr. Gábor Korvin (2002b), siguiendo su metodología.

En el KI (Fig. 4.8), existen tres zonas diferentes. La zona intermedia tiene alta porosidad, baja densidad, rayos gamma bajos (no arcilla, es decir, buena permeabilidad) y alto LLD. Surge inmediatamente una pregunta: ¿Porqué la resistividad es alta, cuando la porosidad también lo es? (Cómo mencionamos previamente, la resistividad y la porosidad se correlacionan inversamente!). Las leyes de Archie establecen que

Cuando ϕ es grande, R_{fluido} debe también serlo para dar una resistividad de roca alta, implicando

$$R_{\text{roca}} = R_{\text{fluido}} F = \frac{R_{\text{fluido}}}{\phi^2} \quad . \quad (4.30)$$

que el fluido de poro es posiblemente hidrocarburo.

Para el Titoniano (Figura 4.9), tenemos dos zonas. La zona superior muestra rayos gamma y porosidad baja, velocidad de onda-P, densidad y LLD alta. Esto indica la presencia de un carbonato no productor de baja porosidad.

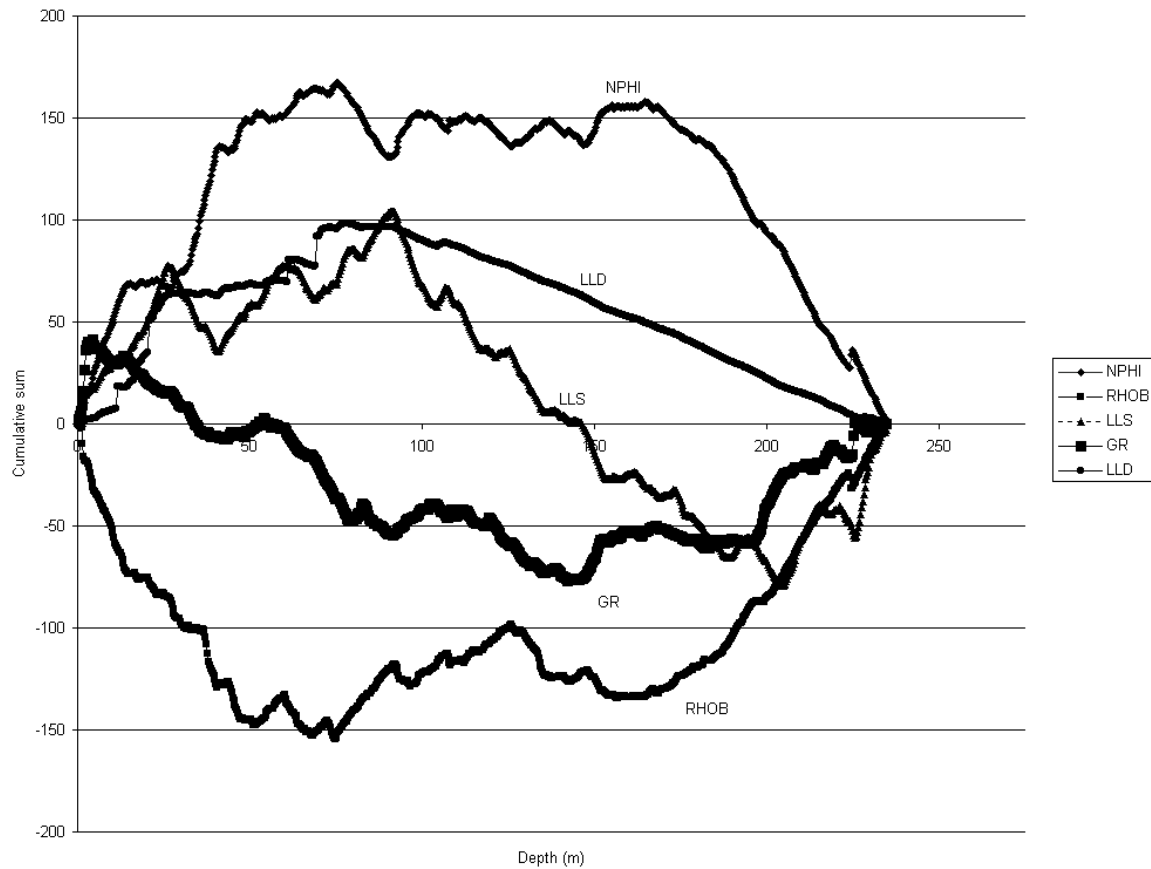


Figura 4.8. Trazas acumuladas de porosidad, densidad, rayos gamma y resistividad para el Cretácico Inferior (Arizabalo et al., 2004).

La zona inferior muestra resistividad y densidad baja, alta porosidad, rayos gamma que van disminuyendo con la profundidad, velocidad-P y LLD baja.

Los rayos gamma decrecientes con la profundidad, sugieren que durante el depósito de esta formación, el nivel del mar estaba disminuyendo. Esta zona está posiblemente llena de salmuera, debido a su baja resistividad (Korvin, 2002b).

La Figura 4.10 identifica tres zonas principales en JSK: la zona superior tiene resistividad y velocidad alta y densidad, rayos gamma y porosidad baja, lo cual sugiere la presencia de un carbonato de baja porosidad, libre de arcillas. La zona intermedia se caracteriza por rayos gamma, densidad y velocidad alta y porosidad y resistividad baja y se identifica como un carbonato rico en

arcilla. La zona más antigua presenta porosidad y rayos gamma bajos, LLD medios y velocidad-P alta. Por lo tanto, tenemos un carbonato que no es yacimiento.

Los valores de LLD de bajos a medios y la porosidad pequeña, podrían indicar fracturamiento intenso relleno de salmuera. Existe una disconformidad -quizá un buen reflector sísmico- entre las zonas media y baja (Korvin, 2002b).

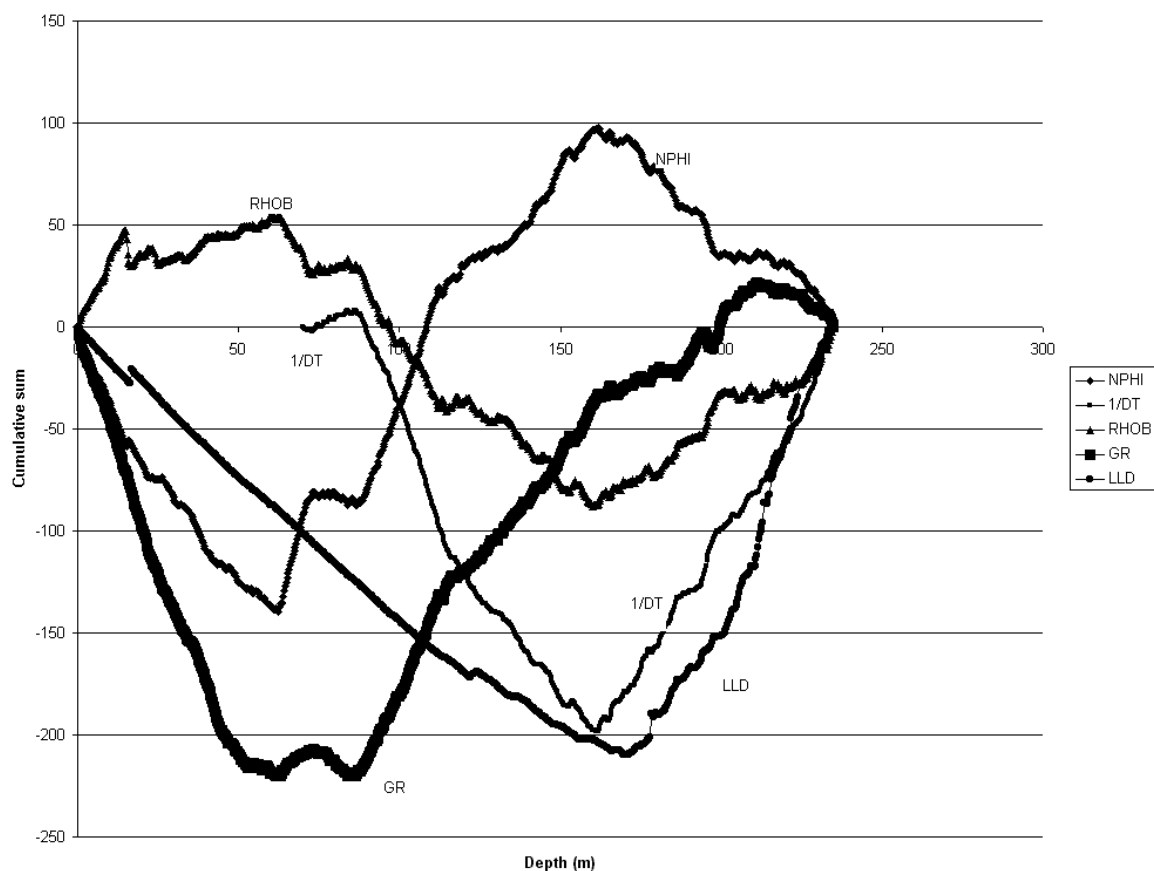


Figura 4.9. Trazas acumuladas de porosidad, velocidad de onda-P, rayos gamma, densidad y resistividad (Arizabalo et al., 2004).

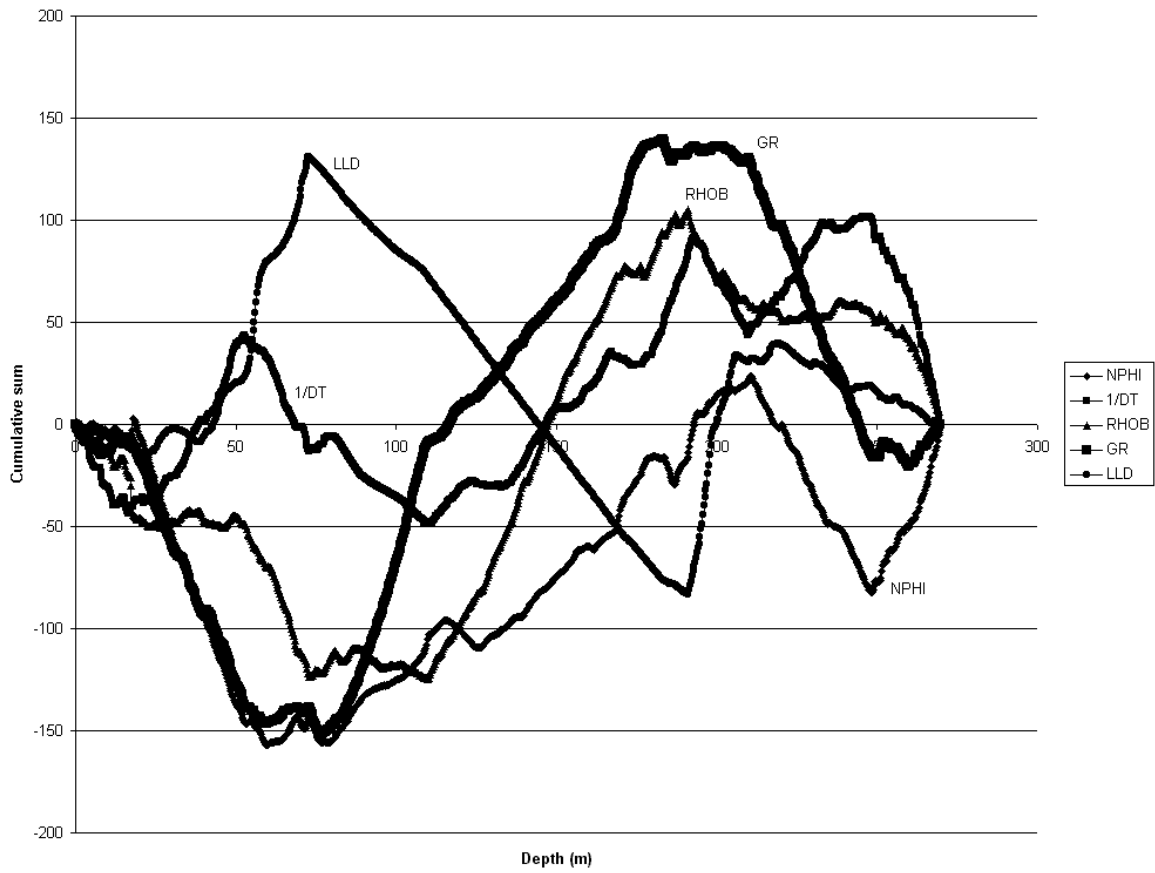


Figura 4.10. Comportamiento acumulado de porosidad, velocidad de onda-P, densidad, rayos gamma y resistividad profunda en el Kimeridgiano (Arizabalo et al., 2004).

4.7 Análisis de fracturamiento

Dentro del proceso de evaluación de yacimientos carbonatados, el estudio de las fracturas constituye un aspecto primordial, ya que la producción proviene en gran parte de la porosidad secundaria, ya sea porosidad de disolución o bien de fracturamiento (Schlumberger, 1984).

Las fracturas no constituyen un volumen importante en términos de fracción de porosidad, pero contribuyen al crecimiento de la permeabilidad. Por esto, la evaluación del fracturamiento es importante en la determinación de estratos productores (Hearst *et al.*, 2000).

Efecto de las fracturas sobre los registros geofísicos

Registros sísmicos

Los parámetros de la onda acústica se ven afectados a lo largo del trayecto entre transmisor y receptor, debido a la presencia de un sistema de fracturas. Las anomalías observadas son: (1) Alteración del tiempo de tránsito (saltos de ciclo ocasionados por la atenuación excesiva de las ondas, (2) Amplitud de señal (variaciones rápidas de la amplitud de señal frente a intervalos fracturados), (3) Porosidad sísmica (una onda sísmica propagándose en la formación tiende a ignorar las fracturas verticales, debido a que la velocidad de tránsito es mucho mayor en la matriz que en los fluidos que rellenan las fisuras).

La porosidad obtenida del tiempo de tránsito (DT) refleja únicamente la porosidad primaria. Los registros convencionales de porosidad (densidad y neutrón) se ven afectados también por la porosidad secundaria, (4) Registro de densidad variable (Las fracturas forman superficies de reflexión para las ondas acústicas, produciendo interferencias. El registro VDL presenta una imagen del tren completo de ondas.

Registros de resistividad

El proceso de perforación de un pozo produce que el filtrado de lodo (o el lodo mismo) penetre en las fracturas, sin invadir el bloque de la matriz. Lo anterior provoca el contraste de resistividad entre la matriz y las fisuras. El registro LLD investiga la resistividad verdadera de la formación, mientras que la resistividad somera (LLS) detecta el lodo contenido en las fracturas (zona invadida). El efecto causa una separación entre las dos curvas del registro Doble Laterolog en un intervalo

fracturado. La curva de resistividad profunda es la que lee los valores más altos y la curva somera los más bajos. Un registro de micro resistividad (MSFL) indica valores aún más bajos. En secciones anchas, con buena calidad del agujero, el análisis de la separación entre las tres curvas constituye un método cualitativo de detección de fracturas.

Se presenta a continuación un modelo para calcular el valor límite inferior de la porosidad de fracturas, a partir de la diferencia entre la resistividad de las curvas del registro Doble Laterolog.

En esquemas de una formación fracturada, las fracturas son simuladas como planos separadas en un cubo de matriz. En el proceso de perforación, las fisuras se infiltran de lodo a una determinada profundidad, pero la matriz permanece libre de invasión. A cierta profundidad horizontal dentro del agujero, el fluido original con saturación de agua S_{wfr} y resistividad R_w , invade las fisuras. Paralelamente, cerca del agujero, el filtrado de resistividad R_{mf} y saturación S_{xofr} rellena la fisura.

Basados en este modelo, la resistividad puede considerarse como la suma de las resistividades de los sistemas paralelos de porosidad (ya que la conductividad satisface $C_{total} = C_{matriz} + C_{fr}$):

$$\frac{1}{R_{total}} = \frac{1}{R_{matriz}} + \frac{1}{R_{fractura}}. \quad (4.31)$$

Por otra parte, el registro LLD, al ser una medición de resistividad profunda, detecta valores mayores o iguales a la siguiente expresión (Schlumberger, 1984):

$$\frac{1}{R_{LLD}} \geq \frac{\Phi_M^m \cdot S_{wM}^n}{R_w} + \frac{\Phi_{fr}^{mfr} \cdot S_{wfr}^{nfr}}{R_w}, \quad (4.32)$$

donde,

Φ_M = Porosidad de la matriz;

Φ_{fr} = Porosidad del sistema de fracturas;

m = Factor de cementación de la matriz;

mfr = Factor de cementación del sistema de fracturas;

S_{wM} = Saturación de agua de la matriz;

S_{wfr} = Saturación de agua de fracturas;

n = Exponente de saturación de la matriz;

nfr = Exponente de saturación en las fracturas.

El origen del signo “mayor o igual que” de la Ec(4.32), se debe a que la resistividad del fluido que rellena las fisuras correspondiente a esta profundidad horizontal, es superior o igual a R_w (suponiendo que $R_{mf} > R_w$). En forma análoga, el registro de resistividad somera puede expresarse como:

$$\frac{1}{R_{LLS}} \leq \frac{\Phi_M^m \cdot S_{wM}^n}{R_w} + \frac{\Phi_{fr}^{mfr} \cdot S_{xofr}^{nfr}}{R_{mf}}. \quad (4.33)$$

Tomando en cuenta que la resistividad del fluido en la fractura a esta profundidad de investigación es menor o igual que R_{mf} ,

Restando las ecuaciones (4.32) y (4.33), obtenemos

$$\frac{1}{R_{LLS}} - \frac{1}{R_{LLD}} \leq \Phi_{fr}^{mfr} \cdot \left(\frac{S_{xofr}^{nfr}}{R_{mf}} - \frac{S_{wfr}^{nfr}}{R_w} \right). \quad (4.34)$$

Debido a que el parámetro de interés es la porosidad del sistema fracturado, podemos elaborar algunas simplificaciones de la Ec(4.34). En una formación conteniendo hidrocarburos, la saturación S_{wfr} es cercana a cero, pero S_{xofr} tiende a 1 (invasión eficiente). El factor de cementación se supone igual a 2 (carbonatos), por lo que la ecuación anterior se reescribe como

$$\Phi_{fr} \geq \left[R_{mf} \cdot \left(\frac{1}{R_{LLS}} - \frac{1}{R_{LLD}} \right) \right]^{1/2}. \quad (4.35)$$

A través de la Ec(4.35), la porosidad de fractura representa el límite inferior de la porosidad real del sistema de fracturas (Schlumberger, 1984).

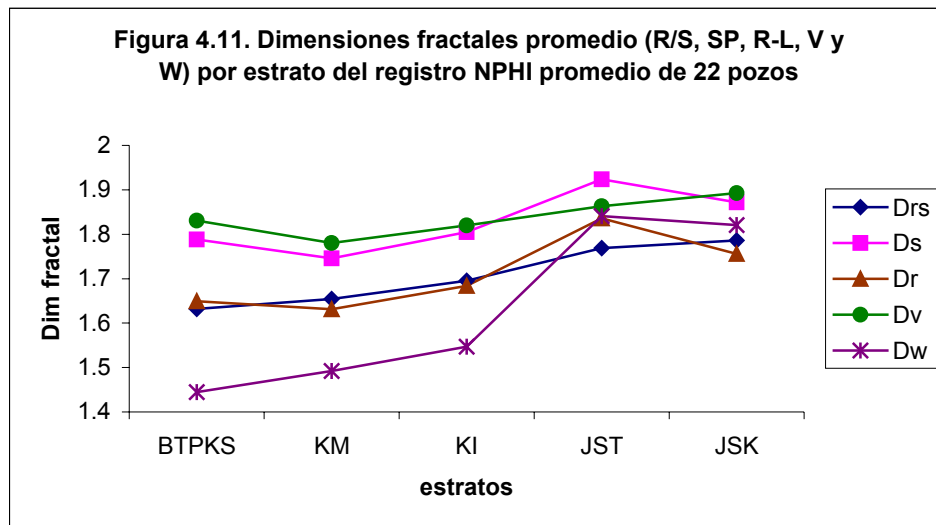
4.8 Dimensiones fractales de los registros geofísicos

M. Registros de porosidad

⟨NPHI⟩

Con el fin de obtener la dimensión fractal promedio del registro de porosidad NPHI, en cada una de las unidades geológicas, se consideró el promedio de 22 pozos para cada estrato. La dimensión fractal (D) se obtuvo a través de los métodos R/S ($D_{R/S}$), Espectro de Potencia (D_s), Rugosidad-Longitud (D_r), Variograma (D_v) y Wavelets (D_w).

En la Fig. 4.11 se representa la variación de la dimensión fractal promediada por capa. El método R/S para este registro (NPHI), tuvo un comportamiento siempre ascendente, es decir, la rugosidad del registro NPHI presentó un aumento con la profundidad, contrario a la tendencia de la porosidad promedio, que disminuye por unidad geológica.

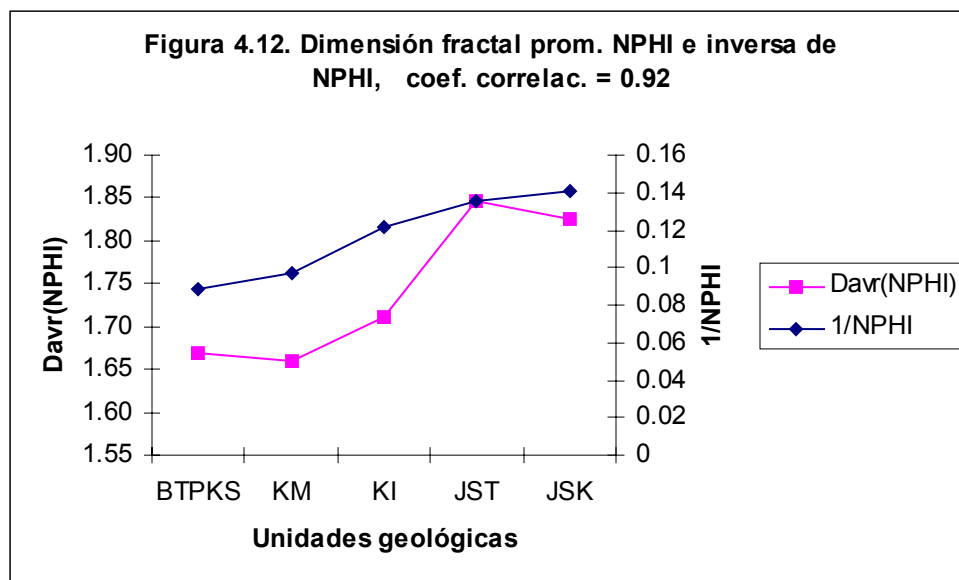


El método espectral de potencia, indica que la dimensión fractal D_s baja de BTPKS hacia KM, sube en KI, sube en JST y baja en JSK. (Fig. 4.11). Para el análisis Rugosidad-Longitud, se observa un comportamiento de las dimensiones fractales (D_r) análogo al anterior.

El método del Variograma señala una distribución de dimensiones fractales (D_v), la cual desciende primero, pero sigue ascendiendo después. La variación de dimensiones fractales obtenidas por el

método Wavelets (D_w), aumenta en todas las unidades geológicas, excepto en JSK, donde disminuye (Fig. 4.11).

Utilizando las diversas dimensiones fractales obtenidas con los métodos mencionados, se obtuvo la dimensión fractal promedio por unidad geológica, la cual a partir de BTPKS, se reduce (KM), aumenta (KI), de nuevo se eleva (JST) y finalmente disminuye (JSK) (Fig. 4.12).

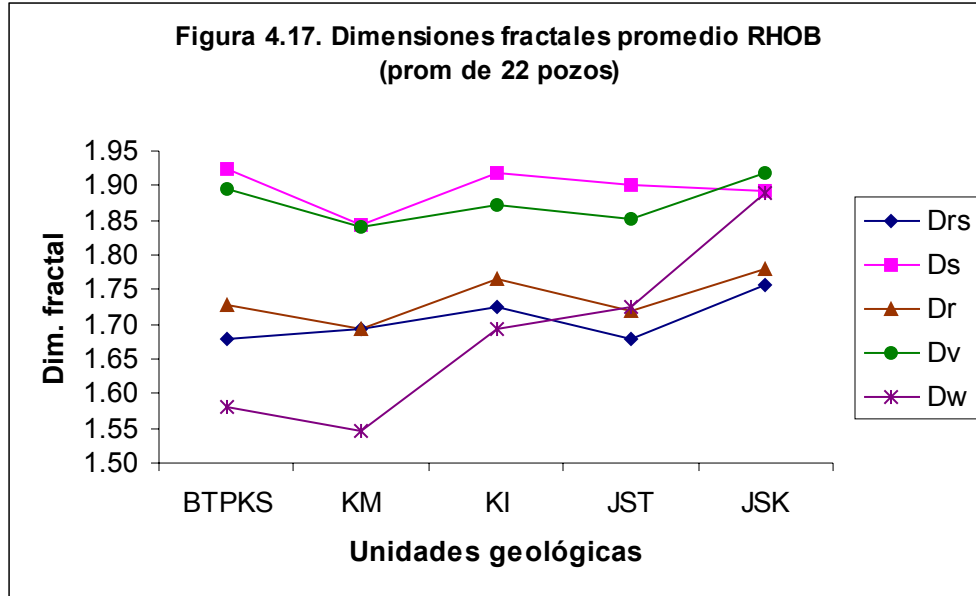


El comportamiento de NPHI promedio a lo largo de las capas geológicas, tiende a decrecer, por lo que su inversa es siempre ascendente. La correlación entre la dimensión fractal promedio y la inversa de NPHI, es elevada ($R^2 \sim 0.92$) (Fig. 4.12).

En la curva de tendencia de la dimensión fractal promedio, se diferencian los grupos de datos Cretácicos (con un intervalo de variación $D_{prom}(NPHI)$ entre 1.65 y 1.72) de los Jurásicos (1.82 – 1.85) (Fig. 4.12). La dimensión fractal más baja en el primer grupo corresponde al Cretácico Medio y en el segundo al Jurásico Superior Kimeridgiano. Una dimensión relativamente baja significa menor rugosidad de la traza.

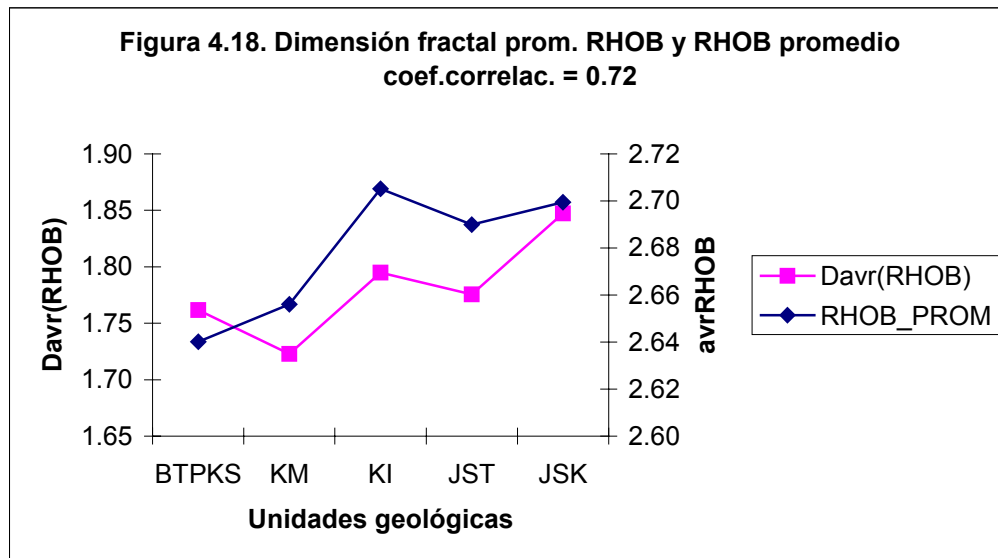
(RHOB)

Con excepción de la dimensión fractal $D_{R/S}$, todas las otras disminuyen de BTPKS a KM, ascendiendo hacia KI y descendiendo nuevamente (exceptuando D_w) y después el crecimiento se repite (excepto D_s) (Fig. 4.17).



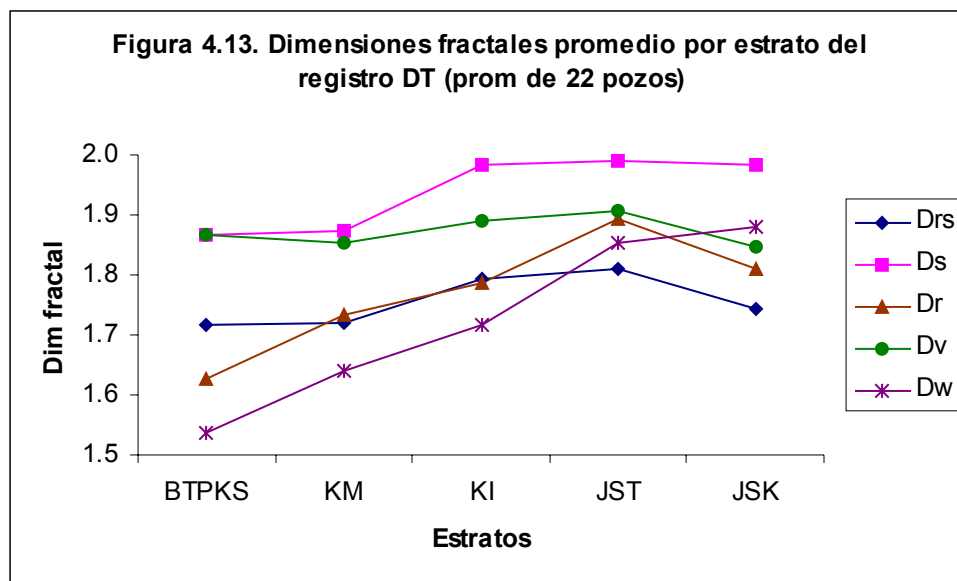
En el promedio de las dimensiones fractales, $D_{prom}(RHOB)$ disminuye de BTPKS a KM, aumenta en el KI, disminuye (JST) y aumenta (JSK) (Fig. 4.18). $RHOB$ promedio y $D_{prom}(RHOB)$ presentan una correlación baja (0.72), debido al comportamiento inverso en el KM (Fig. 4.18).

Posiblemente la densidad aumenta en el KM y KI, por el proceso de dolomitización observado. La densidad de los Jurásicos es relativamente menor que la obtenida en el KI, por los intensos procesos diagenéticos detectados en las rocas Cretácicas (Schlumberger, 1984).



⟨DT⟩

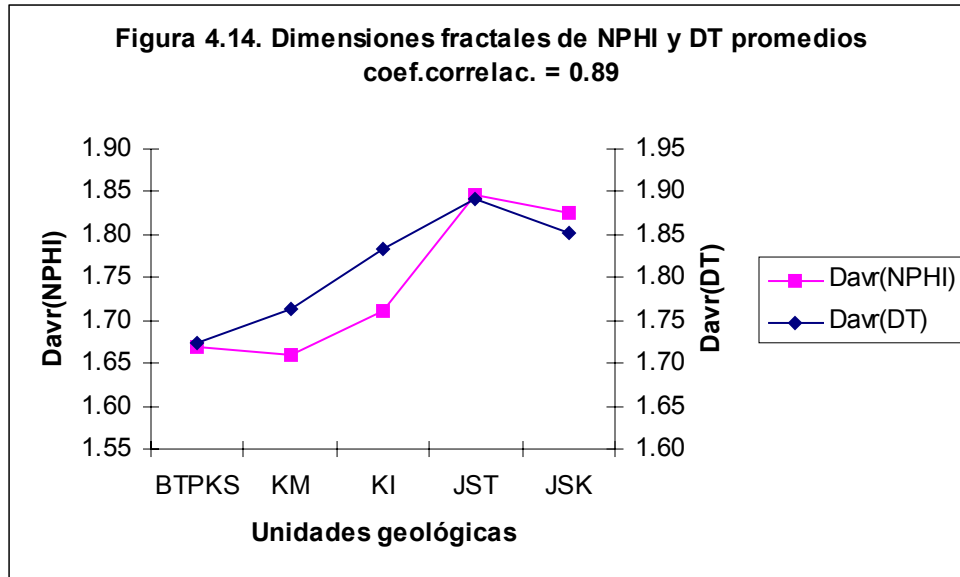
Las dimensiones fractales promedio para el registro sísmico DT por estrato, tuvieron tendencias diferentes dependiendo de los métodos de análisis (Fig. 4.13). Para el rango reescalado (R/S), las dimensiones fractales $D_{R/S}$ presentan la siguiente distribución: comenzando en el BTPKS, ligera disminución (KM), crecimiento (KI, JST) y disminución (JSK) (Fig. 4.13).



El método de análisis espectro de potencia, indica la variación de dimensión fractal (Ds), asciende desde BTPKS hasta JST y desciende en JSK. La dimensión fractal obtenida vía método rugosidad-longitud (Dr), presenta una distribución análoga a la anterior.

Para el caso del método de análisis fractal del variograma, tanto las dimensiones D_v como las $D_{R/S}$, cambian con la profundidad. El método ondicular (wavelets), indica la única distribución siempre creciente de dimensiones fractales D_w (Fig. 4.13).

En un gráfico de doble escala, se correlaciona la dimensión fractal de los registros de porosidad (NPHI) y sísmico (DT), siendo el coeficiente de correlación aceptable ($R^2 \sim 0.89$) (Fig. 4.14).

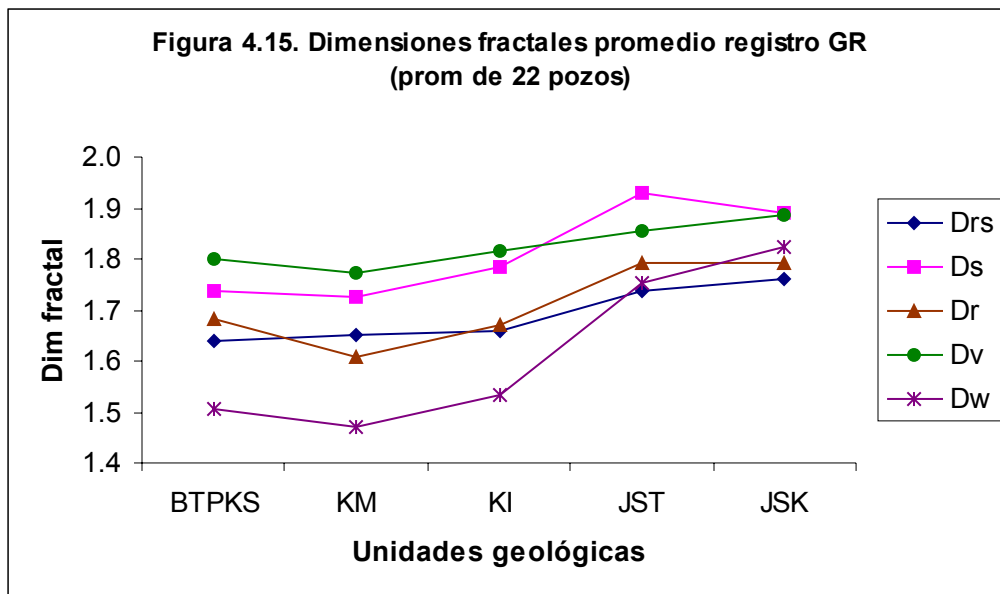


N. Registros de Radiactividad Natural

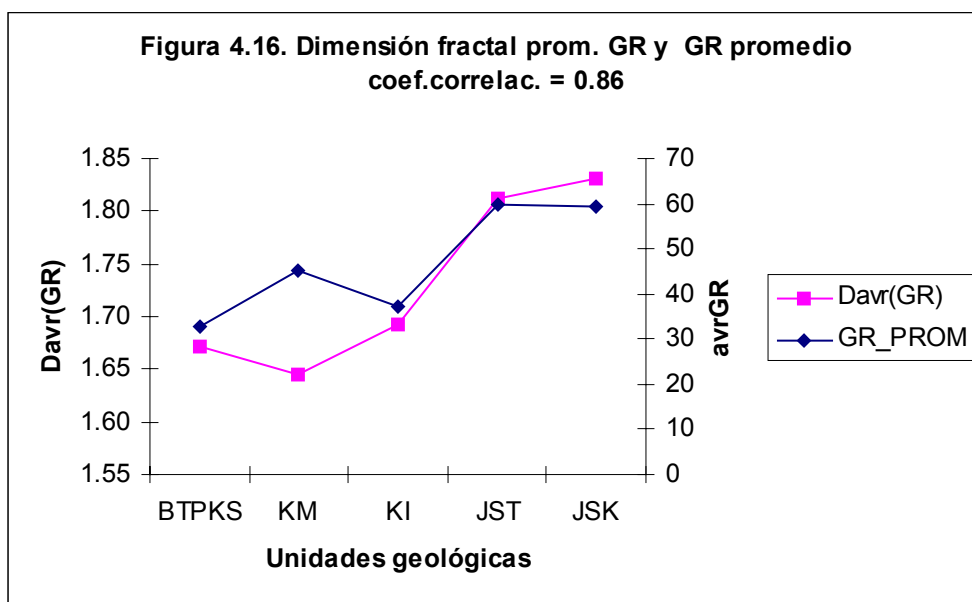
(GR)

Considerando el promedio de las dimensiones fractales de los registros de rayos gamma de 22 pozos, se obtienen las siguientes tendencias de su cambio con la profundidad: el método R/S indica que las dimensiones fractales $D_{R/S}$, son continuamente crecientes, desde BTPKS hasta JSK (Fig. 4.15).

Por otra parte, las dimensiones fractales de los métodos espectro de potencia (D_s), rugosidad-longitud (D_r), variograma (D_v) y ondículas (D_w), presentan una disminución de BTPKS hacia KM un doble crecimiento (KI, JST). Para el estrato más profundo, D_s y D_r disminuyen (JSK), mientras que D_v y D_w aumentan (Fig. 4.15).



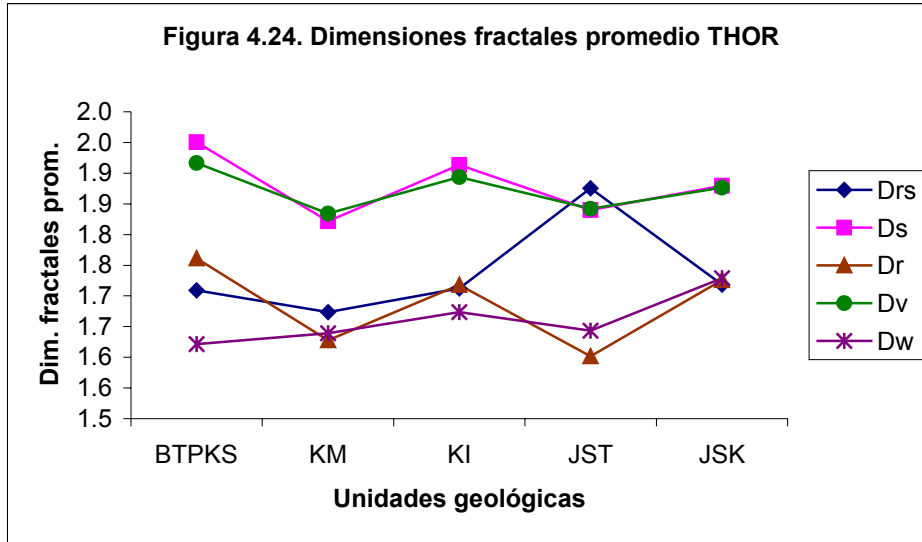
En el promedio de las distintas dimensiones, $D_{prom}(GR)$ disminuye de BTPKS a KM, aumenta continuamente en KI, JST y JSK (Fig. 4.16).



Es notorio que, precisamente en el KM y JSK, el registro de rayos gamma tiene un comportamiento inverso al de la dimensión fractal $D_{prom}(GR)$. En general se correlacionan positivamente ($R^2 \sim 0.86$) (Fig. 4.16). Como el registro de rayos gamma detecta la radiactividad natural, en el KM se tienen altos niveles de radiación debidos posiblemente a las concentraciones de uranio en la materia orgánica. Sin embargo, el valor más alto de rayos gamma promedio viene del JST, debido probablemente a su alto contenido de arcilla y materia orgánica (Fig. 4.16).

⟨THOR⟩

El comportamiento de las dimensiones fractales del registro de radiactividad natural provenientes del Torio (THOR), para las distintas capas de estudio, se muestra en la Fig. 4.24.



En forma general, puede inferirse que las dimensiones siguen la siguiente tendencia: disminuyen de BTPKS a KM, aumentan en KI, disminuyen en JST y aumentan de nuevo en JSK. En otras palabras, existe un comportamiento oscilante con la profundidad (Fig. 4.24) Además, no se observó correlación entre la dimensión fractal promedio y el registro THOR.

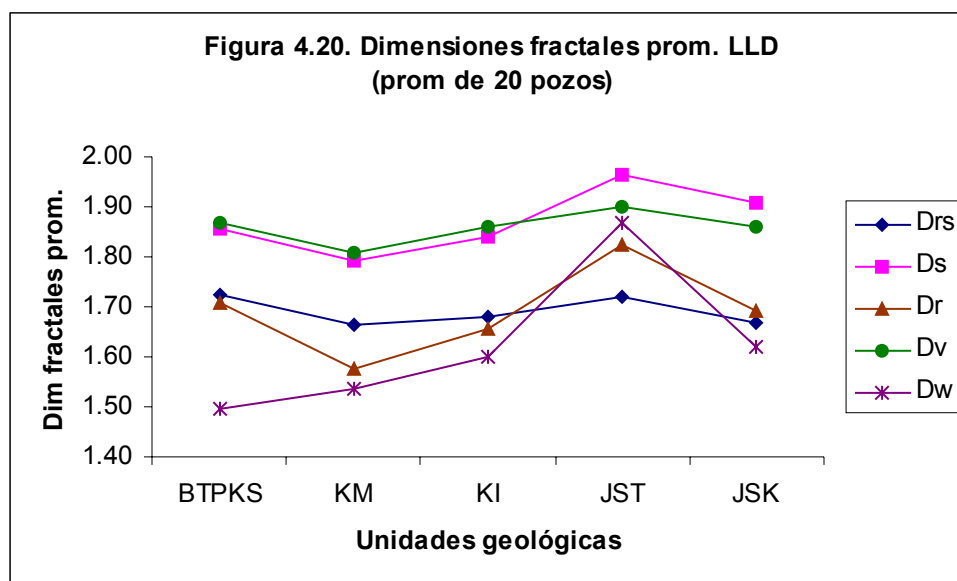
O. Registros de resistividad

⟨LLD⟩

El registro de resistividad (LLD) obtenido de 20 pozos de estudio, presenta la siguiente variación de dimensiones fractales: los métodos R/S (1.65 a 1.75) y R-L (1.55 – 1.85), constituyen un solo bloque.

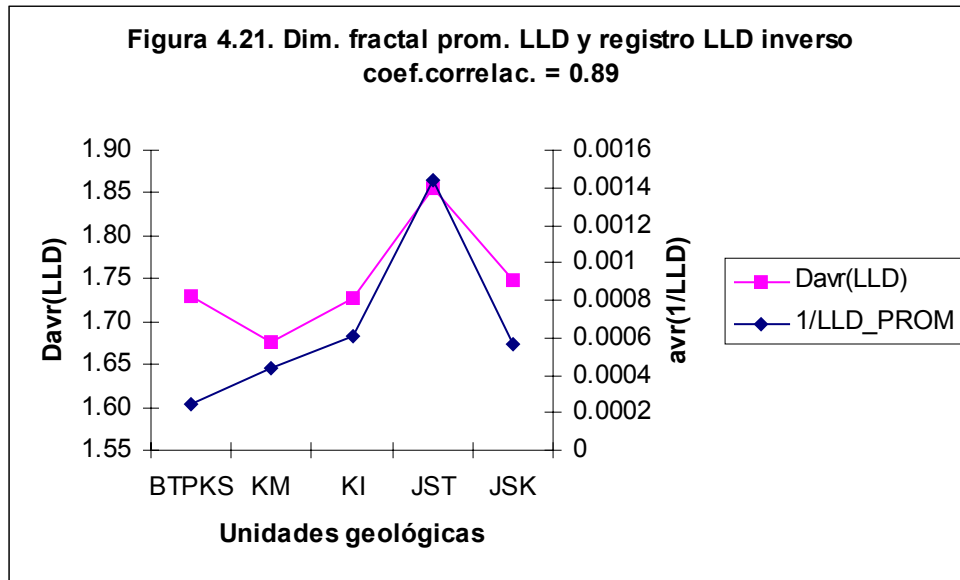
Las dimensiones D_s y D_v forman otro bloque dentro del intervalo 1.75 a 1.95.

La dimensión wavelets (D_w) cubre un intervalo mayor (1.45 a 1.85) (Fig. 4.20).



En la Fig. 4.21, se indica la correlación entre la dimensión fractal promedio del registro LLD y el inverso de LLD, con la profundidad. El coeficiente de correlación $R^2 \sim 0.89$ es alto. Es decir, la tendencia que presentan las dimensiones fractales LLD con la profundidad es inversa a la tendencia del registro mismo.

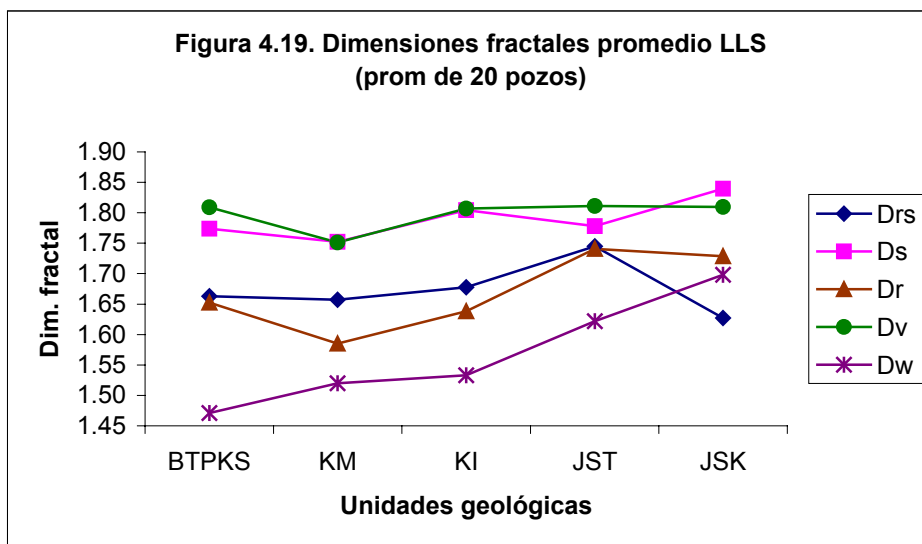
En otras palabras, la rugosidad del registro de resistividad señala mínimos locales, en los estratos correspondientes a KM y JSK (Fig. 4.21).



<LLS>

Para los registros de resistividad, se graficaron las dimensiones fractales promedio de 20 pozos para LLS, con los métodos R/S, PSD, R-L, V y W.

El intervalo de variación para D_{RS} es 1.65 a 1.75, el cual se aproxima al intervalo en que varía D_r (1.58 a 1.75). En ambos casos, las dimensiones disminuyen, crecen, siguen creciendo y disminuyen (Fig. 4.19).



Las dimensiones que presentan los mayores intervalos de variación, son espectro de potencia y variograma (entre 1.75 y 1.85).

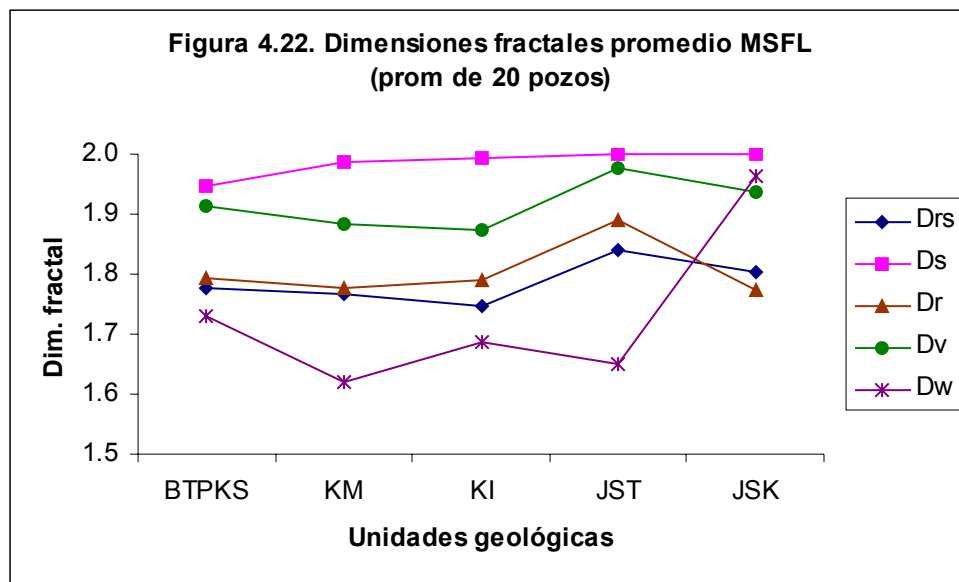
La única tendencia creciente con la profundidad, está indicada por la dimensión ondicular (Dw) (Fig. 4.19).

⟨MSFL⟩

Las dimensiones fractales del registro de resistividad MSFL, del promedio de 20 pozos, variaron notablemente con la profundidad (Fig. 4.22).

El intervalo de variación de la dimensión $D_{R/S}$ es de 1.75 a 1.85. Como en los casos anteriores, la dimensión D_r se le aproxima (1.75 – 1.88). Las dimensiones D_s y D_v se encuentran en el intervalo (1.88 – 1.95).

La D_w varía ampliamente con la profundidad (de 1.6 a 1.95) (Fig. 4.22).

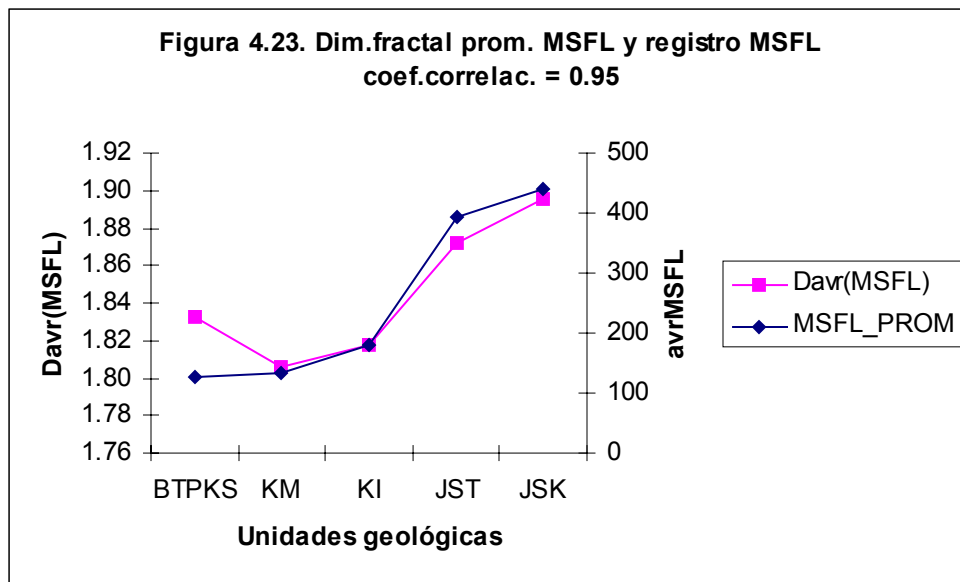


Por otra parte, el coeficiente de correlación entre la dimensión fractal promedio $D_{prom}(MSFL)$ y el registro $\langle MSFL \rangle$ es alto ($R^2 \sim 0.95$) (Fig. 4.23).

En este registro de resistividad micro-esféricamente enfocada, la tendencia de la dimensión fractal $D_{prom}(MSFL)$, coincide con la del registro $\langle MSFL \rangle$. Esta observación es importante, indicando que tanto la rugosidad de la traza como la resistividad, aumentan desde la capa del Cretácico Medio (KM), hasta el Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK).

De la Fig. 4.23, presentada a doble escala, se infieren dos grupos de datos: el primero, con una resistividad entre 100 y 200 ohm-m y dimensiones fractales promedio entre 1.8 y 1.82, corresponde a los estratos del Cretácico.

El segundo, con un intervalo de resistividades $\sim 400 - 450$ ohm-m y dimensiones fractales promedio 1.87 – 1.90, corresponde al Jurásico (Fig. 4.23).



Es posible que las variaciones de resistividad se deban a la presencia de hidrocarburos, en la roca almacén (estratos del Cretácico) y en la roca generadora (unidades geológicas del Jurásico).

4.9 Discusión de resultados

Una de las primeras observaciones sobre el comportamiento de los registros con la profundidad, es que la porosidad NPHI, va haciéndose menor con la estratificación (promedio de 22 pozos). Este hecho es congruente con los resultados empíricos, que la porosidad disminuye con la profundidad. Sin embargo, cuando se consideró la variación de la porosidad neutrón en el pozo 1, esta tendencia no fue tan clara.

P. Correlaciones con $\langle NPHI \rangle$

Por otra parte, se observó una correlación inversa entre la distribución de dimensiones fractales $D_{prom}(NPHI)$ y el registro $\langle NPHI \rangle$ ($R^2 \sim 0.89$). Es decir, la rugosidad de la traza es mayor cuando la porosidad es pequeña, excepto en el Cretácico Medio, donde la dimensión disminuyó (traza menos rugosa) y la porosidad también disminuyó. El comportamiento similar se presentó también en el Jurásico Superior Kimeridgiano. La presencia de hidrocarburos en ambas zonas (KM y JSK), permite inferir que los cambios en la tendencia creciente de la dimensión fractal con la profundidad se relacionan con su contenido.

Al correlacionar el registro de porosidad neutrón $\langle NPHI \rangle$, con el de densidad volumétrica $\langle RHOB \rangle$, se obtiene una buena correlación inversa ($R^2 \sim -0.93$), ya que una mayor porosidad significa una menor densidad, lo cual se satisface a lo largo de las unidades geológicas:

$$RHOB = \phi RHO_{fluido} + (1 - \phi) RHO_{matriz}$$

Como consecuencia de la ecuación anterior, la porosidad también se correlaciona inversamente (-0.78), con el registro de rayos gamma, ya que una mayor porosidad indica la posibilidad de contener mayor volumen de fluidos (agua, gas y aceite), los cuales hacen aumentar el valor de GR.

Entre $\langle NPHI \rangle$ y $\langle LLS \rangle$, la correlación se torna positiva, pero baja (0.65). Esto indica que la resistividad somera, correspondiente a la zona invadida, presenta mínimos locales en KM y JST, mientras que NPHI, decrece continuamente con la profundidad. El comportamiento promedio de LLS, indica que en el Cretácico Medio, la resistividad de la zona invadida, es menor que en el BTPKS y KI.

El coeficiente de correlación, entre los registros promedio de porosidad $\langle \text{NPHI} \rangle$ y resistividad $\langle \text{LLD} \rangle$ es alto ($R^2 \sim 0.87$). La resistividad LLD tiende a disminuir con la profundidad (exceptuando JSK), en forma análoga NPHI desciende con la estratificación. Si se considera que LLD corresponde a la resistividad verdadera de la formación, dicha resistividad se asocia con la presencia de hidrocarburos, aumentando su valor en el JSK, correspondiente a la roca generadora.

La correlación entre los registros de $\langle \text{NPHI} \rangle$ y resistividad $\langle \text{MSFL} \rangle$, es inversa (-0.88), lo cual indica que la resistividad micro-esféricamente enfocada, crece continuamente desde BTPKS, hasta JSK. Esto a diferencia de la traza de porosidad, que disminuye continuamente con la profundidad.

Q. Correlaciones con $\langle \text{RHOB} \rangle$

La traza de densidad $\langle \text{RHOB} \rangle$ se correlaciona negativamente con el registro de resistividad profunda $\langle \text{LLD} \rangle$ ($R^2 \sim -0.81$), lo cual es congruente con la correlación positiva entre NPHI y LLD señalada arriba, ya que entre NPHI y RHOB la relación es inversa.

La densidad media de 22 pozos aumenta con la profundidad, desde BTPKS (2.64 g/cm^3), KM (2.656 g/cm^3) hasta KI (2.705 g/cm^3), descendiendo después ligeramente en el JST (2.69 g/cm^3), para aumentar su valor en el JSK (2.699 g/cm^3). Naturalmente, estas densidades se aproximan al valor correspondiente a la calcita (2.71 g/cm^3), que constituye la litología predominante en el yacimiento.

La resistividad profunda $\langle \text{LLD} \rangle$ del área de estudio, promedio de 20 pozos disminuye continuamente con la estratigrafía: BTPKS (4101 ohm-m), KM (2287 ohm-m), KI (1652 ohm-m), JST (ohm-m), exceptuando el incremento en JSK (1755 ohm-m). Esta variación de resistividad verdadera se asocia con la presencia de hidrocarburos en los estratos cretácicos y jurásicos.

Debido a que $\langle \text{DRHO} \rangle$ es una corrección que se hace al registro de densidad $\langle \text{RHOB} \rangle$, es natural encontrar correlación positiva entre ambos registros ($R^2 \sim 0.71$).

R. Correlaciones con $\langle \text{DT} \rangle$

El registro sísmico aparece en algunos pozos y refleja la porosidad y litología del medio. Representa el inverso de la velocidad de propagación de la onda-P, por lo que a DT se le conoce como "lentitud" [$\mu\text{s/ft}$]. En el presente estudio, el registro sísmico se correlaciona positivamente con la traza de concentración de Torio ($R^2 \sim 0.77$). Ambos registros señalan valores elevados en la

unidad geológica del JST. Una lentitud mayor puede deberse a la presencia de gas, cavernas o fracturas, ya que en estos medios, disminuye la velocidad del frente de ondas.

Por otro lado, una concentración elevada de Torio implica la presencia de zonas arcillosas como es el caso de JST.

S. Correlaciones con $\langle GR \rangle$

El registro de rayos gamma, indica la presencia de dos máximos locales: uno en el grupo Cretácico (KM) y otro en los Jurásicos (JST), observándose que dicho registro mide la concentración de rayos gamma naturales emitidos en forma espontánea por la roca y fluidos. Esta traza se correlaciona inversamente con los registros de resistividad $\langle LLS \rangle$ (-0.79) y $\langle LLD \rangle$ (-0.75). El registro $\langle LLS \rangle$ (20 pozos), indica mínimos locales precisamente en KM y JST. La resistividad somera está asociada con la zona invadida.

Con el registro $\langle THOR \rangle$, $\langle GR \rangle$ tiene una correlación positiva ($R^2 \sim 0.81$). Se observa que los valores máximos de ambos registros se encuentran en la unidad geológica JST. En dicho estrato el valor promedio de Torio es de 10.356 ppm, mientras que en carbonatos el valor aceptado es de 1.8 ppm, La actividad de Torio se atribuye a la presencia de minerales de arcilla, cuyo intervalo de variación en rocas sedimentarias abarca hasta los 10 ppm (Hearst *et al*, 2001).

El registro de rayos gamma algunas veces presenta una respuesta extremadamente alta en rocas generadoras debido a que el uranio en solución es preferentemente adsorbido por la materia orgánica.

Por otra parte, debido a que $\langle CGR \rangle$ representa los valores corregidos de $\langle GR \rangle$, es natural esperar una buena correlación entre estos registros ($R^2 \sim 0.95$). Los máximos locales siguen siendo (en ambos casos), el Cretácico Medio y el Jurásico Superior Titoniano.

T. Correlaciones con $\langle LLS \rangle$

Este registro $\langle LLS \rangle$ se correlaciona con el promedio de resistividad profunda $\langle LLD \rangle$ ($R^2 \sim 0.89$). Sin embargo, $\langle LLS \rangle$ presenta mínimos locales en KM y JST, mientras que $\langle LLD \rangle$ solo tiene un mínimo en el JST. Los valores bajos de ambos registros en JST se deben probablemente a la existencia de facies arcillosas de potentes espesores encontradas en el estrato.

Con el registro $\langle \text{PEF} \rangle$, el coeficiente de correlación de $\langle \text{LLS} \rangle$ es de 0.85 (Tabla 4.6). La traza $\langle \text{PEF} \rangle$ indica un máximo local en JST y otro en BTPKS. En el primer caso, un valor de 4.3 [barn/electrón] se asocia con la caliza dolomitizada. Sin embargo, un valor de 7.22 [barn/e] para el segundo caso representa calizas de la Brecha Terciaria del Paleoceno – Cretácico Superior. Valores mínimos de $\langle \text{PEF} \rangle$ [3.53 barn/e] coinciden con la predominancia de dolomita y caliza en el KM.

U. Correlaciones con $\langle \text{LLD} \rangle$

Como en el caso anterior, $\langle \text{PEF} \rangle$ tiene una correlación positiva, ahora con $\langle \text{LLD} \rangle$ ($R^2 \sim 0.78$). $\langle \text{PEF} \rangle$ se correlaciona negativamente con la densidad $\langle \text{RHOB} \rangle$ ($R^2 \sim -0.65$) y positivamente con la porosidad $\langle \text{NPHI} \rangle$ ($R^2 \sim 0.56$).

PEF es una curva utilizada para identificar los minerales de la matriz de roca. Para arenisca 1.8, caliza 5.1 y dolomita 3.1. PEF escala de 0.0 a 10.0 [barn/e] y se le conoce como curva de índice fotoeléctrico.

Por otra parte, $\langle \text{LLD} \rangle$ correlaciona negativamente con los registros promedio de radiactividad natural $\langle \text{THOR} \rangle$ (-0.73) y $\langle \text{CGR} \rangle$ (-0.76). Ambas trazas presentan máximos en JST, mientras que $\langle \text{LLD} \rangle$ indica el mínimo ahí. Valores elevados de radiactividad indican la influencia de paquetes potentes de arcilla con volumen bajo de hidrocarburos.

V. Correlaciones con $\langle \text{MSFL} \rangle$

Es notable la correlación entre el registro de resistividad micro esféricamente enfocada $\langle \text{MSFL} \rangle$ y el registro del calibrador $\langle \text{CALI} \rangle$ ($R^2 \sim 0.56$). A partir de los registros MSFL, es posible determinar características como las siguientes: (1) profundidad de invasión, (2) saturación de agua en la zona lavada (S_{xo}), (3) hidrocarburos movibles ($S_{xo} - S_w$), (4) correcciones a las lecturas de resistividad somera y profunda, (5) permeabilidad, (6) diámetro del agujero, (7) porosidad.

Los registros $\langle \text{THOR} \rangle$ y $\langle \text{CGR} \rangle$ muestran una buena correlación con $\langle \text{MSFL} \rangle$: 0.79 y 0.93 respectivamente. Estos registros detectan radiactividad natural, la cual aumenta con la profundidad (sobre todo en JST). Sin embargo, la correlación con $\langle \text{URAN} \rangle$ es inversa ($R^2 \sim -0.74$), ya que el uranio baja notablemente en el JST.

4.10 Dimensiones fractales promedio

$D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$

En Arizabalo *et al.*, (2004), se describe un caso donde la dimensión fractal del registro de porosidad neutrón (NPHI) está “controlada” por las condiciones de porosidad de la estratificación. En el presente estudio, la dimensión fractal promedio del registro NPHI de 22 pozos, $D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$, muestra una alta correlación inversa con la porosidad ($R^2 \sim 0.92$).

$D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$ tiene valor mínimo en el KM y un máximo en JST. Dimensión fractal baja implica una menor rugosidad de la traza, a diferencia de una dimensión fractal alta, asociada con un registro de mayor rugosidad.

Las dimensiones fractales bajas corresponden a las rocas almacenadoras del campo marino Cantarell. Dichas rocas son las calizas y brechas dolomitizadas y dolomías del Cretácico y las brechas calcáreas dolomitizadas de la base del Paleoceno.

Las dimensiones fractales altas de $D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$, están asociadas con las rocas generadoras, que son las Jurasicas, principalmente las del Tithoniano, que son calizas dolomitizadas y dolomías con potentes facies arcillosas (Schlumberger, 1984).

A mayor profundidad, la baja porosidad produce una elevada rugosidad de la traza y por tanto, una dimensión fractal más alta.

La correlación entre $D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$ y $\langle \text{GR} \rangle$ es alta ($R^2 \sim 0.88$), presentando ambas funciones valores máximos en el JST. Como ya se mencionó anteriormente, dado su carácter arcilloso y sus potentes espesores, las rocas del JST son aptas para generar hidrocarburos.

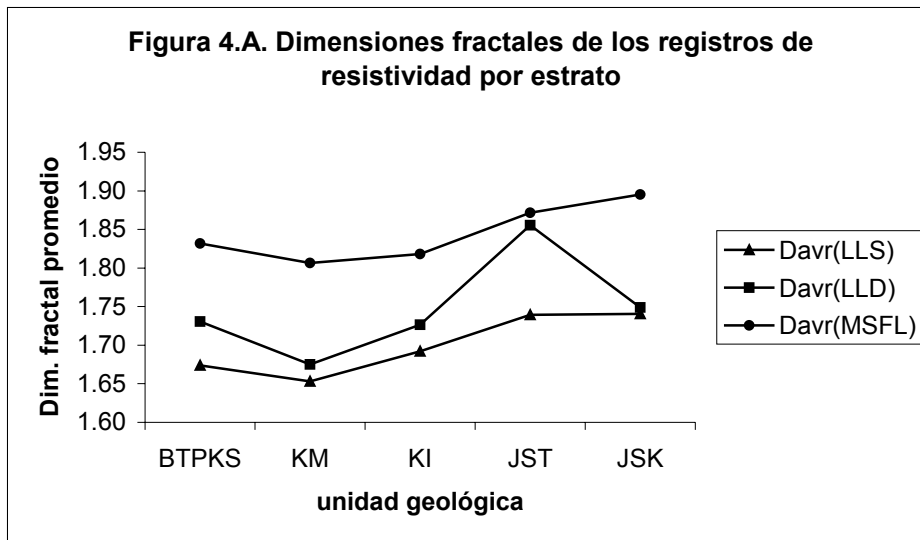
Con los registros de resistividad $\langle \text{LLD} \rangle$ y $\langle \text{LLS} \rangle$, $D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$ se correlaciona negativamente. Esto se explica por la tendencia de $D_{\text{prom}}(\text{NPHI})$ a crecer con la profundidad, opuesta al comportamiento de las resistividades promedio. Nuevamente, los mínimos de resistividad $\langle \text{LLD} \rangle$ y $\langle \text{LLS} \rangle$, se encuentran en JST.

Contrario a las somera y profunda, la resistividad micro esféricamente enfocada promedio, sí se correlaciona con $D_{prom}(NPHI)$ ($R^2 \sim 0.98$). Esto se debe a la tendencia de crecer con la profundidad. El registro MSFL es una medida de la resistividad en la zona lavada.

Con respecto a los registros de radiactividad natural, la $D_{prom}(NPHI)$, se correlaciona positivamente con los registros $\langle THOR \rangle$ y $\langle CGR \rangle$ $R^2 = 0.88$ y 0.96 , respectivamente, pero indica una correlación negativa con la concentración de uranio $\langle URAN \rangle$ ($R^2 \sim -0.82$).

