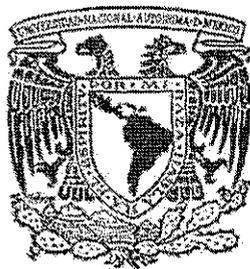


01163 1



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉTODO HÍBRIDO DE ELEMENTO FINITO Y DE FRONTERA
PARA LA EVALUACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE
MUROS DE RETENCIÓN

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

(MECÁNICA DE SUELOS)

PRESENTA:

ISAAC BONOLA ALONSO

ASESOR: DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ



MÉXICO, D. F.

NOVIEMBRE DE 2002

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, por el apoyo brindado para la realización de estos estudios.

A todos los que me apoyaron de alguna u otra forma.

DEDICATORIAS

A mi familia. La pasada, la presente, la futura, la de siempre. Gracias por ser mi aire.

Entregada a la Dirección General de Bibliotecas de UNAM a difundir en formato electrónico e impreso el contenido de mi trabajo recepcionado

NOMBRE: ISAAC BONOLA

ALPSSB

FECHA: 5 - NOV - 2002

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

*A bordo de esta expedición
va un loco, un albañil,
un nigromante, un ruiseñor
y un beso espadachín.
Nos falta un día, un niño, un don
para sobrevivir.*

Pilvio Rodríguez

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Sólo como guerrero se puede sobrevivir en el camino del
conocimiento.
Porque el arte del guerrero es equilibrar el terror de ser hombre
con el prodigio de ser hombre.

Carlos Castañeda en Viaje a Ixllán

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Resumen

En este trabajo se estudian las presiones sobre el muro y fuerzas asociadas inducidas por un movimiento del subsuelo, bajo condiciones de respuesta elástica. Se presenta un sistema definido por un muro rígido que contiene un *relleno* estratificado horizontalmente en el que se propagan ondas de tipo armónico generadas por la excitación, horizontal o vertical, en su base. La longitud del *relleno* puede ser semi-infinita (modelo *muro-relleno*) o finita (modelo *muro-relleno-suelo*)

Los estratos que constituyen el *relleno* son isótropos y pueden no ser homogéneos uno con respecto a otro, con comportamiento viscoelástico lineal y con continuidad de esfuerzos y deformaciones en el contacto entre estratos. Estos contactos son planos paralelos a la superficie y a la base del *relleno*. En el modelo de longitud finita se incluye una frontera vertical entre el *relleno* y el *suelo* circundante con características diferentes a las del *relleno*.

Los modelos presentados, a diferencia de otros, son "exactos" ya que consideran deformaciones tanto horizontales como verticales en su funcionamiento.

La respuesta del sistema (cortantes y momentos en la base del muro) se obtiene con un método híbrido de elemento finito y de frontera con una técnica conocida como "método del estrato delgado". En este trabajo se describen las características de los sistemas estudiados (*muro-relleno* o semi-infinito y *muro-relleno-suelo* o finito) y se detalla el análisis para obtener las soluciones en cada uno de estos sistemas. Finalmente, se presentan la calibración del modelo, la comparación con otros trabajos desarrollados anteriormente y los resultados de un estudio paramétrico en el que se muestran los efectos del amortiguamiento, relación de Poisson, heterogeneidad de los estratos, longitud del *relleno* y contraste de rigidez entre el *relleno* y *suelo*.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Índice

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	6
1.1.1. Método de Mononobe-Okabe	7
1.1.2. Método de Wood	8
1.1.3. Método de Richards y Elms	9
1.1.4. Método de elemento finito	10
2. PROPAGACIÓN DE ONDAS EN ESTRATOS DE SUELO	
2.1. Modos generalizados de Rayleigh	11
2.2. Tipos de modos	19
2.3. Superposición modal	20
3. MODELO PARA EL CÁLCULO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE MUROS DE RETENCIÓN	
3.1. Sistema <i>muro-relleno</i> o semi-infinito	24
3.2. Sistema <i>muro-relleno-suelo</i> o finito	29
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	
4.1. Calibración del modelo	36
4.2. Comparación de resultados	44
4.3. Análisis paramétrico	48
4.3.1. Excitación horizontal	48
4.3.1.1. Efecto del amortiguamiento, β	48
4.3.1.2. Efecto de la relación de Poisson, ν	50
4.3.1.3. Efecto de la heterogeneidad de los estratos	51
4.3.1.4. Efecto de la longitud del <i>relleno</i>	54
4.3.1.5. Efecto del contraste entre el <i>relleno</i> y el <i>suelo</i>	56
4.3.2. Excitación vertical	58
4.3.2.1. Efecto del amortiguamiento, β	58
4.3.2.2. Efecto de la relación de Poisson, ν	60

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.3.2.3. Efecto de la heterogeneidad de los estratos	61
4.3.2.4. Efecto de la longitud del <i>relleno</i>	64
4.3.2.5. Efecto del contraste entre el <i>relleno</i> y el <i>suelo</i>	65
4.4. Ejemplos de aplicación	67
5. CONCLUSIONES	83
BIBLIOGRAFÍA	87
APÉNDICE A	89
NOTACIÓN	93

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 1

Introducción

Las fuerzas dinámicas laterales que actúan sobre estructuras de retención usualmente se deben a tres causas principales: sismos, explosiones y tráfico vehicular. Los efectos dinámicos de cargas en movimiento, tales como vehículos, son a menudo pequeñas y pueden ser tomadas en cuenta fácilmente en el diseño por la aplicación de cargas equivalentes apropiadas.

Los sismos y las explosiones tienen muchas similitudes; por ejemplo, ambos producen esfuerzos vibratorios por un período limitado, sin embargo, tienen también diferencias fundamentales desde el punto de vista de los efectos que producen las fuerzas laterales.

Aún los sismos superficiales, normalmente se generan a una profundidad que va de 8 a 15 km y, por lo tanto, en la profundidad donde se localizan los estratos de suelos de interés en la ingeniería civil, los movimientos y fuerzas se deben principalmente a la propagación vertical de los movimientos de las formaciones de roca subyacentes. Por otro lado, las explosiones normalmente ocurren relativamente cerca de la superficie por lo que sus efectos significativos se deben a la propagación horizontal de los movimientos a través directamente de los estratos de suelo en que son generadas.

Tomando en cuenta lo anterior, la posibilidad de que haya movimientos de estructuras de retención debido al incremento de las presiones laterales puede considerarse un importante problema de diseño en regiones sísmicas.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El problema de los muros de retención es uno de los más viejos en ingeniería geotécnica; muchos de los principios fundamentales de la mecánica de suelos fueron desarrollados precisamente para permitir un diseño racional de muros de retención. En los últimos años el desarrollo de materiales metálicos, poliméricos y geotextiles ha conducido al desarrollo de una variedad de nuevos e innovadores sistemas de retención de suelos.

Los muros de retención a menudo se clasifican en términos de su masa, flexibilidad y condiciones de anclaje o refuerzo (figura 1.1). Los muros de gravedad son las estructuras de retención más simples y viejas que se conocen y una de sus características principales es su gran volumen así como su rigidez que impide que su cuerpo se flexione, por lo que sus movimientos ocurren esencialmente por traslación y/o rotación de cuerpo rígido. Los muros en cantiliver pueden flexionarse así como girar y deslizarse, dependiendo de su resistencia a la flexión para resistir la presión lateral del suelo. La distribución de la presión lateral del suelo en los muros en cantiliver está influenciada por la rigidez y deformación tanto del muro como del suelo. Los muros reforzados están limitados contra cierto tipo de movimientos debido a la presencia de elementos externos de refuerzo (Kramer, L. S., 1996).

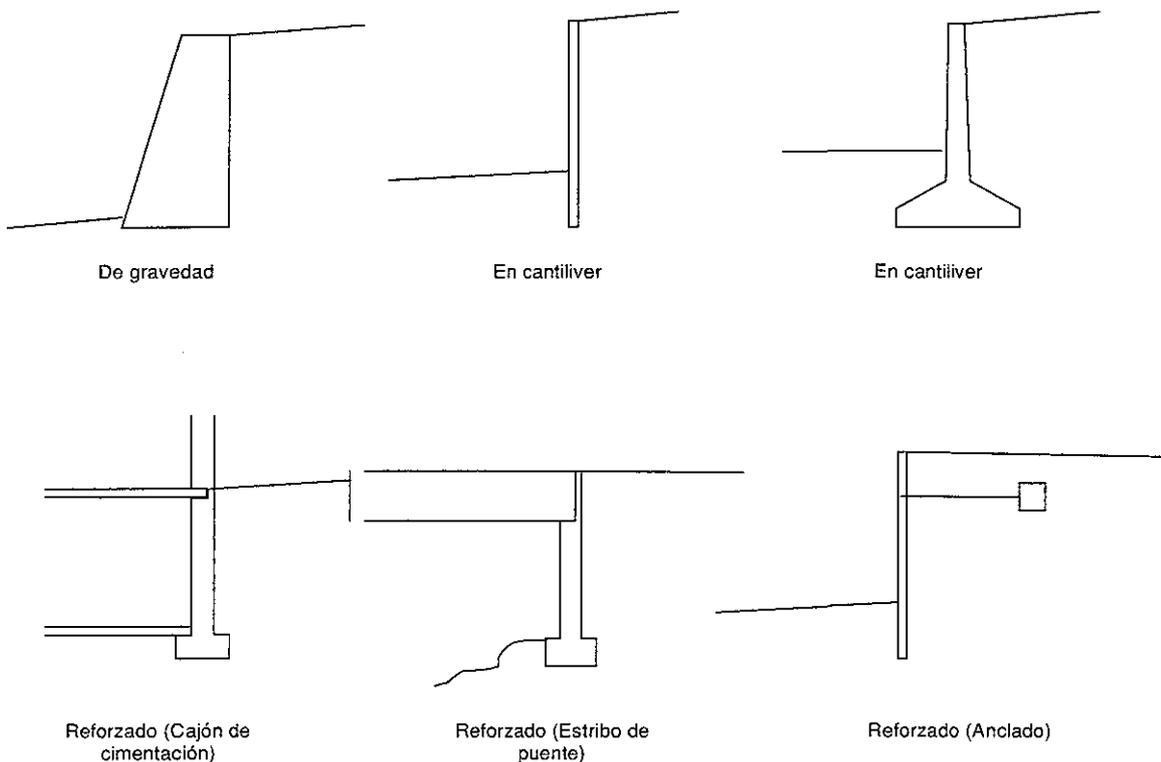


Figura 1.1. Tipos comunes de muros de retención

Para diseñar muros de retención es necesario definir la palabra falla y conocer como pueden fallar los distintos tipos de muros. En condiciones estáticas los

muros de retención están bajo la acción de fuerzas relacionadas con la masa del muro, la presión del suelo y por fuerzas externas como las transmitidas por elementos de refuerzo. Un muro de retención diseñado apropiadamente debe alcanzar el equilibrio de estas fuerzas sin inducir esfuerzos que se aproximen a la resistencia al esfuerzo cortante del suelo. Durante un sismo, sin embargo, las fuerzas inerciales y los cambios en la resistencia del suelo pueden alterar el equilibrio y causar deformaciones permanentes en el muro. La falla, sea por deslizamiento, volteo, flexión o algún otro mecanismo, ocurre cuando estas deformaciones permanentes se vuelven excesivas. La pregunta sobre qué nivel de deformación se considera excesiva depende de muchos factores y es mejor contestarla con base en las condiciones del sitio específico (Kramer, L. S., 1996).

Los muros de gravedad, propósito de este trabajo, fallan generalmente por mecanismos de cuerpo rígido tales como deslizamiento, volteo o inestabilidad total (figura 1.2). La falla por deslizamiento ocurre cuando el equilibrio de fuerzas horizontales se rompe (es decir, cuando las fuerzas laterales sobre el muro exceden la resistencia al esfuerzo cortante disponible en la base del muro). La falla por volteo ocurre cuando el equilibrio de momentos no se satisface; involucrándose comúnmente también la falla por capacidad de carga en la base del muro. Los muros de gravedad pueden fallar también por inestabilidad total de los suelos que se encuentran detrás y debajo de la estructura de retención, mecanismo que puede ser analizado como una falla por inestabilidad del talud que abarca al muro.

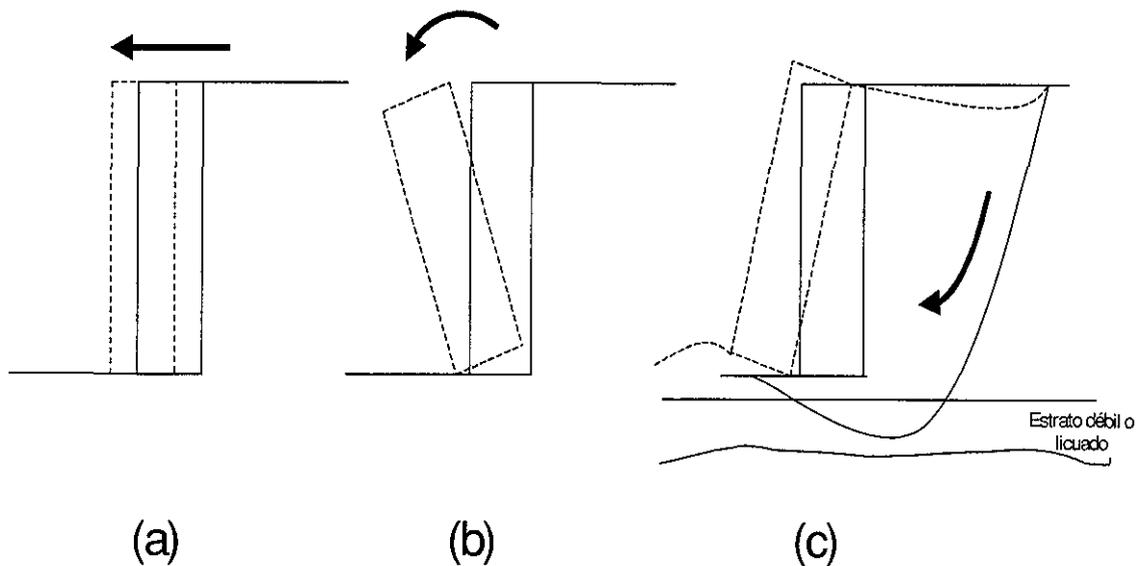


Figura 1.2. Mecanismos típicos de falla en muros de gravedad: (a) falla por deslizamiento o traslacional, (b) falla por volteo o rotacional, (c) falla por inestabilidad total.

Los muros en cantiliver están sujetos a los mismos mecanismos de falla que los muros de gravedad y además a la falla por flexión. Las presiones del suelo y los

momentos flexionantes en este tipo de muros depende de su geometría, rigidez y resistencia del sistema muro-suelo (figura 1.3 a y b). Si el momento flexionante excede la resistencia a la flexión del muro ocurre la falla por flexión (figura 1.3 c)

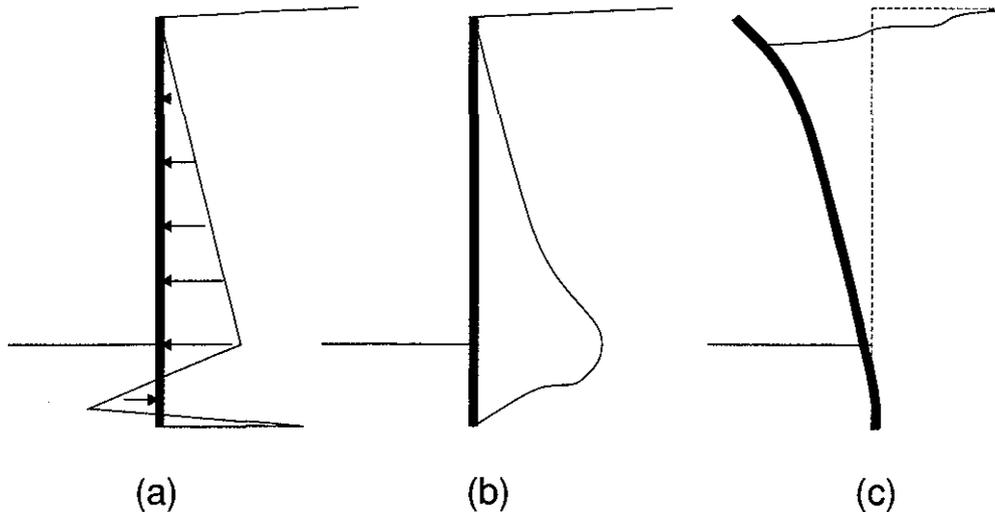


Figura 1.3. (a) Presiones del suelo, (b) momentos flexionantes, (c) mecanismo de falla por flexión en muros en cantiliver:

Los muros reforzados fallan generalmente por inestabilidad total, volteo, flexión y/o por la falla de los elementos de refuerzo. El volteo de estos muros comúnmente involucra la rotación con respecto al punto en que los refuerzos actúan sobre el muro (a menudo en la parte alta en el caso de estribos en puentes, figura 1.4 a). Los muros anclados con una penetración inadecuada pueden voltearse "pateando" la base (figura 1.4 b). Asimismo, como en el caso de los muros en cantiliver, los muros anclados también pueden fallar por flexión (figura 1.4 c).

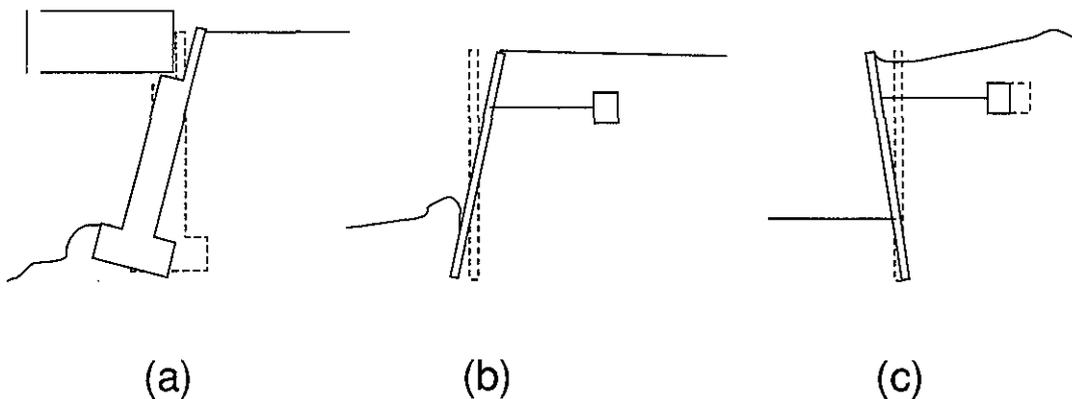


Figura 1.4. Modos de falla potencial de muros reforzados: (a) rotación del estribo del puente en torno a la parte superior, (b) rotación de la tablestaca anclada debido a la carencia de resistencia pasiva ("pateo"), (c) capacidad de anclaje inadecuado.

En el análisis y diseño sísmico de estructuras de retención es fundamental la evaluación de las presiones dinámicas del suelo sobre dichas estructuras. Aunque estos sistemas han sido el objeto de numerosos estudios a través de los años, su respuesta dinámica hasta nuestros días no es bien comprendida debido a la carencia de información adecuada sobre tal respuesta y de métodos de análisis racionales pero simples que puedan ser usados de manera confiable en el diseño a un costo adecuado.

De acuerdo con Veletsos y Younan, 1994b, los métodos para el análisis de este tipo de problemas pueden ser clasificados convenientemente en tres categorías: 1) aquéllos en los que los movimientos relativos del muro y el relleno son lo suficientemente grandes que inducen un estado límite o de falla del suelo; 2) aquéllos en los que el muro no es flexible y los movimientos del subsuelo son de intensidad lo suficientemente baja que se puede considerar que el material del relleno responde dentro del rango de deformaciones linealmente elásticas; y 3) los casos intermedios en los que las propiedades reales no lineales, histeréticas del suelo son consideradas explícitamente.

Este trabajo corresponde más a la segunda categoría y en él se estudian las presiones sobre el muro y fuerzas asociadas inducidas por un movimiento del subsuelo, bajo condiciones de respuesta elástica. Este tipo de respuesta ha sido también estudiado en el pasado por Matuo y Ohara, 1960; sin embargo la exactitud de sus soluciones no pudo ser confirmada ya que no presentaron soluciones numéricas. En una serie de estudios, Wood, 1975, proporcionó soluciones analíticas y resultados numéricos amplios para la respuesta de un estrato de longitud finita excitado uniformemente a lo largo de su base y sus dos fronteras verticales. Los análisis de Wood, 1975, fueron realizados por superposición modal y pueden ser usados para estratos de longitud semi-infinita. Scott, 1973, propuso un modelo simple basado en un modelo de viga de cortante para obtener las respuestas tanto de sistemas de longitud semi-infinita como de longitud finita, tal como los investigados por Wood, 1975. El modelo de Scott, 1973, ha sido usado ampliamente y las variaciones de él han sido empleados en análisis de pilas y estructuras cilíndricas enterradas. Arias et al, 1981, presentaron una representación simplificada de un medio elástico y proporcionaron expresiones analíticas relativamente simples para las presiones sobre el muro inducidas tanto por excitaciones armónicas como sísmicas. Veletsos y Younan, 1994b, realizaron una evaluación crítica de las presiones dinámicas y fuerzas asociadas inducidas por un movimiento del subsuelo sobre un muro de retención rígido que retiene un relleno de longitud semi-infinita, viscoelástico y de espesor constante. En su trabajo presentan el análisis desarrollado para obtener la respuesta del sistema y resultados numéricos que dan información sobre los efectos e importancia relativa de los parámetros involucrados.

Los modelos presentados en este trabajo tratan de explicar desde un punto de vista distinto a los presentados anteriormente la respuesta sísmica de muros de gravedad. Estos modelos, a diferencia de otros, son "exactos" ya que en ellos no se introducen a priori hipótesis sobre las ecuaciones que gobiernan su

comportamiento (por ejemplo, consideran deformaciones tanto horizontales como verticales del suelo) además de que introducen en su funcionamiento a la excitación vertical en la base. La estratificación es también una aportación importante que se hace, ya que está comprobado que, aún en un relleno que contenga un solo tipo de suelo, las propiedades dinámicas varían con la profundidad por efecto del confinamiento.

El sistema presentado está definido por un muro rígido que contiene un *relleno* estratificado horizontalmente en el que se propagan ondas de tipo armónico generadas por la excitación, horizontal o vertical, en su base. La longitud del *relleno* puede ser semi-infinita (modelo *muro-relleno*) o finita (modelo *muro-relleno-suelo*)

Los estratos que constituyen el *relleno* son isótropos y pueden no ser homogéneos uno con respecto a otro, con comportamiento viscoelástico lineal y con continuidad de esfuerzos y deformaciones en el contacto entre estratos. Estos contactos son planos paralelos a la superficie y a la base del *relleno*. En el modelo de longitud finita se incluye una frontera vertical entre el *relleno* y el *suelo* circundante con características diferentes a las del *relleno*.

La respuesta del sistema (cortantes y momentos en la base del muro) se obtiene con un método híbrido de elemento finito y de frontera con una técnica conocida como "método del estrato delgado" descrita en el capítulo dos de este trabajo. En el capítulo tres se describen las características de los sistemas estudiados (*muro-relleno* o semi-infinito y *muro-relleno-suelo* o finito) y se detalla el análisis para obtener las soluciones en cada uno de estos sistemas. En el capítulo cuatro se presenta la calibración del modelo, la comparación con otros trabajos desarrollados anteriormente y los resultados de un estudio paramétrico en el que se muestran los efectos del amortiguamiento, relación de Poisson, heterogeneidad de los estratos, longitud del *relleno* y contraste de rigidez entre el *relleno* y *suelo*. Además se presentan tres ejemplos que muestran la aplicación de la herramienta numérica desarrollada. Finalmente en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y recomendaciones sobre el trabajo realizado. La estructura y funcionamiento del programa de cómputo desarrollado se presentan en el apéndice A.

El desarrollo de los capítulos dos y tres se basan y siguen lineamientos similares a los presentados en los trabajos de Lysmer y Drake, 1971, Tassoulas y Kausel, 1981 y Avilés, 1993.

1.1. Antecedentes

El cálculo de las presiones, fuerzas y desplazamientos que se desarrollan sobre un muro de retención durante un sismo es un problema complejo que depende de varios aspectos tales como: el comportamiento del suelo que forma el relleno, la

respuesta propia del muro, la interacción entre muro y relleno y la naturaleza de la excitación.

Debido a la carencia en la literatura de casos históricos bien documentados con mediciones *in situ* de la respuesta sísmica de muros de retención, los modelos numéricos y físicos de laboratorio han resultado ser una alternativa muy útil para el mejor entendimiento del comportamiento dinámico de los muros de retención. Desafortunadamente en la elaboración de dichos modelos se han tenido que establecer hipótesis simplificadoras que hagan posible la obtención de resultados ya sea numéricos o experimentales. Además, muchos experimentos de laboratorio en muros de retención se han hecho persiguiendo objetivos muy particulares, lo que ha hecho imposible la plena utilización de sus resultados. Aún con esto, tales modelos han generado una gran cantidad de información y colaborado de manera muy importante en la comprensión de tan complicado fenómeno.

A solicitud expresa de uno de los revisores de este trabajo, a continuación se presentan de manera general los distintos métodos que han sido utilizados para el análisis sísmico de muros de retención.

1.1.1. Método de Mononobe-Okabe

Okabe, 1926 y Mononobe y Matuo, 1929, desarrollaron las bases de un análisis pseudo-estático para determinar la presión sísmica sobre estructuras de retención conocido comúnmente como método de Mononobe-Okabe (M – O).

El método M – O, desarrollado inicialmente para rellenos granulares secos, es una extensión del método de Coulomb para calcular empujes de tierra en las que se incluyen fuerzas de inercia adicionales debidas a las componentes horizontal y vertical de la aceleración. Este método supone que si el muro se desplaza suficientemente existirá un estado de falla incipiente en el relleno y una cuña de suelo en equilibrio límite. Dependiendo de la dirección del desplazamiento del muro se tendrán estados activos o pasivos aunque en el caso sísmico los estados de esfuerzos en el relleno son preponderantemente activos (Aguilar, 1999).

La ecuación presentada en el método M – O para el empuje activo máximo es la siguiente:

$$E_{ae} = \frac{1}{2} \gamma H^2 (1 - k_v) K_{ae}$$

donde γ es el peso volumétrico del relleno y H la altura del muro. El coeficiente K_{ae} depende de las características geométricas del muro, de las propiedades mecánicas del relleno y del nivel de aceleración expresado en términos de los coeficientes sísmicos horizontal y vertical, k_h y k_v respectivamente.

Las objeciones que se pueden argumentar contra el uso de la fórmula de M – O son serias, entre ellas se tiene que no todos los muros de retención sujetos a empujes sísmicos garantizan un estado activo del relleno, se ha demostrado experimentalmente que la distribución de presiones no es hidrostática, sin olvidar la divergencia del método particularmente para aceleraciones grandes. A pesar de lo anterior, en los reglamentos que incluyen explícitamente el diseño sísmico de muros de retención es el método recomendado. Las razones de ello son su sencillez y el hecho de que hasta el momento no se haya desarrollado otro que supere sus deficiencias esenciales y que sobretodo, sea de fácil aplicación (Aguilar, 1999).

1.1.2. Método de Wood

Algunas estructuras de retención, tales como los muros de gravedad desplantados sobre roca o los muros anclados tanto en la parte superior como inferior, no se mueven lo suficiente para movilizar la resistencia al esfuerzo cortante del suelo que forma el relleno. Como resultado, las condiciones en el suelo para que se genere la presión activa o pasiva no pueden desarrollarse.

Wood, 1975, analizó la respuesta de un suelo homogéneo con comportamiento elástico lineal contenido entre dos muros rígidos conectados a una base también rígida. Si se considera que los dos muros están suficientemente distanciados, las presiones sobre un muro prácticamente no serán influenciadas por la presencia del otro muro. De acuerdo con lo anterior, las ecuaciones para determinar el cortante basal dinámico y el momento de volteo dinámico en muros rígidos lisos son:

$$\Delta P_{eq} = \gamma H^2 \frac{a_h}{g} F_p$$

$$\Delta M_{eq} = \gamma H^3 \frac{a_h}{g} F_m$$

donde a_h es la amplitud de la aceleración armónica en la base y F_p y F_m son factores adimensionales para el cortante basal y el momento de volteo respectivamente, que dependen de la geometría del muro y de la relación de Poisson.

La solución de Wood, 1975, se obtiene tomando como base la teoría de la elasticidad para el caso de una aceleración horizontal, constante y uniforme aplicada durante todo el tiempo al suelo, Kramer, 1996.

A pesar de las desventajas que suponen sus hipótesis, que no son representativas de la realidad, además de que no es posible determinar con él deformaciones permanentes, este método tiene la ventaja de proporcionar una solución en la que

la aceleración de la excitación se introduce de manera explícita, con lo que puede conocerse la variación del comportamiento dinámico del muro con dicha aceleración.

1.1.3. Método de Richards y Elms

Basados en una idea sugerida inicialmente por Newmark, 1965, Richards y Elms, 1979, propusieron un criterio de diseño a partir de la especificación de un desplazamiento límite. En el procedimiento se calcula el peso del muro necesario para evitar un desplazamiento mayor que el especificado. Esto implicó el uso de un modelo rígido plástico no simétrico para representar el sistema muro-suelo (similar al modelo de falla progresiva de Newmark para describir el comportamiento de terraplenes), combinado con el análisis de Mononobe – Okabe anteriormente descrito. Newmark, 1965, y posteriormente Franklin y Chang, 1977, calcularon los desplazamientos de sistemas rígido-plásticos no simétricos excitados por aceleraciones de diferentes temblores. Para comparar los resultados escalaron los registros a una aceleración máxima de 0.5g y a una velocidad máxima de 76.2 cm/s y obtuvieron gráficas de desplazamientos normalizados. De las envolventes de las curvas de desplazamientos normalizados contra resistencias normalizadas, Richards y Elms, 1979 obtuvieron una expresión aproximada para calcular el desplazamiento normalizado en función del coeficiente sísmico y los niveles de aceleración y velocidad máxima. Ellos sugieren invertir dicha expresión una vez determinado el nivel de desplazamientos permisibles para obtener el coeficiente de aceleración máxima. Obtenido éste, calculan el peso del muro, Aguilar, 1999.

La expresión propuesta por Richards y Elms, 1979, para el cálculo de los desplazamientos permanentes del muro es la siguiente:

$$d_{perm} = 0.087 \frac{v_{max}^2 a_{max}^3}{a_y^4}$$

donde v_{max} es la velocidad máxima de la base, a_{max} es la aceleración máxima de la base y a_y es la aceleración de cedencia del sistema muro-relleno.

Todas las objeciones hechas al método de Mononobe – Okabe valen en este caso, ya que se aplica para evaluar las fuerzas que producen los desplazamientos del muro. En rigor, solo puede emplearse este método en muros de gravedad que fallen por deslizamiento sin considerar la contribución de los giros al desplazamiento del muro. La normalización de los acelerogramas para el cálculo del desplazamiento conduce a resultados aproximados ya que al escalar los acelerogramas se introducen distorsiones en su contenido de frecuencias, Aguilar, 1999.

El método de Richards y Elms, 1979, sin embargo, proporciona una metodología para la determinación de desplazamientos permanentes muy aproximados a los desplazamientos máximos estimados con la metodología de Newmark, 1965.

1.1.4. Método de elemento finito

Las presiones y deformaciones inducidas por sismos a estructuras de retención también pueden evaluarse utilizando análisis de respuesta dinámica por medio del método de elemento finito. Actualmente existen una variedad de programas disponibles que pueden considerar distintas condiciones del sistema muro-relleno, ya que un modelo riguroso debe ser capaz de tomar en cuenta el comportamiento inelástico, no lineal del suelo y de la interfaz entre el suelo y el muro. Una de las principales desventajas del método de elemento finito es lo complejo de su funcionamiento y utilización y que sus resultados no son de fácil interpretación lo que lo hace en la mayoría de las veces inaplicable al diseño práctico de muros de retención.

Capítulo 2

Propagación de ondas en estratos de suelo

2.1. Modos generalizados de Rayleigh

La respuesta sísmica de un depósito de suelo estratificado horizontalmente (como el que forma el depósito de un muro de retención, aunque su aplicación es general) es un problema plano o de ondas generalizadas de Rayleigh cuya solución se puede obtener mediante superposición modal, es decir, por medio de la combinación lineal de modos naturales de propagación con coeficientes de participación modal.