Esto se debe a que las tendencias de $D_{prom}(NPHI)$, $\langle THOR \rangle$ y $\langle CGR \rangle$, son crecientes con la profundidad, mostrando valores máximos respectivos en JST. La litología particular del estrato JST, conformada de paquetes de arcilla, es responsable de la elevación en la concentración de radiactividad natural. En cambio, en la misma dirección, la concentración de uranio asociado con la materia orgánica disminuye.

En la Fig. 4.A, se presentan las gráficas de la variación de las dimensiones fractales promedio con la profundidad. Se observa que las resistividades $\langle MSFL \rangle$ y $\langle LLS \rangle$ muestran la tendencia del cambio similar, mientras que la dimensión fractal extraída de las series $\langle LLD \rangle$ tiene a lo largo de todo el perfil analizado, un comportamiento congruente con las anteriores (las unidades geológicas cretácicas y el JST), siendo inverso en JSK donde el comportamiento se cambia bruscamente.



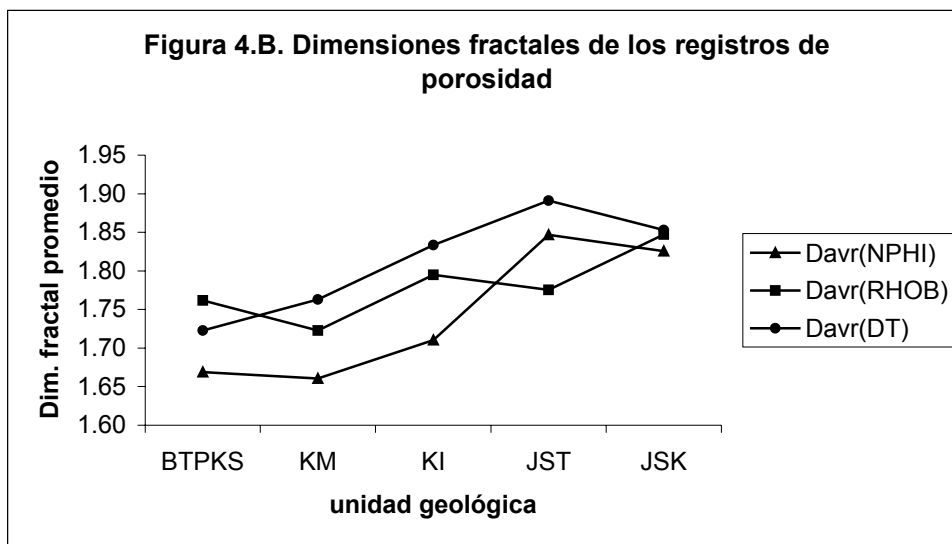
Cabe subrayar que los registros MSFL y LLS son sensibles a la resistividad cercana a la pared del pozo (zonas lavada e invadida, respectivamente), por lo que muestra una tendencia similar en la

rugosidad de las trazas. Sin embargo, desde el punto de vista resolución, MSFL registra micro resistividades, haciendo más rugoso el registro (y por ende, mayor dimensión fractal, Fig. 4.A).

Por su parte, el registro LLD detecta resistividad profunda, en la zona no invadida, correspondiente a la resistividad verdadera de la formación. La rugosidad de la traza presenta un incremento considerable en JST, debido a las condiciones litológicas del medio. La rugosidad decae en el JSK, donde la litología es menos arcillosa, con dolomías y calizas impregnadas de hidrocarburos.

Las tres curvas de dimensión fractal promedio señaladas anteriormente, muestran una significativa correlación lineal entre ellas. De este modo, entre $D_{prom}(LLS)$ y $D_{prom}(LLD)$ se observa $R^2 \sim 0.80$; entre $D_{prom}(LLS)$ y $D_{prom}(MSFL)$, $R^2 \sim 0.93$.

La Fig. 4.B, indica que las dimensiones fractales promedio de los registros de porosidad $\langle DT \rangle$ y $\langle NPHI \rangle$, presentan tendencias similares con respecto a la profundidad. Sin embargo, $D_{prom}(NPHI)$ tiene un comportamiento inverso en el Cretácico Medio, donde la rugosidad es la más baja del intervalo analizado. La correlación entre $D_{prom}(NPHI)$ y $D_{prom}(DT)$ es alta (0.89).

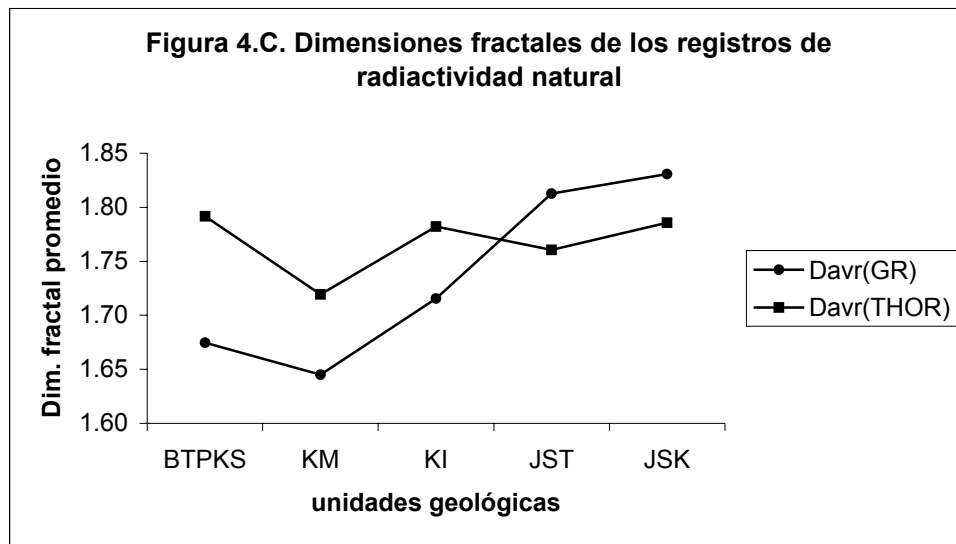


En las rocas cretácicas, $D_{prom}(NPHI)$ y $D_{prom}(RHOB)$ son congruentes entre si por la tendencia, pero muestran un comportamiento inverso en los estratos jurásicos (Fig. 4.B). La correlación entre dichas dimensiones fractales es positiva ($R^2 = 0.66$).

La rugosidad máxima de estas curvas se asocia con $D_{prom}(DT)$ en el Jurásico Superior Titoniano. En este estrato, particular por su contenido de arcilla, el retardo $\langle DT \rangle$ es máximo, lo que

posiblemente se relaciona con la presencia de gas en los potentes paquetes arcillosos de la unidad geológica.

La Fig. 4.C, señala la tendencia de las dimensiones fractales de los registros de radiactividad natural $\langle GR \rangle$ y $\langle THOR \rangle$. Ambas curvas son congruentes a lo largo de la profundidad, con excepción del estrato JST, donde se observa un comportamiento inverso entre ellas.



En la misma capa geológica, la rugosidad de $D_{prom}(THOR)$ disminuye, mientras que el registro $\langle THOR \rangle$ señala el máximo de radiactividad. Es notorio que la rugosidad de la traza imprime los atributos geométricos del medio.

Con excepción de la dimensión fractal $D_{prom}(DT)$, todas las dimensiones referidas anteriormente señalan un mínimo absoluto en el Cretácico Medio. En otras palabras, la rugosidad en esta zona es mínima para la mayoría de los registros geofísicos estudiados.

4.11 Conclusiones

A partir de los análisis de datos de pozo, se llegó a las siguientes conclusiones:

1. La dimensión fractal está relacionada con la sensibilidad de la herramienta, siendo para MSFL, LLS, LLD igual a 1.806, 1.653 y 1.675 respectivamente.
2. El análisis de los registros de pozo permite inferir que los procesos de sedimentación en el área de estudio fueron de naturaleza anti-persistente ($H < 0.5$).
3. Las propiedades petrofísicas del pozo 1, siguen una distribución multimodal (pentamodal) que se correlaciona de manera significativa con las principales unidades geológicas del área de estudio.
4. Un modelo fractal de registro de porosidad (pozo 1), caracteriza cada unidad geológica, con dimensiones fractales promedio entre 1.70 (BTPKS), 1.66 (KM), 1.75 (KI), 1.84 (JST) y 1.67 (JSK), respectivamente.
5. El escalamiento fractal (ley de potencia) que ha sido observado en todos los estratos geológicos, posiblemente se deriva de la distribución fractal del espacio de poros en los materiales analizados. La diferencia en los mecanismos de depósito del material y de su diagénesis, causa una ligera variación en las dimensiones fractales.
6. Las dimensiones fractales promedio extraídas a partir del registro de porosidad $D_{prom}(NPHI)$, de los 22 pozos, variaron entre 1.669 (BTPKS), 1.661 (KM), 1.710 (KI), 1.847 (JST) y 1.826 (JSK), respectivamente.
7. Las distribuciones de dimensiones fractales por el perfil analizado $\{D_{prom}(NPHI), D_{prom}(RHOB), D_{prom}(LLD), D_{prom}(LLS), D_{prom}(MSFL), D_{prom}(GR), D_{prom}(THOR)\}$, indican que su valor mínimo corresponde a la unidad geológica del Cretácico Medio. Este hecho es significativo pues sugiere que sin importar la propiedad petrofísica medida, la geometría de la traza presenta menor rugosidad en dicho estrato.
8. Del análisis fractal, se observa que la geometría del sistema geológico “influye” el comportamiento de las propiedades petrofísicas; la distribución de volumen de poros, la densidad, los minerales (y su radiactividad natural), asimismo, la resistividad en la zona

lavada, invadida y de la formación verdadera son debidas a la distribución de fluidos en el sistema poral.

9. Los registros de pozos con mayor coeficiente de correlación, con los correspondientes dimensiones fractales, fueron: resistividad MSFL ($R^2 = 0.95$); radiactividad natural GR (0.82); densidad RHOB (0.72) y porosidad inversa con D_{prom} (NPHI) (0.92). Estas técnicas se pueden recomendar para el análisis fractal.
10. La dimensión fractal extraída a partir del registro NPHI se correlacionó de manera positiva con las siguientes dimensiones fractales: D_{prom} (GR) ($R^2 = 0.98$); D_{prom} (LLS) (0.98); D_{prom} (MSFL) (0.91); D_{prom} (DT) (0.89). Esto se debe al hecho que la rugosidad de las traza aumentó desde el KM hasta el JST, siendo estos dos estratos puntos de referencia en el análisis de los datos, debido a sus características litológicas.
11. Las diferencias observadas entre las capas KM y JST se deben principalmente a su litología, ya que la primera es del tipo caliza dolomitizada y la segunda corresponde a una caliza con intercalaciones de arcilla, ambas con impregnaciones de hidrocarburos. La mayor rugosidad se asocia con la presencia de arcilla en estos estratos.

Tabla 4.5a. Coeficientes de correlación entre las dimensiones fractales promedio de los registros.

	$D_{prom}(NPHI)$	$D_{prom}(RHOB)$	$D_{prom}(DT)$	$D_{prom}(GR)$	$D_{prom}(LLS)$	$D_{prom}(LLD)$	$D_{prom}(MSFL)$	$D_{prom}(THOR)$
$D_{prom}(NPHI)$	1.00							
$D_{prom}(RHOB)$	0.66	1.00						
$D_{prom}(DT)$	0.89	0.57	1.00					
$D_{prom}(GR)$	0.98	0.80	0.86	1.00				
$D_{prom}(LLS)$	0.98	0.78	0.86	1.00	1.00			
$D_{prom}(LLD)$	0.82	0.31	0.73	0.75	0.80	1.00		
$D_{prom}(MSFL)$	0.91	0.78	0.65	0.94	0.93	0.66	1.00	
$D_{prom}(THOR)$	0.24	0.70	0.09	0.39	0.43	0.26	0.43	1.00

Tabla 4.5b. Coeficientes de correlación entre dimensiones fractales promedio de los registros y los registros promedio de los pozos.

	$D_{prom}(NPHI)$	$D_{prom}(RHOB)$	$D_{prom}(DT)$	$D_{prom}(GR)$	$D_{prom}(LLS)$	$D_{prom}(LLD)$	$D_{prom}(MSFL)$	$D_{prom}(THOR)$
NPHI	-0.89	-0.74	-0.97	-0.90	-0.89	-0.60	-0.72	-0.20
RHOB	0.67	0.72	0.88	0.71	0.70	0.39	0.47	0.25
DT	0.39	-0.40	0.43	0.21	0.25	0.71	0.08	-0.41
GR	0.88	0.43	0.79	0.82	0.79	0.60	0.79	-0.19
LLS	-0.56	-0.04	-0.73	-0.44	-0.41	-0.33	-0.27	0.61
LLD	-0.73	-0.31	-0.94	-0.65	-0.64	-0.57	-0.40	0.24
MSFL	0.98	0.73	0.83	0.98	0.96	0.69	0.95	0.23
CALI	0.66	0.67	0.28	0.72	0.70	0.40	0.91	0.45
SP	0.18	0.43	0.03	0.27	0.34	0.43	0.30	0.92
PEF	-0.24	-0.09	-0.57	-0.19	-0.15	0.08	0.04	0.54
DRHO	0.12	0.24	0.47	0.13	0.09	-0.25	-0.09	-0.31
POTA	0.24	0.53	0.23	0.32	0.24	-0.35	0.36	-0.11
THOR	0.88	0.25	0.81	0.78	0.80	0.94	0.68	-0.03
URAN	-0.82	-0.61	-0.65	-0.83	-0.88	-0.90	-0.80	-0.62
CGR	0.96	0.44	0.85	0.89	0.89	0.83	0.83	-0.01

Tabla 4.6. Coeficientes de correlación entre los registros promedio de pozos.

	NPHI	RHOB	DT	GR	LLS	LLD	MSFL	CALI	SP	PEF	DRHO	POTA	THOR	URAN	CGR
NPHI	1.00														
RHOB	-0.93	1.00													
DT	-0.20	0.02	1.00												
GR	-0.78	0.52	0.41	1.00											
LLS	0.65	-0.54	-0.52	-0.79	1.00										
LLD	0.87	-0.81	-0.53	-0.75	0.89	1.00									
MSFL	-0.88	0.65	0.23	0.91	-0.55	-0.67	1.00								
CALI	-0.40	0.13	-0.14	0.60	0.01	-0.02	0.76	1.00							
SP	-0.04	0.06	-0.10	-0.28	0.65	0.28	0.10	0.30	1.00						
PEF	0.56	-0.65	-0.13	-0.46	0.85	0.78	-0.26	0.30	0.70	1.00					
DRHO	-0.53	0.71	-0.17	0.26	-0.63	-0.63	0.16	-0.32	-0.54	-0.94	1.00				
POTA	-0.43	0.41	-0.55	0.46	-0.39	-0.24	0.42	0.39	-0.48	-0.55	0.62	1.00			
THOR	-0.69	0.43	0.77	0.81	-0.62	-0.73	0.79	0.42	0.09	-0.18	-0.06	-0.13	1.00		
URAN	0.62	-0.44	-0.36	-0.49	0.05	0.37	-0.74	-0.62	-0.69	-0.26	0.31	0.21	-0.76	1.00	
CGR	-0.80	0.54	0.57	0.95	-0.69	-0.76	0.93	0.59	-0.02	-0.30	0.09	0.19	0.95	-0.72	1.00

Tabla 4.7a. Dimensión fractal promedio de cada registro y su variación con las unidades geológicas.

	D _{prom} (NPHI)	D _{prom} (RHOB)	D _{prom} (DT)	D _{prom} (GR)	D _{prom} (LLS)	D _{prom} (LLD)	D _{prom} (MSFL)	D _{prom} (THOR)
BTPKS	1.669	1.762	1.723	1.675	1.674	1.731	1.832	1.792
KM	1.661	1.723	1.763	1.645	1.653	1.675	1.806	1.719
KI	1.710	1.795	1.833	1.716	1.692	1.726	1.818	1.782
JST	1.847	1.776	1.891	1.813	1.739	1.855	1.872	1.760
JSK	1.826	1.847	1.853	1.831	1.741	1.749	1.895	1.786

Tabla 4.7b. Promedio general de registros por unidad geológica.

	NPHI	RHOB	DT	GR	LLS	LLD	MSFL	CALI
BTPKS	11.250	2.640	56.039	32.639	1142.196	4101.536	126.811	10.923
KM	10.316	2.656	57.387	45.398	319.771	2287.146	134.317	10.188
KI	8.257	2.705	55.975	37.367	593.268	1652.512	179.911	10.001
JST	7.403	2.690	61.795	59.894	197.743	692.775	393.559	10.960
JSK	7.119	2.699	54.647	59.217	439.160	1754.947	441.659	11.822
	SP	PEF	DRHO	POTA	THOR	URAN	CGR	
BTPKS	56.970	7.226	-0.061	0.247	1.169	2.857	9.068	
KM	-152.989	3.530	0.021	0.521	1.490	3.989	16.484	
KI	1.878	3.692	0.042	0.414	1.754	3.042	14.484	
JST	-11.706	4.398	-0.011	0.285	10.356	2.090	55.279	
JSK	-25.845	4.232	0.018	0.734	4.670	2.555	42.072	

V. Lagunaridad de los registros de pozo

5.1 Introducción

El concepto de lagunaridad fue propuesto por Mandelbrot (1982), como una medida cuantitativa de la distribución de "huecos" o "gaps" por tamaño sobre una textura. Dicho concepto describe la manera de cómo los datos llenan el espacio y llega a ser un parámetro complementario a la dimensión fractal, que a su vez mide cuánto espacio fue ocupado por un conjunto (Tolle *et al*, 2003). Frecuentemente, construcciones con dimensiones fractales iguales, pueden tener texturas visiblemente diferentes. El mejor ejemplo para observar estas diferencias en lagunaridad, de los conjuntos con la misma dimensión fractal, lo representa el conjunto determinístico de Cantor. Este último puede ser comparado con el conjunto de Cantor aleatorio, como se muestra en la Figura 5.1 (b) y (c). La dimensión fractal de ambos conjuntos es 0.6309, pero la distribución de tamaño de huecos es notablemente diferente (Turcotte, 1997).

El valor alto de lagunaridad se asocia a un agrupamiento mayor de puntos y significa la presencia de huecos más amplios. Lagunaridad pequeña implica una distribución más uniforme de los poros de tamaño similar. La Figura 5.1, construida a partir de un segmento lineal, se divide en 27 partes iguales, cada una de longitud unitaria. En el caso (a) se observa una distribución casi uniforme (lagunaridad es baja), opuesta al ejemplo (d), donde los puntos están agrupados dentro de una sola zona (lagunaridad es alta).

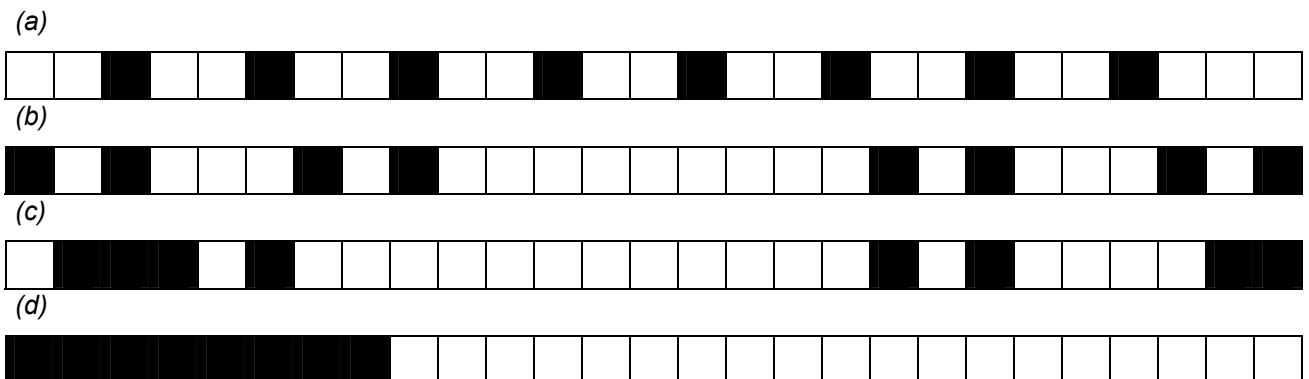


Figura 5.1. (a) Distribución casi uniforme; (b) Conjunto de Cantor determinístico; (c) Conjunto de Cantor aleatorio; (d) Distribución agrupada de puntos (Turcotte, 1997).

Se han propuesto diferentes algoritmos para cuantificar la lagunaridad (Gefen *et al*, 1983; Lin & Yang, 1986). Sin embargo, una forma estadística simple para medirla fue diseñada por Allain & Cloitre (1991) y se basa en el método de la "caja deslizante".

En este último método, una caja de longitud r se coloca en el origen de cada una de las distribuciones por analizar (por ejemplo, las de la Figura 5.1). Se determina el número de sitios ocupados dentro de la caja (su masa = s). La caja se mueve hacia adelante a lo largo del conjunto de interés, deslizándose un espacio unitario a la vez. La masa de la caja se mide en cada etapa del análisis. Este proceso se repite, hasta pasar por todo el conjunto, utilizando los diversos tamaños de caja seleccionados por el investigador. Como resultado, surge una distribución de frecuencia $f(s, r)$ de la masa de las cajas, que se convierte en una otra de probabilidades $P(s, r)$, al dividirla entre el número total de cajas analizadas $N(r)$ de tamaño r .

Los momentos (de primero y segundo orden) de una distribución, se determinan de acuerdo a las siguientes expresiones (Korvin, 2002):

$$M^{(1)}(r) = \sum_{s=1}^r sP(s, r) \quad , \quad (5.1)$$

$$M^{(2)}(r) = \sum_{s=1}^r s^2 P(s, r) \quad . \quad (5.2)$$

Allain & Cloitre (1991) miden la lagunaridad para cada tamaño de caja como la relación entre los momentos señalados

$$\Lambda(r) = \frac{M^{(2)}(r)}{[M^{(1)}(r)]^2} \quad . \quad (5.3)$$

La Ec.(5.3) se aplica a un intervalo de tamaños de caja, cuya magnitud fluctúa desde $r = 1$, hasta una fracción dada de la longitud L del conjunto. Plotnick *et al.*, (1996), sugieren que $L/2$ es el óptimo límite superior.

Las lagunaridades de los conjuntos presentados en la Figura 5.2, provienen de datos binarios representados gráficamente en la Figura 5.1. Se observa que para $r = 1$, todas las distribuciones (a - d) tienen lagunaridad $\Lambda(1) = 3.375$. Cuando el valor de r crece, la lagunaridad disminuye llegando a 1, valor que corresponde a su límite topológico (valor más pequeño posible de Λ , que corresponde a la varianza igual a cero). La distribución casi-uniforme de puntos que se observa en la Fig. 5.2a (imagen del conjunto correspondiente a la Fig. 5.1a), corresponde a la lagunaridad más baja, cercana a 1 para tamaños de $r > 2$. La distribución de grupos de puntos representados por la Fig. 5.2d (imagen del conjunto correspondiente a la Fig. 5.1d), tiene un hueco único y por lo tanto, la lagunaridad más grande. El conjunto aleatorio de Cantor (Fig. 5.2c), muestra una lagunaridad significativamente mayor que el conjunto de Cantor determinístico (Fig. 5.2b), aún cuando ambos conjuntos tienen la misma dimensión fractal. Por lo tanto, es notoria la sensibilidad de la lagunaridad como una medida de distribución de los puntos de interés, que aporta información adicional a la dimensión fractal, sobre las propiedades geométricas del conjunto.

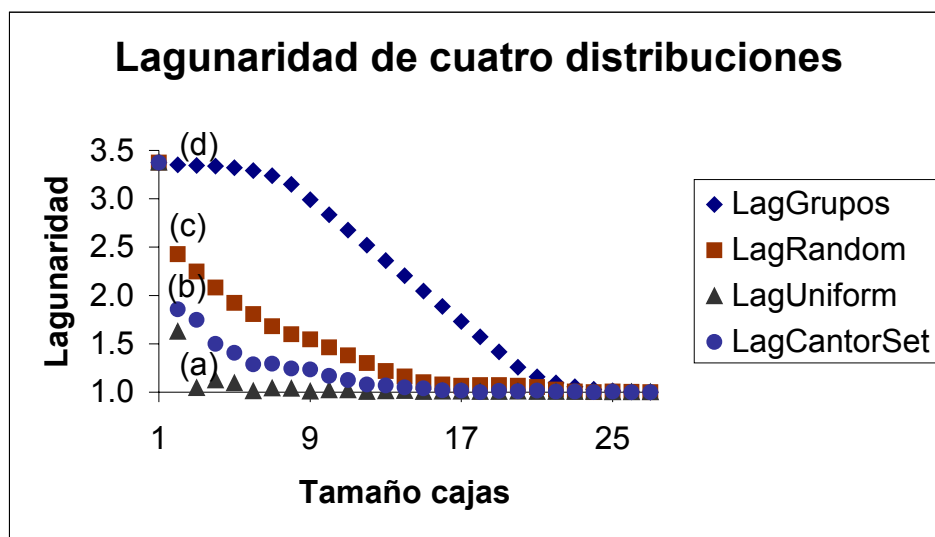


Figura 5.2. Lagunaridades en función del tamaño de caja r para las cuatro distribuciones señaladas en la Figura 5.1.

Otra manera de presentar la Ec.(5.3) se basa en el hecho de que (Korvin, 2002)

$$M^{(1)}(r) = \langle s(r) \rangle \quad , \quad (5.4)$$

$$M^{(2)}(r) = \sigma^2(r) + \langle s(r) \rangle^2 \quad , \quad (5.5)$$

donde $\langle s(r) \rangle$ es el promedio y σ^2 es la varianza del número de sitios ocupados por caja.

Por lo tanto, Plotnick *et al.* (1996), han definido la lagunaridad como

$$\Lambda(r) = \frac{\sigma^2(r)}{\langle s(r) \rangle^2} + 1 \quad , \quad (5.6)$$

obsérvese que, cuando la distribución es uniforme, la varianza es igual a cero y la lagunaridad a 1. Además, la función de lagunaridad puede ser vista como una representación adimensional de la razón (varianza)/(promedio)² y relacionarse con el *ancho* del histograma de una distribución (Korvin, 2002).

Las gráficas de logaritmo (base 10) de lagunaridad versus logaritmo (base 10) de r para las distribuciones de la Figura 5.1, se presentan en la Figura 5.3.

De las regularidades de la dinámica de lagunaridad con el tamaño de caja, representada de forma gráfica en la Figura 5.3, se derivan varias observaciones:

(1) Conjuntos poco poblados tendrán lagunaridad más alta que los conjuntos densos, para los mismos tamaños de caja deslizando;

(2) Cajas más grandes tienden a ser invariantes al traslado (el segundo momento disminuye con el crecimiento del tamaño de la caja, respecto al momento de primer orden). Así, el mismo conjunto tendrá lagunaridades más bajas, en cuanto se incrementa el tamaño de la caja (Plotnick *et al.*, 1996);

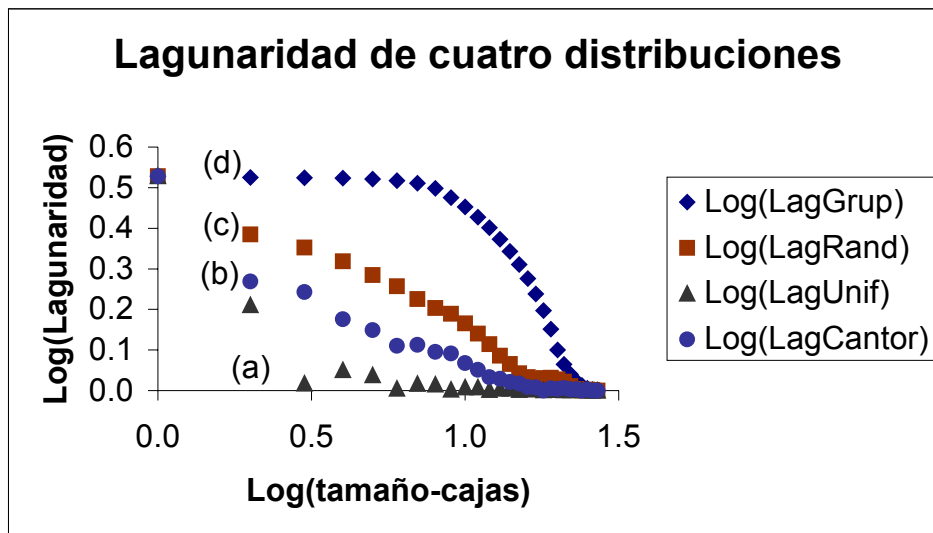


Figura 5.3. Análisis de lagunaridad para las distribuciones de la Figura 5.1.

(3) Para determinados r y la fracción $p (= S / L)$ de sitios que están ocupados, mayor lagunaridad significará mayor agrupamiento de datos (Plotnick *et al.*, 1996).

En la Figura 5.3, se observa que para cajas más grandes, las desviaciones tienden a cero, hecho que se asocia a la longitud de la secuencia regularmente espaciada, que se está cortando más allá de la longitud total muestreada. Para el conjunto uniforme (o regular, de triángulos), $D - E = -1$, por lo que $D = 0$ (Fig. 5.3).

De forma contraria, el conjunto aleatorio (Fig. 5.3c), forma una curva cóncava. Esto se debe a que los patrones aleatorios, se vuelven estadísticamente invariantes al traslado a mayores escalas.

Observando la curva de lagunaridad para los grupos distribuidos aleatoriamente (Fig. 5.3d), se nota cómo se puede utilizar la lagunaridad para detectar las escalas óptimas del análisis. La curva declina gradualmente, hasta un punto crítico donde se rompe la tendencia que corresponde a un tamaño de caja aproximadamente igual a 8 ($\log 8 \sim 0.9$). Este último punto, corresponde al agrupamiento de datos.

Escalado de la lagunaridad

Según Allain & Cloitre (1991), la función de lagunaridad $\Lambda(r)$ obedece una ley de potencia

$$\Lambda(r) \propto \left(\frac{r}{L}\right)^{D-E}. \quad (5.7)$$

Donde L es el tamaño del sistema, r el tamaño de caja, D la dimensión fractal y E la dimensión Euclidiana.

En un gráfico LOG(r) vs LOG(lagunaridad) derivado de la Ec.(5.7), la curva de lagunaridad de una secuencia auto-similar se vuelve asintóticamente lineal. Dicha curva para monofractales auto-similares, debe ser una línea recta con pendiente igual a D - E, (Plotnick *et al*, 1996).

Es posible inferir entonces, dada la ecuación que relaciona el coeficiente de Hurst con la dimensión fractal, que $D - E = -\alpha$. En otras palabras, la pendiente α se correlaciona con el coeficiente de rugosidad (H).

La Figura 5.3 no muestra la linealidad mencionada de un modo claro, debido a la longitud limitada de la secuencia analizada. Sin embargo, el análisis de los conjuntos más amplios llevará a una aproximación asintótica hacia la linealidad (Plotnick *et al*, 1993).

Más adelante analizaremos curvas de lagunaridad extraídas del análisis de los registros geofísicos de pozo, observando una linealidad asintótica casi perfecta de las trazas de datos reales, que se ajustan al modelo fractal.

En resumen, las curvas de lagunaridad de conjuntos unidimensionales, tienen diversos cambios de pendiente, que corresponden a distintas escalas de observación de los conjuntos. Los patrones fractales ideales producen gráficas rectas de lagunaridad, porque tienen la misma apariencia a todas las escalas, siendo invariantes al traslado.

5.2 Revisión Bibliográfica

Históricamente, la noción "lagunaridad" se aplicó por primera vez al estudio de la distribución de las galaxias en el espacio. Este análisis implicó la necesidad de buscar una medida de su invarianza al traslado. Fue en ese contexto que se introdujo el concepto de la lagunaridad al estudio de fractales (Mandelbrot, 1979).

El principio cosmológico de Einstein & Milne (Milne, 1933) postula que las leyes de la Naturaleza, deben ser -en todas partes y siempre- las mismas, por lo que la distribución de la materia sigue las mismas leyes, sin importar el sistema de referencia utilizado. Es decir, la distribución señalada debe ser invariante al traslado.

A través de la observación de los cúmulos de galaxias, Mandelbrot (1982) distinguió un aspecto importante de la textura, dándole el nombre de *lagunaridad*. *Lacuna* (de lago) es una palabra en Latín que significa hueco, por lo que un fractal se define como lagunar, si sus agujeros tienden a ser amplios.

En el marco de la Geometría Fractal, el término de lagunaridad (L o Λ), surge de la relación:

Propiedad = (prefactor) \times (cantidad B)^{exponente},

donde el exponente corresponde a la dimensión fractal (D) y lagunaridad (Λ) juega el papel de prefactor (Mandelbrot, 1983).

Mandelbrot (2002), subraya que aún cuando dos fractales sean idénticos en su topología y dimensión fractal, pueden "verse" diferentes. Los agujeros o "lagunas" que son una firma de la fractalidad, pueden ser más pequeños en un caso, produciendo una textura "menos lagunar".

Un primer intento de cuantificar la lagunaridad, se realizó al analizar el polvo de Cantor aleatorio (CA). Si CA intersecta un intervalo $[0, 1]$, su masa promedio dentro de dicho intervalo será $\langle W \rangle$. Al buscar que la relación de $W / \langle W \rangle - 1$ difiera de cero, Mandelbrot (1983) utilizó la medida convencional de diferencia, como el valor promedio de la expresión de segundo orden $(W / \langle W \rangle - 1)^2$, representándolo como

$$\langle (W / \langle W \rangle - 1)^2 \rangle.$$

Esta expresión constituyó la base de la definición de lagunaridad de Mandelbrot (1983).

Si se considera la masa de un fractal contenido dentro de una esfera de radio r , representándola como $F \cdot r^D$, el prefactor F no es un factor numérico sino una variable aleatoria. En este caso, medida de su lagunaridad será la desviación cuadrática media de F , dividida por su media al cuadrado (Gefen *et al*, 1983).

De este modo, se puede concluir que la dimensión fractal D , describe el escalamiento de la masa M dentro de un volumen de tamaño r , es decir, la relación asintótica del tipo $M \sim r^D$. Sin embargo, diferentes estructuras comparten el mismo valor de D , pero lucen muy diferentes entre sí.

La lagunaridad, mide a su vez, las fluctuaciones que presenta la “ley de distribución de masa”, del tipo $M \sim r^D$, donde M (la “masa”) se refiere al número de sitios ocupados dentro de una parte del sistema cuyo tamaño lineal es r (Gefen *et al*, 1983).

En un tapete de Sierpinski, donde n es el número de sub-arreglos de cuadrados de $m \times m$ celdas, dentro de un arreglo de $b \times b$ celdas, la lagunaridad está dada por

$$L = (1/n) \sum_i (n_i - \bar{n})^2,$$

donde $\bar{n} = \sum_i (n_i / n)$, y

$n = (b - m + 1)^2$, n_i representa el número de sub-cuadrados no eliminados en la i -ésima cobertura $m \times m$ (Gefen *et al*, 1984; Lin & Yang, 1986).

Allain & Cloitre (1991), desarrollaron un algoritmo para el cálculo directo de lagunaridad, aplicable a fractales aleatorios y determinísticos, que hasta la fecha sigue siendo el método de referencia.

El análisis de lagunaridad, puede ser referido como un método multiescalado de descripción de la textura asociada a los patrones de dispersión espacial de datos en el espacio Euclidiano de 1-, 2- ó 3-dimensiones (Plotnick *et al*, 1993).

Se puede decir que la lagunaridad mide la desviación de un objeto geométrico, tal como un fractal, de la invarianza al traslado. Entonces, a una escala dada, surge la pregunta: ¿Qué tan semejantes entre sí son las partes de un objeto geométrico vistas desde diferentes regiones?

Los objetos geométricos de baja lagunaridad son homogéneos e invariantes al traslado, porque todos los tamaños de sus huecos tienden a ser iguales. Al contrario, los objetos con un amplio intervalo de tamaños de huecos son heterogéneos, por lo que tienen una alta lagunaridad.

La invarianza al traslado depende de la escala. Los objetos que son heterogéneos a pequeñas escalas, pueden ser muy homogéneos cuando son examinados a mayores escalas o viceversa.

Por esta razón, la lagunaridad puede considerarse una medida de la heterogeneidad o textura de un objeto, siendo dependiente de la escala de observación (Plotnick *et al*, 1993).

Borri-Brunetto *et al* (2001), llevaron a cabo un análisis multiescalar de lagunaridad de los dominios de contacto de superficies fractales, generadas numéricamente por el método de desplazamiento aleatorio del punto medio, con dimensiones fractales Δ entre 2.1 y 2.5. Observaron que entre más grande es Δ , más pequeña es la dimensión fractal $\Delta\sigma$ del dominio de contacto (es decir, es mayor su lagunaridad).

Por lo tanto, la rugosidad de las interfases describe la lagunaridad de los dominios de contacto, cuya dimensión fractal es siempre menor que 2. Es decir, el dominio de contacto entre dos superficies rugosas es un conjunto lagunar (Chiaia, 2002).

En otro estudio, se utilizaron las imágenes de Tomografía Computarizada (CT) de huesos vertebrales, provenientes de un grupo de pacientes, para establecer que tan sensible es la lagunaridad como un parámetro que describa la densidad de los huesos y cual es la aplicabilidad de la firma fractal a la medicina (Dougherty, 2001).

La lagunaridad fue medida a partir de imágenes binarizadas, utilizando el método de cajas deslizantes de Allain & Cloitre (1991). Se llegó a concluir que los patrones de pérdida de hueso con la edad, pueden caracterizarse por la conectividad de la red de huesos, el patrón trabecular de la columna, un índice derivable de la firma fractal y la lagunaridad, respectivamente (Dougherty y Henebry, 2002).

Martínez & Saar (2002), utilizaron medidas de lagunaridad en la descripción de textura cósmica. Construyeron curvas de lagunaridad que indican un comportamiento decreciente a escalas mayores. Además, asociaron la lagunaridad a la distribución no homogénea de la medida sobre el soporte fractal, es decir, encontraron regiones altamente pobladas junto a localidades casi vacías. La medida de lagunaridad reveló la heterogeneidad a pequeña escala del conjunto.

Por otra parte, Mandelbrot *et al* (2002), observaron que en los cúmulos de partículas dentro del proceso de agregación radial por difusión-limitada (DLA) en 2 dimensiones (la cual es similar al proceso de difusión, de una gota de tinta sobre un papel), el número de partículas M , crece con el radio de giro R_g como $M \sim R_g^{1.71}$, donde 1.71 es la dimensión fractal.

En este caso, la lagunaridad del fractal es creciente, ya que a lo largo del proceso entre las “ramas” del conjunto, se van creando huecos. Sin embargo, la mayor conclusión de Mandelbrot *et al* (2002), fue que en cuanto $M \rightarrow \infty$ el fractal tiende a una dimensión efectiva ~ 1.67 , con huecos de tamaño intermedio.

Motivados por la proposición de Mandelbrot (1983), de utilizar la lagunaridad de los conjuntos de Cantor para diferenciar su invarianza al traslado, Nekka & Li (2002) estudiaron las propiedades de estos conjuntos al traslado y demostraron cómo éstas pueden utilizarse con propósito de clasificación.

En otro estudio, Armatas *et al* (2002), compararon muestras de sólidos de Aluminio, Vanadio y Fósforo con porosidad ordenada, utilizando los parámetros de lagunaridad (L), dimensión fractal del volumen de poro (D_v) y conectividad c de sus estructuras porosas.

La L de los sólidos se determinó utilizando la fórmula $L = M(2) / [M(1)]^2$ sugerida por Allain & Cloitre (1991). Se llegó a concluir que las cantidades D_v y L están interrelacionadas por la ecuación $D_v = 2.47 - 1.41 L$, para sólidos porosos. Es decir, valores altos de L van acompañados de valores bajos de D_v y viceversa, lo que a su vez puede interpretarse como una baja rugosidad del fractal.

Desde el punto de vista matemático, la auto-similitud de un conjunto fractal implica que los momentos de m se escalen, dentro de un volumen de tamaño r como

$$\langle m^k \rangle = \mu_k r^{k\alpha},$$

con los exponentes unifractales $k\alpha$ y con $\mu_k = \langle A^k \rangle$. La lagunaridad de la masa, considerando los valores acumulados $\langle A^k \rangle_c$ puede describirse como

$$\langle \Delta m^2 \rangle / \langle m \rangle^2 = \langle A^2 \rangle_c / \langle A \rangle^2 = \mu_2 / \mu_1^2 - 1.$$

Es decir, valores grandes de esta razón, corresponden a una distribución de masa menos uniforme y viceversa: valores pequeños de lagunaridad, coinciden con una distribución de masa más uniforme (Hovi *et al*, 1996).

Por otra parte, Jaggard & Jaggard (1998, 2001) llevaron a cabo análisis fractal y de lagunaridad en anillos matemáticos generados por el conjunto de Cantor. La cantidad de huecos pre existente en la estructura, la incorporaron mediante el descriptor fractal de lagunaridad.

Los autores mencionados encontraron que los anillos con textura fina (huecos pequeños) tienen baja lagunaridad y son prácticamente invariantes al traslado, mientras que los de huecos grandes y textura burda, no son homogéneos y con lagunaridad alta.

5.3 Metodología

Recientemente, Oleschko *et al* (2004), propusieron el concepto de "lagunaridad generalizada", para el estudio de imágenes digitales representadas por 255 tonos de gris. Este concepto y el método de medición propuesto será utilizado en el presente estudio.

En términos generales, los métodos para calcular lagunaridad fueron dados por Mandelbrot (1983) y más específicamente por Gefen, Aharony & Mandelbrot (1984), Lin & Yang (1986), Allain & Cloitre (1991) y Plotnick *et al* (1993, 1996).

5.4 Resultados y Discusión

A. Análisis de lagunaridad aplicado a los datos experimentales del registro de pozo

Los ejemplos del análisis de datos de lagunaridad extraídos vía las técnicas del análisis de imágenes, corresponden a los conjuntos binarios. Surge la pregunta sobre si dicho análisis, es igualmente válido para los conjuntos de datos reales. Plotnick *et al* (1996), dieron respuesta positiva a esta pregunta demostrando que el método, es igualmente aplicable a los datos cuantitativos de diversa naturaleza.

Su argumento se basa en el hecho de que la masa de las cajas, siempre se traduce a las distribuciones de 0's y 1's sólo para $r = 1$. Para valores más amplios de r , las masas pueden crecer desde cero a r , refiriéndose al caso unidimensional. Por consecuencia, el utilizar los datos cuantitativos significa lo mismo que iniciar el análisis, a una resolución superior a $r = 1$. Por lo tanto,

la lagunaridad se puede calcular utilizando la suma de distribuciones en una caja de tamaño r (Plotnick *et al*, 1996).

Oleschko (2003), sugirió aplicar la ecuación (5.6) directamente a los registros de pozo, obtenidos por las técnicas de exploración arriba especificadas; para obtener las curvas de lagunaridad mostradas en las figuras del texto, se diseñó un programa en FORTRAN basado en la ec.(5.6) (Lozada y Arizabalo, 2003).

B. Lagunaridad de los registros geofísicos de pozo

La importancia del análisis de lagunaridad, como una herramienta general para la caracterización de la distribución espacial de datos, se comprobó aplicándolo a los registros geofísicos de pozo, que corresponden al área de estudio.

El análisis se aplicó a los datos de registros tipo: Porosidad Neutrón (NPHI); Densidad (RHOB, DRHO, PEF); Resistividad (SP, ILD, ILM, MSFL, LLD, LLS); Rayos gamma naturales (GR, CGR, URAN, POTA, THOR, TAU); Caliper (CAL) y Sónico (DT).

Al principio se efectuó un análisis de las trazas completas, que cubren los cinco estratos geológicos de interés (Brecha – Cretácico Superior (KS), Cretácico Medio (KM), Cretácico Inferior (KI), Jurásico Superior Titoniano (JST) y Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK)), para los pozos del 1 al 22. Posteriormente, se analizaron las curvas de lagunaridad para registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL), ajustándolos a los estratos geológicos arriba mencionados.

En las figuras que se presentan a continuación, se indican los valores de resistividad, dimensión fractal y lagunaridad, referidos al pozo completo y a cada unidad geológica estudiada. Asimismo a las pendientes (α) obtenidas graficando (LOG(r) vs LOG(lagunaridad)) y los valores de la "dimensión de lagunaridad" definida como $D(\Lambda) = 2 - \alpha$.

También se indica el coeficiente de correlación lineal (R^2), así como el número de datos utilizados en cada análisis de los registros LLD, LLS, MSFL, completos y por estrato.

Hay que mencionar, que el término "*dimensión de lagunaridad*" se utiliza con el único propósito de distinguir entre la dimensión extraída a partir de la lagunaridad y las dimensiones fractales medidas con el paquete BENOIT.

La dimensión de la lagunaridad tiene el mismo significado que la dimensión de la masa fractal.

B.1 Lagunaridad para el registro de porosidad neutrón (NPHI)

De acuerdo con la estrategia de análisis arriba especificada, en las Figuras 5.4a y b se muestran los datos del registro de porosidad (NPHI) para todos los estratos (ver Figuras en Apéndice 1). La traza completa contiene 3528 datos, con una dimensión fractal obtenida por el método R/S, $D_{R/S} = 1.722$, es decir, un coeficiente de Hurst $H = 2 - D = 0.278$, lo cual indica su importante rugosidad (Fig. 5.4a Apéndice 1).

La curva de variación de LOG(lagunaridad) vs LOG(tamaño de caja r), correspondiente a $r = 1$, produce el valor máximo de lagunaridad (1.489), esta lagunaridad es ligeramente mayor que uno (límite topológico de una distribución homogénea), por lo que la distribución de porosidad indica cierta homogeneidad o alta invarianza al traslado.

La naturaleza fractal auto-similar de este registro, se aprecia mejor por la linealidad de su comportamiento a varias escalas, con un coeficiente de correlación alto ($R^2 \sim 0.92$) y pendiente $\alpha \sim 0.06$ observado en la Figura 5.4b (Apéndice 1).

B.2 Lagunaridad en registros de densidad (RHOB, DRHO, PEF)

Para los registros de densidad, la traza RHOB que abarca todo el intervalo de escalas que cubre el estudio, se muestra en la Fig.5.5a, donde se indica que el valor de lagunaridad para tamaño de caja uno, es de sólo 1.001. Este valor es todavía más cercano al límite topológico de la lagunaridad, por lo que dicho registro señala los valores prácticamente uniformes en toda la traza.

Estos datos se interpretan como una baja sensibilidad de las técnicas RHOB, DRHO, PEF hacia la lagunaridad (Oleschko, 2003, comunicación personal), por lo que su uso para la medición de Λ se ve limitado.

Las dimensiones fractales, obtenidas por el método (R/S) para la traza de RHOB son de 1.716 y 1.687 (eliminando puntos para obtener un ajuste lineal máximo), respectivamente. En la Fig.5.5b se observa la linealidad de la función, con una pendiente baja (0.0002) y un coeficiente de correlación alto (0.956).

Lo anterior implica que los valores de densidad son muy uniformes a lo largo del registro y las capas con diferente litología y porosidad tampoco pueden ser diferenciados por este método geofísico.

El comportamiento de la curva de lagunaridad para el registro DRHO (Fig. 5.6) es similar al anterior, con una pendiente ligeramente más grande, de 0.1646 (que corresponde a una dimensión de la lagunaridad de 1.8) y con un coeficiente de correlación alto (0.989), es decir, comportamiento asintóticamente lineal dentro de todo intervalo de escalas utilizado (tamaño de caja r).

Esta dimensión es notablemente mayor a la medida a partir de la rugosidad de la traza, lo que confirma una baja resolución de los métodos de densidad hacia la lagunaridad.

Para el registro PEF, la pendiente es de 0.012, valor que se ubica entre los anteriores (Fig. 5.7). La linealidad también se mantiene a lo largo de este intervalo de estudio ($R^2 = 0.967$).

B.3 Lagunaridad de los registros de resistividad (MSFL, LLD, LLS)

El registro MSFL (Figuras 5.8a y b), detectó fuertes variaciones de resistividad en los diferentes estratos. El valor de lagunaridad del registro completo es alto ($\Lambda(1) = 2.922$), acercándose a la lagunaridad del conjunto de Cantor para $r = 1$.

La pendiente es de ~ 0.128 , con un $R^2 = 0.804$, lo que resulta en una dimensión de lagunaridad de 1.872. La dimensión fractal medida con BENOIT a partir de estos datos $D(R/S)$ es igual a 1.801, cercano al de 1.872 mencionado arriba. Estos datos confirman una alta sensibilidad de los registros de resistividad a la lagunaridad.

Por otro lado, en la Fig. 5.9a se muestra el comportamiento irregular encontrado en el registro de resistividad LLS. Este último tiene una dimensión fractal menor a la del registro anterior (1.692), pero una lagunaridad inicial mayor, $\Lambda(1) = 5.055$, que supera el valor máximo de los polvos de Cantor, que se tomaron como referencia para el presente estudio.

Además, se observan cambios de pendiente en la distribución de lagunaridad (Fig. 5.9b). La pendiente (0.218) fue mayor que en el caso anterior, con un buen ajuste lineal (0.916), lo que resultó en una dimensión de lagunaridad de 1.782. El promedio de la resistividad LLS a lo largo del registro completo es de 378.490 ohm-m, siendo menor al del MSFL.

Para LLD (Fig 5.10a), el valor de la lagunaridad para la caja de tamaño 1 es de $\Lambda(1) = 7.302$, que de hecho es uno de los valores más altos de los registros analizados. La pendiente también es alta (~ 0.26), con una buena linealidad ($R^2 \sim 0.96$), lo que da una dimensión de lagunaridad de 1.74, muy cercana al valor medido directo a partir de la rugosidad de la traza.

Esto significa, que el método geofísico LLD tiene una máxima resolución para la medición de la lagunaridad y permite diferenciar con claridad detalles petrofísicos y por ende litológicos de diferentes capas.

La dimensión de este registro, estimada con BENOIT, es de 1.675, menor que las dimensiones extraídas de los registros LLS y MSFL. La resistividad promedio es de 1744.644 ohm-m, siendo su valor mayor a las anteriores.

Para comparar los valores de lagunaridad(1) para el registro completo, se analizaron los datos de $\Lambda(\text{LLD})$, $\Lambda(\text{LLS})$ y $\Lambda(\text{MSFL})$.

En el caso de la dimensión fractal, obtenida por el método R/S, se compararon $D_{R/S}(\text{LLD})$, $D_{R/S}(\text{LLS})$ y $D_{R/S}(\text{MSFL})$.

Las dimensiones de lagunaridad, $D_\Lambda = 2 - \alpha$, se manejaron siguiendo las siguientes notaciones: $D_\Lambda(\text{LLD})$, $D_\Lambda(\text{LLS})$ y $D_\Lambda(\text{MSFL})$.

Por notación, elegimos a $R_{\text{prom}}(\text{LLD})$ como la resistividad promedio del registro LLD completo, y extendemos esta notación a los registros LLS y MSFL: $R_{\text{prom}}(\text{LLS})$ y $R_{\text{prom}}(\text{MSFL})$.

Para el pozo uno, se satisfacen las siguientes desigualdades:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}).$$

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}).$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

La desigualdad observada en los valores de las resistividades LLD y LLS, indica una separación entre las curvas de resistividad profunda y somera, que aunada a valores bajos de la curva de densidad, implican la posible presencia de fracturas.

Por otra parte, se documentó que el comportamiento de lagunaridad extraída vía diferentes técnicas es inverso al de la dimensión fractal, siendo la resistividad directamente proporcional a la lagunaridad.

Las pendientes (α) de las gráficas LOG(r) vs LOG(lagunaridad), son mayores en todos los casos, que los coeficientes de Hurst calculados directamente a partir de los registros. Sin embargo, las dimensiones fractales calculadas a partir de la lagunaridad, satisfacen las desigualdades encontradas por el método común R/S, es decir: $D_{\Lambda}(\text{LLD}) < D_{\Lambda}(\text{LLS}) < D_{\Lambda}(\text{MSFL})$.

B.3.1 Lagunaridad para el registro de resistividad LLD por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK)

Los datos de la lagunaridad calculados a partir del registro LLD se correlacionaron con las diferencias litológicas de las capas geológicas de interés. Para la Brecha Terciaria - Cretácico Superior (BTPKS), la lagunaridad $\Lambda(1)$ alcanzó su valor máximo de 7.425, con una dimensión fractal $D(\text{R/S})$ de 1.619 (Fig. 5.18a). Esta capa es una almacenadota de hidrocarburos.

La pendiente ajustada del gráfico LOG(r) vs LOG(lagunaridad) es de 0.33, con un coeficiente de correlación igual a 0.96. De estos datos se deriva una dimensión de lagunaridad igual a 1.667 (Fig. 5.18b). La curva de lagunaridad, presenta cambios de pendiente a profundidades de 100 y 500 ft.

La resistividad promedio para el BTPKS es de 302.365 ohm-m.

Para el Cretácico Medio (KM), el valor de la lagunaridad generalizada también es alto (7.008), con dimensión fractal de 1.672. La Fig. 5.19a muestra grandes lagunas entre valores altos de resistividad. La pendiente es de 0.312 y la correlación de 0.965.

La dimensión fractal extraída de la curva de lagunaridad es igual a 1.688 (Fig. 5.19b).

La resistividad promedio para esta unidad geológica es de 320.369 ohm-m.

La máxima lagunaridad generalizada de 9.878 (registro LLD), correspondió al Cretácico Inferior (KI), siendo la dimensión fractal $D_{\text{R/S}}$ igual a 1.759 (Fig. 5.20a).

Los valores de resistividad alta, se localizan en zonas muy específicas del estrato, con un ajuste lineal alto (~ 0.94) y pendiente 0.216, llegando a la dimensión de lagunaridad igual a $D_{\Lambda} = 1.784$, muy similar a la $D_{\text{R/S}}$ (Fig. 5.20b).

La resistividad promedio para el KI es de 246.515 ohm-m.

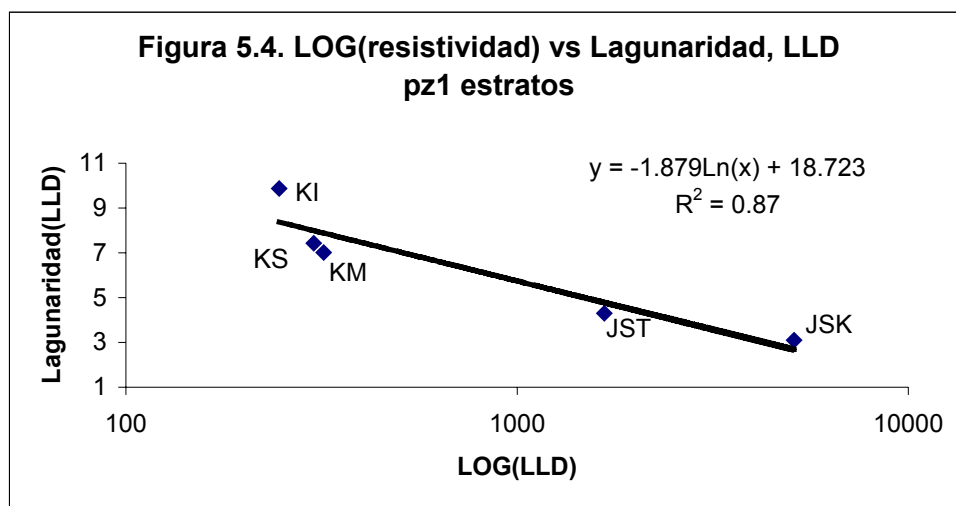
Para la capa del Jurásico Superior Titoniano (JST), el valor de la lagunaridad disminuye a 4.301, observándose la misma tendencia en el comportamiento de la dimensión fractal (1.698). (Fig. 5.21a). La pendiente es relativamente baja (0.1313) y el ajuste lineal ya no es tan bueno (~0.76).

La dimensión de lagunaridad es 1.869 (Fig. 5.21b), siendo significativamente superior a la $D_{R/S}$. La resistividad promedio en esta capa es de 1669.283 ohm-m. Esta capa corresponde a la roca generadora de hidrocarburos. En el Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK), el registro LLD presentó un comportamiento similar al anterior. La lagunaridad generalizada llegó al valor de 3.091 (la más baja de todo el intervalo) y dimensión fractal también fue relativamente baja (1.562) (Fig. 5.22a).

La curva de lagunaridad mostró un cambio de pendiente, pero con el ajuste lineal válido (pendiente = 0.255 y coeficiente de correlación = 0.92), derivándose de estos datos una dimensión de lagunaridad de 1.745 (Fig. 5.22b). La resistividad en el JSK es alta (5108.993 ohm-m).

La Fig.5.4 muestra un comportamiento lineal inverso del logaritmo de la resistividad LLD en función de la lagunaridad. Se observa que los datos correspondientes al Cretácico (KS, KM, KI), tienden a agruparse en la parte superior izquierda de la recta, lo que significa una alta lagunaridad y mediana resistividad. En contraste, los datos correspondientes a los Jurásicos (JST, JSK) tienden al otro extremo de la recta, siendo baja la lagunaridad de sus registros y alta resistividad.

Llama la atención que los datos del Cretácico corresponden a rocas almacenadoras y los del Jurásico a rocas generadoras de hidrocarburos: las diferencias en su lagunaridad y la dimensión fractal extraídos a partir de los registros de resistividad, se aprecian claramente.



B.3.2 Lagunaridad para el registro de resistividad LLS por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK)

En la Fig. 5.1.1 se observa el registro de resistividad somera (LLS) para la Brecha Terciaria – Cretácico Superior (BTPKS). La lagunaridad, es baja ($\Lambda(1) = 1.341$), en comparación con los datos discutidos arriba, con una distribución relativamente homogénea de resistividad.

La dimensión fractal, obtenida por el método R/S, también es baja ($D_{R/S} = 1.611$). El intervalo de variación de resistividad es menor que 100 ohm-m (promedio de 29.164 ohm-m). La pendiente de la curva de lagunaridad, también es baja (0.064) con un buen ajuste lineal ($R^2 \sim 0.97$) (Fig. 5.1.2).

En la unidad geológica Cretácico Medio (KM), la distribución de resistividad somera (LLS) aparece homogénea, con baja lagunaridad, similar a la anterior (1.339) y dimensión fractal ligeramente mayor que en el caso precedente ($D_{R/S} = 1.673$).

El límite máximo de resistividad es menor que 100 ohm-m, con promedio 40.035 ohm-m (Fig. 5.1.3). La pendiente obtenida del ajuste lineal de la curva de lagunaridad es baja (0.078), con un adecuado coeficiente de correlación (~ 0.93) (Fig. 5.1.4).

Para el estrato Cretácico Inferior (KI), la lagunaridad disminuye aún más ($\Lambda(1) = 1.154$), lo que coincide con el aumento de la dimensión fractal ($D_{R/S} = 1.725$). La resistividad promedio es de 36.966 ohm-m (Fig. 5.1.5). La distribución tiende a ser homogénea, por lo que la pendiente de la recta es baja (0.024), con $R^2 \sim 0.93$ (Fig. 5.1.6).

En el caso del Jurásico Superior Titoniano (JST), el valor de lagunaridad (1.672), aumenta hacia las partes media y baja del intervalo de estudio. El máximo de resistividad aumenta hasta los 1500 ohm-m, con un promedio de 293.711 ohm-m (Fig. 5.1.7). Sin embargo, la dimensión fractal permanece prácticamente igual que en la capa anterior ($D_{R/S} = 1.727$).

En este caso, dada la naturaleza de la distribución de resistividad, con valores altos locales, la curva de lagunaridad presenta cambios de pendiente a tamaños de caja amplios (> 100 ft). El ajuste lineal es de $R^2 \sim 0.89$, con pendiente baja (0.089) (Fig. 5.1.8).

El registro bajo estudio (LLS) cambia radicalmente en el Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK), donde la lagunaridad aumenta ($\Lambda(1) = 1.92$) y la dimensión fractal disminuye ($D_{R/S} = 1.433$).

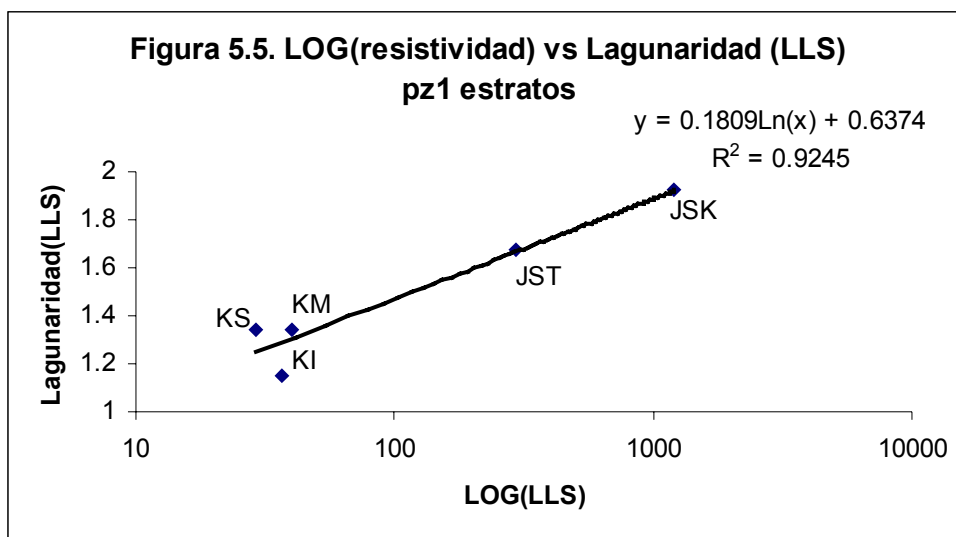
El límite máximo de resistividad se acerca a los 5000 ohm-m, pero el promedio es de 1212.338 ohm-m (Fig. 5.1.9).

La función de lagunaridad presenta cambio de pendiente a un tamaño de caja ~80 m, por lo que la pendiente aumenta (0.12), con un coeficiente de correlación bajo (0.86).

En la Fig.5.5 se indica la relación entre lagunaridad y resistividad por unidad geológica. Para los datos Cretácicos, los datos se agrupan en valores bajos de lagunaridad y resistividad y para los Jurásicos, hacia valores relativamente altos de lagunaridad y resistividad.

El registro discutido se consideró como de baja sensibilidad y no apto para el cálculo exacto de los parámetros fractales de las capas (y por consecuencia de los registros) contrastantes.

Como resultado de esta insensibilidad, la tendencia del cambio de la lagunaridad en función de la naturaleza del depósito es inversa a lo observado en las Figs. 5.4 y 5.6.



B.3.3 Lagunaridad del registro de resistividad MSFL por estratos: KS, KM, KI, JST, JSK

En el Cretácico Superior (BTPKS), la distribución de resistividad micro esféricamente enfocada (MSFL), es heterogénea, con una lagunaridad alta ($\Lambda(1) = 6.585$) y una dimensión fractal R/S, igual a 1.642.

El intervalo de variación de la resistividad tiene como límite superior los 2000 ohm-m, con promedio de 90.686 ohm-m (Fig. 5.1.11).

La función de lagunaridad es aproximadamente lineal en función de la escala, con la pendiente alta ($\alpha \sim 0.24$), y con un buen ajuste lineal, $R^2 \sim 0.96$ (Fig. 5.1.12), resultando en una dimensión de lagunaridad igual a 1.76, cercana a la $D_{R/S}$.

Para el Cretácico Medio, el valor de lagunaridad disminuye (3.774), pero se aumenta la dimensión fractal ($D_{R/S} = 1.855$), es decir, aumenta su rugosidad, medida por el coeficiente de Hurst ($H = 2 - D = 0.145$).

El límite superior de valores de resistividad sigue siendo 2000 ohm-m con el promedio de 178.037 ohm-m (Fig. 5.1.13). La pendiente ($\alpha \sim 0.18$) en este caso particular, se aproxima al valor de H , resultando en una $D_{\Lambda} = 1.82$. El ajuste lineal es alto ($R^2 \sim 0.94$) (Fig. 5.1.14).

La lagunaridad generalizada en el estrato del Cretácico Inferior es $\Lambda(1) = 3.184$, con dimensión fractal $D_{R/S} = 1.645$. La resistividad permanece por debajo de los 500 ohm-m, con excepción de algunos picos de aproximadamente 1500 ohm-m, siendo el promedio igual a 91.987 ohm-m (Fig. 5.1.15).

Dicha distribución produce una curva que desciende suavemente, indicando cierta tendencia a la homogenización para valores superiores del tamaño de cajas. Por consiguiente el ajuste lineal es pobre ($R^2 \sim 0.77$) y la pendiente baja (0.088) (Fig. 5.1.16), lo que lleva a una diferencia significativa entre la dimensión de lagunaridad y la del rango reescalado.

La distribución de resistividades es más homogénea en el Jurásico Superior Titoniano, por lo que el valor de lagunaridad disminuye significativamente ($\Lambda(1) = 1.881$) y se aumenta su dimensión fractal ($D_{R/S} = 1.886$).

El intervalo de variación de resistividad es menor a 2000 ohm-m, con promedio de 676.593 ohm-m en esta capa (Fig. 5.1.17).

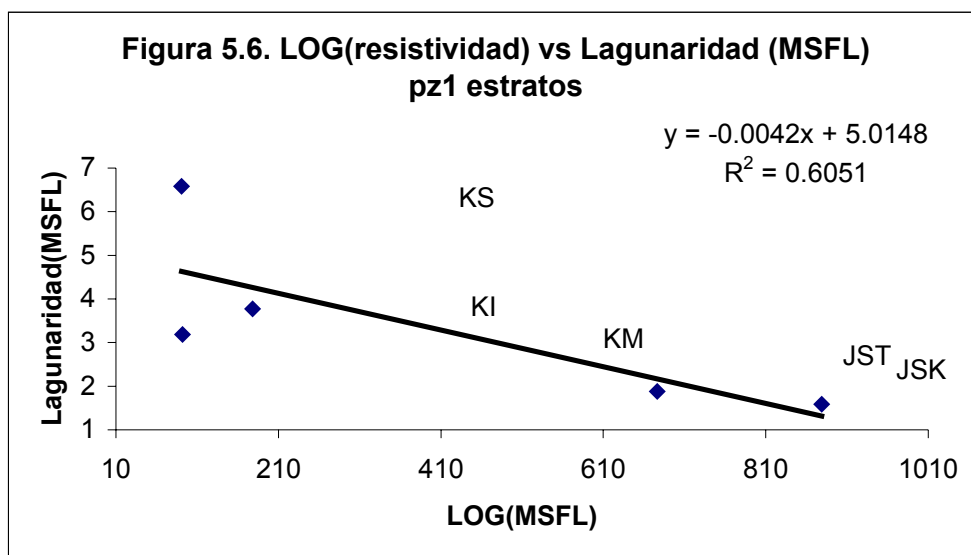
La curva de lagunaridad presenta variaciones de pendiente, separándose del comportamiento unifractal. El coeficiente de correlación es bajo (0.77) y la pendiente también lo es (~0.07) (Fig. 5.1.18). Sin embargo, se nota que la técnica MSFL tiene una mayor sensibilidad a las diferentes lagunaridades en comparación con LLS, siendo este menor respecto a la de LLD.

Para el Jurásico Superior Kimeridgiano, la lagunaridad disminuye, aún más $\Lambda(1) = 1.586$, con pendiente $D_{RS} = 1.853$.

El límite superior se mantiene en los 2000 ohm-m de resistividad con promedio de 878.853 ohm-m (Fig. 5.1.19).

Con variaciones de pendiente, para tamaños de caja ~150 m, el ajuste lineal produce una pendiente baja (0.079), con un regular ajuste lineal (0.86) (Fig. 5.1.20).

En la Fig.5.6, al igual que es el caso de Λ extraída de los registros de LLD, los valores de la lagunaridad en los estratos del KS, KM y KI, se agrupan en la región de alta lagunaridad y baja resistividad, contrario a los de JST y JSK, que tienden a una baja lagunaridad y alta resistividad.



Comportamiento de las resistividades en los estratos

Con respecto a las desigualdades, se observa que en todas las unidades geológicas (exceptuando JSK), se cumple la relación

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}).$$

Esta tendencia, aunada a los valores bajos de la curva de densidad, implica la posible presencia de fracturas e hidrocarburos en los estratos (BTPKS, KM, KI y JST).

Es posible que exista invasión somera de los fluidos de perforación, sobre la roca del yacimiento.

En el Jurásico Superior Kimeridgiano (JSK),

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}), \text{ lo que se interpreta por}$$

la posible presencia de hidrocarburos.

Las desigualdades de lagunaridad, satisfacen, para los primeros cuatro estratos

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}).$$

Sin embargo, para el Jurásico Superior Kimeridgiano,

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}).$$

B.4 Lagunaridad de los registros completos de radiactividad natural (GR, CGR, URAN, POTA, THOR), pozo 1

Los registros de radiactividad natural presentan pendientes muy bajas, correspondientes a valores bajos de lagunaridad generalizada.

La lagunaridad extraída del registro de rayos gamma (GR), tiene un valor inicial cercano al límite inferior de uno (Fig. 5.11). La linealidad se pierde en valores aproximados a $r = 170$ ft (Fig. 5.11).

Esta pérdida del ajuste a la función lineal, se refleja en el coeficiente de correlación relativamente bajo (0.84).

Para el registro del CGR, en la Fig. 5.12 se observa un comportamiento irregular, con un coeficiente de correlación de 0.82.

Se infiere un rompimiento brusco de la linealidad (Fig. 5.12), en cuando r toma valores aproximados a 56 m.

El registro URAN tiene una lagunaridad inicial cercana a uno (Fig. 5.13), con ligeras variaciones en su comportamiento a lo largo del pozo, se observa un buen ajuste lineal (0.98), con el aumento del tamaño de cajas.

La distribución de lagunaridad del registro POTA (Fig. 5.14), es parecida al del CGR (Fig. 5.12), con caída rápida, un plateau claro y una caída suave posterior.

El coeficiente de correlación a la función lineal, es bajo (0.85), observándose lo mismo para su pendiente (0.08).

El siguiente registro de radiactividad (THOR), tiene un comportamiento aún más variable de lagunaridad (Fig. 5.15), con una pendiente (0.098) y correlación (0.828) bajos.

En general, resulta evidente que los registros de rayos gamma naturales no son sensibles hacia la lagunaridad.

B.4.1 Lagunaridad del registro Caliper (CAL) pozo 1 completo

La pendiente de este registro es muy baja (0.0055), en el gráfico LOG(r) versus LOG(lagunaridad). Esto se deriva de una gran homogeneidad de valores (lo cual se esperaba, dado que se refiere a la variación del diámetro del pozo con la profundidad). En forma natural, encontramos un comportamiento lineal para casi todas las escalas, hasta un valor de tamaño de caja cercano a 500 ft (166 m) (Fig. 5.16).

En la Fig. 5.17, se presenta un resumen de la variación de las pendientes mencionadas anteriormente, con el logaritmo de lagunaridad. Se observa que a mayor lagunaridad, la resolución de cada método es mejor. La pendiente obtenida con este ajuste lineal (0.2974), refleja la propiedad de escalamiento de la lagunaridad.

En el gráfico mencionado, el valor más bajo de resolución lo presenta el registro de densidad (RHOB), mientras que el de mayor resolución, se encuentra en el registro de resistividad LLD (Fig. 5.17).

B.4.2 Lagunaridad. en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 2

En la Fig. 5.23a, se muestra el registro MSFL completo, su lagunaridad para tamaño de caja uno es, $\Lambda(1) = 3.44$, con una dimensión fractal (método R/S) $D_{RS} = 1.721$. El promedio de resistividad es de 37.583 ohm-m. El gráfico Log(r) vs Log(lagunaridad) (Fig.5.23b), produce una curva con un cambio de pendiente, para tamaño de caja aproximado a 400 pies (~130 m).

En estas condiciones, la distribución no es unifractal. El ajuste lineal tiene un coeficiente de correlación bajo (0.59) y la pendiente aproximada es 0.166.

El registro LLS (Fig.5.24a), presenta una lagunaridad menor al registro anterior, $\Lambda(1) \sim 1.78$, lo que significa una distribución más uniforme de los valores de resistividad somera. El promedio es 207.578 ohm-m. En este caso, la dimensión es $D_{RS} = 1.688$, también es menor a la anterior, resultado de una rugosidad menor. La uniformidad de la distribución se ve reflejada en el ajuste lineal de la curva Log (r) vs Log(Λ) (Fig.5.24b), donde $R^2 = 0.97$. La pendiente 0.1, que también es baja, refleja la homogeneidad de los valores de resistividad.

Para la resistividad profunda, LLD, el ajuste lineal es muy bueno (0.989), con una pendiente igual a 0.412. Esta pendiente y su ajuste lineal alto, implican la existencia de una distribución heterogénea con valores altos de lagunaridad (Figs.525a y 5.25b). En este caso, $\Lambda(1) = 9.68$, uno de los más amplios de los observados en los pozos. Su rugosidad es la más baja comparada con las resistividades anteriores, de acuerdo con su dimensión fractal $D_{R/S} = 1.637$. El promedio de resistividad es 1228.65 ohm-m.

La relación entre resistividades para los promedios de resistividad de los registros completos del pozo 2, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

implica la posible existencia de hidrocarburos en el intervalo de estudio. Además,

$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL})$. Es decir, se observa una relación inversa entre la dimensión fractal y la resistividad promedio.

Comportamiento de resistividades en los estratos

El pozo 2 cubre solamente los Cretácicos (KS, KM y KI). En todos ellos, se satisface la relación de resistividades

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

lo cual se interpreta como la posible presencia de hidrocarburos.

El comportamiento de la lagunaridad y la dimensión fractal es similar en el BTPKS:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

En otras palabras, la lagunaridad y dimensión fractal del registro MSFL, son mayores que las del LLS. En el BTPKS la porosidad es mayor y los fluidos de perforación invaden ligeramente el yacimiento, produciendo una traza más rugosa, del registro micro esféricamente enfocado (MSFL).

Sin embargo, para los estratos KM y KI, se observa

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) > D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

La rugosidad del registro LLS se incrementa, debido a la sensibilidad de la resistividad somera de la roca. En todos los casos, la resistividad verdadera (LLD) es mayor, y se asocia con la posible presencia de hidrocarburos.

B.5 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 3

Para el pozo 3 (Figs.5.26a y b), la distribución de resistividad MSFL aparece prácticamente uniforme, con $\Lambda(1) = 1.005$.

La dimensión (R/S) relativamente elevada ($D_{R/S} = 1.839$), indica una rugosidad alta.

La pendiente baja (0.08) (Fig.5.26b), indica la homogeneidad de la distribución. El ajuste lineal es alto ($R^2 = 0.99$), señalando que no hay cambios de pendiente a diferentes tamaños de escala.

La resistividad promedio del registro MSFL es 98.807ohm-m.

El registro LLS (Fig.5.27a), muestra una lagunaridad menor a la anterior ($\Lambda(1) = 2.03$), tendiente al límite topológico de uno, indicando una distribución uniforme de resistividad, cuyo promedio es 135.165 ohm-m.

La dimensión fractal ($D_{R/S} = 1.67$), muestra una menor rugosidad que en el caso anterior.

De igual forma que para MSFL, la pendiente baja (0.09) recuerda la homogeneidad de LLS. El ajuste lineal es elevado ($R^2 = 0.98$).

En caso de resistividad profunda (LLD), asociada con la resistividad verdadera, aumenta la lagunaridad ($\Lambda(1) = 4.95$) (Fig.5.28a).

La dimensión fractal (1.67) es similar a la de LLS, comprobándose que dimensiones iguales pueden tener lagunaridades diferentes.

La distribución de LLD es heterogénea, con valores altos de resistividad en sitios específicos del intervalo. El promedio de resistividad es de 965.739 ohm-m.

La pendiente aumenta (0.26), confirmando el hecho de la no uniformidad, con un buen ajuste lineal (0.98). Las desigualdades de resistividad, nuevamente satisfacen

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

que como en el pozo anterior, implican la posible presencia de hidrocarburos.

Las desigualdades de lagunaridad, satisfacen, en el promedio

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

El pozo 3 cubre también los Cretácicos (KS, KM y KI). En todo ellos, como en el caso anterior, se satisface la relación de resistividades

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

lo cual se interpreta como la posible presencia de hidrocarburos.

El comportamiento de la lagunaridad en las tres capas señaladas:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}),$$

es decir, la lagunaridad del registro LLS, es menor en todos los casos, implicando una posible homogeneidad en la resistividad somera, a lo largo del pozo.

Por otra parte,

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}),$$

indica que la rugosidad del registro LLS, es menor con respecto a los otros.

B.6 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 4

El registro MSFL de la Fig.5.29a, muestra una distribución de resistividades heterogénea, con valor alto de lagunaridad (6.02) y dimensión fractal alta (1.81).

La rugosidad es elevada en este caso. El promedio de resistividad para el intervalo completo de estudio es 414.176 ohm-m.

Existe un rompimiento de la linealidad en la curva de la Fig.5.29b, indicando comportamiento no unifractal.

El tamaño de la caja donde ocurre el cambio, es de aproximadamente 560 pies (~190 m). La recta que puede ajustarse no es muy buena; el coeficiente de correlación ~ 0.63 , por lo que la pendiente (0.217) no implica la tendencia de la distribución.

Para el registro LLS (Fig.5.30a), la lagunaridad también es alta (~7.7), con una dimensión $D_{R/S} = 1.71$, menor que la del caso anterior y un coeficiente de Hurst igual a $H = 2 - 1.71 = 0.29$.

La distribución de resistividad somera es heterogénea, con sitios bien localizados de alta resistividad y un valor promedio de 5398.31 ohm-m.

La pendiente α es elevada (~0.29), con buen ajuste lineal (~0.98). Obsérvese que en los casos donde la pendiente es alta, se aproxima al coeficiente de Hurst, de acuerdo con la Ec.(5.7).

Es decir, a través de la pendiente de la curva de lagunaridad (gráfico LOG(r) vs LOG(lagunaridad)), es posible obtener el coeficiente de Hurst (y por ello la dimensión fractal), de la distribución de resistividad bajo estudio.

Por su parte, el registro LLD contiene una lagunaridad menor a las dos anteriores ($\Lambda(1) = 4.35$), con una dimensión fractal alta (1.783) (Fig. 5.31a).

Se observan sitios de gran resistividad profunda a lo largo del intervalo, cuyo promedio es 7401.595 ohm-m.

Con alto coeficiente de correlación ($R^2 \sim 0.95$), la pendiente $\alpha \sim 0.19$, se aproxima al valor de $H = 0.217$.

En el pozo 4 se satisface que

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

como en los pozos anteriores, es posible la presencia de hidrocarburos.

Comportamiento de resistividades en los estratos

Como los pozos anteriores, el 4 registra únicamente los Cretácicos (KS, KM y KI). En todo ellos, como en el caso anterior, se satisface la relación de resistividades

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

lo cual se interpreta como la posible presencia de hidrocarburos.

El comportamiento de la lagunaridad en los estratos indicados:

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}),$$

en este caso, la lagunaridad del registro LLS, es mayor, observando la heterogeneidad de la resistividad somera a lo largo del pozo.

Los valores de dimensión fractal para el BTPKS

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}),$$

Indicando nuevamente que la rugosidad del registro LLS, es menor con respecto a la de los registros LLD y MSFL.

B.7 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 5

La distribución de resistividades LLD, se comporta con mayor homogeneidad que el pozo anterior ($\Lambda(1) = 2.2$). La Fig.5.32a. muestra uniformidad en casi todo el intervalo de estudio, con una dimensión baja ($D_{R/S} \sim 1.67$). El promedio de resistividad para el registro completo es de 283.072 ohm-m. La homogeneidad indicada se traduce en una pendiente relativamente baja (0.115) (Fig.5.32b), con buen ajuste lineal (~ 0.97). En casos como este, no es posible relacionar la pendiente α con el coeficiente de Hurst (0.333).

Para resistividades someras (LLS), la homogeneidad aumenta (lagunaridad menor: 1.19). Dimensión fractal 1.753, mayor que la anterior (mayor rugosidad) (Fig.5.33a). El promedio de resistividad es de 54.212 ohm-m. La homogeneidad de la distribución proporciona una pendiente muy baja (0.028), con buen ajuste lineal (0.99) (Fig.5.33b).

La resistividad microesféricamente enfocada (MSFL), presenta una mayor lagunaridad (2.56), pero una menor dimensión fractal (1.56) (Fig.34a). La resistividad promedio es menor a las anteriores: 10.163 ohm-m. Se observa homogeneidad en la distribución de los datos, hecho reflejado en la pendiente baja (0.07) del ajuste lineal (0.91) (Fig.5.34b). La relación entre resistividades satisface $R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL)$, de nuevo se interpreta como la posible presencia de hidrocarburos en el área de estudio. La relación de lagunaridades y dimensiones cumple las desigualdades:

$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) < \Lambda(MSFL)$$

$$D_{R/S}(LLD) < D_{R/S}(LLS) > D_{R/S}(MSFL).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 5 no se determinó el registro LLD, solamente LLS y MSFL en el BTPKS y KM. La relación de resistividades

$$R_{prom}(LLS) < R_{prom}(MSFL),$$

se interpreta como la posible invasión del fluido de perforación.

La lagunaridad también coincide en que:

$$\Lambda(LLS) < \Lambda(MSFL).$$

La lagunaridad del registro MSFL, es mayor, observando la heterogeneidad de la micro resistividad esféricamente enfocada. Los valores de dimensión fractal para el BTPKS y KM son:

$$D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL),$$

la rugosidad del registro MSFL, es mayor que la que se encuentra en el de resistividad somera.

B.8 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 6

En la Fig.5.35a, se observa una distribución de resistividad profunda (LLD) tendiente a la homogeneidad a lo largo del pozo, por lo que presenta una lagunaridad baja (1.79), con dimensión ($D_{R/S} = 1.77$). El promedio de resistividad es 10316.766 ohm-m, que es uno de los valores más altos observados.

La función de lagunaridad no es muy lineal (Fig.5.35b), la recta ajustada indica baja pendiente (0.11) con un ajuste regular (0.90).

Para el registro LLS, la lagunaridad aumenta (4.47), presentando valores altos de resistividad en la parte alta del registro (Fig.5.36a). La resistividad promedio es 3970.366 ohm-m. Con una dimensión ligeramente menor a la anterior (~ 1.74).

El ajuste lineal es bajo (0.72), con pendiente baja (0.126). Es posible que este registro tenga errores de lectura, dada su escasa homogeneidad de datos. Sin embargo, para los registros LLD y LLS observados, se satisfacen las siguientes relaciones:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}),$$

es decir, la resistividad verdadera es mayor que la somera, debido a la posible existencia de hidrocarburos. Además,

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS})$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 6 se determinó el registro LLD , LLS, pero no el MSFL en el BTPKS. La relación de resistividades

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}),$$

se interpreta como la posible presencia de hidrocarburos.

La lagunaridad también cumple que:

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}),$$

y la lagunaridad del registro LLS, es mayor, observando la heterogeneidad de la resistividad somera. Los valores de dimensión fractal para el BTPKS

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}).$$

Es más rugoso el registro LLD.

B.9 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 7

La heterogeneidad de lecturas en resistividad profunda (LLD) provoca una mayor lagunaridad ($\Lambda(1) = 3.91$) (Fig. 5.37a). La dimensión fractal por el método R/S es $D_{R/S} = 1.738$.

La resistividad promedio del registro completo es 2298.64 ohm-m .

De acuerdo a la forma de calcular $H = 2 - 1.738 = 0.262$, este valor del coeficiente de Hurst, es comparable con el valor de la pendiente ($\alpha \sim 0.25$) con ajuste lineal aceptable ($R^2 \sim 0.98$) (Fig. 5.37b). Tenemos otro caso donde es factible correlacionar Hurst con lagunaridad.

Para el caso del registro de resistividad somera (LLS), disminuye la lagunaridad (1.55), con dimensión fractal menor que el caso anterior (1.7) (Fig.5.38a).

El promedio de la resistividad es 44849.336 ohm-m, es decir, mucho mayor al anterior.

La pendiente no es baja (0.24), pero insuficiente para correlacionarse con el exponente de Hurst. El ajuste lineal es bueno (0.90) (Fig.5.38b).

La homogeneidad de la distribución MSFL (Fig.5.39a), refleja una lagunaridad baja (1.61), con dimensión fractal elevada (1.83), lo que significa una mayor rugosidad de la traza. La resistividad promedio es 122.202 ohm-m.

La pendiente es baja (~ 0.07) , con un coeficiente de correlación lineal elevado (0.97) (Fig.5.39b).

En este caso particular, las relaciones entre resistividades promedio del registro completo, no concuerdan con las relaciones entre resistividades observadas por estrato.

Por ejemplo, la resistividad LLS es muy alta sólo en el BTPKS, pero disminuye en las unidades geológicas más profundas. Se infiere que la salinidad del lodo de perforación es menor que la del fluido de formación.

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 7 se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM y KI.

La relación entre resistividades para el BTPKS, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) < R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

Es posible que exista invasión somera en la roca del yacimiento, ya que es mucho mayor la resistividad somera, que la profunda o micro resistividad.

La relación entre resistividades para el KM y KI, cumple con

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}), \quad [\text{KM y KI}]$$

que refleja la posible presencia de hidrocarburos en el yacimiento.

La relación de lagunaridades sigue a la de resistividades en el BTPKS:

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

Sin embargo,

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{KI}]$$

Para dimensiones fractales, la relación inversa

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{KI}]$$

B.10 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 8

La distribución de resistividades a diferentes profundidades de investigación de las herramientas aparece uniforme, en particular para el registro LLD (Fig.5.40a), con un $\Lambda(1) = 1.97$. El promedio de resistividad es 404.721 ohm-m. La dimensión correspondiente ($D_{R/S} = 1.718$) es alta, por lo que su rugosidad también lo es ($H = 0.282$). El ajuste lineal es bueno ($R^2 \sim 0.99$), con pendiente relativamente baja (~ 0.12) (Fig. 5.40b).

Para el registro LLS, disminuye ligeramente la lagunaridad (1.71), indicando una mayor uniformidad en la distribución de los datos (Fig. 5.41a). La resistividad promedio es de 219.458 ohm-m). La dimensión se aproxima a la anterior ($D_{R/S} \sim 1.71$). La pendiente confirma la homogeneidad de la distribución (0.098). El ajuste es bueno (~ 0.97) (Fig.5.41b).

Con una lagunaridad mayor, se observa el registro MSFL ($\Lambda(1) = 2.52$) (Figura 5.42a), cuya resistividad promedio es 116.052 ohm-m. Con una mayor dimensión fractal ($D_{R/S} \sim 1.8$), contiene una gama muy amplia de valores de resistividad). La curva de lagunaridad (Fig. 5.42b), refleja las distintas contribuciones a diferentes escalas. Por eso, el ajuste es bajo (0.89), con una pendiente que podría representar un promedio de valores (0.11). Para el pozo 8, se satisfacen las desigualdades siguientes: $R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL)$,

es posible que se encuentre hidrocarburos. Además, las desigualdades para lagunaridades y dimensiones fractales son similares:

$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) < \Lambda(MSFL)$$

$$D_{R/S}(LLD) > D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL),$$

Ees decir, los valores de lagunaridad y dimensión fractal del registro LLS son menores que los otros (LLD y MSFL).

Comportamiento de resistividades en los estratos

Para el pozo 8 se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL sólo en el KM.

La relación entre resistividades para el KM, satisface

$$R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL),$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

La relación de lagunaridad es:

$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) < \Lambda(MSFL) \quad [KM]$$

El comportamiento de la distribución de resistividad somera, es más uniforme que las otras resistividades. Sin embargo, para las dimensiones fractales, la relación se modifica

$$D_{R/S}(LLD) < D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL) \quad [KM]$$

La rugosidad del registro micro esférico enfocado, es mayor al de resistividad somera, el cual a su vez, es más rugoso que el de la resistividad profunda.

B.11 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 9

En este pozo, la lagunaridad aumenta notablemente, para el registro LLD ($\Lambda(1) = 6.27$). Con una dimensión fractal relativamente baja ($D_{R/S} = 1.644$; $H = 0.356$) (Fig. 5.43a).

El valor promedio de resistividad es 517.177 ohm-m.

Las condiciones anteriores pueden obtenerse a través de la curva de lagunaridad, ya que presenta una pendiente $\alpha = 0.352 \sim H$ (Fig.5.43b), con un coeficiente de correlación alto (~ 0.98).

En otras palabras, recuperamos el esquema donde, para una distribución heterogénea, con lagunaridad alta, la pendiente se aproxima al coeficiente de Hurst (co-dimensión fractal).

Para la resistividad LLS, con una dimensión fractal aproximada a la anterior ($D_{R/S} \sim 1.6$), con una resistividad promedio igual a 304.515 ohm-m y lagunaridad baja (1.08) (Fig. 5.44a), es posible relacionar también la pendiente con H, ya que $\alpha = 0.42$, mientras que $H = 0.40$ (Fig. 5.44b). El ajuste lineal es alto (0.99).

La distribución de resistividad MSFL, incrementa su lagunaridad a 2.94 (Fig. 5.45a), con dimensión fractal mayor a los dos anteriores, $D_{R/S} = 1.807$.

La resistividad promedio del registro completo es 66.825 ohm-m.

Es notable el aumento de valores en la parte baja del registro. La curva de lagunaridad presenta una pendiente de 0.125 y coeficiente de correlación 0.98 (Fig. 5.45b).

Como en el pozo anterior, se satisfacen las siguientes desigualdades:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}),$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 9 se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS y KM.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es:

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}]$$

La resistividad somera (LLS) está más agrupada en el BTPKS, que las otras resistividades.

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{KM}]$$

El comportamiento de la distribución de resistividad somera (LLS), es más uniforme en el BTPKS que las otras resistividades.

Las dimensiones fractales, la relación cumple

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

La rugosidad del registro micro esférico enfocado es menor al de otras resistividades en ambos estratos.

B.12 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 10

En la Figura 5.46a, se presenta el registro de resistividad profunda (LLD) del pozo 10. Con un promedio de resistividad igual a 1914.641 ohm-m.

La lagunaridad es relativamente alta (2.35), pero indica cierta homogeneidad de los datos. La dimensión fractal es de 1.757.

La gráfica de la función de lagunaridad señala una pendiente baja (0.109), indicando distribución uniforme, con ajuste lineal 0.97 (Fig.5.46b).

El valor de lagunaridad $\Lambda(1) = 1.54$ para el caso LLS, implica también homogeneidad de los valores de resistividad (Fig.5.47a), cuyo promedio es 379.099 ohm-m.

La dimensión $D_{R/S} = 1.719$ se aproxima a la del registro anterior. La pendiente es baja (0.058) y el ajuste adecuado ($R^2 \sim 0.98$) (Fig.5.47b).

En este caso, se tendrá la relación entre las curvas LLD y LLS por estrato

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}),$$

reflejando el hecho de la posible presencia de hidrocarburos, detectada por la resistividad profunda, correspondiente a la resistividad verdadera.

También, se mantiene la relación inversa entre lagunaridad y dimensión fractal:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

Para el pozo 10, se determinaron los registros LLD, LLS en el BTPKS, KM y KI.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}),$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

La resistividad profunda (LLD) está más agrupada en el BTPKS y KM que la otra resistividad.

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación inversa a la lagunaridad:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

La dimensión fractal del registro de resistividad somero presenta mayor rugosidad en las unidades geológicas BTPKS y KM.

B.13 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 11

En este pozo, la lagunaridad del registro LLD es de las más altas del estudio (8.67), con una dimensión fractal de 1.709 (Fig. 5.48a). La resistividad promedio es de 1320.298 ohm-m.

La distribución presenta valores altos, intermedios y bajos de resistividad, por lo que la curva de lagunaridad refleja contribuciones a diferente escala (Fig. 5.48b). Esto implica un ajuste lineal no tan bueno (0.88), con una pendiente no representativa de una sola distribución de valores (0.43).

La distribución de resistividades LLS es más lagunar aún ($\Lambda(1) = 9.52$), con una dimensión $D_{R/S} = 1.704$ (Fig. 5.49a) y promedio de resistividad 681.365 ohm-m. Esto implica un coeficiente de Hurst ~ 0.30 .

La pendiente obtenida de la función de lagunaridad es 0.35, por lo que podrían correlacionarse. El ajuste lineal es bueno (~ 0.99) (Fig. 5.49b).

Para MSFL, la lagunaridad se mantiene alta (6.23), con una mayor dimensión fractal (1.812) (Fig. 5.50a). La distribución de resistividad microesféricamente enfocada presenta valores a diferentes escalas (promedio = 164.689 ohm-m), reflejados en la función de lagunaridad de la Fig. 5.50b.

Es decir, existen cambios de pendiente a tamaños de caja mayores, lo que impide dar un ajuste lineal adecuado ($R^2 \sim 0.85$), y la pendiente (0.276) ya no podría correlacionarse con el exponente de Hurst.

Se mantiene la relación entre resistividades a lo largo de los Cretácicos:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

característico de las formaciones con hidrocarburos.

Las relaciones inversas entre lagunaridades y dimensiones se mantienen:

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 11, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM y KI.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{KM y KI}],$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) < R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}],$$

Aquí se tiene invasión somera del lodo de perforación en el yacimiento.

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}]$$

La resistividad profunda (LLD) está más agrupada en el BTPKS, que las otras resistividades.

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{KM}]$$

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{LLD}) \quad [\text{KI}]$$

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación inversa a la lagunaridad:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}]$$

La dimensión fractal del registro de resistividad micro esférico enfocado, presenta mayor rugosidad en la unidad geológica BTPKS.

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) > D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{KM}]$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{KI}]$$

B.14 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 12

(SIN REGISTROS DE RESISTIVIDAD)

B.15 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 13

El registro de resistividad verdadera, representada por el registro LLD, indica un incremento paulatino de la resistividad con la profundidad, valores bajos en la parte superior de la columna, intermedios (parte media) y altos (parte baja), su promedio es de 399.998 ohm-m. El valor de lagunaridad(1) es 2.07, lo cual implica un acercamiento a la distribución uniforme (Fig. 5.51a). La dimensión fractal, obtenida por el método R/S es $D_{R/S} = 1.679$. La curva de lagunaridad presenta una pendiente de 0.12, confirmando un valor bajo para una lagunaridad baja. El ajuste lineal es adecuado ($R^2 = 0.97$) (Fig. 5.51b). La distribución de resistividad somera (LLS), cuyo promedio es de 86.127 ohm-m produce una lagunaridad(1) = 3.39, ligeramente mayor al caso anterior (Fig. 5.52a). La dimensión fractal disminuye $D_{R/S} = 1.599$. La curva de lagunaridad no tiene un comportamiento lineal, sino con cambios en la pendiente (0.122) (Fig. 5.52b). El ajuste lineal es bajo, $R^2 = 0.87$. Las relaciones entre resistividades son cambiantes a lo largo del registro, lo mismo ocurre con lagunaridades y dimensiones fractales, por lo que no tiene sentido comparar los promedios de los registros completos.

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 13, se determinaron los registros LLD, LLS en el BTPKS, KM y KI.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) \quad [\text{BTPKS y KI}]$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) \sim R_{\text{prom}}(\text{LLS}) \quad [\text{KM}]$$

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) \quad [\text{KM y KI}]$$

La resistividad profunda (LLD) está más agrupada en el BTPKS y KI que la otra resistividad excepto en la Brecha:

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) \quad [\text{BTPKS}]$$

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación inversa a la lagunaridad en:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) \quad [\text{KM y KI}]$$

La dimensión fractal del registro de resistividad profundo presenta mayor rugosidad en las unidades geológicas KM y KI, excepto en la Brecha:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) \quad [\text{BTPKS}]$$

B.16 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 14

Una distribución no homogénea de resistividad profunda, LLD (Fig 5.53a), con promedio a lo largo del registro 4131.734 ohm-m, con valores elevados de resistividad en la parte baja de la columna, indica una amplia lagunaridad(1) = 6.04. La dimensión fractal $D_{R/S} = 1.724$, tiene un coeficiente de Hurst, $H = 0.276$. La curva de lagunaridad de la Fig. 5.53b. señala cambios en la pendiente. Un ajuste lineal aproximado tiene una pendiente $\alpha \sim 0.37$, en este caso, mayor que H. El ajuste es relativamente bajo (0.87). En la Fig. 5.54a se presenta la distribución no homogénea de la resistividad somera (LLS), cuyo promedio es 1954.060 ohm-m, con valores bajos, excepto en la parte baja del registro, lagunaridad amplia $\Lambda(1) = 5.8$ y dimensión fractal $D_{R/S} = 1.677$ (es decir, $H = 0.323$). La Fig. 5.54b indica precisamente una pendiente $\alpha = 0.323$, por lo que en este caso, $\alpha \sim H$. El coeficiente de correlación lineal es alto (0.92).

La distribución de resistividad microesféricamente enfocada (MSFL), con un promedio de 479.598 ohm-m, da por resultado una lagunaridad menor a las dos anteriores (2.38) (Fig. 5.55a). La dimensión fractal aumenta, precisamente porque este registro tiende a llenar el espacio bidimensional ($D_{R/S} = 1.9$). El coeficiente de Hurst, $H = 2 - D = 0.1$, se correlaciona con el valor de la pendiente $\alpha \sim 0.1 \sim H$ de la tangente ajustada a la función de lagunaridad (Fig. 5.55b). El ajuste lineal es alto (0.93). De nueva cuenta, se observa la relación entre resistividades a lo largo de los Cretácicos: $R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL)$, comportamiento típico de las formaciones con hidrocarburos. Las relaciones entre lagunaridades y dimensiones son variables a lo largo de los estratos, por lo que no es posible hacer una generalización de los registros completos.

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 14, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM y KI. La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos. La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) > \Lambda(MSFL) \quad [\text{KM}]$$

La resistividad profunda (LLD), está más agrupada en el KM que la otra resistividad, excepto en la Brecha y KI: $\Lambda(LLD) < \Lambda(LLS) > \Lambda(MSFL) \quad [\text{BTPKS y KI}]$

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación inversa a la lagunaridad en:

$$D_{R/S}(LLD) > D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL) \quad [\text{BTPKS y KI}]$$

La dimensión fractal del registro de resistividad profundo presenta mayor rugosidad en las unidades geológicas KM y KI, excepto en la Brecha:

$$D_{R/S}(LLD) < D_{R/S}(LLS) \quad [\text{BTPKS}]$$

B.17 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 15

La resistividad LLD del pozo 15, cuyo promedio es de 15245.82 ohm-m, presenta un máximo en 40,000 ohm-m, en varios sitios del intervalo de profundidad; este es un límite para la capacidad de resolución de la herramienta (Fig. 5.56a) y la distribución señala una lagunaridad de 2.11. La dimensión fractal $D_{R/S} = 1.641$. En la curva de lagunaridad existen varios quiebres de pendiente, por lo que es difícil asociarle una recta (pendiente 0.17, con $R^2 = 0.82$ (Fig. 5.56b).

Una baja lagunaridad ($\Lambda(1) = 1.62$) presenta la distribución de resistividad somera (LLS), con promedio 363.806 ohm-m, asociándola con una distribución homogénea. La dimensión fractal (1.482) es relativamente baja y señala el hecho de la baja rugosidad de la traza. (Fig. 5.57a). La función de lagunaridad presenta cambios de pendiente, pero el ajuste lineal es bueno (~ 0.95), con pendiente baja (0.12) (Fig. 5.57b).

La lagunaridad $\Lambda(1) = 2.75$, aumenta en el caso de la distribución de resistividad microséricamente enfocada (MSFL), cuyo promedio del registro completo es 67.01 ohm-m, así como la dimensión fractal obtenida por el método R/S ($D_{R/S} = 1.736$) (Fig. 5.58a). La curva de lagunaridad se mantiene prácticamente lineal en todos los órdenes de escala (Fig. 5.58b), ajustando una recta de pendiente 0.14 y coeficiente de correlación 0.98.

En el pozo 15, se obtiene nuevamente la relación entre resistividades:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

indicando la posible presencia de hidrocarburos.

Las relaciones entre lagunaridades y dimensiones para este caso:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 15, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS y KM.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM}]$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM}]$$

La resistividad profunda (LLD) está más agrupada en la Brecha y el KM, que la otra resistividad.

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}]$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{KM}]$$

B.18 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS) completos y por estratos del pozo 16

La dimensión fractal de la resistividad LLD del pozo 16, (con promedio 430.241 ohm-m), es $D_{R/S} = 1.69$, con una lagunaridad amplia ($\Lambda(1) = 5.31$) (Fig. 5.59a). Se observan dos regiones de alta resistividad en la parte superior e inferior del intervalo de observación. La curva de lagunaridad presenta quiebres de pendiente a distintos tamaños de caja. Sin embargo, se logra un buen ajuste lineal ($R^2 = 0.93$), con pendiente 0.42 (Fig. 5.59b). Esta pendiente es mayor que el coeficiente de Hurst (0.31).

Para la distribución de resistividad somera (LLS), cuyo promedio es 127.128 ohm-m, la dimensión fractal disminuye ($D_{R/S} = 1.574$), pero aumenta su lagunaridad (4.07). En la parte superior e inferior de la traza se observan valores altos de resistividad (Fig. 5.60a). El ajuste lineal es alto ($R^2 = 0.97$), con pendiente 0.32 (Fig. 5.60b).

Para los registros LLD y LLS presentes en el pozo 16, se cumple

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}),$$

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}),$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 16, se determinaron los registros LLD, LLS en el BTPKS, KM y KI.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

La resistividad profunda (LLD) está más agrupada en la Brecha, KM y KI, que en las otras resistividades.

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) > D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

B.19 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 17

En el pozo 17, la resistividad profunda (LLD), con promedio 891.834 ohm-m presenta altos valores en la parte superior, media e inferior del registro (Fig. 5.61a), con lagunaridad $\Lambda(1) = 10.5$, y dimensión fractal $D_{R/S} = 1.677$.

El coeficiente de Hurst = 0.323 es correlacionable a la pendiente $\alpha = 0.332$, obtenida de la curva de lagunaridad (Fig. 5.61b). El ajuste lineal es bueno ($R^2 \sim 0.98$).

La distribución de resistividad somera (LLS), con un promedio de 102 ohm-m también es amplia (4.4) y una dimensión fractal cercana a la anterior (1.688) (Fig. 5.62a). Dadas las características de la distribución, la curva de lagunaridad presenta cambios de pendiente con la escala, esto implica un comportamiento no unifractal. El ajuste lineal (0.87) y pendiente (0.26) (Fig. 5.62b).

Como en la mayoría de los pozos anteriores, la dimensión fractal de la distribución de resistividad MSFL es amplia ($D_{R/S} = 1.891$), su resistividad promedio es 247.596 ohm-m), con lagunaridad $\Lambda(1) = 2.15$ (Fig. 5.63a).

La función de lagunaridad en el gráfico $\text{LOG}(r)$ vs $\text{LOG}(\Lambda)$ señala quiebres de pendiente (0.66), desde tamaños de caja $N \sim 150$ pies (50 m). El coeficiente de correlación 0.89.

Es posible que las resistividades esféricamente enfocadas presenten una distribución multifractal (Fig. 5.63b).

Para el pozo 17, cambia la relación entre resistividades:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

la resistividad micro esféricamente enfocada es mayor que la somera, producto de la posible invasión del lodo de perforación.

No es posible hablar de promedios que marquen la tendencia de lagunaridades y dimensiones, ya que cambian de una unidad geológica a la otra.

Comportamiento de resistividades en los estratos

Para el pozo 17, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM, KI, JST y JSK. La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM, KI, JST}]$$

donde existe la posibilidad de invasión del lodo de perforación.

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) \quad [\text{JSK}]$$

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM, KI, JST}]$$

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) \quad [\text{JSK}]$$

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

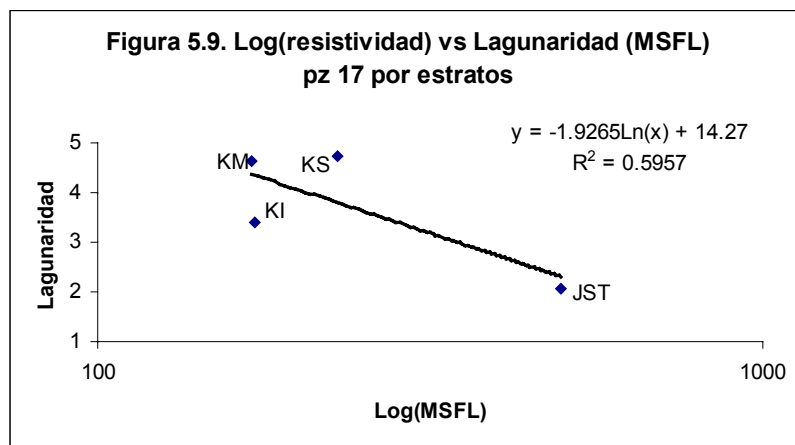
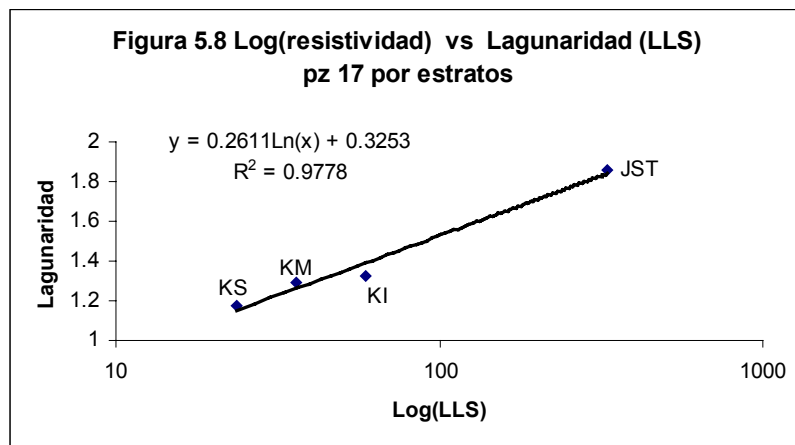
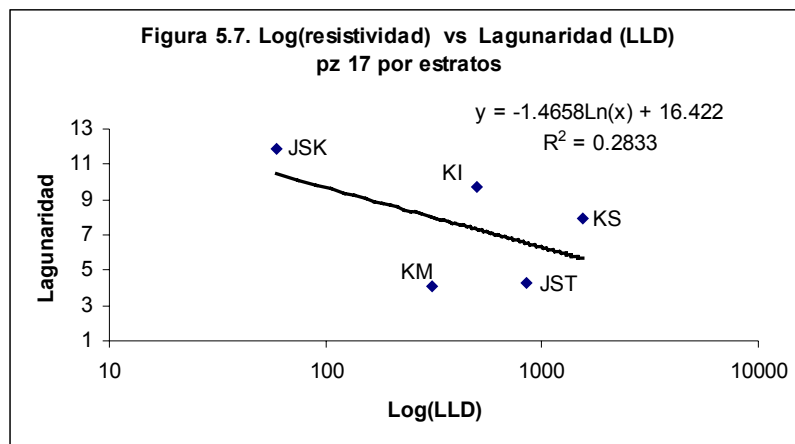
$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM}]$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{KI, JST}]$$

En la Fig.5.7, se indica la relación inversa entre lagunaridad y resistividad (LLD), es decir, cuando aumenta la resistividad, disminuye la lagunaridad. En este caso, la resistividad de la Brecha (KS), corresponde al valor más grande, seguido por el del Jurásico Superior Titoniano y los Cretácicos Inferior y Medio, finalizando con el del Jurásico Superior Kimeridgiano.

Para el registro de resistividad somero (LLS), el comportamiento es opuesto al anterior, ya que ahora las resistividades del Cretácico, forman un grupo en la zona de baja lagunaridad y baja resistividad (Fig.5.8). El valor extremo lo representa JST, con mayor lagunaridad y más alta resistividad.

En la Fig.5.9 se indica la variación de lagunaridad con la resistividad. Este gráfico produce agrupamiento de valores Cretácicos en la región de mayor lagunaridad y menor resistividad, contrario al JST, con mayor resistividad y menor lagunaridad.



B.20 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 18

Para el pozo 18, se encuentran resistividades altas en la parte media del intervalo de estudio (Fig. 5.64a), con un promedio de resistividad LLD, 853.232 ohm-m. Alta lagunaridad $\Lambda(1) = 6.6$ y Dimensión fractal $D_{R/S} = 1.616$, caracterizan la geometría de la distribución.

La función de lagunaridad pierde su linealidad en tamaños de caja aproximados a 50 m (Fig. 5.64b), por lo que es difícil establecer una relación lineal ($R^2 \sim 0.89$). La pendiente $\alpha \sim 0.44$ resulta ser superior al coeficiente de Hurst ($2 - D_{R/S} = 0.384$).

El registro de resistividad somera (LLS), cuyo promedio es 443.034 ohm-m también presenta alta lagunaridad (5.36) y relativamente baja dimensión fractal (1.629) (Fig. 5.65a).

El coeficiente de Hurst ($H = 0.371$) es correlacionable con la pendiente ($\alpha \sim 0.39$) del gráfico LOG(r) vs LOG(lagunaridad) de la Fig. 5.65b. El coeficiente de correlación es adecuado (0.91). El ajuste lineal no es tan alto, debido a la pérdida de linealidad en tamaños de caja aproximados a los 150 pies (50 m).

La distribución de MSFL, con promedio 192.429 ohm-m, es relativamente más homogénea que las dos anteriores, con lagunaridad(1) = 2.58 y $D_{R/S} = 1.809$ (Fig. 5.66a).

La curva de lagunaridad se aproxima más a una recta a todas las escalas ($R^2 \sim 0.99$) (Fig. 5.66b), y la pendiente es cercana (0.14) al coeficiente de rugosidad de la traza ($H = 0.19$).

Para el pozo 18, se obtiene nuevamente la relación entre resistividades:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

indicando la posible presencia de hidrocarburos.

Las relaciones entre lagunaridades y dimensiones para este caso:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 18, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM y KI.

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}].$$

Donde es posible que exista invasión.

La relación entre resistividades para otras unidades geológicas, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{KM y KI}]$$

donde se tiene la posibilidad de encontrar hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

La resistividad profunda (LLD) está más agrupada en la Brecha y KM, que las otras resistividades.

$$\Lambda(\text{LLD}) < \Lambda(\text{LLS}) > \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{KI}]$$

En el KI, la resistividad somera indica una distribución más agrupada.

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS y KI}]$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) < D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{KM}]$$

B.21 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 19

El pozo 19 tiene en su registro de resistividad verdadera (LLD), con un valor promedio de 2958.947 ohm-m, es una distribución con valores altos en la parte media y baja de la traza (Fig. 5.67a), una dimensión fractal relativamente baja ($D_{R/S} = 1.597$) y lagunaridad amplia $\Lambda(1) = 4.61$. Dicha distribución induce una curva de lagunaridad con cambios de pendiente desde tamaños de caja aproximados a 250 ft (~80 m), esto provoca un ajuste pobre de la recta ($R^2 \sim 0.87$), con pendiente 0.35 (Fig. 5.67b).

La lagunaridad disminuye en la distribución de resistividad somera (LLS) ($\Lambda(1) = 1.24$), con un promedio igual a 182.629 ohm-m y la dimensión fractal permanece baja ($D_{R/S} = 1.582$) (Fig. 5.68a).

Esta distribución también provoca cambios de pendiente de la curva de lagunaridad, en tamaños de caja cercanos a los 50 m (Fig. 5.68b). A la recta aproximada le corresponde una pendiente (0.6) y coeficiente de correlación 0.94.

Con una lagunaridad elevada ($\Lambda(1) = 5.82$), debido a una distribución de resistividad puntual en tres sitios del registro a lo largo del pozo (Fig. 5.69a), la resistividad MSFL presenta un promedio de 233.968 ohm-m.

La dimensión fractal aumenta ($D_{R/S} = 1.768$) y la curva de lagunaridad permanece lineal a casi todas las escalas (Fig. 5.69b), con pendiente 0.59 y $R^2 \sim 0.97$.

En el pozo 19, la resistividad MSFL es mayor a la LLS:

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

que indica una posible invasión somera.

Las relaciones entre lagunaridades y dimensiones para este caso:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

Para el pozo 19, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS y KM.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}],$$

donde existe la posibilidad de invasión del lodo de perforación.

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) > R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{KM}].$$

Sugiere la posible existencia de hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS y KM}]$$

Donde el registro de resistividad somera es más homogéneo en dichos estratos.

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS}]$$

B.22 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 20

La resistividad profunda del registro LLD, con promedio 1575.512 ohm-m, indica una distribución de valores con lagunaridad(1) alta (4.75) y dimensión fractal (método R/S) $D_{R/S} = 1.686$ (Fig. 5.70a). Dicha distribución provoca una función de lagunaridad casi lineal, para todas las escalas (Fig.5.70b), con pendiente 0.22 y coeficiente de correlación 0.98.

Para el siguiente registro LLS, con valor promedio de resistividad 14.056 ohm-m, disminuye un poco la lagunaridad ($\Lambda(1) = 3.06$) y la dimensión fractal ($D_{R/S} = 1.596$) (Fig. 5.71a). Sin embargo la distribución de resistividad somera, produce una curva de lagunaridad con rompimiento de pendiente a varias escalas (aproximadamente, 15 m, 70 m, 560 m), lo cual implica un ajuste pobre de la recta ($R^2 \sim 0.7$), con pendiente 0.58 (Fig. 5.71b).

El registro MSFL (micro esférico enfocado), con promedio de resistividad 35.042 ohm-m, produce una distribución más homogénea de resistividad (Fig. 5.72a), una lagunaridad menor (2.6) y dimensión fractal mayor ($D_{R/S} = 1.718$). La relativamente baja lagunaridad crea una pendiente baja (0.08), con ajuste lineal adecuado (0.94) (Fig. 5.72b).

Se tendrá como en el caso anterior,

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}),$$

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL})$$

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

En el pozo 20, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM y KI.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{\text{prom}}(\text{LLD}) > R_{\text{prom}}(\text{LLS}) < R_{\text{prom}}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

donde existe la posibilidad de invasión del lodo de perforación.

La relación de lagunaridades es similar:

$$\Lambda(\text{LLD}) > \Lambda(\text{LLS}) < \Lambda(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

$$D_{R/S}(\text{LLD}) > D_{R/S}(\text{LLS}) < D_{R/S}(\text{MSFL}) \quad [\text{BTPKS, KM y KI}]$$

B.23 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 21

Con valores elevados de resistividad verdadera (LLD) en la parte superior y media del registro, pero con promedio 1363.588 ohm-m, se encuentra una alta lagunaridad ($\Lambda(1) = 5.72$) y baja dimensión fractal ($D_{R/S} = 1.676$) (Fig. 5.73a). La pendiente (0.29) de la curva que mejor se ajusta a la curva de lagunaridad, es correlacionable con el coeficiente de rugosidad ($H = 0.324$). El ajuste lineal es alto (0.98) (Fig. 5.73b).

La distribución de resistividad somera (LLS), presenta valores altos de resistividad en la parte media del registro, con promedio de 135.376 ohm-m, con un pico alto a los 1800 pies de profundidad (Fig. 5.74a). Sin embargo, la lagunaridad es relativamente baja (2.38) y la dimensión fractal cercana a la del registro anterior ($D_{R/S} = 1.693$). La curva de lagunaridad, cuya pendiente es ~ 0.17 , tiene un buen ajuste lineal ($R^2 \sim 0.92$) (Fig. 5.74b).

Para la micro resistividad enfocada (MSFL), cuyo promedio es 4.371 ohm-m, la distribución es más homogénea con la profundidad y se refleja en una lagunaridad menor ($\Lambda(1) = 1.35$), teniendo dimensión mayor (1.781), es decir, una rugosidad más elevada que los dos últimos registros ($H = 0.219$) (Fig. 5.75a).

Para el pozo 21, recuperamos la relación entre resistividades:

$$R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL),$$

en todos los estratos, indicando la posible presencia de hidrocarburos.

Las relaciones entre lagunaridades y dimensiones es inversa:

$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) > \Lambda(MSFL)$$

$$D_{R/S}(LLD) < D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL).$$

Comportamiento de resistividades en los estratos

Para el pozo 21, se determinaron los registros LLD, LLS y MSFL en el BTPKS, KM, KI, JST y JSK.

La relación entre resistividades para dichos estratos, satisface

$$R_{prom}(LLD) > R_{prom}(LLS) > R_{prom}(MSFL) \quad [BTPKS, KM, KI, JST \text{ y } JSK]$$

donde existe la posibilidad de presencia de hidrocarburos.

La relación de lagunaridades es:

$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) > \Lambda(MSFL) \quad [BTPKS, KM, KI]$$

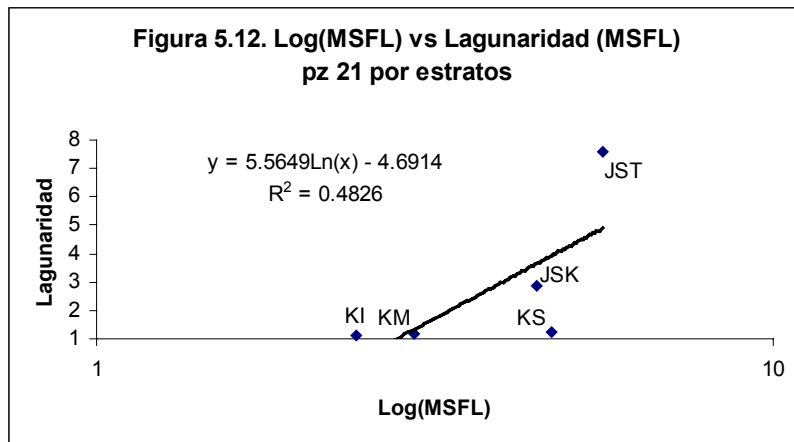
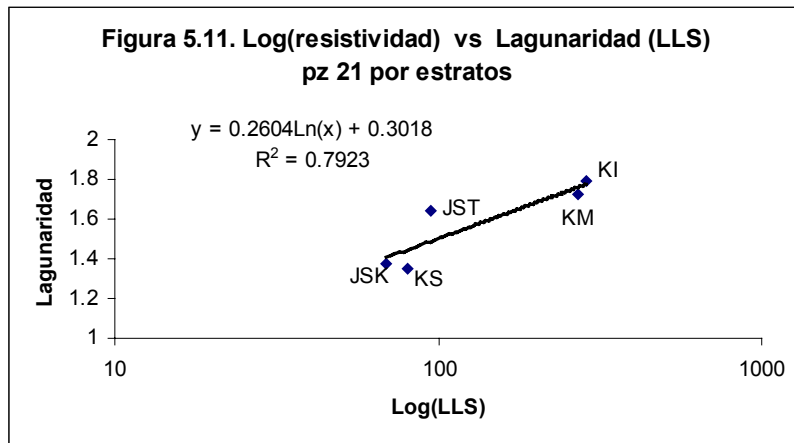
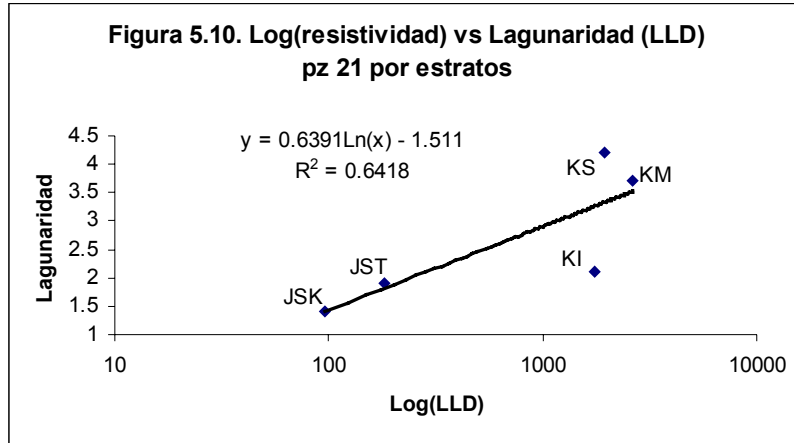
$$\Lambda(LLD) > \Lambda(LLS) < \Lambda(MSFL) \quad [JST \text{ y } JSK]$$

Las dimensiones fractales, satisfacen la relación siguiente:

$$D_{R/S}(LLD) > D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL) \quad [BTPKS, KM \text{ y } JSK]$$

$$D_{R/S}(LLD) < D_{R/S}(LLS) < D_{R/S}(MSFL) \quad [KI]$$

$$D_{R/S}(LLD) > D_{R/S}(LLS) > D_{R/S}(MSFL) \quad [JST]$$



Para el pozo 21, que satisface $R(LLD) > R(LLS) > R(MSFL)$ en todos los estratos, se observan regiones determinadas en el gráfico Log(LLD) vs Lagunaridad (Fig.5.10).

En la región de mayor resistividad y mayor lagunaridad se encuentran los valores del Cretácico, mientras que los Jurásicos en el otro extremo: lagunaridad baja y resistividad también baja.

Para la resistividad somera (LLS), la tendencia es similar al caso anterior, aumenta la lagunaridad al crecer la resistividad (Fig. 5.11).

Es notable la posición del KS, con resistividad y lagunaridad inferior a los KM y KI.

En la Fig.5.12 se observa el mismo comportamiento lineal, que en los dos anteriores. Solo que ahora los Jurásicos presentan mayor resistividad (microesféricamente enfocada) que los Cretácicos.

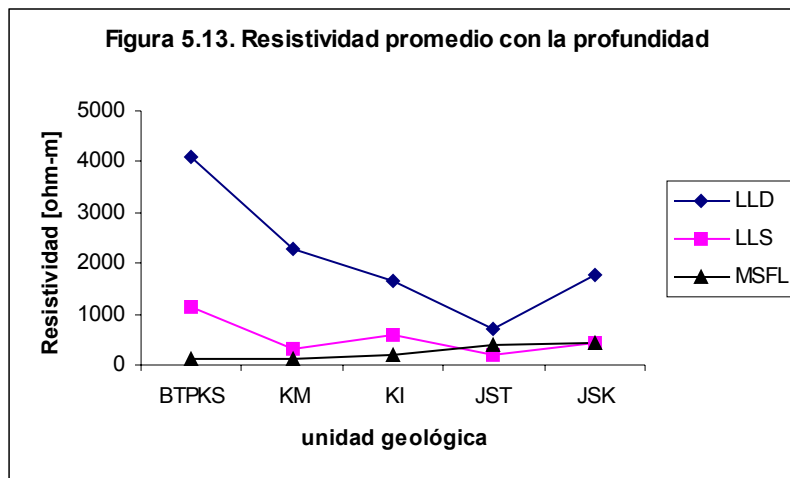
B.24 Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos del pozo 22

(SIN REGISTROS DE RESISTIVIDAD)

C. Lagunaridad en registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) completos y por estratos de 20 pozos

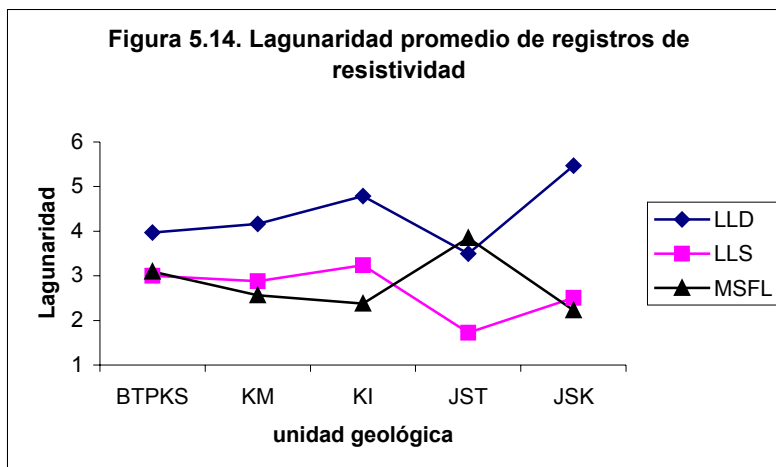
Los valores promedio de resistividad de 20 pozos se ajustaron a las unidades geológicas. Las distribuciones de LLD, LLS y MSFL varían con la profundidad siguiendo la tendencia observada en la Figura 5.13. Los puntos extremos (máximo y mínimo) de resistividad LLD, se ubican en BTPKS y JST respectivamente. Como esta resistividad se asocia con la correspondiente a la zona virgen (no invadida), representa la resistividad de la formación.

Las resistividades correspondientes a los cretácicos son altas, indicando la presencia de hidrocarburos (rocas almacén). Las rocas jurasicas se consideran generadoras, en particular JSK. Es posible que los altos contenidos de arcilla en JST se correlacionen con la disminución de la resistividad profunda.



Es notable que en las rocas cretácicas se satisface la desigualdad entre resistividades $LLD > LLS > MSFL$, implicando la posible aparición de fracturas, dada la naturaleza fracturada del yacimiento.

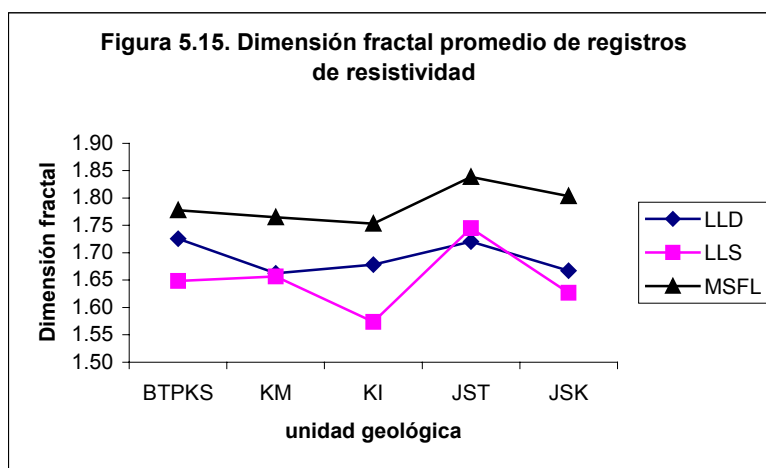
Obsérvese que en el JST no se observa dicha desigualdad, debido a las diferencias litológicas de esta capa.



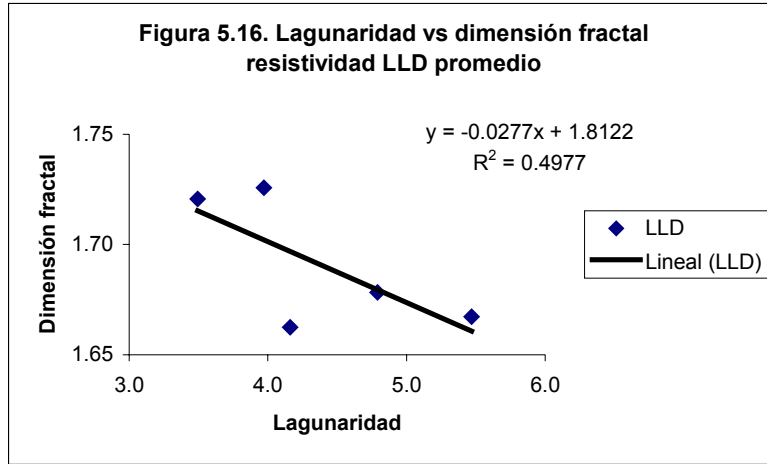
La Figura (5.14) muestra valores promedio de lagunaridad, correspondientes a los registros de resistividad mencionados anteriormente. Es notable el cambio de lagunaridad en el JST, donde las resistividades LLD y LLS llegan a un mínimo, contrario a MSFL, que alcanza su máximo.

Cabe recordar las distintas profundidades de muestreo de cada técnica, ya que las dos primeras son profunda y somera, y la última es cercana a la pared del pozo. La distribución de resistividad LLD y LLS tiende a ser más homogénea en el JST (lagunaridad baja), mientras que la distribución MSFL en JST es heterogénea (lagunaridad alta).

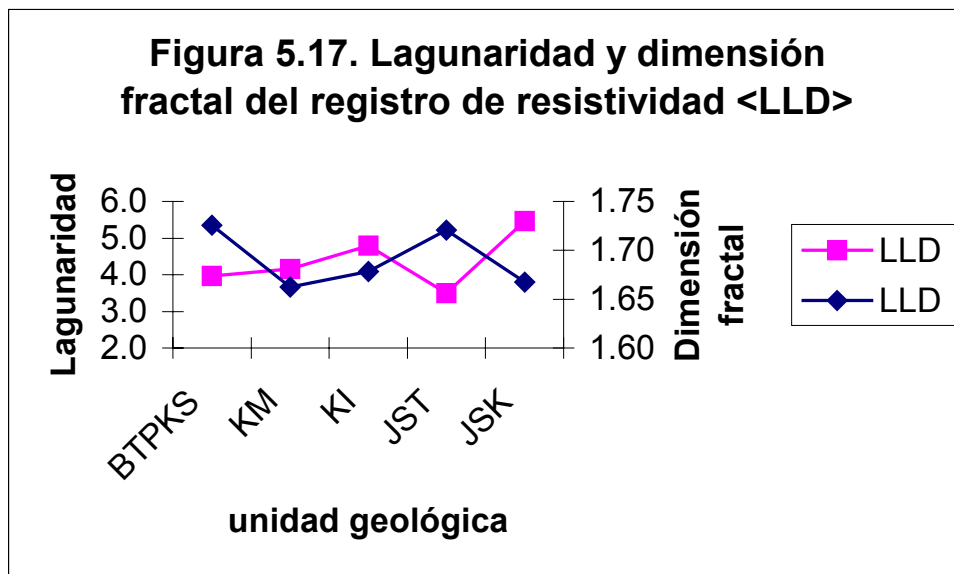
Por otra parte, la dimensión fractal de los registros de resistividad promedios también indica una anomalía en JST, produciendo valores altos de los tres registros (Fig. 5.15). Como una dimensión fractal elevada implica rugosidad alta, dicha rugosidad se debe asociar a este tipo de litologías arcillosas.



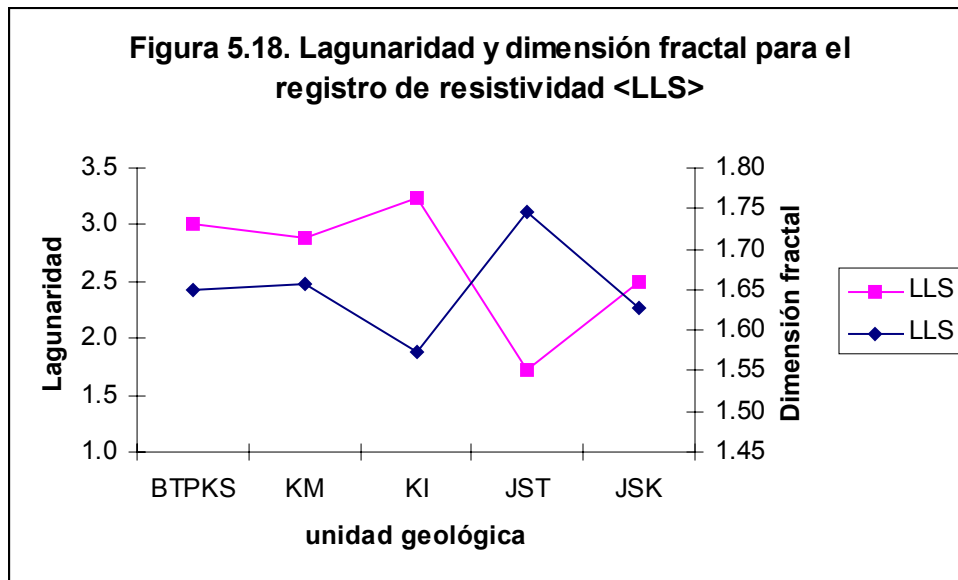
La relación entre lagunaridad y dimensión fractal para estos casos, comenzando con la resistividad LLD, es inversa, como se observa en la Figura (5.16).



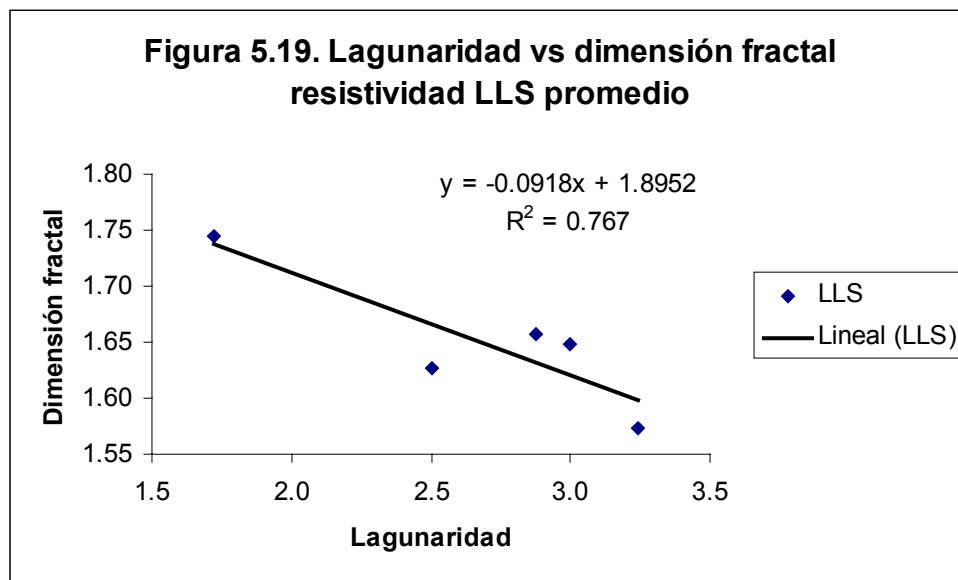
Este comportamiento inverso entre lagunaridad y dimensión fractal, se aprecia mejor en la Figura (5.17) para dicha resistividad ($R^2 = -0.70$).