Para calcular los modos de vibración de un depósito de suelo puede recurrirse al método del elemento finito (MEF), el cual resulta adecuado y simple cuando se trata de formaciones estratificadas horizontalmente. En este caso, como elementos finitos “especiales” se utilizan hiperelementos que se discretizan solamente en la dirección vertical, lo que implica que la región por dividir se reduzca exclusivamente a la profundidad del depósito.

Los modos de vibración de un depósito de un suelo estratificado horizontalmente se podrían obtener al resolver un problema de valores característicos continuo. Sin embargo, la ecuación característica del depósito, o ecuación de frecuencias, contiene funciones trascendentes que dificultan enormemente la solución

numérica del problema. Para superar esta dificultad se pueden determinar eigenfunciones discretas en la dirección vertical usando el MEF, mediante el cual es posible derivar un problema de eigenvalores algebraico.

Lysmer y Waas (1972) desarrollaron un método eficiente de elemento finito que consiste en discretizar el depósito de suelo en estratos donde se supone que la variación de las eigenfunciones es lineal.

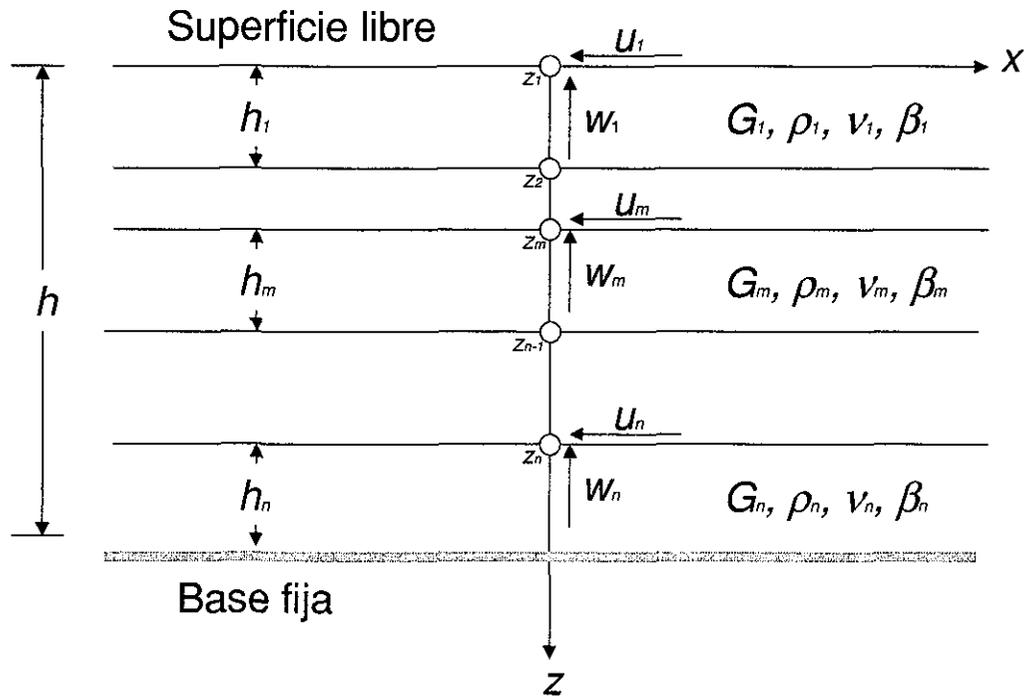


Figura 2.1. Depósito de suelo estratificado horizontalmente

De acuerdo con la figura 2.1, en el sistema de coordenadas cartesianas rectangulares (x, y, z) el depósito se define como la región

$$0 \leq z \leq h$$

es decir, la región entre los planos paralelos $z = 0$ y $z = h$, siendo h la profundidad del depósito.

Las fronteras en $z = 0$ y $z = h$ serán referidas como la superficie y la base del depósito, respectivamente.

Cada estrato del depósito se considera homogéneo. Las interfaces entre estratos son planos paralelos a la superficie y a la base del depósito.

Si hay n estratos en el depósito, el estrato j , $1 \leq j \leq n$, es la región entre los planos $z = z_j$ y $z = z_{j+1}$ con

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

$$0 = z_1 < z_2 < z_3 < \dots < z_j < z_{j+1} < \dots < z_{n+1} = h$$

El espesor del estrato j se definirá como

$$h_j = z_{j+1} - z_j$$

Los estratos se consideran “encajonados” entre las interfaces, es decir, los esfuerzos actuantes sobre las interfaces así como todos los componentes de los desplazamientos se requerirán para que se establezca la continuidad.

La densidad de masa del estrato j se denota por ρ_j , la constante de Lamé por λ_j y el módulo cortante por G_j . La relación de Poisson ν_j está dada por

$$\nu_j = \frac{\lambda_j}{2(\lambda_j + G_j)} \quad (2.1)$$

Los parámetros λ_j y G_j son reales para un sólido elástico lineal. Sin embargo, deberán expresarse como un valor complejo, función de la frecuencia ω , para un sólido viscoelástico lineal. La relación de Poisson, ν_j , es real si la viscosidad del material es idéntica en deformaciones cortantes y volumétricas.

Es bien conocido que la ecuación diferencial que debe ser satisfecha por un desplazamiento armónico en un sólido viscoelástico lineal es formalmente la misma que la de un sólido elástico lineal; sin embargo, los módulos que aparecen en los coeficientes de las ecuaciones para los materiales viscoelásticos lineales son cantidades complejas.

La presencia de variables complejos implica un mayor número de operaciones utilizando álgebra compleja. Sin embargo, el comportamiento disipativo de un material viscoelástico excluye la resonancia, con lo que se eliminan respuestas infinitas irreales. En este trabajo se asumirá el comportamiento disipativo de tipo histerético, idéntico en deformación volumétrica y cortante. En este caso, las constantes de Lamé complejas están dadas por

$$\lambda^c = \lambda(1 + 2\beta i) \quad , \quad G^c = G(1 + 2\beta i) \quad (2.2)$$

en donde λ y G son los módulos correspondientes a un sólido elástico lineal y β (número real) es el amortiguamiento material. En el caso de comportamiento disipativo, β debe ser positivo para $\omega > 0$.

En este modelo el movimiento de la partícula ocurre en el plano $x - z$ de la figura 2.1, que corresponde a un depósito estratificado horizontalmente en el que se propagan ondas de tipo armónico generadas por la excitación que puede ser horizontal o vertical. Considerando un sistema cartesiano de coordenadas (x, y, z) el vector de desplazamientos es



$$\begin{bmatrix} u(x, z) \\ 0 \\ w(x, z) \end{bmatrix} \exp(i\omega t) \quad (2.3)$$

es decir, el movimiento de la partícula es en el plano $x - z$ e independiente de la coordenada y ; ω es la frecuencia de las ondas de tipo armónico y t es el tiempo.

Los estratos que constituyen el depósito son isótropos y pueden no ser homogéneos uno con respecto a otro, con comportamiento viscoelástico lineal y con continuidad de esfuerzos y deformaciones en el contacto entre estratos. Estos contactos son planos paralelos a la superficie y a la base del depósito.

En el estrato j , $1 \leq j \leq n$, las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento para el problema plano o de ondas generalizadas de Rayleigh son (Achenbach, 1976)

$$(\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \lambda_j \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + G_j \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right] + \rho_j \omega^2 u = 0 \quad (2.4a)$$

$$(\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \lambda_j \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + G_j \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} \right] + \rho_j \omega^2 w = 0 \quad (2.4b)$$

Los esfuerzos asociados a las deformaciones están dadas por

$$\sigma_x = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda_j \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.5)$$

$$\tau_{xz} = G_j \left[\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (2.6)$$

$$\sigma_z = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda_j \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.7)$$

La amplitud de las deformaciones u , w debe ser continua en las interfaces de los estratos ($z=z_j$, $2 \leq j \leq n$). Asimismo, existe continuidad de los esfuerzos en la dirección z , por lo que σ_z y τ_{xz} deben cumplir con

$$(\lambda_{j-1} + 2G_{j-1}) \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=z_j^-} + \lambda_{j-1} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=z_j^-} = (\lambda_j + 2G_j) \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=z_j^+} + \lambda_j \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=z_j^+} \quad (2.8a)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$G_{j-1} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=z_j^-} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=z_j^-} \right] = G_j \left[\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=z_j^+} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=z_j^+} \right] \quad (2.8b)$$

Han de imponerse condiciones de frontera en la superficie y en la base del depósito, $z=z_1=0$ y $z=z_{n+1}=h$, respectivamente. Si se asume que el depósito es una idealización de una formación de suelo, la superficie es libre por lo que la condición de frontera en $z=0$ es la nulidad de esfuerzos, y la base es fija por lo que los desplazamientos relativos al nivel de desplante son nulos. De acuerdo con lo anterior, las condiciones de frontera son las siguientes:

$$(\lambda_1 + 2G_1) \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z=0} + \lambda_1 \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{z=0} = 0 \quad (2.9a)$$

$$G_1 \left[\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{z=0} + \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} \right] = 0 \quad (2.9b)$$

$$u(x, h) = 0 \quad (2.9c)$$

$$w(x, h) = 0 \quad (2.9d)$$

El campo de desplazamientos en un depósito de suelo estratificado horizontalmente con condiciones de frontera homogéneas, como las definidas anteriormente, puede obtenerse por superposición modal mediante la combinación lineal de modos naturales de propagación de la forma

$$u(x, z) = U(z) e^{\pm ikx} \quad (3.10a)$$

$$w(x, z) = W(z) e^{\pm ikx} \quad (3.10b)$$

donde el signo del exponente indica la dirección en que se propagan las ondas (ver sección 2.2). Sustituyendo estas ecuaciones en las ecs. (2.4a) y (2.4b), se encuentra que las ecuaciones que rigen el movimiento del estrato j en función de U , W son:

$$k^2 (\lambda_j + 2G_j)U + ik(\lambda_j + G_j) \frac{dW}{dz} - G_j \frac{d^2U}{dz^2} - \omega^2 \rho_j U = 0 \quad (2.11a)$$

$$k^2 G_j W + ik (\lambda_j + G_j) \frac{dU}{dz} - (\lambda_j + 2G_j) \frac{d^2W}{dz^2} - \omega^2 \rho_j W = 0 \quad (2.11b)$$

Las condiciones de continuidad deben cumplirse en $z=z_j$ para $2 \leq j \leq n$, tanto para deformaciones como para esfuerzos

$$(\lambda_{j-1} + 2G_{j-1}) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=z_j^-} - ik\lambda_{j-1}U(z_j^-) = (\lambda_j + 2G_j) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=z_j^+} - ik\lambda_jU(z_j^+) \quad (2.12a)$$

$$G_{j-1} \left[-ikW(z_j^-) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=z_j^-} \right] = G_j \left[-ikW(z_j^+) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=z_j^+} \right] \quad (2.12b)$$

De la misma manera, las condiciones de frontera quedan como sigue:

$$(\lambda_1 + 2G_1) \frac{dW}{dz} \Big|_{z=0} - ik\lambda_1U(0) = 0 \quad (2.13a)$$

$$ikW(0) + \frac{dU}{dz} \Big|_{z=0} = 0 \quad (2.13b)$$

$$U(h) = 0 \quad (2.13c)$$

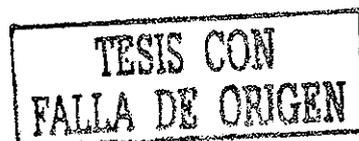
$$W(h) = 0 \quad (2.13d)$$

Las condiciones de continuidad (ecs. 2.12) junto con las de frontera (ecs. 2.13) definen un problema de eigenvalores en el intervalo $0 \leq z \leq h$. Los valores de k para que una solución no trivial U, W (eigenfunciones) exista son precisamente los eigenvalores del problema. Esto es, para evaluar los modos de vibración de un depósito de suelo estratificado bajo las condiciones descritas anteriormente, se recurre a la solución de un problema algebraico de eigenvalores, determinando eigenfunciones discretas en la dirección vertical mediante el método del elemento finito.

Partiendo de las ecs. 2.11 y considerando las amplitudes U, W del desplazamiento en $x = 0$ como eigenvectores y al número de onda k como el eigenvalor para una determinada frecuencia ω , la relación entre esfuerzos y desplazamientos en el estrato j se define como (Tassoulas, 1981)

$$\left[k^2 A_j + ikB_j + G_j - \omega^2 M_j \right] \begin{bmatrix} U_j \\ W_j \\ U_{j+1} \\ W_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_j \\ -\sigma_j \\ \tau_{j+1} \\ \sigma_{j+1} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde las matrices $[A]_j, [B]_j, [G]_j$ y $[M]_j$ son matrices del sistema, tridiagonales y de orden $2n \times 2n$, ensambladas por adición de las submatrices de cada estrato tal como se muestra en la figura 2.2.



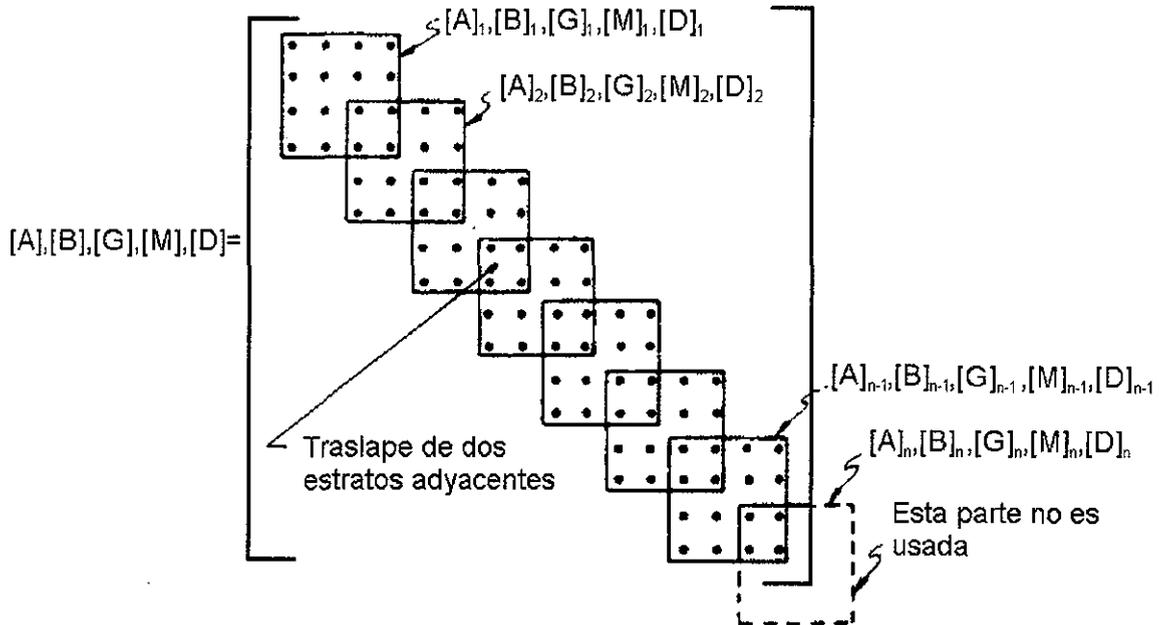


Figura 2.2. Ensamblado de la matriz del sistema

Las submatrices de los estratos se definen de la siguiente manera:

$$[A]_j = \frac{h_j}{6} \begin{bmatrix} 2(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & 2G_j & 0 & G_j \\ (2G_j + \lambda_j) & 0 & 2(2G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & G_j & 0 & 2G_j \end{bmatrix}, \quad j=1, \dots, n \quad (2.15)$$

$$[B]_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & (G_j - \lambda_j) & 0 & (G_j + \lambda_j) \\ -(G_j - \lambda_j) & 0 & (G_j + \lambda_j) & 0 \\ 0 & -(G_j + \lambda_j) & 0 & -(G_j - \lambda_j) \\ -(G_j + \lambda_j) & 0 & (G_j - \lambda_j) & 0 \end{bmatrix}, \quad j=1, \dots, n \quad (2.16)$$

$$[G]_j = \frac{1}{h_j} \begin{bmatrix} G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & (2G_j + \lambda_j) & 0 & -(2G_j + \lambda_j) \\ -G_j & 0 & G_j & 0 \\ 0 & -(2G_j + \lambda_j) & 0 & (2G_j + \lambda_j) \end{bmatrix}, \quad j=1, \dots, n \quad (2.17)$$

La matriz de masas $[M]$, correspondiente a la matriz de masas consistente de Archer (1963), puede ser armada de manera similar a las de rigidez a partir de las submatrices de los estratos de acuerdo con

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$[M]_j = \rho_j h_j \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad j=1, \dots, n \quad (2.18)$$

En las matrices anteriores G_j , λ_j , ρ_j y h_j son el módulo cortante, la constante de Lamé, la densidad y espesor del j -ésimo estrato, respectivamente; el amortiguamiento del suelo se introduce al reemplazar G_j por $G_j(1+i2\beta_j)$ y λ_j por $\lambda_j(1+i2\beta_j)$, siendo β_j el coeficiente de amortiguamiento material. Los elementos de las matrices $[A]$, $[B]$, $[G]$ y $[M]$ que se traslapan deben sumarse, los que se localizan fuera de los bloques son cero y los que caen fuera de la matriz no se consideran, ya que el desplazamiento de la base del depósito de suelo es cero para vibraciones libres.

Cumpliendo con las condiciones de continuidad y de frontera al ensamblar las matrices de los estratos que forman al depósito, la relación entre las fuerzas y desplazamientos queda de la siguiente manera:

$$([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M])\{v\} = \{P\} \quad (2.19)$$

donde $\{P\}$ es el vector de fuerzas.

De acuerdo con la ec. 2.19 $[A]$, $[B]$, $[G]$ y $[M]$ son matrices ensambladas del sistema de $(2n+2) \times (2n+2)$, mientras que $\{v\}$ y $\{P\}$ son vectores de $(2n+2)$. Como ya se comentó anteriormente, las condiciones de frontera que se imponen son de base rígida y superficie libre, al ensamblar las matrices $[A]$, $[B]$, $[G]$ y $[M]$ se eliminan las últimas dos columnas y los últimos dos renglones (figura 2.2), que corresponden a la base fija del depósito, ya que para esa condición los desplazamientos son ceros ante vibraciones libres. Con el mismo criterio se eliminan los últimos dos elementos de los vectores $\{v\}$ y $\{P\}$.

Dado que la superficie es libre, los esfuerzos sobre ese plano son nulos, por lo que $P_1 = P_2 = 0$. Consecuentemente, el vector $\{P\}$ se forma por ceros.

Tomando en consideración esos aspectos, el problema algebraico de valores característicos de dimensión $(2n \times 2n)$ resulta ser

$$([A]k^2 + i[B]k + [G] - \omega^2[M])\{v\} = \{0\} \quad (2.20)$$

Al resolver el problema de eigenvalores definido por la ecuación anterior se obtiene el eigenvector $\{v\}$ para cada eigenvalor k

$$\{v\} = \begin{Bmatrix} v_{2j-1} \\ v_{2j} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U(z_j) \\ W(z_j) \end{Bmatrix}; \quad j = 1, \dots, n. \quad (2.21)$$

que representa la amplitud modal de j -ésimo nodo localizado a la profundidad z_j . En términos generales, se obtienen $2n$ vectores característicos linealmente independientes asociados a $2n$ valores característicos, con los que puede construirse la matriz modal $[V]$ de $(2n \times 2n)$, cuyas columnas son los vectores $\{v\}$:

$$[V] = [\{v_1\}, \{v_2\}, \dots, \{v_{2n}\}] \quad (2.22)$$

y la matriz diagonal $[K]$ de $(2n \times 2n)$ formada por los números de onda:

$$[K] = \text{diag}[k_j], \quad 1 \leq j \leq 2n \quad (2.23)$$

Si se supone que los modos de vibración se propagan horizontalmente, el vector de desplazamientos para un modo natural de propagación se puede representar como

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u(x, z, t) \\ w(x, z, t) \end{Bmatrix} = \{v(z)\} \exp i(\omega t - kx) \quad (2.24)$$

donde i es la unidad imaginaria y t significa tiempo. De acuerdo con esta ecuación, k representa el número de onda horizontal y v expresa la variación vertical de la forma modal. A estos modos naturales de propagación en deformación plana se les conoce como modos generalizados de Rayleigh.

2.2. Tipos de modos

Al resolver el problema de eigenvalores siempre se tienen dos valores $\pm k$ para cada número de onda. Un signo corresponde a un modo de vibrar que se propaga o irradia en sentido positivo, mientras que el otro a un modo que se propaga o irradia en el sentido negativo. Según la ec. 2.20, si k es un eigenvalor con eigenvector $\begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix}$, entonces $-k$ es otro eigenvalor con el eigenvector $\begin{Bmatrix} U \\ -W \end{Bmatrix}$.

La naturaleza del movimiento depende del valor del número de onda k , de suerte que se pueden presentar cuatro tipos de modos generalizados:

1. Si k es real, el movimiento

$$\{v\} \exp i(\omega t - kx) \quad (2.25)$$

corresponde a un modo que se propaga en la dirección x con la velocidad de fase $c = \omega/k$; cuando k es positivo la propagación ocurre en el sentido positivo de x . Este

movimiento se define como un *modo real* y sólo se presenta para suelo no amortiguado.

2. Si k es complejo, es decir $k=k_r+ik_i$, el movimiento es

$$\{v\} \exp(k_r x) \exp i(\omega t - k_r x) \quad (2.26)$$

el cual se propaga en la dirección x con la velocidad de fase $c=\omega/k_r$ y se irradia (atenuación del movimiento) en el sentido positivo de x cuando k_i es negativo. Este movimiento se define como un *modo complejo* y sólo ocurre en suelo amortiguado.

3. Si k es imaginario, esto es $k=ik_i$, el movimiento se reduce a

$$\{v\} \exp(k_i x) \exp i\omega t \quad (2.27)$$

el cual no se propaga, pero se irradia (atenuación del movimiento) en el sentido positivo de x cuando k_i es negativo. Este movimiento se define como un *modo exponencial* y sólo se presenta para suelo no amortiguado; las formas modales son reales.

4. Si k es cero, el movimiento se reduce a

$$\{v\} \exp i(\omega t) \quad (2.28)$$

que corresponde a ondas estacionarias propagándose en la dirección z . Este movimiento se define como un *modo permanente* y sólo ocurre en suelos no amortiguados para las frecuencias naturales de vibración del depósito; las formas modales son reales. Dichas frecuencias se obtienen según la ec. 2.20, mediante la ecuación característica

$$| [G - \omega^2 M] | = 0 \quad (2.29)$$

2.3. Superposición modal

Los desplazamientos nodales correspondientes a todos los modos naturales de propagación se pueden expresar mediante superposición modal, por medio del vector

$$\{\delta^d\} = [V][E^\pm]\{C\} = [V']\{C\} \quad (2.30)$$

donde $\{C\}$ es el vector de coeficientes de participación modal, mientras que $[V]$ es la matriz modal definida en la ec. 2.22 y $[E^\pm]$ la matriz propagadora (diagonal) dada por

$$[E^\pm] = \text{diag}[e^{\pm ik_j x}], 1 \leq j \leq 2n \quad (2.31)$$

y

$$[V] = [V][E^\pm] \quad (2.32)$$

Las fuerzas correspondientes a $[V]$ se pueden obtener mediante la integración de los esfuerzos τ_{xz} y σ_x , lo que conduce a la matriz (Lysmer y Waas, 1972)

$$[P^*] = ([K][A] + [D])[V] \quad (2.33)$$

donde $[K]$ es la matriz de números de onda definida en la ec. 2.23, $[A]$ la matriz ensamblada usando la submatriz definida en la ec. 2.15 y $[D]$ se define como una matriz de $2n \times 2n$ ensamblada como se muestra en la fig. 2.2 usando las submatrices $[D]_j$, $j = 1, 2, \dots, n$, donde $[D]_j$ es

$$[D]_j = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & -\lambda_j \\ G_j & 0 & -G_j & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Finalmente, el vector de fuerzas $\{F^d\}$ correspondientes al vector $\{\delta^d\}$ de la ec. 2.30, se obtienen con

$$\{F^d\} = [P^*]\{C\} \quad (2.35)$$

donde $\{C\}$ es el mismo vector de coeficientes de participación modal que el utilizado para la combinación de los desplazamientos.

Por otra parte, los desplazamientos nodales debidos al movimiento de campo libre, $\{\delta^h\}$, el cual es originado por la excitación $U_g e^{i\omega t}$ o $W_g e^{i\omega t}$ en la base del depósito del suelo, se puede determinar haciendo $k=0$ en la ec. 2.20 y considerando los grados U_g y W_g de libertad en la base del depósito, como se muestra en la figura 2.3, lo que lleva al sistema homogéneo de ecuaciones algebraicas

$$[G - \omega^2 M]\{V_o\} = \{0\} \quad (2.36)$$

donde

$$\{V_o\} = \{V_j\}, \quad 1 \leq j \leq 2n+2 \quad (2.37)$$



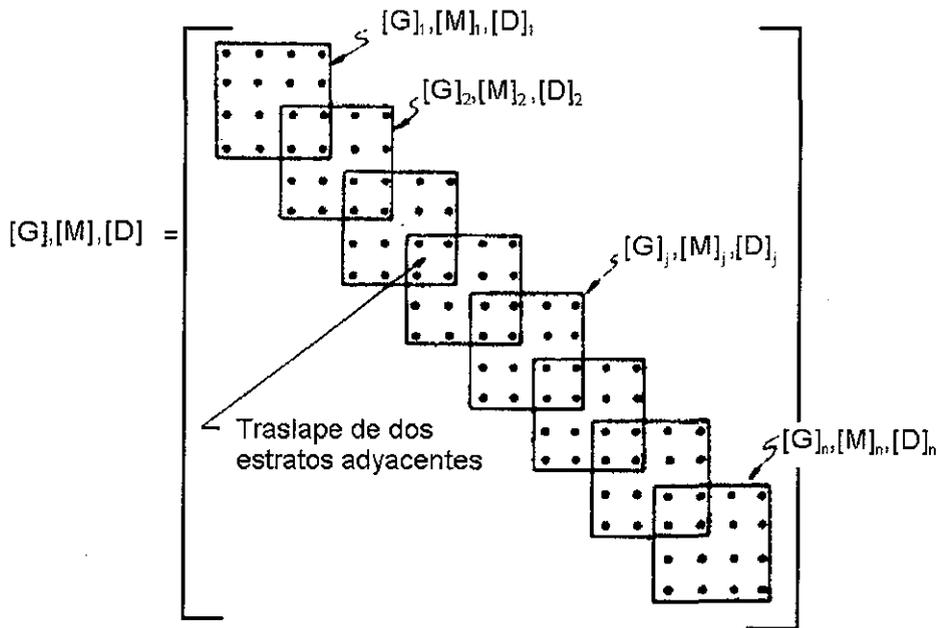


Figura 2.3. Ensamblado de matrices para construcción del campo libre

Los componentes V_j , $1 \leq j \leq 2n$, del movimiento de campo libre se obtienen al resolver el sistema inhomogeneo de ecuaciones algebraico que resulta de imponer las condiciones de frontera $V_{2n+1} = U_g$ (excitación horizontal) o $V_{2n+2} = W_g$ (excitación vertical), prescritas en la base rígida del depósito de suelo. Las fuerzas nodales consistentes correspondientes, $\{F^i\}$, resultan de multiplicar el campo libre de desplazamientos por la matriz $[D]$, considerando también el grado de libertad en la base del depósito.

Finalmente, los desplazamientos y las fuerzas totales, $\{\delta\}$ y $\{F\}$, respectivamente, resultan de la sumatoria del campo libre y del resultante de la propagación de ondas, tal como se muestra en la ecuación

$$\{\delta\} = \{\delta^i\} + \{\delta^d\}, \quad \{\delta\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

y

$$\{F\} = \{F^i\} + \{F^d\}, \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} \quad (2.39)$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

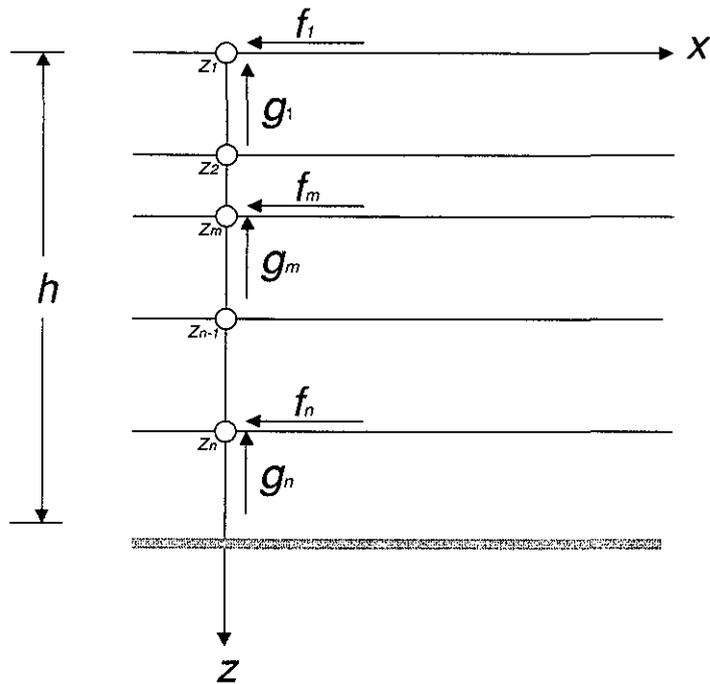


Figura 2.4. Fuerzas nodales en un depósito estratificado, para el caso de las ondas de Rayleigh

La región $x > 0$ en la figura 2.4 es entendida como un elemento con nodos ubicados en $(0, z_j)$, $1 \leq j \leq n$, donde se presentan las fuerzas F correspondientes a los desplazamientos δ .

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Capítulo 3

Modelo para el cálculo de la respuesta sísmica de muros de retención

En este capítulo se presenta el modelo implementado para el cálculo de la respuesta sísmica de muros de retención. Este modelo se desarrolló según la teoría de propagación de ondas en un depósito de suelo (descrita en el capítulo anterior) al cual se le agregó una frontera vertical que representa el muro. La presencia del muro causa que las ondas ya no se propaguen libremente en el depósito de suelo sino que reboten en él, generándose lo que se nombró campo difractado.

Inicialmente se presenta el desarrollo del modelo semi-infinito (denominado sistema *muro-relleno*) y posteriormente el del modelo finito (denominado sistema *muro-relleno-suelo*) en el que se agrega una frontera vertical que limita al *relleno*, generándose con esto una región adyacente llamada *suelo* con características distintas al *relleno*.

En ambos sistemas se obtiene el cortante basal y la sumatoria de momentos en la base del muro, en el dominio de las frecuencias.

3.1. Sistema *muro-relleno* o semi-infinito

El modelo considerado se presenta en la figura 3.1.

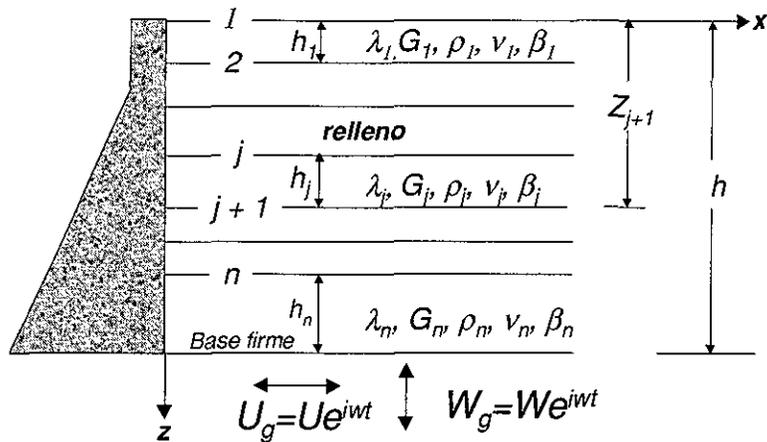


Figura 3.1. Modelo muro-relleno analizado

A continuación se presentan los desarrollos realizados para obtener las fuerzas sobre el muro mediante superposición modal.