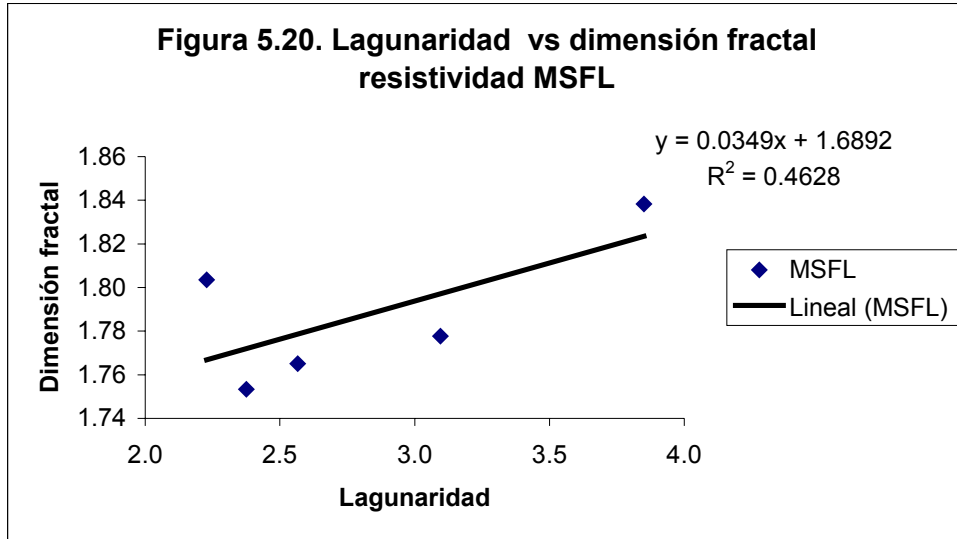
Para la resistividad somera, la correlación también es inversa (-0.87) (Fig. 5.18)



La relación funcional entre los parámetros de lagunaridad y dimensión fractal para LLS, se puede observar en la Figura (5.19).



El caso para MSFL es diferente, ya que la lagunaridad con la dimensión fractal (Fig. 5.20) se correlacionan positivamente.



5.5 Conclusiones

1. El concepto de lagunaridad es aplicable al análisis de los registros geofísicos de pozo y útil para cuantificar el tipo de distribución de propiedades petrofísicas del yacimiento.

2. La amplitud de lagunaridad varía según la resolución de cada método geofísico. En orden creciente, la lagunaridad aumenta con los registros siguientes: RHOB, CALI, PEF, URAN, GR, NPHI, POTA, CGR, THOR, MSFL, DRHO, LLS y LLD. Esto se explica, considerando la resolución de cada método. Si suponemos que alrededor del pozo, existen cinco capas cilíndricas con diferente radio L , distribuidas en cercanía a sus paredes (L pequeña), los registros RHOB, CALI, PEF URAN, GR, POTA y THOR recogen información en cilindros de alrededor de 15 cm de radio.

El registro MSFL tiene una penetración mayor, de aproximadamente 50 cm (tamaño de la zona lavada). En el caso del registro DRHO, la densidad corregida está basada en radiación neutrón y gamma-gamma, cuya penetración es todavía mayor a la de los registros anteriores, debido a la alta energía de los neutrones.

El registro LLS está enfocado sobre la zona intermedia, es decir, entre 50 cm a 1 m, de modo que $L \sim 75$ cm.

Finalmente, la información del registro LLD viene de un radio máximo que alcanza 1 m o más.

La variación de lagunaridad obedece una ley de escalamiento:

$$\Lambda (r) \propto \left(\frac{r}{L} \right)^{D - E},$$

donde r es el tamaño de caja, L el tamaño del sistema y $D - E$, la pendiente α de las rectas en el gráfico $\text{LOG}(r)$ vs $\text{LOG}(\text{lagunaridad})$.

El tamaño del sistema de estos registros, aumenta siguiendo el orden exacto mencionado anteriormente: para RHOB, esta es una región de 15 cm de diámetro alrededor de la pared del pozo y para LLD es de más de un metro.

3. Los valores de lagunaridad fueron mayores en los registros de resistividad, indicando la presencia de grandes lagunas y una agrupación de los datos.

4. En la relación entre logaritmo de resistividad LLD y lagunaridad por estratos, se distinguen dos casos: el primero cuando las desigualdades entre resistividades satisface $R(\text{LLD}) > R(\text{LLS}) > R(\text{MSFL})$. El segundo cuando $R(\text{LLD}) > R(\text{LLS}) < R(\text{MSFL})$.

En el primer caso, la relación es lineal creciente (a mayor resistividad, mayor lagunaridad), observándose dos regiones en los clusters de los datos: en la parte superior derecha, los datos correspondientes a los Cretácicos (KM, KI) y en la región con valores pequeños de resistividad y baja lagunaridad, los JST y JSK.

Para el segundo caso, la relación es lineal inversa (a mayor resistividad, menor lagunaridad), observándose que los datos correspondientes a estratos saturados de hidrocarburo (Cretácicos), se agrupaban en la zona de mayor lagunaridad y resistividad relativamente baja.

Por otra parte, en las rocas almacén, los datos tienden a las zonas de menor lagunaridad y mayor resistividad.

5. Cuando la resolución del método geofísico es grande, como en los resistivos, la pendiente α en curvas de $\text{Log}(r)$ vs $\text{Log}(\text{lagunaridad})$, proporciona la relación: $D - E = -\alpha \sim -H$, donde H es el coeficiente de Hurst de rugosidad. Se propone la "dimensión de lagunaridad" como $D(\Lambda) = 2 - \alpha$.

Graficando $\text{Log}(\text{lagunaridad})$ vs $D(\Lambda)$, se obtienen pendientes negativas para los registros de resistividad LLD (20 pozos, pendiente = -0.46, $R^2 \sim 0.7$), LLS (17 pozos, pendiente = -0.34, $R^2 \sim 0.74$) y MSFL (14 pozos, pendiente = -0.33, $R^2 \sim 0.76$). Es decir, un comportamiento inverso entre lagunaridad y su dimensión: a mayor lagunaridad, menor dimensión fractal de lagunaridad.

6. La propiedad de re-escalamiento de la lagunaridad, se extrae de la curva $\text{Log}(\text{lagunaridad})$ vs α .

7. Para el registro de resistividad LLD del pozo 1, los valores de lagunaridad varían con los estratos geológicos. La distribución de lagunaridad generalizada es la siguiente:

LLD	KS	KM	KI	JST	JSK
$\Lambda(1)$	7.425	7.008	9.878	4.301	3.091
R^2	0.967	0.965	0.938	0.758	0.922
$H(\Lambda)$	0.311	0.312	0.216	0.131	0.255
$H(R/S)$	0.381	0.328	0.241	0.302	0.438
$D(\Lambda)$	1.689	1.688	1.783	1.868	1.744
$D(R/S)$	1.619	1.672	1.759	1.698	1.562

Los coeficientes de Hurst extraídos de las curvas de lagunaridad para el registro LLD -cuyos coeficientes de correlación son relativamente altos-, pueden compararse con los valores de H obtenidos a través del método (R/S), principalmente para los estratos KS, KM y KI. Sin embargo, para los estratos del Jurásico (JST, JSK), el coeficiente de correlación es relativamente menor, y los valores correspondientes a las dimensiones fractales, ya no son comparables. Es notorio que los estratos con impregnación de hidrocarburos, actualmente bajo explotación, son precisamente KS, KM y KI (lagunaridad alta), mientras que las rocas generadoras se localizan en JST y JSK (lagunaridad baja).

8. La porosidad de fractura calculada teóricamente, tiene una correlación inversa con la distribución de lagunaridad de las resistividades profunda (LLD) y somera (LLS).

VI. Dimensión fractal de trazas sísmicas

6.1 Introducción

En el presente Capítulo se busca establecer los procedimientos geoestadísticos apropiados, para determinar la dimensión fractal de trazas sísmicas, mediante el análisis de las series de tiempo provenientes del yacimiento carbonatado del sureste del Golfo de México. Todo esto en el contexto del tema de investigación, dirigida al análisis fractal de las propiedades petrofísicas (porosidad, permeabilidad) a diferentes escalas: núcleos, registros de pozo y sísmica. Las primeras dos escalas, se han estudiado previamente a través de imágenes de núcleo (Capítulo III) y registros geofísicos de pozo (Capítulo IV). En esta etapa, el estudio se dirige al análisis de la naturaleza fractal de las trazas sísmicas.

6.2 Análisis fractal de trazas sísmicas

Debido a la naturaleza ondulatoria de las trazas sísmicas (onda longitudinal), aplicaremos el método de análisis fractal denominado **wavelets** (ondículas, ondoletas), para encontrar su dimensión fractal. Los principios matemáticos de este método, sugieren que las transformadas ondulares de trazas auto-afines tienen propiedades auto-afines.

La técnica de wavelets descompone una traza en el espacio tiempo-frecuencia, para determinar los modos dominantes de variación y la manera en que estos modos varían en el tiempo. Cuando el espectro de potencia de las ondículas, sea una función de la ley de potencias de frecuencia, aparecerán las propiedades fractales de la traza.

Considerando n transformadas ondulares, cada una con un coeficiente de escalamiento diferente a_i denotaremos a las S_1, S_2, \dots, S_n como las desviaciones estándar desde cero de los respectivos coeficientes de escalamiento a_i .

La razón de las desviaciones estándar G_1, G_2, \dots, G_{n-1} se define como:

$$G_1 = S_1 / S_2, G_2 = S_2 / S_3, \dots, G_{n-1} = S_{n-1} / S_n$$

El valor promedio de G_i , se estima de la siguiente manera:

$$G_{promedio} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} G_i}{n-1}$$

El coeficiente de Hurst es $H = f(G_{promedio})$, donde f , es una función que aproxima al exponente de Hurst por $G_{promedio}$ para trazas estocásticas autoafines. El programa BENOIT establece $n = 4$ y $a_i = 2^i$ para $i = 0, 1, 2, 3$. La dimensión fractal del método wavelets satisface $D_w = 2 - H$. La ondícula madre en BENOIT es una función escalón.

Paralelamente al método de wavelets, se utilizará el conocido método de rango reescalado R/S.

6.3 Metodología y Resultados

Para llevar a cabo el análisis fractal de datos sísmicos, se utilizaron trazas provenientes de una línea sísmica levantada en la zona de estudio, al NE del Golfo de México. Esta zona petrolera tiene importancia en cuanto a sus grandes yacimientos de aceite y gas principalmente, localizados en ambientes carbonatados.

La Figura 6.1 muestra una traza sísmica, que consiste de 512 muestras con intervalo de muestreo de 4 ms.

Los datos anteriores se normalizaron a media cero y desviación estándar uno, de acuerdo con la Figura 6.2 (ver la escala vertical en ambas figuras). Después del proceso de normalización de la Figura 6.2, se hizo la suma de los valores (acumulada) de los datos normalizados.

El resultado muestra una traza similar a la original (Figura 6.3). El comportamiento fractal de las trazas mostradas en las figuras 6.1, 6.2 y 6.3 se resume en la Tabla 6.1.

El mismo tipo de análisis se hizo con otras trazas, provenientes de un archivo conteniendo 40 trazas, de un sitio sísmico diferente. En este caso, la traza mostró un comportamiento anti-persistente (cruzando muchas veces el eje cero), por lo que el coeficiente de Hurst se esperaba menor que un medio ($H < 0.5$).

La Figura 6.4, muestra la traza sísmica original "A" , donde precisamente se nota lo "rugoso" de la traza en comparación con la Figura 6.1.

La normalización (media cero y desviación estándar uno) se observa en la Figura 6.5. Finalmente, en la Figura 6.6 se tiene la traza acumulada, que muestra comportamiento auto-afín.

En la Tabla 6.1, se reportan los coeficientes de intermitencia (H) y sus dimensiones fractales obtenidas por el método de wavelets.

Tabla 6.1. Coeficiente de Hurst y dimensión fractal de trazas sísmicas.

Tipo de traza	Coeficiente de Hurst (H)	Dimensión fractal (Dw)	Número de datos	Número de figura
Original	0.774	1.226	512	5.7
Normalizada	0.774	1.226	512	5.8
Acumulada	0.714	1.286	512	5.9
Original	0.397	1.603	512	5.10
Normalizada	0.397	1.603	512	5.11
Acumulada	0.347	1.653	512	5.12

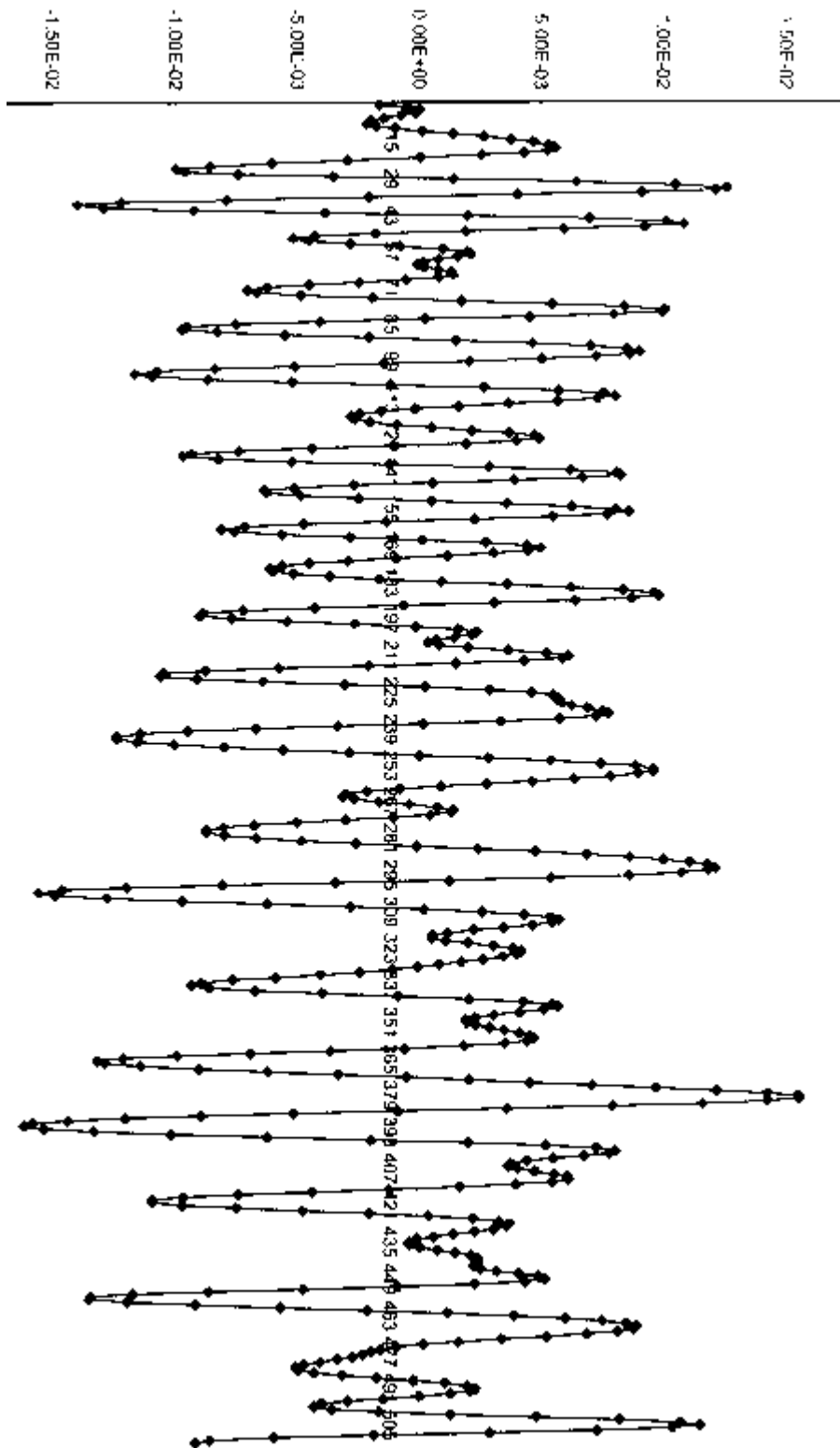


Figura 6.1. Traza sísmica original.

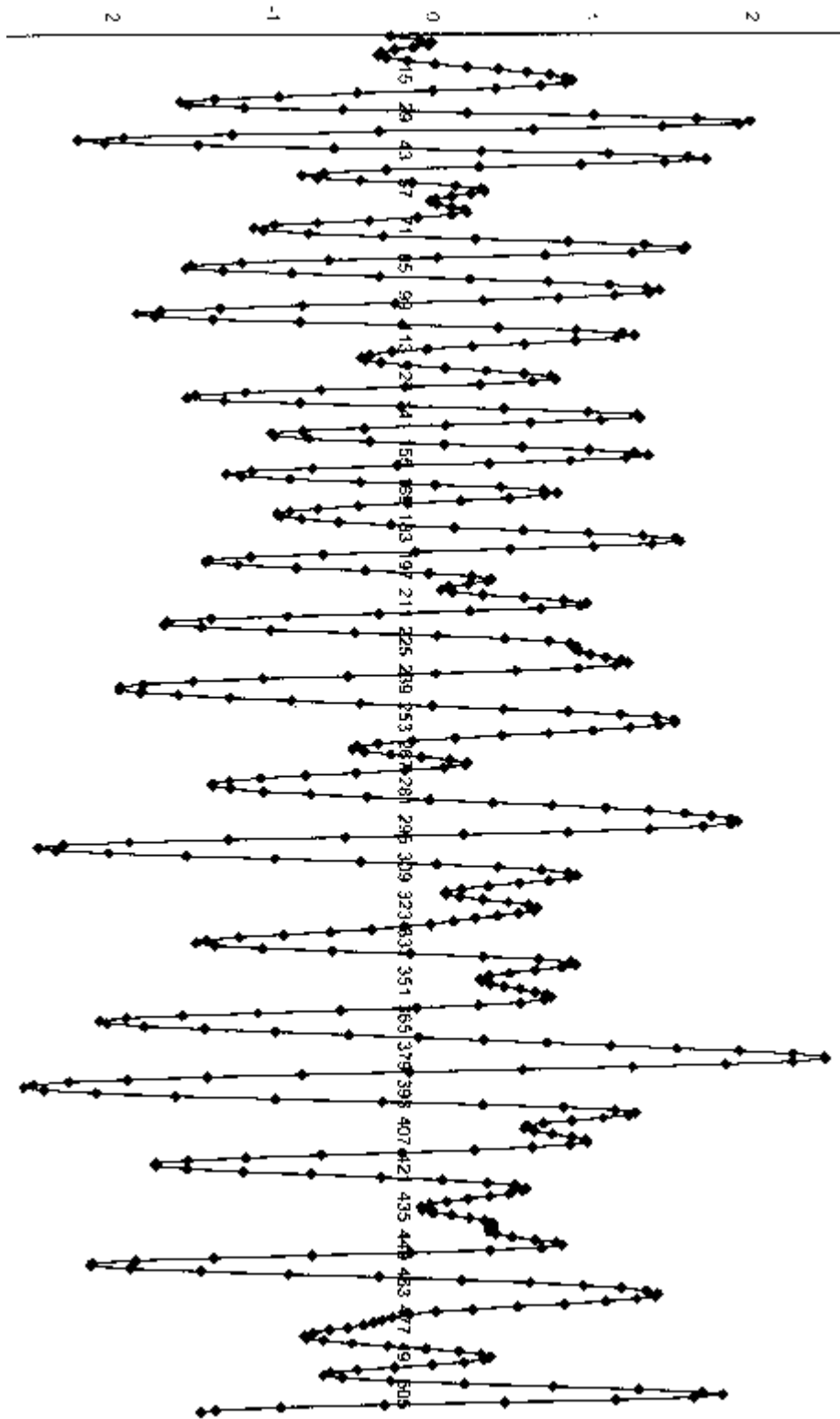


Figura 6.2. Traza sísmica normalizada (media=0, desviación estándar=1)

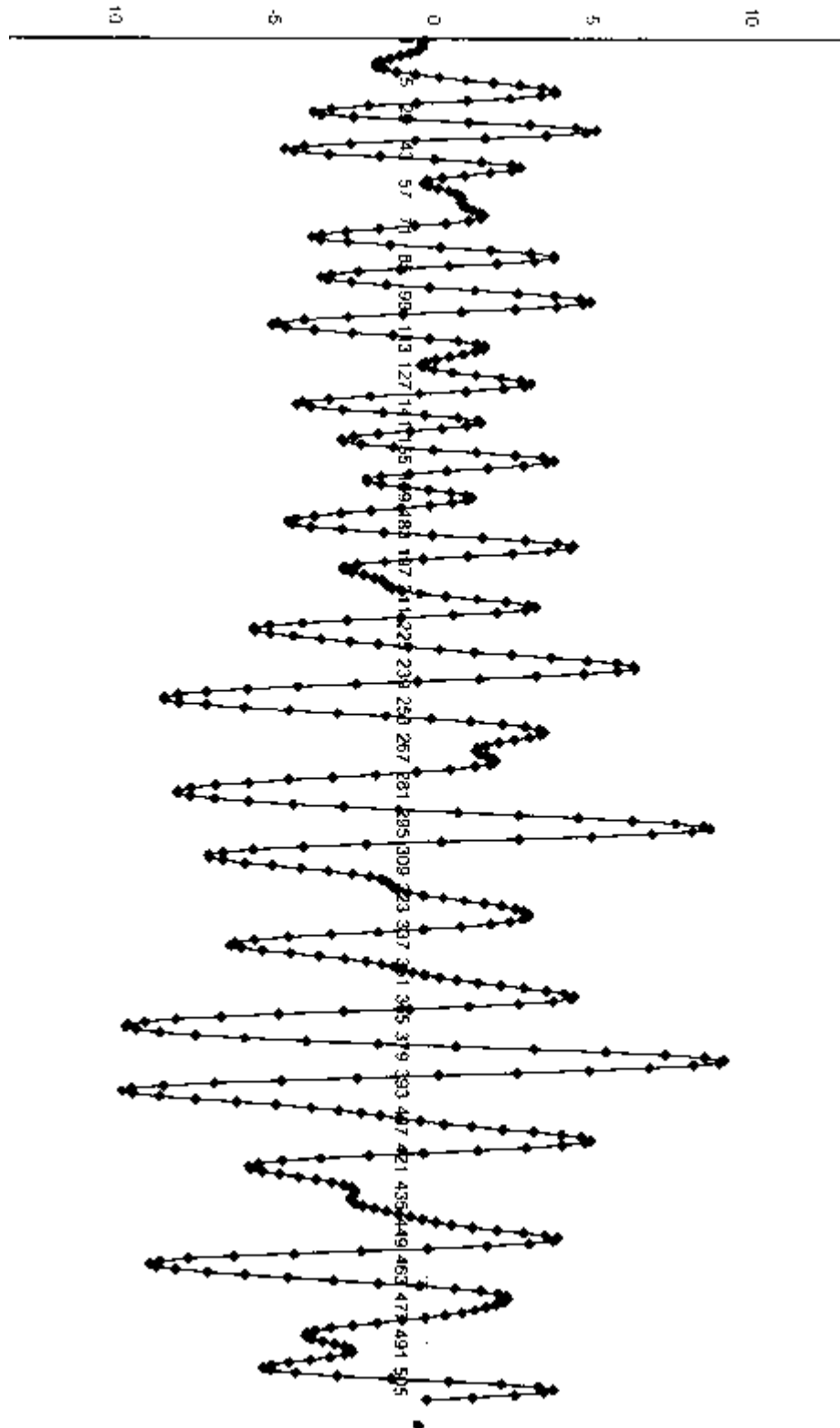


Figura 6.3. Traza sísmica acumulada.

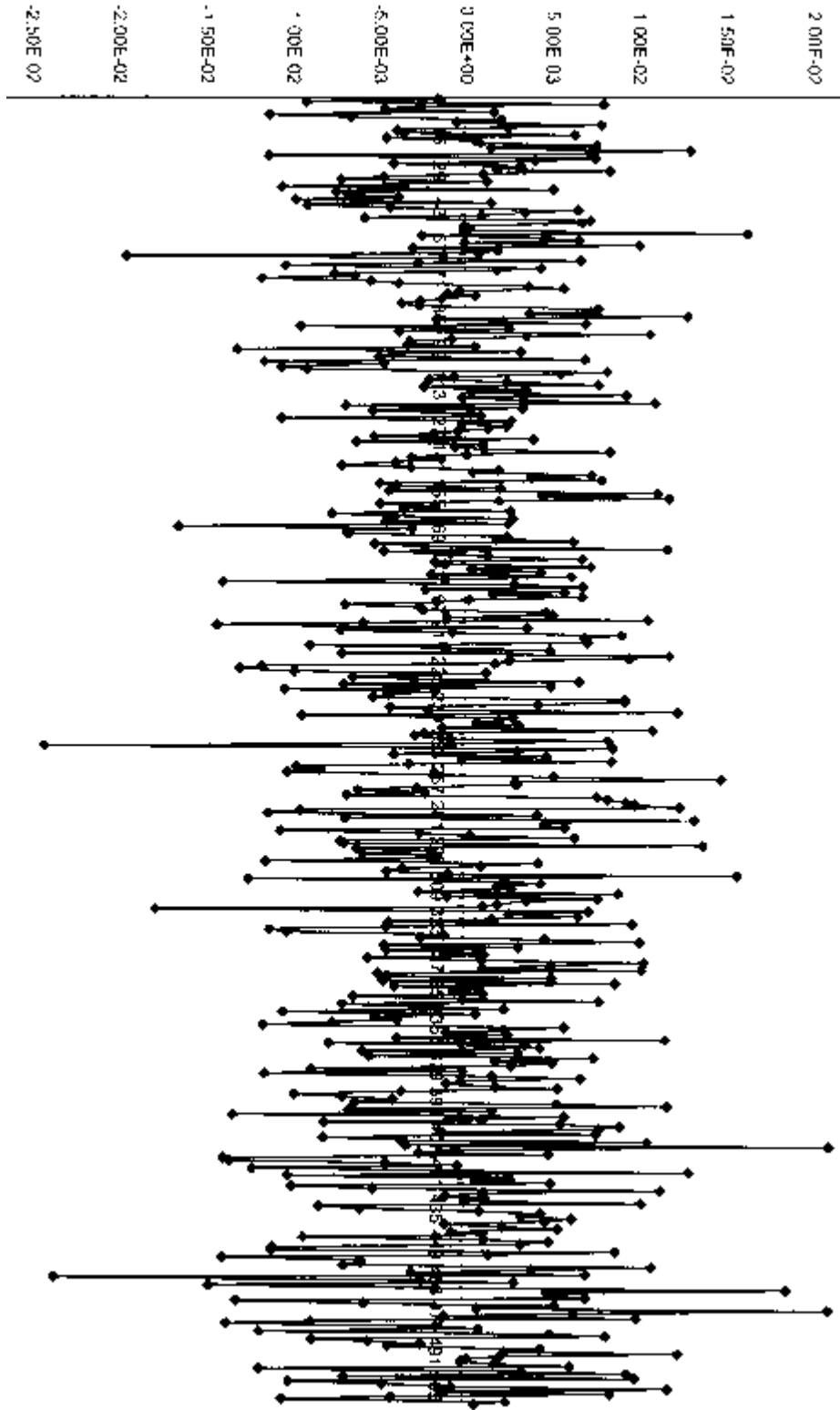


Figura 6.4. Traza sísmica original "A".

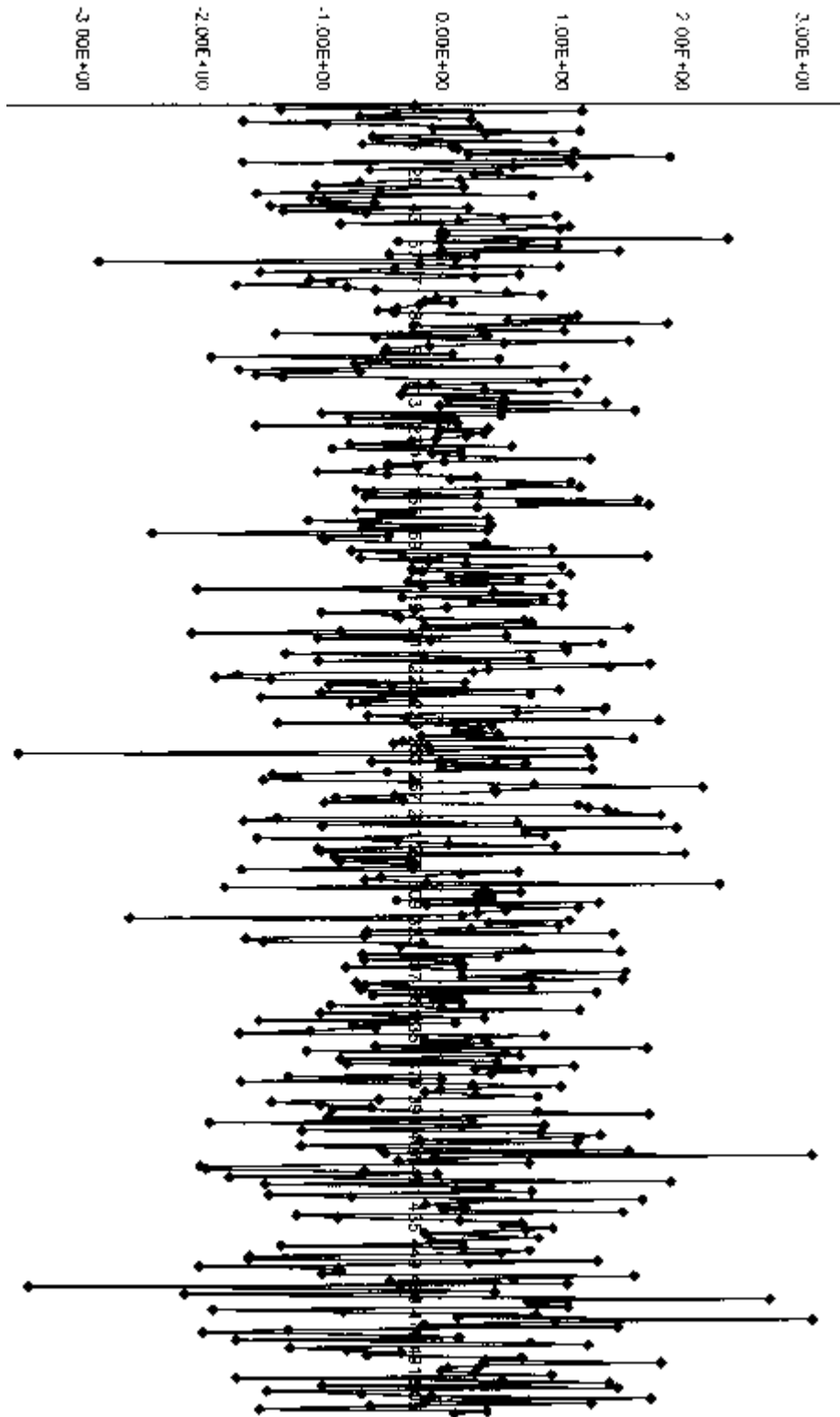


Figura 6.5. Traza sísmica "A" normalizada.

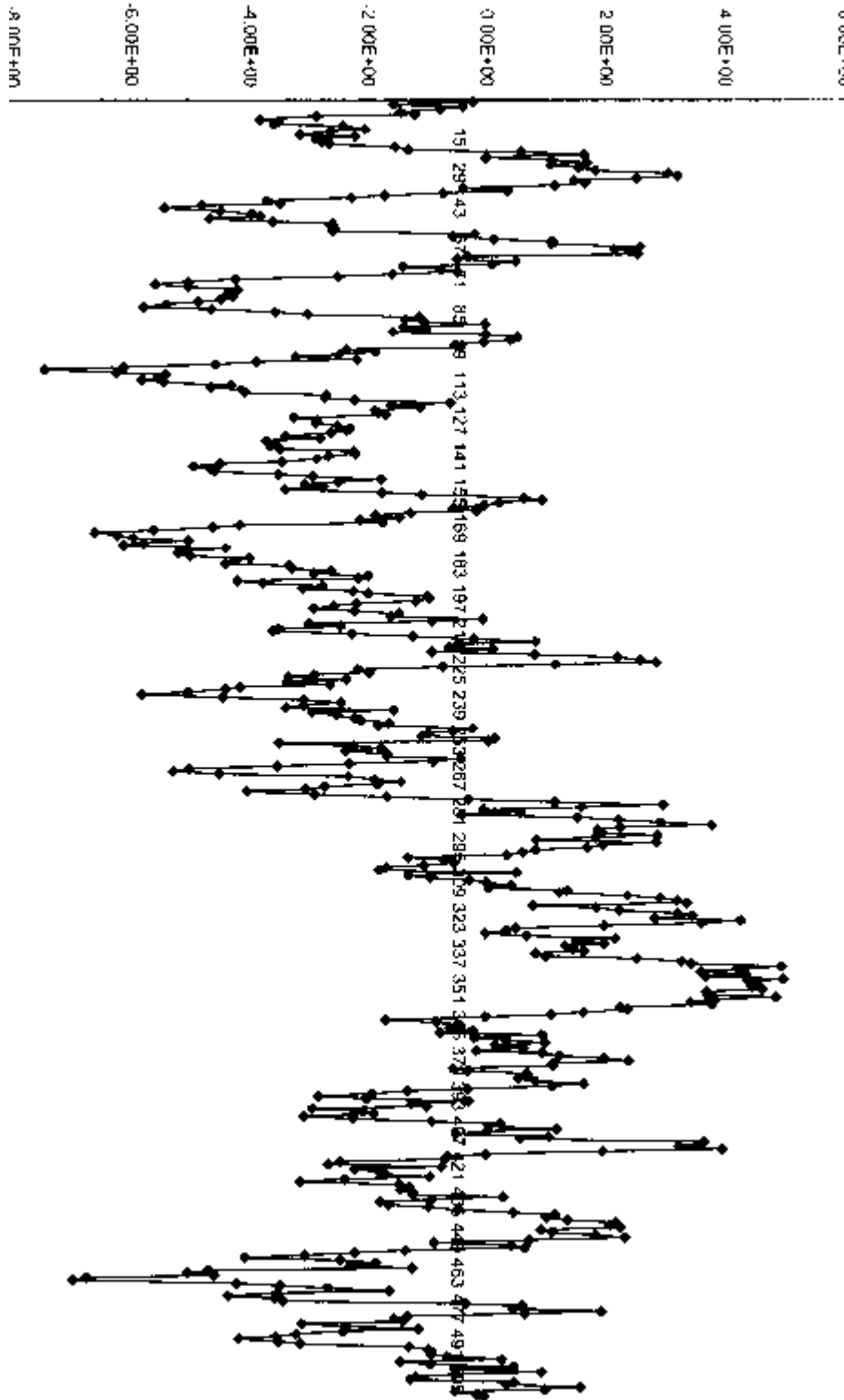


Figura 6.6. Traza sísmica "A" acumulada.

Tabla 6.2. Coeficientes de Hurst y dimensión fractal de 40 trazas sísmicas (Ronquillo, G., 2003) provenientes de un CDP (Common Deep Point) mediante las técnicas R/S y Wavelets.

N° de traza	Coeficiente de Hurst (H_{RS})	Dimensión fractal (D_{RS})	Coeficiente de Hurst (H_W)	Dimensión fractal (D_W)
1	0.321	1.679	0.347	1.653
2	0.339	1.661	0.339	1.661
3	0.318	1.682	0.395	1.605
4	0.282	1.718	0.473	1.527
5	0.271	1.729	0.532	1.468
6	0.255	1.745	0.574	1.426
7	0.255	1.745	0.601	1.399
8	0.282	1.718	0.630	1.370
9	0.316	1.684	0.642	1.358
10	0.350	1.650	0.625	1.375
11	0.335	1.665	0.567	1.433
12	0.318	1.682	0.522	1.478
13	0.302	1.698	0.517	1.483
14	0.309	1.691	0.539	1.461
15	0.304	1.696	0.623	1.377
16	0.332	1.668	0.727	1.273
17	0.373	1.627	0.809	1.191
18	0.401	1.599	0.845	1.155
19	0.391	1.609	0.809	1.191
20	0.327	1.673	0.688	1.312
21	0.277	1.723	0.498	1.502
22	0.267	1.733	0.428	1.572
23	0.281	1.719	0.539	1.461
24	0.318	1.682	0.717	1.283
25	0.362	1.638	0.817	1.183
26	0.377	1.623	0.852	1.148
27	0.374	1.626	0.803	1.197
28	0.365	1.635	0.684	1.316
29	0.338	1.662	0.509	1.491
30	0.309	1.691	0.346	1.654
31	0.314	1.686	0.374	1.626
32	0.323	1.677	0.509	1.491
33	0.351	1.649	0.610	1.390
34	0.385	1.615	0.680	1.320
35	0.366	1.634	0.689	1.311
36	0.323	1.677	0.649	1.351
37	0.268	1.732	0.568	1.432
38	0.245	1.755	0.478	1.522
39	0.275	1.725	0.377	1.623
40	0.309	1.691	0.344	1.656

Tabla 6.3. Coeficientes de Hurst y dimensión fractal obtenidos con los métodos de análisis R/S y Wavelets para la Inline_2937, obtenidos cada 10 trazas.

N° de traza	Coeficiente de Hurst ($H_{R/S}$)	Dimensión fractal ($D_{R/S}$)	Coeficiente de Hurst (H_W)	Dimensión fractal (D_W)
1	0.376	1.624	0.217	1.783
10	0.373	1.627	0.508	1.492
20	0.440	1.560	0.428	1.572
30	0.423	1.577	0.351	1.649
40	0.327	1.673	0.411	1.589
50	0.407	1.593	0.460	1.540
60	0.431	1.569	0.385	1.615
70	0.327	1.673	0.338	1.662
80	0.384	1.616	0.405	1.595
90	0.364	1.636	0.481	1.519
100	0.516	1.484	0.410	1.590
110	0.275	1.725	0.403	1.597
120	0.366	1.634	0.446	1.554
130	0.372	1.628	0.546	1.454
140	0.358	1.642	0.384	1.616
150	0.331	1.669	0.420	1.580
160	0.272	1.728	0.425	1.575
170	0.462	1.538	0.524	1.476
180	0.430	1.570	0.455	1.545
190	0.341	1.659	0.396	1.604
200	0.453	1.547	0.347	1.653
210	0.289	1.711	0.369	1.631
220	0.463	1.537	0.354	1.646
230	0.339	1.661	0.332	1.668
240	0.457	1.543	0.549	1.451
250	0.399	1.601	0.444	1.556

En la Figura 6.7 se indican los valores de rugosidad (métodos R/S y Wavelets) para las trazas sísmicas estudiadas, correspondientes a la Inline_2937 (que contiene al pozo 1). Podemos observar la variación lateral del coeficiente de Hurst entre las trazas uno a 250.

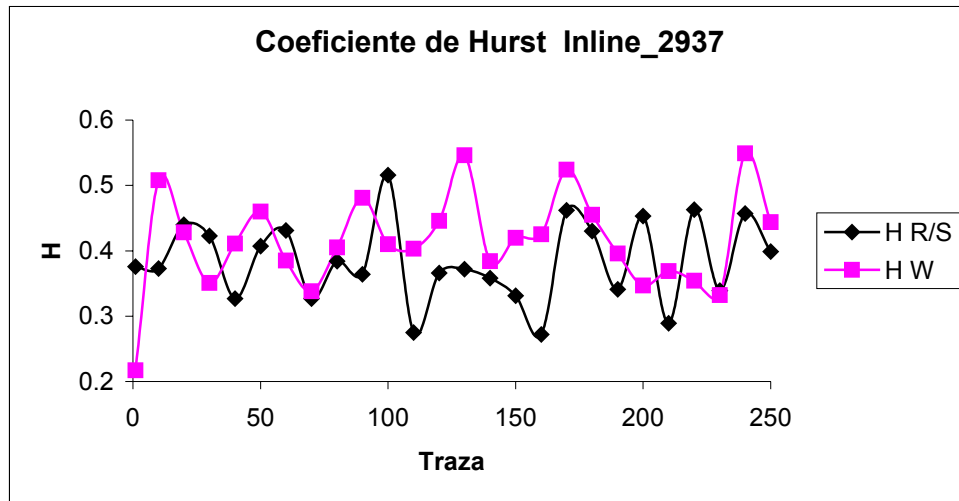


Figura 6.7. Variación del coeficiente de rugosidad con respecto a trazas sísmicas, dependiente del método de análisis (R/S o Wavelets).

La Figura 6.8 señala la variación de la dimensión fractal con las trazas sísmicas.

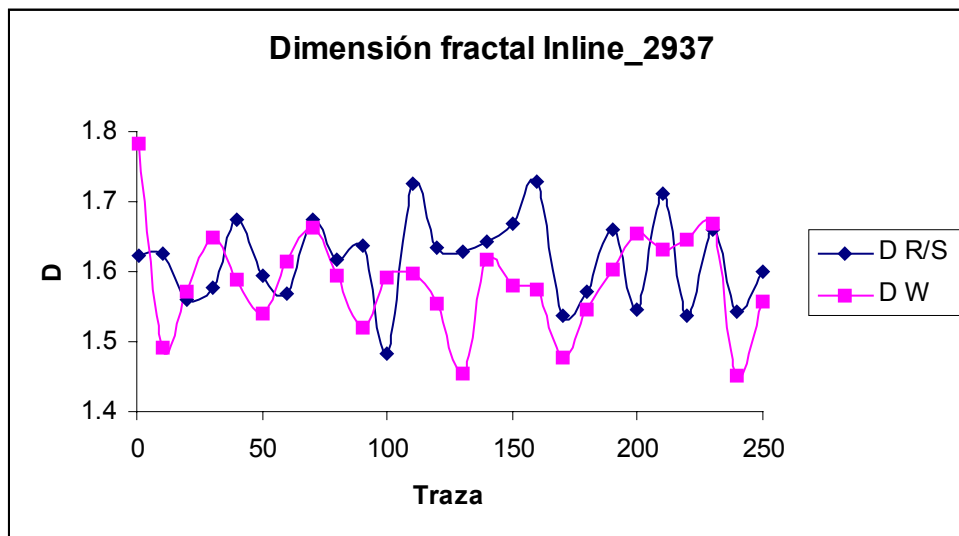


Figura 6.8. Dimensión fractal de trazas sísmicas, obtenidas por los métodos R/S y wavelets.

Tabla 6.4. Coeficientes de Hurst, Dimensión fractal y lagunaridad de las trazas que conforman la Inline_2937.

Traza N°	H (R/S)	D (R/S)	Lagunaridad
1	0.385	1.615	2.074
5	0.46	1.54	83.95
10	0.416	1.586	1.37
15	0.374	1.626	1.311
20	0.418	1.582	1.813
25	0.394	1.606	1.399
30	0.417	1.583	440.903
35	0.358	1.642	1.168
40	0.351	1.649	2.03
45	0.383	1.617	1.138
50	0.329	1.671	1.386
55	0.36	1.64	1.768
60	0.46	1.54	6.001
65	0.455	1.545	3.186
70	0.343	1.657	1.28
75	0.385	1.615	1.424
80	0.373	1.627	1.19
85	0.36	1.64	4.725
90	0.388	1.612	1.17
95	0.375	1.625	1.505
100	0.416	1.584	1.158
105	0.343	1.657	1.373
110	0.312	1.688	86.53
115	0.437	1.563	6.717
120	0.472	1.528	254.545
125	0.331	1.669	1.143
130	0.33	1.67	1.279
135	0.336	1.664	1.105
140	0.307	1.693	2.6
145	0.388	1.612	1.219
150	0.369	1.631	1.869
155	0.442	1.558	1.232
160	0.364	1.636	1.326
165	0.326	1.674	27.411
170	0.427	1.573	3.758
175	0.435	1.565	31.359
180	0.331	1.669	1.18
185	0.282	1.718	1.226
190	0.335	1.665	1.087
195	0.298	1.702	1.883
200	0.366	1.634	1.184

La Figura 6.9 muestra el sismograma correspondiente a la Inline_2937, el eje vertical que aparece en medio de la figura se asocia con el pozo 1.

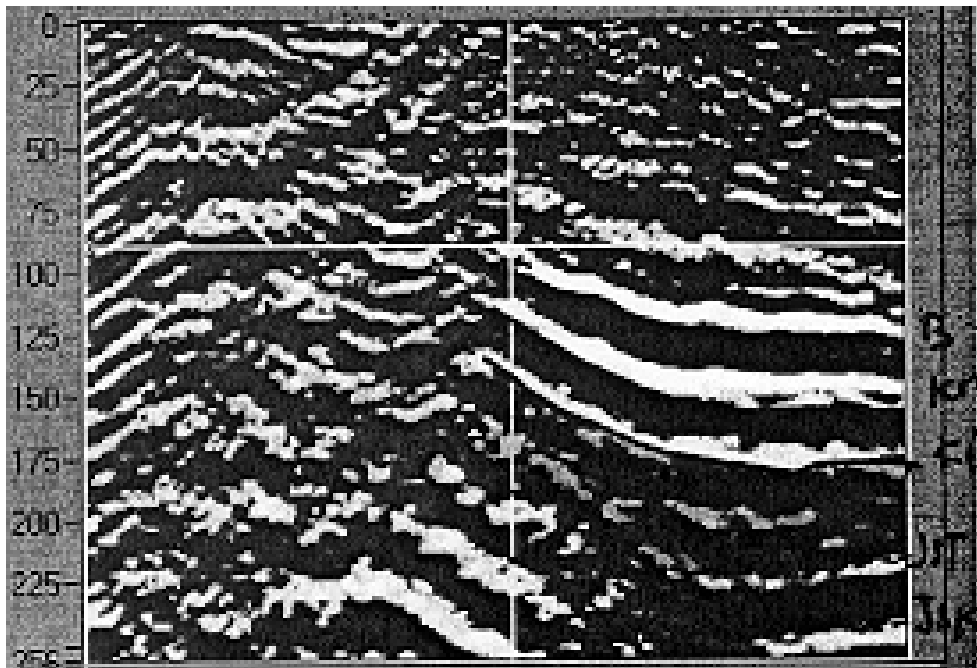


Figura 6.9. Trazas de la Inline_2937 que contiene al pozo 1.

A partir de la Figura 6.9, se seleccionó una ventana de 200 trazas, cuya rugosidad se observa en la Figura 6.10.

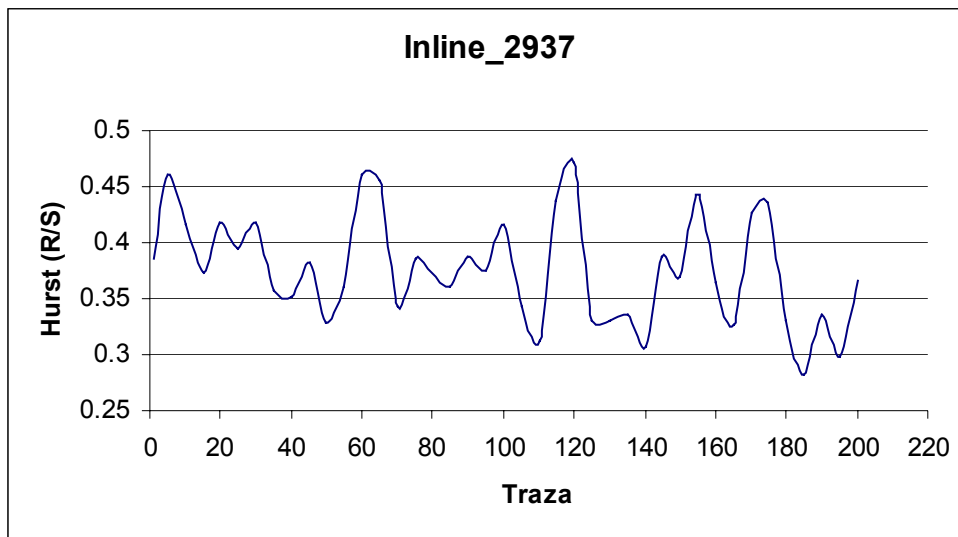


Figura 6.10. Variación del coeficiente de Hurst (calculado por el método R/S) con cada traza de la Inline_2937.

En gráficas de doble escala, se compararon los valores de rugosidad y lagunaridad de las trazas sísmicas estudiadas. Las Figuras 6.11 y 6.12 indican las tendencias de lagunaridad y coeficiente de Hurst y dimensión fractal con dimensión fractal, respectivamente.

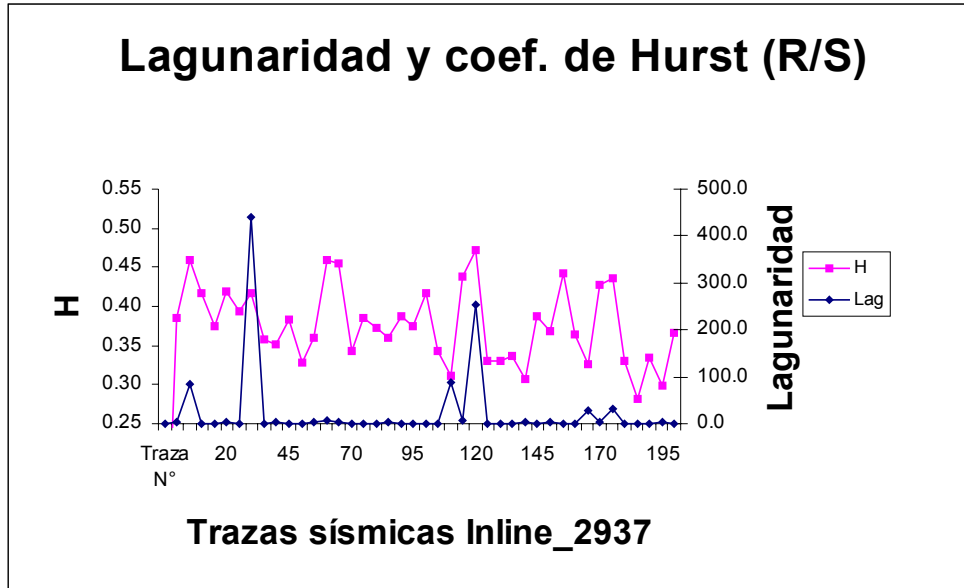


Figura 6.11. Valores de lagunaridad y H (calculado con el método R/S) para trazas de la Inline_2937.

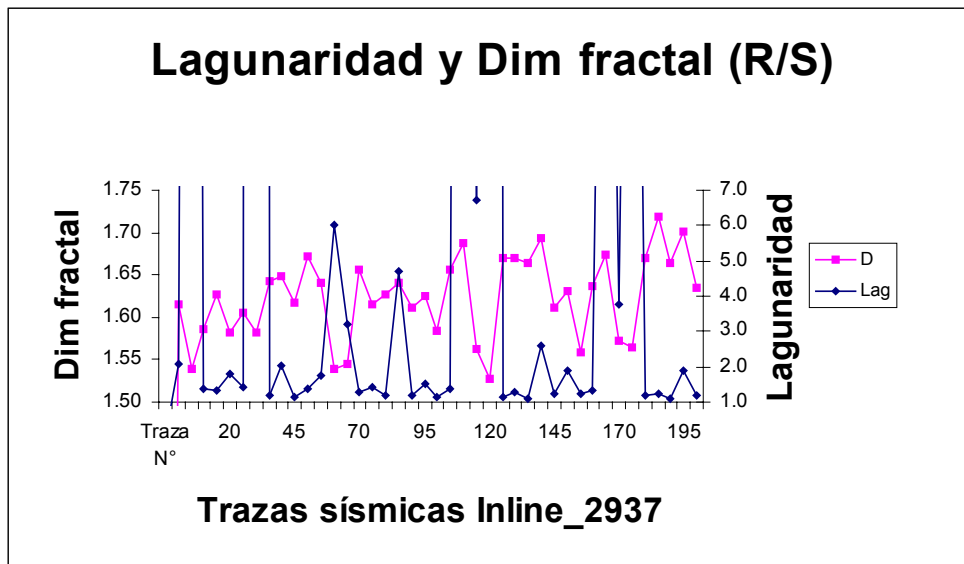


Figura 6.12. Valores de lagunaridad y de dimensión fractal (calculada por el método R/S) para las trazas del Inline_2937.

Las Figura 6.13 y 6.14, indican crosslines que contienen al pozo 1 y pertenecen a un cubo sísmico. Se observa también las cimas de las unidades geológicas estudiadas.

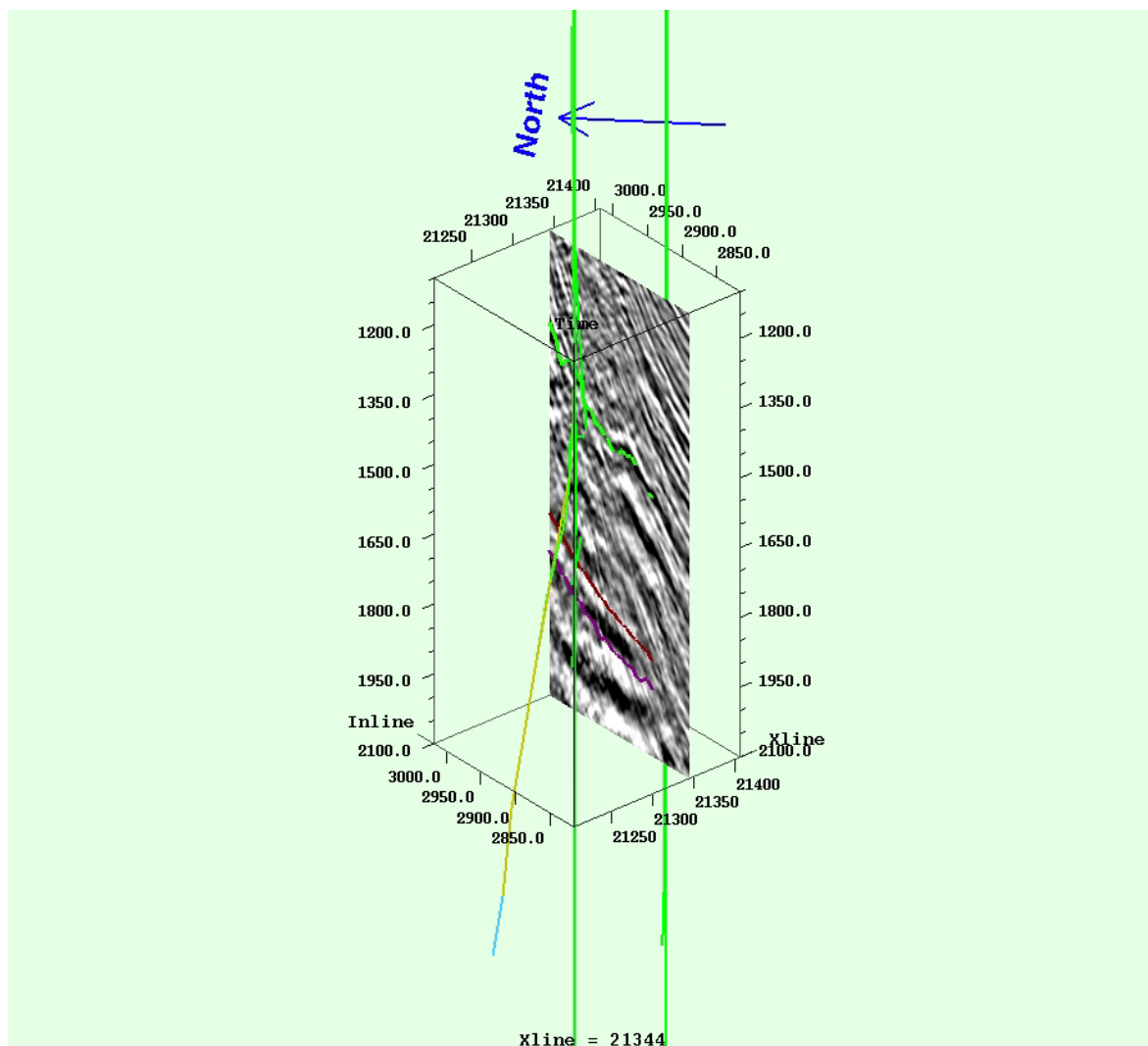


Figura 6.13. Crossline_21344 correspondiente al pozo 1 (línea vertical). Las líneas ascendentes muestran las cimas de los estratos estudiados.

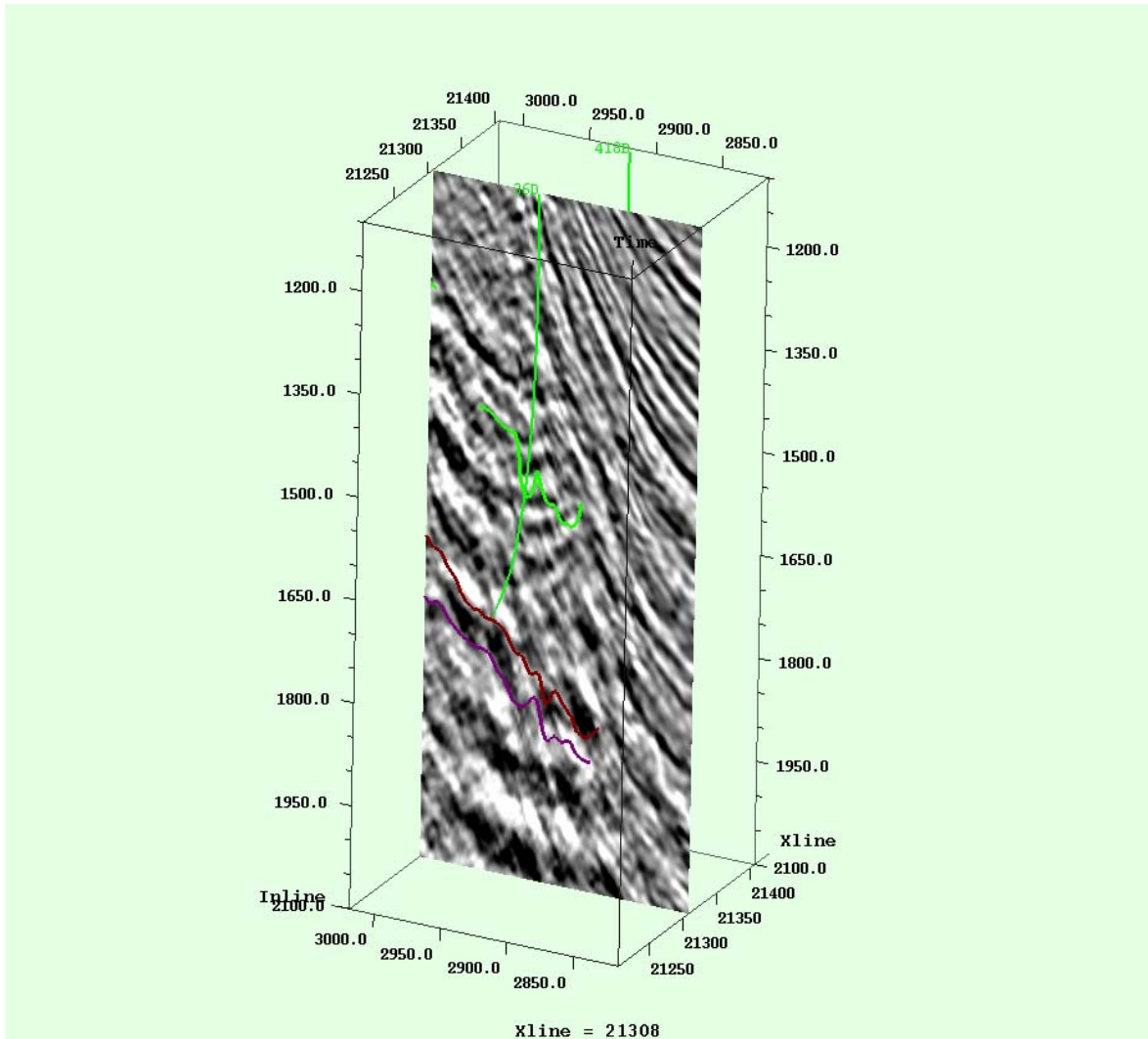


Figura 6.14. Cross-line correspondiente al pozo 1 (línea vertical). Las líneas ascendentes muestran las cimas de los estratos estudiados.

Por otra parte, la Figura 6.15 señala un “time slice”, que contiene a las Inlines y Crosslines. Cerca del centro de la figura se pueden observar las ubicaciones de los pozos analizados.

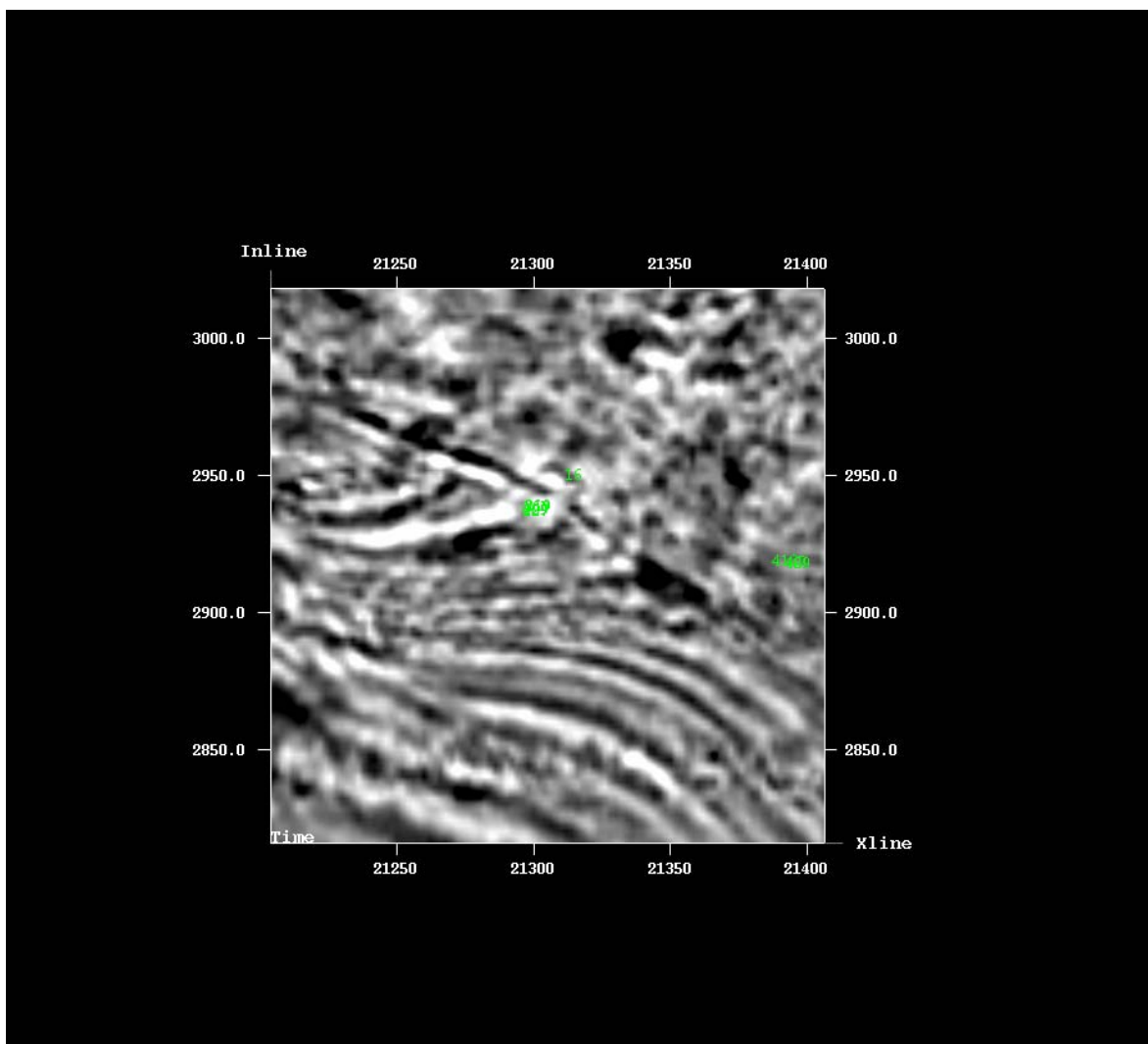


Figura 6.15. Time-slice donde se observa la ubicación de algunos de los pozos analizados en el área de estudio.

6.4 Conclusiones

Con base en las observaciones y experimentos numéricos llevados a cabo en el presente capítulo, es posible llegar a las siguientes conclusiones:

1. Las trazas sísmicas presentaron un comportamiento fractal típico, es decir, autosimilar, ya que su dimensión fractal se mantuvo aproximadamente constante entre las funciones original, normalizada y acumulada.
2. Los métodos de análisis R/S y Wavelets utilizados produjeron dimensiones fractales (y coeficientes de Hurst) ligeramente diferentes, siendo el método R/S comparable con los obtenidos en registros del pozo 1.
3. Los coeficientes de Hurst obtenidos para la Inline_2937 con los métodos de análisis mencionados, variaron entre 0.272 y 0.462 ($H_{R/S}$) ; 0.217 a 0.524 (H_w).
4. Se observaron diferencias entre los coeficientes de rugosidad para las isolíneas de las Inlines y las Crosslines. Para las Inlines, la variación encontrada para H es entre 0.34 a 0.42, mientras que para las Crosslines, la variación es entre 0.40 a 0.52. Es posible que señalen una dirección preferente en las tendencias de fracturamiento.

VII. Integración de Resultados

7.1 Litología correspondiente a núcleos, registros geofísicos de pozo y datos sísmicos

En este Capítulo se busca correlacionar los resultados de rugosidad (coeficientes de Hurst), lagunaridad (distribuciones de porosidad) y propiedades geológicas, obtenidos en los capítulos anteriores, para inferir el comportamiento multiescalar de las propiedades petrofísicas del yacimiento naturalmente fracturado del sureste del Golfo de México.

A. Jurásico Superior

Kimeridgiano

Angeles (1988), propuso dividir el Kimeridgiano en cuatro litofacies (Figura 7.0). La litofacies B está constituida por lutitas arenosas y limolitas, con esporádicas intercalaciones de arenisca de grano fino y dolomías microcristalinas bentoníticas. Las rocas de la litofacies C están constituidas por dolomías microcristalinas con anhidrita y calizas de peletoides. La litofacies D está compuesta por una secuencia de terrígenos (limolitas y lutitas arenosas, calcáreas y bentonitas, con intercalaciones delgadas de areniscas) y carbonatos (dolomías microcristalinas con anhidrita y calizas grumosas, recristalizadas). La litofacies E se constituye por cuerpos potentes de dolomías mesocristalinas; calizas oolíticas y de bioclastos se encuentran intercaladas en horizontes aislados de limolitas y lutitas arenosas, ligeramente calcáreas (Araujo, 2004).

Titoniano

En la Sonda de Campeche, Angeles (1988), dividió al Titoniano en tres litofacies principales indicadas como F, G y H (Figura 7.0). La litofacies F se constituye por calizas arcillosas de color oscuro, arenosa, recristalizada en partes, con alto contenido de materia orgánica, presentando cambios laterales a lutitas arenosas y calcáreas. La litofacies G es arcillosa, constituida por lutitas bituminosas, arenosas, con intercalaciones de calizas arcillosas y abundante materia orgánica.

Finalmente, la litofacies H se forma de calizas arcillosas bentoníticas, con intercalaciones de lutitas calcáreas y contenido de materia orgánica diseminada.

La importancia de las rocas del Titoniano en el subsuelo de la Bahía de Campeche y sureste de México, se refleja en su alto contenido de materia orgánica y arcilla, reflejado en las secciones sísmicas y registros de rayos gamma y resistividad. Tiene una muy amplia distribución geográfica, útil en el establecimiento de correlaciones estratigráficas en la zona de estudio.

B. Sistema Cretácico

Cretácico Inferior

Los sedimentos son predominantemente carbonatados y evaporíticos sobre las plataformas que bordean al Golfo de México, pero carbonatados-arcillosos en las regiones batiales. Es decir, sedimentos clásticos continentales y de aguas marinas someras se encuentran en los márgenes norte y noroeste de la Cuenca, siendo más abundantes en la parte inferior del Cretácico (Figura 7.0). Hacia el sur de la Cuenca del Golfo, se acufian los espesores de los sedimentos a lo largo del cinturón de levantamientos y macizos en el sureste de México y Yucatán.

En la parte sureste de la Cuenca evolucionó una plataforma carbonatada con influencia de evaporitas (Berriasiano y Valanginiano). En la parte central, se encuentran evaporitas y dolomitas interestratificadas.

Las facies del Cretácico Inferior y Superior fueron definidas con mayor detalle en el subsuelo de la Bahía de Campeche, a través de muestras de canal y núcleos de 17 pozos perforados por PEMEX. Basáñez (1987) determinó que para el Cretácico Temprano se encontraban facies de plataforma externa constituidas de dolomía y mesodolomía y calizas con abundantes microfósiles (Neocomiano).

Durante el Albiano-Cenomaniano continúa instalado el ambiente de plataforma externa en la Sonda de Campeche, depositándose facies de rocas carbonatadas de textura media y fina (Araujo, 2004).

Cretácico Superior

Durante el Cenomaniano Medio – Turoniano, las rocas depositadas representan el episodio de la inundación de las plataformas y se distribuyen en la Cuenca del Golfo. La litología de estas unidades es terrígena en la periferia de la porción norte de la Cuenca y los depósitos de carbonatos a lo largo de la porción central. Las rocas del Coniaciano y Santoniano en la Cuenca del Golfo de México, afloran sobre los sedimentos del Cenomaniano-Turoniano. Durante este último período, prevaleció la depositación de carbonatos en aguas someras sobre las plataformas y en las cuencas intermedias del oeste de México. El depósito de carbonatos durante el Campaniano llegó a ser más amplio a lo largo de la parte noroeste de la Cuenca del Golfo.

ERA	SISTEMA	SERIE	PISO	COLUMNA ESTRATIGRAFICA	LITOFACIES	MEGASECUENCIAS			
CENOZOICA	CUATERNARIO	RECIENTE				5			
		PLEISTOCENO				4			
	TERCIARIO	PLIOCENO	PIACENCIANO			(1) CUERPOS DE ARENISCAS	3		
			ZANCLEANEANO						
			MESIANIANO						
			TORTONIANO						
			SERRAMALIANO						
			LANOHANIANO						
			BURDIGALEANO						
		AQUITANIANO							
		OLIGOCENO	CHATTIANO				CUERPOS DE LUTITAS	2	
			RUPELIANO						
	PRIABONIANO								
	EOCENO	BARTONIANO				CUERPO DE CALCARENITAS			
		LUTETIANO							
YPRESIANO									
SELANDIANO									
PALEOCENO	DANIANO				CUERPO DE BRECHAS CALCAREAS				
MESOZOICA	CRETACICO	SUPERIOR	MAASTRICHTIANO			(2) BRECHA CONGLOMERATICA DE CLASTOS DE CALIZAS	1		
			CAMPANIANO			BRECHA DOLOMITIZADA			
			SANTONIANO			MICRO Y MESODOLOMA, "MUDSTONE-VAACKSTONE"			
			CONIACIANO			BRECHA CONGLOMERATICA TOTALMENTE DOLOMITIZADA			
			CENOMANIANO			MICRO Y MESODOLOMA, "MUDSTONE-VAACKSTONE"			
		MEDIO	ALBIANO						
			APTIANO						
			INFERIOR	NEOCOMIANO					
	JURASICO	SUPERIOR	TITHONIANO			(3) H			
						G			
						F			
MEDIO		KIMMERIDGIANO				E			
		OXFORDIANO				D			
INFERIOR	CALLOVIANO				C				
					B				
TRIASICO					A				
					SAL				
					CAPAS ROJAS				
PALEOZOICA					ROCAS IGNEAS Y METAMORFICAS	BASAMENTO			

Figura 7.0 Columna estratigráfica y litofacies de la Sonda de Campeche (Angeles, 1988)

Cenomaniano-Medio Turoniano

La litología de estas unidades comprende a los depósitos de carbonatos a lo largo de la porción central y sur de la planicie costera, dominando la secuencia sobre las plataformas de Yucatán y Florida. Además, las unidades del Cenomaniano Medio y Turoniano contienen terrígenos en la periferia de porción norte de la Cuenca del Golfo.

Conaciaco-Santoniano

En general, el marco de depósito del Coniaciano y Santoniano en México, no fue muy diferente del Cenomaniano Tardío y Turoniano. Las facies de bancos de carbonatos están bien desarrolladas sobre las áreas de plataforma. La depositación de carbonatos en aguas someras prevaleció sobre las plataformas y en las cuencas intermedias del oeste de México. Dentro del sistema depositacional, con el tiempo es notorio el incremento de terrígenos en las cuencas del este de México.

Campaniano

Durante este tiempo, el depósito de los carbonatos llegó a ser más amplio a lo largo de la parte noroeste de la Cuenca del Golfo. Durante el Campaniano Tardío se indica un incremento del influjo de sedimentos terrígenos finos provenientes del Oeste. La Formación Yucatán se constituye predominantemente de anhidritas, con calizas dominantes al norte y al oeste. Se reconocen cuerpos de andesitas y tobas andesíticas dentro de la sección del Campaniano Maestrichtiano sobre la Plataforma de Yucatán.

Maestrichtiano

En los estudios del subsuelo en la Sonda Marina de Campeche, Basáñez (1987) define con más detalle las facies del Cretácico Superior, sugiriendo que fueron depositadas en ambientes de plataforma externa y talud intraplatafórmico, constituidas litológicamente por mesodolomías, microdolomías y calizas de globogerínidos incipientemente arcillosos. La litología en el talud intraplatafórmico, consiste de brechas dolomitizadas casi en su totalidad. A partir del Campaniano-Maestrichtiano y Paleoceno Inferior, se encuentran las facies de brechas que forman las rocas de mayor importancia petrolera, ya que son almacenadoras de hidrocarburos en la Sonda de Campeche (Araujo, 2004). Esta secuencia consiste de brechas sedimentarias y conglomeráticas dolomitizadas con intercalaciones esporádicas de arcillas. De acuerdo con Pacheco (2002), estas brechas alcanzan espesores hasta de 200 m que se acúñan hacia el suroeste hasta desaparecer en las partes más profundas de la Cuenca del Golfo de México.

7.2 Dimensiones fractales en imágenes de núcleos, registros de porosidad corregida y trazas sísmicas.

A. Porosidad NPHI corregida por volumen de arcillas

Se llevó a cabo una corrección del registro NPHI por presencia de arcillas. Basados en la ecuación (7.1), con los valores de rayos gamma (GR) máximo y mínimo por unidad geológica, se obtuvo el índice de arcilla que se aproxima con el volumen de lutita V_{sh} (Bassiouni, 1994),

$$V_{sh} \approx I_{sh} = \frac{GR - GR_{min}}{GR_{max} - GR_{min}}. \quad (7.1)$$

A partir de la Ec.(7.1), se calculó la porosidad NPHI corregida por volumen de arcilla (Asquith & Gibson, 1999):

$$\Phi_C = \Phi \cdot (1 - V_{sh}). \quad (7.2)$$

A los resultados obtenidos de la Ec.(7.2), se les calculó dimensión fractal y promedio por estrato.

La Tabla 7.1 indica el resumen de coeficientes de Hurst para imágenes de núcleos (Figs.3.1 a 3.9 y Figs. 3.11.1 a 3.11.5), registros de NPHI-C (corregida) y trazas sísmicas evaluadas por estrato. La última columna se calculó utilizando el software AutoSignal (2004), ya que BENOIT funciona para series con > 120 datos.

Tabla 7.1 Resultados de coeficientes de Hurst en imágenes de núcleo, registro de porosidad (corregido por contenido de lutitas) y trazas sísmicas, por unidad geológica.

Período	Época	Prof, [m]	<NPHI-C> [%]	H(R/S)* núcleos	H(R/S)* NPHI-C	H(R/S)** sísmica
Cretácico	Superior (BTPKS)	1975 – 2215	6.685	N.D.	0.333	0.572
Cretácico	Medio (KM)	2215 – 2310	4.886	N.D.	0.251	0.587
Cretácico	Inferior (KI)	2310 – 2545	6.370	0.28 – 0.38	0.261	0.536
Jurásico	Superior Titoniano (JST)	2545 – 2797	4.186	0.37	0.182	0.482
Jurásico	Superior Kimerid. (JSK)	2797 – 3050	2.244	N.D.	0.313	0.571

* BENOIT **AutoSignal v1.7

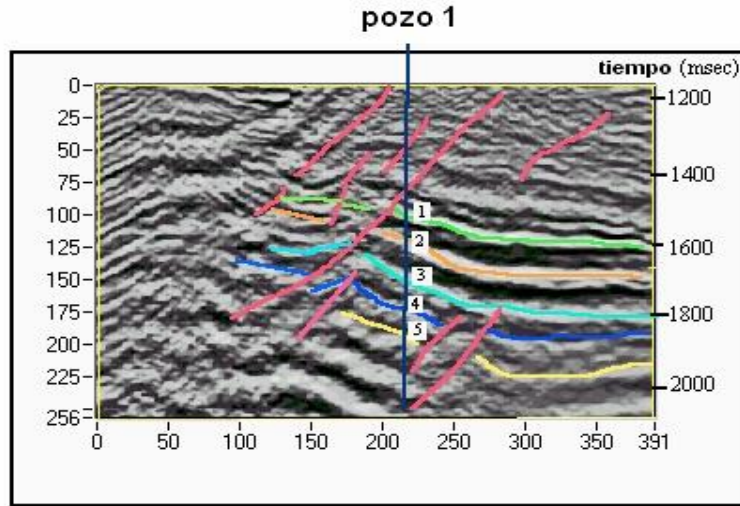
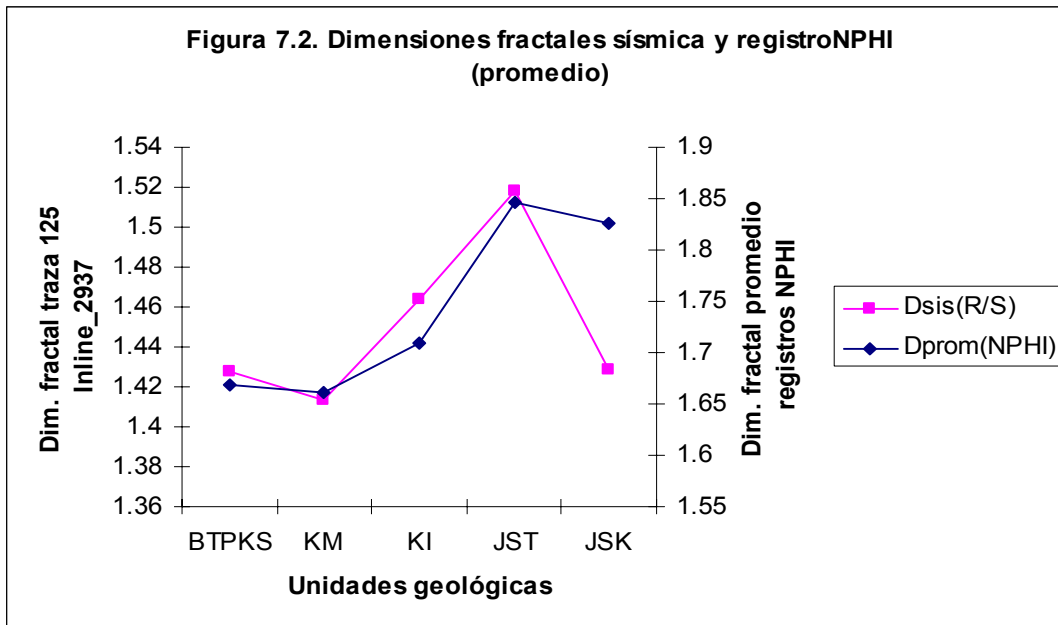
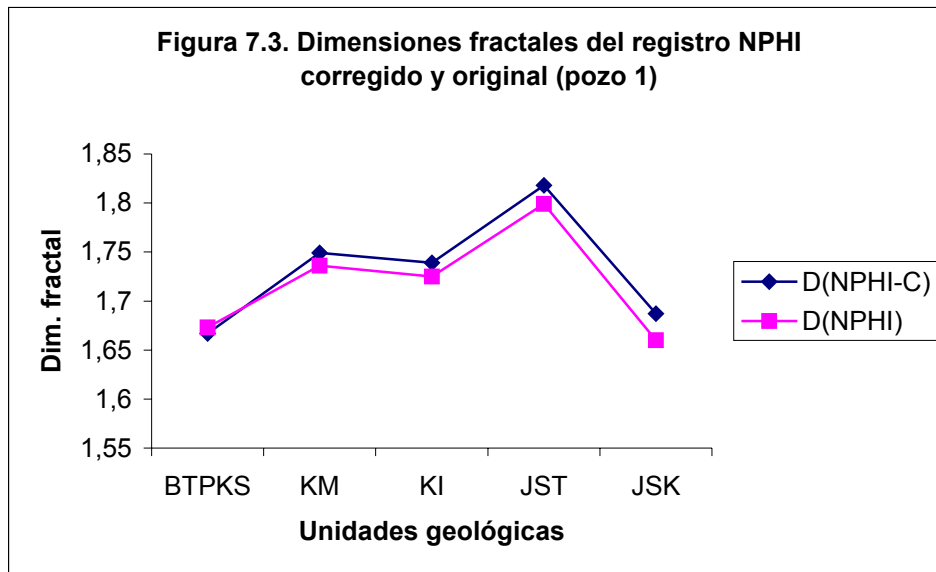


Figura 7.1 Inline_2937 en unidades de tiempo (msec), indicando al pozo 1 (línea vertical) que atraviesa los estratos (1) BTPKS, (2) KM, (3) KI, (4) JST y (5) JSK (Ronquillo, G., 2004)

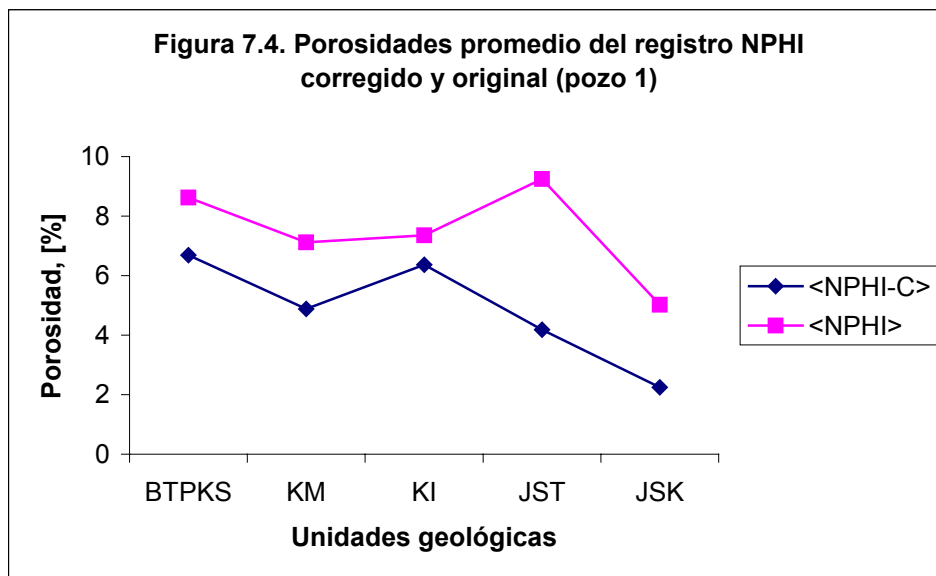
La Figura 7.2, graficada con dos ejes, indica que las distribuciones de variación de dimensiones fractales correspondientes al promedio de los registros NPHI ($D_{prom}(NPHI)$) y sísmica ($D_{sis}(R/S)$), calculadas por el método R/S, tienen una correlación positiva ($r^2 \approx 0.65$). Es decir, los patrones de comportamiento fractal se aproximan a lo largo de las unidades geológicas.



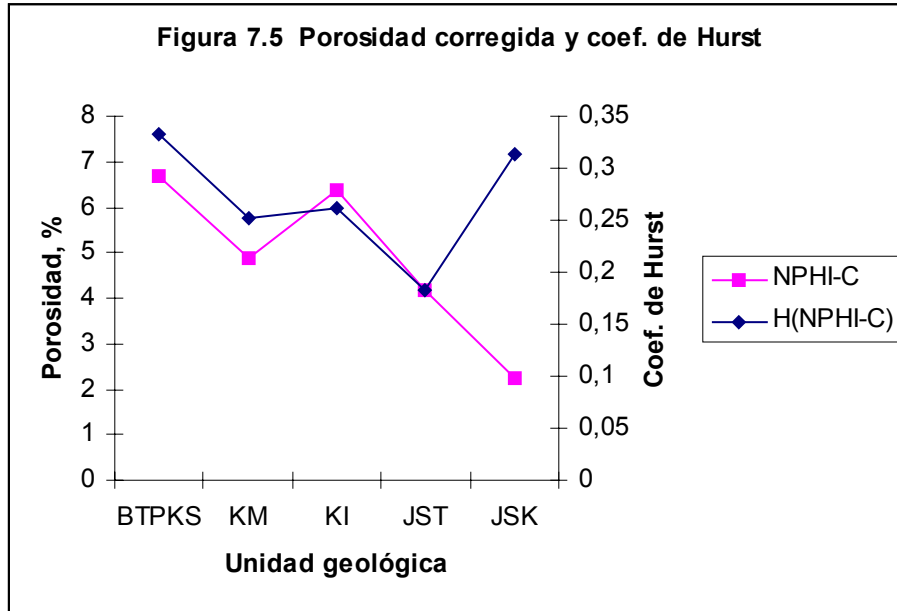
Por otra parte, en la Figura 7.3 se observan las dimensiones fractales del registro de porosidad neutrón corregido y original. La diferencia entre dimensiones es relativamente baja.



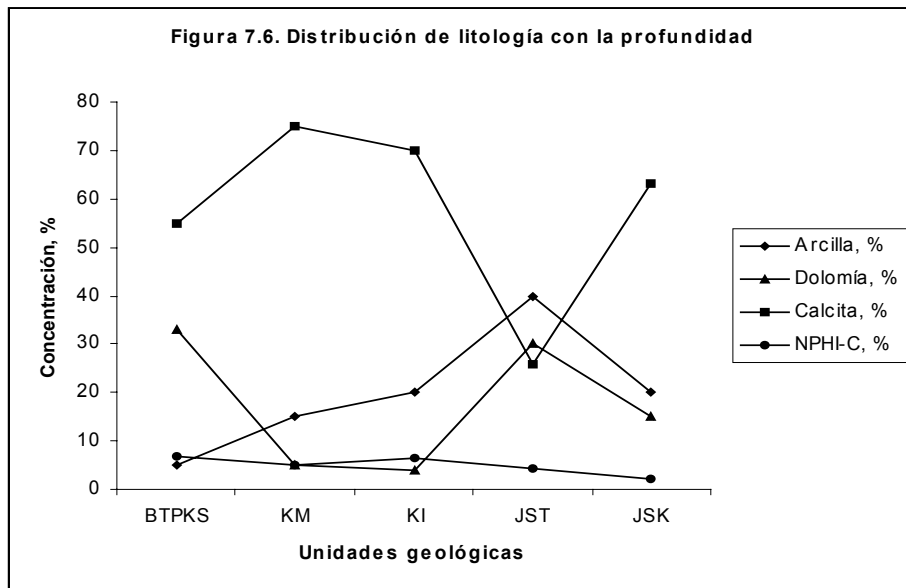
La Figura 7.4 indica la variación de la porosidad neutrón corregida y sin corregir, con la profundidad. La variación más amplia se observa en el Jurásico Superior Titoniano, donde se encuentran grandes concentraciones de arcillas. Contrariamente, en el Cretácico Inferior el contenido de arcillas es el más bajo de la secuencia.



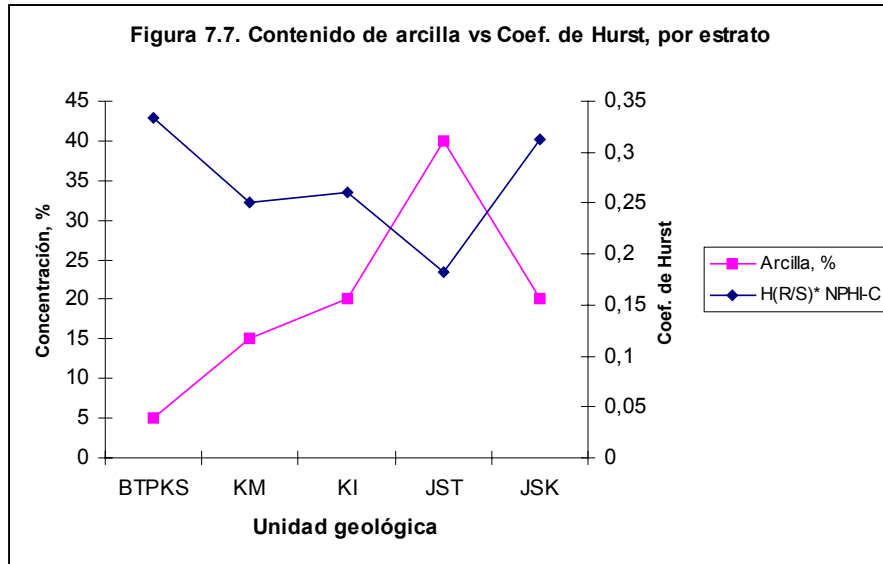
En la Figura 7.5 se observa en gráfico de doble eje, la tendencia del registro de porosidad neutrón (corregido por arcillas) y el coeficiente de rugosidad H. En el Jurásico Superior Kimeridgiano la correlación es negativa entre las curvas.



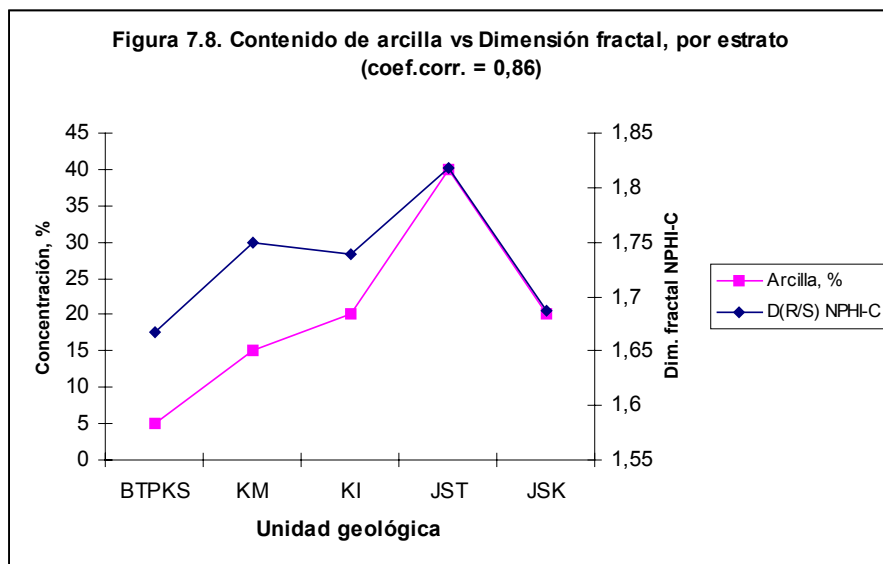
La concentración de arcilla, dolomía, calcita y porosidad corregida con la profundidad, se indica en la Figura 7.6.



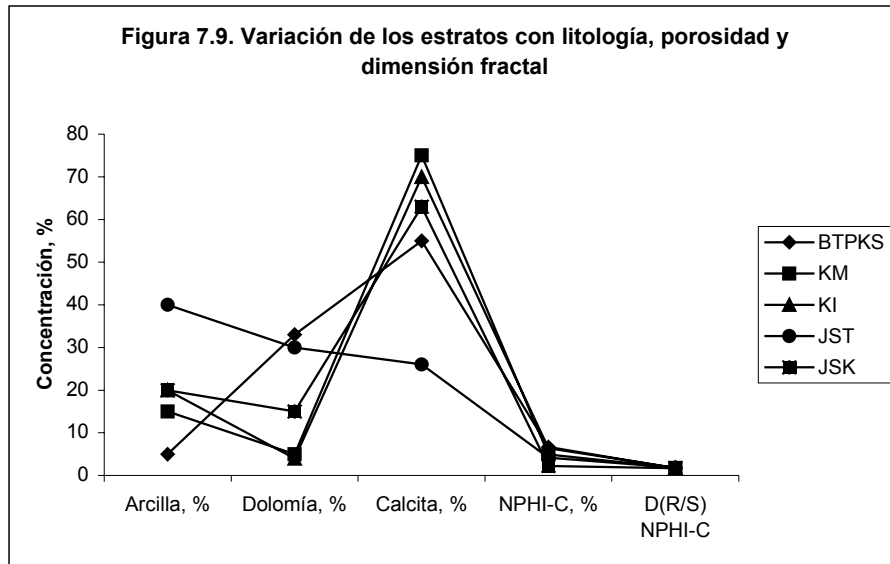
La Figura 7.7 indica el contenido de arcilla vs el coeficiente de Hurst, con la estratificación. Es notable la correlación inversa entre ambas curvas ($r^2 = -0.86$).



Al correlacionar el contenido de arcilla con la dimensión fractal, con la profundidad, se observa una correlación positiva ($r^2 = 0.86$) (Figura 7.8). La correlación entre dimensión fractal y concentración de dolomía y calcita fueron relativamente bajas (-0.04) y (-0.53) respectivamente.



Otra manera de entender el análisis de formación en las unidades estratigráficas, brecha del Paleoceno, Cretácico y Jurásico, se señala en la Figura 7.9, donde es notable la concentración de calcita, exceptuando en el Jurásico Superior Titoniano, donde la arcilla es predominante.



7.3 Análisis fractal de trazas enteras (unidades cretácicas + jurásicas)

En esta sección, se presentan los resultados de los análisis fractales de registros geofísicos de pozos y de trazas sísmicas correspondientes al paquete geológico completo, es decir, las unidades litológicas del Cretácico aunadas a las del Jurásico. Este ejercicio numérico tiene como objetivo determinar las tendencias generales e intervalos de variación de las dimensiones fractales en el área de estudio.

A. Registros de pozo

La Tabla 7.2 reporta las dimensiones fractales de los registros geofísicos NPHI, RHOB, MSFL, LLS y LLD del pozo 1 por estrato, se calcula el promedio de dichas dimensiones indicado en el renglón (PROMEDIO) y se compara con la dimensión del registro completo (Dim.Todo), que abarca las unidades cretácicas y jurásicas. Se incluye también el renglón de dimensión fractal corregida (Dim.Corregida), que hace referencia al mejoramiento de la desviación estándar en el método R/S del BENOIT, eliminando algunos puntos que se alejan de la recta de ajuste. El último renglón hace referencia al promedio entre las dimensiones Todo y Corregida. Es notable la similitud de las dimensiones fractales promedio (de las unidades geológicas) con la dimensión del registro completo (ver Figuras 5.4a, 5.5a, 5.8a, 5.9a, 5.10a, del Apéndice).

Tabla 7.2 Dimensiones fractales de los registros completos y por unidades geológicas.

Unidades Geológicas	Datos	D(R/S)-NPHI	D(R/S)RHOB	D(R/S)MSFL	D(R/S)-LLS	D(R/S)-LLD
BTPKS	790	1,673	1,704	1,642	1,611	1,619
KM	312	1,736	1,772	1,855	1,673	1,672
KI	771	1,725	1,738	1,645	1,725	1,759
JST	827	1,799	1,748	1,886	1,727	1,698
JSK	826	1,66	1,726	1,853	1,433	1,562
PROMEDIO		1,719	1,738	1,776	1,634	1,662
	3528					
Dim. Todo		1,722	1,716	1,801	1,692	1,675
Dim.Corregida		1,679	1,687	1,755	1,631	1,642
Prom. Dims.		1,7005	1,7015	1,778	1,6615	1,6585

B. Trazas Sísmicas

En las Figuras 7.10 y 7.11 se indican isóneas construidas utilizando el programa SURFER (2004), a partir de los valores de rugosidad $H(R/S)$ obtenidos de las *Inlines* y *Crosslines* estudiadas. En este experimento numérico, el intervalo de variación del coeficiente de rugosidad fluctúa entre 0.30 y 0.46. Considerando cada *Inline*, se tomó una traza cada cinco muestras (1, 5, 10, hasta la 200), las cuales fueron analizadas con BENOIT.

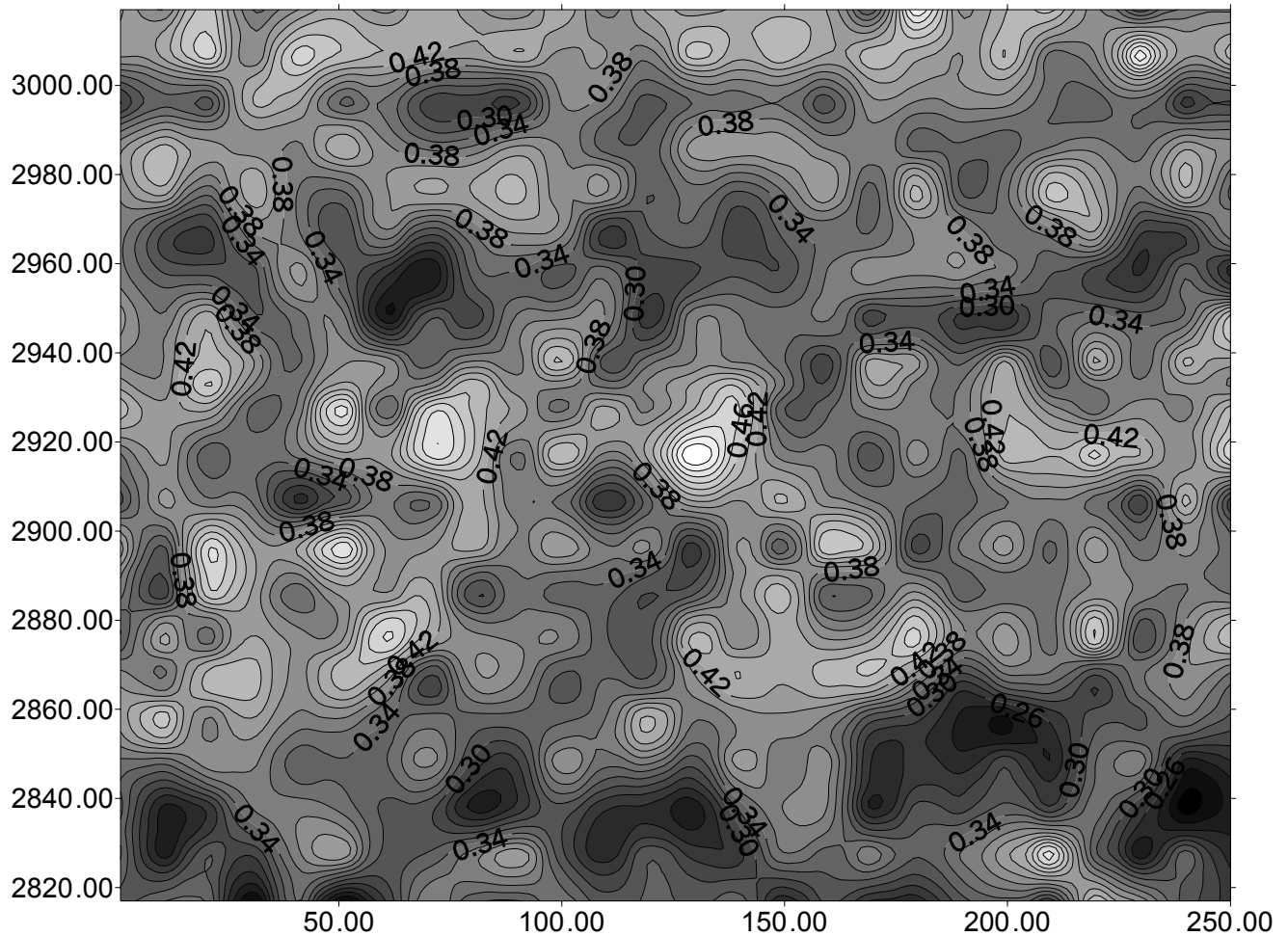


Figura 7.10. Isóneas formadas con los valores del coeficiente de Hurst (H), obtenidas de las *Inlines* del cubo sísmico.

Con la metodología arriba señalada, se calcularon las isóneas correspondientes a las Crosslines del cubo sísmico (Figura 7.11). En este caso, el intervalo de variación del coeficiente de Hurst contiene los extremos 0.40 y 0.52, es decir, valores relativamente mayores a los obtenidos en el caso anterior.

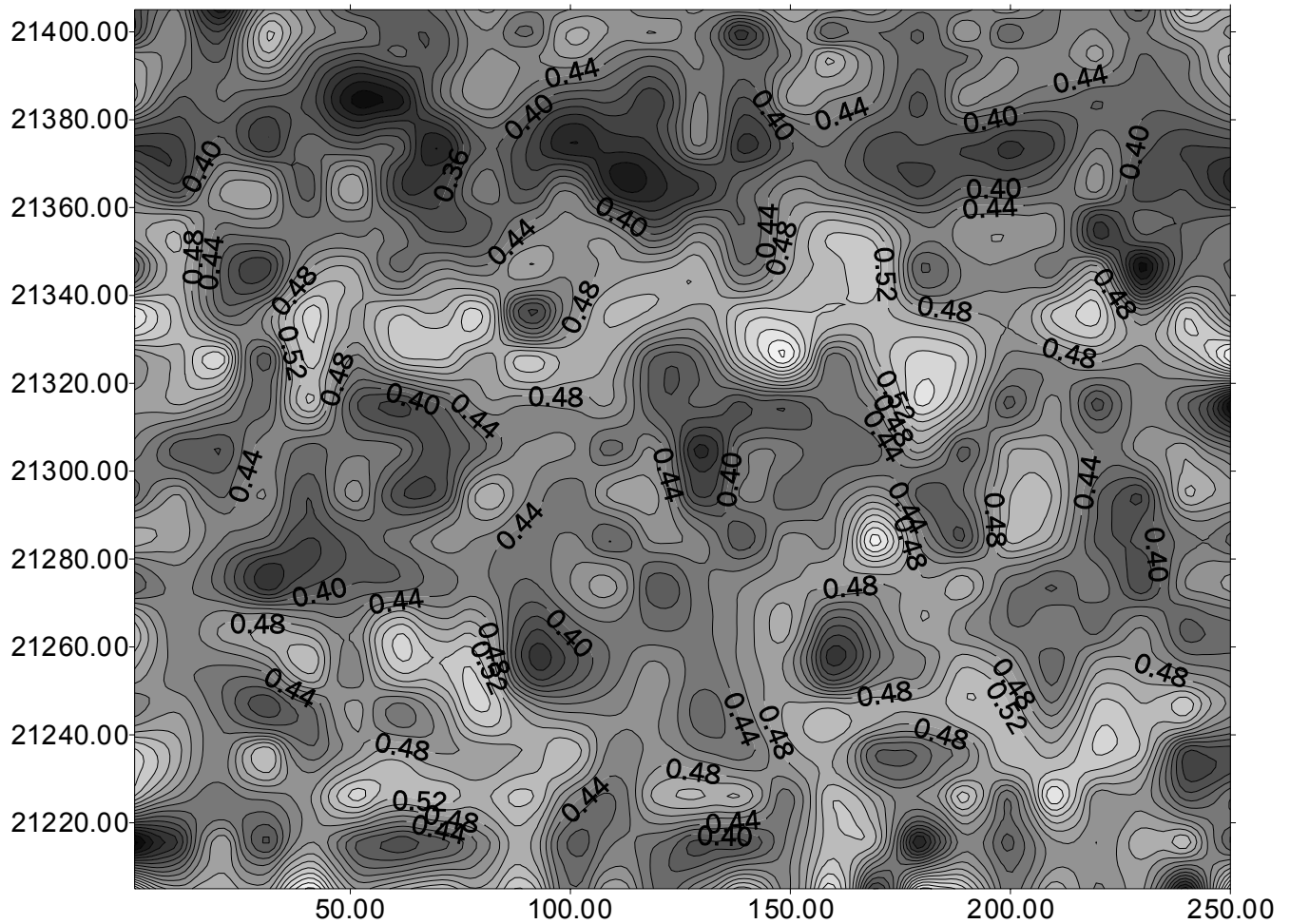


Figura 7.11. Isóneas formadas con los valores del coeficiente de Hurst (H), obtenidas de las cross-lines del cubo sísmico.

Conclusiones

1. La litología juega un papel importante en la distribución de porosidades; en los estratos estudiados, predominan la calcita, dolomía, arcilla y materia orgánica, siendo la concentración de arcilla la variable más influyente en las dimensiones fractales de los registros de porosidad, ya que la presencia de arcillas induce una mayor rugosidad de las trazas geofísicas, incrementando la dimensión fractal, como en el caso correspondiente al Jurásico Superior Titoniano.
2. El intervalo de variación del coeficiente de Hurst, obtenido a través del análisis fractal de imágenes de núcleo, es comparable al encontrado para el registro de porosidad neutrón corregido por volumen de arcillas, correspondientes al Cretácico Inferior.
3. Se observó una tendencia similar y correlación positiva entre las dimensiones fractales de las trazas sísmicas y las dimensiones del registro de porosidad neutrón promedio, con la profundidad.
4. Al comparar las dimensiones fractales de los registros de porosidad original y corregido por volumen de arcilla, en este último las dimensiones son mayores (mayor rugosidad) que las correspondientes al registro original.
5. Las porosidades promedio del registro NPHI-C corregido son menores que las del original NPHI, significativamente mayor en el Jurásico Superior Titoniano y variación mínima en el Cretácico Inferior. Las porosidades promedio corregidas por volumen de arcilla por unidad geológica son: 6.68 % (BTPKS), 4.88 % (KM), 6.37 % (KI), 4.18 % (JST) Y 2.24 % (JSK).
6. Se observa que en el experimento numérico de las trazas sísmicas, existe una orientación preferencial en la cual la rugosidad es mayor (Inlines), mientras que las trazas perpendiculares (Crosslines), la rugosidad es menor.

VIII. Conclusiones Generales

De los capítulos anteriores, podemos destacar las siguientes conclusiones generales:

1. Las imágenes de núcleo, los registros geofísicos de pozo y las trazas sísmicas estudiadas, siguen la ley de potencia (ley fractal) y satisfacen patrones multi-escalares.
2. El coeficiente de Hurst ($H = D - 2$), demostró ser la medida integradora de los sistemas observados, ya que la rugosidad asociada con las imágenes y señales analizadas, se mantuvo dentro de cierto margen de confianza. Dicho intervalo, para el conjunto de poros de las imágenes de núcleo fue (0.28 a 0.38). Para el registro promedio (22 pozos) de porosidad neutrón, los valores de H son: 0.331 (BTPKS), 0.339 (KM), 0.29 (KI), 0.153 (JST), 0.174 (JSK). Los núcleos fueron tomados de los estratos cretácicos (0.29 a 0.34). Por otro lado, el intervalo de variación del coeficiente de rugosidad en trazas sísmicas fue de (0.27 a 0.43) utilizando el método R/S para la *Inline* que contiene a los núcleos.
3. Se observó que la geometría del sistema geológico influye sobre la tendencia de las propiedades petrofísicas. Es decir, sobre la distribución del volumen de poros, densidad, radiactividad natural y resistividad. Esta última depende de la distribución de fluidos en el sistema de poros.

4. Las diferencias litológicas encontradas entre rocas cretácicas y jurásicas, varían por el contenido de arcilla, principalmente en el Jurásico Superior Titoniano, en donde se observó una mayor rugosidad de las trazas geofísicas.
5. De los métodos utilizados (R/S, espectro de potencias, rugosidad-longitud, variograma y wavelets) para obtener la dimensión fractal, el correspondiente al “intervalo reescalado” (R/S), produjo resultados consistentes para diferentes sistemas estudiados.
6. Otro concepto fundamental, utilizado en la integración de resultados, es la lagunaridad. Es complementario a la dimensión fractal y se le asocia con el tipo de distribución de las propiedades petrofísicas del yacimiento.
7. Los métodos geofísicos presentaron diferente lagunaridad, dependiendo de la profundidad de investigación de sus diseños; la lagunaridad aumentó según este orden: RHOB, CALI, PEF, URAN, GR, NPHI, POTA, CGR, THOR, MSFL, DRHO, LLS y LLD.
8. La variación de lagunaridad obedece a la ley de escalamiento (ley de potencia),

$$\Lambda (r) \propto \left(\frac{r}{L} \right)^{D - E} ,$$

donde r es tamaño de caja, L tamaño del sistema y D – E el exponente de escalamiento: Esto explica el ordenamiento anterior, para RHOB, el tamaño del sistema es una región de 15 cm de diámetro alrededor del agujero, mientras que para LLD, dicha región es de más de un metro.

9. Los registros que resultaron ser más “sensibles” al concepto de lagunaridad, fueron los resistivos, ya que los valores de lagunaridad fueron mayores, indicando la presencia de lagunas grandes y agrupamiento de datos provenientes de la resistividad.

10. En la gráfica $\text{Log}(r)$ vs $\text{Log}(\text{lagunaridad})$, se obtienen pendientes proporcionales a $D - E = -\alpha$, que se aproximan a $-H$ (coeficiente de Hurst).

11. Se observó correlación positiva entre la dimensión fractal del registro de porosidad corregido y la litología, principalmente con el volumen de arcillas.

REFERENCIAS

- Aguilera, R., 1980. *Naturally Fractured Reservoirs*. PennWell Publishing Company.
- Allain, C., & Cloitre, M., 1991. Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Phys. Rev. A*, vol. 44, num. 6, 3552-3558.
- Alexander, S., & Orbach, R., 1982. Density of states on fractals: <<fractons>>. *Le Journal de Physique-Lettres (Paris)*. Vol. 43, N°17. L-625.
- Ángeles-Aquino, F., 1988. Estudio estratigráfico-sedimentológico del Jurásico Superior en la Sonda de Campeche, México. *Rev. Ing. Petrol. Vol. XXVIII (1)*. 45–55.
- Aki, K. & Richards, P.G., 2002. *Quantitative Seismology*. University Science Books. 2nd edition.
- Amitrano, C., Coniglio, A., & Di Liberto, F., 1986. Growth probability distribution in kinetic aggregation processes. *Phys. Rev. Lett.*, 57. 1016-1019.
- Anderson, A.N., McBratney, A.B., & FitzPatrick, E.A., 1996. Soil mass, surface, and spectral fractal dimensions estimated from thin section photographs. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 60, 962–969.
- Araujo Mendieta, J., 2004. Evolución Tectono-sedimentaria reciente y su relación con las secuencias estratigráficas del Neógeno en el Suroeste del Golfo de México. *Tesis doctoral. Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM*. 211 p.
- Archie, G.E., 1942. The electrical resistivity as an aid in determining some reservoir characteristics. *J. Pet. Tech.* (Jan. 1942). 5, No.1
- Archie, G.E., 1952. Classification of carbonate reservoir rocks and petrophysical considerations. *Bull., AAPG* (Feb. 1952) 36, No.2
- Arizabalo, R.D., Oleschko, K., Korvin, G., Ronquillo, G. & Cedillo-Pardo, E., 2004. Fractal and cumulative trace analysis of wire-line logs from a well in a naturally fractured limestone reservoir in the Gulf of Mexico. *Geofísica Internacional*, Vol. 43, Num 3, 467– 476.
- Asquith, G.B. & Gibson, Ch. R., 1993. *Basic Well Log Analysis for Geologists*. AAPG Methods in Exploration Series. Number 3.
- Barton, C. & Paul R. La Pointe., 1995. *Fractals in Petroleum Geology and Earth Processes*. Plenum Press, New York.
- Basañez, L.M.A., 1987. Estudio estratigráfico sedimentológico de las rocas del Cretácico y Terciario Inferior en pozos del área Marina de Campeche. *Instituto Mexicano del Petróleo, México. Informe (Inédito)*.
- Bassiouni, Z., 1994. *Theory, measurement, and interpretation of well logs*. SPE Textbook Series, Vol. 4. 372 p.

-
- Ben-Menahem, A. & Jit Singh, S., 2000. *Seismic Waves and Sources*. Dover Publications. 2nd edition.
- BENOIT. 1999. Benoit Fractal Analysis Systems. Version 1.2. Trusoft International Inc. <http://www.trusoft-international.com>
- Berkhout, A.J., 1987. *Applied Seismic Wave Theory. Advances in Exploration Geophysics 1*. Elsevier, Amsterdam. 377 pp.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M. & Reinsel, G.C., 1994. *Time Series Analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 598 pp.
- Boyer, S., 1999. *Well logging*: Editions Technip, Paris, 1 CD-ROM.
- Burrus, C.S., Gopinath, R.A., Guo, H., 1998. *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer*. Prentice Hall, 268 pp.
- Cheng, Q., 1999a. Multifractality and spatial statistics. *Computers and Geosciences*. V. 25, 949–961.
- Cheng, Q., 1999b. The gliding box method for multifractal modeling. *Computers and Geosciences*. V.25, 1073–1079.
- Chatfield, C., 1989. *The Analysis of Time Series*. Chapman and Hall, London. 241 pp.
- Chilès, J.-P., & Delfiner, P., 1999. *Geostatistics. Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley & Sons, Inc. Wiley Series in Probability and Statistics.
- Claerbout., 1976. *Fundamentals of Geophysical Data Processing*. McGraw-Hill, New York.
- Cosmos 2002, UC Davis. *Doing Mathematics—With a Computer At Your Side*. http://cosmos.ucdavis.edu/2002/cluster6_classoutline.pdf
- Crane, S.E., & Tubman, K.M., 1990. Reservoir variability and modeling with fractals. *SPE Paper 20606*, SPE Ann. Tech. Conf., New Orleans.
- Crawford, J.W., Sleeman, B.D., & Young, I.M., 1993. On the relation between number-size distributions and the fractal dimension of aggregates. *Journal of Soil Science*. V. 44, 555–565.
- Crawford, J.W., Pachepsky, Y.A., & Rawls, W.J., 1999. Integrating processes in soils using fractal models. *Geoderma*. V. 88, 103–107.
- De Gennes, P.G., 1976. La percolation: un concept unificateur. *Recherche* 7, 919.
- Di Federico, V., S. P. Neuman & D. M. Tartakovsky. 1999. Anisotropy, lacunarity, and upscaled conductivity and its autocovariance in multiscale random fields with truncated power variograms. *Water Resources Research*. Vol. 35, Num. 10, 2891-2908.
- Dolan, S.S., Bean Ch.J. & Riollot B., 1998. The broad-band fractal nature of heterogeneity in the upper crust from petrophysical logs. *Geophys. J. Int.* 132, 489–507.
- Doveton, J.H., 1994. *Geologic Log Interpretation*. SEPM Short Course, No. 29.
- Falconer, K., 1995. *Fractal geometry: mathematical foundations and applications*. Wiley, New York. 288 pp.

-
- Feder, J., 1988. *Fractals*. Plenum Press, New York and London.
- Feller, W., 1951. The Assymptotic Distribution of the Range of Sums of Independent Random Variables. *Ann. Math. Stat.*, 22, 427–432.
- Gallant, J.C., Moore, I.D., Hutchinson, M.F. & Gessler, P., 1994. Estimating fractal dimensions of profiles: A comparison of methods. *Math. Geol.* 26, 455–481.
- Gefen, Y., Aharony A., & Alexander, S., 1983. Anomalous diffusion on percolating clusters. *Phys. Rev. Lett.* 50, 77.
- Gefen, Y., Meir, Y., Mandelbrot, B.B., & Aharony, A., 1983. Geometric implementation of hypercubic lattices with noninteger dimensionality, using low lacunarity fractal lattices. *Phys. Rev. Lett.* 50, 145–148.
- Goovaerts, P., 1997. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford University Press, New York, 483 pp.
- Haldorsen, H.H., 1986. Simulator Parameter Assignment and the Problem of Scale in Reservoir Engineering. *Reservoir Characterization*. ed. Lake and Carroll. Acad. Press, Orlando.
- Halsey, T.C. & Jensen, M.H., 1986. Spectra of scaling indices for fractal measures: Theory and experiment. *Physica*, 23D. 112–117.
- Hardy, H.H., 1992. The generation of reservoir property distributions in cross section for reservoir simulation based on core and outcrop photos. *SPE Paper 23968*, presentado en SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conf., Midland, Texas.
- Hardy, H.H. & Beier, R.A., 1994. *Fractals in Reservoir Engineering*. World Scientific. 359 pp. Hardy, H.H., and Beier, R.A., 1994. *Fractals in reservoir engineering*. World Scientific. 359 pp.
- Hearst, J.R., Nelson, P.H., & Paillet, F.L., 2000. Well logging for physical properties, 2nd edition: Wiley and Sons, Inc., New York, 492 pp.
- Hentschel, H.G.E. & Procaccia, I., 1983a. The infinite number of generalized dimension of fractals and strange attractors. *Physica*, 8D. 435–444.
- Hentschel, H.G.E., & Procaccia, I., 1983b. Passive Scalar Fluctuations in Intermittent Turbulence with Applications to Wave Propagation. *Phys. Rev. A*, 28, 1, 417–426, July.
- Hewett, T.A., 1986. Fractal Distributions of Reservoir Heterogeneity and Their Influence on Fluid Transport. *Society of Petroleum Engineers (SPE) Paper 15386*, presentado en SPE Ann. Tech. Conf., New Orleans.
- Hilchie, D.W., 1989. *Advanced well log interpretation*. Boulder, Colorado.
- Hurst, H.E., Black R.P., & Simaika Y.M., 1965. *Long-Term Storage: An experimental Study*. Constable, London
- Isaaks, E.H., & Srivastava, R.M., 1989. *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press, New York.
- Jensen, J.L., Lake, L.W., & Hinkley, D.V., 1985. A Statistical Study of Reservoir Permeability: Distributions, Correlations, and Averages. *SPE 14270*. 60th Ann. Tech. Conf. of SPE, Las Vegas, Sept 22-25.

-
- Johnson, D.E., & Pile, K.E., 2002. Well Logging in Nontechnical Language, 2nd edition. PennWell.
- Journel, A.G., & Huijbregts, Ch.J., 1978. *Mining Geostatistics*. Academic Press. New York.
- Kaye, B.H., 1989a. A random walk through fractal dimensions. *VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, Germany*.
- Kennett, B.L.N., 2001. *The Seismic Wavefield*. Volume 1. Introduction and Theoretical Development. 2nd edition. Cambridge University Press.
- Korvin, G., 1992. *Fractal Models in the Earth Sciences*. Elsevier, Amsterdam.
- Korvin, G., 1996. *Signal Processing for Earth Scientists*. Lecture Notes for the Short Course. Department of Earth Sciences. King Fahd University of Petroleum & Minerals. 214 pp.
- Korvin, G., 2002. *Tutorial on Lacunarity*. UNAM. Mexico City. Unpublished Lecture Note.
- Korvin, G., 2002a. *Fractal Aspects of Well Logs*. UNAM. Mexico City. Unpublished Lecture Note.
- Korvin, G., 2002b. *Comunicación personal*. LAFSINA, Instituto de Geología, UNAM.
- Labo, J., 1987. *A practical introduction to borehole geophysics: An overview of wireline well logging principles for geophysicists*. SEG. 330 p.
- Lay, T. & Wallace, T.C., 1995. *Modern Global Seismology*. Academic Press.
- Lin, B., & Yang, Z.R., 1986. A suggested lacunarity expression for Sierpinski carpets. *J. Phys. A* 19, L49–52.
- Lowrie, W., 1997. *Fundamentals of Geophysics*. Cambridge University Press.
- Lozada, M. y Arizabalo, R.D., 2003. *Lacuna.for*. Software inédito. Instituto Mexicano del Petróleo.
- Luthi, S.M., 2001. *Geological well logs: their use in reservoir modeling*. Berlin: Springer. 373 p.
- Lyttle, W.J., & R.R. Ricke. 1951. Well Logging in Spraberry. *Oil and Gas Journal (Dec. 13, 1951)*, p.92.
- Malinverno, A., 1990. A simple method to estimate the fractal dimension of a self affine series. *Geophys. Res. Lett.* 17, 953–956.
- Mandelbrot, B.B. & Van Ness, J.W., 1968. Fractional Brownian motions, Fractional Noises and Applications, *SIAM Rev.*, 10, 4, 422–437, Oct.
- Mandelbrot, B.B., & Wallis, J.R., 1969. Robustness of the Rescaled Range R/S in the Measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence. *Water Res. Res.*, 5, 5, 967–988, Oct.
- Mandelbrot, B.B., 1975. Limit Theorems on the Self-Normalized Range for Weakly and Strongly Dependent Processes. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Gebiete*, 31, 271–285.
- Mandelbrot, B.B., 1975. *Les Objets Fractals: Forme, Hasard et Dimension*. Flammarion, Paris.
- Mandelbrot, B.B., 1977. *Fractals: Form, Chance, and Dimension*. W.H. Freeman and Co., San Francisco.

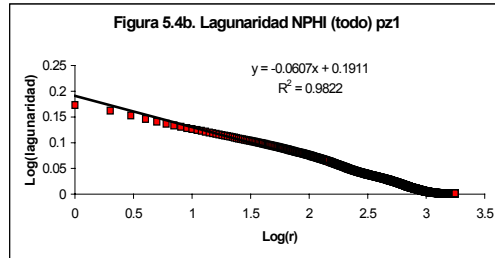
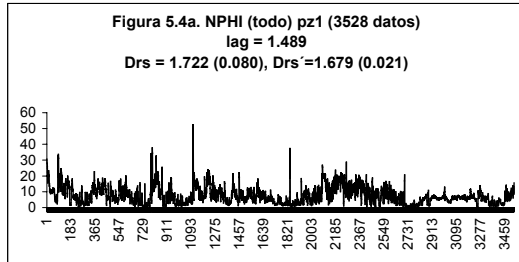
- Mandelbrot, B.B., 1979. Corrélations et texture dans un nouveau modèle d'Univers hiérarchisé, basé sur les ensembles trémas. *Comptes Rendus* (Paris): 288, 81–83.
- Mandelbrot, B.B., 1997E. *Fractals and Scaling in Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. Springer-Verlag. New York.
- Mandelbrot, B.B., 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman, San Francisco.
- Mandelbrot, B.B., 1983. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Co., New York, 468 p.
- Mandelbrot, B.B., 1995. *Measures of fractal lacunarity: Minkowski content and alternatives*. *Fractal Geometry and Statistics*. Eds. Bandt Graf & Zähle. Basel & Boston: Birkhauser, 12–38.
- Mandelbrot, B.B., 1998e. *Fractality, lacunarity and the near-isotropic distribution of galaxies*. *Current Topics in Astrofundamental Physics*. Ed. Sanchez & Zichichi. Dordrecht: Kluwer, 585–603.
- Mandelbrot, B.B., 1998L. *Multifractals and Lacunarity*. New York: Springer-Verlag.
- Mandelbrot, B.B., 1999N. *Multifractals & 1/f Noise: Wild Self-Affinity in Physics*. Springer-Verlag. New York.
- Mandelbrot, B.B., 2001C. *Fractals in Chaos and Statistical Physics*. Springer-Verlag. New York.
- Mandelbrot, B.B., 2001T. *Fractal Tools*. Springer-Verlag. New York.
- Mandelbrot, B.B., 2002H. *Gaussian Self-Affinity and Fractals: Globality, the earth, 1/f noise, and R/S*. Springer-Verlag. New York.
- Mardock, E.S., & J.P. Myers. 1951. Radioactivity Logs Define Lithology in the Spraberry Formation. *Oil and Gas Journal* (Nov. 29, 1951), p.90.
- Matheron, G., 1971. The Theory of Regionalized Variables and Its Applications. *Les Cahiers du Cent. De Morph. Math.*, Fasc. 5, CG Fontainebleau.
- Meakin, P. & Deutsch, J.M., 1987. Properties of the fractal measure describing the hydrodynamic force distributions for fractal aggregates moving in a quiescent fluid. *J. Chem. Phys.*, 86, 8. 4648–4656.
- Meneses de Gyves, J., 1980. Geología de la Sonda de Campeche. *Bol. Asoc. Mex. Geol. Petrol.*, vol XXXIX, No.2, 1–26.
- Milne, E.A., 1933. World-structure and the Expansion of the Universe. *Z. Astrophysik*. 6, 1–35.
- Morrison, D.F., 1967. *Multivariate Statistical Methods*. McGraw-Hill, New York.
- Nittman, J., Stanley, H.E., Touboul, E. & Daccord, G., 1987. Experimental evidence for multifractality. *Phys. Rev. Lett.*, 58, 6. 619.
- ODP Logging Manual, 2004. Lamont-Doherty Earth Observatory Institute at Columbia University. WebSite <http://www.ldeo.columbia.edu>
- Oleschko, K., 1998. Delesse principle and statistical fractal set: 1. Dimensional equivalents. *Soil and Tillage Research*, v. 49, 255–266.

- Oleschko, K., Brambila, R., Brambila, F., Parrot, J.F., Lopez, G.P.A., 2000. Fractal analysis of Teotihuacan, Mexico. *Journal of Archaeological Science*, Academic Press, London, England, 27,11, 1007–1016
- Oleschko, K., Figueroa, S.B., Miranda, M.E., Vuelvas, M.A., Solleiro, R.E., 2000. Mass fractal dimensions and some selected physical properties of contrasting soils and sediments of Mexico. *Soil and Tillage Research*, Elsevier Pub., Netherland, 55, 43–61
- Oleschko, K., Korvin, G., Figueroa, B., Vuelvas, M.A., Balankin, A., Flores, L., and Carreon D, 2003. Fractal radar scattering from soil. *Physical Review E*, 67, 041403-1:041403-13
- Oleschko, K., Parrot, J.-F., Ronquillo, G., Shoba, S., Stoops, G., and Marcelino, V., 2004. Weathering: toward a fractal quantifying. *Mathematical Geology*, vol. 36, num. 5, 607–627.
- Oleschko, K., & Korvin, G., 2003a. Generalized lacunarity for fractal images and its scaling. *Unpublished manuscript*.
- Oleschko, K., Parrot, J.-F., Korvin, G., Steves, M., Vauclin, M., Ronquillo, G., and Brambila, F., 2004. Fractal images informatic. (IEEE).
- Orbach, R., 1986. Dynamics of fractal networks. *Science* (Washington, DC). 231: 814–819.
- Pacheco, C., 2002. Deformación transpresiva miocénica y el desarrollo de sistemas de fracturas en la porción nororiental de la sonda de Campeche. *Tesis de Maestría en Ciencias (Geología)*. Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM. 98 p.
- Parker, R.L., 1994. *Geophysical Inverse Theory*. Princeton University Press.
- Parrot, J.-F., 1997. Implementación y operación del algoritmo "BINAR". Instituto de Geografía, UNAM. (Software inédito).
- Parrot, J.-F., y Rico, J., 1997. Implementación y operación del algoritmo "FRACTAL". Informe final Proyectos DGAPA, Instituto de Geología, UNAM.
- Parrot, J.-F. y Taud, H., 1998. Implementación y operación del algoritmo "BROMOV". Informe Final Proyectos DGAPA, Instituto de Geología, UNAM
- Parrot, J.-F. y Taud, H 1999., F3D12. Local Fractal Dimension. Instituto de Geografía, UNAM. (Software inédito).
- Parrot, J.-F., 2003. Implementación y operación del algoritmo "Histo-Gene". Instituto de Geografía, UNAM. México, D.F. (Software inédito).
- Peitgen, H.O. & Saupe, D., 1988. *The Science of Fractal Images*. Springer-Verlag. New York. 312 p.
- Plotnick, R.E., Gardner, R.H., & O'Neill, R.V., 1993. Lacunarity indices as measures of landscape texture. *Landscape Ecology*. 8, 201–211.
- Plotnick, R.E., Gardner, R.H., Hargrove, W.W., Prestegard, K., & Perlmutter, M., 1996. Lacunarity analysis: A general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical Review E*, vol. 53, num. 5, 5461–5468.
- Reif, F., 1965. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*. McGraw-Hill, New York.
- Rider, M., 1996. *The geological interpretation of well logs*. 2nd edition. Houston: Gulf. 280 p.

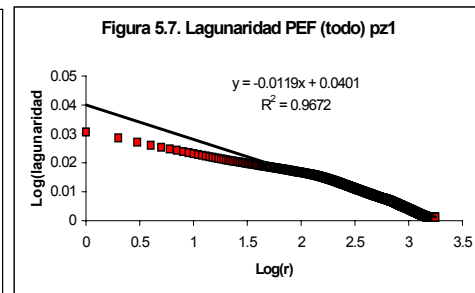
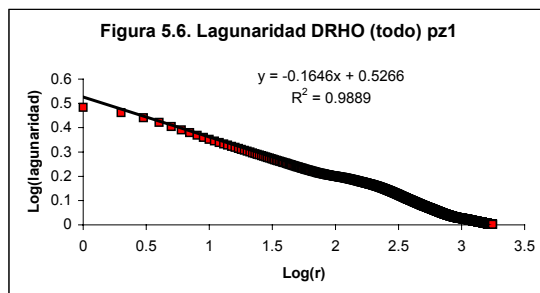
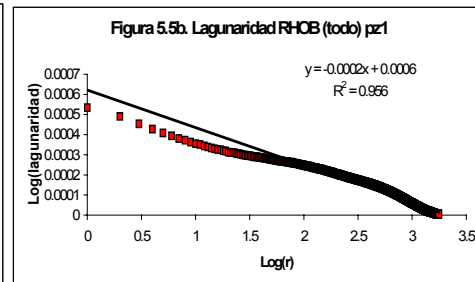
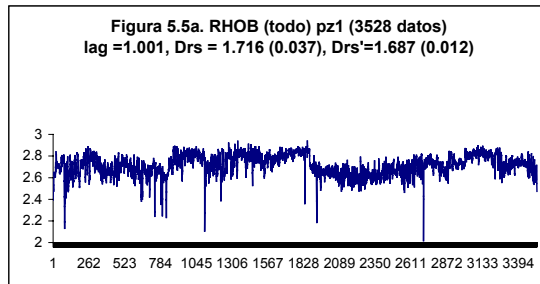
- Ronquillo, G., 2003; 2004. *Comunicación personal*. Instituto Mexicano del Petróleo.
- Roy, S., & Tarafdar, S., 1997. Archie's law from a fractal model for porous rocks. *Phys. Rev.* 55(13): 8038–8041.
- Schlumberger., 1984. *Evaluación de formaciones en México*: México, D.F., Schlumberger Offshore Services-PEMEX. Marmissolle-Daguerre, D., coordinator.
- Schlumberger glossary. WebSite <http://www.glossary.oilfield.slb.com>
- Serra, O., 1988. *Fundamentals of Well-Log Interpretation: The Acquisition of Logging Data*. Elsevier.
- Serra, O., 1987. *Fundamentals of Well-Log Interpretation: The Interpretation of Logging Data*. Elsevier.
- Schroeder, M., 1991. *Fractals, chaos, power laws*. W.H. Freeman. New York.
- Seffens, W., 1999. Order from chaos. Techsighting software. *Science*. 285, 5431, 1228.
- SPWLA. WebSite. http://spwla.org/library_info/library.htm
- SPWLA, Society of Professional Well Log Analysts, 2000. Transactions of the SPWLA, volumes 21-30, 1980-1989: 1 CD-ROM.
- Stanley, H.E., & Meakin, P., 1988. Multifractal phenomena in physics and chemistry. *Nature*, 335. 405–409.
- Stein, S. & Wysession, M., 2002. *An Introduction to Seismology, Earthquakes and Earth Structure*. Blackwell Science.
- SURFER, 2004. Golden Software, Inc. **Surfer** ®. Version 8. www.goldensoftware.com/products/surfer/surfer.shtml
- Telford, W. M., Geldart, L.P. & Sheriff, R.E., 1998. Applied Geophysics. 2nd edition. Cambridge University Press.
- Tittman, J., 1986. *Geophysical well logging*. Academic. 175 p.
- Todoeschuck, J.P., 1995. *Fractals and Exploration Geophysics*. Cap. 14 de Barton and La Pointe, 1995.
- Tolle, C.R., McJunkin, T.R., Rohrbaugh, D.T., & LaViolette, R.A., 2003. Lacunarity definition for ramified data sets based on optimal cover. *Physica D* 179: 129–152.
- Torres-Verdín, C., 2002. Principles of Natural Gamma Ray Logging and Interpretation. Part I, II, and III. Lecture Presentations. PGE368. Fall 2002 Semester. University of Texas. Austin, TX.
- Tubman, K.M. & Crane, S.D., 1995. *Vertical versus Horizontal Well Log Variability and Application to Fractal reservoir Modeling*. Cap. 13 de Barton and La Pointe, 1995.
- Turcotte, D.L. 1997. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. Second Edition. Cambridge University Press.
- Turcotte, D.L., 2002. Fractals in petrology. *Lithos* 65, 261–271.

- Turcotte, D.L. & Schubert, G., 2002. *Geodynamics*. 2nd edition. Cambridge University Press.
- Shearer, P. M., 1999. *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press.
- Voss, R.F., 1985. Random Fractals: Characterization and Measurement. *Proc. NATO A.S.I. Scaling Properties of Disordered Media*. Geilo, Norway, April.
- Wallis, J.R., & Matalas, N.C., 1970. Small Sample Properties of H and K—Estimators of the Hurst Coefficient H. *Water Res. Res.*, 6, 6, 1583–1594. Dec.
- Witten, T.A., 1987a. Fractal aggregates and other tenuous structures. *In*: J. Souletie, J. Vannimenus and R. Stora (eds), *Le Hasard et la Matière/Chance and Matter*. Elsevier, Amsterdam-New York, 159–210.
- Witten, T.A., 1987b. Flow and diffusion near a fractal: Partial saturation phenomena. *Phys. Rev. Lett.*, 59, 8. 900–903.
- Wornell, G., 1996. *Signal Processing with Fractals: A Wavelet-Based Approach*. Prentice Hall. 177 p.