Ubicando el origen de los ejes de coordenadas x - z en punto más alto de la cara interior del muro, el vector de desplazamientos totales en el muro ($x=0$) está dado por la ec. 2.38. Sustituyendo la ec. 2.30 en la 2.38 se tiene

$$\{\delta(x=0)\} = \begin{Bmatrix} U \\ W \end{Bmatrix} = \{\delta^f\} + \{\delta^d\} = \{\delta^f\} + [V^*][C] \quad (3.1)$$

Asimismo, el vector de fuerzas totales sobre el muro ($x=0$) está dado por la ec. 2.39. Sustituyendo la ec. 2.35 en la ec. 2.39 se tiene

$$\{F(x=0)\} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} = \{F^f\} + \{F^d\} = \{F^f\} + [P^*][C], \quad (3.2)$$

Es decir, que tanto desplazamientos como fuerzas totales son iguales a la sumatoria de los campos libres y difractados correspondientes.

En las ecuaciones anteriores $\{\delta^f\}$ y $\{F^f\}$ son los campos libres de desplazamiento y fuerza, respectivamente, y $\{\delta^d\}$ y $\{F^d\}$ son los campos difractados de desplazamiento y fuerza, respectivamente.

Además, $[V^*]$ es la matriz de desplazamientos modales propagada definida por

$$[V^*(x)] = \begin{bmatrix} v_{P2j-1,l} \\ v_{P2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_j^l \exp^{-ik_l x} \\ W_j^l \exp^{-ik_l x} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

evaluada en este caso para $x = 0$. Igualmente $[P^*]$ es la matriz de fuerzas modales propagada definida por

$$[P^*(x)] = \begin{bmatrix} P_{2j-1,l} \\ P_{2j,l} \end{bmatrix} = [iAV^*K + DV^*] \quad (3.4)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

donde $[D]$ es la matriz ensamblada definida por la ec. 2.34. $\{C\}$ es el vector de coeficientes de participación.

A continuación se detalla la manera de obtener cada uno de los elementos que forman las ecuaciones 3.1 y 3.2.

Los vectores de campo libre tanto de desplazamiento, $\{\delta^j\}$, como de fuerza, $\{F^j\}$, se obtienen considerando propagación lateral nula, por lo que $k = 0$. De acuerdo con esto, la ec. 2.20 queda de la siguiente manera:

$$([G] - \omega^2[M])\{v\} = \{0\} \quad (3.5)$$

donde:

$$\{v\} = \begin{cases} v_{2j-1} = U_j \\ v_{2j} = W_j \end{cases}, 1 \leq j \leq n+1 \quad (3.6)$$

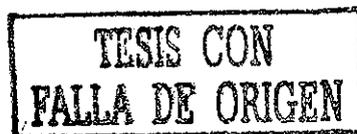
La ec. 3.5 se resuelve prescribiendo los valores $U_{n+1} = U_g$ y $W_{n+1} = W_g$, haciendo $U_g = 1$ y $W_g = 0$ para excitación unitaria horizontal y $U_g = 0$ y $W_g = 1$ para excitación unitaria vertical. Conocido el vector $\{v\}$, se tiene que

$$\{\delta^j\} = \begin{cases} U_j \\ W_j \\ \vdots \\ U_j \\ W_j \end{cases}, 1 \leq j \leq n \quad (3.7)$$

y

$$\{F^j\} = [D]\{\delta^j\} = \begin{cases} F_j \\ G_j \\ \vdots \\ F_j \\ G_j \end{cases}, 1 \leq j \leq n \quad (3.8)$$

donde $[D]$ es la matriz definida por la ec. 2.34.



Para obtener el valor de las incógnitas, vector de coeficientes de participación modal $\{C\}$, es necesario establecer las condiciones de frontera que, en el sistema *muro-relleno*, se imponen precisamente en el contacto entre el muro y el relleno, esto es:

$$\{\delta(x=0)\} = \{\delta_{muro}\} \quad (3.9)$$

donde $\{\delta_{muro}\}$ es el vector de desplazamientos impuestos en el muro

$$\{\delta_{muro}\} = \begin{Bmatrix} \delta_{muro\ 2j-1} \\ \delta_{muro\ 2j} \end{Bmatrix}, 1 \leq j \leq n+1 \quad (3.10)$$

Si la excitación es un movimiento unitario horizontal, entonces los desplazamientos del muro rígido serán

$$\{\delta_{muro}\} = \begin{Bmatrix} \delta_{muro\ 2j-1} = 1 \\ \delta_{muro\ 2j} = 0 \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

De la misma manera, si la excitación es un movimiento unitario vertical, entonces los desplazamiento del muro rígido serán

$$\{\delta_{muro}\} = \begin{Bmatrix} \delta_{muro\ 2j-1} = 0 \\ \delta_{muro\ 2j} = 1 \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Sustituyendo la ec. 3.11 o 3.12 en la ec. 3.1 y arreglando términos, se tiene:

$$\begin{aligned} \{\delta'\} + [V^*]\{C\} &= \{\delta_{muro}\} \\ [V^*]\{C\} &= \{\delta_{muro}\} - \{\delta'\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

con lo que se define el sistema de ecuaciones por resolver. Aquí $\{C\}$ es el vector de incógnitas (coeficientes de participación modal), $[V]$ es la matriz de desplazamientos modales propagada, ec. 3.3, evaluada en $x = 0$, $\{\delta_{muro}\}$ queda definida con la ec. 3.10 y $\{\delta'\}$ resolviendo la ec. 3.5.

La composición del sistema matricial integral se ilustra esquemáticamente a continuación:

ARREGLO	DIMENSIÓN
$[V_p]$	$(2n \times 2n)$
$\{C\}$	$(2n \times 1)$
$\{\delta_{muro}\}$	$(2n \times 1)$
$\{\delta'\}$	$(2n \times 1)$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Matriz de} \\ \text{desplazamientos} \\ \text{modales evaluada} \\ \text{en } x = 0 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{Vector de} \\ \text{coeficientes} \\ \text{de} \\ \text{participación} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Vector de} \\ \text{desplazamientos} \\ \text{impuestos -} \\ \text{vector de} \\ \text{desplazamientos} \\ \text{de campo libre} \end{array} \right\}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones definido por la ec. 3.13 se obtienen los coeficientes de participación modal del sistema. Aplicando los valores de $\{C\}$ en la ec. 3.2, con $[P]$ obtenida con la ec. 3.4 y $\{F\}$ con la ec. 3.8, se determinan las fuerzas totales que actúan sobre el muro de retención.

El cortante basal, q_b , se obtiene de sumar todas las fuerzas horizontales sobre el muro, para cada frecuencia de excitación. El momento de volteo en la base del muro, M_b , se obtiene de sumar las momentos generados en cada nodo por las contribuciones de las fuerzas horizontales nodales, para cada frecuencia de excitación. En la fig. 3.2 se muestran las acciones resultantes sobre el muro, las cuales se calculan con

$$q_b = \sum_{j=1}^{j=n} F_{2j-1} \quad (3.14)$$

$$M_b = \sum_{j=1}^{j=n} F_{2j-1}(h-z_j) \quad (3.15)$$

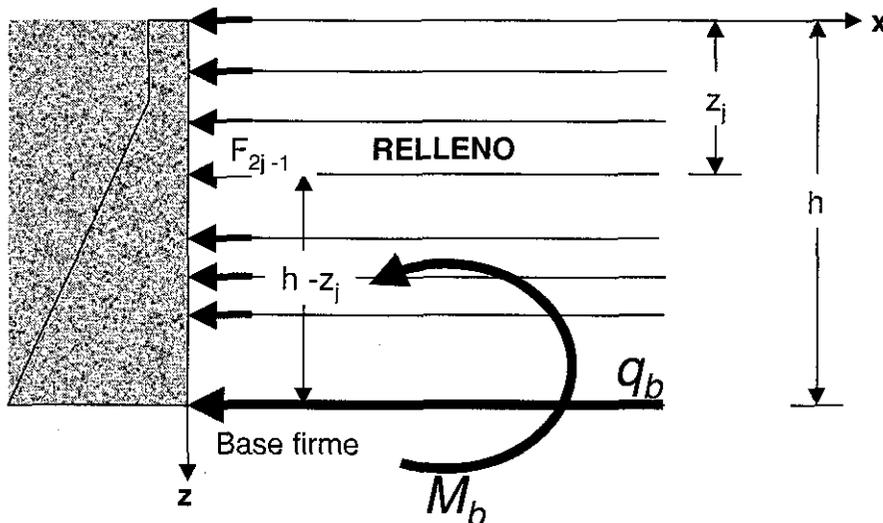


Figura 3.2. Cortante basal y momento resultante sobre el muro

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

3.2. Sistema muro-relleno-suelo o finito

El modelo considerado se presenta en la figura 3.3.

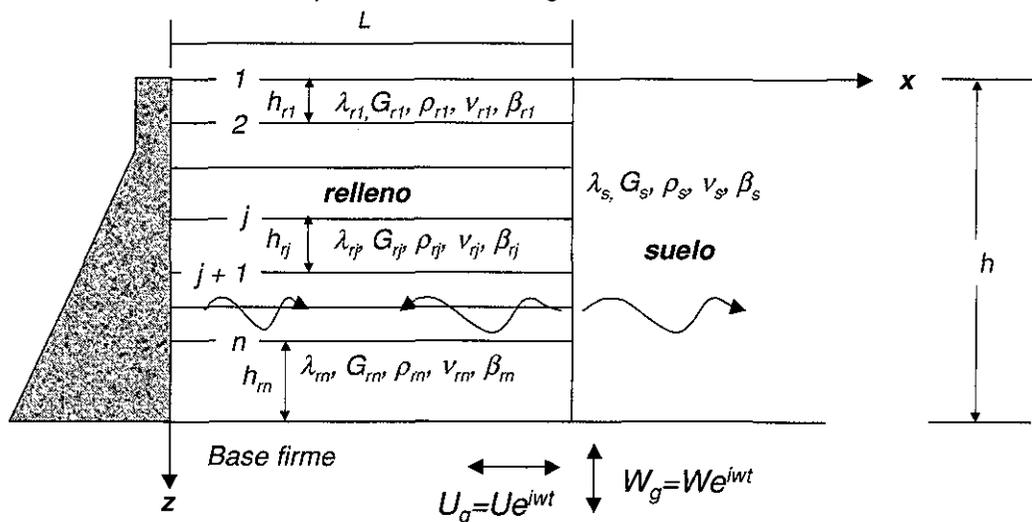
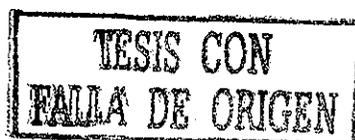


Figura 3.3. Modelo muro-relleno-suelo analizado

A diferencia del modelo *muro-relleno*, que es de longitud infinita, en el modelo finito se establece una frontera vertical a una distancia L del muro. Esta frontera separa las formaciones denominadas “relleno” retenido y “suelo” circundante, como se muestra en la figura 3.3.

El *relleno* y el *suelo* de este modelo poseen las mismas características materiales que el relleno del sistema *muro-relleno* anteriormente descrito, es decir, que sus estratos son isótropos y pueden no ser homogéneos, verticalmente, uno con respecto a otro; teniendo comportamiento viscoelástico lineal y con continuidad de esfuerzos y deformaciones en el contacto entre ellos. Estos contactos son planos paralelos a la superficie y a la base del modelo. La discretización del *suelo* es exactamente igual en número y espesor de estratos a la del *relleno*, aunque los estratos del *relleno* pueden tener distintas propiedades que los estratos del *suelo*. Al igual que el modelo anterior, la excitación en la base de este modelo puede ser horizontal o vertical.

La teoría que resuelve el problema de ondas de Rayleigh en el modelo *muro-relleno-suelo* es también la misma que la que resuelve el problema del modelo *muro-relleno*, con la única diferencia que ahora se impone una frontera vertical entre el *relleno* y el *suelo* en la posición $x = L$, que hace que las ondas que lleguen a ella se reflejen y refracten. En esta nueva frontera existe continuidad de esfuerzos y deformaciones que implica un aumento significativo del número de incógnitas y ecuaciones del sistema matricial integral, de la forma en que se describe a continuación.



Ahora se presentan los desarrollos necesarios para obtener las fuerzas sobre el muro mediante superposición modal. En todas las variables, el subíndice r se refiere a la región del *relleno* y el subíndice s a la del *suelo*.

Los desplazamientos totales en el muro ($x = 0$) están representados por

$$\{\delta_r(x=0)\} = \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \{\delta_r^i\} + \{\delta_r^d\} = \{\delta_r^i\} + \left[\vec{V}_r : \overleftarrow{V}_r \right] \begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \overleftarrow{C}_r \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

y las fuerzas totales sobre el muro ($x = 0$) por

$$\{F_r(x=0)\} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} = \{F_r^i\} + \{F_r^d\} = \{F_r^i\} + \left[\vec{P}_r : \overleftarrow{P}_r \right] \begin{Bmatrix} \vec{C} \\ \dots \\ \overleftarrow{C} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

donde $\{\delta_r^i\}$ y $\{F_r^i\}$ son los campos libres de desplazamiento y fuerza de la región del *relleno*, respectivamente, y $\{\delta_r^d\}$ y $\{F_r^d\}$ son los campos difractados de desplazamientos y fuerzas también del *relleno*, respectivamente.

$\left[\vec{V}_r \right]$ y $\left[\overleftarrow{V}_r \right]$ son las matrices de desplazamientos modales propagados (incidente \rightarrow y reflejada \leftarrow) en la región del *relleno*, definidas por

$$\left[\vec{V}_r(x) \right] = \begin{bmatrix} v_{r2j-1,l} \\ v_{r2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{rj}^i \exp^{-ik_j x} \\ W_{rj}^i \exp^{-ik_j x} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

$$\left[\overleftarrow{V}_r(x) \right] = \begin{bmatrix} v_{r2j-1,l} \\ v_{r2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{rj}^i \exp^{ik_j x} \\ -W_{rj}^i \exp^{ik_j x} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

evaluada para esta ecuación (3.16) en $x = 0$.

Además, $\left[\vec{P}_r \right]$ y $\left[\overleftarrow{P}_r \right]$ son las matrices de fuerzas modales propagadas (incidente \rightarrow y reflejada \leftarrow) en la región del *relleno*, definidas por

$$\begin{bmatrix} \vec{P}_r(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{r2j-1,l} \\ P_{r2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iA_r \vec{V}_r K_r + D_r \vec{V}_r \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

$$\begin{bmatrix} \overleftarrow{P}_r(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{r2j-1,l} \\ P_{r2j,l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iA_r \overleftarrow{V}_r K_r + D_r \overleftarrow{V}_r \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

donde $[A_r]$, $[K_r]$ y $[D_r]$ son las matrices ensambladas de propiedades de la región del *relleno* definidas por las ecs. 2.15, 2.23 y 2.34, respectivamente. Asimismo, el vector de coeficientes de participación modal, de dimensión $(4n \times 1)$,

correspondiente a la región del *relleno* se denota por $\begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \overleftarrow{C}_r \end{Bmatrix}$.

Los vectores de campo libre de la región del *relleno* tanto de desplazamientos, $\{\delta_r^i\}$, como de fuerzas, $\{F_r^i\}$, se obtienen de manera idéntica que en el caso del sistema *muro-relleno*, usando las ecs. 3.7 y 3.8, respectivamente.

Para obtener el valor de las incógnitas, vector de coeficientes de participación, es necesario establecer las condiciones de frontera siguientes:

$$\{\delta_r(x=0)\} = \{\delta_{muro}\} \quad (3.22)$$

donde $\{\delta_{muro}\}$ es el vector de desplazamientos impuestos en el muro, definido ya en la ec. 3.10.

En la frontera vertical se tienen otras dos condiciones de frontera:

$$\{\delta_r(x=L)\} = \{\delta_s(x=L)\} \quad (3.23)$$

y

$$\{F_r(x=L)\} = \{F_s(x=L)\} \quad (3.24)$$

donde $\{\delta_r(x=L)\}$ y $\{\delta_s(x=L)\}$ son los desplazamientos de la región del *relleno* y del *suelo*, respectivamente, en la frontera vertical, y $\{F_r(x=L)\}$ y $\{F_s(x=L)\}$ son las fuerzas de la región del *relleno* y del *suelo*, respectivamente, en la frontera vertical.

Desarrollando las ecs. 3.22, 3.23 y 3.24, se llega a lo siguiente:

TEXTO CON
FALLA DE ORIGEN

$$\{\delta_r^i\} + \{\delta_r^d\} = \{\delta_{muro}\}, \text{ evaluada en } x = 0$$

$$\{\delta_r^i\} + \{\delta_r^d\} = \{\delta_s^i\} + \{\delta_s^d\}, \text{ evaluada en } x = L$$

$$\{F_r^i\} + \{F_r^d\} = \{F_s^i\} + \{F_s^d\}, \text{ evaluada en } x = L$$

donde $\{\delta_r^i\}$ y $\{F_r^i\}$ son los campos libres de desplazamiento y fuerza en la región del *relleno*, respectivamente y $\{\delta_r^d\}$ y $\{F_r^d\}$ son los campos difractados de desplazamiento y fuerza en el *relleno*, respectivamente.

Asimismo, $\{\delta_s^i\}$ y $\{F_s^i\}$ son los campos libres de desplazamiento y fuerza en la región del *suelo*, respectivamente y $\{\delta_s^d\}$ y $\{F_s^d\}$ son los campos difractados de desplazamiento y fuerza del *suelo*, respectivamente.

Descomponiendo los campos difractados y arreglando términos se tiene:

$$\{\delta_r^i\} + \left[\vec{V}_r; \overleftarrow{V}_r \right] \begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \overleftarrow{C}_r \end{Bmatrix} = \{\delta_{muro}\} \text{ evaluada en } x = 0$$

$$\{\delta_r^i\} + \left[\vec{V}_r; \overleftarrow{V}_r \right] \begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \overleftarrow{C}_r \end{Bmatrix} = \{\delta_s^i\} + \left[\vec{V}_s \right] \left\{ \vec{C}_s \right\} \text{ evaluada en } x = L$$

$$\{F_r^i\} + \left[\vec{P}_r; \overleftarrow{P}_r \right] \begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \overleftarrow{C}_r \end{Bmatrix} = \{F_s^i\} + \left[\vec{P}_s \right] \left\{ \vec{C}_s \right\} \text{ evaluada en } x = L$$

o bien:

$$\left[\vec{V}_r; \overleftarrow{V}_r \right] \begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \overleftarrow{C}_r \end{Bmatrix} = \{\delta_{muro}\} - \{\delta_r^i\} \text{ evaluada en } x = 0 \quad (3.25)$$



$$\left[\begin{array}{c} \vec{V}_r : \vec{V}_r \\ \vdots \\ \vec{C}_r \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \vec{V}_s \\ \vdots \\ \vec{C}_s \end{array} \right] = \{\delta'_s\} - \{\delta'_r\} \text{ evaluada en } x = L \quad (3.26)$$

$$\left[\begin{array}{c} \vec{P}_r : \vec{P}_r \\ \vdots \\ \vec{C}_r \end{array} \right] - [P_{s \rightarrow}] \left[\begin{array}{c} \vec{C}_s \\ \vdots \\ \vec{C}_r \end{array} \right] = \{F'_s\} - \{F'_r\} \text{ evaluada en } x = L \quad (3.27)$$

donde $\left[\begin{array}{c} \vec{V}_s \\ \vdots \\ \vec{C}_s \end{array} \right]$ es la matriz de formas modales propagada en la región del *suelo* obtenida de manera idéntica que en la región del *relleno*, sólo que con los parámetros de la región del suelo; es decir

$$\left[\begin{array}{c} \vec{V}_s(x) \\ \vdots \\ \vec{C}_s \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} v_{s2j-1,l} \\ v_{s2j,l} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} U'_{sj} \exp^{-ik_l x} \\ W'_{sj} \exp^{-ik_l x} \end{array} \right] \quad (3.28)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

evaluada para la ecuación 3.27 en $x = L$.

Adicionalmente $\left[\begin{array}{c} \vec{P}_s \\ \vdots \\ \vec{C}_s \end{array} \right]$ es la matriz de fuerzas modales propagada en la región del *suelo*, obtenida de manera idéntica que en la región del *relleno*, sólo que con los parámetros de la región del *suelo*; es decir

$$\left[\begin{array}{c} \vec{P}_s(x) \\ \vdots \\ \vec{C}_s \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} P_{s2j-1,l} \\ P_{s2j,l} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} iA_s \vec{V}_s K_s + D_s \vec{V}_s \end{array} \right] \quad (3.29)$$

$$1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq 2n$$

donde $[A_s]$, $[K_s]$ y $[D_s]$ son las matrices de propiedades de la región del *suelo* definidas en las ecs. 2.15, 2.23 y 2.34, respectivamente.

Además, $\{\delta'_s\}$ y $\{F'_s\}$ son los vectores de campo libre de deformaciones y de fuerzas, respectivamente, de la región del *suelo*, que se obtienen de manera idéntica que los de la región del *relleno*, sólo que con los datos de *suelo*. Por último, los vectores de coeficientes de participación modal correspondientes a la

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

región del *relleno* (onda incidente \rightarrow y reflejada \leftarrow) y *suelo* (onda refractada \rightarrow),

son respectivamente $\begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \vec{C}_r \end{Bmatrix}$ de dimensión $(4n \times 1)$ y $\{\vec{C}_s\}$ de dimensión $(2n \times 1)$.

Con las ecs. 3.25, 3.26 y 3.27 se define el sistema de ecuaciones cuya solución proporciona los coeficientes de participación modal del sistema.

La composición del sistema matricial integral se ilustra esquemáticamente a continuación:

ARREGLO	DIMENSIÓN
$\begin{bmatrix} \vec{V}_r \\ \vec{V}_r \end{bmatrix}$	$(2n \times 4n)$
$\begin{Bmatrix} \vec{C}_r \\ \dots \\ \vec{C}_r \end{Bmatrix}$	$(4n \times 1)$
$\{\delta_{muro}\}$	$(2n \times 1)$
$\{\delta_r'\}$	$(2n \times 1)$
$\{\vec{V}_s\}$	$(2n \times 2n)$
$\{\vec{C}_s\}$	$(2n \times 1)$
$\{\delta_s'\}$	$(2n \times 1)$
$\begin{bmatrix} \vec{P}_r \\ \vec{P}_r \end{bmatrix}$	$(2n \times 4n)$
$\{\vec{P}_s\}$	$(2n \times 1)$
$\{F_r'\}$	$(2n \times 1)$
$\{F_s'\}$	$(2n \times 1)$

TESIS CON
FUELA DE ORIGEN

$$\left(\begin{array}{c|c|c} \left[\begin{array}{c} \vec{V}_{r(x=0)} \\ \vec{V}_{r(x=L)} \\ \vec{P}_{r(x=L)} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} \vec{V}_{r(x=0)} \\ \vec{V}_{r(x=L)} \\ \vec{P}_{r(x=L)} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \vec{V}_{s(x=L)} \\ \vec{P}_{s(x=L)} \end{array} \right] \\ \hline \left[\begin{array}{c} \vec{C}_r \\ \dots \\ \vec{C}_r \\ \vec{C}_s \end{array} \right] & & \left[\begin{array}{c} \delta_{muro} - \delta_r' \\ \delta_s' - \delta_r' \\ F_s' - F_r' \end{array} \right] \end{array} \right)$$

Sustituyendo los valores de $\left\{ \begin{array}{c} \vec{C}_r \\ \dots \\ \vec{C}_r \end{array} \right\}$ en la ec. 3.17 se obtienen las fuerzas totales que actúan sobre el muro de retención del modelo.

El cortante basal, q_b , y el momento resultante en la base del muro, M_b , se obtienen de manera idéntica que en el sistema *muro-relleno*, usando las ecs. 3.14 y 3.15, respectivamente.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

Capítulo 4

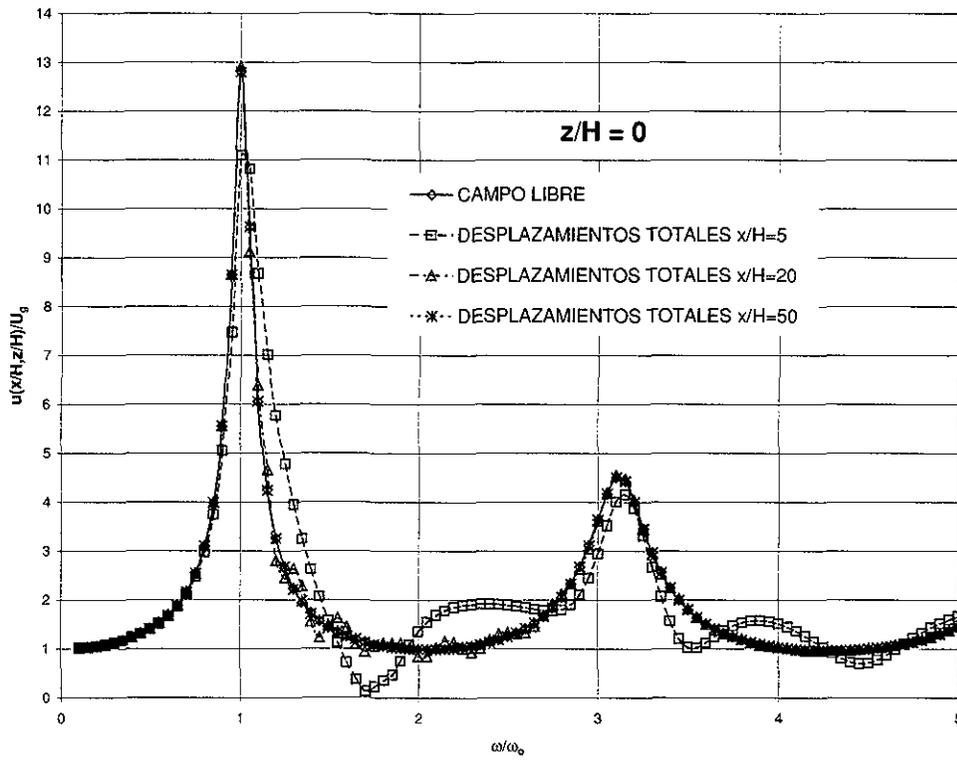
Análisis de resultados

En este capítulo se exponen los resultados obtenidos con la metodología desarrollada en este trabajo. Inicialmente se presenta la calibración de los modelos presentados y posteriormente se muestran las comparaciones con otros modelos propuestos en la literatura que sirvieron como validación. Finalmente, se presentan los resultados del análisis de los efectos de los parámetros involucrados en el comportamiento del modelo *muro-relleno* y *muro-relleno-suelo*.

4.1. Calibración del modelo

La calibración del modelo *muro-relleno* se realizó comprobando que cumpliera las siguientes condiciones:

- a) Los desplazamientos deben tender al campo libre conforme se aleja uno del muro. Es decir, a cierta distancia del muro, éste ya no influye en la respuesta sísmica del relleno. Esto se comprobó calculando el desplazamiento total en distintas estaciones ubicadas a diferentes distancias del muro ($x/H = 5, 10, 20$ y 50), tal como se muestra en la figura 4.1.



TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Figura 4.1a. Desplazamientos horizontales en distintas estaciones (x/H), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0$

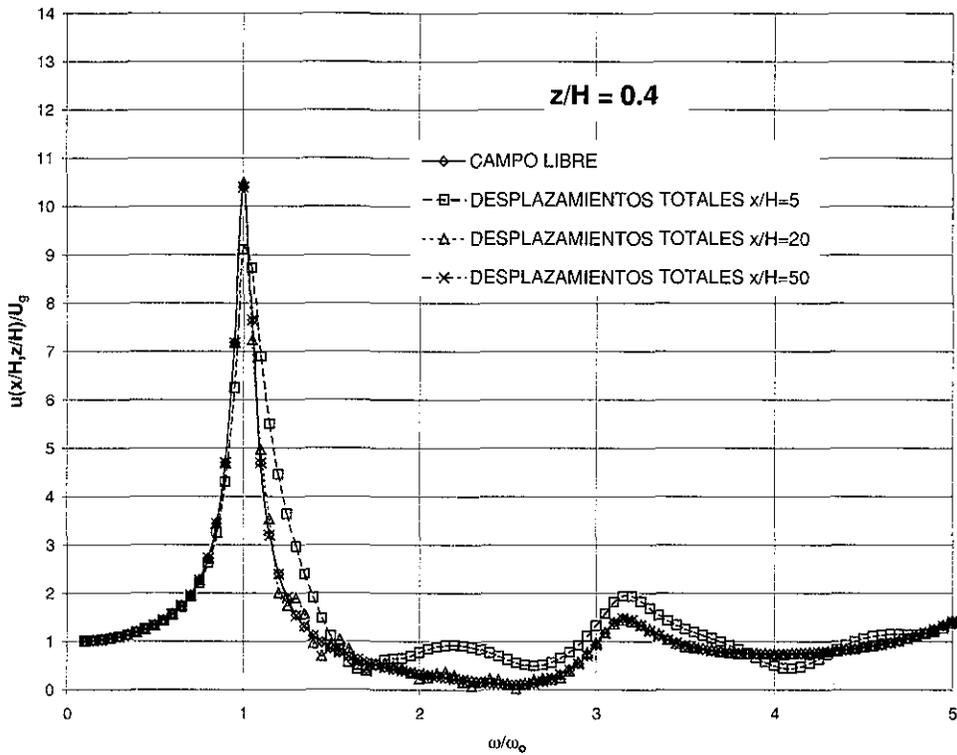


Figura 4.1b. Desplazamientos horizontales en distintas estaciones (x/H), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0.4$

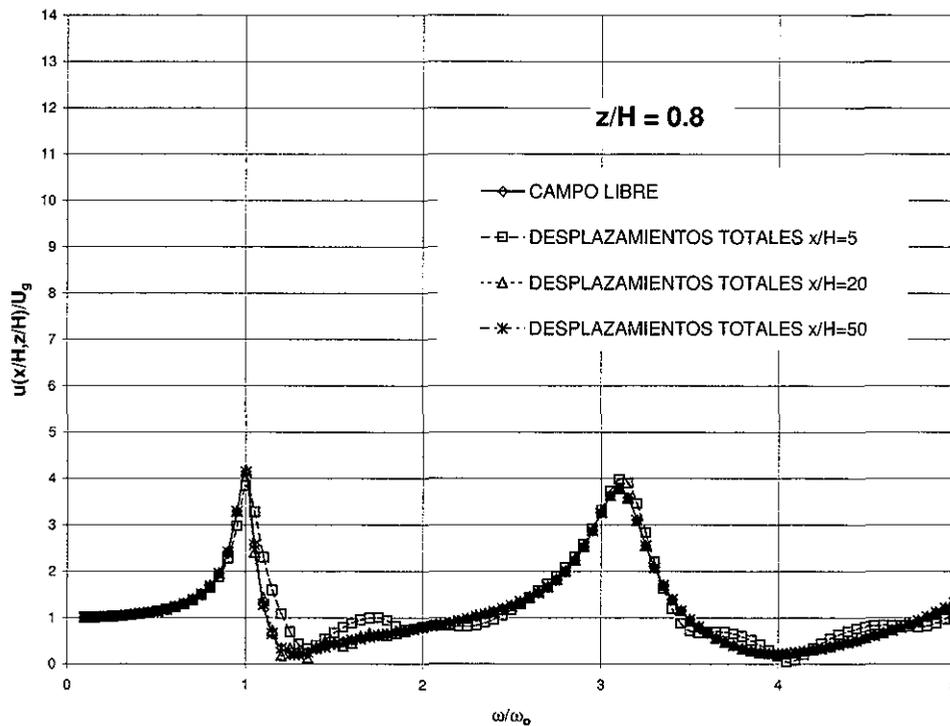


Figura 4.1c. Desplazamientos horizontales en distintas estaciones (x/H), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0.8$

Tal como se ve en las figuras en la estación ubicada en $x/H = 50$ la respuesta sísmica total ya no se encuentra influida por la presencia del muro y se reproduce exactamente el campo libre.

- b) El desplazamiento horizontal unitario impuesto al muro como condición de frontera debe cumplirse al sumar los campos libres y difractados de desplazamientos (desplazamientos totales) sobre el muro ($x = 0$). En la figura 4.2 se presenta la parte real de los campos libres y difractados de desplazamientos horizontales en la superficie sobre el muro, $u(0,0)$. Como se ve en la figura, la parte positiva es mayor exactamente en una unidad a la parte negativa; es decir, la suma de la parte real de los dos campos es exactamente igual al desplazamiento horizontal unitario.

La parte imaginaria de los desplazamientos horizontales de campo libre y difractado en la superficie no influye en los desplazamientos totales, ya que son exactamente iguales pero de signo contrario, por lo que la sumatoria es igual a cero según se aprecia en la figura 4.3.

Lo mismo ocurre cuando se evalúa esta condición a distintas profundidades ($z > 0$), con lo que se cumple la condición impuesta al muro.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

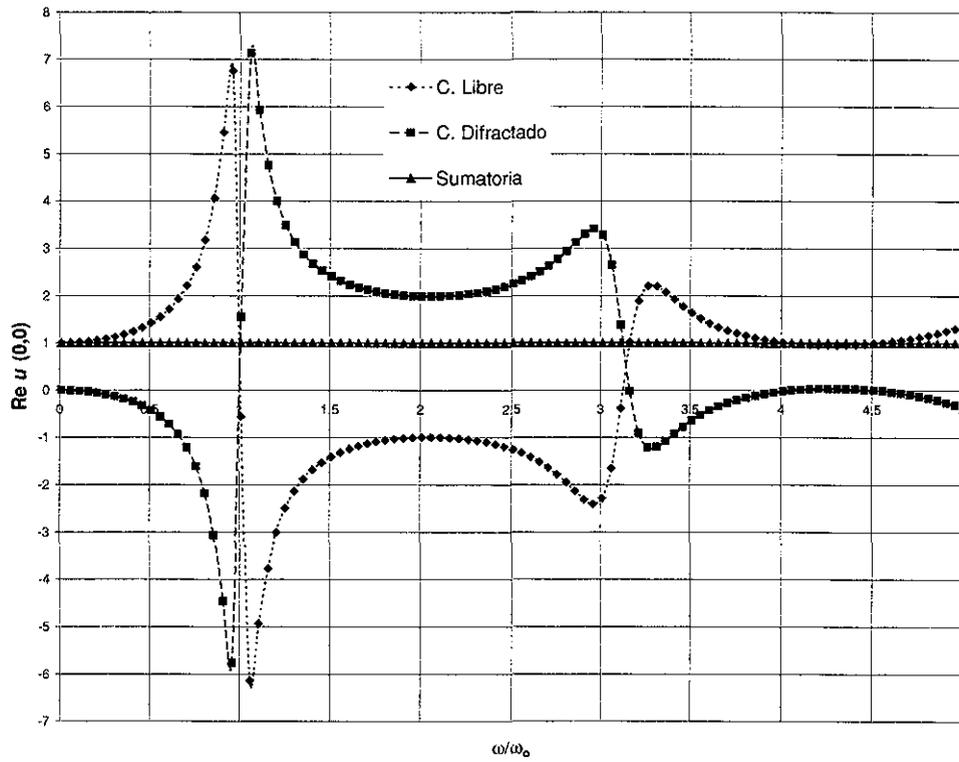


Figura 4.2. Parte real de los desplazamientos horizontales en la superficie ($z = 0$) sobre el muro ($x = 0$), para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.05$

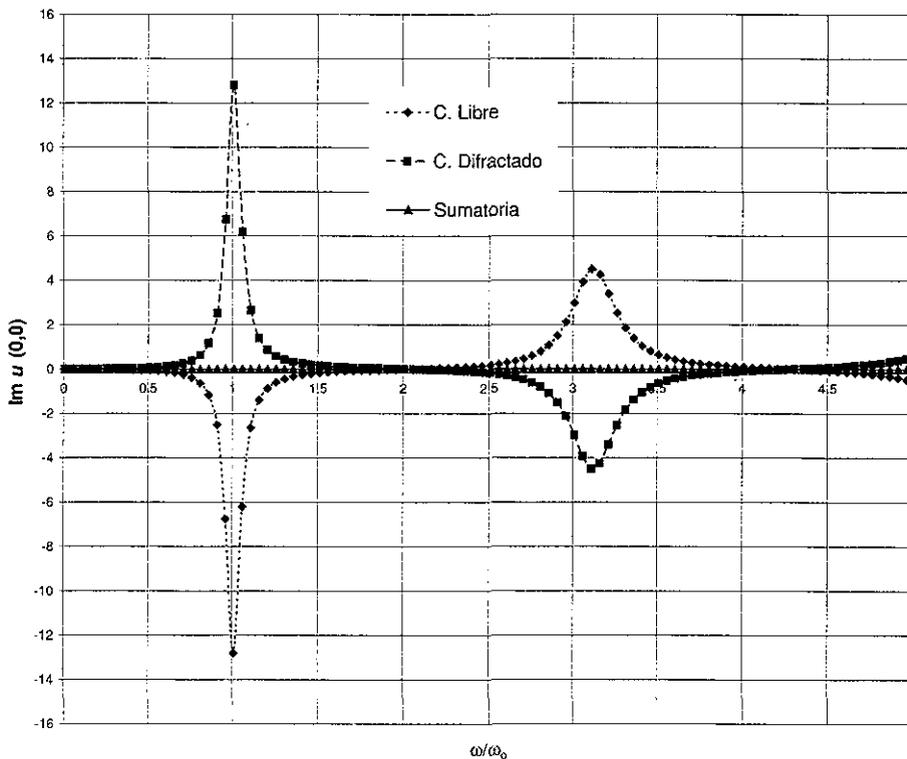


Figura 4.3. Parte imaginaria de los desplazamientos horizontales en la superficie ($z = 0$) sobre el muro ($x = 0$), para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.05$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

La calibración del modelo *muro-relleno-suelo* se realizó comprobando que, además de las anteriores condiciones, cumpliera las siguientes:

- a) Si el *relleno* y el *suelo* poseen exactamente las mismas propiedades entonces la frontera entre ellos es virtual, independientemente de la distancia a la que se encuentre, y la respuesta de este modelo debe ser igual a la del modelo *muro-relleno*. En la figura 4.4 se muestran las respuestas de ambos modelos con las condiciones descritas.

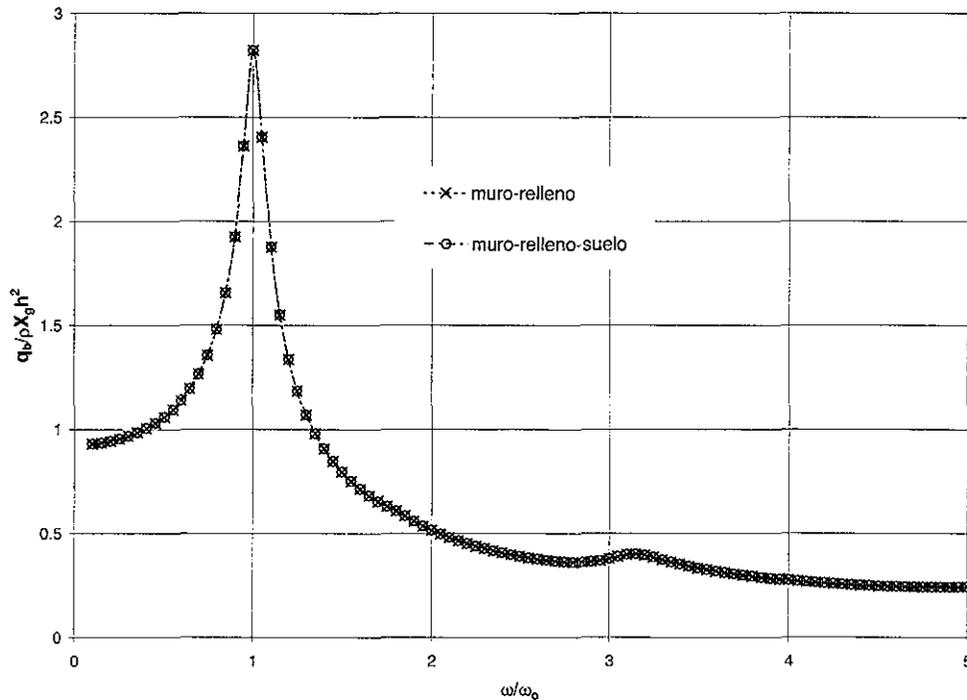


Figura 4.4. Cortante basal sobre el muro. Comparación entre ambos modelos, para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.05$

- b) En la frontera entre el *relleno* y el *suelo* existe continuidad de fuerzas y desplazamientos, por lo que la respuesta del *relleno* evaluada en $x = L$ debe ser igual a la respuesta del *suelo* evaluada en $x = L$ también. En las figuras 4.5 y 4.6 se muestran las fuerzas y los desplazamientos horizontales respectivamente, a diferentes profundidades (z/H) tanto del *suelo* como del *relleno* calculados en la frontera entre ambas secciones. Tal como se ve, estas condiciones se cumplen perfectamente.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

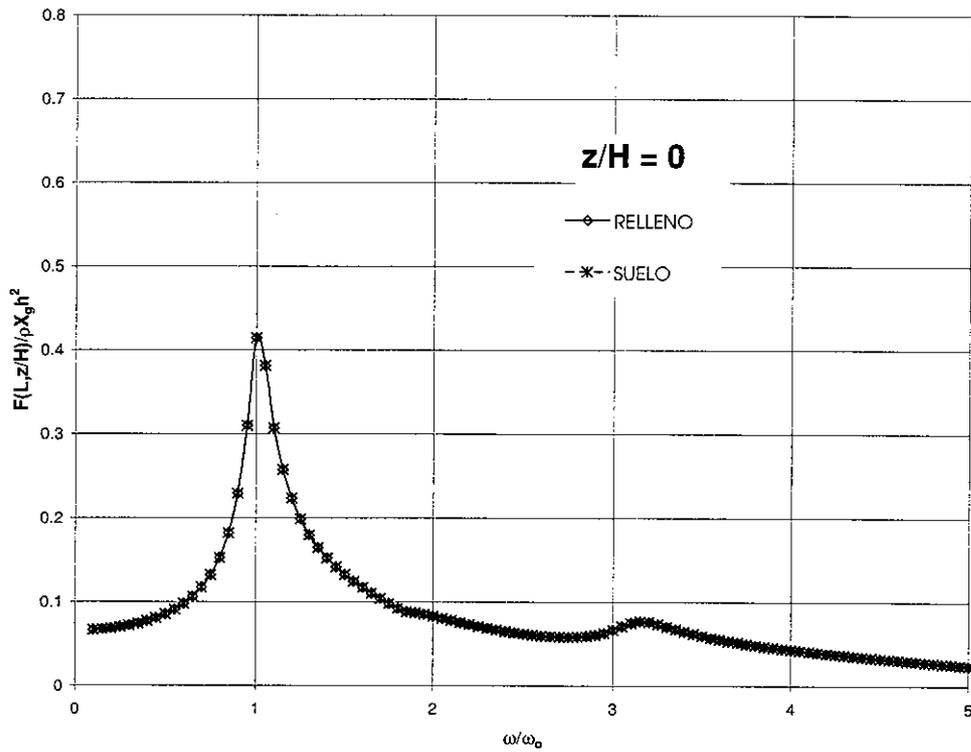


Figura 4.5a. Fuerzas horizontales en la frontera entre el *suelo* y el *relleno* ($x = L$), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0$

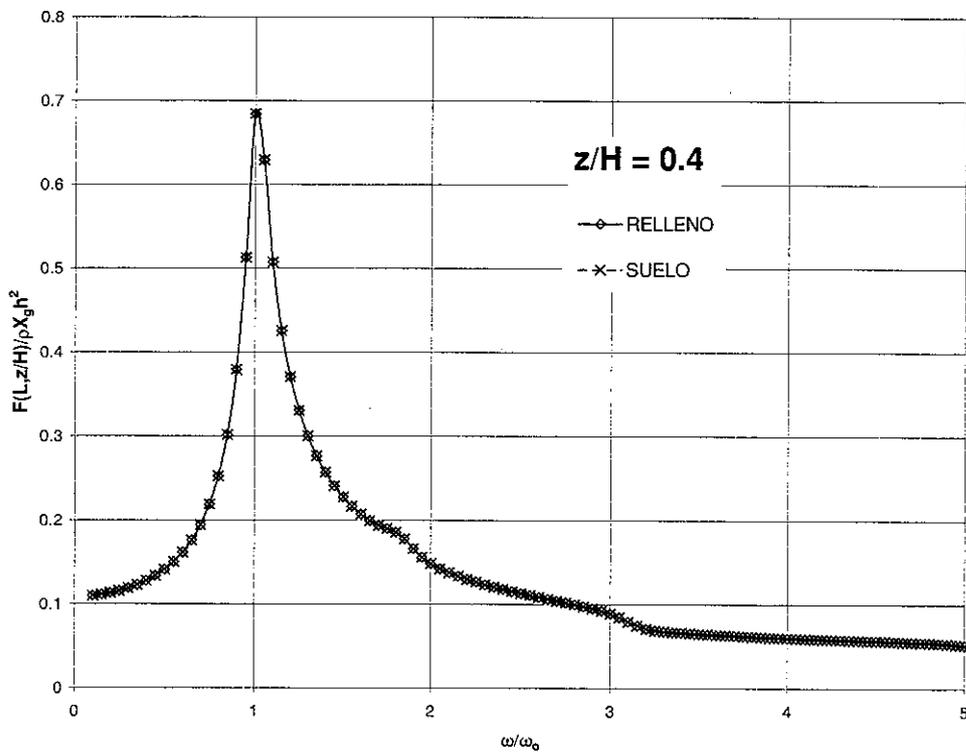


Figura 4.5b. Fuerzas horizontales en la frontera entre el *suelo* y el *relleno* ($x = L$), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0.4$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

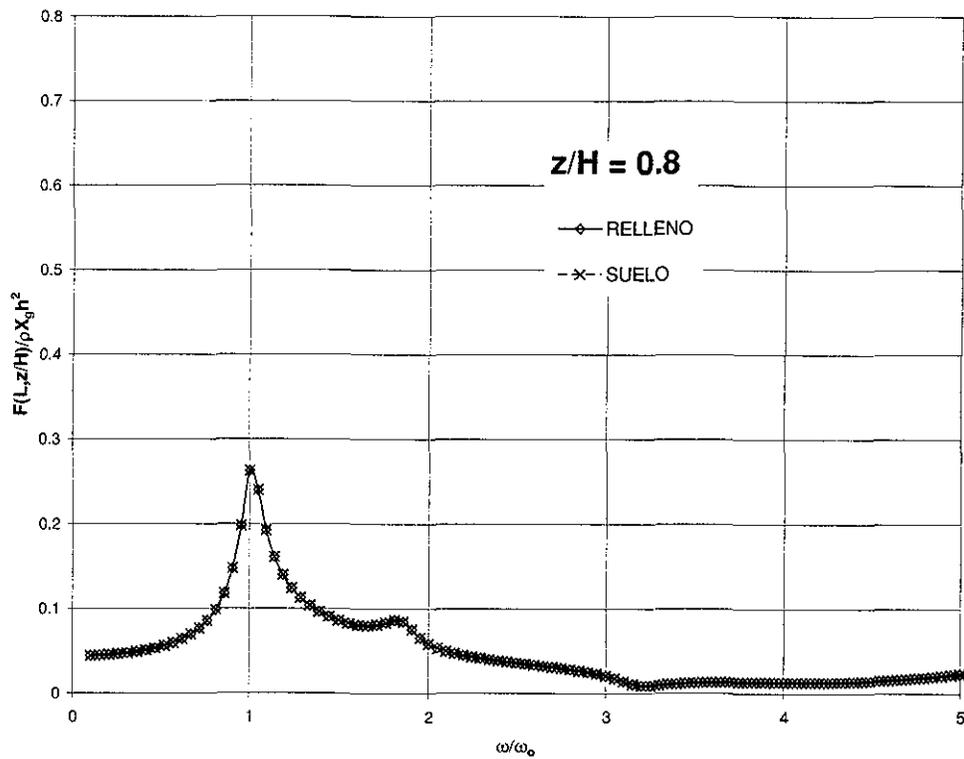


Figura 4.5c. Fuerzas horizontales en la frontera entre el *suelo* y el *relleno* ($x = L$), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0.8$

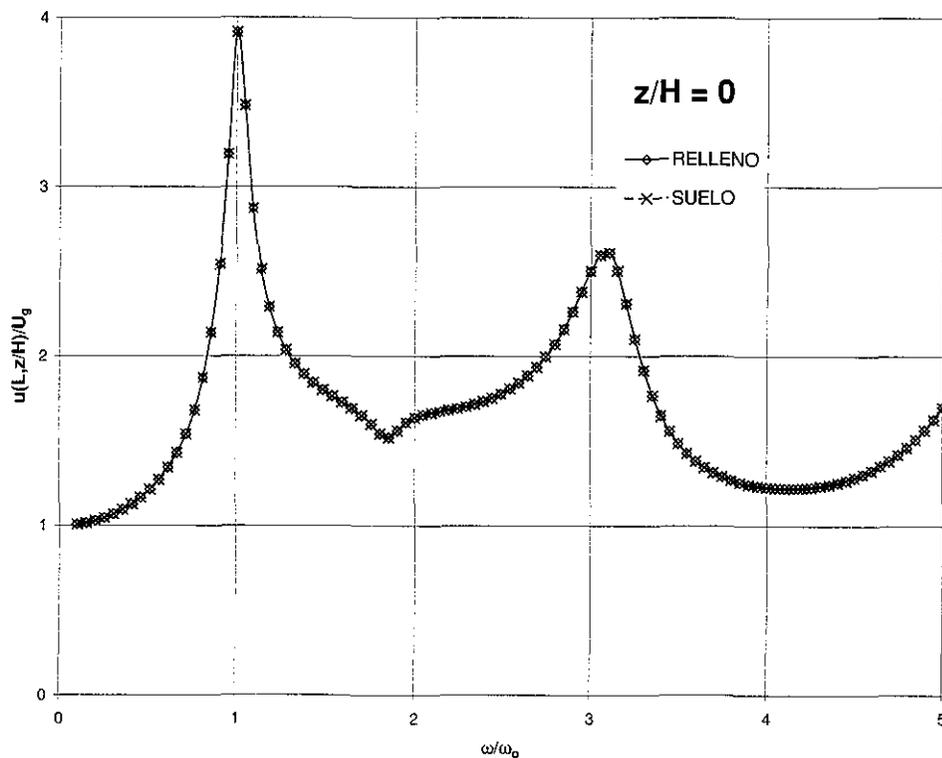


Figura 4.6a. Desplazamientos horizontales en la frontera entre el *suelo* y el *relleno* ($x = L$), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

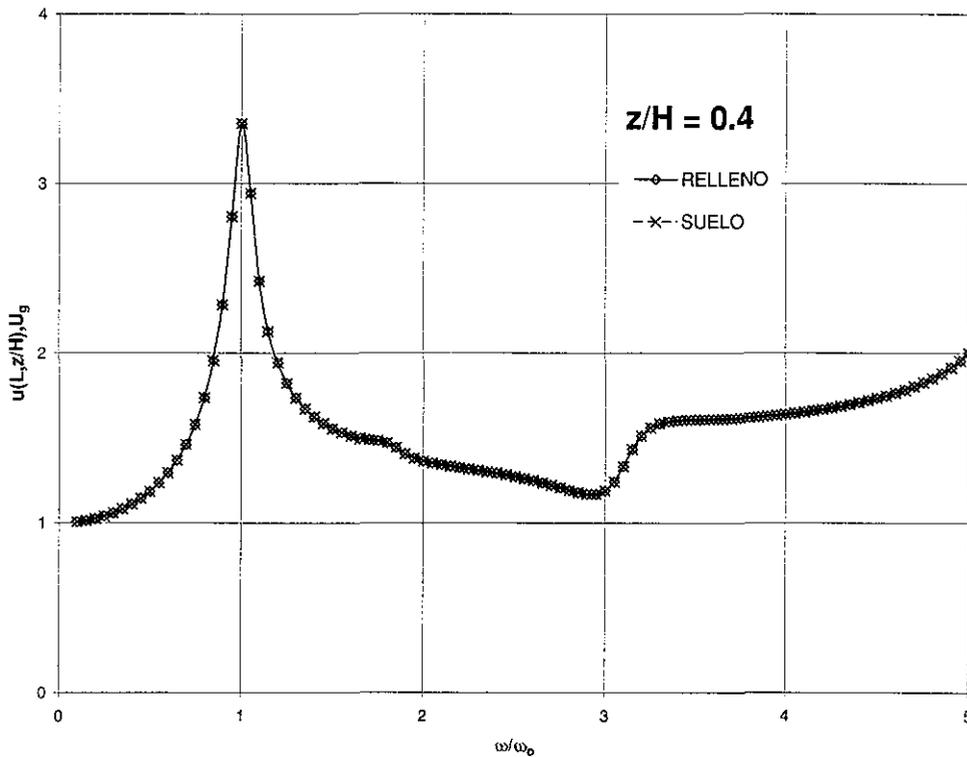


Figura 4.6b. Desplazamientos horizontales en la frontera entre el *suelo* y el *relleno* ($x = L$), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0.4$

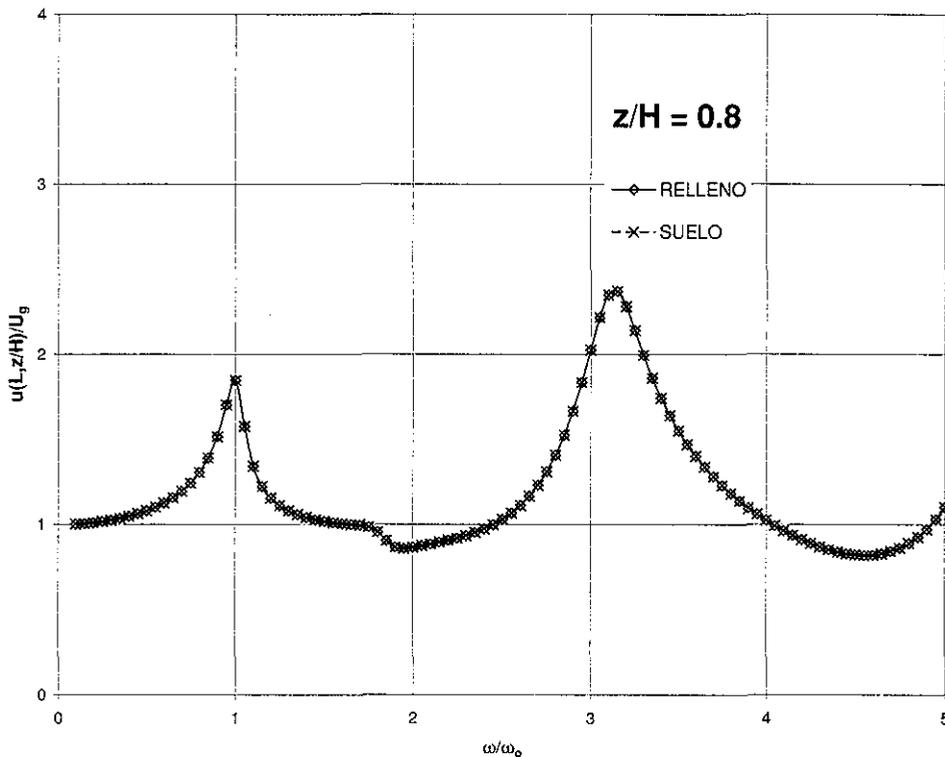


Figura 4.6c. Desplazamientos horizontales en la frontera entre el *suelo* y el *relleno* ($x = L$), para $\nu = 0.3$, $\beta = 0.05$ y $z/H = 0.8$

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

4.2. Comparación de resultados

Con el fin de verificar el funcionamiento del modelo, se hizo una comparación cualitativa con los resultados publicados por distintos autores. Cabe mencionar que debido a la imposibilidad de obtener los modelos numéricos de los distintos investigadores, se decidió digitalizar detalladamente sus resultados y compararlos con los obtenidos con el modelo presentado en este trabajo, respetando los parámetros utilizados.

En lo que a la respuesta estática se refiere, se comparan los resultados del cortante basal para diferentes valores de la relación de Poisson, ν , con los obtenidos con el modelo de Veletsos y Younan, 1994b y con la solución clásica de Wood, 1973, para un relleno semi-infinito, teniéndose la aproximación que se muestra en la figura 4.7.

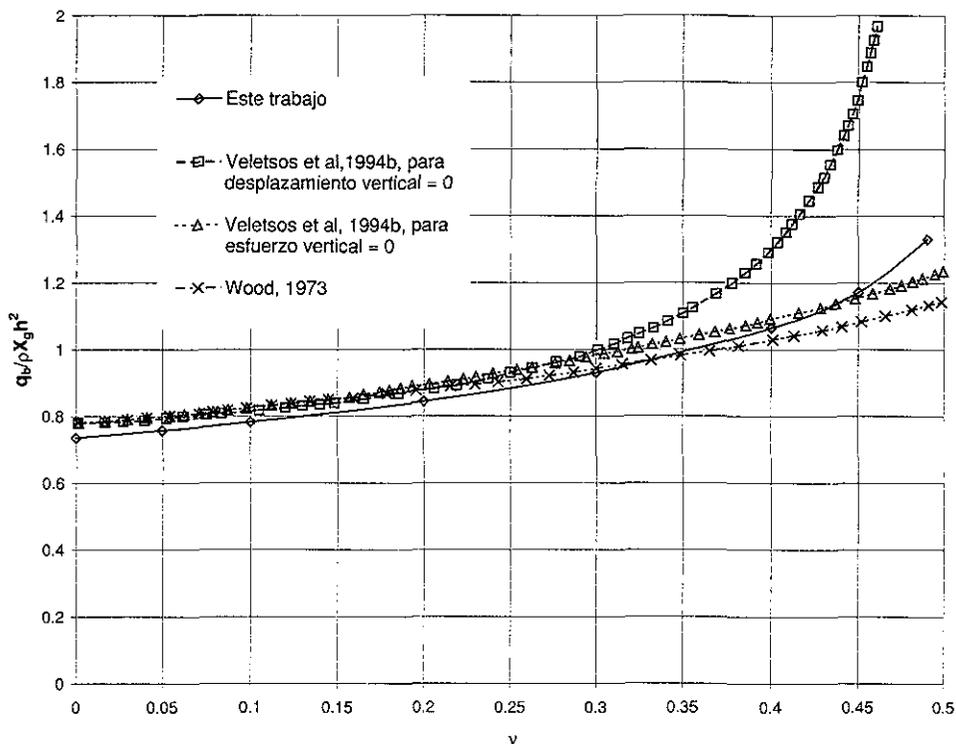


Figura 4.7. Comparación de los valores estáticos del cortante basal calculados para distintas relaciones de Poisson, ν y $\beta = 0.05$

En la tabla 4.1 se presenta una tabla comparativa entre los distintos métodos.

Cabe aclarar que aunque la solución de Wood, 1973, se considera "exacta", al igual que este trabajo, esto es estrictamente válido para un relleno de longitud finita L contenido entre dos muros. En el ejemplo presentado, el hecho de que los resultados de los métodos "exactos" (Wood, 1973, y este trabajo) no sean iguales puede deberse a que, para simular la condición semi-infinita, en el análisis de

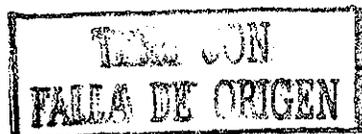
Wood se consideró una longitud del relleno $L=10H$ donde H es la altura del muro, mientras que en este trabajo la condición semi-infinita es real.

Tabla 4.1. Comparación de la variación del cortante basal estático con la relación de Poisson, obtenida con distintos métodos

Relación de Poisson, ν	$q_b/\rho X_g h^2$			
	Este trabajo	Veletsos y Younan, 1994b, Desplazamiento vertical = 0	Veletsos y Younan, 1994b, Esfuerzo Vertical = 0	Wood, 1973
0.00	0.736	0.781	0.781	0.781
0.05	0.758	0.794	0.801	0.801
0.10	0.783	0.812	0.824	0.824
0.20	0.844	0.877	0.896	0.878
0.30	0.931	0.999	0.988	0.943
0.40	1.065	1.291	1.092	1.031
0.45	1.172	1.746	1.153	1.084
≈ 0.50	1.330	-	1.234	1.143

Las diferencias con los resultados reportados por Veletsos y Younan, 1994b, tienen que ver precisamente con las hipótesis descritas en la figura 4.7. En el primer caso el cortante basal se calcula suponiendo que no hay desplazamientos verticales en el relleno y en el segundo caso se supone que no se desarrollan esfuerzos verticales en ningún punto dentro del relleno.

En lo que a la respuesta dinámica se refiere, la interacción entre una estructura de retención y su relleno en el rango de pequeños desplazamientos fue tratada por Wood, 1973, en el marco de la elasticidad clásica. Con este mismo fin, Arias et al., 1981, presentaron un modelo elástico simplificado. Los valores del cortante basal obtenidos por estos dos autores en el dominio de la frecuencia para un relleno elástico con un amortiguamiento $\beta = 10\%$, se han comparado con los del modelo *relleno-suelo* lográndose la aproximación que se muestra en las figuras 4.8.