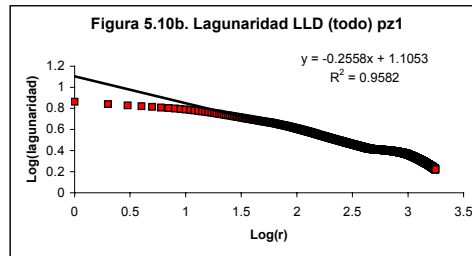
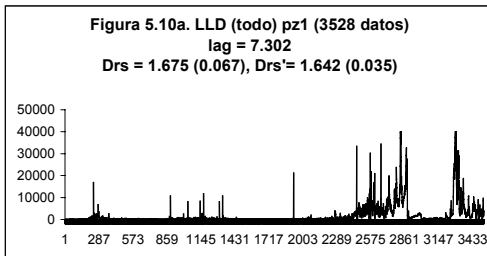
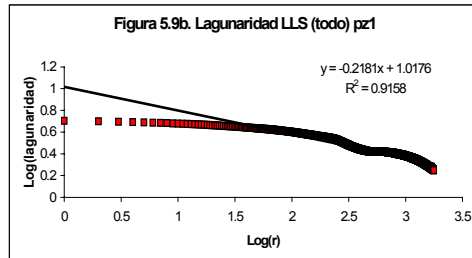
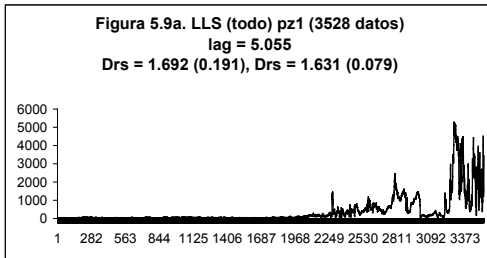
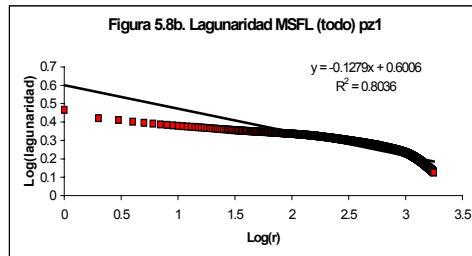
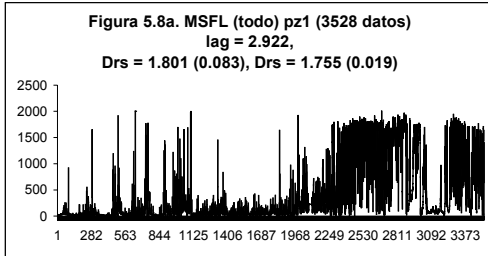
Lagunaridad del registro de porosidad neutrón (NPHI) completo pozo 1



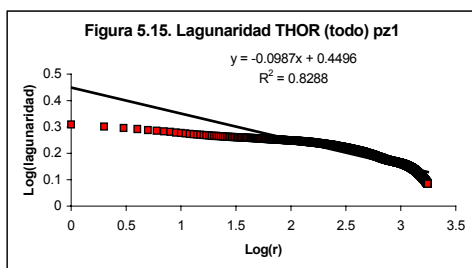
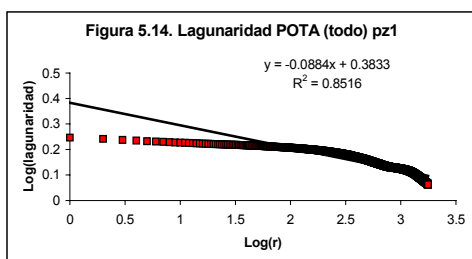
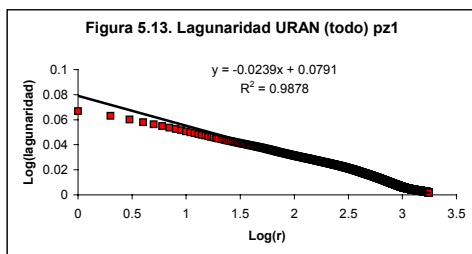
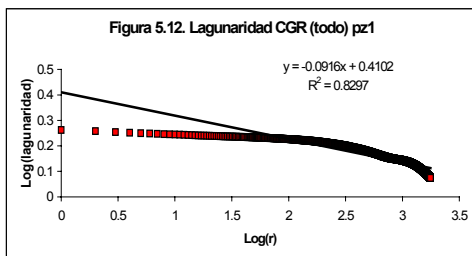
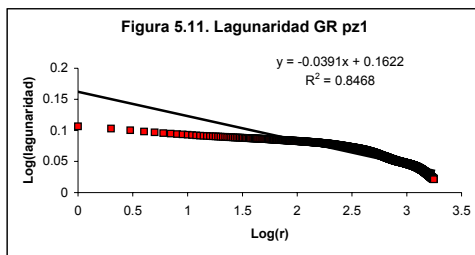
Lagunaridad de los registros de densidad (RHOB, DRHO, PF) completos pozo 1



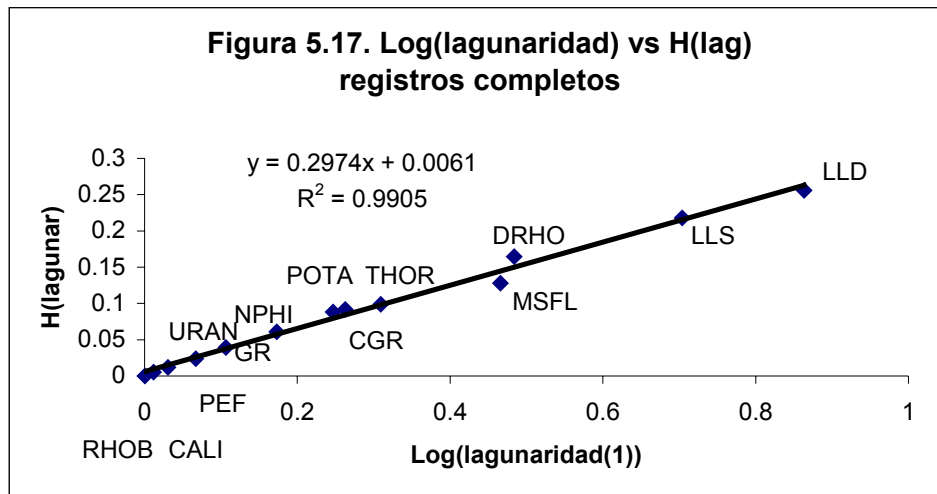
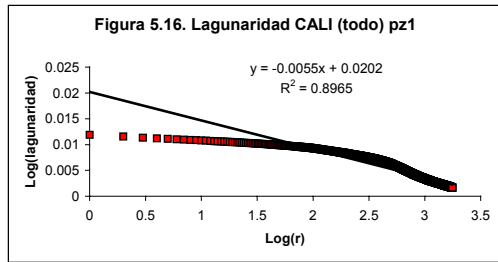
Lagunaridad registros de resistividad (MSFL, LLS, LLD) completos pozo 1



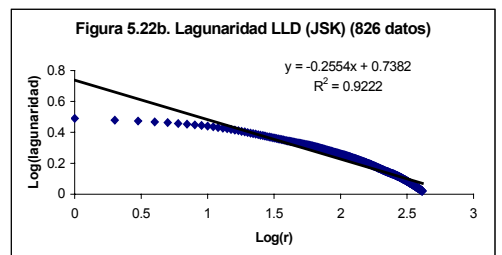
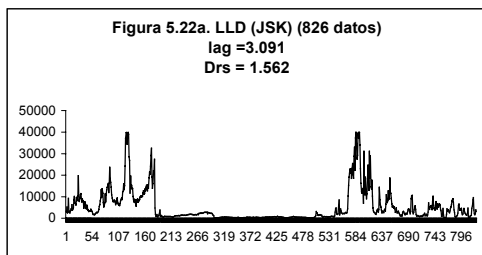
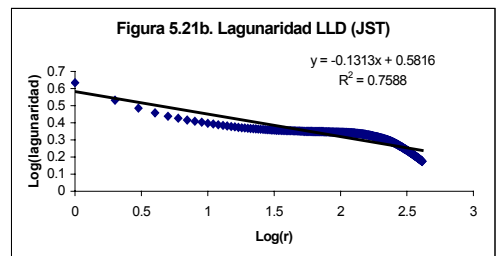
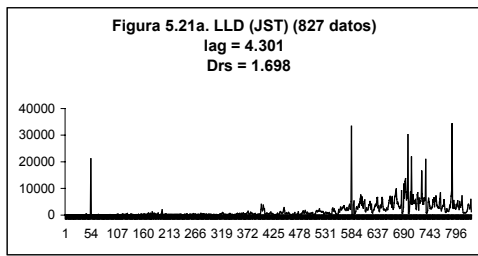
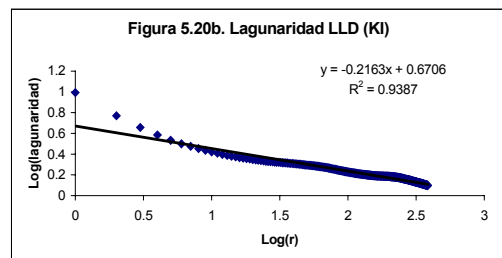
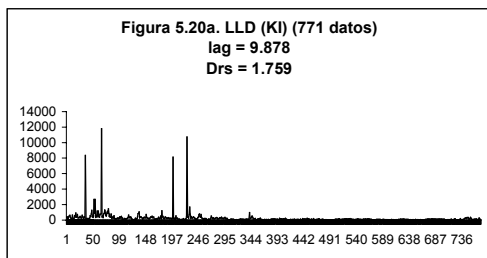
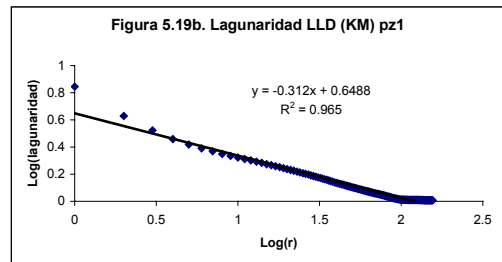
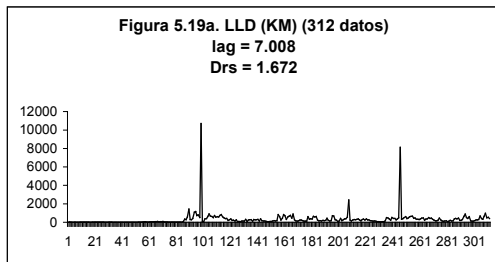
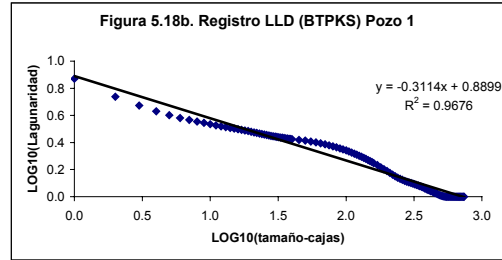
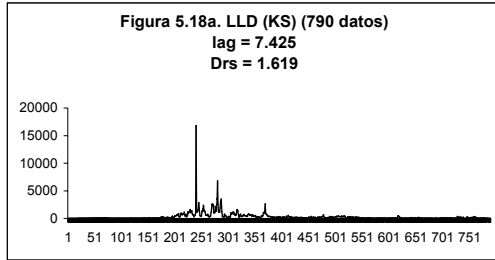
Lagunaridad registros de rayos gamma naturales (GR, CGR, URAN, POTA, THOR) completos pozo 1



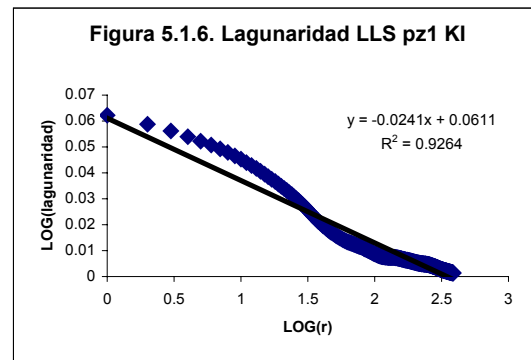
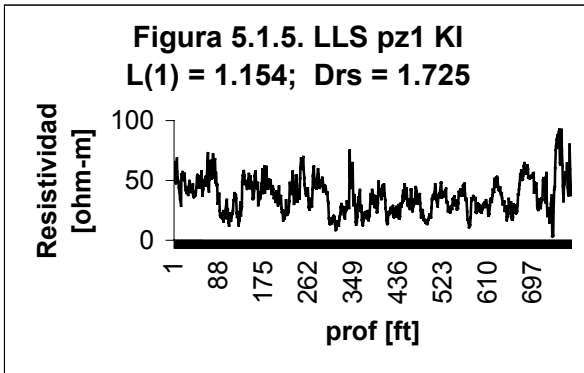
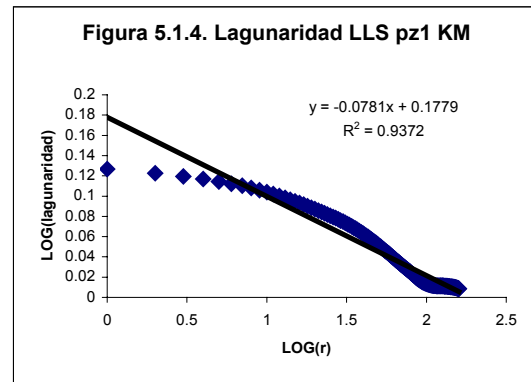
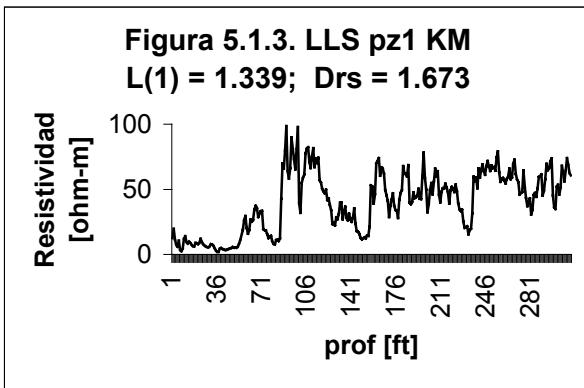
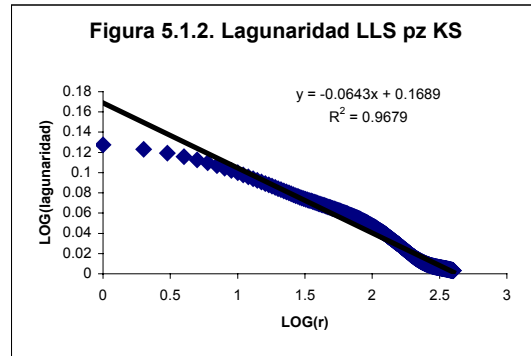
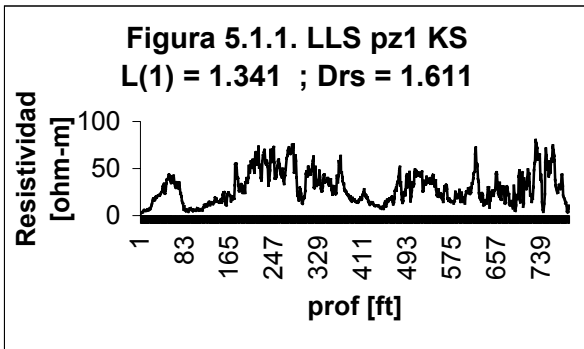
Lagunaridad registro de caliper (CALI) completo pozo 1

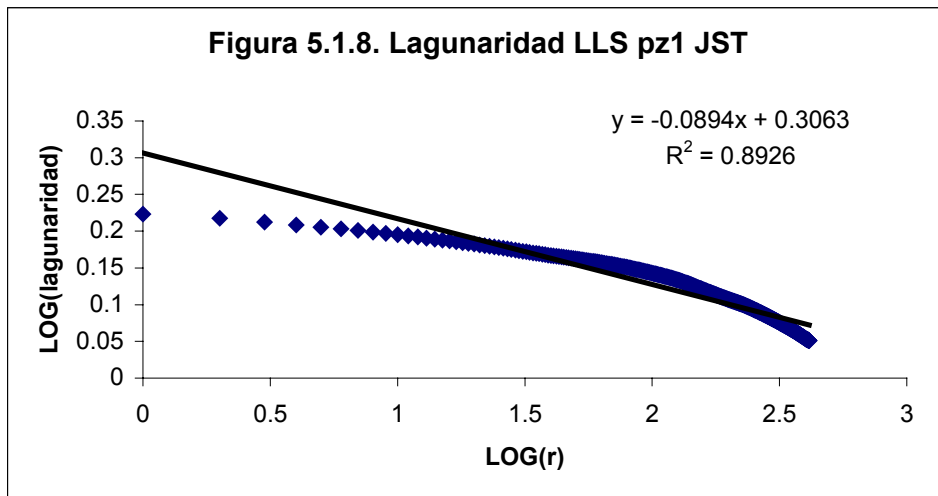
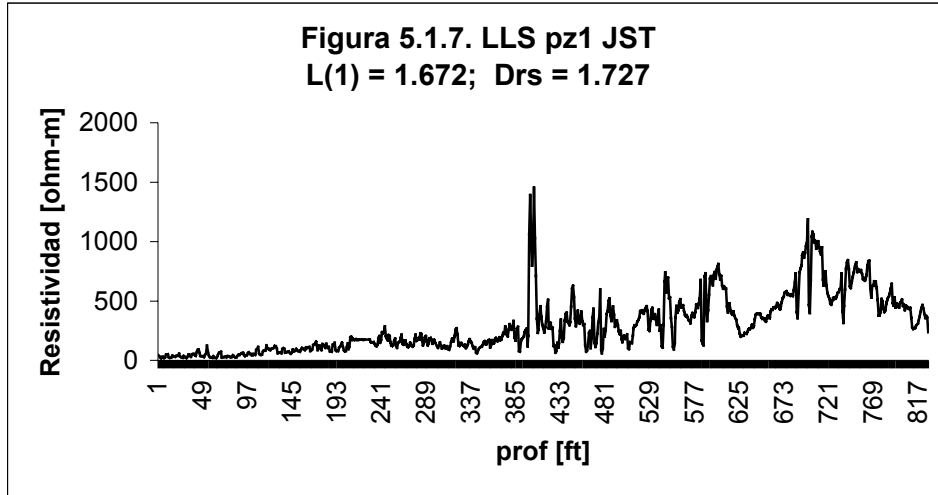


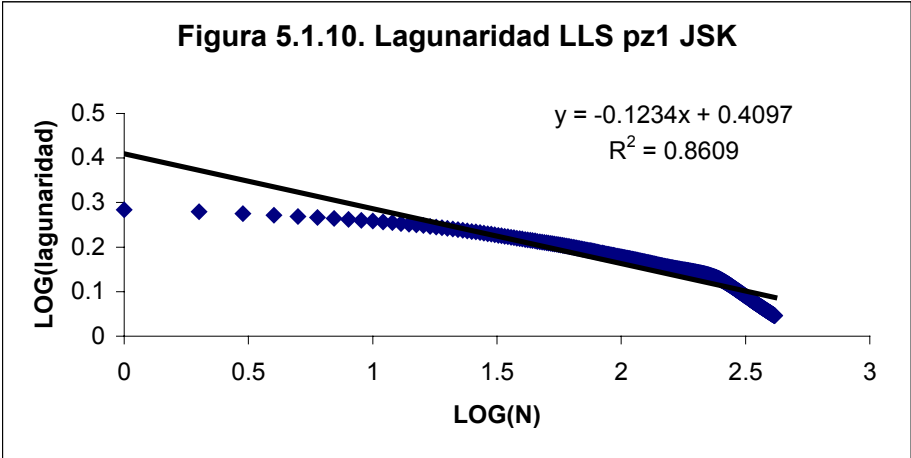
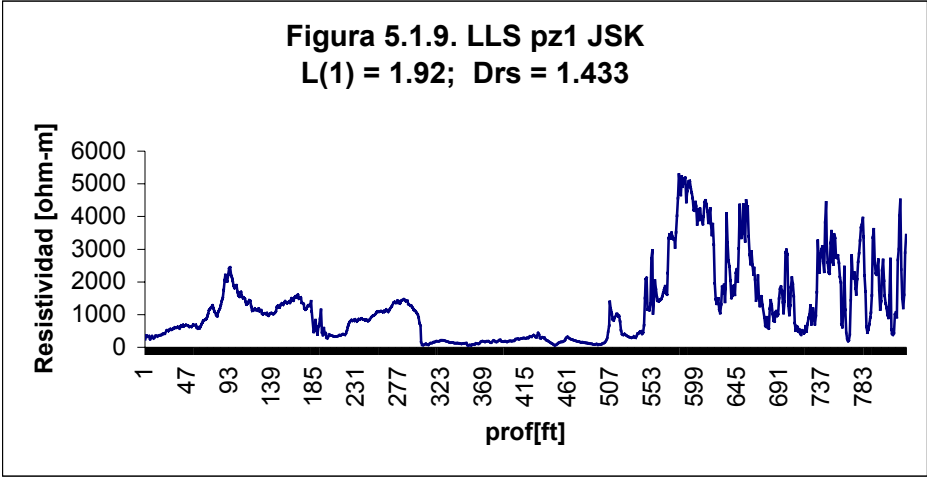
Lagunaridad para el registro de resistividad LLD por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK) del pozo 1



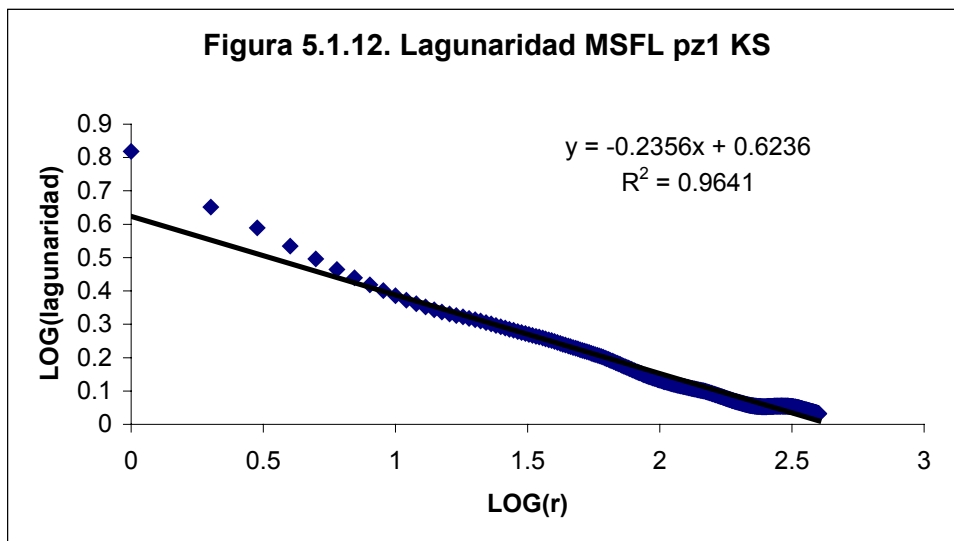
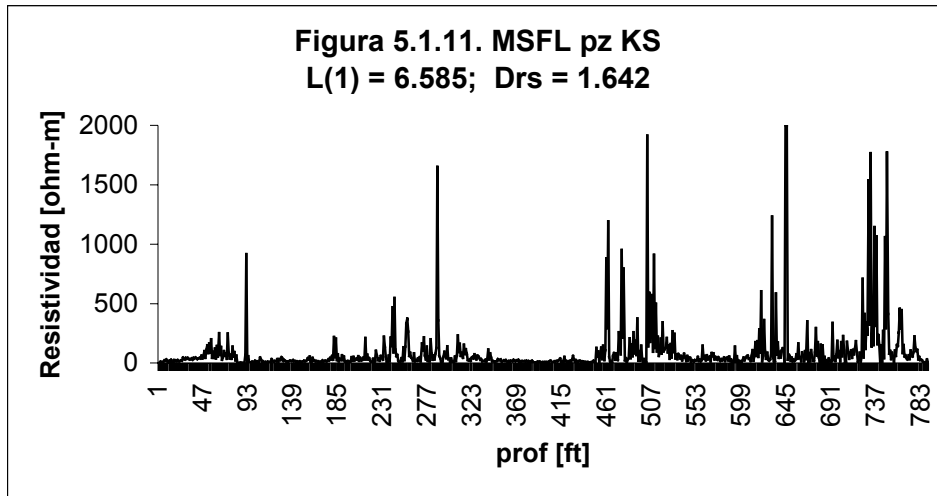
Lagunaridad para el registro de resistividad LLS por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK) del pozo 1

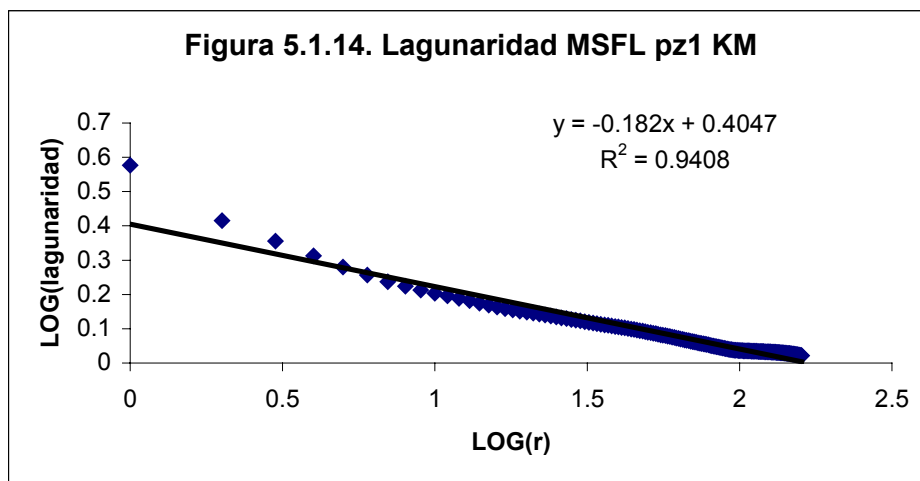
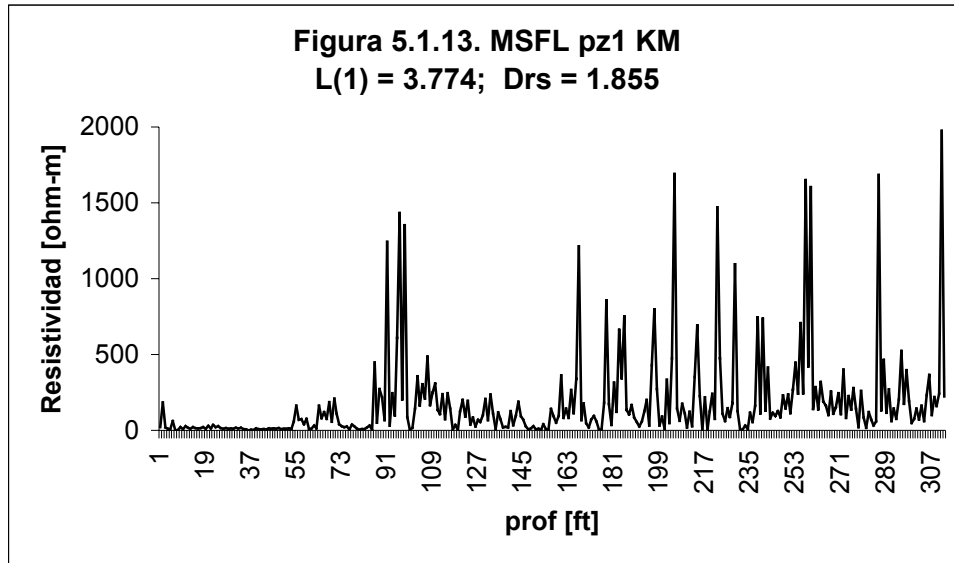


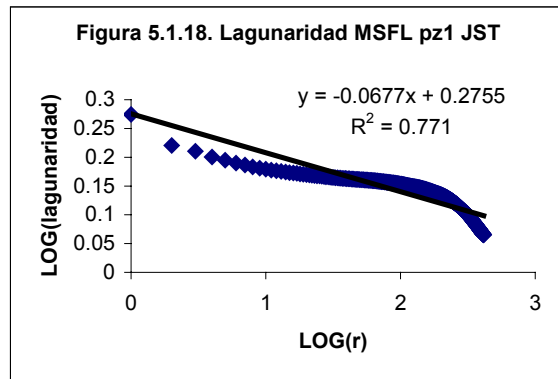
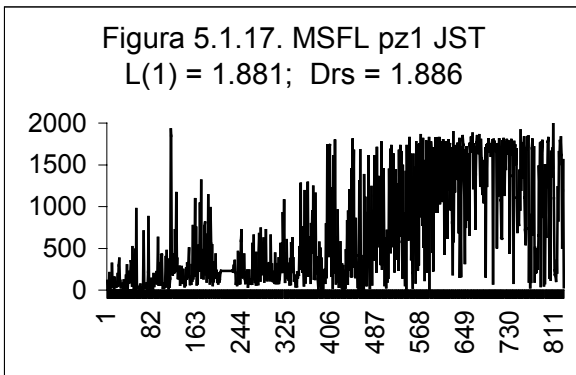
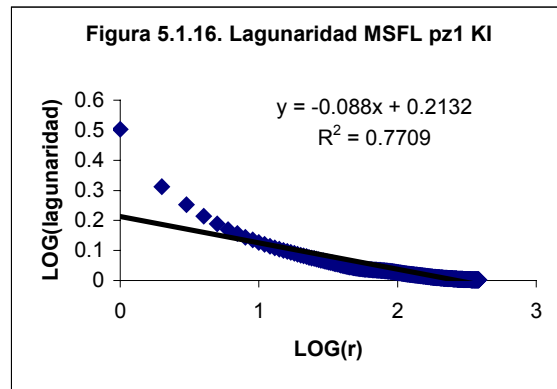
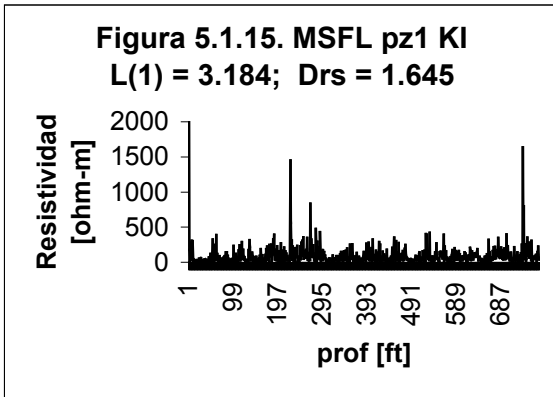


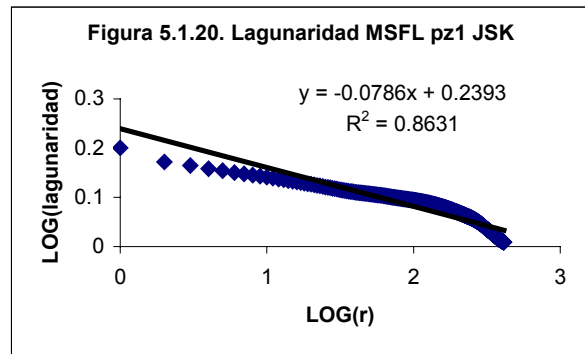
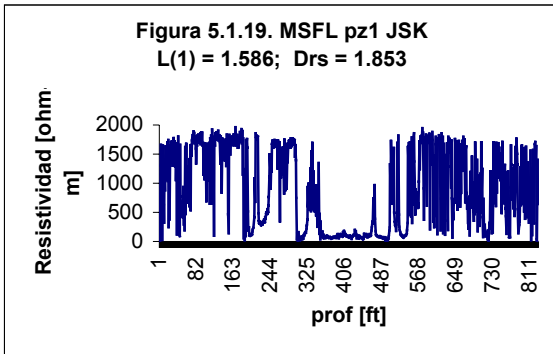


Lagunaridad para el registro de resistividad MSFL por estratos (KS, KM, KI, JST, JSK) del pozo 1









Lagunaridad de los registros de resistividad (MSFL, LLS, LLD) pozo 2

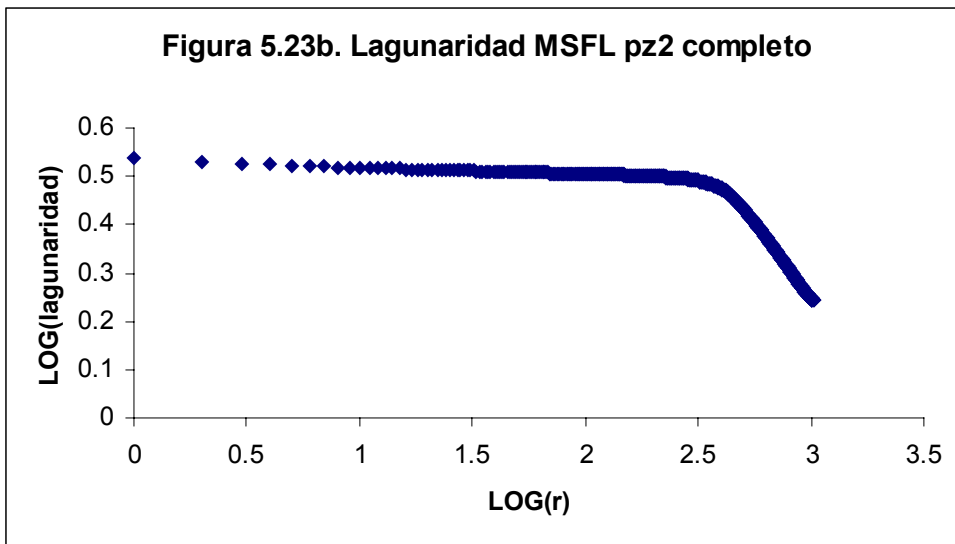
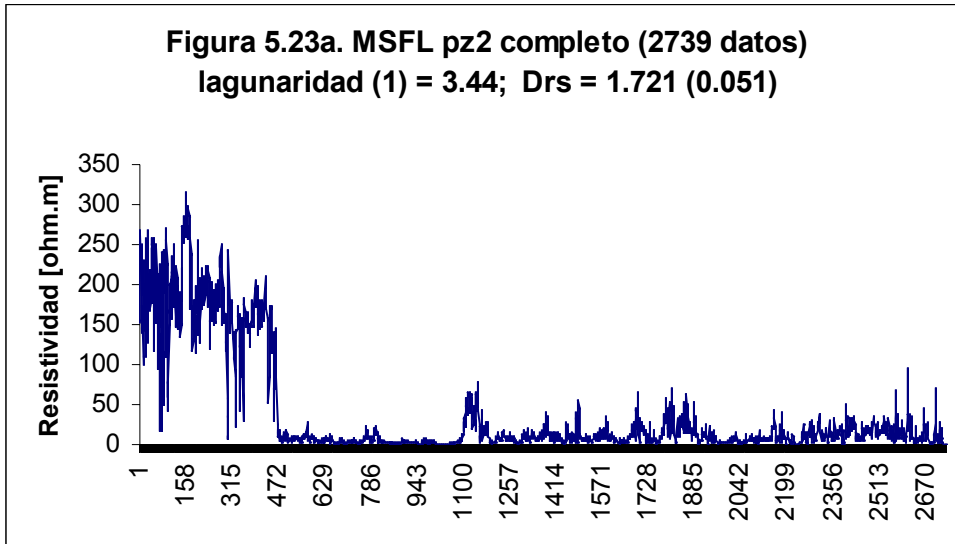


Figura 5.24a. LLS pz2 completo (2739 datos)
lagunaridad(1) = 1.78; Drs = 1.688

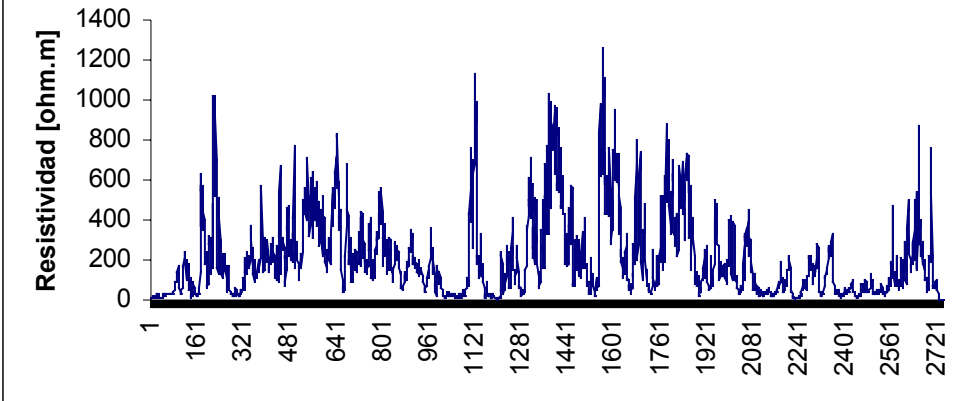
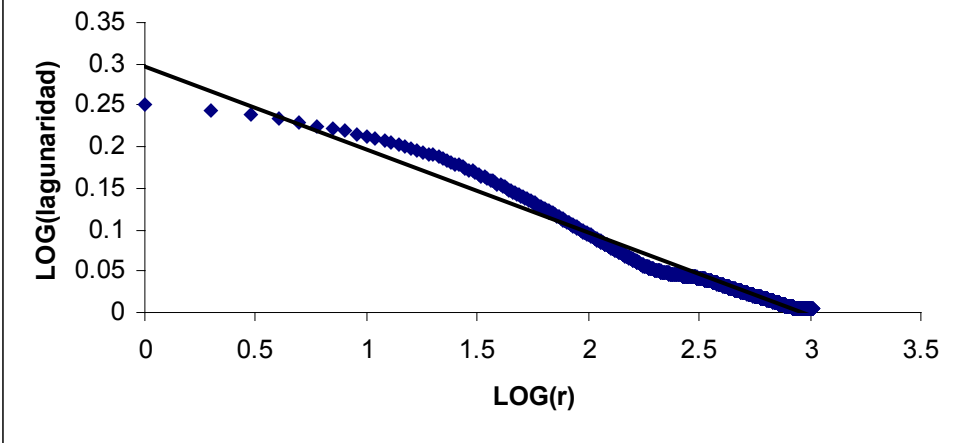
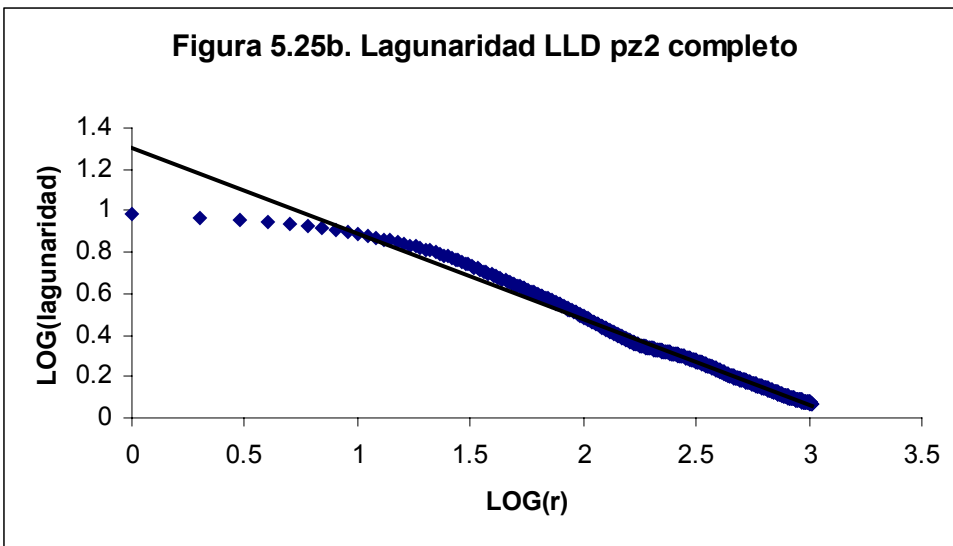
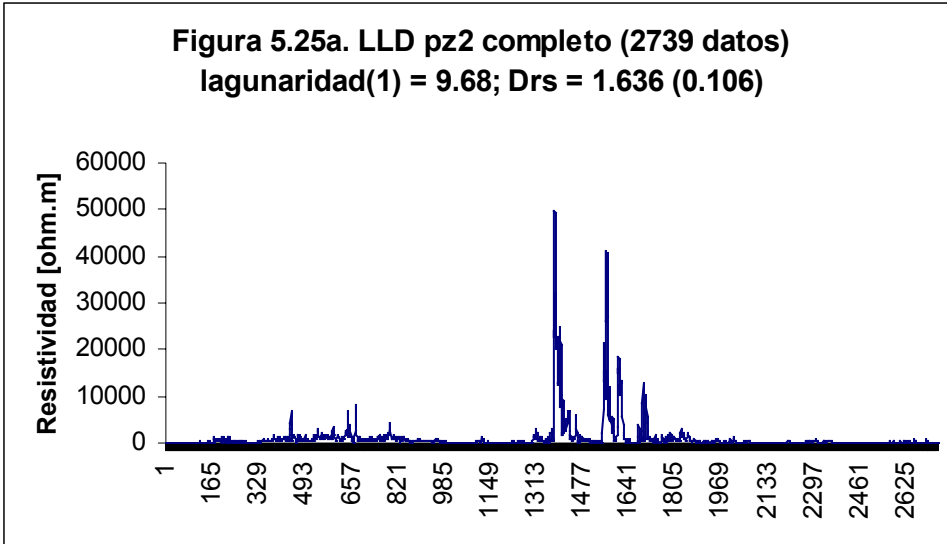


Figura 5.24b. Lagunaridad LLS pz2 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (MSFL, LLS, LLD) pozo 3

Figura 5.26a. MSFL pz3 completo (1733 datos)
lagunaridad = 2.03; Drs = 1.839 (0.065)

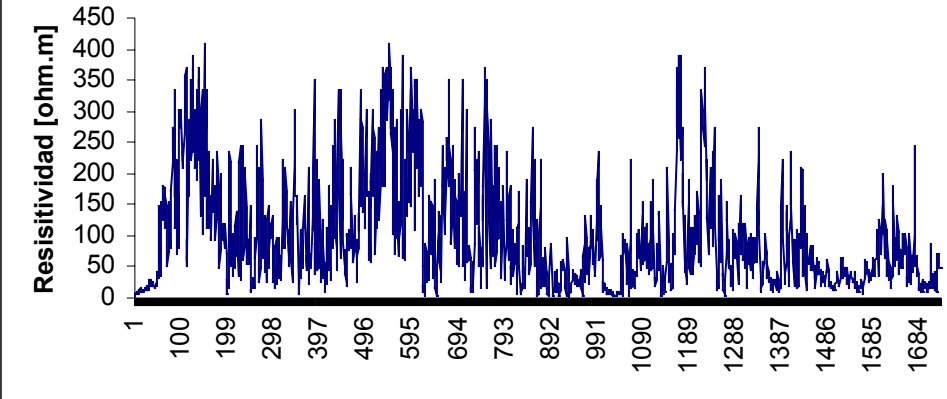


Figura 5.26b. Lagunaridad MSFL pz3 completo

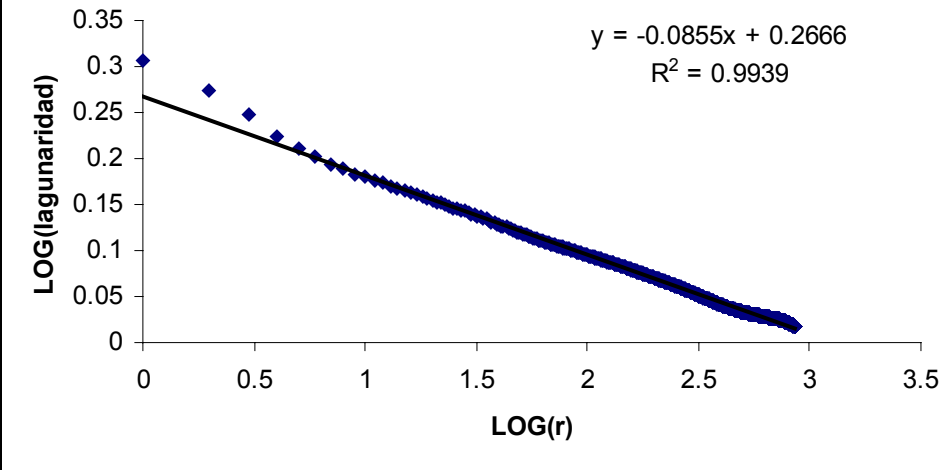


Figura 5.27a. LLS pz3 completo
lagunaridad = 1.65; Drs = 1.67 (0.121)

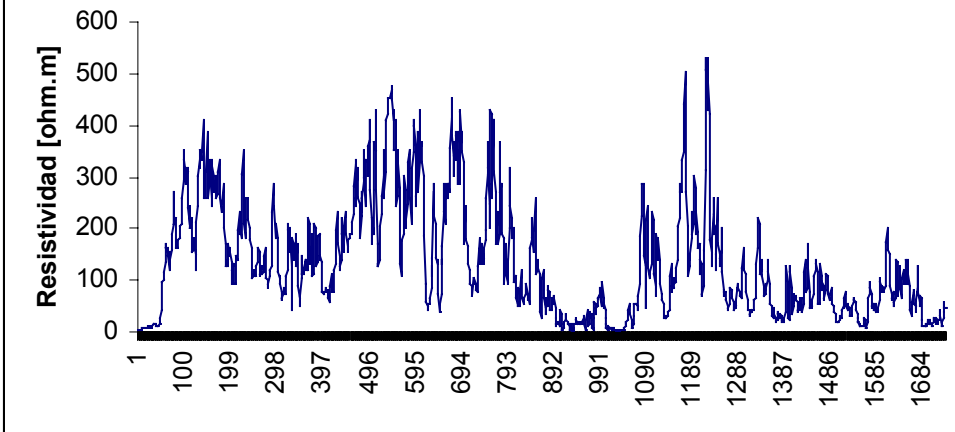
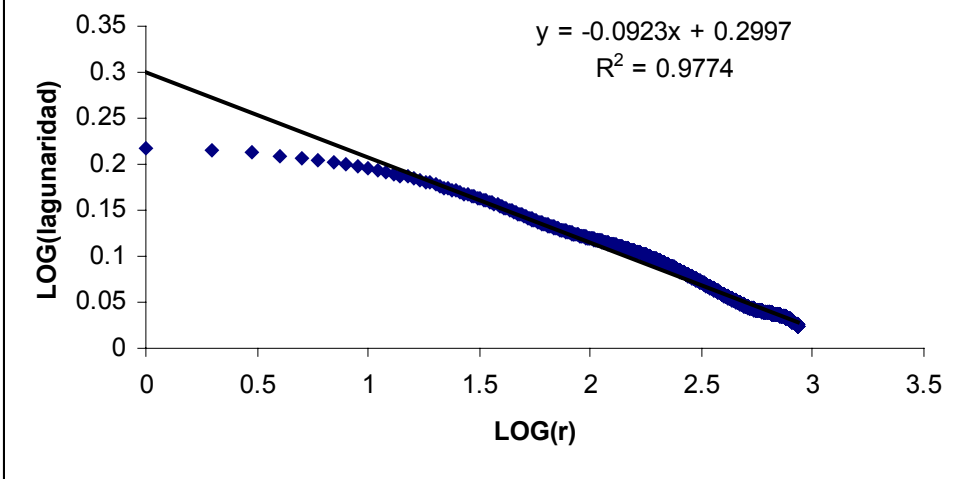
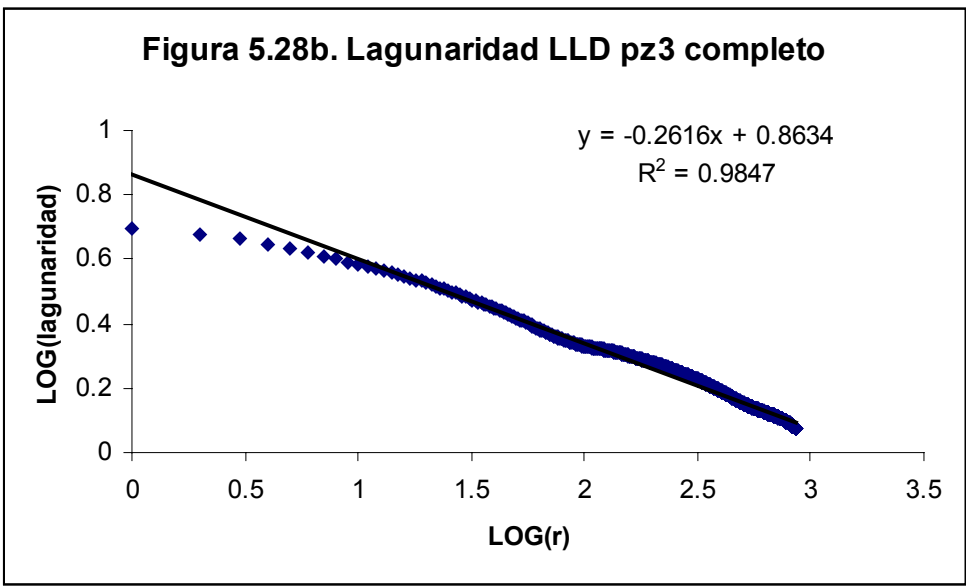
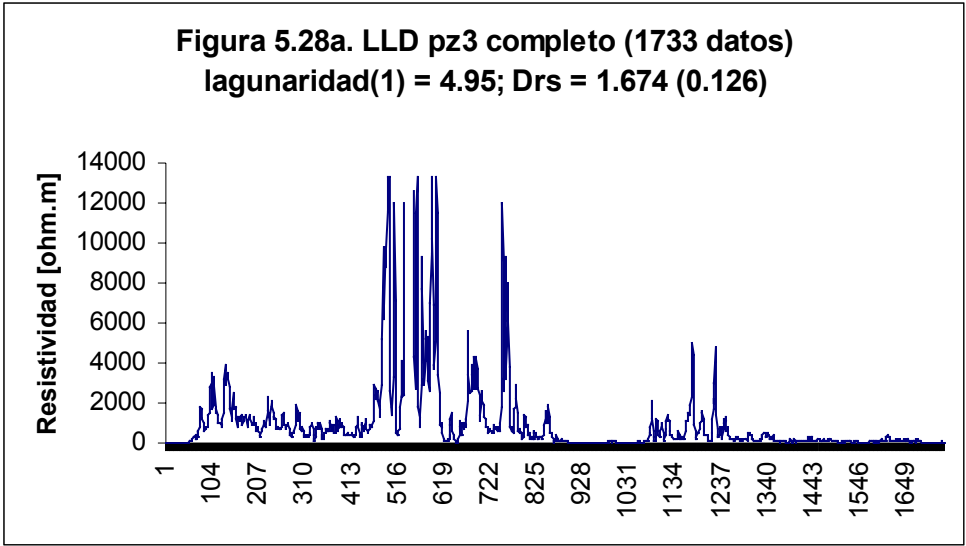


Figura 5.27b. Lagunaridad LLS pz3 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (MSFL, LLS, LLD) pozo 4

Lagunaridad de los registros de resistividad (MSFL, LLS, LLD) pozo 4

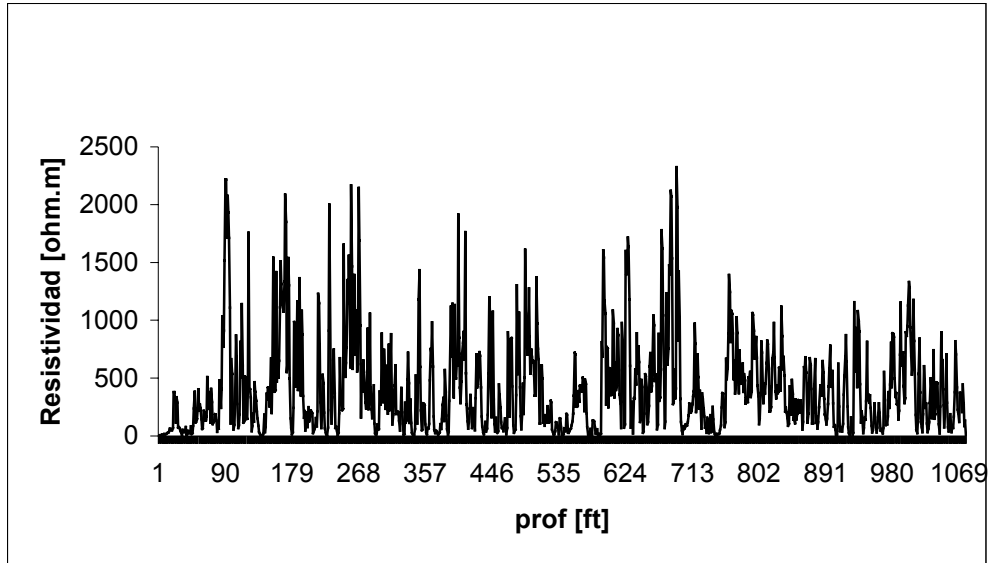


Figura 5.29a. MSFL pozo 4 completo. Lagunaridad(1) = 6.02; Drs = 1.81

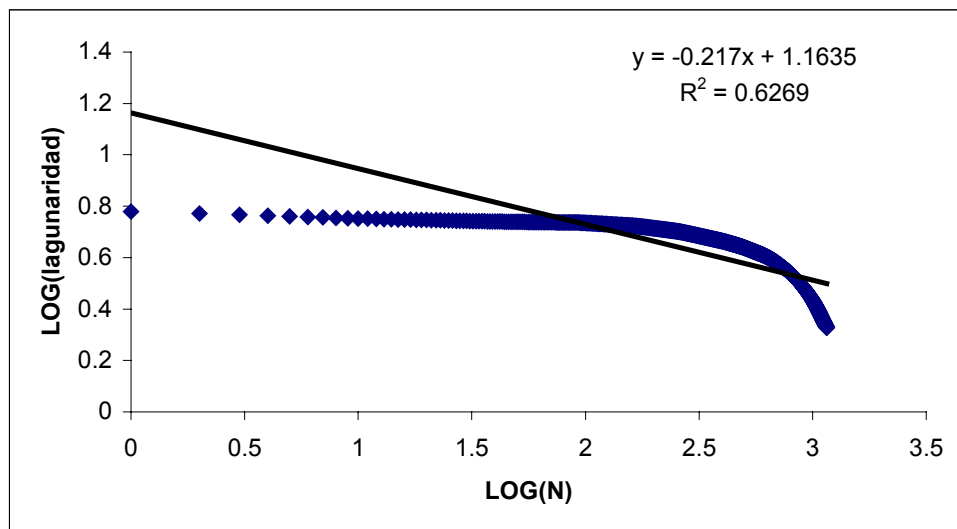


Figura 5.29b. Lagunaridad MSFL pz4 completo

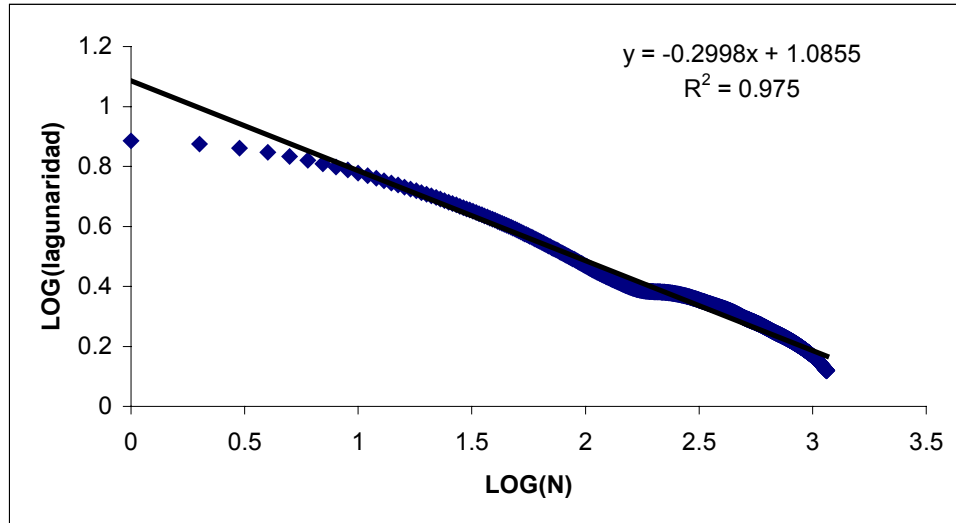
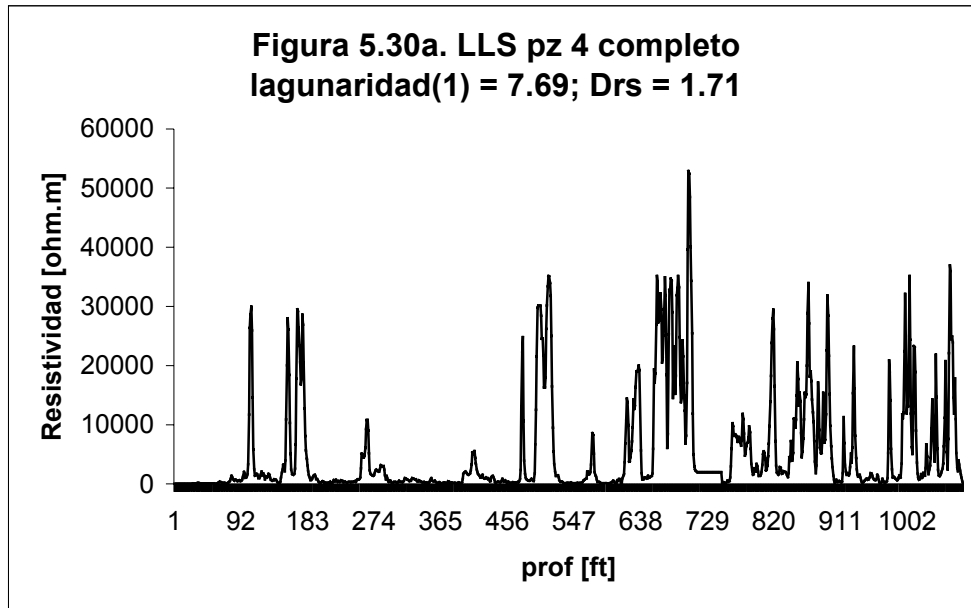
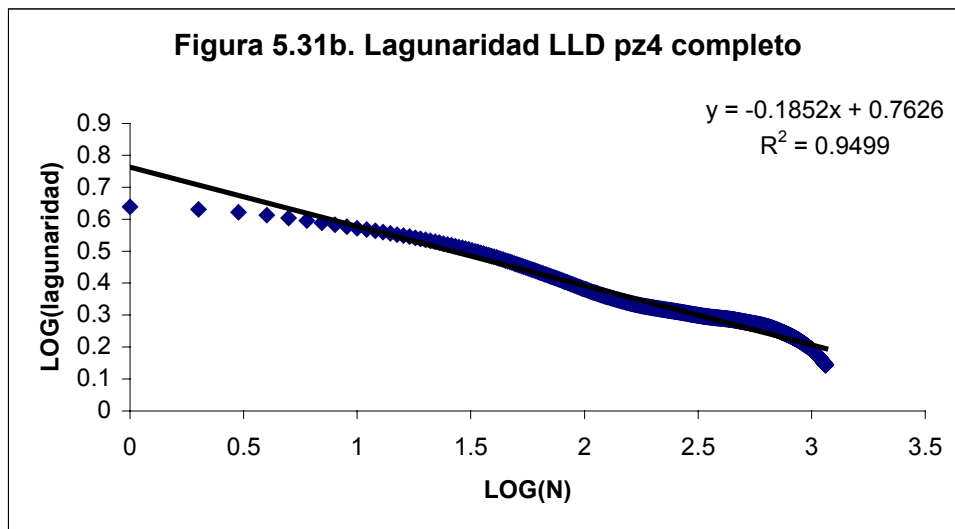
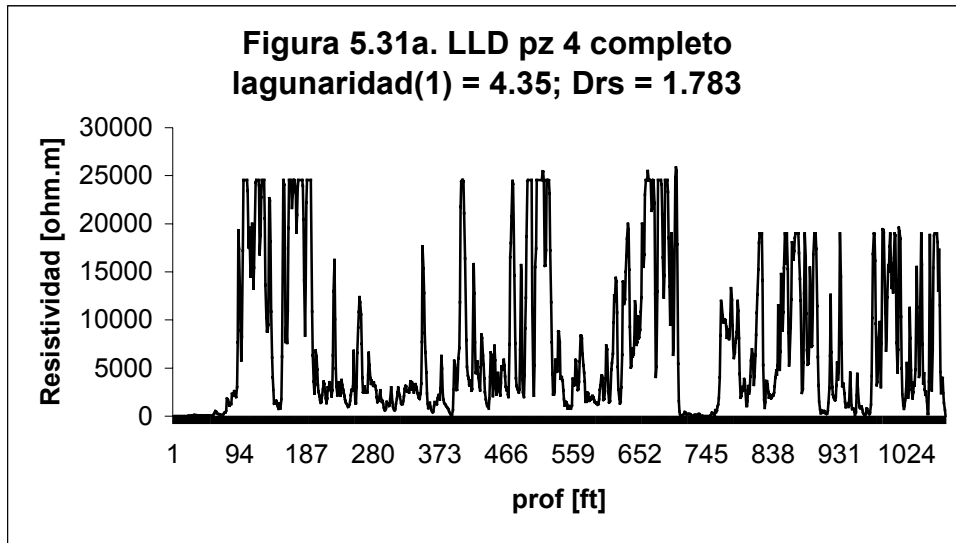
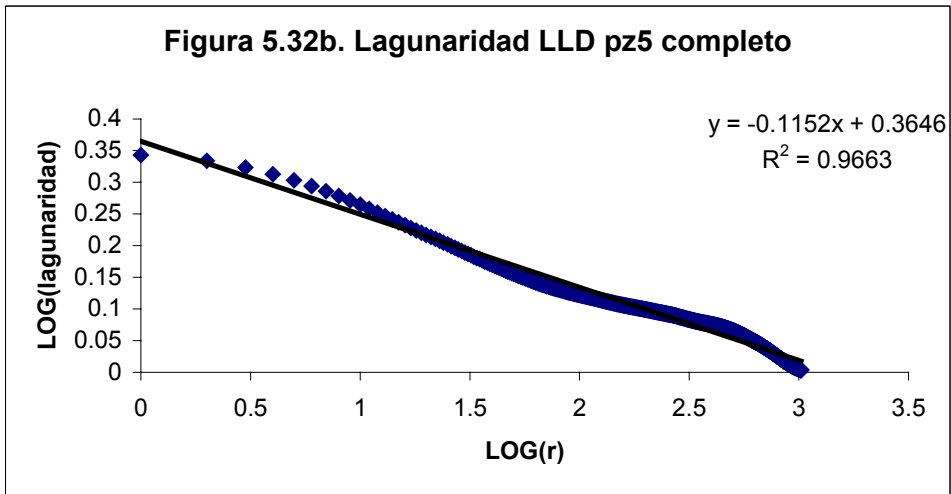
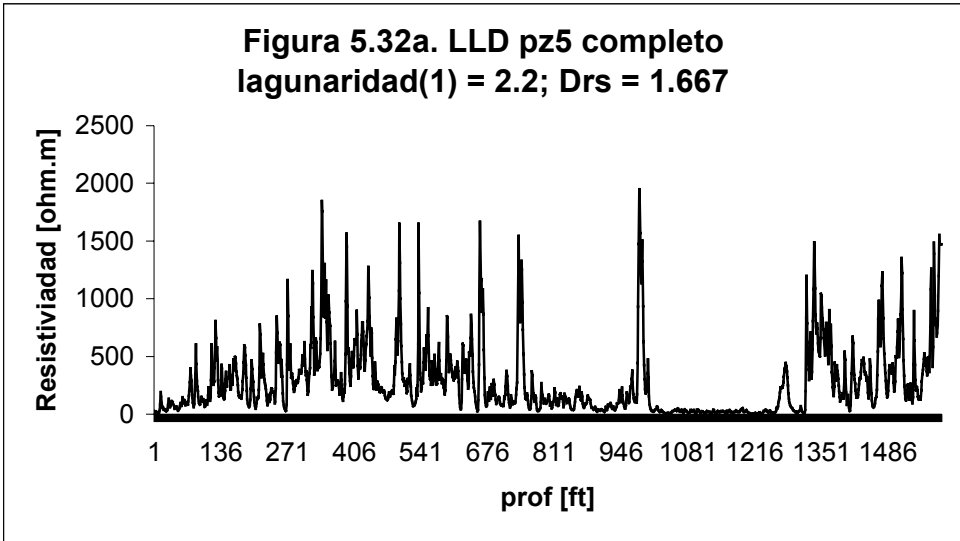


Figura 5.30b. Lagunaridad LLS pz4 completo



Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 5



**Figura 5.33a. LLS pz 5 completo
lagunaridad(1) = 1.19; Drs = 1.753**

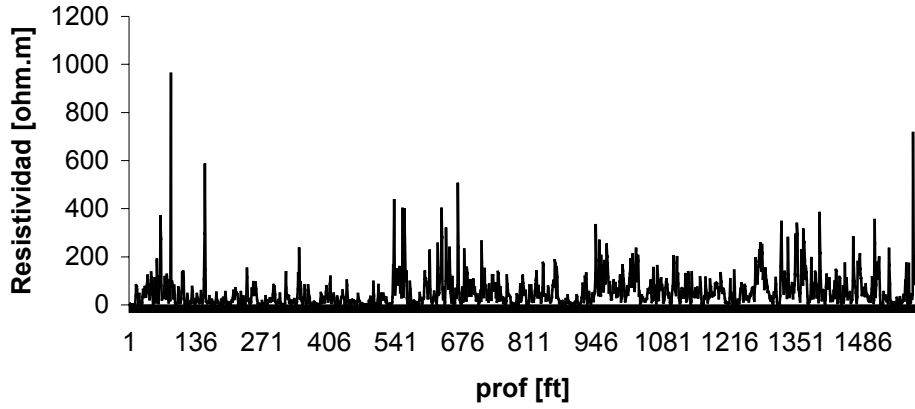
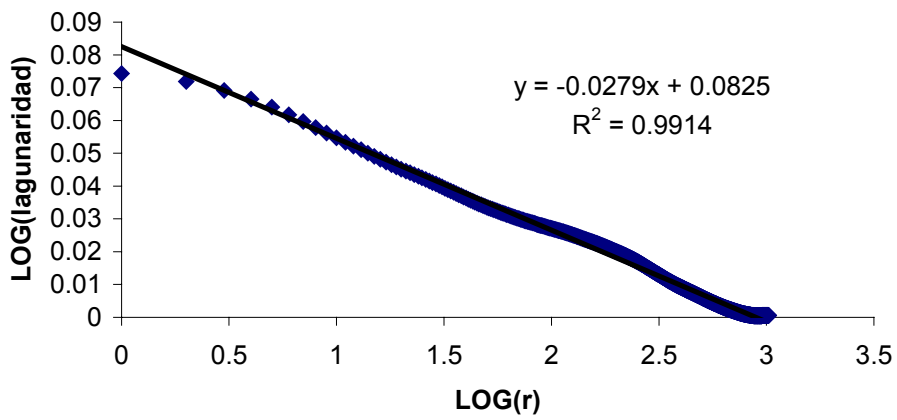
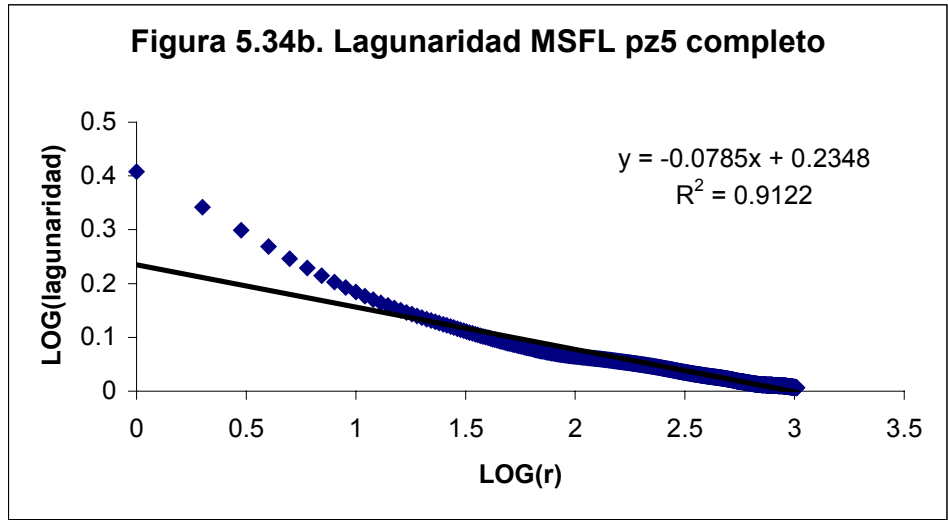
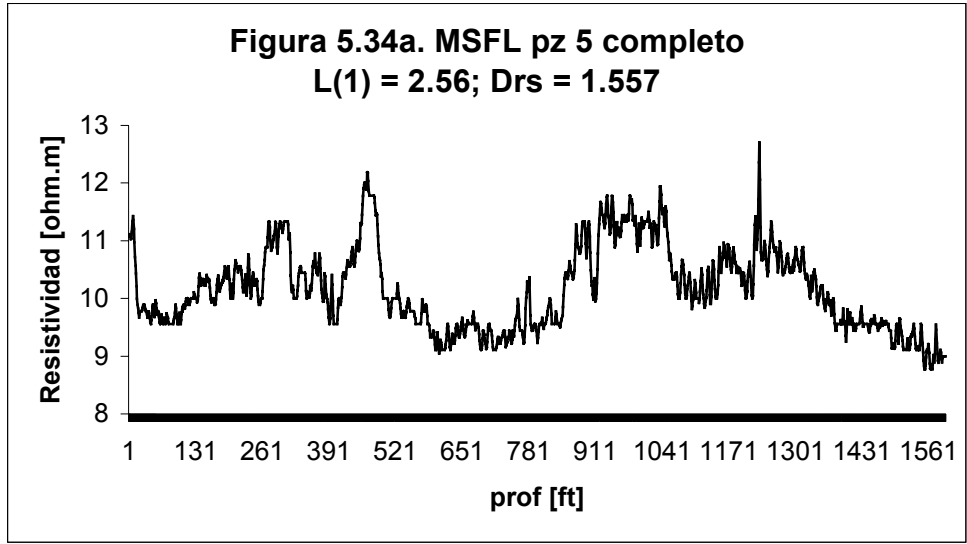


Figura 5.33b. Lagunaridad LLS pz5 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS) pozo 6

Figura 5.35a. LLD pz6 completo
L(1) = 1.79; Drs = 1.767

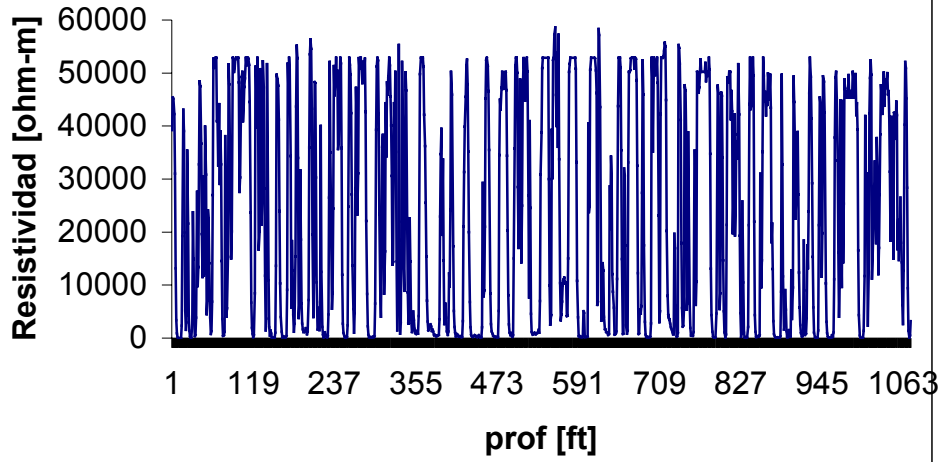
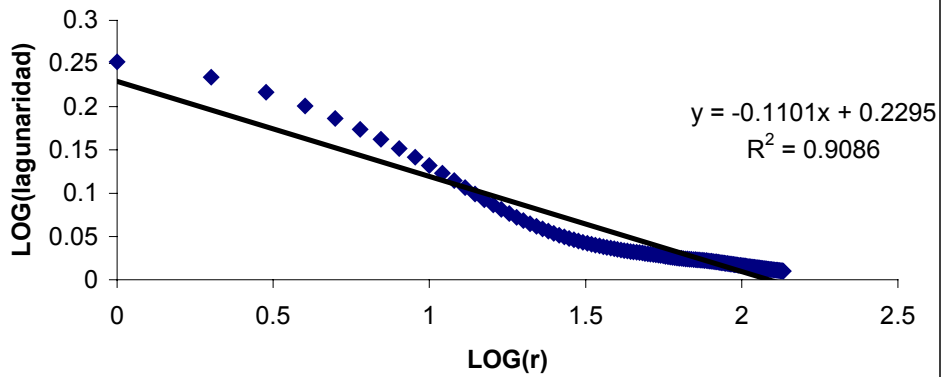
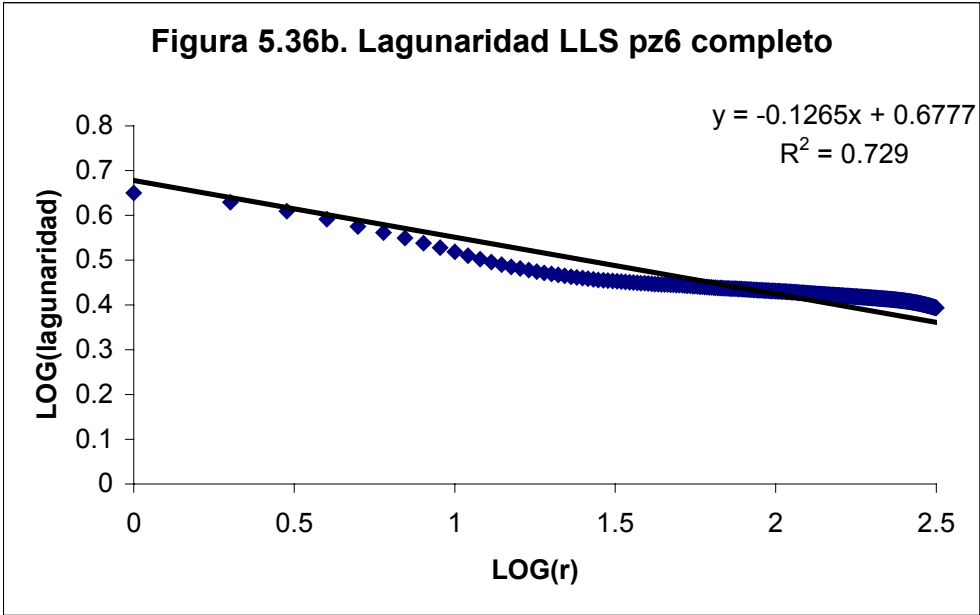
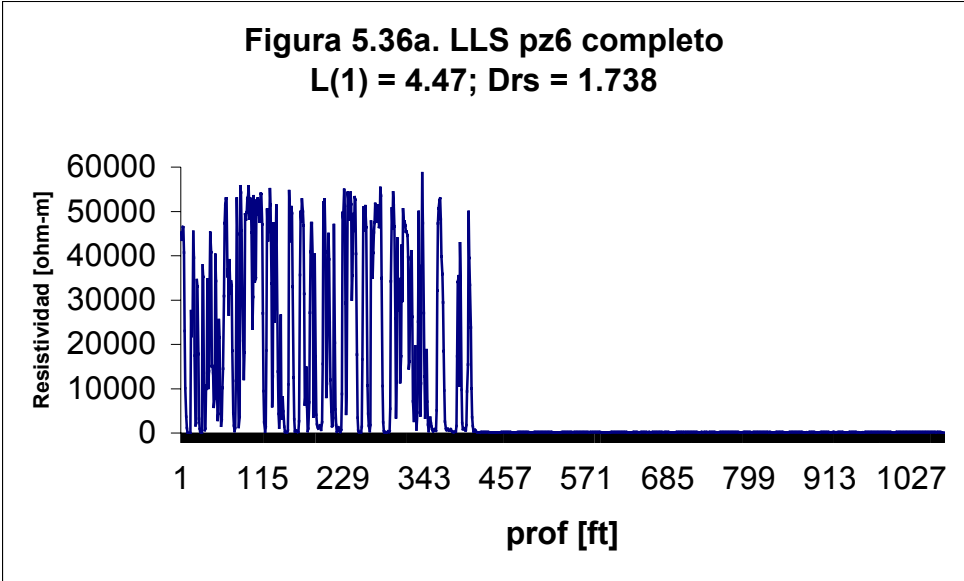


Figura 5.35b. Lagunaridad LLD pz6 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 7

Figura 5.37a. LLD pz 7 completo

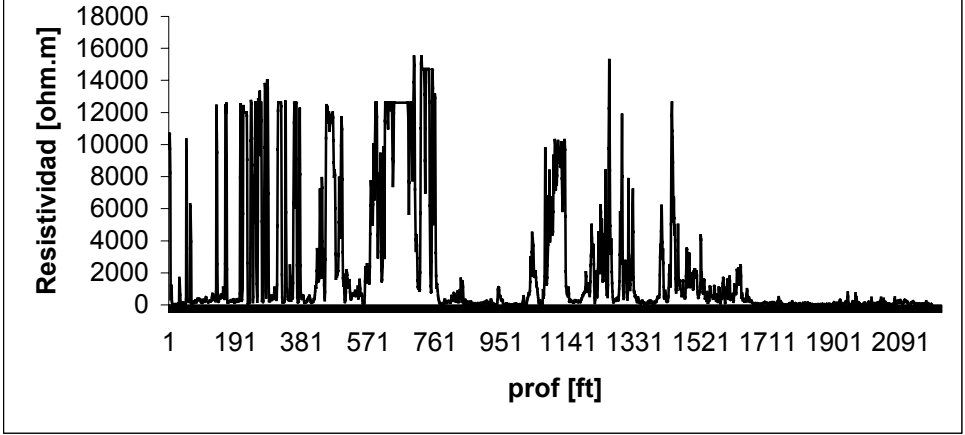


Figura 5.37b. Lagunaridad LLD pz7 completo

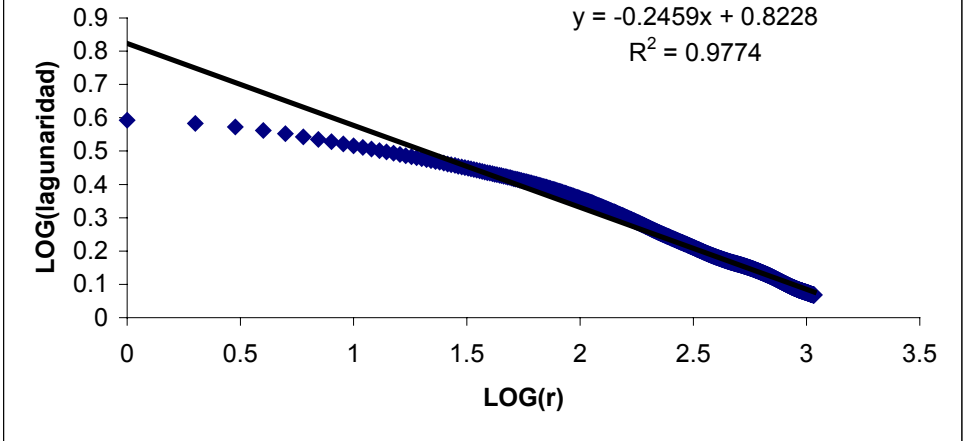


Figura 5.38a. LLS pz7 completo

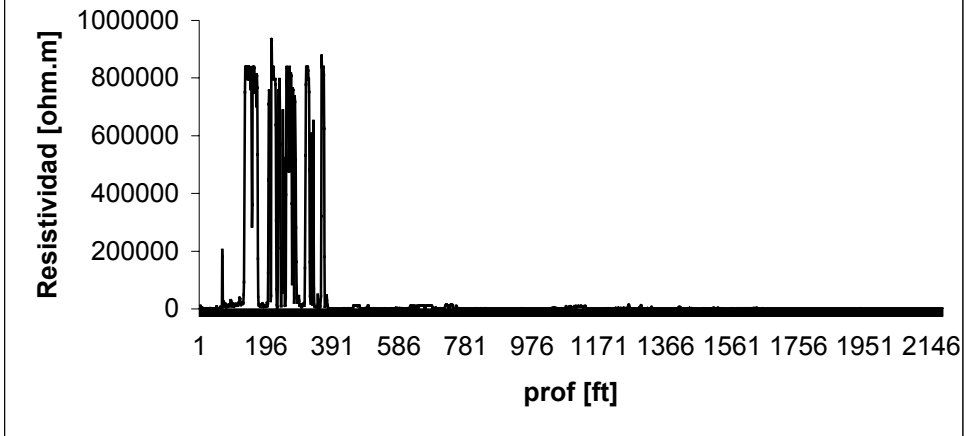
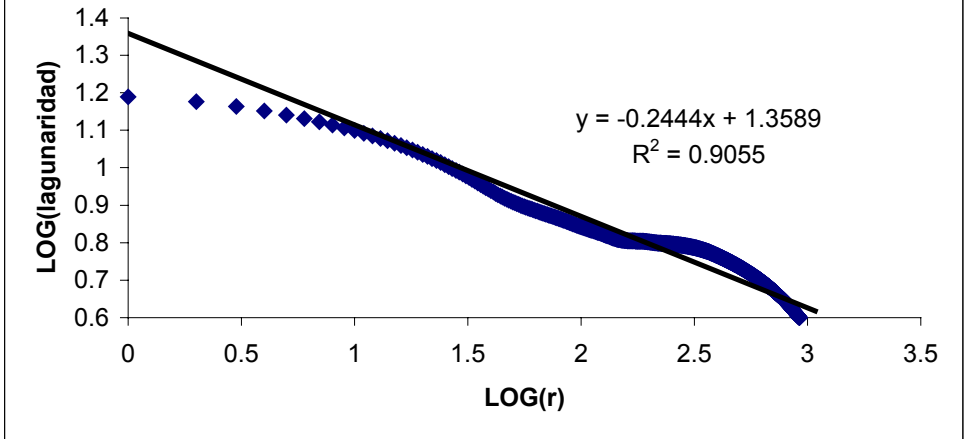
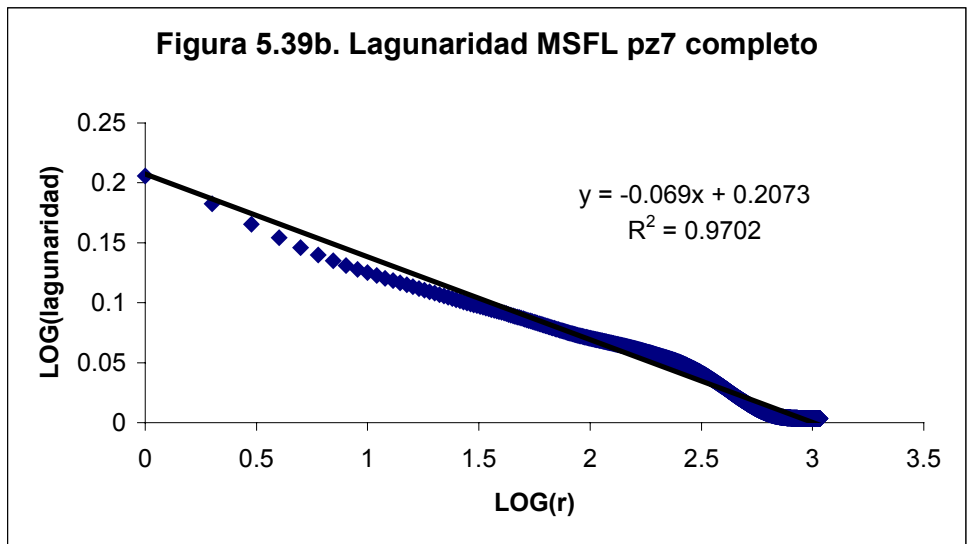
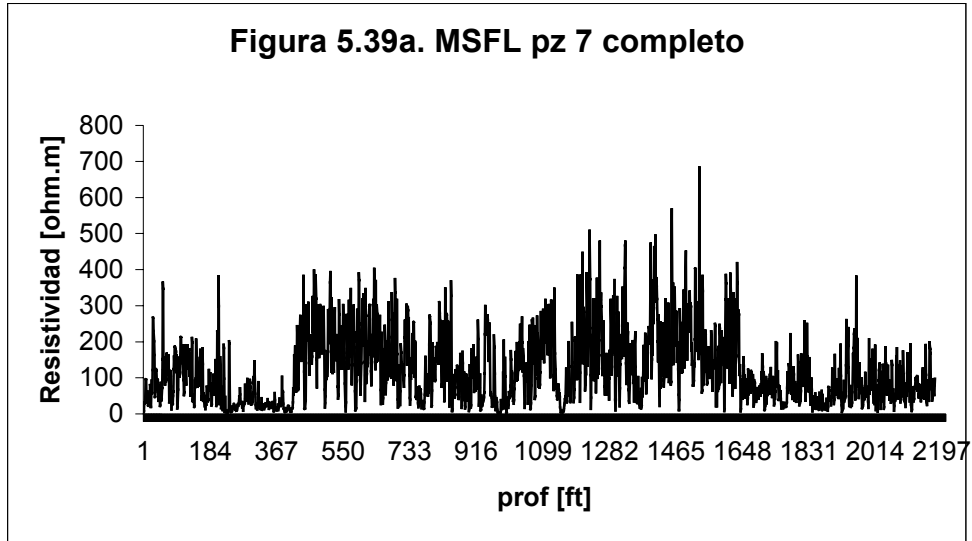


Figura 5.38b. Lagunaridad LLS pz7 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 8

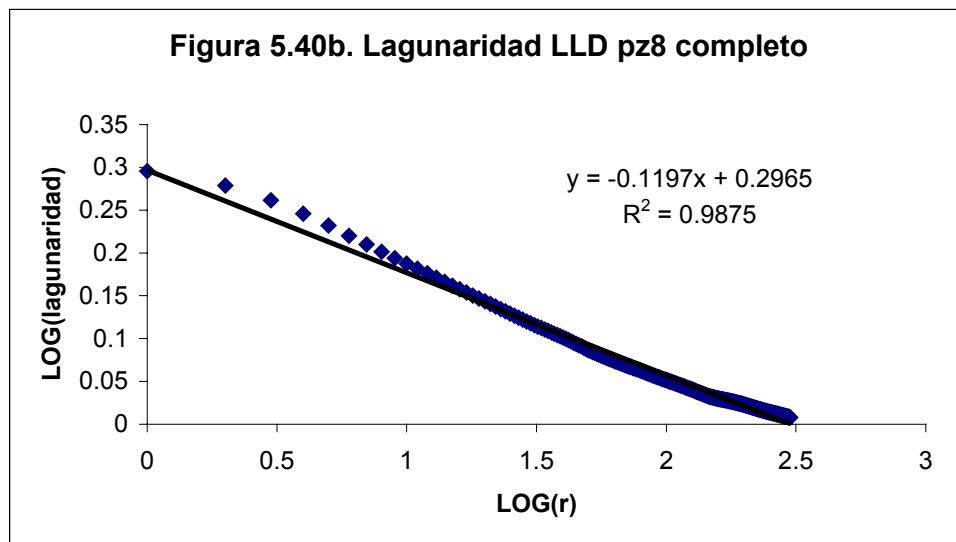
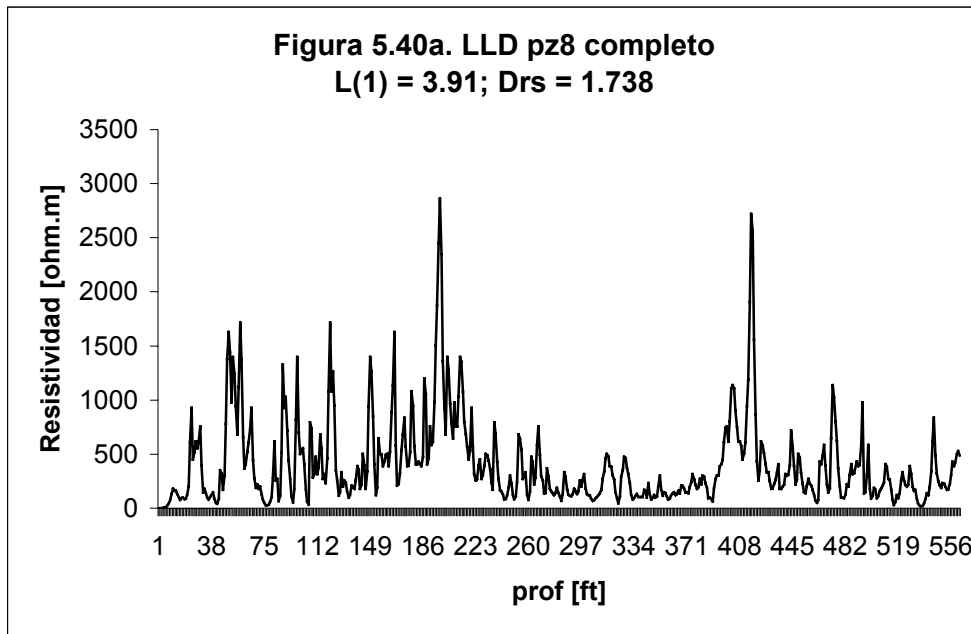


Figura 5.41a. LLS pz8 completo

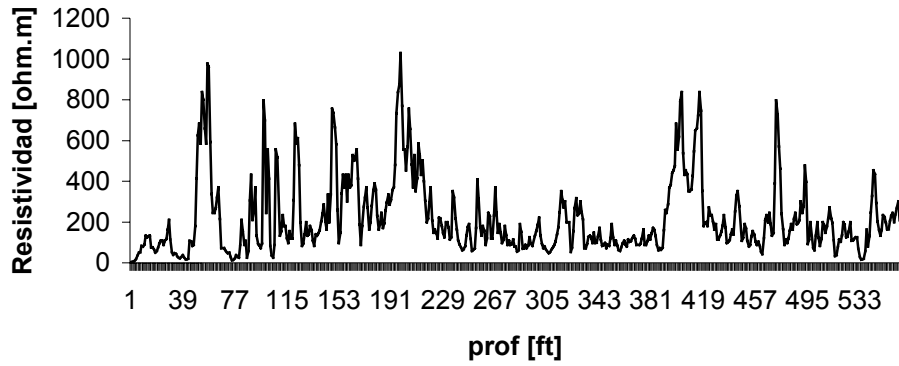
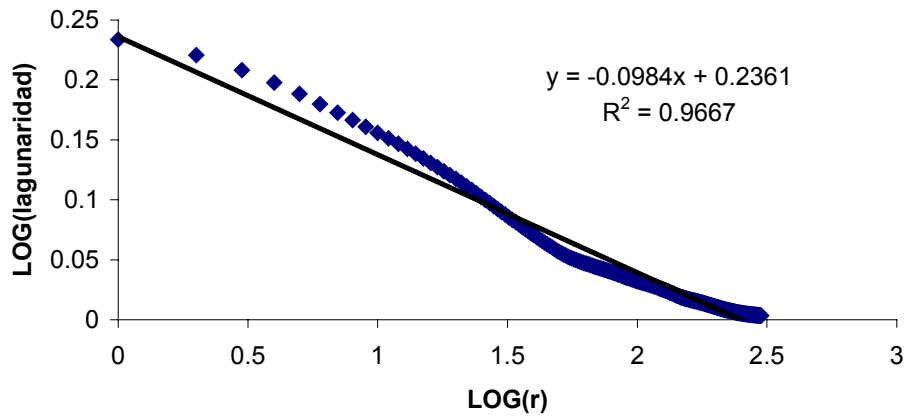
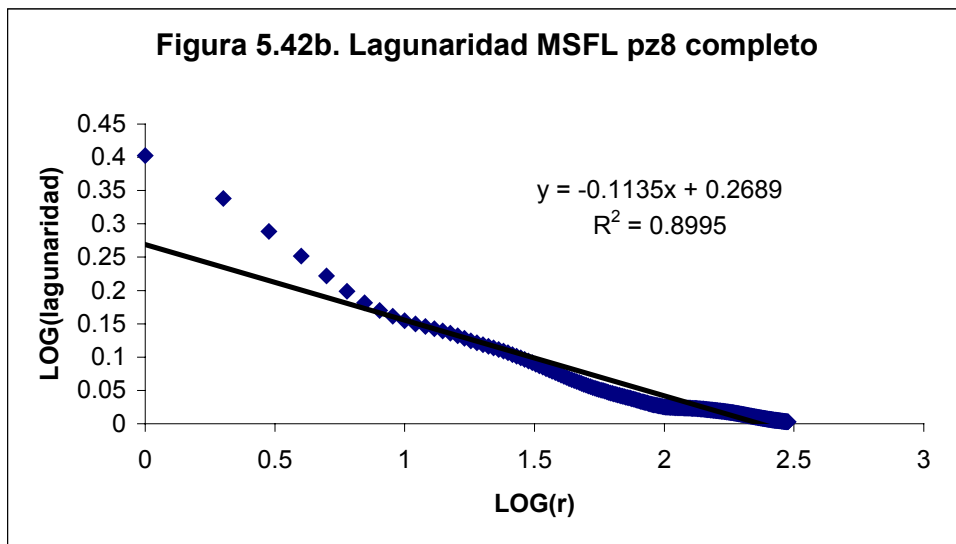
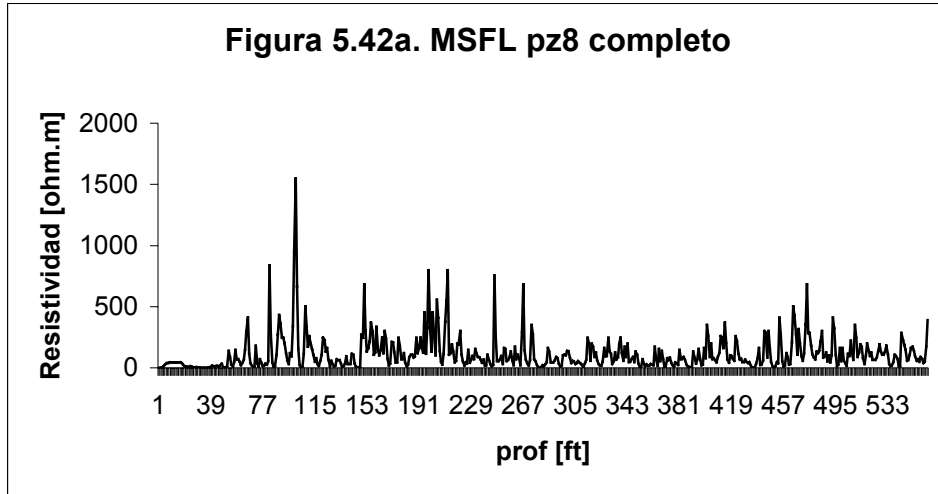


Figura 5.41b. Lagunaridad LLS pz8 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 9

Figura 5.43a. LLD pz9 completo

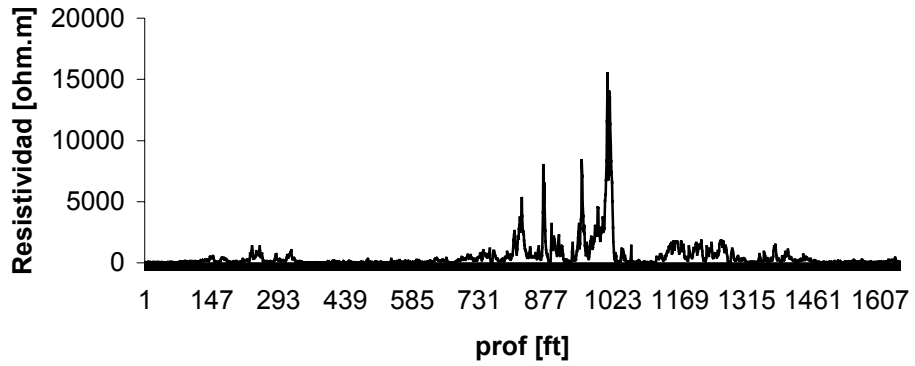


Figura 5.43b. Lagunaridad LLD pz9 completo

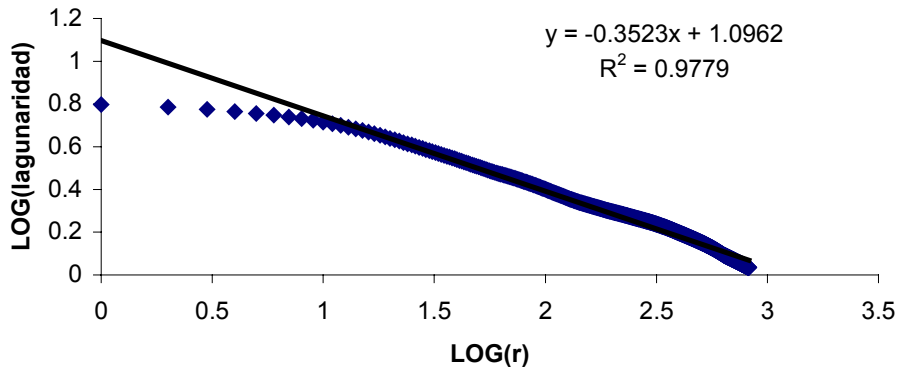


Figura 5.44a. LLS pz9 completo

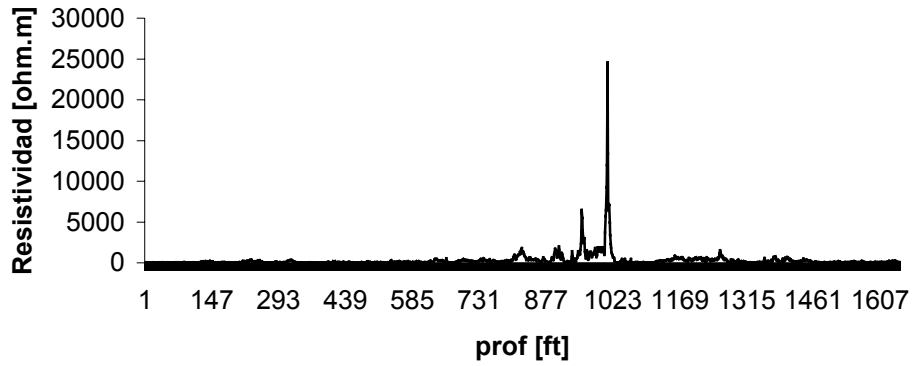
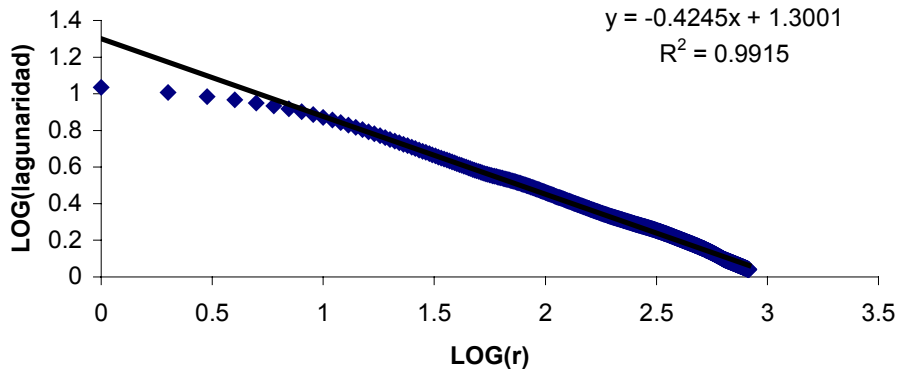
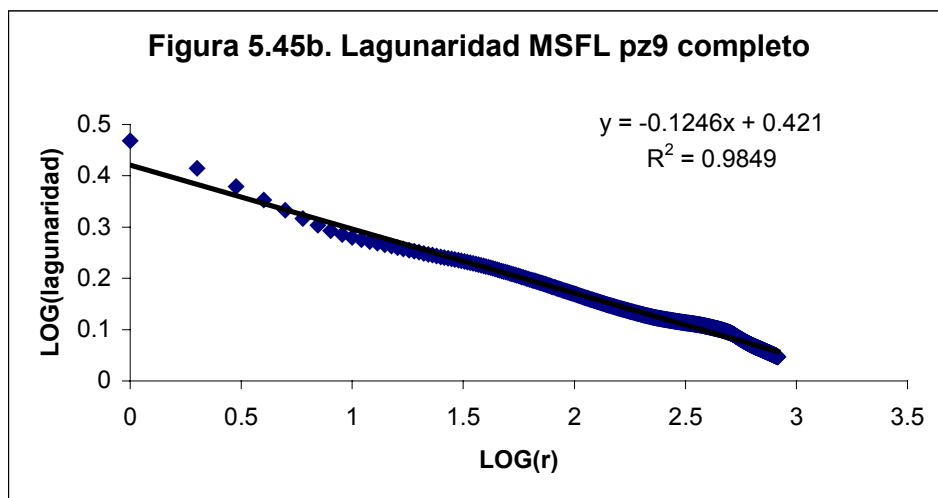
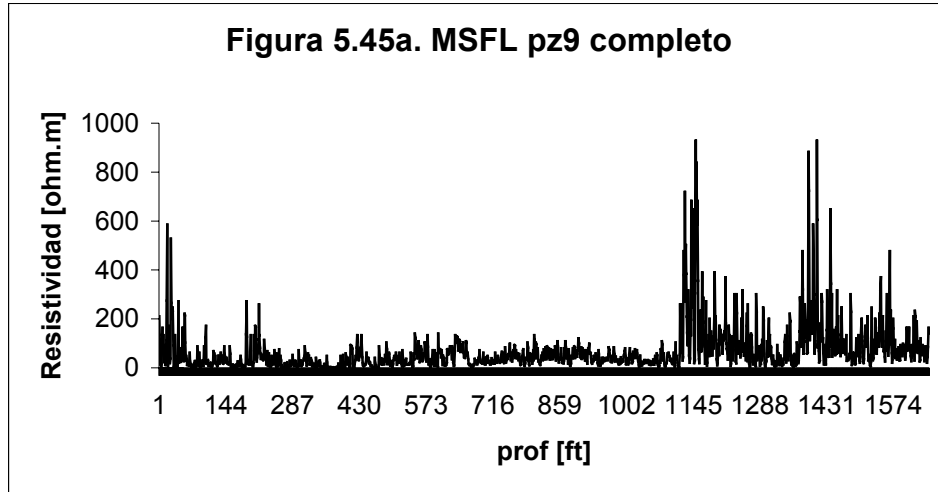


Figura 5.44b. Lagunaridad LLS pz9 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS) pozo 10

Figura 5.46a. LLD pz 10 completo

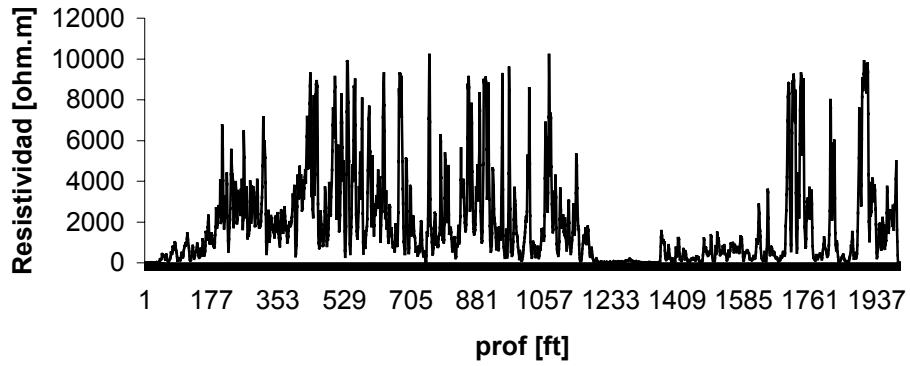
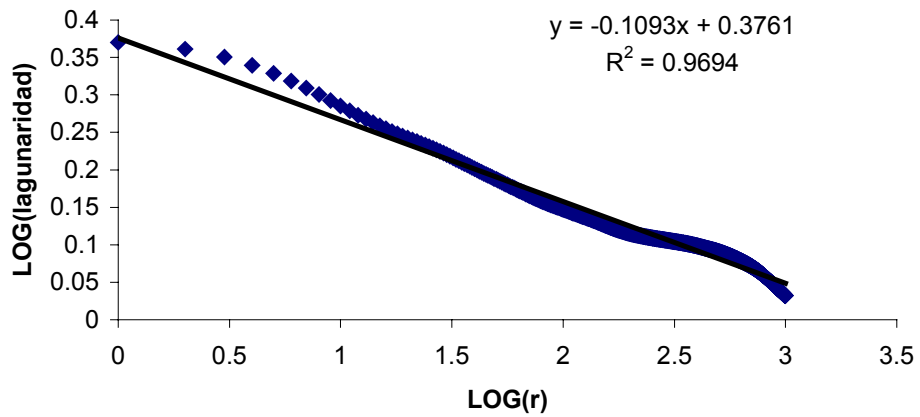
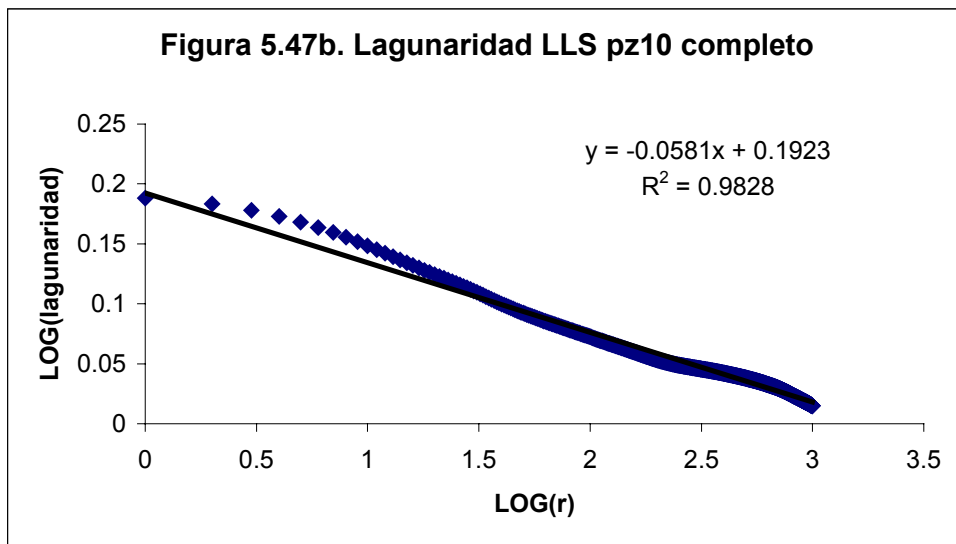
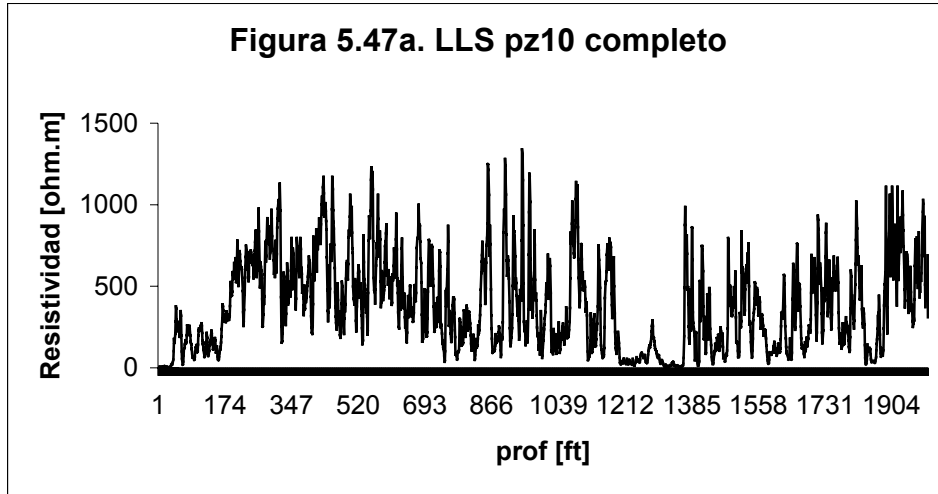


Figura 5.46b. Lagunaridad LLD pz10 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS) pozo 11

Figura 5.48a. LLD pz 11 completo

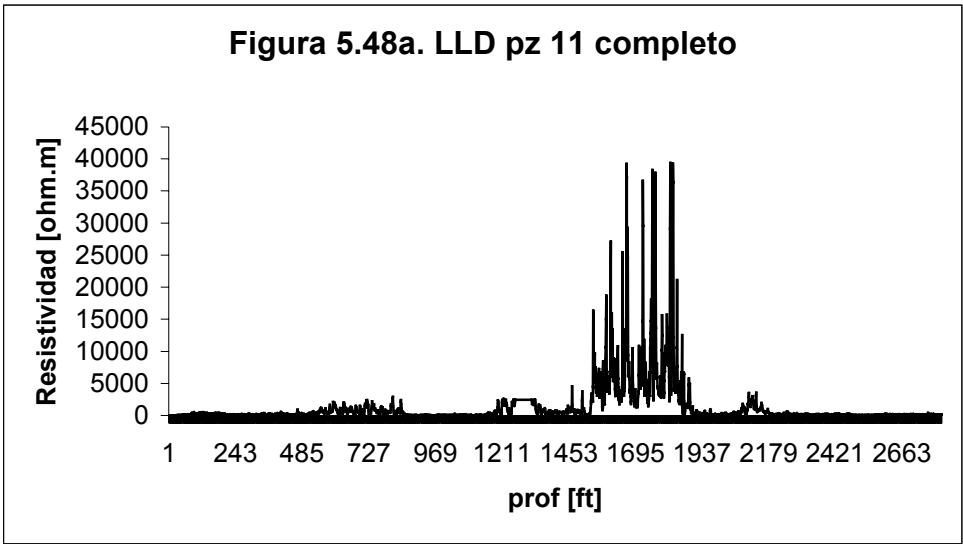


Figura 5.48b. Lagunaridad LLD pz11 completo

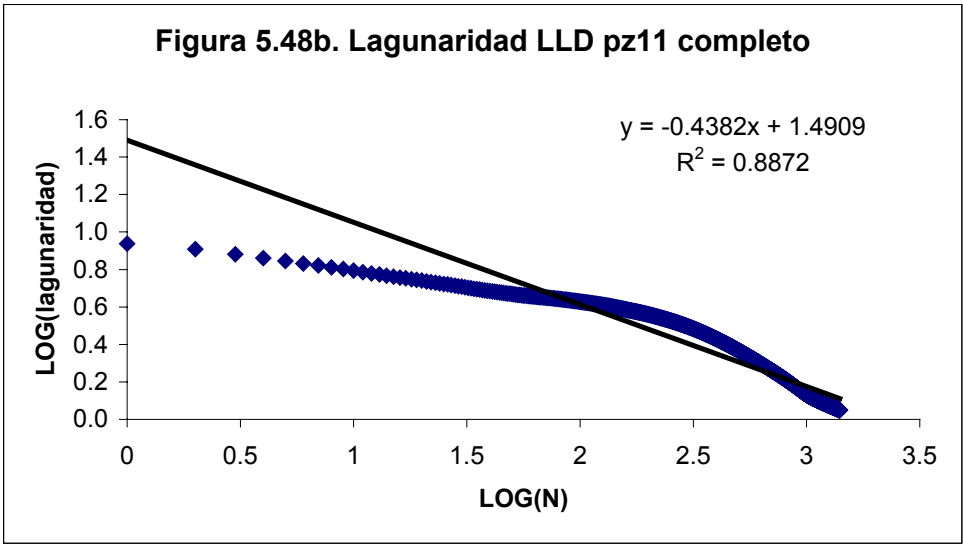


Figura 5.49a. LLS pz 11 completo

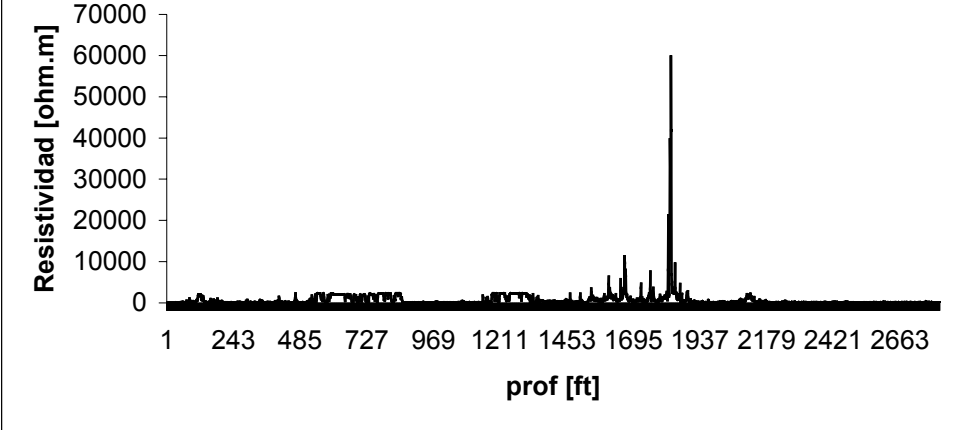
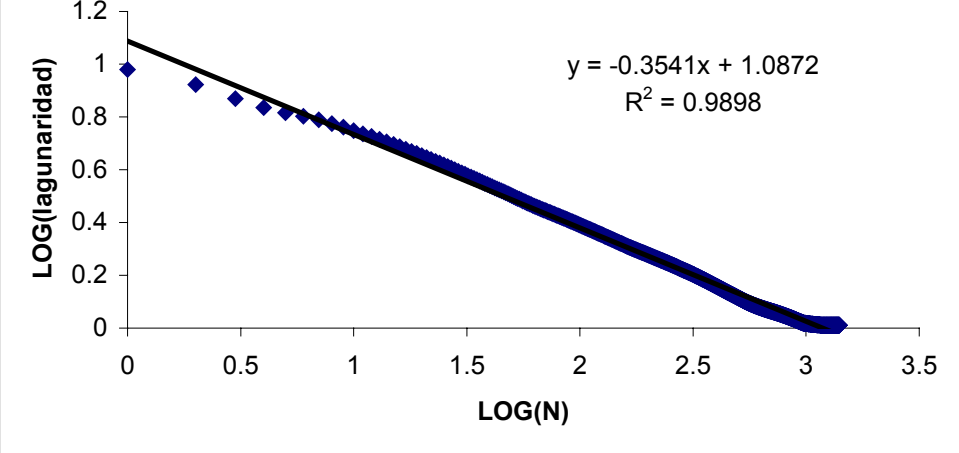
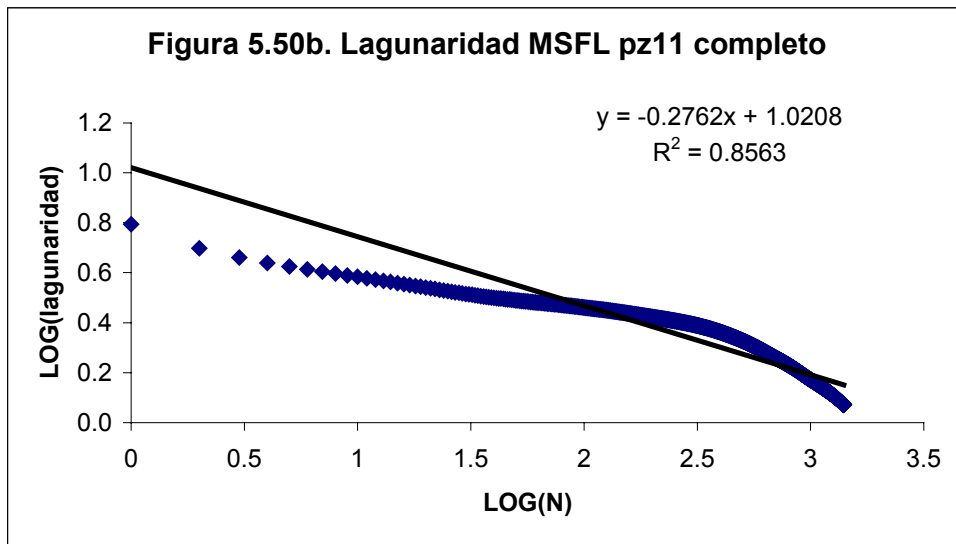
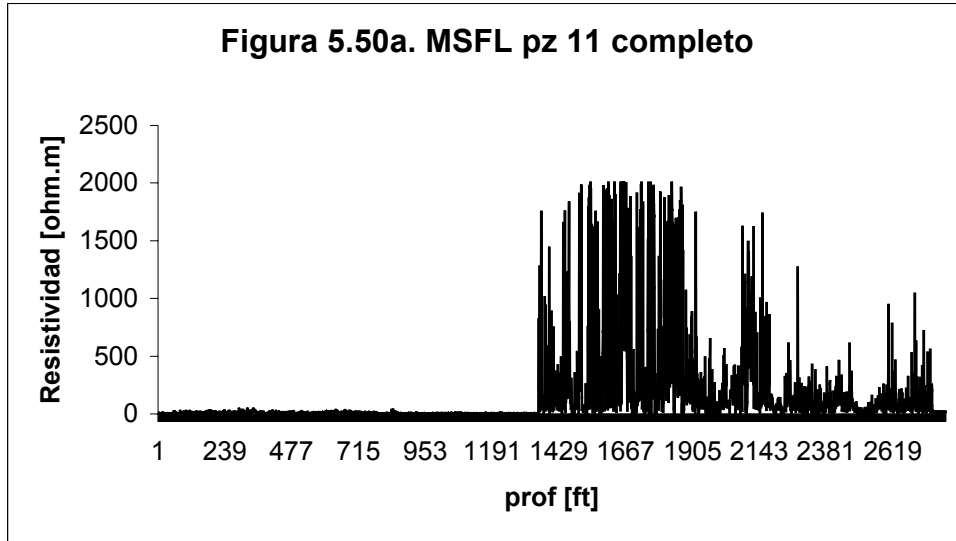


Figura 5.49b. Lagunaridad LLS pz11 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 12

(SIN REGISTROS DE RESISTIVIDAD)

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS) pozo 13

Figura 5.51a. LLD pz13 completo

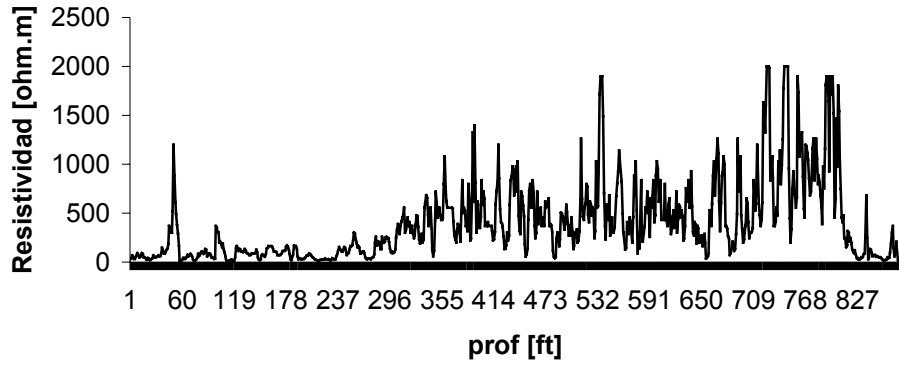
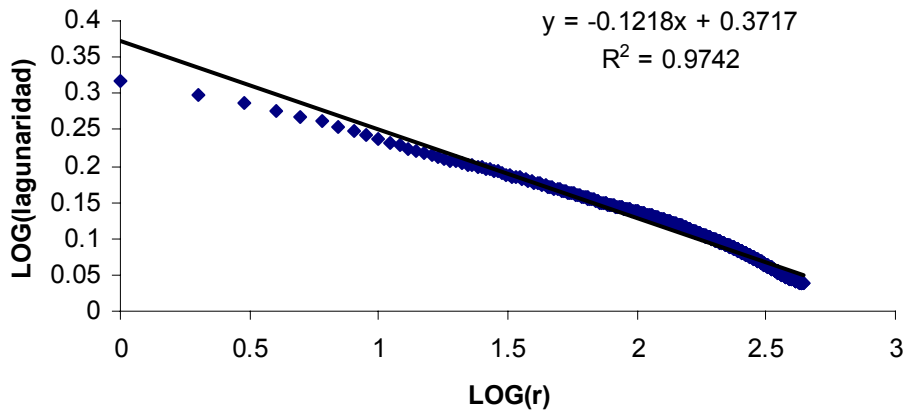
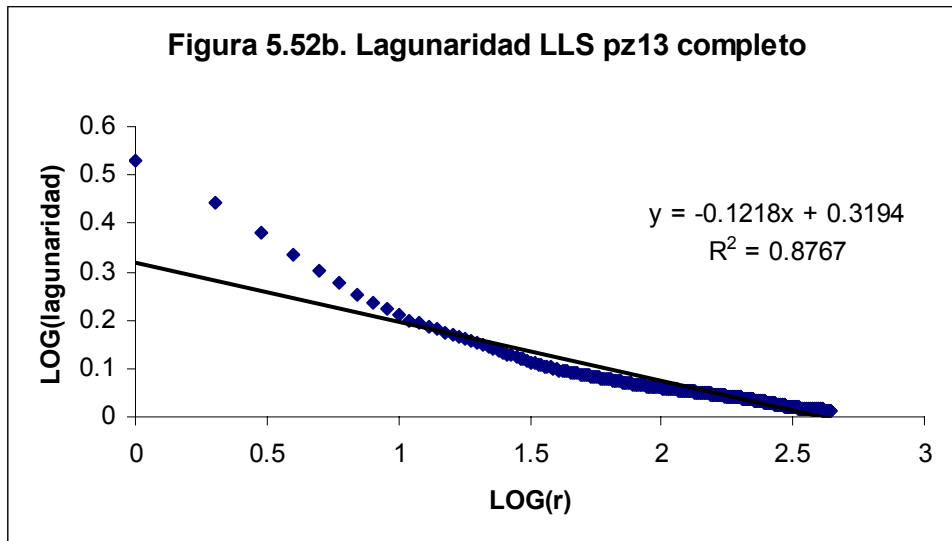
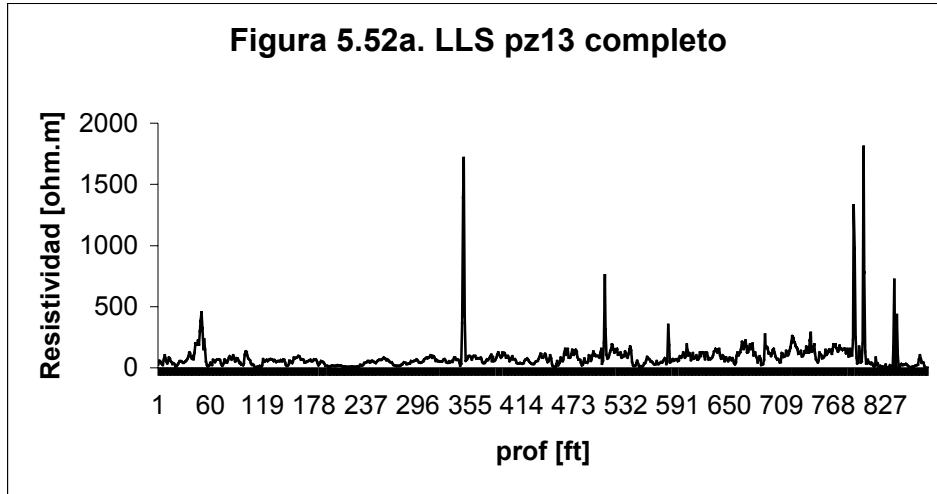


Figura 5.51b. Lagunaridad LLD pz13 completo





Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 14

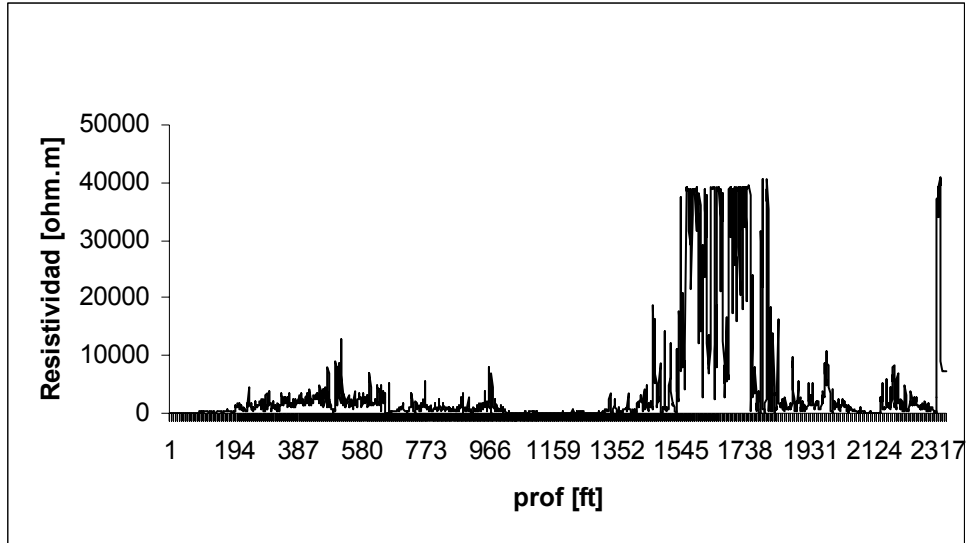


Figura 5.53a. LLD pozo 14 completo. $\Lambda(1) = 6.04$; $Drs = 1.724$

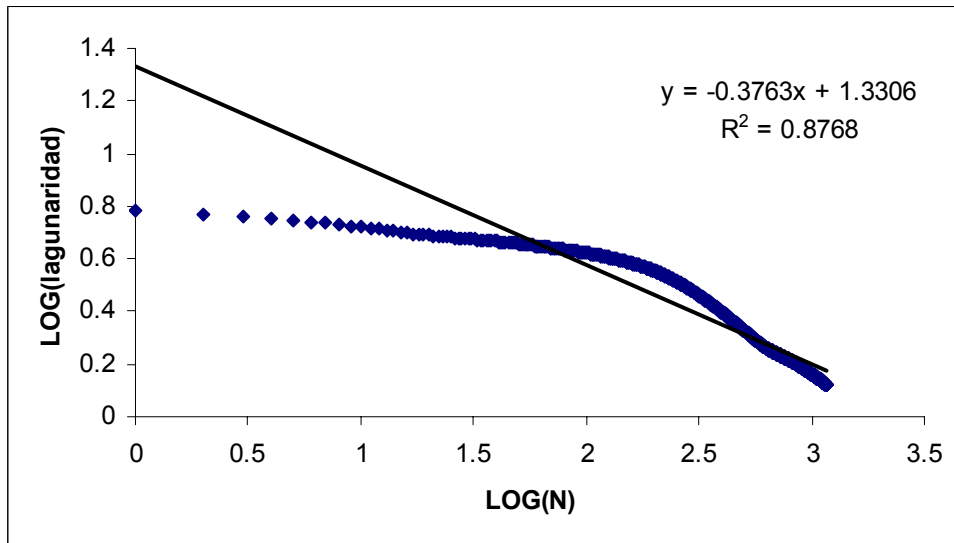


Figura 5.53b. Lagunaridad LLD pozo 14 completo

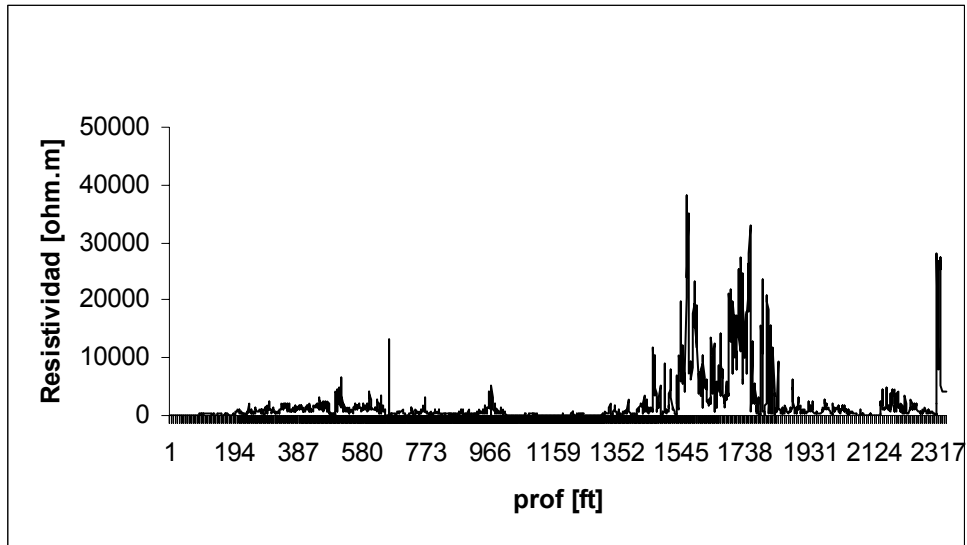


Figura 5.54a. LLS pozo 14 completo. $\Lambda(1) = 5.801$; $Drs = 1.677$

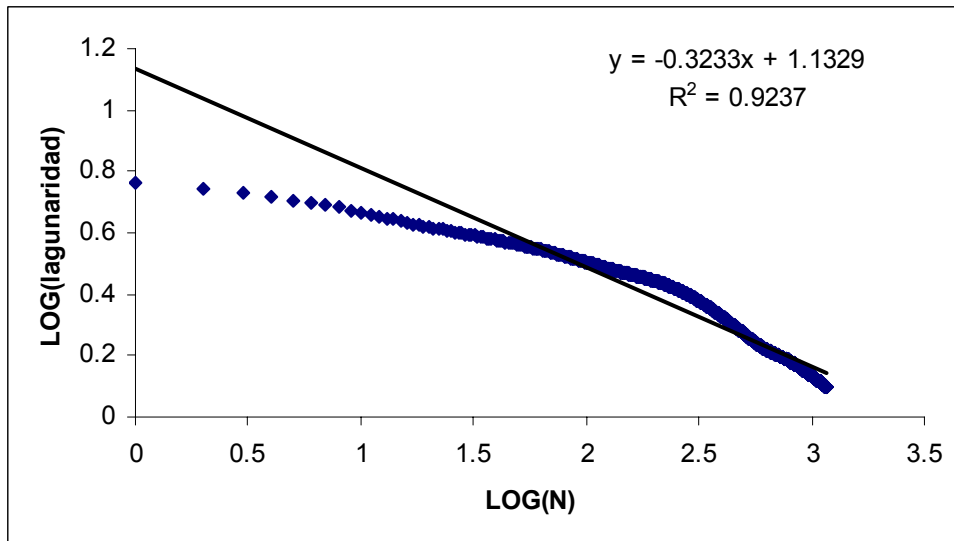


Figura 5.54b. Lagunaridad LLS pozo 14 completo

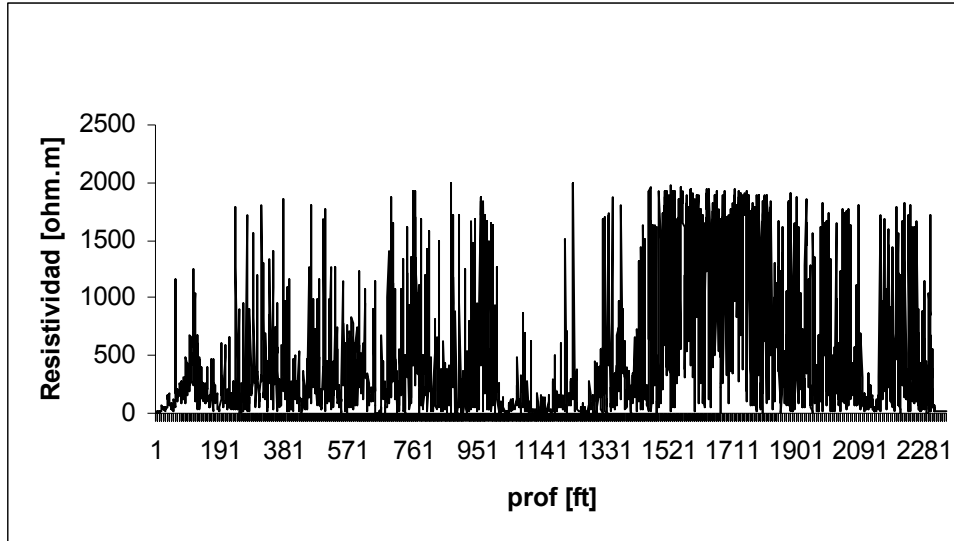


Figura 5.55a. MSFL pozo 14 completo. $\Lambda(1) = 2.38$; $Drs = 1.902$

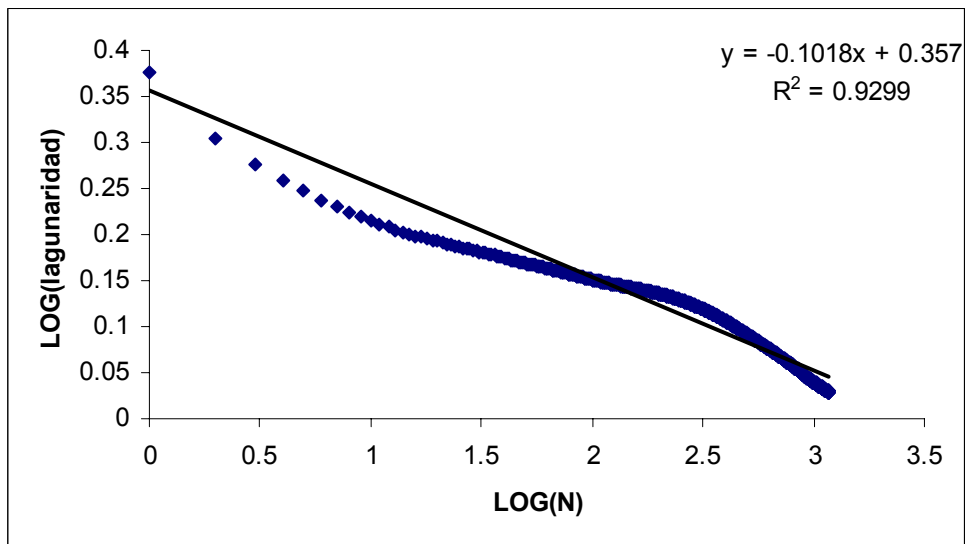


Figura 5.55b. Lagunaridad MSFL pozo 14 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 15