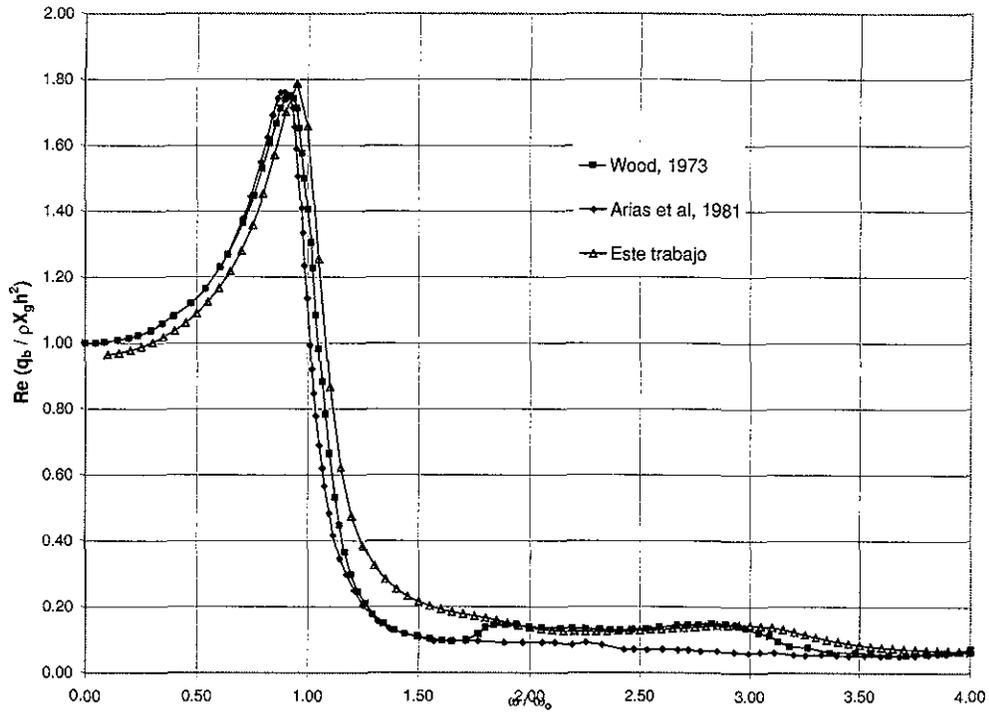


Figura 4.8a. Comparación de la parte real (Re) del cortante basal normalizado, para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.1$

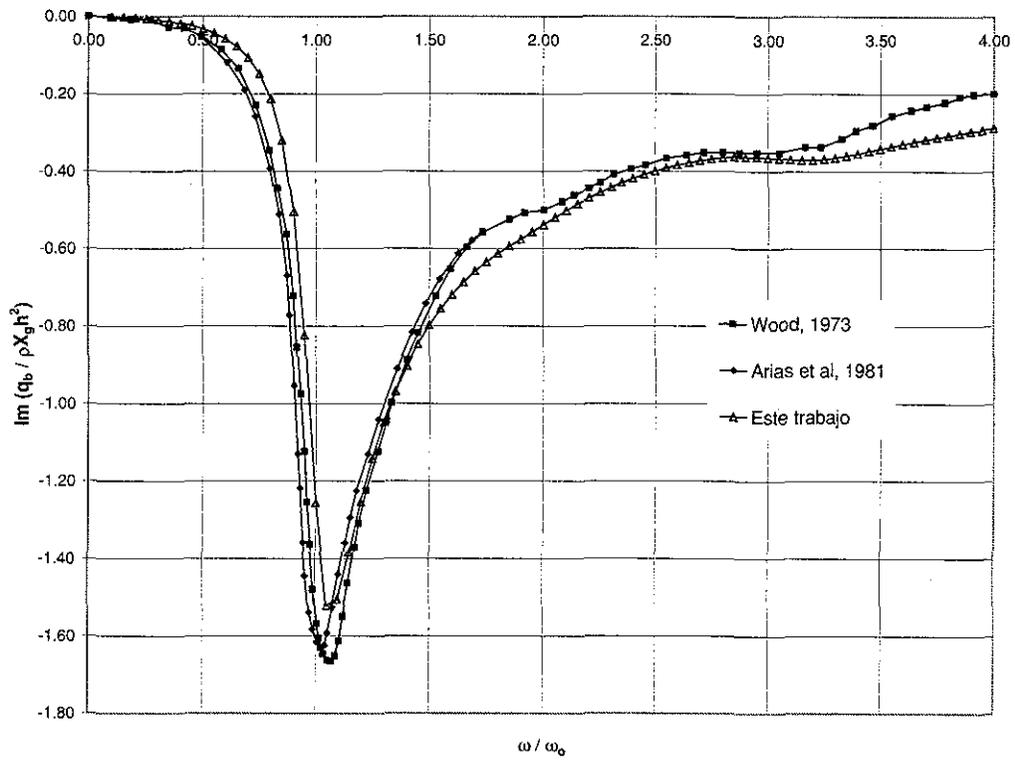


Figura 4.8b. Comparación de la parte imaginaria (Im) del cortante basal normalizado, para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.1$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

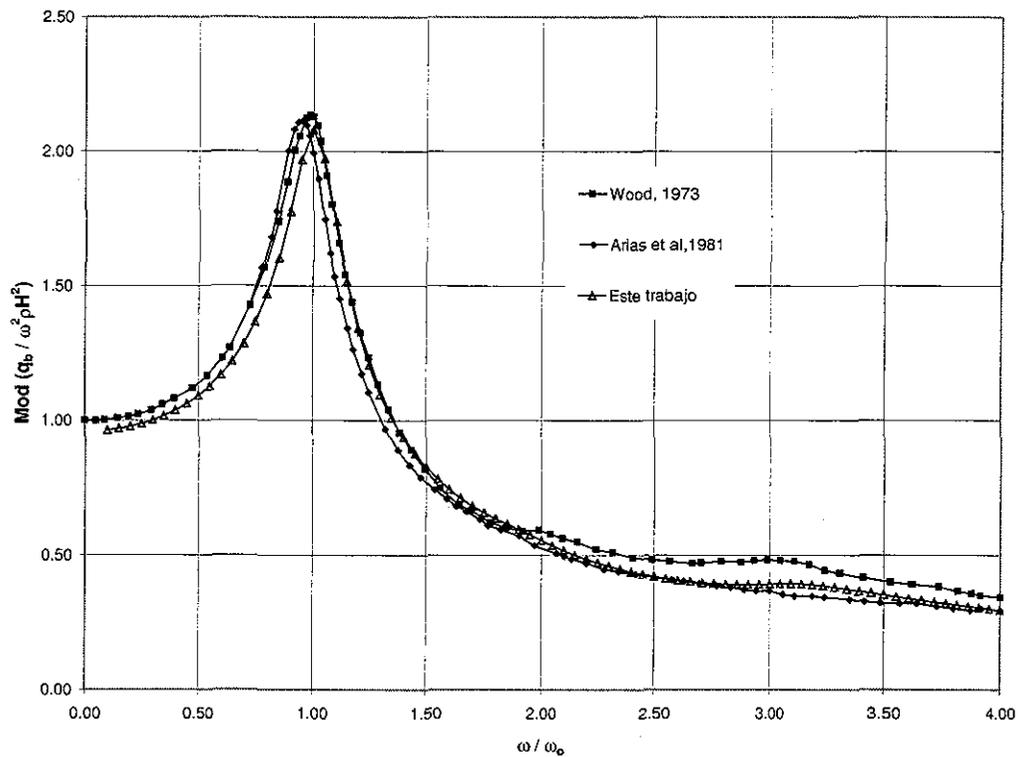


Figura 4.8c. Comparación del módulo (Mod) del cortante basal normalizado, para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.1$

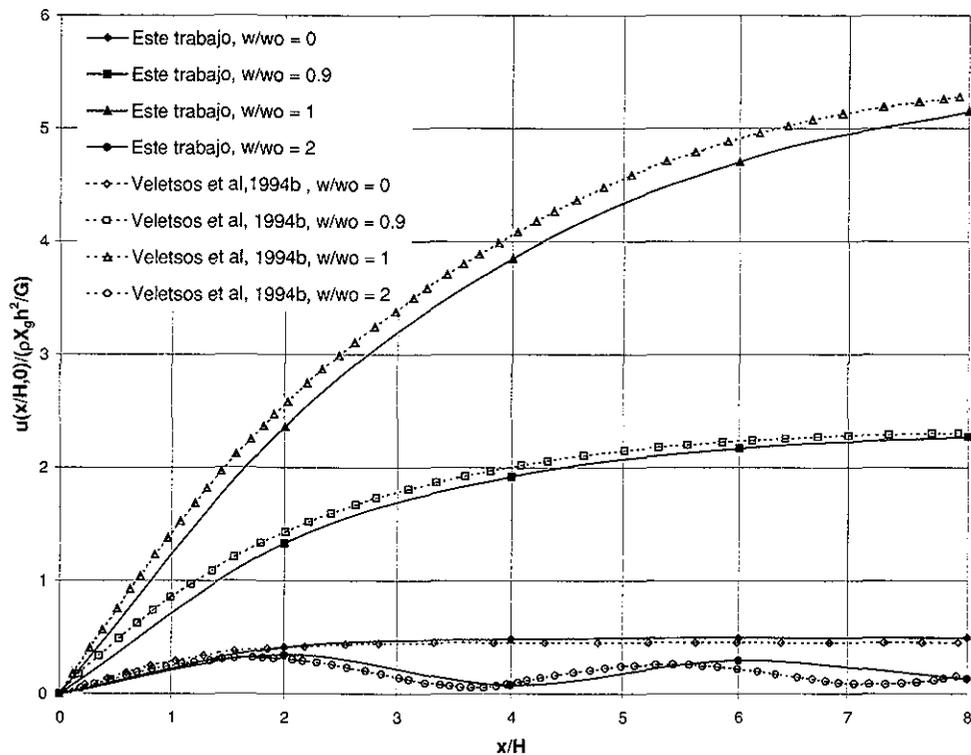


Figura 4.9. Comparación de las variaciones en la superficie de los desplazamientos horizontales relativos, para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.05$

Finalmente, en la figura 4.9 se presenta la comparación hecha con el modelo de Veletsos y Younan, 1994b, de la variación en la superficie ($z=0$) de los desplazamientos horizontales relativos, para $\nu = 0.3$ y $\beta = 0.05$, obteniéndose la aproximación que se observa en la figura.

4.3. Análisis paramétrico

A continuación se presentan los resultados del análisis paramétrico realizado con los modelos propuestos en este trabajo. Se estudia el efecto de los siguientes parámetros: amortiguamiento, β ; relación de Poisson, ν ; heterogeneidad de los estratos (variación lineal y parabólica de la velocidad de corte, V_c , con la profundidad del relleno, z); longitud del relleno, L/H ; y contraste entre la rigidez del relleno y el suelo, V_{cl}/V_{cs} .

Inicialmente se muestran los resultados del análisis paramétrico considerando un desplazamiento horizontal unitario como excitación y posteriormente los obtenidos considerando un desplazamiento vertical unitario como excitación.

4.3.1. Excitación horizontal

Para realizar este análisis se discretizó el depósito en 5 estratos del mismo espesor, cada uno con un peso volumétrico $\rho = 1.5 \text{ T/m}^3$, relación de Poisson $\nu = 0.4$ y amortiguamiento material $\beta = 5 \%$, salvo en los casos en los que se indica otra cosa.

4.3.1.1. Efecto del amortiguamiento, β

Con la finalidad de determinar la respuesta sobre el muro para distintos valores del amortiguamiento del relleno, se efectuaron tres ejemplos con valores de amortiguamiento de 3, 5 y 10 %. Como se esperaba, a medida que crece este parámetro, el cortante basal para la frecuencia fundamental va disminuyendo, cumpliendo aproximadamente la relación $1/\sqrt{2\beta}$. La respuesta estática ($\omega/\omega_0 \approx 0$) no varía con este parámetro. En la tabla 4.2 se presenta la comparación entre los valores del cortante basal normalizado ($q_b/\rho X_g h^2$) para la frecuencia fundamental obtenidos analíticamente con la relación $1/\sqrt{2\beta}$ y los calculados con el modelo aquí presentado.

Tabla 4.2. Comparación del cortante basal normalizado para la frecuencia fundamental (excitación horizontal)

Amortiguamiento β (%)	$q_b/\rho X_g h^2$	
	$1/\sqrt{2\beta}$	Este trabajo
3	4.08	3.92
5	3.16	3.09
10	2.23	2.23

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

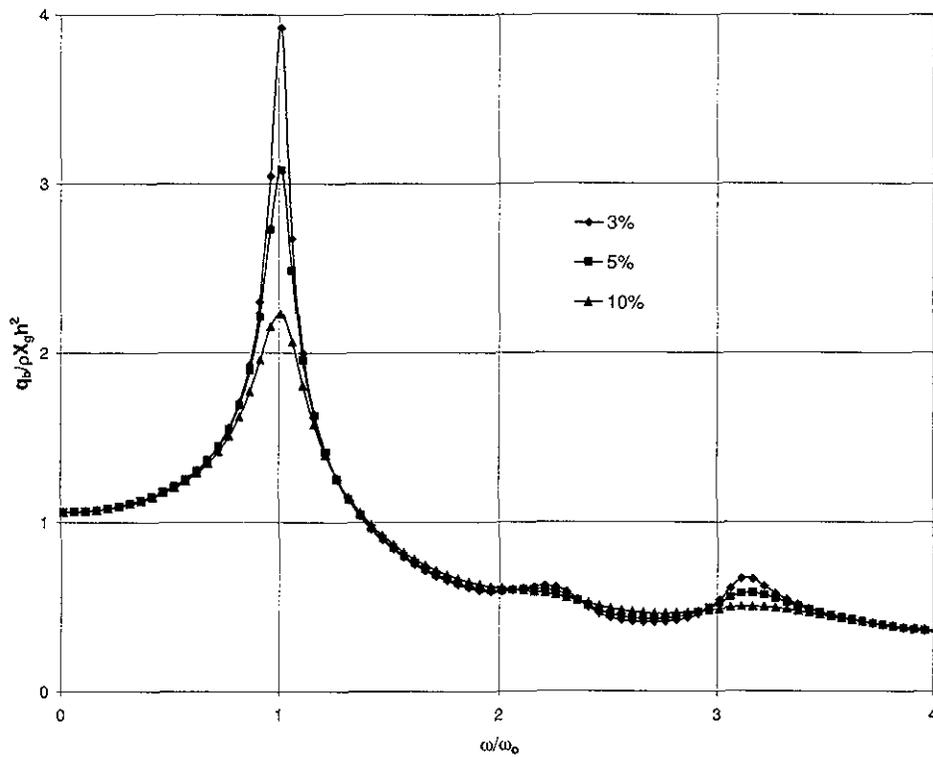
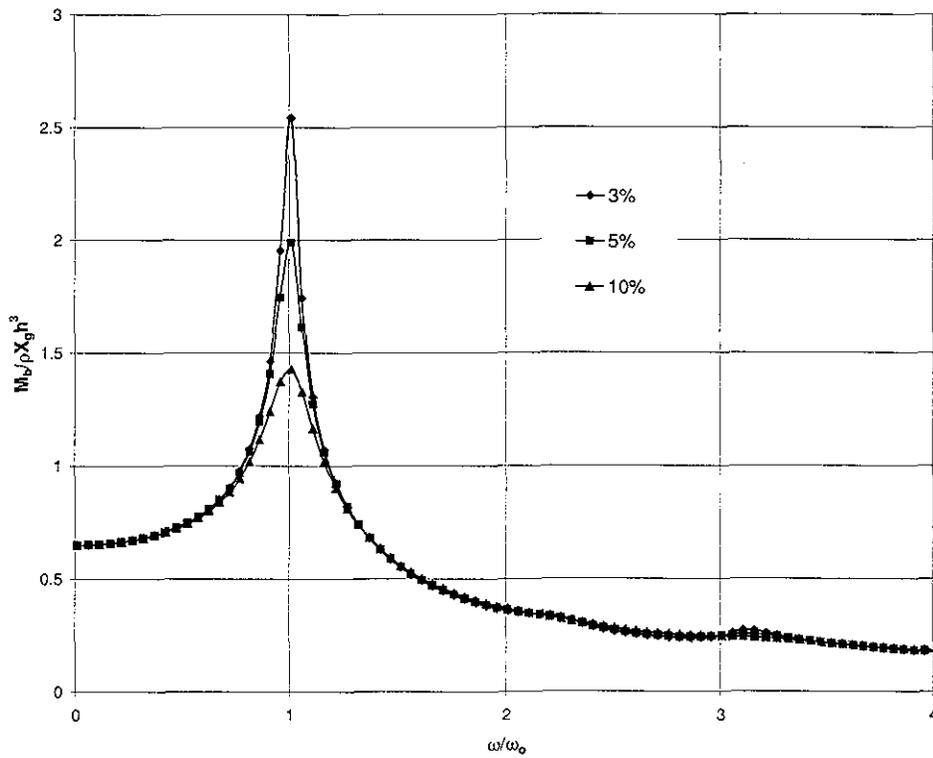


Figura 4.10 a). Efecto del amortiguamiento material del suelo en el cortante basal



TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Figura 4.10 b). Efecto del amortiguamiento material del suelo en el momento de volteo

Los momentos en la base siguen la misma tendencia que el cortante basal, pero con valores menores. En las figuras 4.10 se muestran los resultados obtenidos.

4.3.1.2. Efecto de la relación de Poisson, ν

La relación de Poisson también fue considerada en el estudio de la respuesta dinámica del muro de retención; para tal fin, se realizaron corridas con tres distintos valores de ν (0.3, 0.4 y 0.49), tratando de cubrir el rango de valores encontrados en distintos tipos de suelo. En las figuras 4.11, se presentan los resultados obtenidos. En dichas figuras se nota que un incremento de 0.2 de este parámetro genera un aumento en el cortante basal y el momento de volteo máximos de aproximadamente el 25 %. Para el caso de los valores estáticos ($\omega/\omega_0 \approx 0$), el aumento es de aproximadamente el 40%.

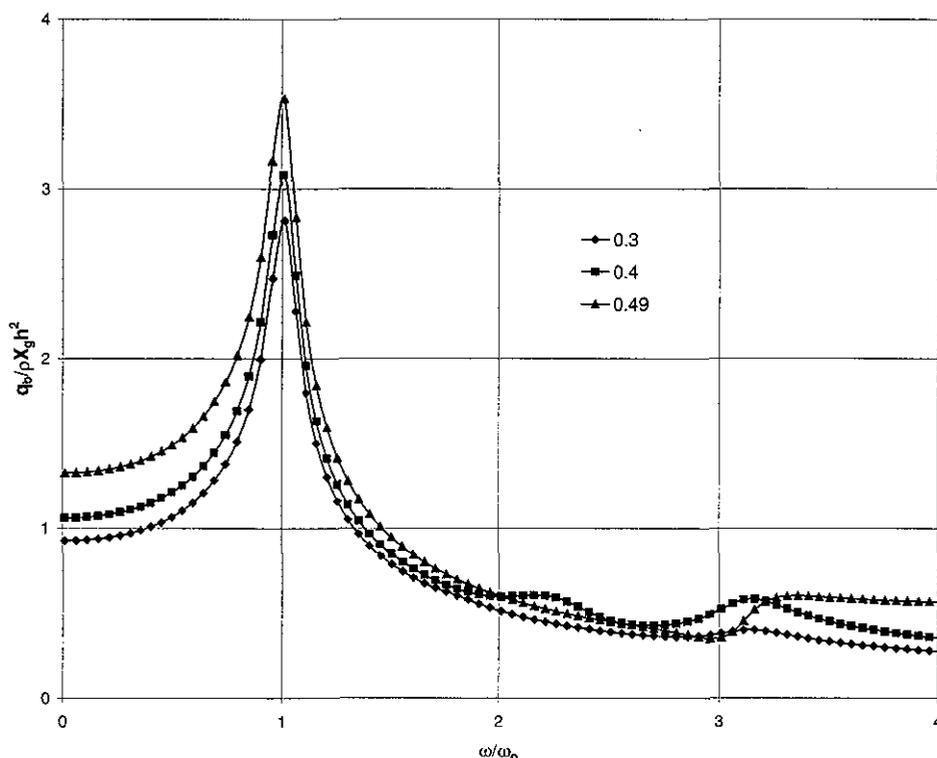
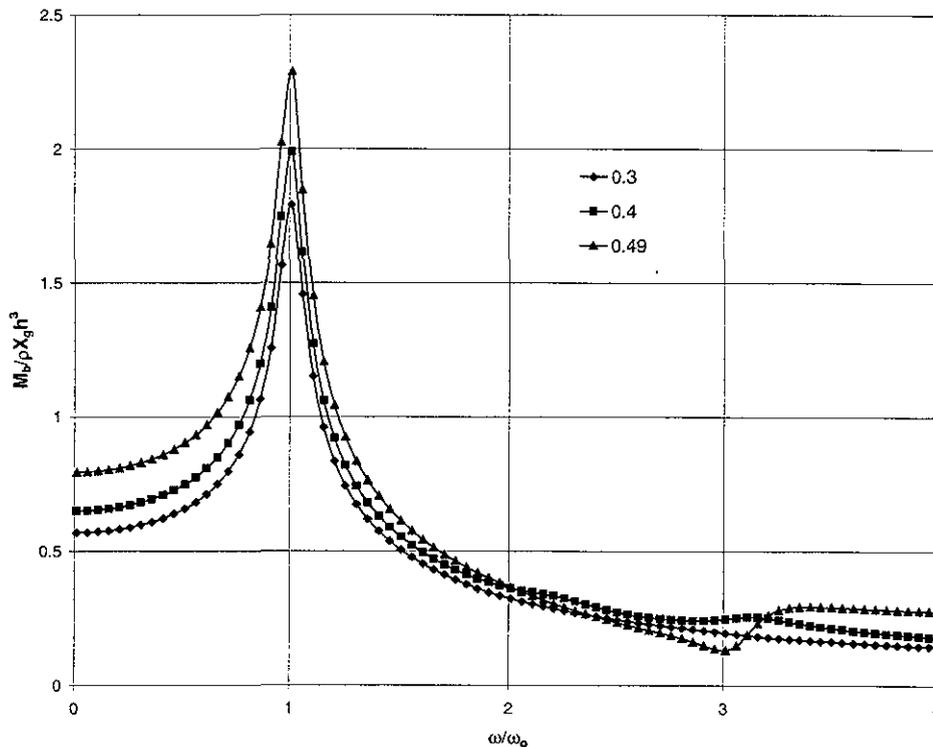


Figura 4.11 a). Efecto de la relación de Poisson en el cortante basal



TESIS CON FALLA DE ORIGEN

Figura 4.11 b). Efecto de la relación de Poisson en el momento de volteo

4.3.1.3. Efecto de la heterogeneidad de los estratos

Para determinar la influencia de la heterogeneidad entre los estratos del *relleno* de un muro de retención en la respuesta sísmica del muro, se decidió variar lineal y parabólicamente la velocidad de las ondas de cortante del *relleno* con la profundidad, z , tal como se muestra en la figura 4.12. Aunque si bien es cierto que la variación en los rellenos puede ser bastante irregular, estudios hechos a arenas han mostrado que la velocidad de ondas de corte varía con la profundidad (confinamiento) siguiendo una ley parabólica (ver ejemplos en el capítulo 4). En lo que respecta a la variación lineal, no se tienen referencias que la velocidad de ondas de corte varíe en algún tipo de suelo siguiendo esta tendencia y únicamente se incluye en este estudio para fines de comparación. No obstante cabe mencionar que en el modelo es factible caracterizar al suelo con cualquier otra distribución sea ésta regular o no.

La variación lineal se hizo de acuerdo con la siguiente expresión

$$V_c(z) = V_{ct} + z \frac{(V_{cb} - V_{ct})}{H}$$

La variación parabólica se hizo de acuerdo con la siguiente expresión

$$V_c(z) = V_{ct} + \sqrt{z} \frac{(V_{cb} - V_{ct})}{H}$$

donde V_{ct} y V_{cb} son la velocidad de ondas de cortante en la superficie y en la base, respectivamente, y H es el espesor del *relleno*.

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

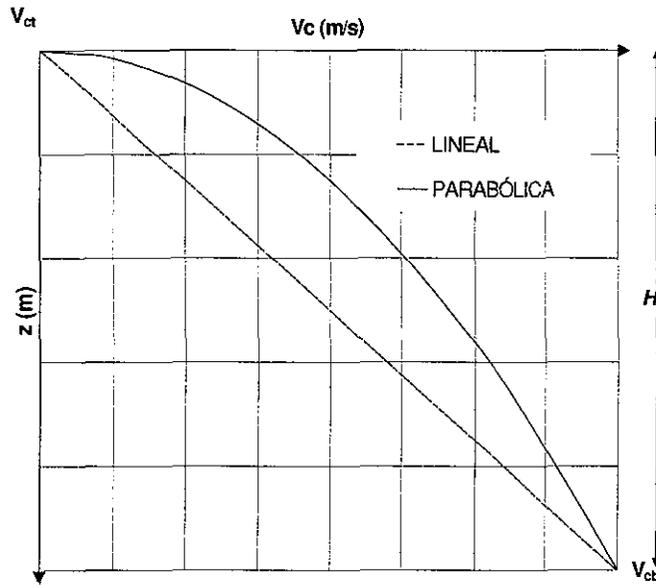


Figura 4.12. Variación de la velocidad de ondas de cortante con la profundidad

En las figuras 4.13 se muestran los resultados obtenidos para los dos casos mencionados comparados contra los resultados obtenidos con una velocidad de corte homogénea equivalente en cada caso. Las frecuencias se normalizaron contra la frecuencia fundamental (ω_{le} para la variación lineal y ω_{pe} para la parabólica) obtenida con la velocidad homogénea equivalente para cada caso.

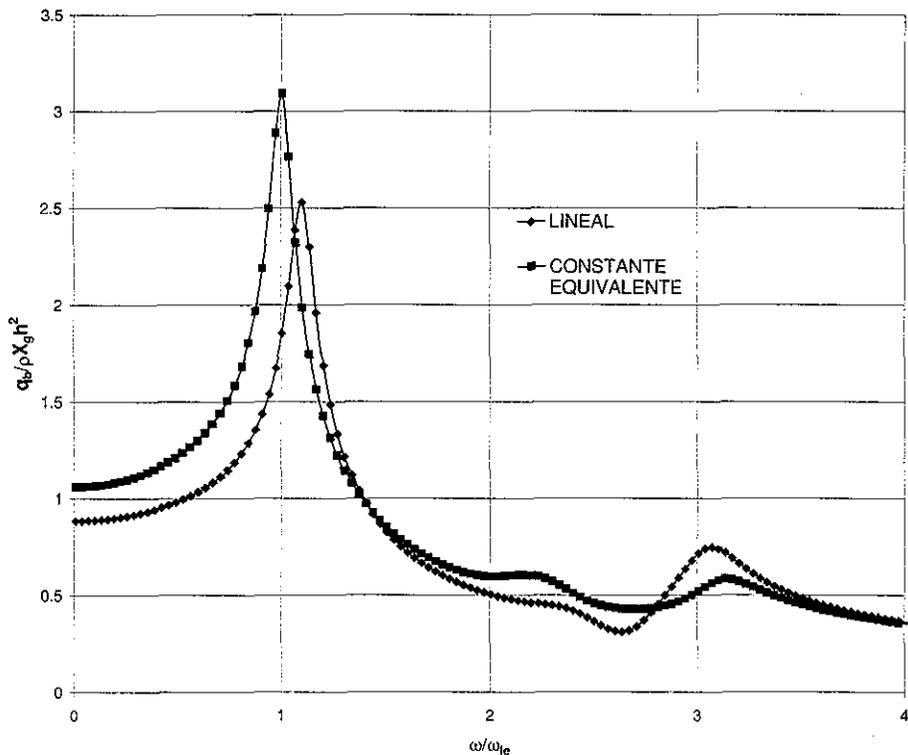


Figura 4.13 a). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el cortante basal considerando una variación lineal de la V_c

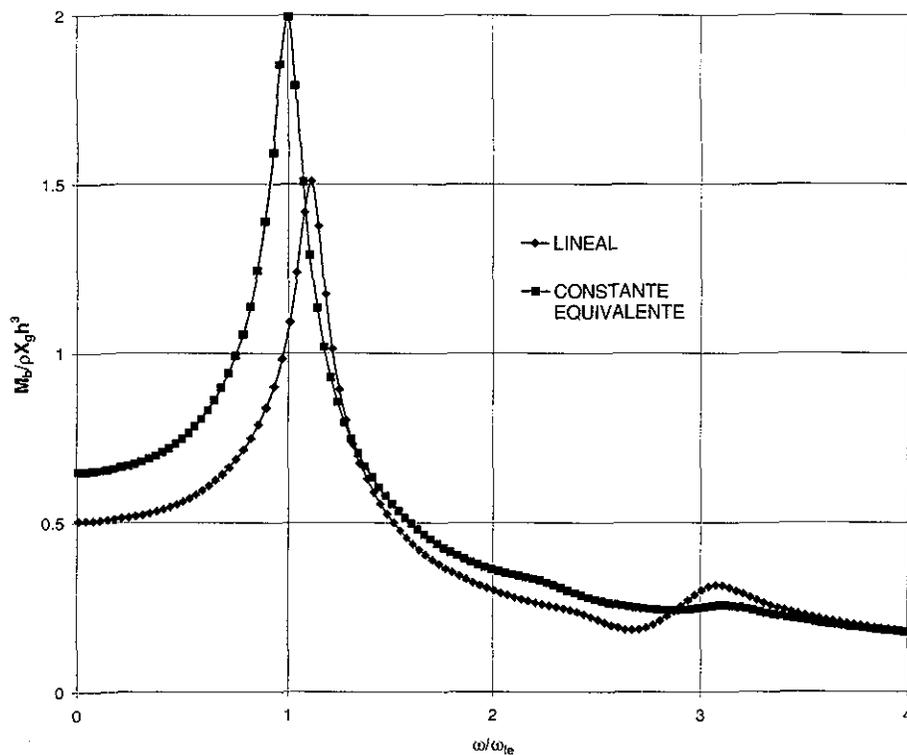


Figura 4.13 b). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el momento de volteo considerando una variación lineal de la V_c

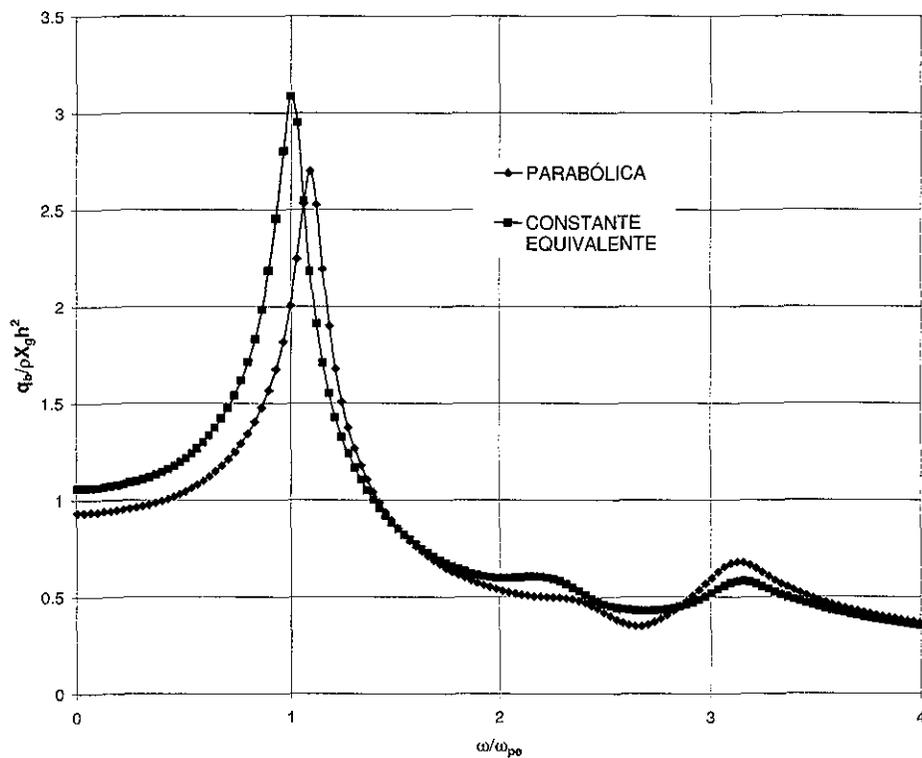


Figura 4.14 a). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el cortante basal considerando una variación parabólica de la V_c

TRABAJO CON
 FALLA DE ORIGEN

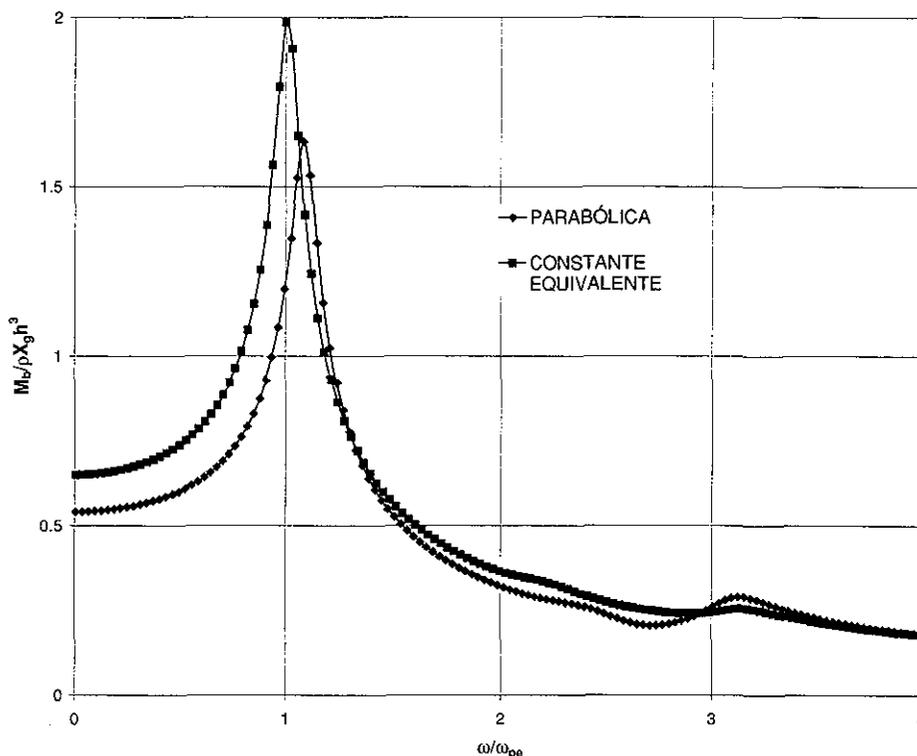


Figura 4.14 b). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el momento de volteo considerando una variación parabólica de la V_c

En las figuras 4.13 se aprecia que el cortante basal y el momento de volteo máximos para la variación lineal son aproximadamente 20 y 30 % menores, respectivamente, que si se considera una velocidad de corte homogénea equivalente. La respuesta estática de la variación lineal ($\omega/\omega \approx 0$) es también menor que la obtenida con la velocidad de corte homogénea equivalente tanto en el caso del cortante basal como en el del momento de volteo. En alta frecuencia no se observan grandes diferencias.

En las figuras 4.14 se presentan los resultados obtenidos considerando una variación parabólica de la velocidad de corte con la profundidad. Como se aprecia, la respuesta sísmica (cortante basal y momento de volteo) es muy parecida a la de la variación lineal; es decir, con la velocidad de corte homogénea equivalente se obtienen resultados apreciablemente mayores.

4.3.1.4. Efecto de la longitud del *relleno*

Con la finalidad de evaluar el efecto de la longitud del *relleno*, L , en la respuesta sísmica de un muro de retención, se probaron tres distintas longitudes de la frontera entre el *relleno* y el *suelo*, definidas por la relación $L/H = 0.5, 1.0$ y 3.0 . Para tal fin se decidió una velocidad de corte del *suelo* 10 veces mayor que la del *relleno*; es decir, se consideró un *suelo* lo suficientemente rígido para que la variación en el comportamiento fuera más evidente. La frecuencia está normalizada con la frecuencia fundamental del *relleno*.

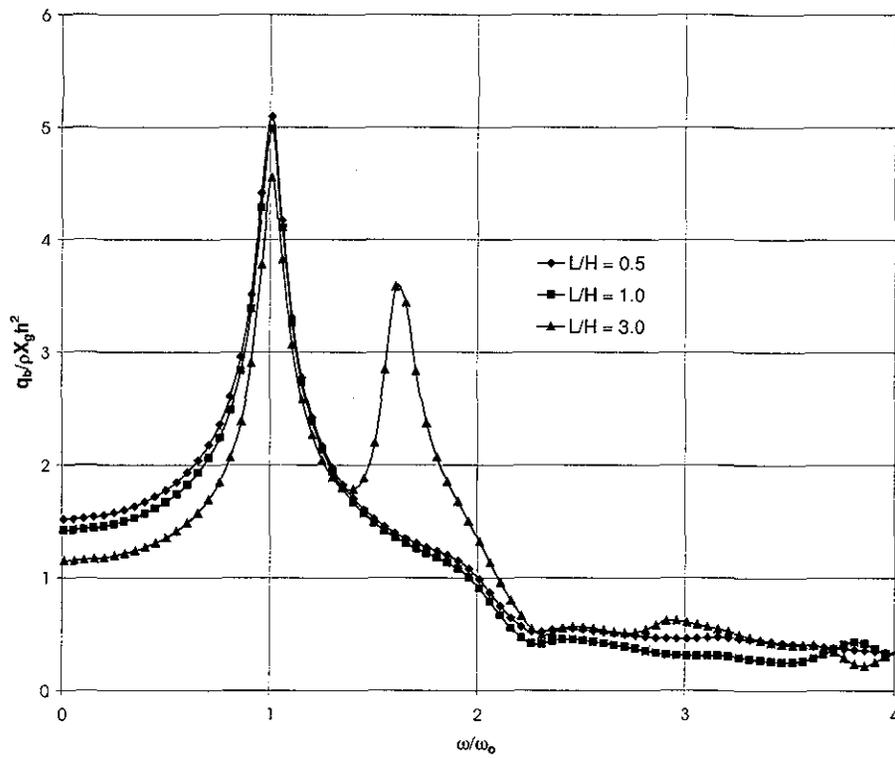


Figura 4.15 a). Efecto de la longitud del *relleno* en el cortante basal

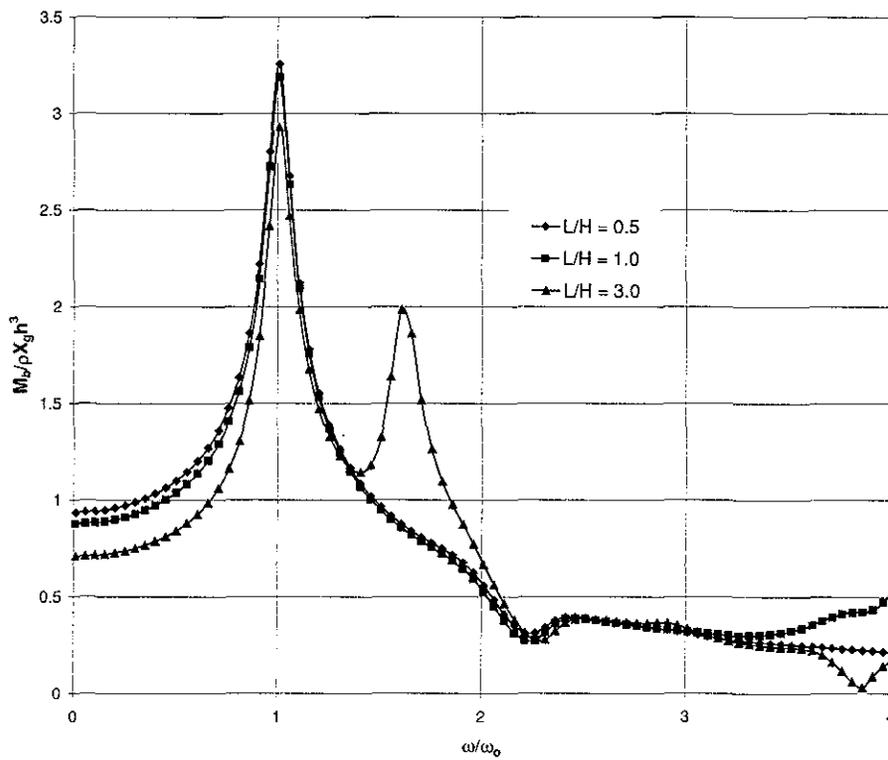


Figura 4.15 b). Efecto de la longitud del *relleno* en el momento de volteo

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

En las figuras 4.15 se muestra que el comportamiento hasta la relación $L/H = 1$ es prácticamente el mismo, variando sólo un poco en alta frecuencia. Sin embargo, los valores máximos se van reduciendo conforme la interfaz entre el *relleno* y el *suelo* se va alejando. Una peculiaridad se muestra en la respuesta para la relación $L/H = 3$; en la cual aparece un segundo pico delante del formado en la frecuencia fundamental. Esto puede deberse a que a esta longitud se desarrolla una interacción importante entre las ondas incidentes, difractadas y refractadas por la interfaz, o bien a resonancia horizontal.

4.3.1.5. Efecto del contraste entre el *relleno* y el *suelo*

La diferencia de rigideces entre el *relleno* y el *suelo* fueron evaluadas considerando ambas regiones homogéneas y revisando los comportamientos con tres distintas relaciones de la velocidad de ondas de cortante del *relleno*, V_{cr} , y *suelo*, V_{cs} . Se fijó la velocidad de corte del *relleno*, V_{cr} , y se hizo variar la velocidad de corte del *suelo*, V_{cs} , hasta obtener las relaciones mostradas en las figuras 4.16 ($V_{cr}/V_{cs} = 0.33, 0.80$ y 2.00). En los tres casos, la interfaz entre el *relleno* y el *suelo* se encuentra a $L/H = 1$. La frecuencia está normalizada con la frecuencia fundamental del *relleno*.

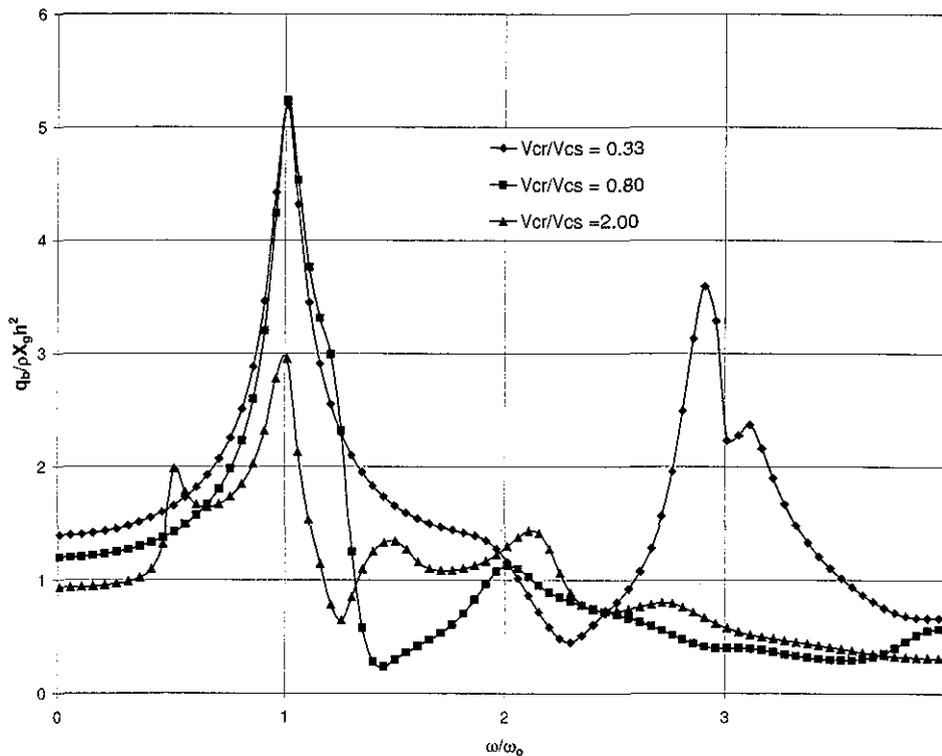


Figura 4.16 a). Efecto del contraste del *relleno* y el *suelo* en el cortante basal

En las figuras 4.16 se muestran los tres comportamientos. Se puede notar que cuando la velocidad de corte del *suelo* es tres veces mayor que la del *relleno* ($V_{cr}/V_{cs} = 0.33$) se pueden detectar perfectamente los picos para la frecuencia fundamental del *relleno* ($\omega/\omega_0 = 1$) y el pico para la frecuencia fundamental del *suelo* ($\omega/\omega_0 = 3$).

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

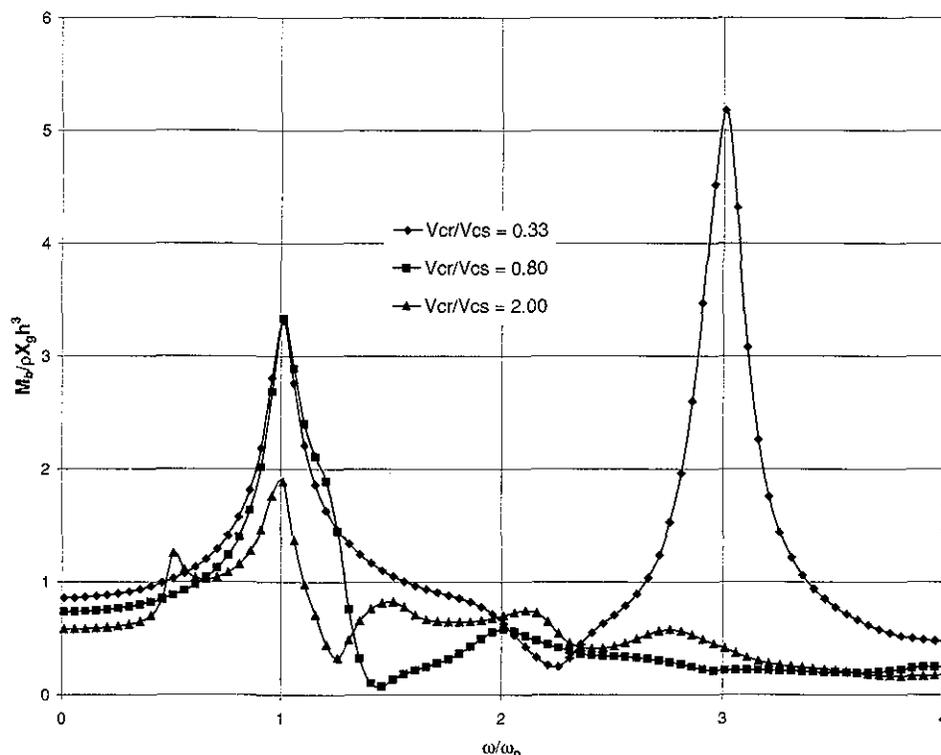


Figura 4.16 b). Efecto del contraste del *relleno* y el *suelo* en el momento de volteo

En el caso en que la velocidad de corte del *suelo* es ligeramente mayor que la del *relleno* ($V_{cr}/V_{cs} = 0.80$), también se detecta el pico en $\omega/\omega_0 = 1$ (frecuencia fundamental del *relleno*) y además una pequeña variación (sin llegar a ser un pico) en $\omega/\omega_0 = 1.25$ que corresponde a la frecuencia fundamental del *suelo*. Este mismo comportamiento ocurre en el caso en que el *relleno* es más rígido que el *suelo* ($V_{cr}/V_{cs} = 2.00$), donde se aprecia el pico en $\omega/\omega_0 = 0.5$ (correspondiente a la frecuencia fundamental del *suelo*) y el otro en $\omega/\omega_0 = 1$ (correspondiente a la frecuencia fundamental del *relleno*).

Otro efecto que se observa es el hecho de que, en lo que a cortante basal se refiere, la respuesta máxima del *relleno* ($\omega/\omega_0 = 1$) es similar cuando éste es menos rígido que el *suelo*, variando únicamente la respuesta en el segundo pico (correspondiente a la frecuencia fundamental del *suelo*). En el caso contrario (es decir, cuando el *relleno* es más rígido que el *suelo*) la respuesta máxima del *relleno* disminuye considerablemente. Finalmente, en el caso del cortante basal, el pico mayor siempre se encuentra en la frecuencia fundamental del *relleno* ($\omega/\omega_0 = 1$). En lo que a la sumatoria de momentos en la base se refiere, se encuentra que para el caso en que $V_{cr}/V_{cs}=0.33$, el pico máximo se encuentra en la frecuencia fundamental del *suelo* ($\omega/\omega_0 = 3$). Esto puede deberse a que la distribución de las fuerzas sobre el muro en la frecuencia fundamental del *suelo* generen momentos en la base del muro mayores a los obtenidos en la frecuencia fundamental del *relleno* ($\omega/\omega_0 = 1$).

4.3.2. Excitación vertical

Para realizar este análisis se discretizó el depósito en 5 estratos del mismo espesor, cada uno con un peso volumétrico $\rho = 1.5 \text{ T/m}^3$, relación de Poisson $\nu = 0.3$ y amortiguamiento material $\beta = 5 \%$, salvo en los casos en los que se indica otra cosa. En estas gráficas la frecuencia se normalizó con la frecuencia fundamental del relleno considerando ondas de compresión, utilizando la siguiente relación

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \left[\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \right]^{1/2}$$

donde ω_0 y ω_1 son las frecuencias fundamentales del relleno considerando ondas de corte y de compresión, respectivamente y ν es la relación de Poisson.

4.3.2.1. Efecto del amortiguamiento, β

Al igual que con la excitación horizontal unitaria, a medida que el amortiguamiento crece, el cortante basal para la frecuencia fundamental va disminuyendo, cumpliendo aproximadamente la relación $1/\sqrt{92\beta}$. En términos generales, la respuesta es muy parecida a la obtenida con la excitación horizontal pero, tal como ha sido manejado por la práctica ingenieril, con valores mucho menores (aproximadamente siete veces más pequeños), tal como se muestra en las figuras 4.17.

En la tabla 4.3 se presenta la comparación entre los valores del cortante basal normalizado para la frecuencia fundamental obtenidos analíticamente con la relación $1/\sqrt{92\beta}$ y los calculados con el modelo aquí presentado.

Tabla 4.3. Comparación del cortante basal normalizado ($q_b/\rho X_g h^2$) para la frecuencia fundamental (excitación vertical)

Amortiguamiento β (%)	$q_b/\rho X_g h^2$	
	$1/\sqrt{92\beta}$	Este trabajo
3	0.60	0.60
5	0.47	0.48
10	0.33	0.33

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

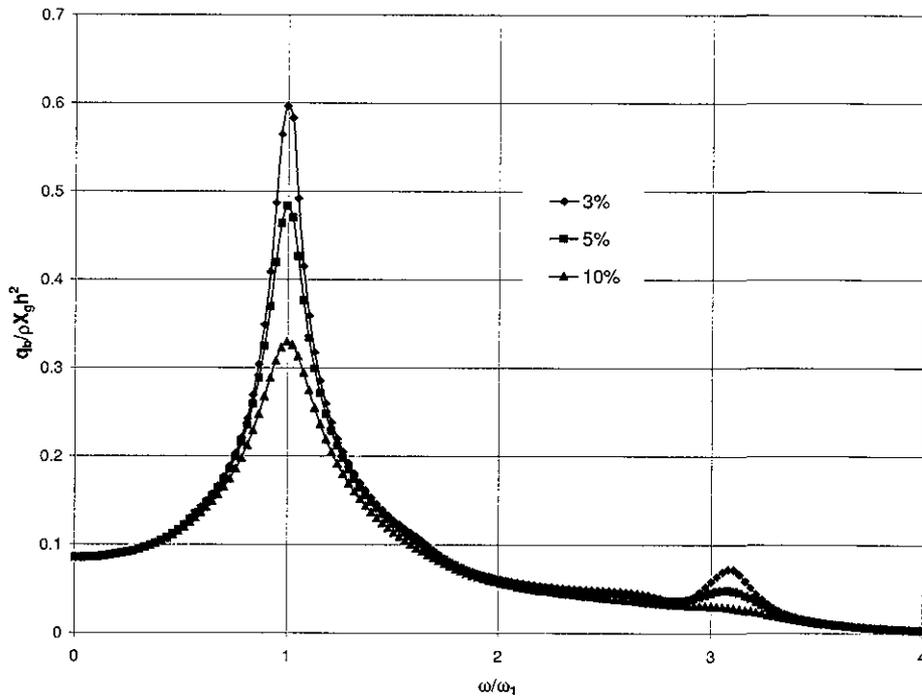


Figura 4.17 a). Efecto del amortiguamiento material del suelo en el cortante basal

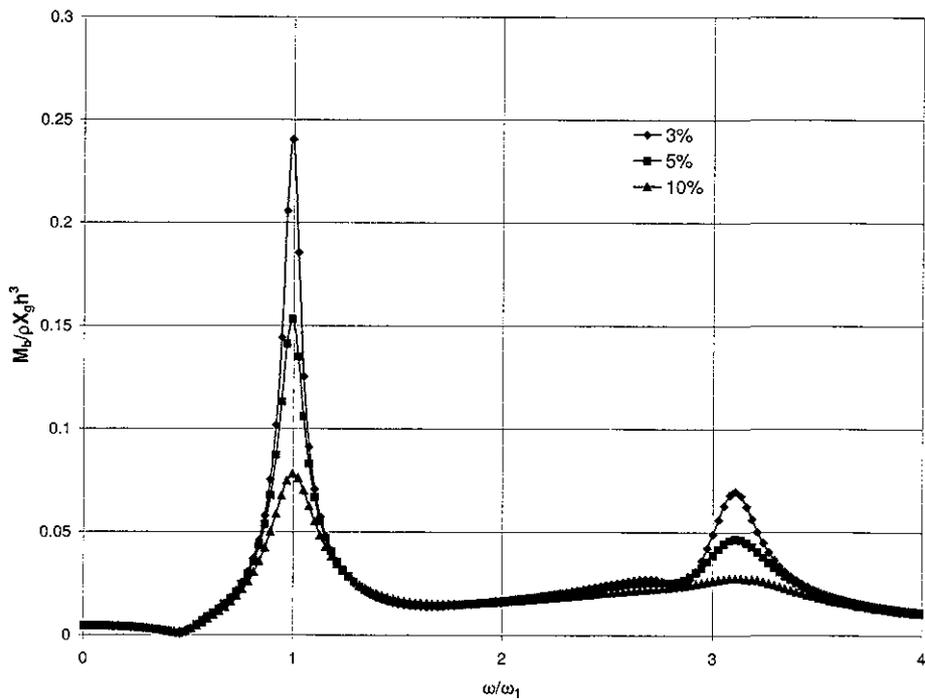


Figura 4.17 b). Efecto del amortiguamiento material del suelo en el momento de volteo

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

4.3.2.2. Efecto de la relación de Poisson, ν

En las figuras 4.18 se presentan los mismos efectos que en las figuras 4.11, pero considerando ahora un desplazamiento vertical unitario como excitación. La característica más relevante se observa en la frecuencia fundamental, en donde la respuesta máxima decae de un modo más drástico conforme va disminuyendo la relación de Poisson que para el caso de excitación horizontal. Para el caso de la excitación horizontal la diferencia entre los valores máximos del cortante basal para $\nu = 0.3$ y $\nu = 0.49$ es de aproximadamente $0.72\rho X_g h^2$ mientras que para el caso de la excitación vertical esta misma diferencia es de aproximadamente $2.62\rho X_g h^2$, siendo siempre mayor la respuesta máxima de la excitación horizontal; en la tabla 4.4 se presentan las diferencias entre ambos casos. Cabe mencionar que cuando $\nu = 0.4$, se presenta una irregularidad en la respuesta cuya explicación requiere de mayor estudio y el detalle se encuentra fuera de los alcances de este trabajo.

Tabla 4.4. Comparación de la variación con la relación de Poisson del cortante basal normalizado para la frecuencia fundamental

Relación de Poisson ν	$q_b/\rho X_g h^2$	
	Excitación horizontal	Excitación vertical
0.3	2.81	0.47
0.4	3.08	1.07
0.49	3.53	3.09

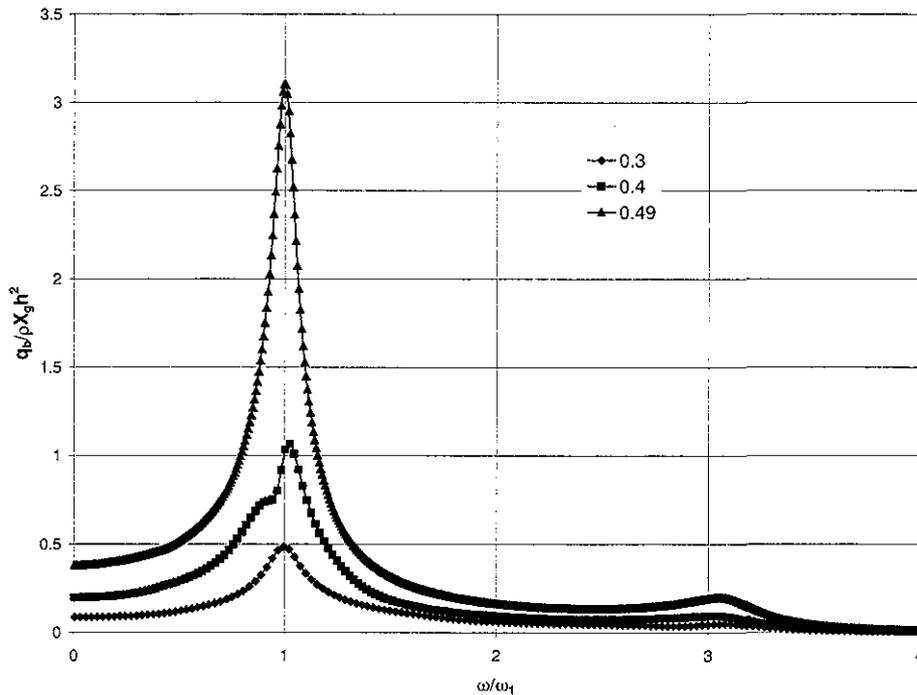


Figura 4.18 a). Efecto de la relación de Poisson en el cortante basal considerando excitación vertical

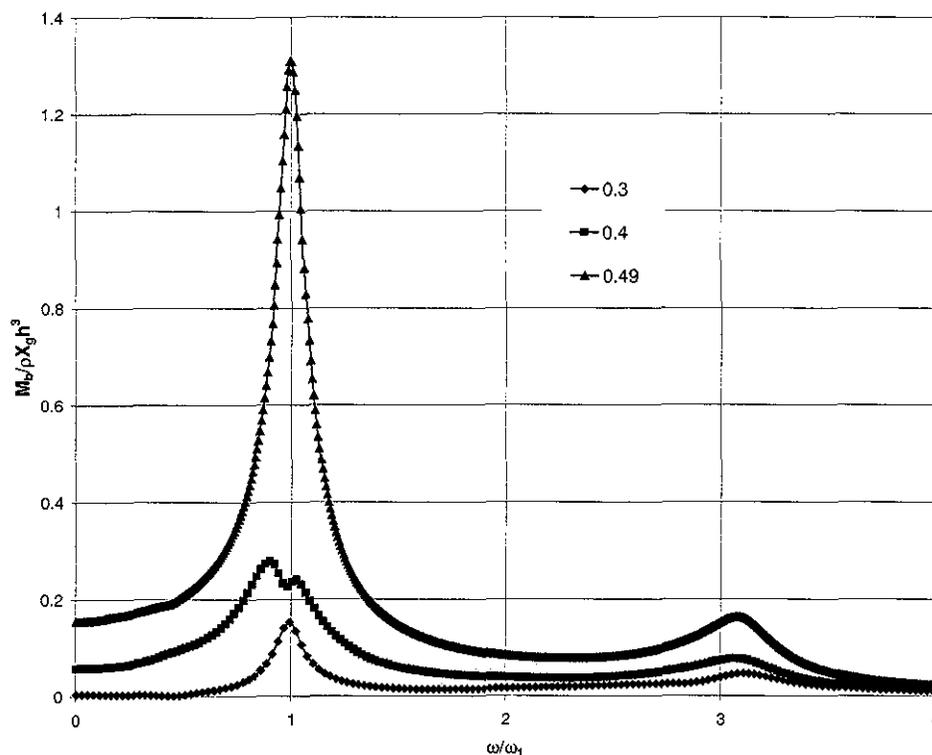


Figura 4.18 b). Efecto de la relación de Poisson en el momento de volteo considerando excitación vertical

4.3.2.3. Efecto de la heterogeneidad de los estratos

Al igual que para la excitación horizontal, se estudia el efecto de la variación lineal y parabólica de la velocidad de ondas de cortante en el depósito de suelo. Los resultados se presentan en las figuras 4.19 y 4.20.

A diferencia de las respuestas para la excitación horizontal, para la vertical la respuesta máxima del cortante basal se obtiene con las distribuciones lineal y parabólica y no con las velocidades constantes equivalentes correspondientes. Sin embargo, la distribución de las fuerzas sobre el muro hace que la sumatoria de momentos en la base sea mayor para las velocidades de corte constantes equivalentes. Cabe mencionar que las respuestas de dichas velocidades constantes equivalentes son prácticamente iguales. En lo que a las distribuciones de velocidad se refiere, las respuestas de la lineal son ligeramente mayores que las de la parabólica a diferencia de lo que ocurre con la excitación horizontal.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

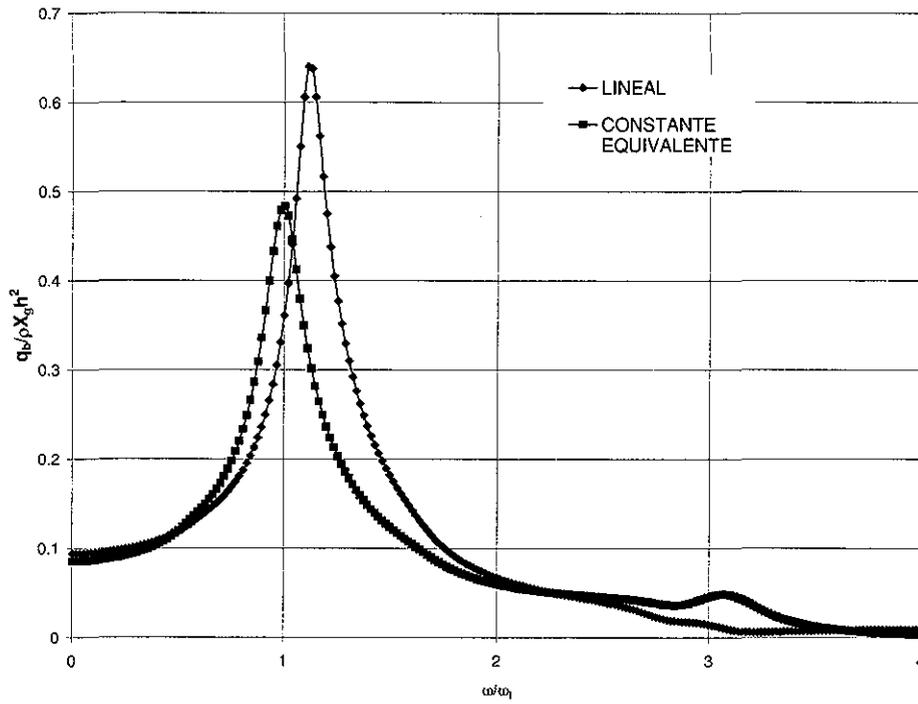


Figura 4.19 a). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el cortante basal considerando una variación lineal de la V_c

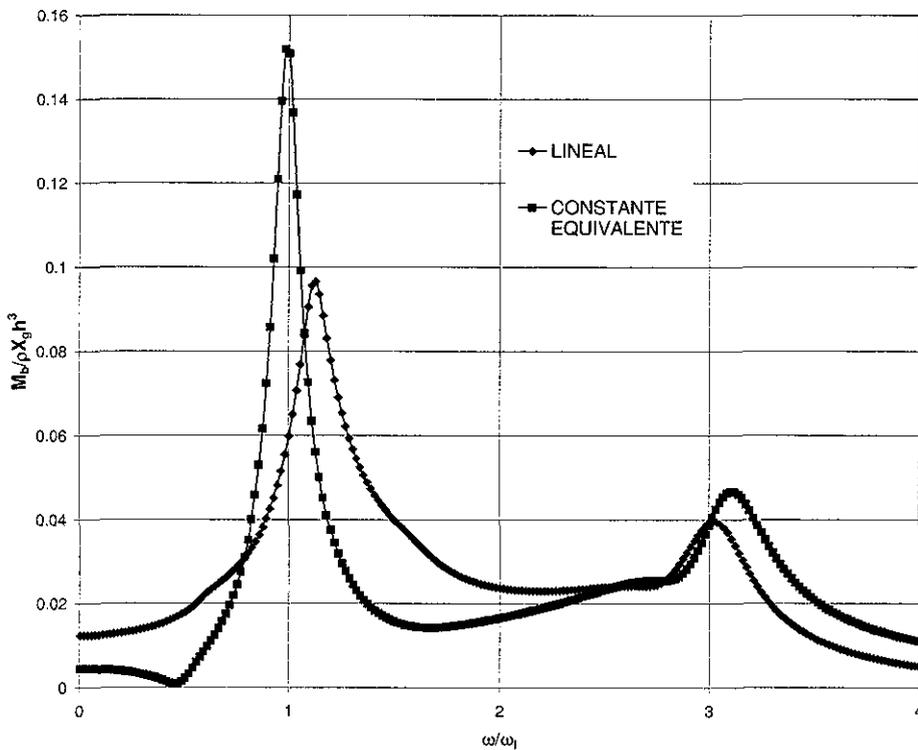


Figura 4.19 b). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el momento de volteo considerando una variación lineal de la V_c

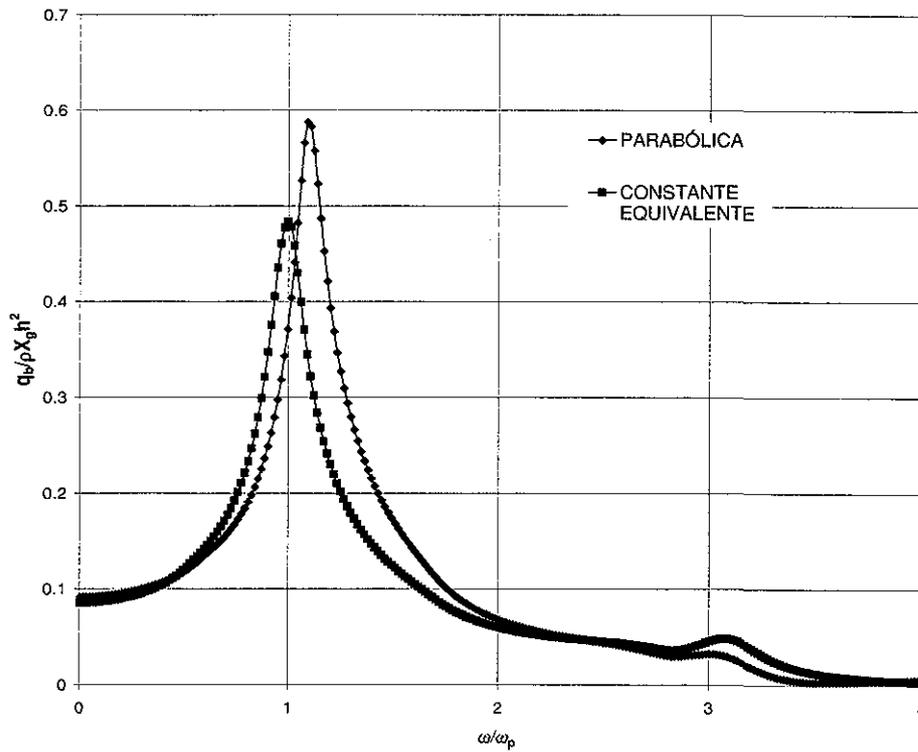


Figura 4.20 a). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el cortante basal considerando una variación parabólica de la V_c

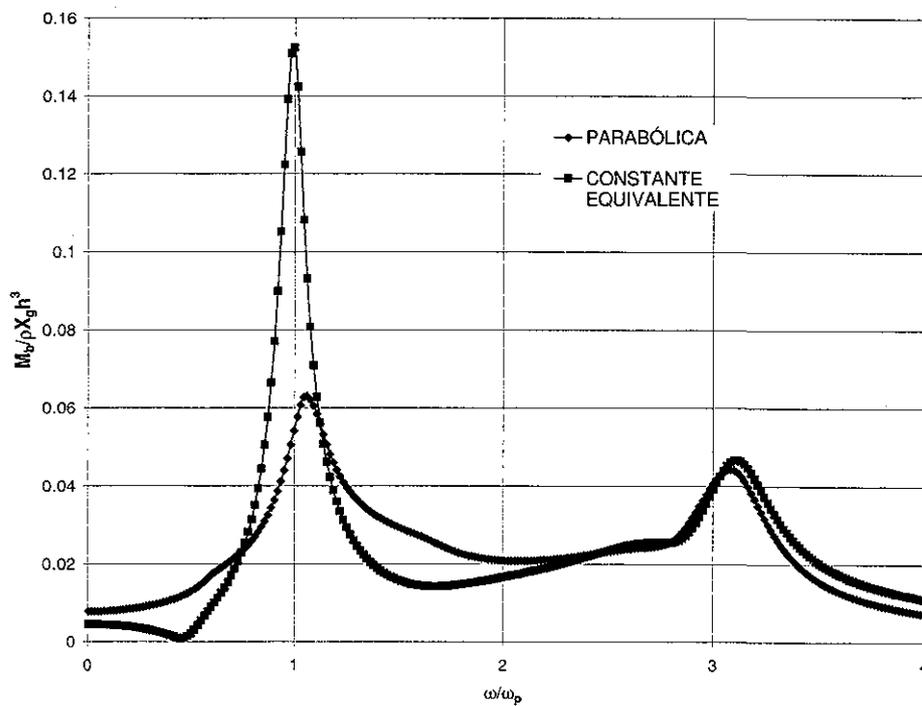


Figura 4.20 b). Efecto de la heterogeneidad de los estratos en el momento de volteo considerando una variación parabólica de la V_c

4.3.2.4. Efecto de la longitud del *relleno*

En las figuras 4.21 se presentan los tres mismos casos estudiados con la excitación horizontal unitaria, considerándose la misma condición de rigidez entre el *relleno* y el *suelo* (la velocidad de las ondas de corte en el *suelo* es 10 veces mayor que en el *relleno*). La frecuencia está normalizada con la frecuencia fundamental del *relleno* considerando ondas de compresión. Tal como se ve, el cortante basal máximo se obtiene con la relación $L/H = 1.0$ mientras que el momento máximo se obtiene con la relación $L/H = 3.0$. En ambas gráficas la respuesta mínima se obtiene con $L/H = 0.5$. Una peculiaridad importante es que en este caso la forma de la gráfica de momentos difiere de la de cortante basal; esto se debe a la distribución de las fuerzas sobre el muro que hace que se generen momentos cuya distribución en el dominio de las frecuencias difiera de la obtenida con el cortante basal. Tal como se muestra en la gráfica, el hecho de introducir una interfaz que separe dos secciones de distintas características físicas hace que se genere una considerable interacción entre las ondas sísmicas que se propagan en el *suelo*, haciendo cada vez más difícil encontrar secuencias o tendencias lógicas como las encontradas en el caso del modelo semi-infinito, en donde no existe interfaz alguna en la que se puedan reflejar y refractar dichas ondas.