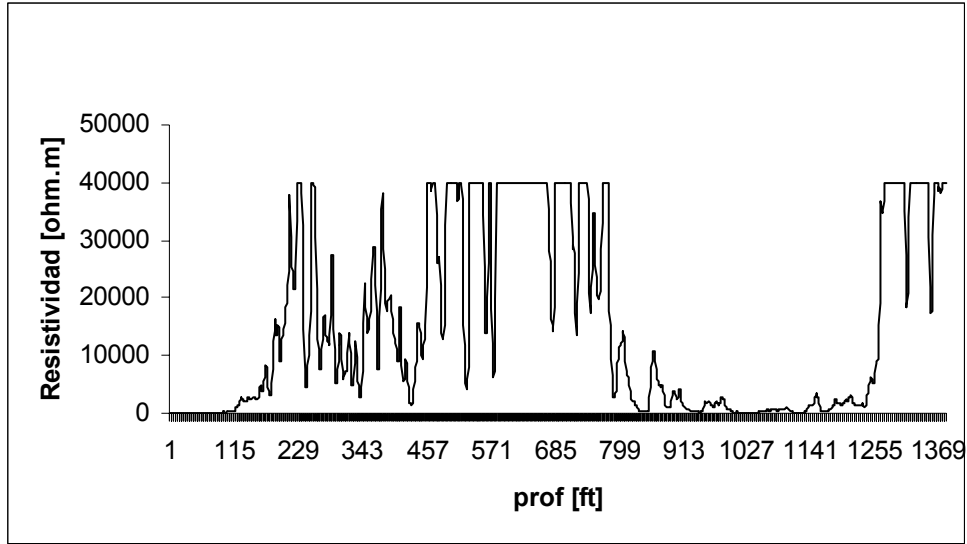


Figura 5.56a. LLD pozo 15 completo. $\Lambda(1) = 2.11$; $Drs = 1.641$

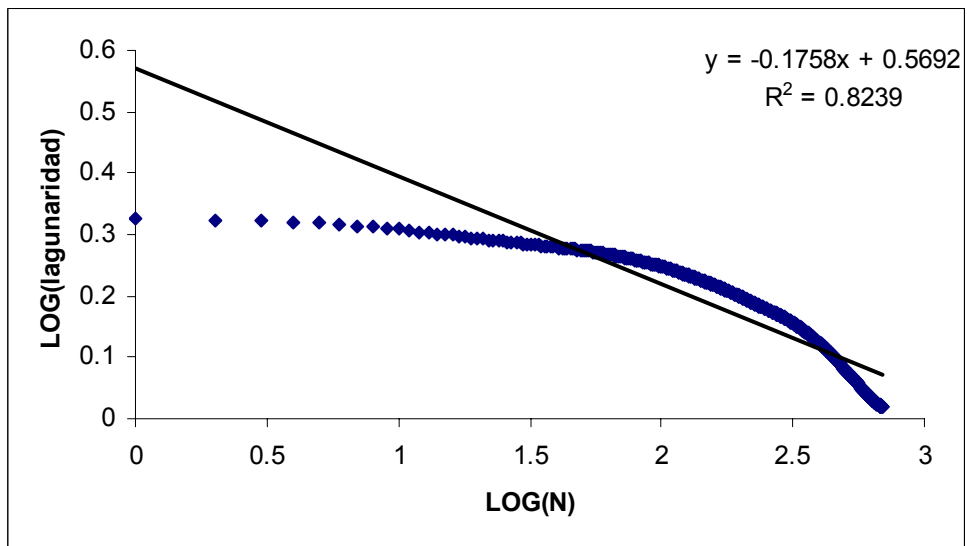


Figura 5.56b. Lagunaridad LLD pozo 15 completo

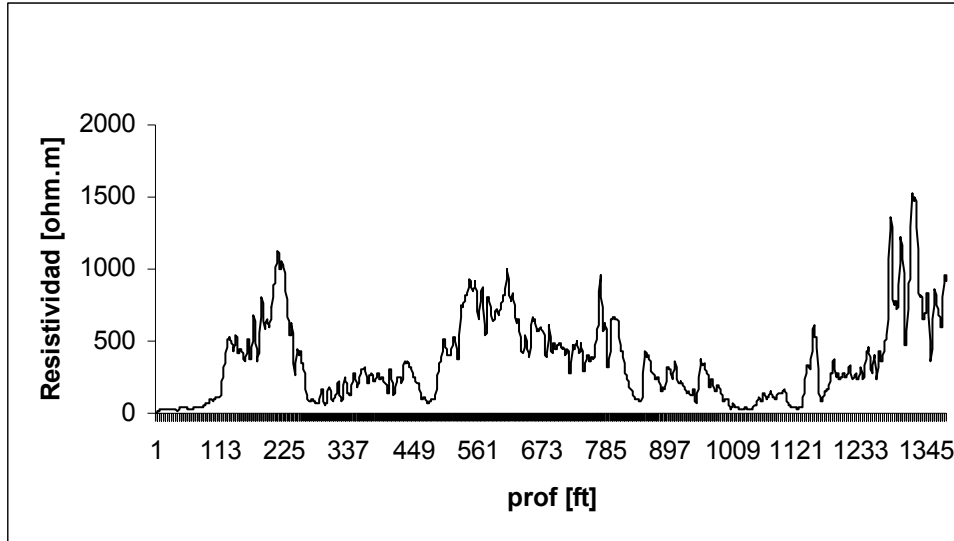


Figura 5.57a. LLS pozo 15 completo. $\Lambda(1) = 1.62$; $Drs = 1.482$

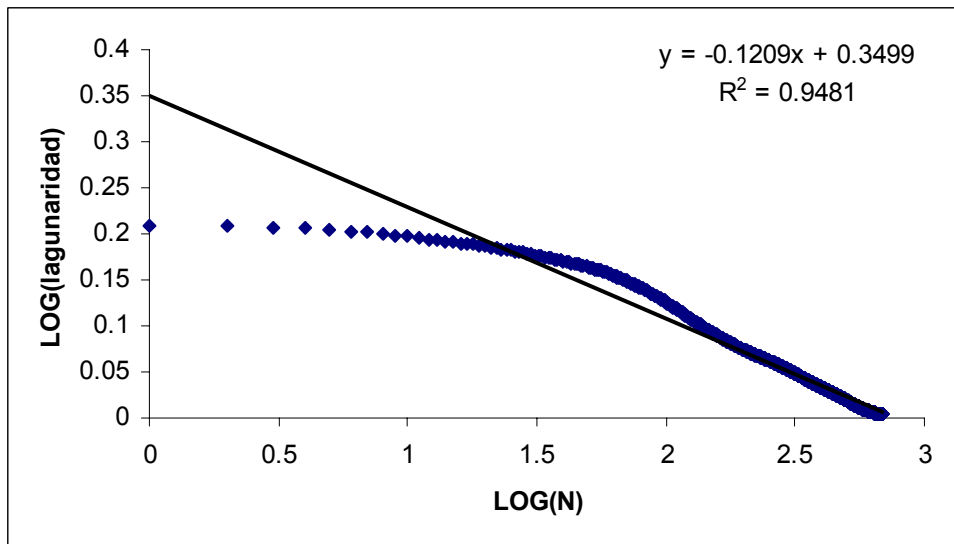


Figura 5.57b. Lagunaridad LLS pozo 15 completo

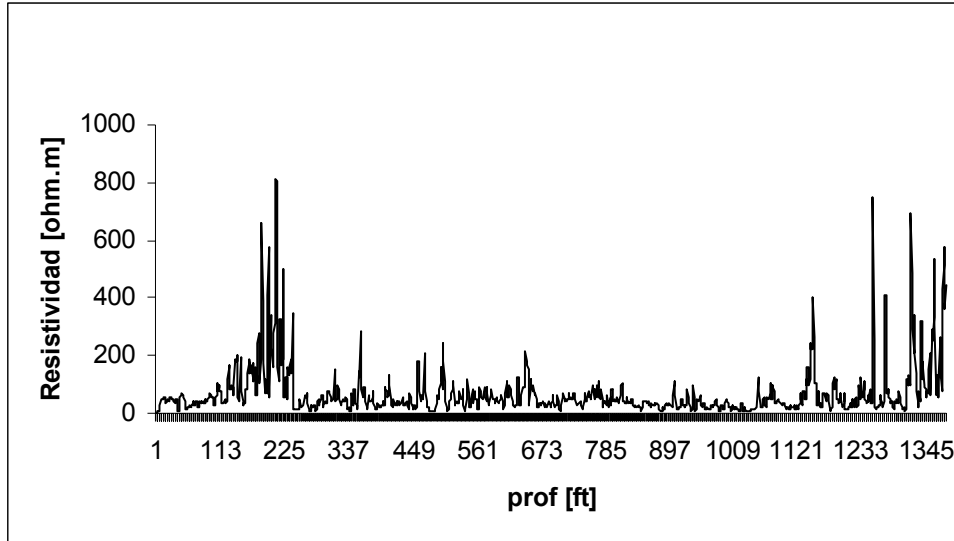


Figura 5.58a. MSFL pozo 15 completo. $\Lambda(1) = 2.75$; $Drs = 1.736$

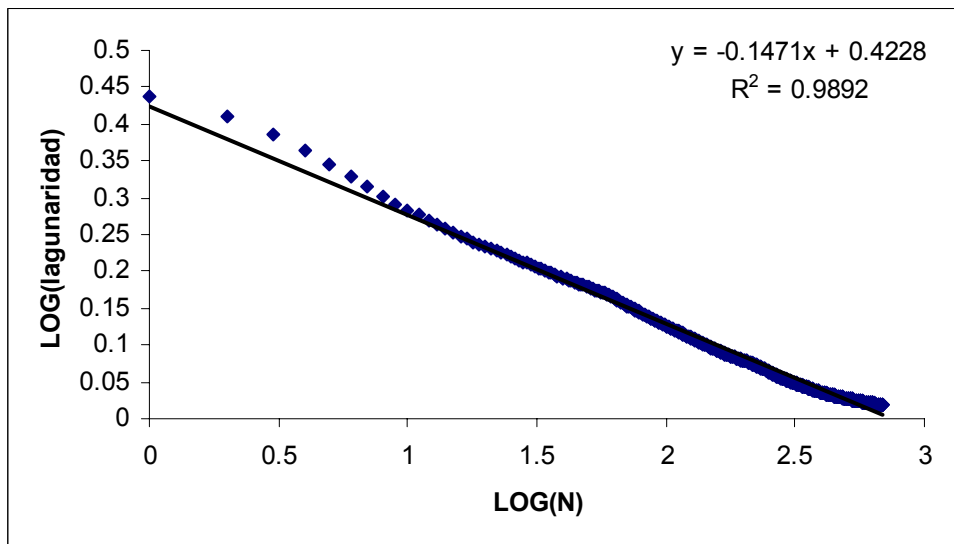


Figura 5.58b. Lagunarity MSFL pozo 15 completo

Lagunarity de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 16

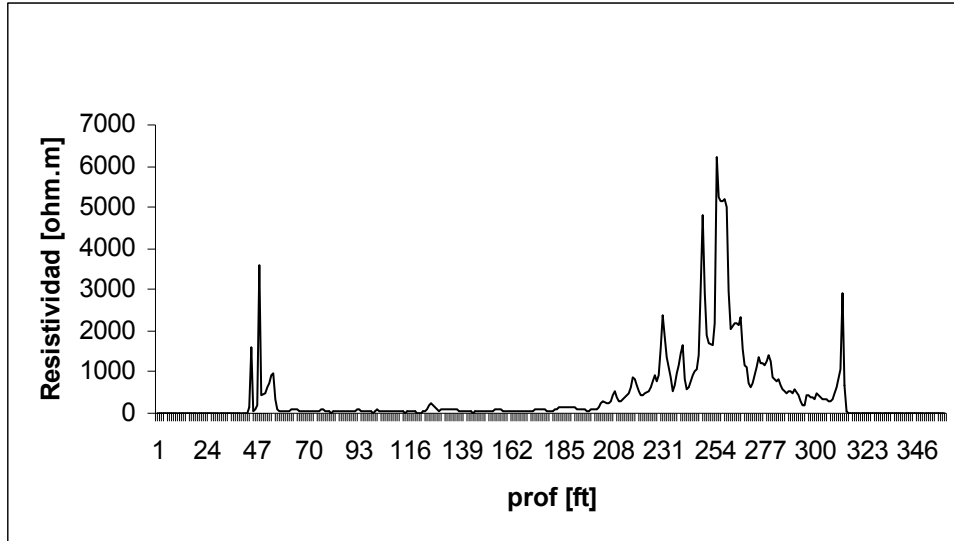


Figura 5.59a. LLD pozo 16 completo. $\Lambda(1) = 5.31$; $Drs = 1.69$

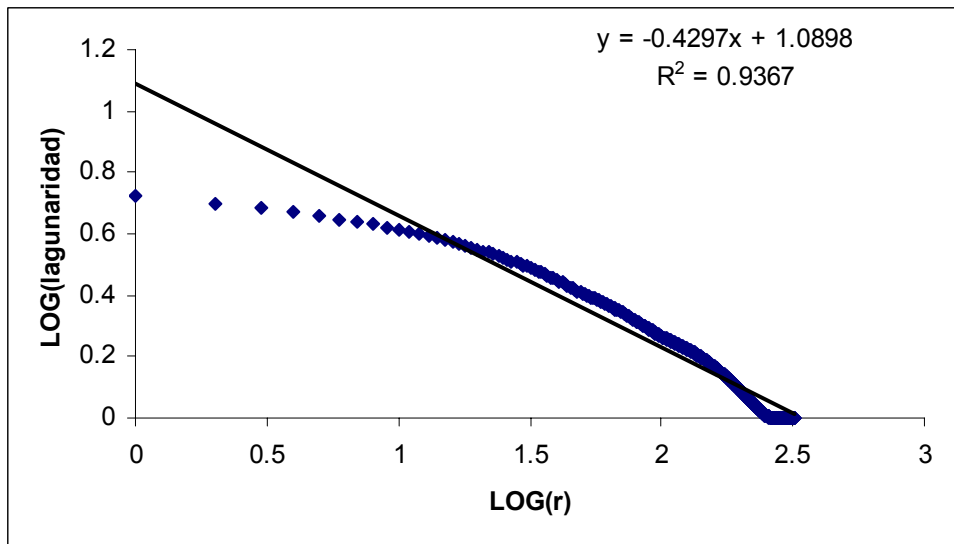


Figura 5.59b. Lagunaridad LLD pozo 16 completo

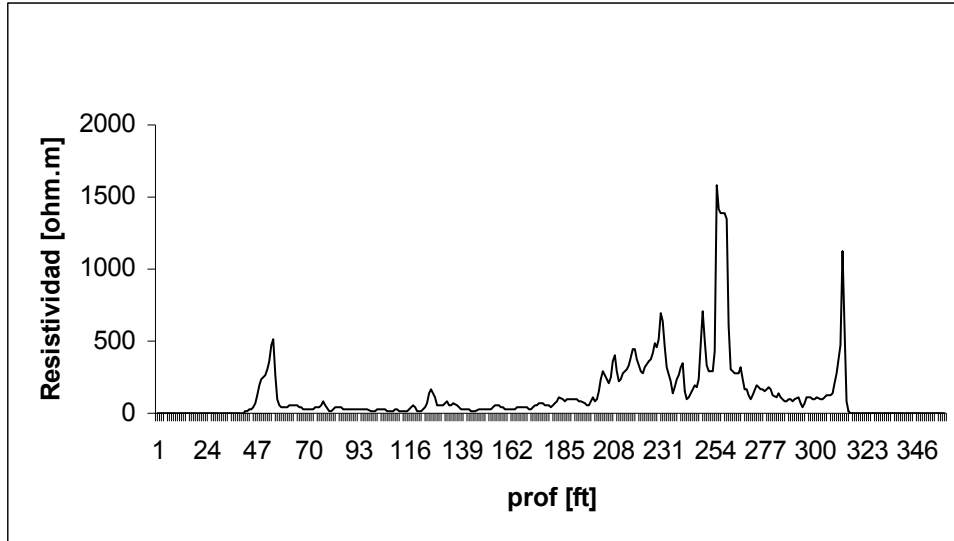


Figura 5.60a. LLS pozo 16 completo. $\Lambda(1) = 4.07$; $Drs = 1.574$

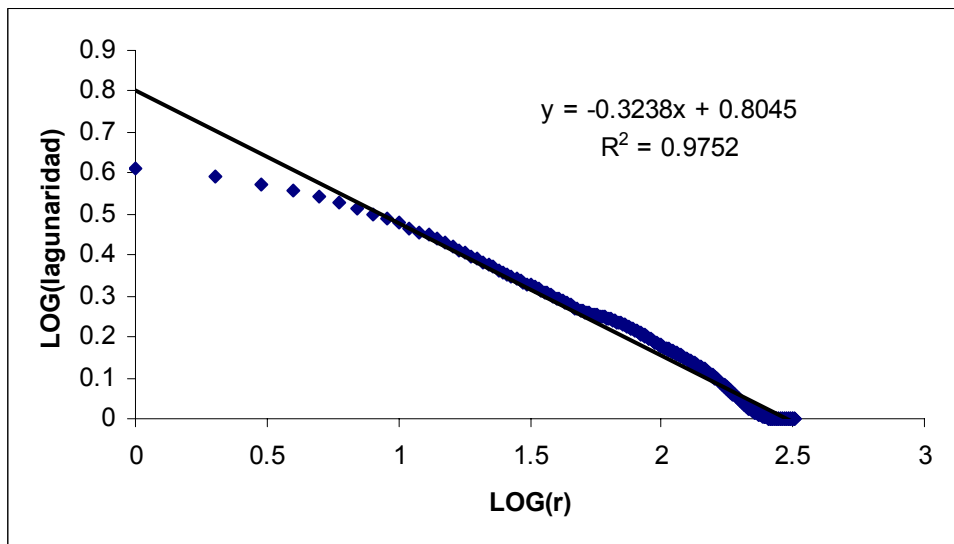


Figura 5.60b. Lagunaridad LLS pozo 16 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 17

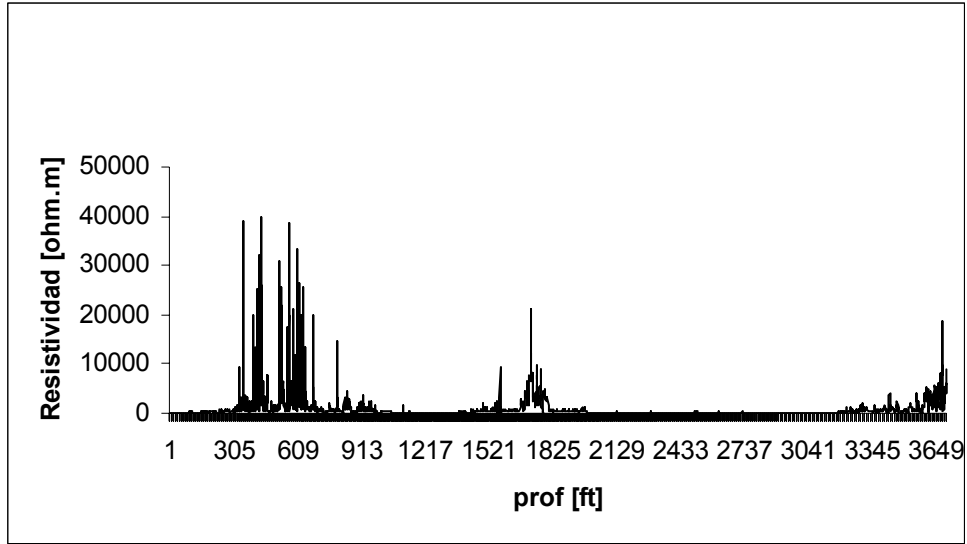


Figura 5.61a. LLD pozo 17 completo. $\Lambda(1) = 10.5$; $Drs = 1.677$

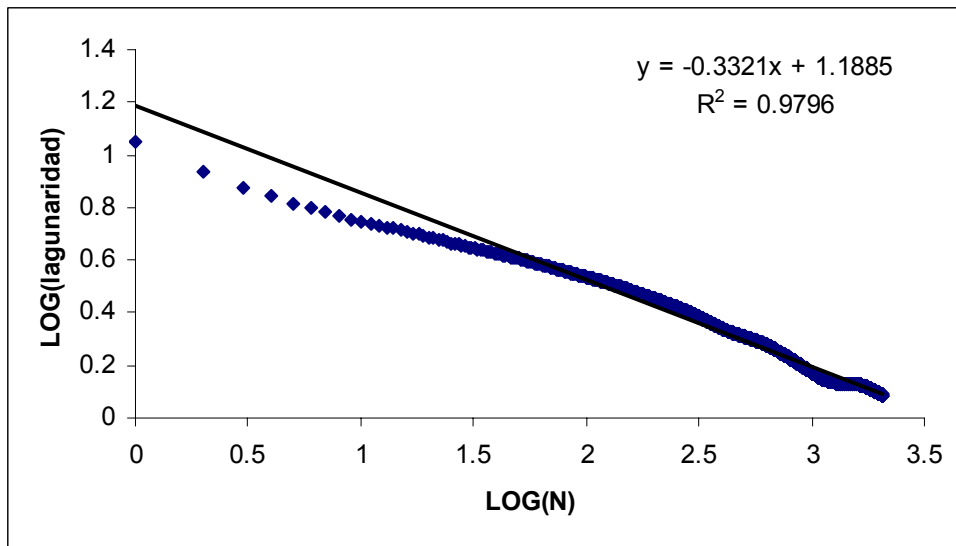


Figura 5.61b. Lagunaridad LLD pozo 17 completo

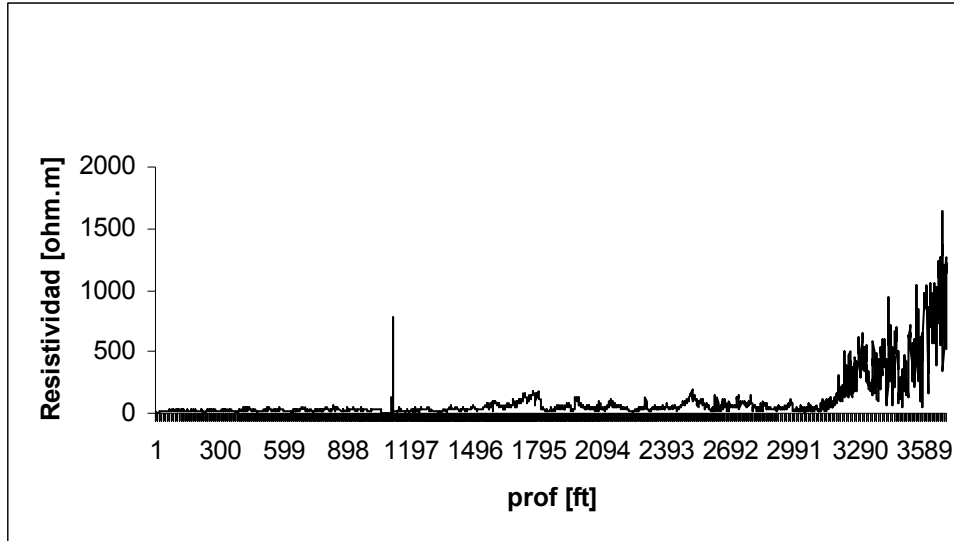


Figura 5.62a. LLS pozo 17 completo. $\Lambda(1) = 4.4$; $Drs = 1.688$

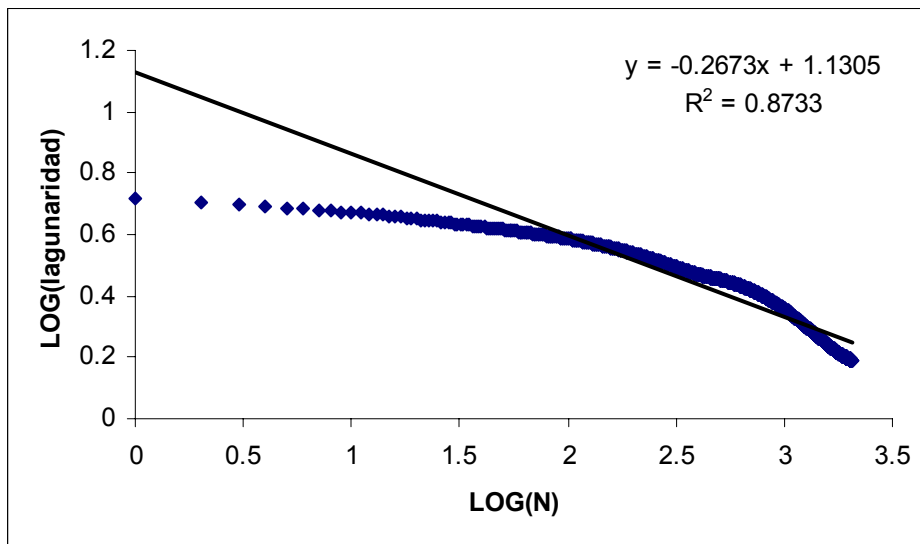


Figura 5.62b. Lagunaridad LLS pozo 17 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 18

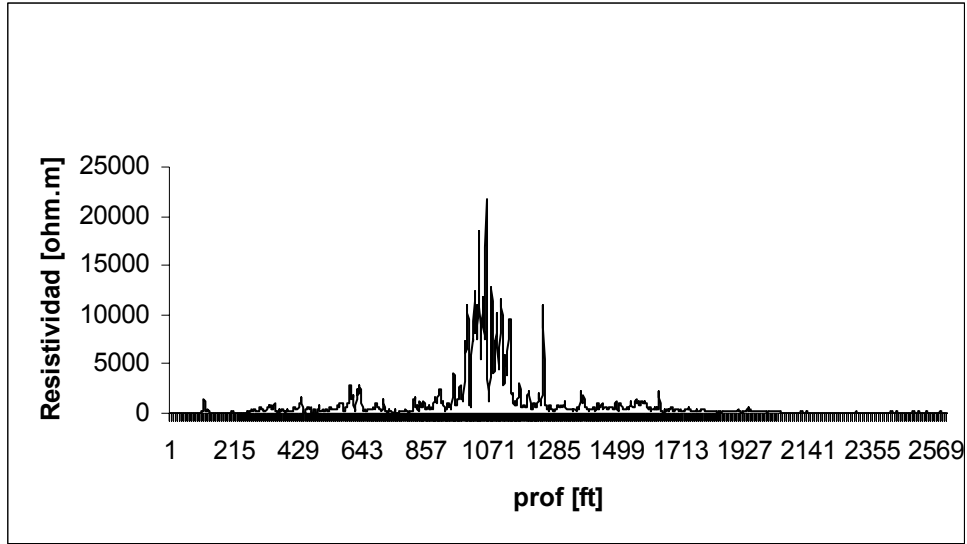


Figura 5.64a. LLD pozo 18 completo. $\Lambda(1) = 6.6$; $Drs = 1.616$

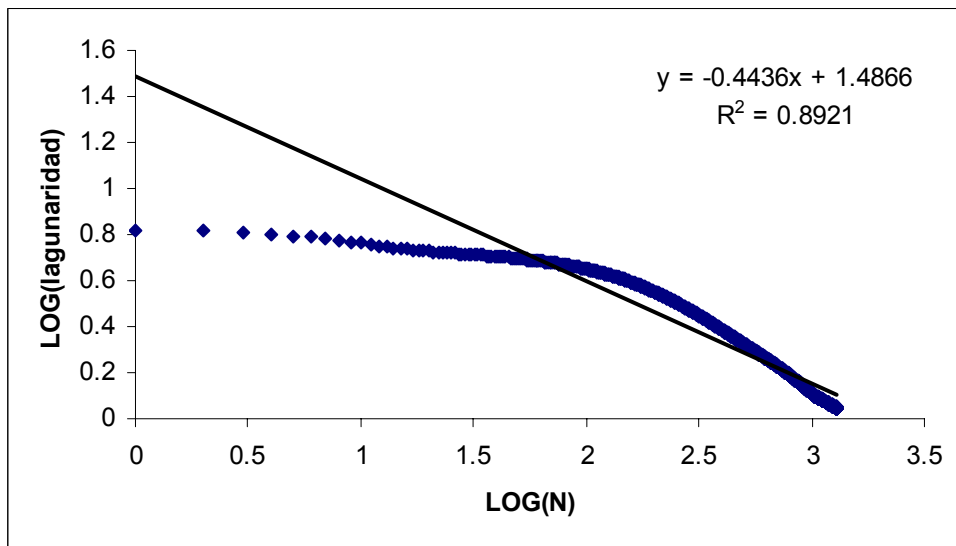


Figura 5.64b. Lagunarity LLD pozo 18 completo

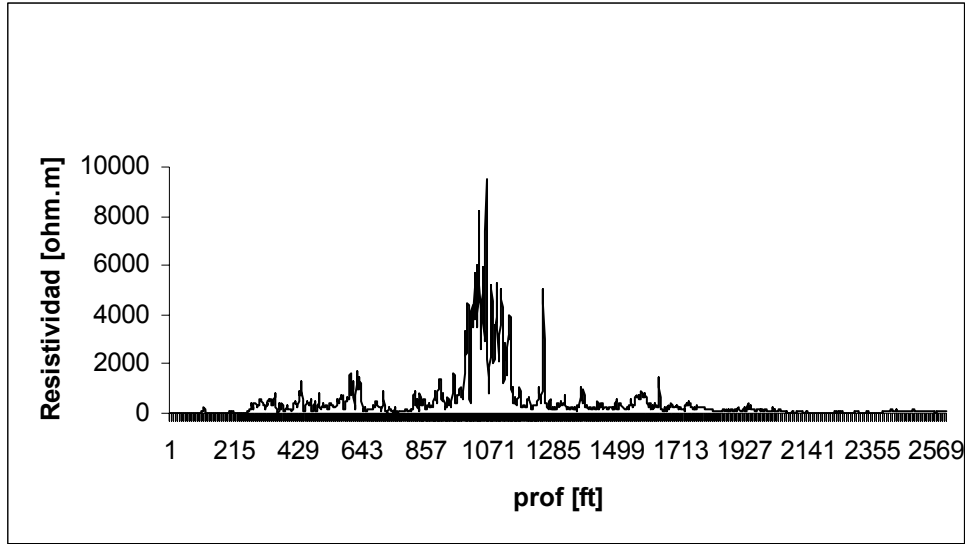


Figura 5.65a. LLS pozo 18 completo. $\Lambda(1) = 5.36$; $Drs = 1.629$

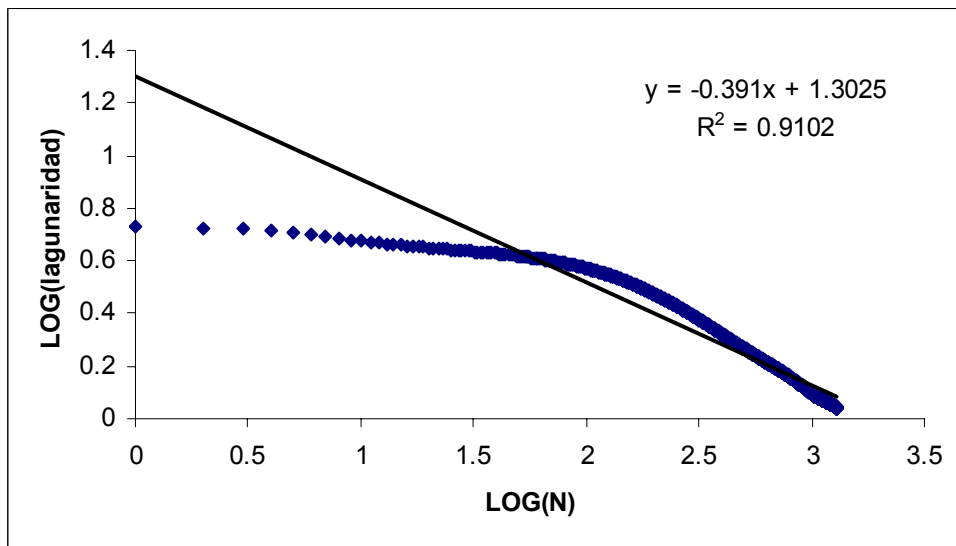


Figura 5.65b. Lagunaridad LLS pozo 18 completo

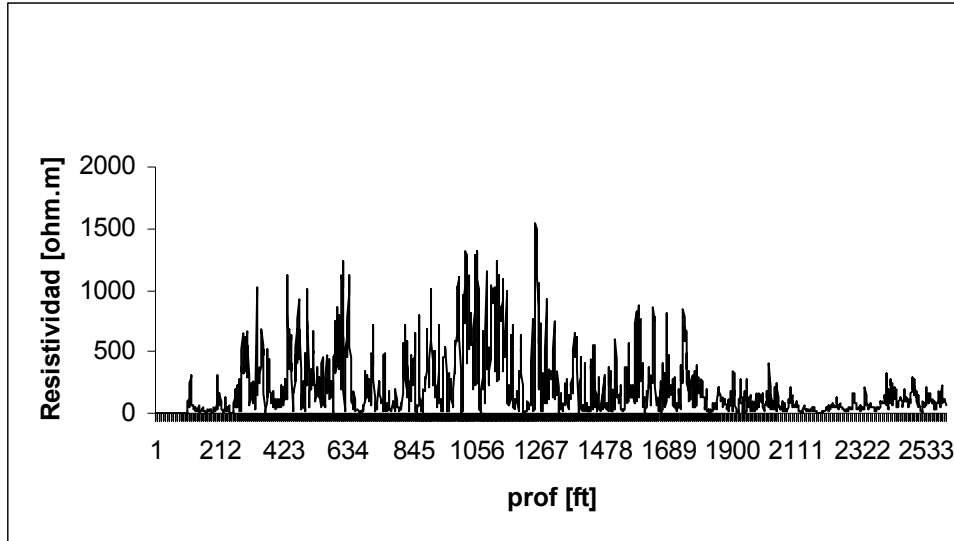


Figura 5.66a. MSFL pozo 18 completo. $\Lambda(1) = 2.58$; $Drs = 1.809$

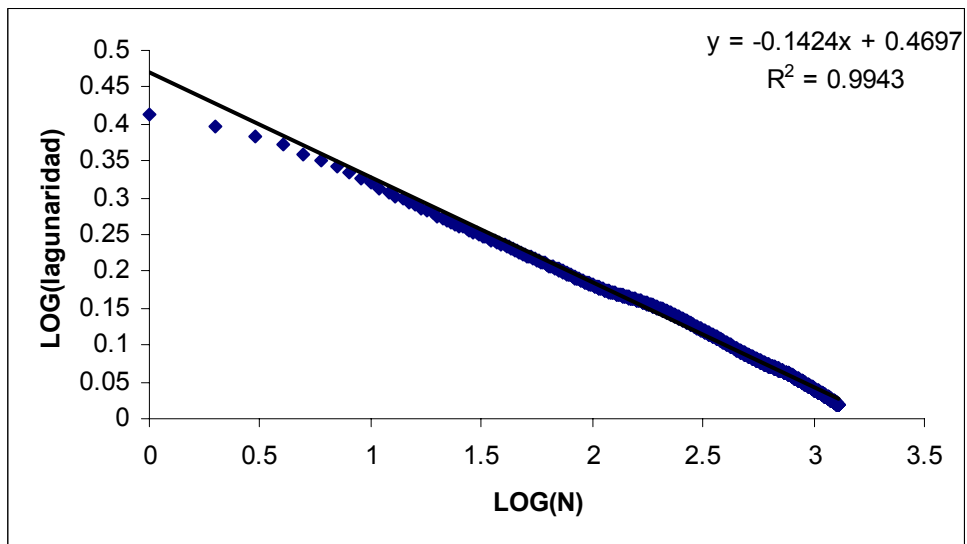


Figura 5.66b. Lagunaridad MSFL pozo 18 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 19

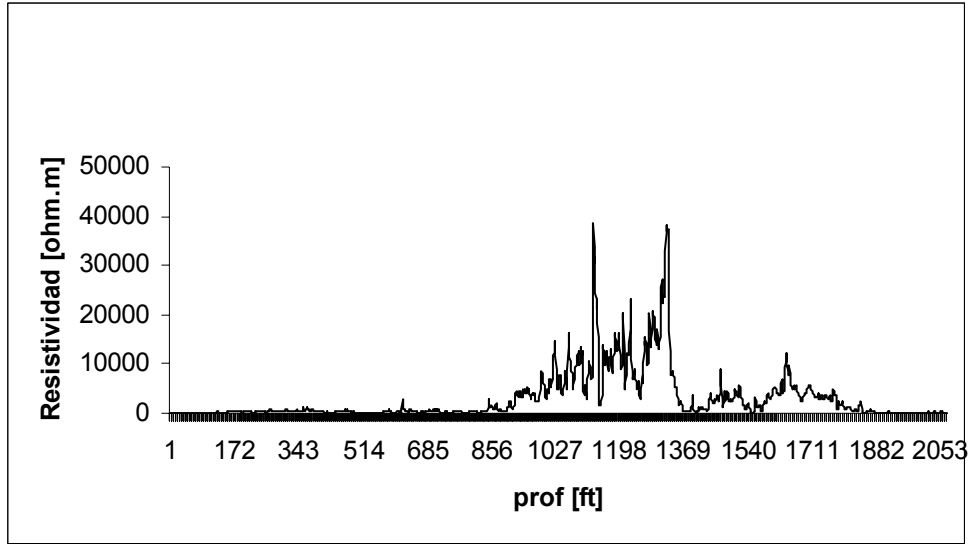


Figura 5.67a. LLD pozo 19 completo. $\Lambda(1) = 4.61$; $Drs = 1.597$

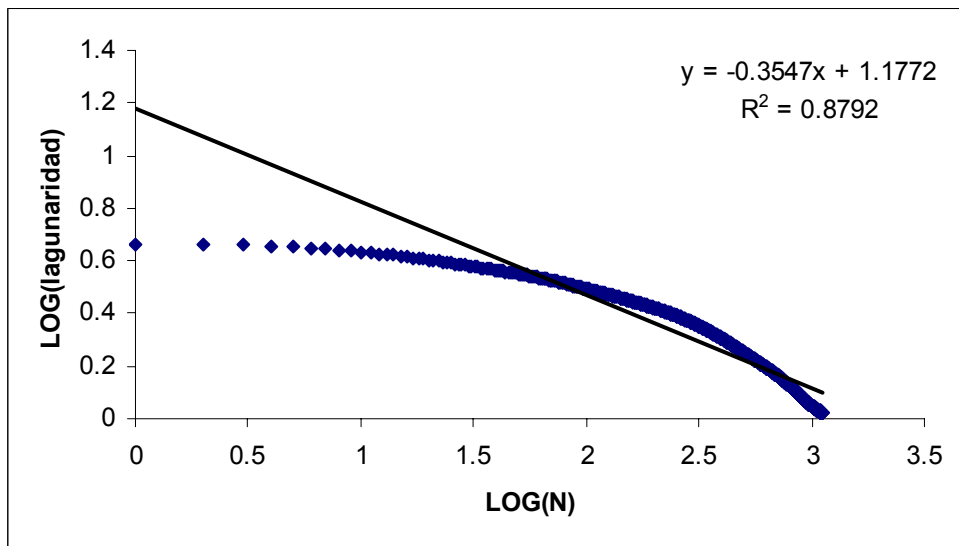


Figura 5.67b. Lagunarity LLD pozo 19 completo

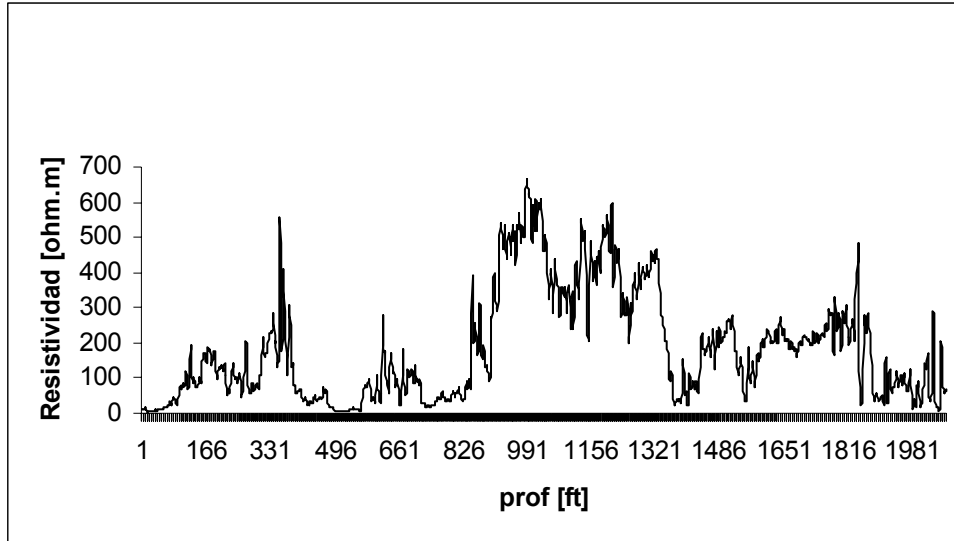


Figura 5.68a. LLS pozo 19 completo. $\Lambda(1) = 1.24$; $Drs = 1.582$

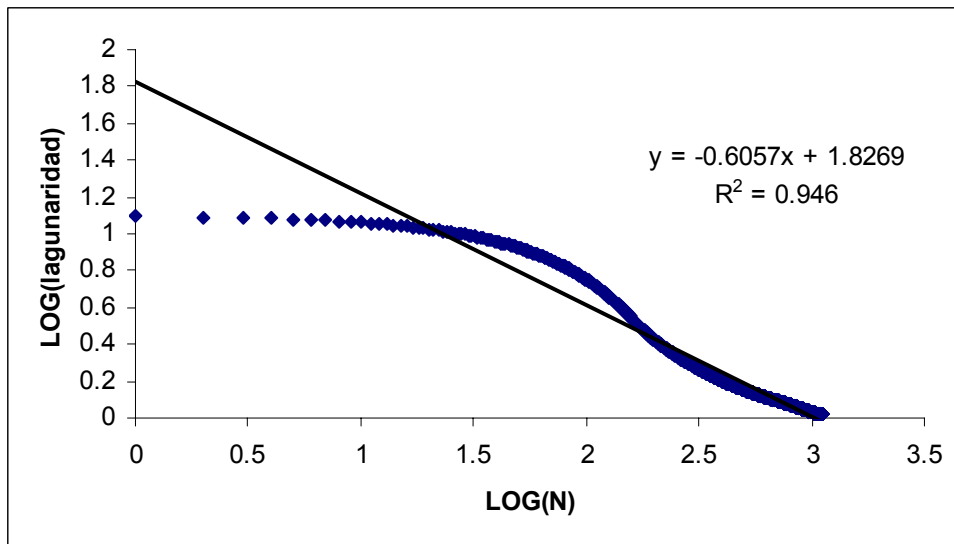


Figura 5.68b. Lagunarity LLS pozo 19 completo

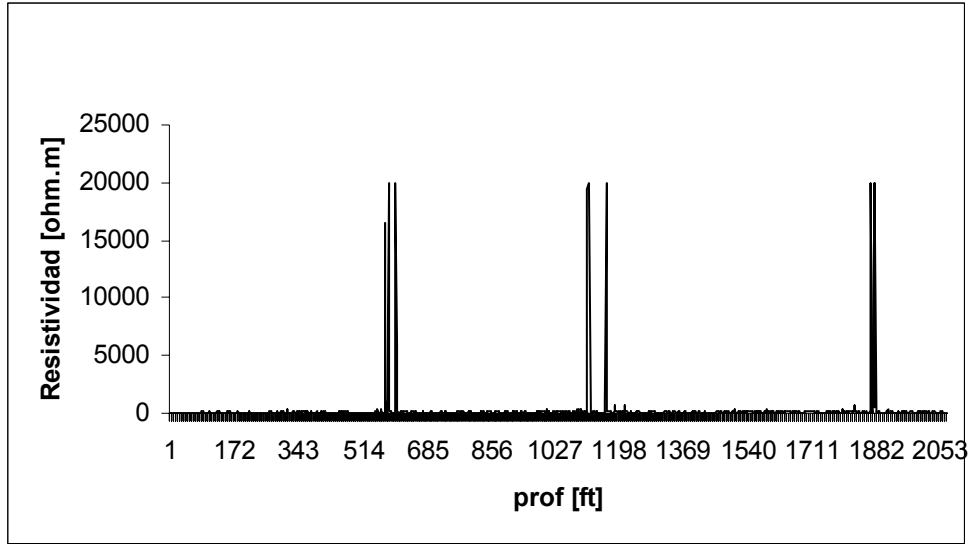


Figura 5.69a. MSFL pozo 19 completo. $\Lambda(1) = 5.82$; $Drs = 1.768$

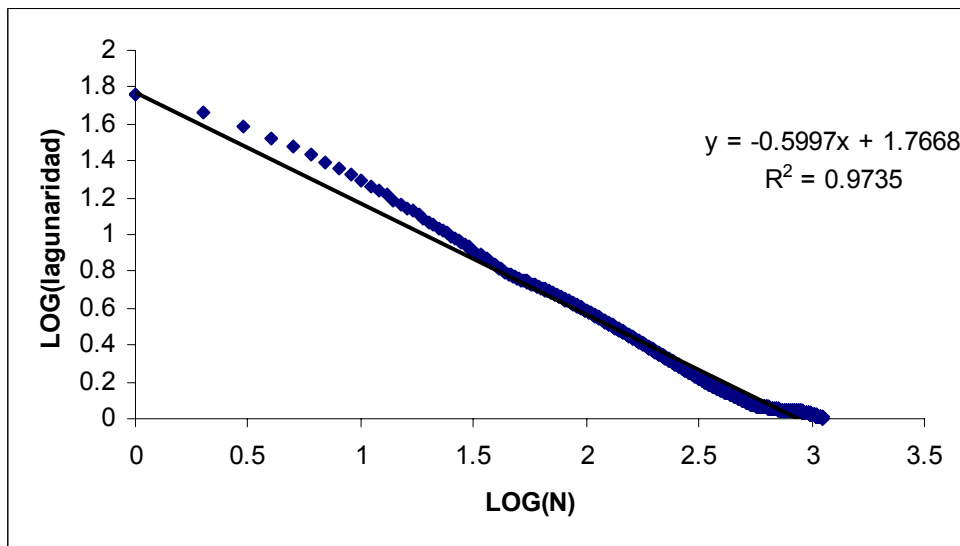


Figura 5.69b. Lagunaridad MSFL pozo 19 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 20

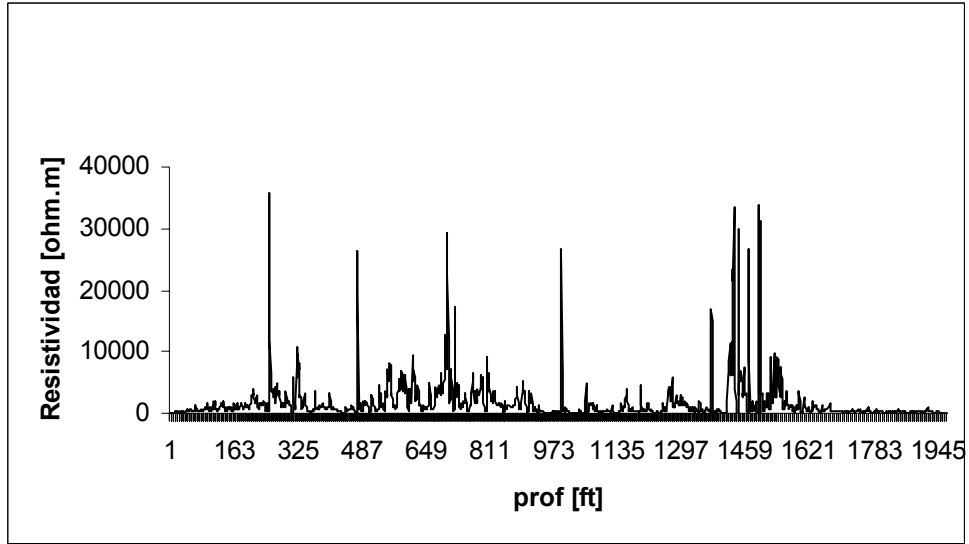


Figura 5.70a. LLD pozo 20 completo. $\Lambda(1) = 4.75$; $Drs = 1.686$

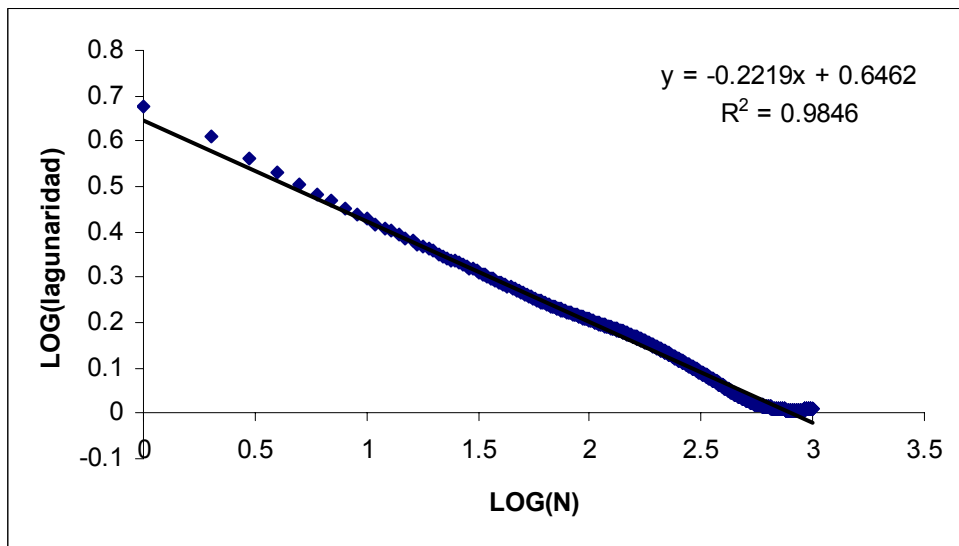


Figura 5.70b. Lagunaridad LLD pozo 20 completo

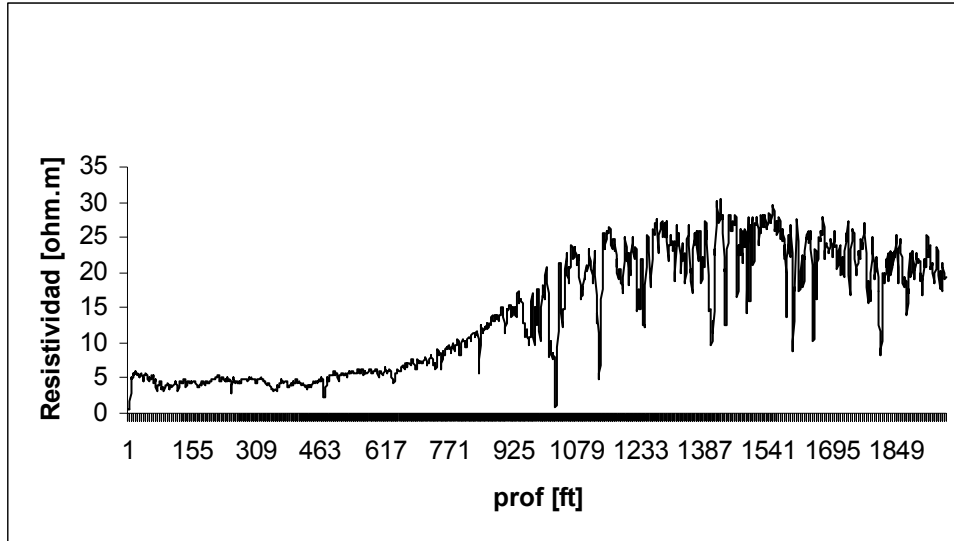


Figura 5.71a. LLS pozo 20 completo. $\Lambda(1) = 3.06$; $Drs = 1.596$

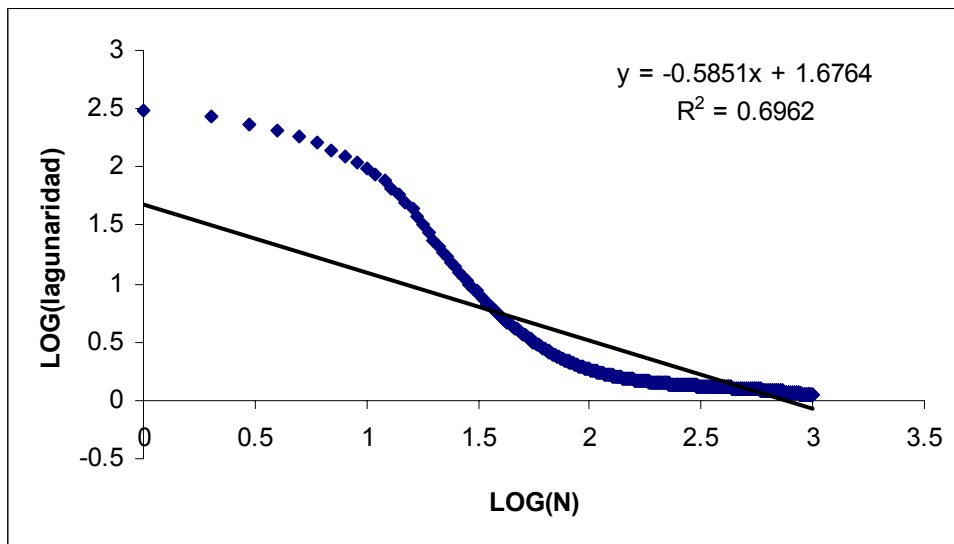


Figura 5.71b. Lagunaridad LLS pozo 20 completo

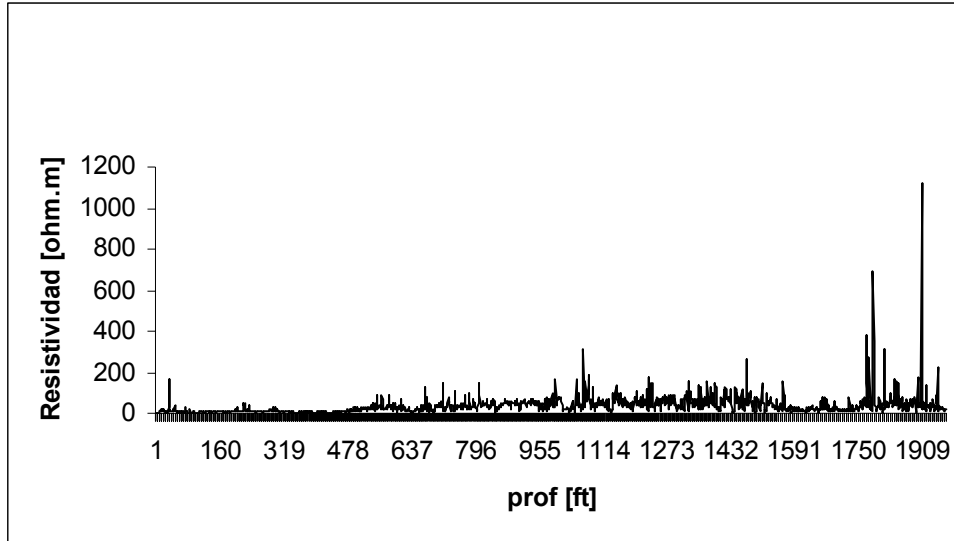


Figura 5.72a. MSFL pozo 20 completo. $\Lambda(1) = 2.6$; $Drs = 1.718$

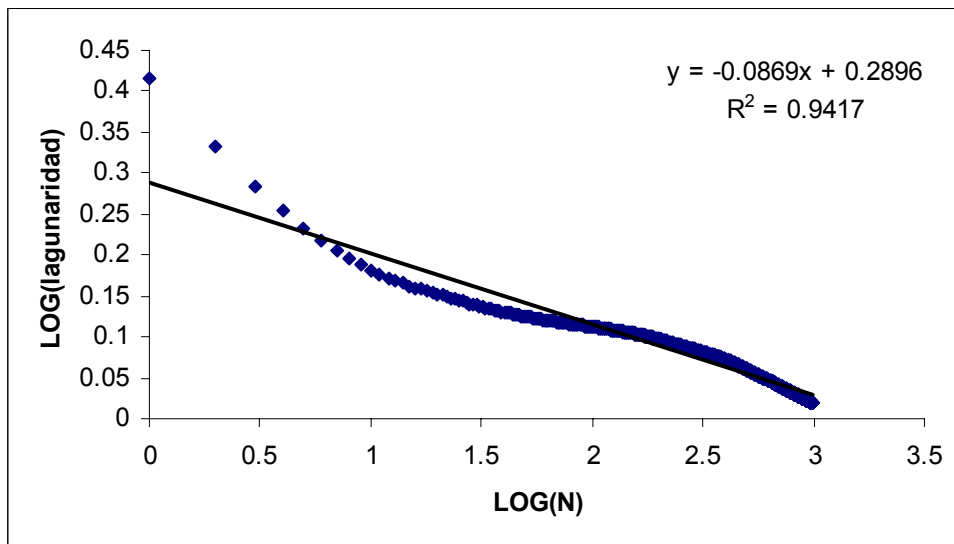


Figura 5.72b. Lagunaridad MSFL pozo 20 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 21

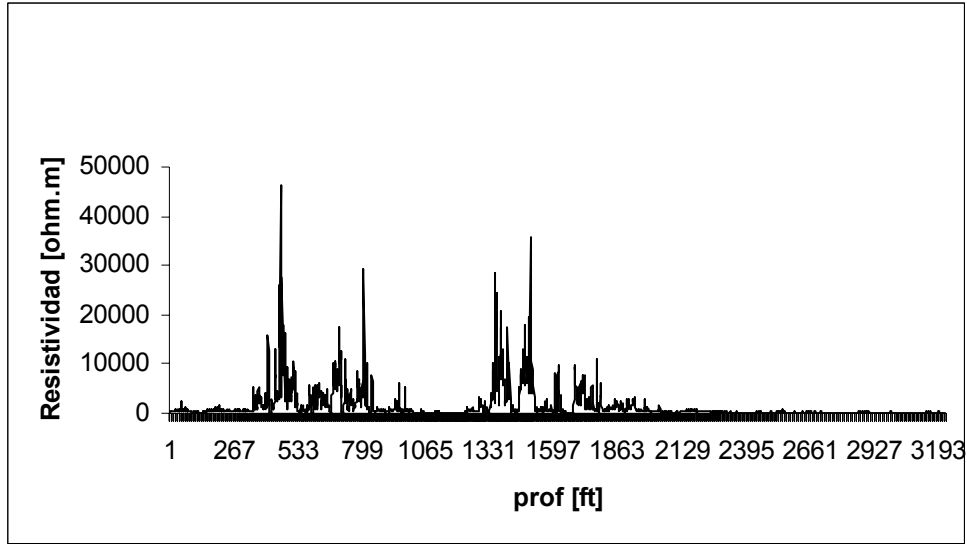


Figura 5.73a. LLD pozo 21 completo. $\Lambda(1) = 5.72$; $Drs = 1.676$

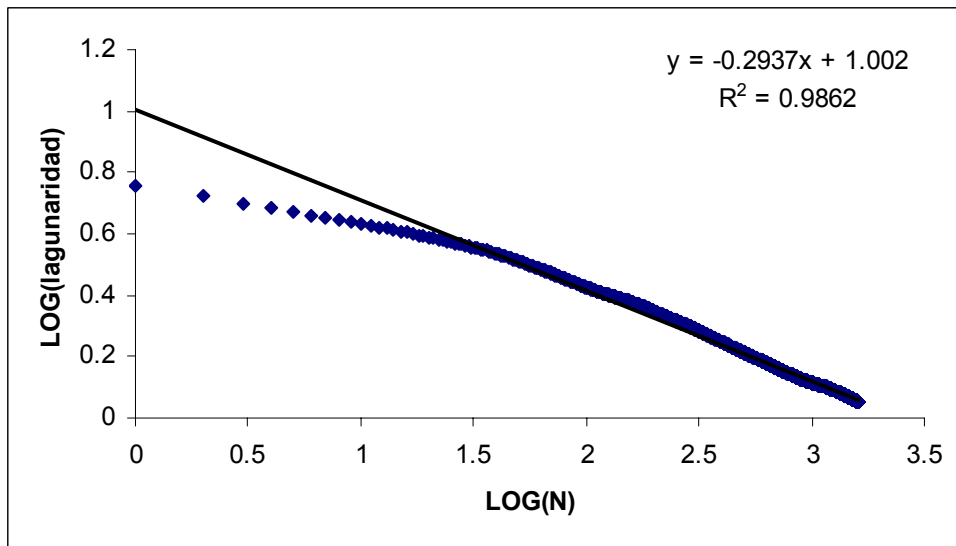


Figura 5.73b. Lagunaridad LLD pozo 21 completo

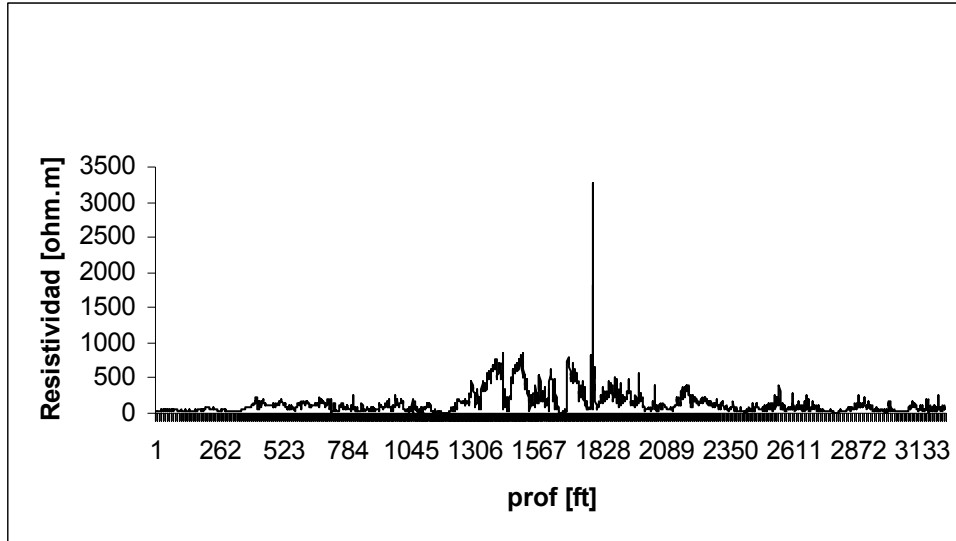


Figura 5.74a. LLS pozo 21 completo. $\Lambda(1) = 2.38$; $Drs = 1.693$

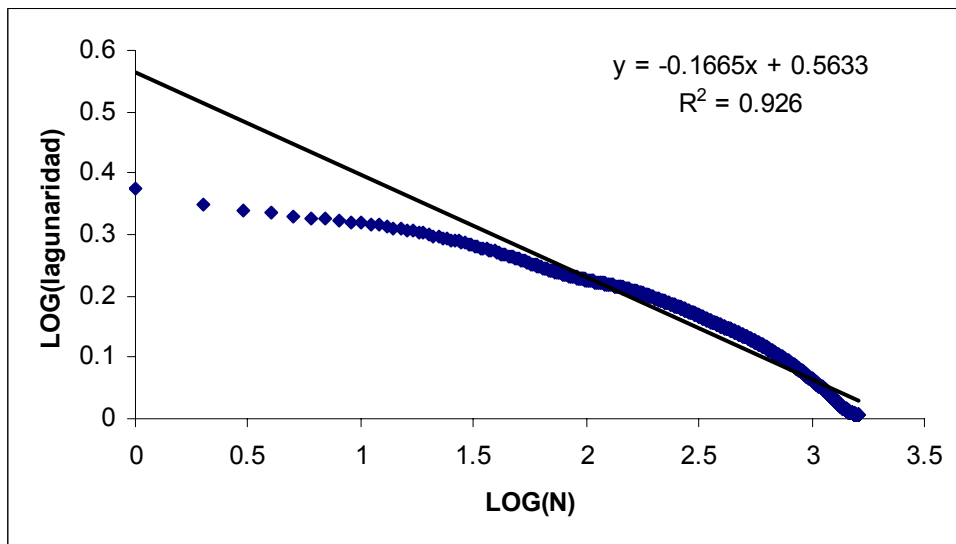


Figura 5.74b. Lagunaridad LLS pozo 21 completo

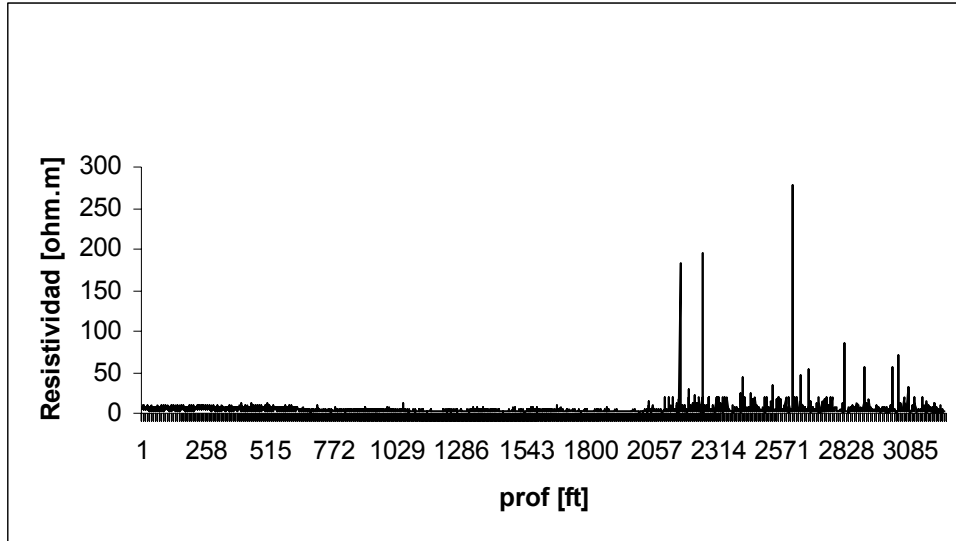


Figura 5.75a. MSFL pozo 21 completo. $\Lambda(1) = 1.35$; $Drs = 1.781$

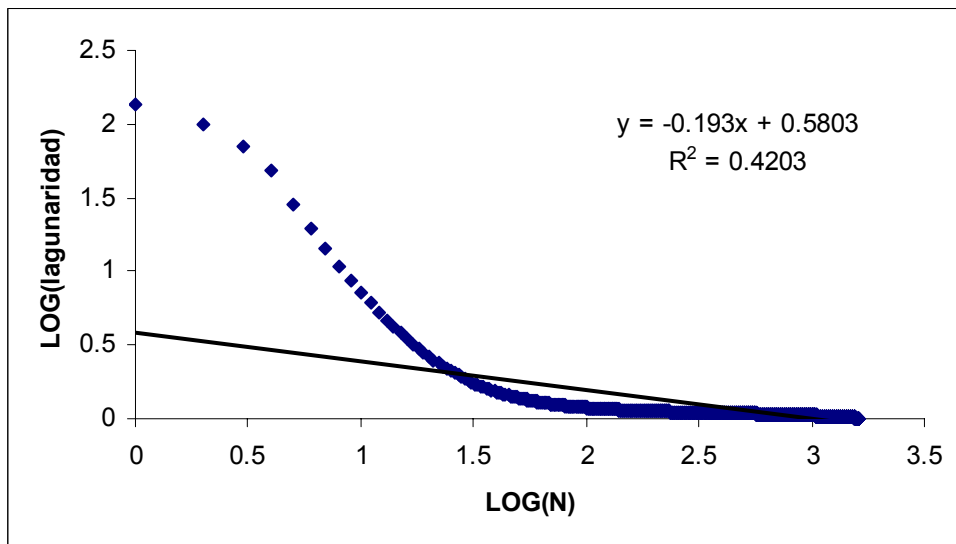


Figura 5.75b. Lagunaridad MSFL pozo 21 completo

Lagunaridad de los registros de resistividad (LLD, LLS, MSFL) pozo 22
(SIN REGISTROS DE RESISTIVIDAD)