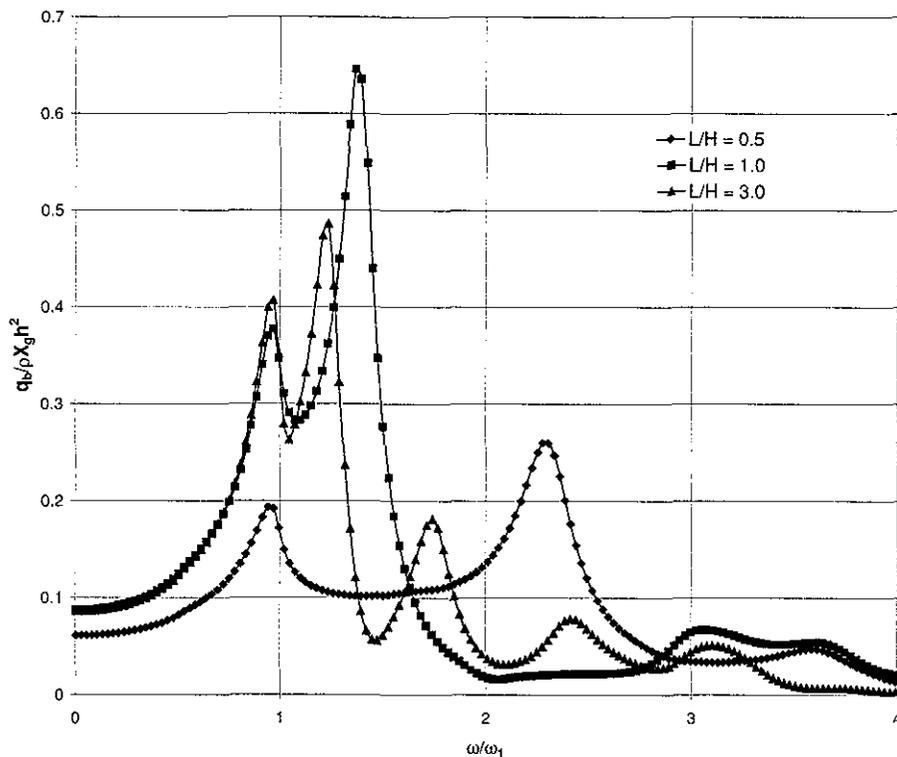


Figura 4.21 a). Efecto de la longitud del *relleno* en el cortante basal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

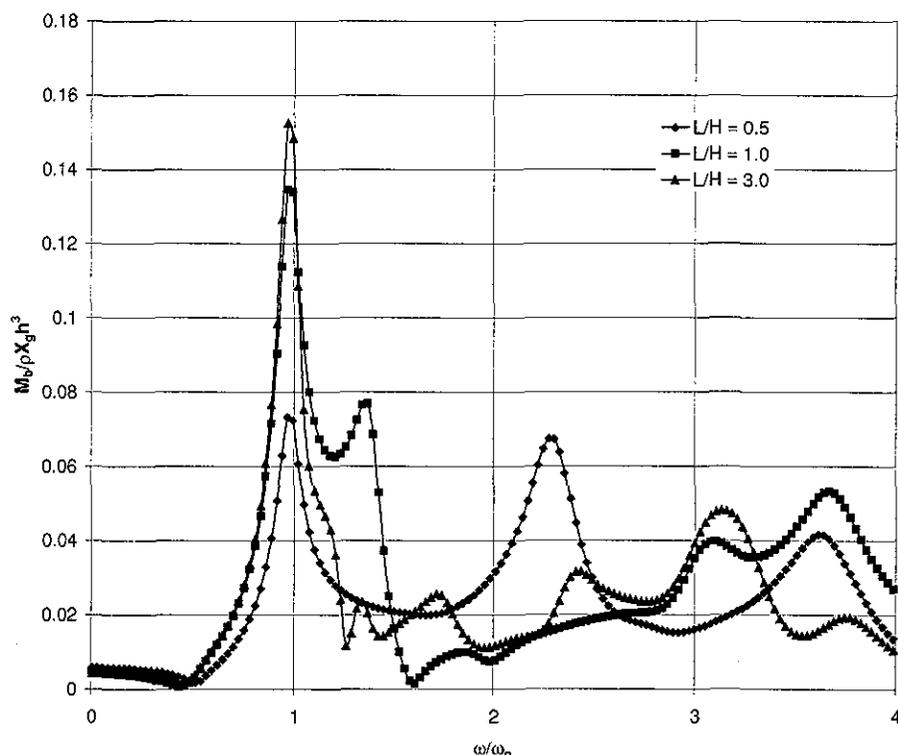


Figura 4.21 b). Efecto de la longitud del *relleno* en el momento de volteo

4.3.2.5. Efecto del contraste entre el *relleno* y el *suelo*

Finalmente, en las figuras 4.22 se presenta el efecto del contraste de las rigideces entre el *relleno* y el *suelo*. Se hacen las mismas consideraciones que para el caso en que se tiene excitación horizontal unitaria ($V_{cr} / V_{cs} = 0.33, 0.80$ y 2.00). En los tres casos, la interfaz entre el *relleno* y el *suelo* se encuentra a $L/H = 1$. La frecuencia está normalizada con la frecuencia fundamental del *relleno* considerando ondas de compresión.

Como se puede apreciar en las figuras, la respuesta máxima se obtiene, al contrario de lo presentado para el caso de excitación horizontal, para $V_{cr} / V_{cs} = 2.00$. También es posible apreciar los picos en los valores de las frecuencias fundamentales para el *relleno* en $\omega / \omega_0 = 1.00$ en todos los casos y para el *suelo* en $\omega / \omega_0 = 0.50$ cuando $V_{cr} / V_{cs} = 2.00$, en $\omega / \omega_0 = 1.25$ cuando $V_{cr} / V_{cs} = 0.80$; sin embargo, cuando $V_{cr} / V_{cs} = 0.33$ no es posible detectar claramente el pico en $\omega / \omega_0 = 3.00$ debido a la gran interacción que entre ondas se da a alta frecuencia.

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

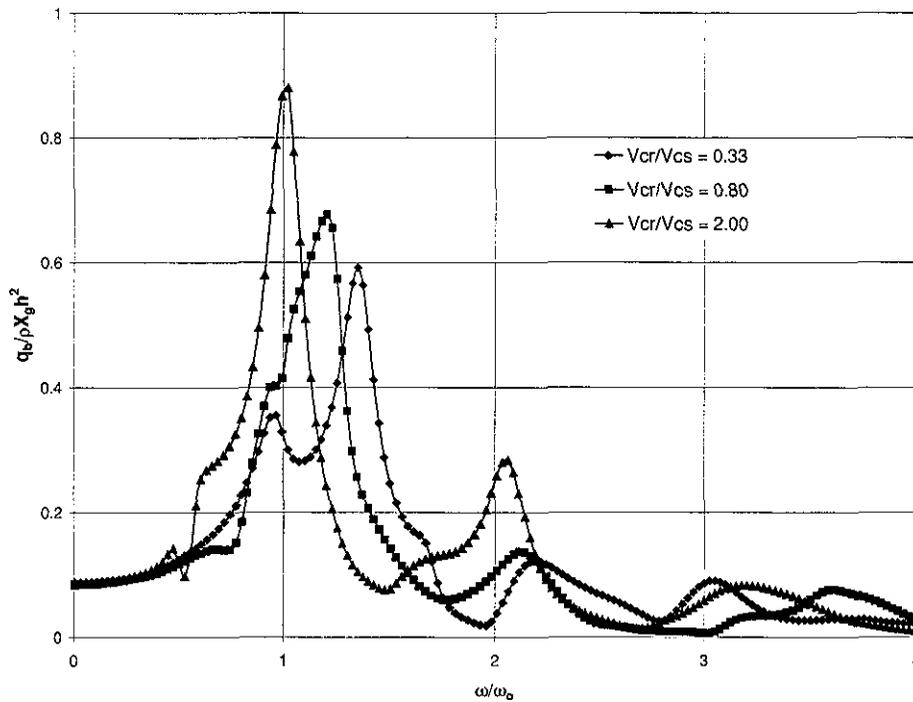


Figura 4.22 a). Efecto del contraste del *relleno* y el *suelo* en el cortante basal

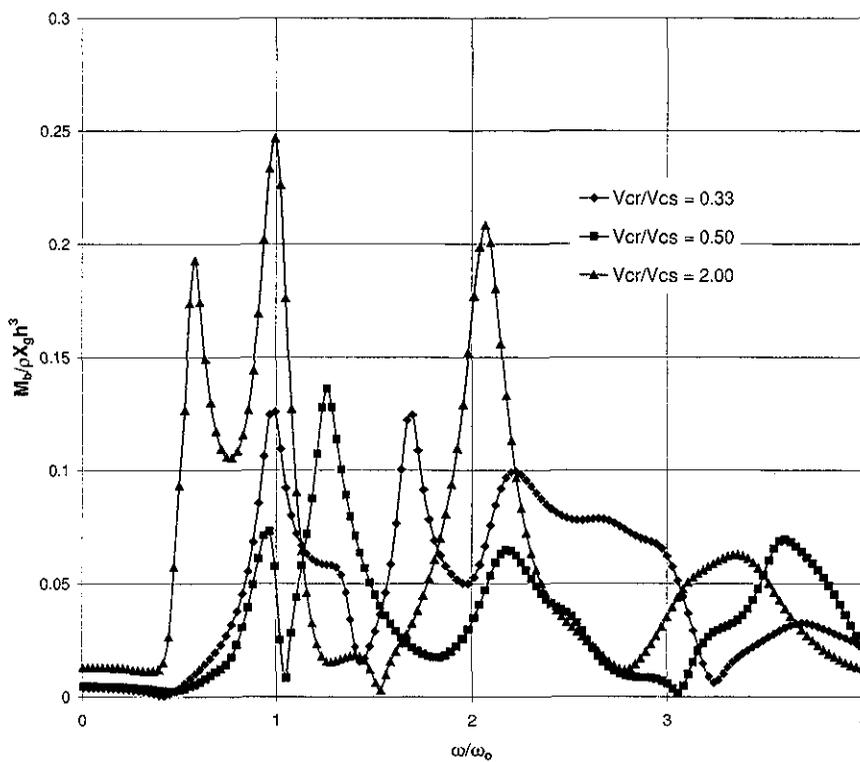


Figura 4.22 b). Efecto del contraste del *relleno* y el *suelo* en el momento de volteo

A continuación se presentan tres ejemplos para mostrar la aplicación del método a situaciones que es posible que se presenten en la realidad. Para tal fin fue necesario modificar los parámetros elásticos que intervienen en el modelo (velocidad de ondas de corte, relación de Poisson, amortiguamiento y densidad) para reproducir las situaciones planteadas en los ejemplos, tales como variación del tipo de suelo, del confinamiento y presencia de agua, entre otros. Cabe mencionar que actualmente existe suficiente información en la literatura para representar distintos problemas a partir de los parámetros dinámicos de los suelos utilizados en el modelo aquí presentado. Todas las ecuaciones, descripciones y metodologías presentadas en estos ejemplos fueron obtenidas de Whitman y Dobry, 1993.

4.4. Ejemplos de aplicación

Ejemplo de aplicación 1

Determine la respuesta sísmica de un muro de retención que contiene un relleno de 6.0 m, normalmente consolidado, de arena limpia, redondeada y seca. El relleno tiene un peso volumétrico seco $\gamma_d = 1.6 \text{ Ton/m}^3$, una relación de vacíos $e = 0.55$, una coeficiente de presión lateral de $k_0 = 0.5$ y una densidad de sólidos $S_s = 2.65$. Considere la variación de la velocidad de corte y demás parámetros involucrados con la profundidad y excitación horizontal y vertical en la base.

SOLUCIÓN

De acuerdo con las investigaciones de Hardin y Richart, 1963, hechas a arenas limpias, redondeadas y secas ensayadas en columna resonante, la relación de vacíos e afecta los parámetros dinámicos de la siguiente manera: al incrementarse la relación de vacíos la densidad ρ decrece, lo que hace que la velocidad de ondas de corte, V_s , tienda a incrementarse y el módulo cortante G decrece lo que hace que la velocidad de ondas de corte, V_s , tienda a disminuir. De acuerdo con dichos estudios el decremento de G tiene mayor influencia que el decremento de ρ , por lo que para un mismo valor de la presión de confinamiento σ_o , la velocidad de ondas de corte disminuye cuando la relación de vacíos aumenta.

Con base en esos estudios, Hardin y Richart, 1963, determinaron la siguiente ecuación para determinar la velocidad de ondas de corte en arenas limpias, redondeadas y secas:

$$V_s = 51(2.17 - e)\sigma_o^{0.25} \quad (\text{ec. E1})$$

donde V_s está dada en m/s y σ_o en kPa.

Estudios realizados por Stokoe y Erden, 1985, sobre la variación de la velocidad de ondas de compresión V_D y de corte V_s en este mismo tipo de suelos dieron como resultado las siguientes expresiones:

$$V_s = 466.89\sigma_0^{0.2} \quad (\text{ec. E2})$$

y

$$V_D = 768.99\sigma_0^{0.2} \quad (\text{ec. E3})$$



donde V_s y V_D están dadas en ft/s y σ_0 en lb/in².

La relación de Poisson ν , se determinó a partir de las velocidades de onda antes mencionadas bajo las hipótesis de la elasticidad lineal, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\nu = \frac{(V_D/V_s)^2 - 2}{2[(V_D/V_s)^2 - 1]} \quad (\text{ec. E.4})$$

A continuación se muestra la variación de los parámetros dinámicos del suelo con la profundidad:

h (m)	σ_v (kg/m ²)	σ_h (kg/m ²)	σ_0 (kg/m ²)	σ_0 (kPa)	V_s (m/s)	V_D (m/s)	ν
1.0	1,600.00	800.00	1,066.67	10.67	149.32	254.86	0.24
2.0	3,200.00	1,600.00	2,133.33	21.33	177.55	292.57	0.21
3.0	4,800.00	2,400.00	3,200.00	32.00	196.50	317.35	0.19
4.0	6,400.00	3,200.00	4,266.67	42.67	211.16	336.18	0.17
5.0	8,000.00	4,000.00	5,333.33	53.33	223.27	351.55	0.16
6.0	9,600.00	4,800.00	6,400.00	64.00	233.68	364.53	0.15

Según estudios desarrollados por varios investigadores (Drnevich y Richart, 1970, Kim et al., 1987, 1993, Stokoe y Erden, 1985), el amortiguamiento β , para una presión de confinamiento σ_0 , en una arena limpia y seca es independiente de la relación de vacíos y el grado de sobreconsolidación isotrópica. En este mismo sentido, investigaciones hechas por Chung, et. al., 1984 y Laird, 1993, citados por Whitman y Dobry, 1993, muestran claramente que el valor de β se reduce dramáticamente a grandes presiones de confinamiento. De acuerdo con lo anterior, en arenas secas el valor del amortiguamiento β , está entre 0.5 y 1% a una presión de confinamiento σ_0 de 1 Ton/m² y se reduce a $\beta \approx 0.1\%$ para $\sigma_0 = 400 \text{ T/m}^2$. Con base en todo lo anterior y considerando los valores de la presión de confinamiento, se decidió tomar para este ejemplo el valor de $\beta = 1\%$.

A continuación se presentan las gráficas de la respuesta sísmica (cortante basal y sumatoria de momentos en la base) del relleno, tanto para excitación horizontal como para vertical.

Excitación horizontal

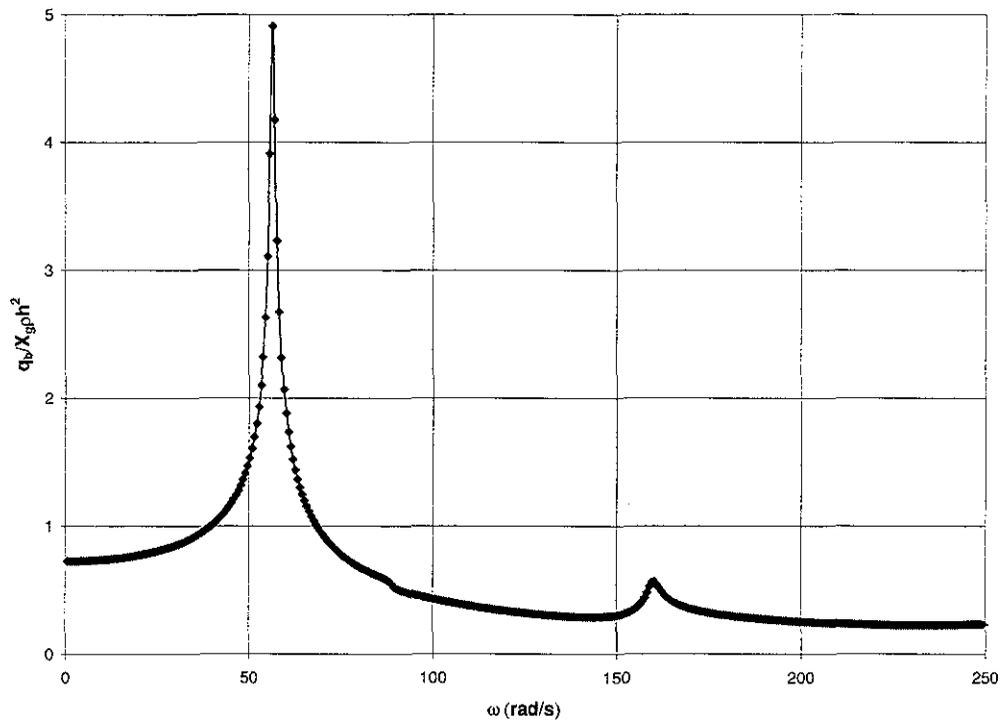


Figura E1a. Cortante basal

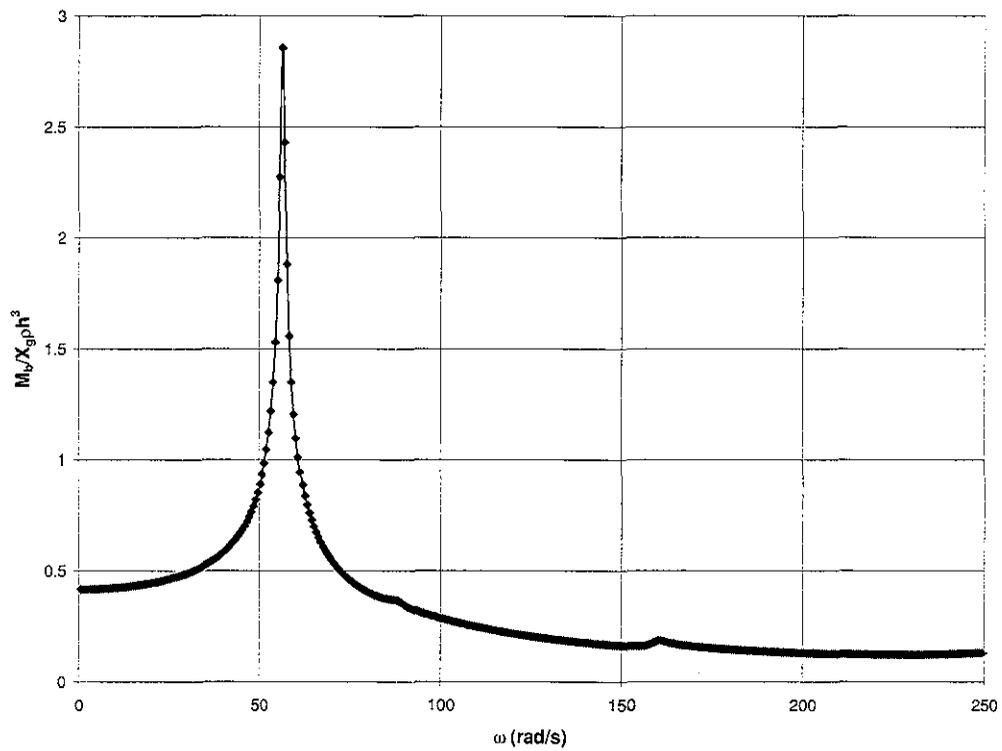


Figura E1b. Sumatoria de momentos en la base

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Excitación vertical

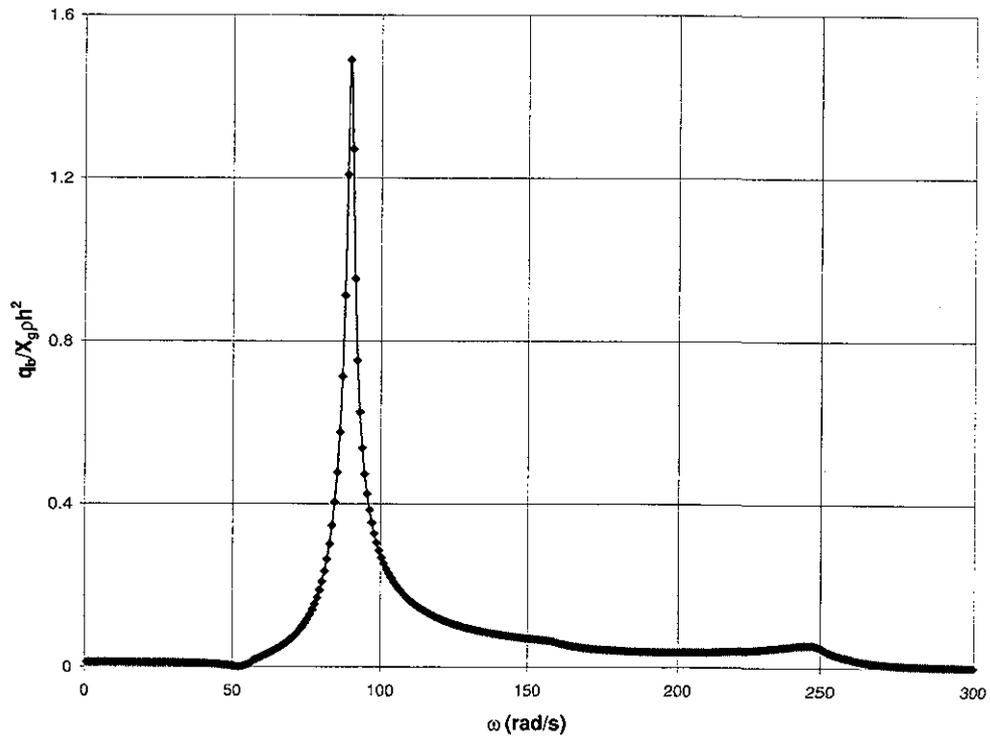


Figura E2a. Cortante basal

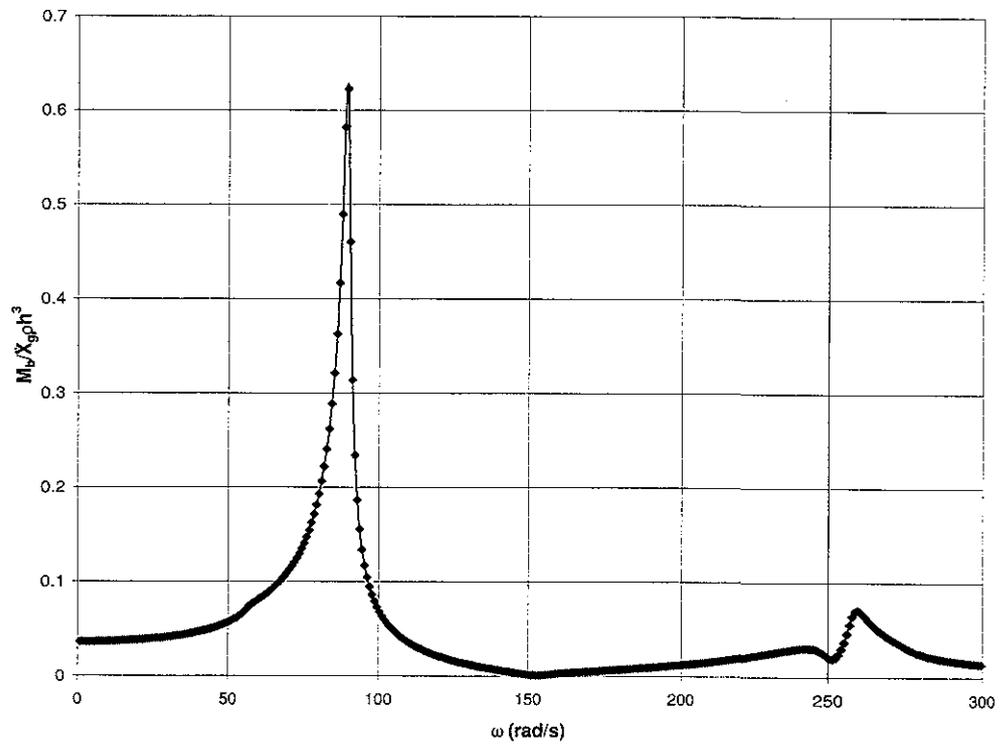


Figura E2b. Sumatoria de momentos en la base

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Ejemplo de aplicación 2

Con los mismos datos del ejemplo anterior determine la respuesta sísmica del sistema muro-relleno considerando ahora que el nivel freático (NAF) se localiza a un metro de profundidad. Puede considerar para fines prácticos que el material sobre el NAF está completamente seco y el que está debajo del NAF como totalmente saturado. Considere también el cambio de los parámetros dinámicos del suelo con la situación planteada y excitación horizontal y vertical en la base.

SOLUCIÓN

Cuando hay presencia del agua en el suelo, ocurren grandes diferencias en los mecanismos con que las ondas de corte y compresión se transmiten a través del material. Esto es especialmente evidente en suelos totalmente saturados. Mediciones de V_s revelan que la velocidad de las ondas de corte son sensiblemente más pequeñas en suelos saturados que en secos, a una misma presión de confinamiento y relación de vacíos. Esto parece ser lógico, debido al aumento de la densidad causada por la adición del agua en los poros al saturarse el suelo. Sin embargo, mientras que predicciones de V_s hechas en algunas arenas y limos saturados utilizando el módulo cortante G del suelo seco y la densidad total del suelo saturado γ_m , coincidían con las medidas, en otro tipo de arenas la predicción quedaba por debajo de los valores medidos (Hardin y Richart, 1963, Tatsuoka, et. al., 1979, Wu, et. al., 1984, citados por Whitman y Dobry, 1993). Esto sugirió que no toda el agua contenida en los poros del suelo se mueven con el esqueleto del suelo durante el paso de las ondas. Hardin y Richart, 1963, propusieron que aproximadamente solo el 50% de la masa del agua es "efectiva" en el fenómeno de propagación de ondas en una arena saturada. De acuerdo con ellos, la masa "efectiva" del agua debe ser menor que el 50% para arenas gruesas y gravas, y de aproximadamente el 100% para arenas finas y limos. Con base en lo anterior, la densidad ρ de un suelo saturado que será utilizada para el cálculo de la velocidad de ondas de corte, puede calcularse según:

$$\begin{aligned}\rho &= \rho^s + \delta n \rho^w \\ &= \rho^w [(1-n)S_s + \delta n]\end{aligned}\quad (\text{ec. E5})$$

donde ρ^s es la densidad del suelo seco, ρ^w es la densidad del agua, n es la porosidad, S_s es la densidad de sólidos y δ es un factor entre 0 y 1 (para arena media o gruesa $\delta \approx 0.5$ y para arena fina o limo $\delta \approx 1$).

La velocidad de las ondas de corte en una arena saturada ($V_{s(sat)}$) puede calcularse con las teoría de la elasticidad lineal, con la siguiente expresión:

$$V_{s(sat)} = \left(\frac{G}{\rho} \right)^{1/2} \quad (\text{ec. E6})$$

donde G es el módulo cortante considerando el suelo seco calculado con:

$$G_{max} = \rho^s \times V_{s(sec o)}^2 \quad (\text{ec. E7})$$

y ρ se calcula con la ec. E5.

La expresión para determinar la velocidad de ondas de compresión en suelos saturados ($V_{D(sat)}$), Whitman y Dobry, 1993, es la siguiente:

$$V_{D(sat)} = V^w \left[\frac{1}{n[(1-n)S_s + \delta n]} + \left(\frac{V_D}{V^w} \right)^2 \frac{1}{1 + \delta n / [(1-n)S_s]} \right]^{1/2} \quad (\text{ec. E8})$$

en la que V^w es la velocidad de las ondas de compresión en el agua con un valor entre 1,400 y 1,500 m/s. En esta ecuación δ no tiene el mismo valor que el utilizado en la ec. E5 y, para fines prácticos puede tomarse igual a la unidad. Todos los demás parámetros ya fueron definidos anteriormente.

Con los valores de ($V_{s(sat)}$) y ($V_{D(sat)}$) puede calcularse la relación de Poisson ν , para el caso del suelo saturado con la ec. E4.

De acuerdo con lo anterior, la densidad del suelo saturado se calcula de la siguiente manera:

Densidad del suelo seco:

$$\rho^s = (1,600 \text{ kg/m}^3) / (9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{163.10 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4}$$

Densidad del agua:

$$\rho^w = (1,000 \text{ kg/m}^3) / (9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{101.94 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4}$$

Porosidad:

$$n = (0.55 / 1.55) = \underline{0.355}$$

Y considerando una arena media:

$$\delta = \underline{0.5}$$

Entonces la densidad del suelo saturado es:

$$\rho = 163.10 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4 + (0.5)(0.355)(101.94 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4)$$

$$\rho = \underline{181.19 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4}$$

A continuación se presenta una tabla en la que se muestra la variación de los parámetros del suelo con la profundidad, considerando la presencia del nivel freático a 1.0 m de profundidad.

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

h (m)	V_s (m/s)	V_D (m/s)	G (kg/m ²)	$V_{s(sat)}$ (m/s)	$V_{D(sat)}$ (m/s)	ν
1.0	149.32	254.86	3.64×10^6	149.32	254.86	0.24
2.0	177.55	292.57	5.14×10^6	168.43	1,770.16	0.495
3.0	196.50	317.35	6.30×10^6	186.47	1,773.02	0.494
4.0	211.16	336.18	7.27×10^6	200.31	1,775.90	0.494
5.0	223.27	351.55	8.13×10^6	211.83	1,778.36	0.493
6.0	233.68	364.53	8.91×10^6	221.75	1,780.53	0.492

Ahora se presentan las gráficas de la respuesta sísmica (cortante basal y sumatoria de momentos en la base) del relleno, tanto para excitación horizontal como para vertical.

Excitación horizontal

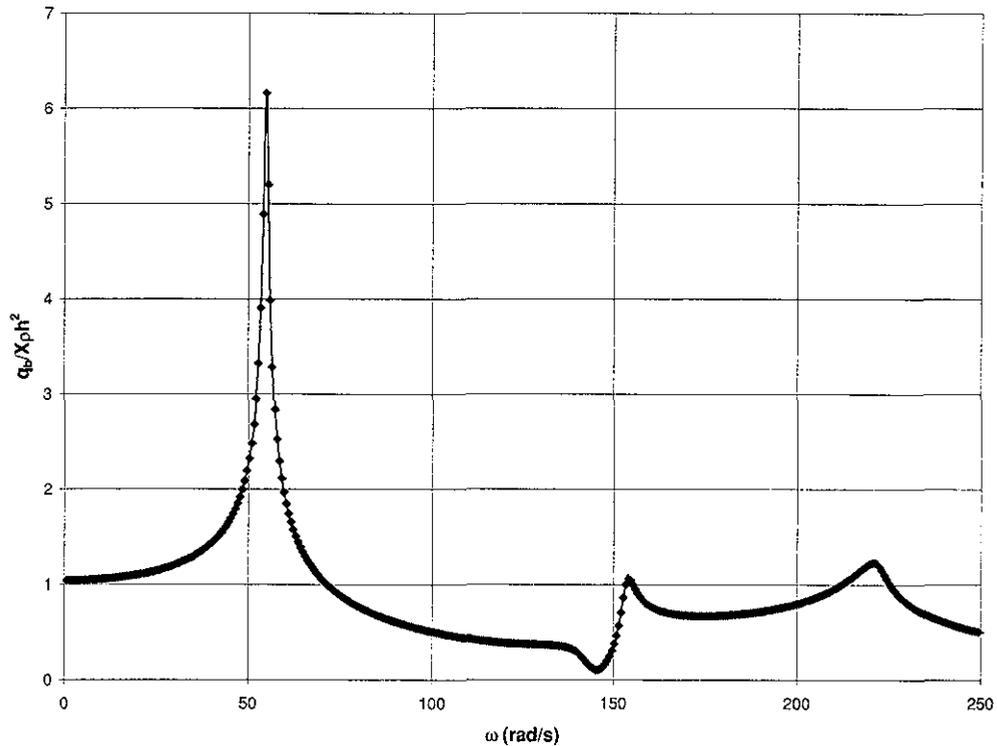


Figura E3a. Cortante basal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

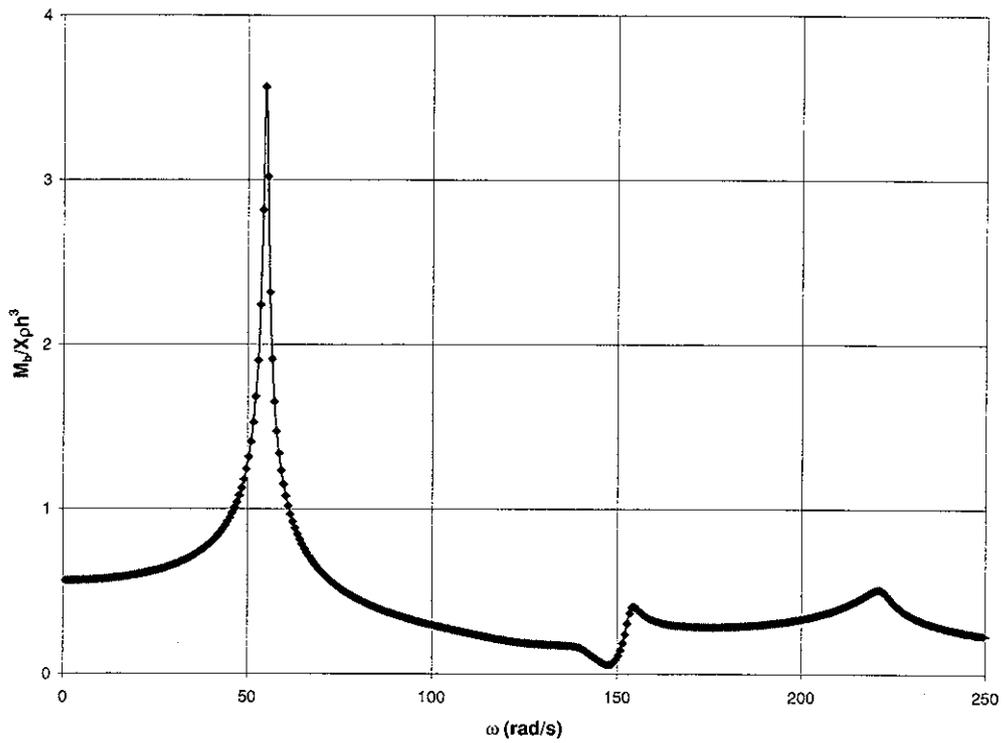


Figura E3b. Sumatoria de momentos en la base

Excitación vertical

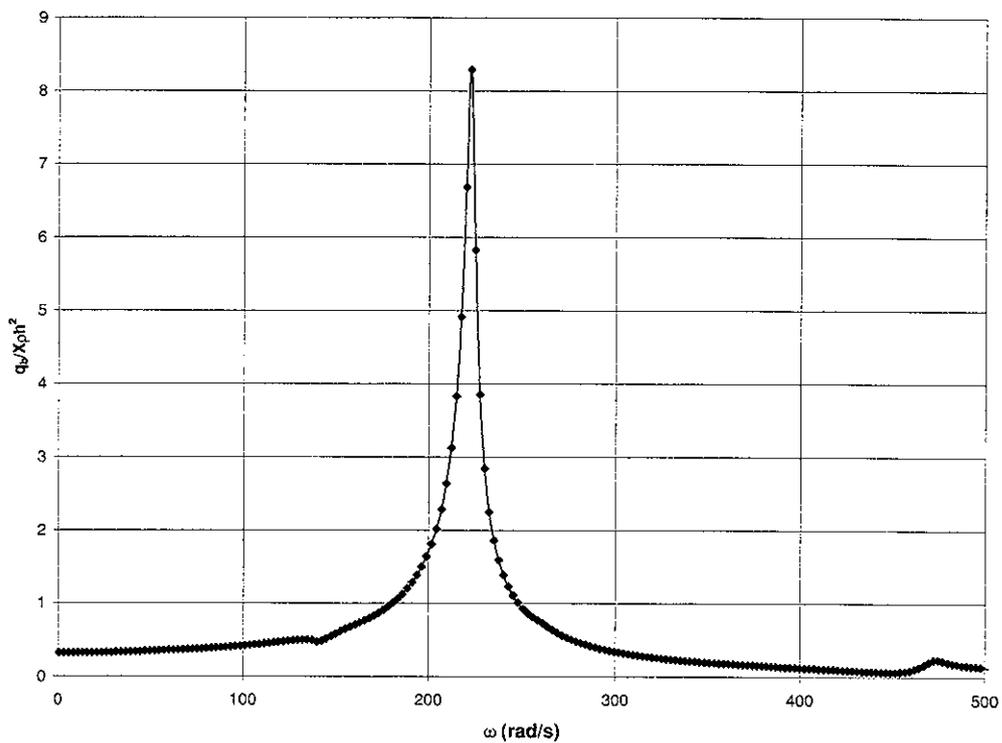


Figura E4a. Cortante basal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

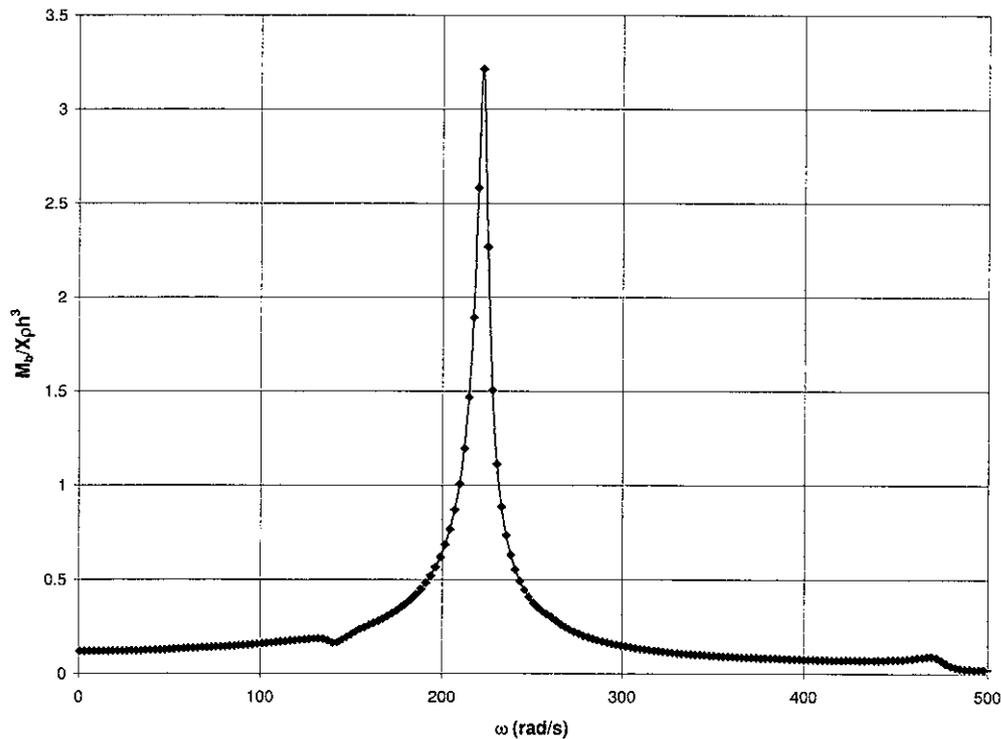


Figura E4b. Sumatoria de momentos en la base

Ejemplo de aplicación 3

Considere ahora que el relleno del problema anterior está formado por una arcilla totalmente saturada (nivel freático en la superficie) normalmente consolidada que tiene un índice plástico $IP=30$, peso volumétrico seco $\gamma_d = 1.4 \text{ T/m}^3$, coeficiente de presión lateral $k_0 = 0.5$ y relación de vacíos $e = 1.2$.

SOLUCIÓN

La velocidad de ondas de corte de una arcilla saturada puede calcularse a partir de la teoría de la elasticidad con la ec. E6.

$$V_{s(sat)} = \left(\frac{G}{\rho} \right)^{1/2} \quad (\text{ec. E6})$$

donde el módulo cortante G puede determinarse a partir de la expresión propuesta por Hardin, 1978:

$$G = \frac{6,200}{0.3 + 0.7e^2} (OCR)^k (\sigma_o)^{0.5} \quad (\text{ec. E9})$$

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

donde el módulo G y la presión de confinamiento σ_0 están dados en kPa, OCR es la relación de sobreconsolidación (igual a 1.0 para arcillas normalmente consolidadas) y k está en función del índice de plasticidad del suelo (en este caso este valor no importa ya que $OCR = 1$).

En el cálculo de la velocidad de corte en la arcilla saturada debe considerarse la densidad correspondiente a un medio saturado de acuerdo con la ecuación E5, citada anteriormente en el ejemplo 2.

$$\begin{aligned} \rho &= \rho^s + \delta n \rho^w \\ &= \rho^w [(1 - n) S_s + \delta n] \end{aligned} \quad (\text{ec. E5})$$

con las variables definidas ya en el ejemplo 2. La evidencia en arcillas, así como en suelos no cohesivos finos, sugiere que la masa total del agua en los poros participa en la propagación de ondas a través de suelos saturados; por lo tanto en la ecuación anterior $\delta = 1.0$.

De acuerdo con lo anterior, la densidad de la arcilla saturada se calcula de la siguiente manera:

Densidad del suelo seco:

$$\rho^s = (1,400 \text{ kg/m}^3) / (9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{142.71 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4}$$

Densidad del agua:

$$\rho^w = (1,000 \text{ kg/m}^3) / (9.81 \text{ m/s}^2) = \underline{101.94 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4}$$

Porosidad:

$$n = (1.22 / 2.22) = \underline{0.545}$$

Entonces la densidad del suelo saturado es:

$$\begin{aligned} \rho &= 142.71 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4 + (1.0)(0.545)(101.94 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4) \\ \rho &= \underline{198.27 \text{ kg s}^2 / \text{m}^4} \end{aligned}$$

Con este último valor se puede determinar la variación de la velocidad de ondas de corte con la velocidad.

h (m)	σ_v (kg/m ²)	σ_h (kg/m ²)	σ_0 (kg/m ²)	G (kPa)	V_s (m/s)
1.0	1,400.00	700.00	933.33	1.45×10^6	85.52
2.0	2,800.00	1,400.00	1,866.67	2.05×10^6	101.68
3.0	4,200.00	2,100.00	2,800.00	2.51×10^6	112.51
4.0	5,600.00	2,800.00	3,733.33	2.90×10^6	120.94
5.0	7,000.00	3,500.00	4,666.67	3.24×10^6	127.83
6.0	8,400.00	4,200.00	5,600.00	3.55×10^6	133.81

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

En lo que a la relación de Poisson ν se refiere lo expuesto en el ejemplo 2 para arenas aplica también arcillas totalmente saturadas; es decir, que la velocidad de ondas de compresión V_D tienen un valor de entre 1,700 a 1,800 m/s y, por lo tanto, la relación de Poisson ν tiene un valor muy cercano a 0.5.

En lo referente al amortiguamiento β , de arcillas, investigaciones hechas por Shibuya, et al., 1994, y Vucetic et al., 1996, citados por Whitman y Dobry, 1993, han demostrado que a frecuencias muy bajas (aproximadamente por debajo de 0.1 Hz) el amortiguamiento es muy alto y decrece conforme la frecuencia aumenta. Para un rango de frecuencias entre 0.1 y 10 Hz (entre las que se encuentran típicamente los sismos), el amortiguamiento es constante e independiente de la frecuencia y para frecuencias mayores a 10 Hz el amortiguamiento vuelve a crecer con la frecuencia. Para fines de este ejemplo se considera un valor constante de $\beta = 2\%$, que es un valor para las arcillas típicas de la ciudad de México, Avilés, 2002.

A continuación se presentan las gráficas de la respuesta sísmica (cortante basal y sumatoria de momentos en la base) del relleno, tanto para excitación horizontal como para vertical.

Excitación horizontal

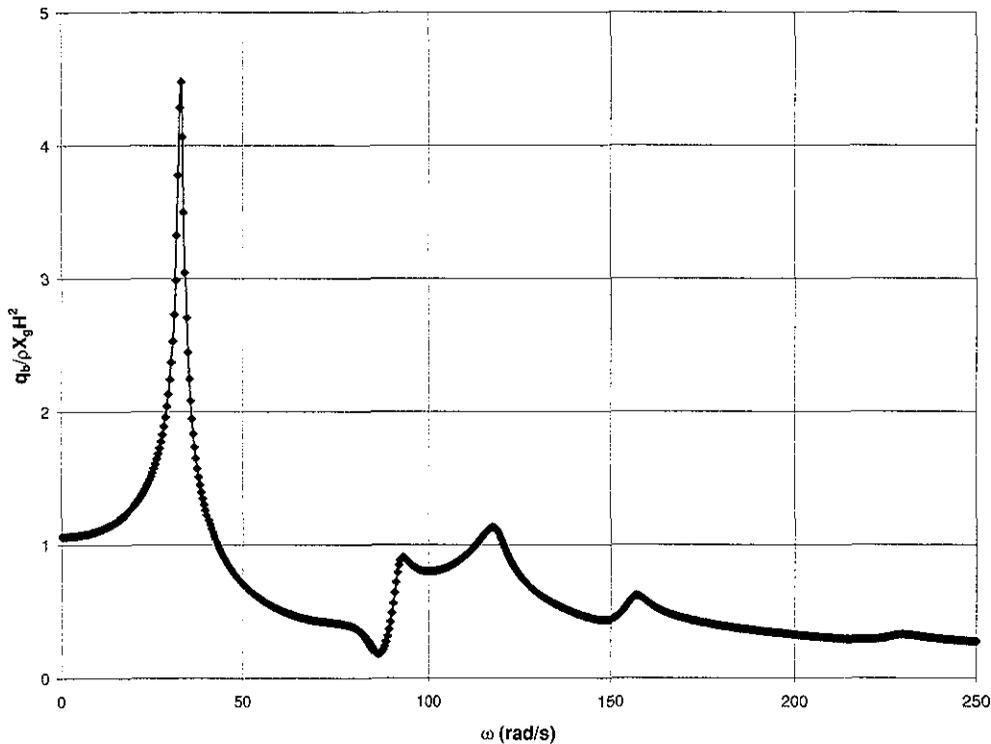


Figura E5a. Cortante basal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

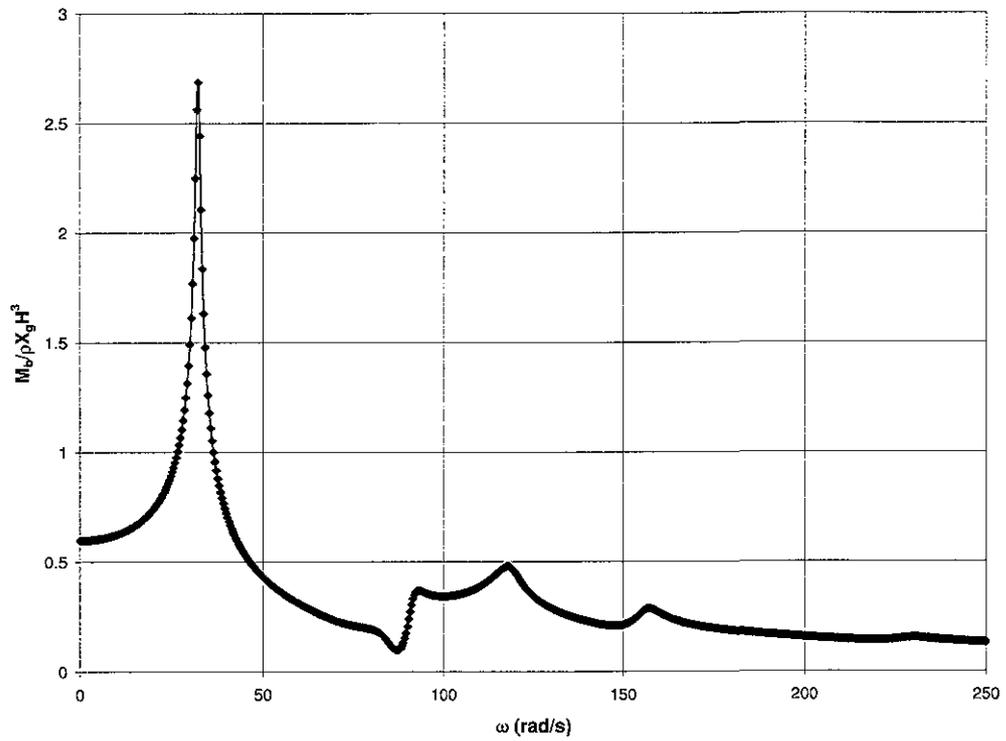


Figura E5b. Sumatoria de momentos en la base

Excitación vertical

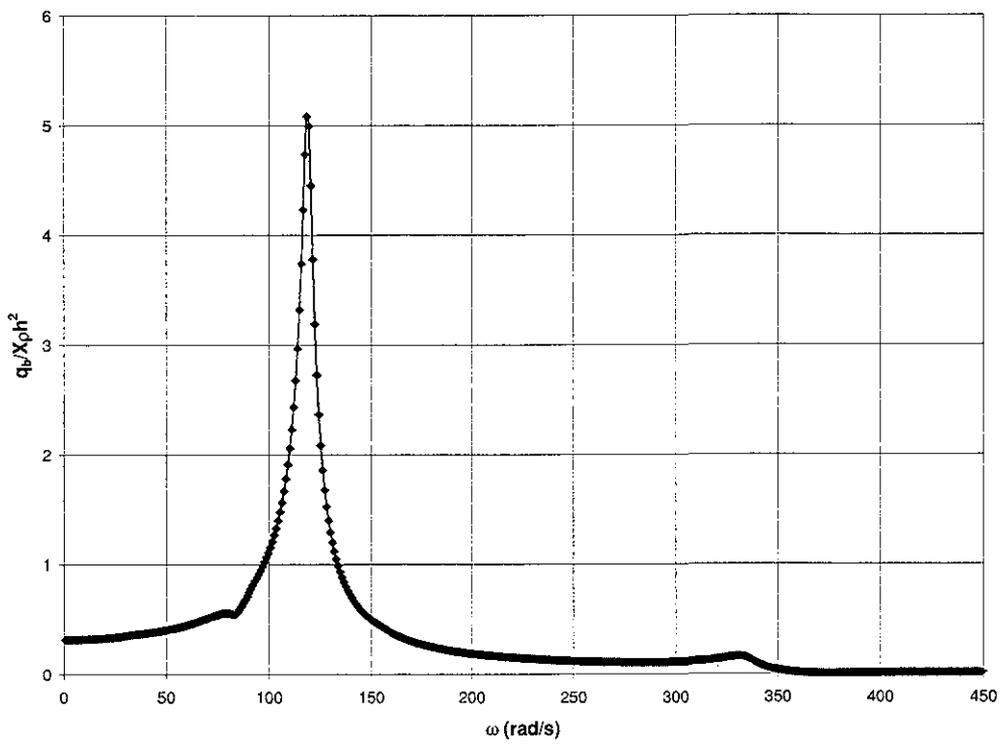


Figura E6a. Cortante basal

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**

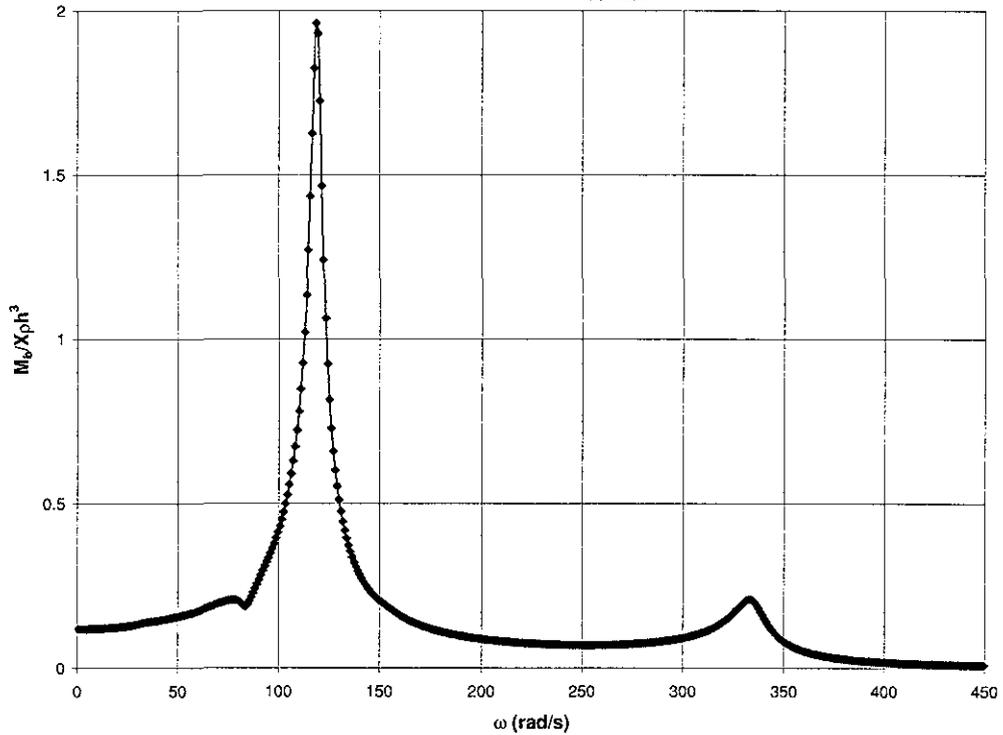


Figura E6b. Sumatoria de momentos en la base

Finalmente, se comparan las respuestas de los rellenos considerados en los tres ejemplos, tanto para excitación horizontal como vertical.

Excitación horizontal

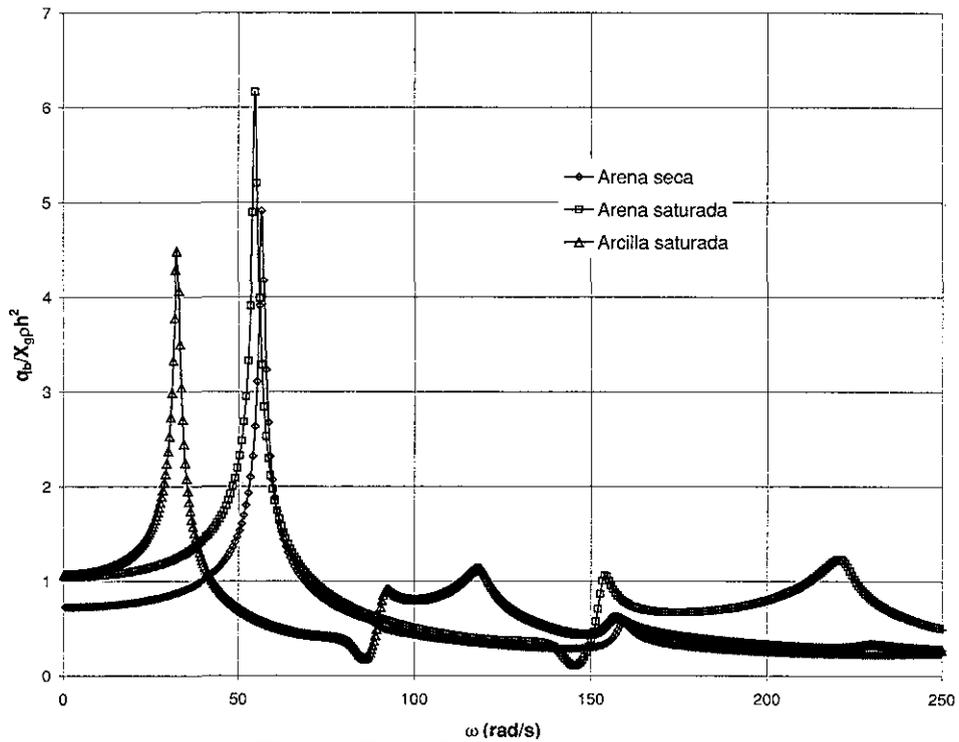


Figura E7a. Cortante basal

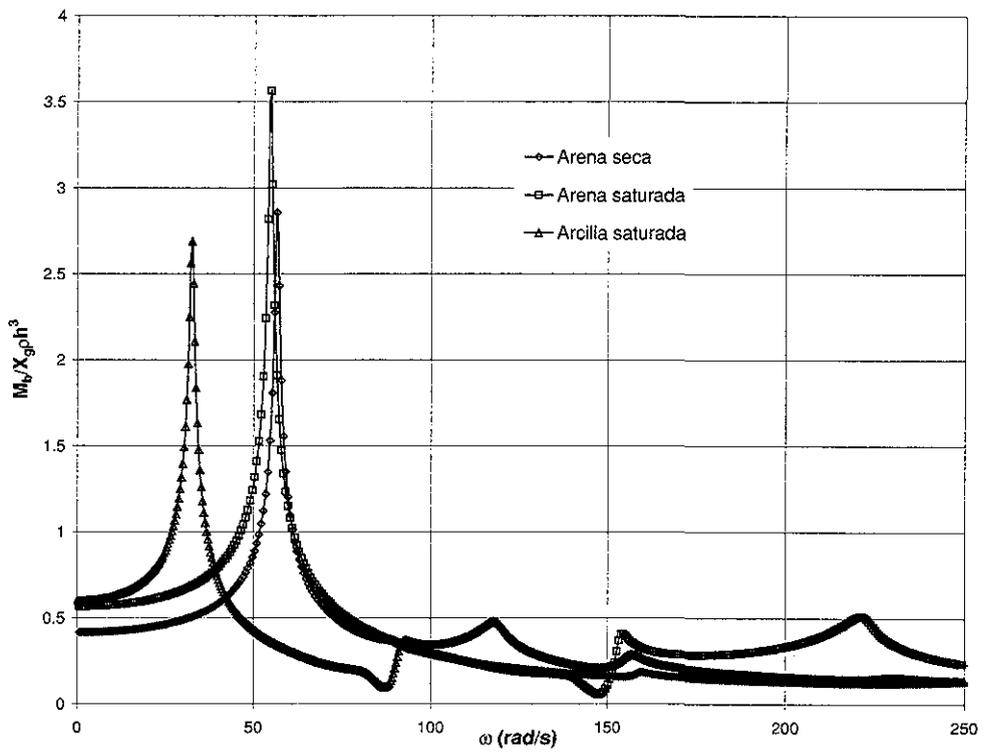


Figura E7b. Sumatoria de momentos en la base

Excitación vertical

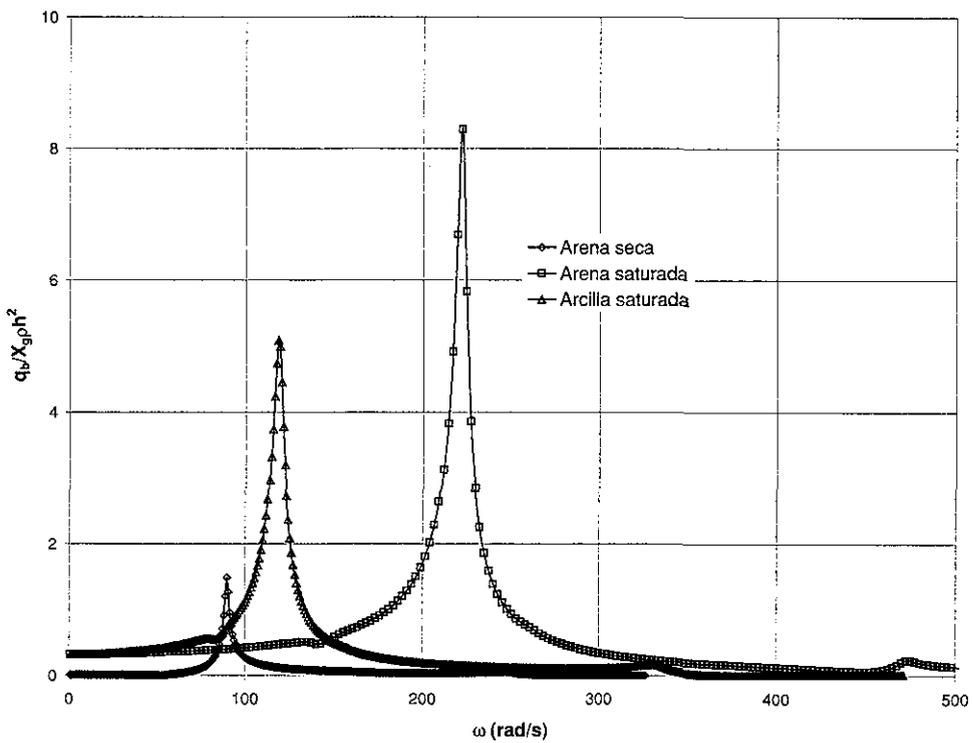


Figura E8a. Cortante basal

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

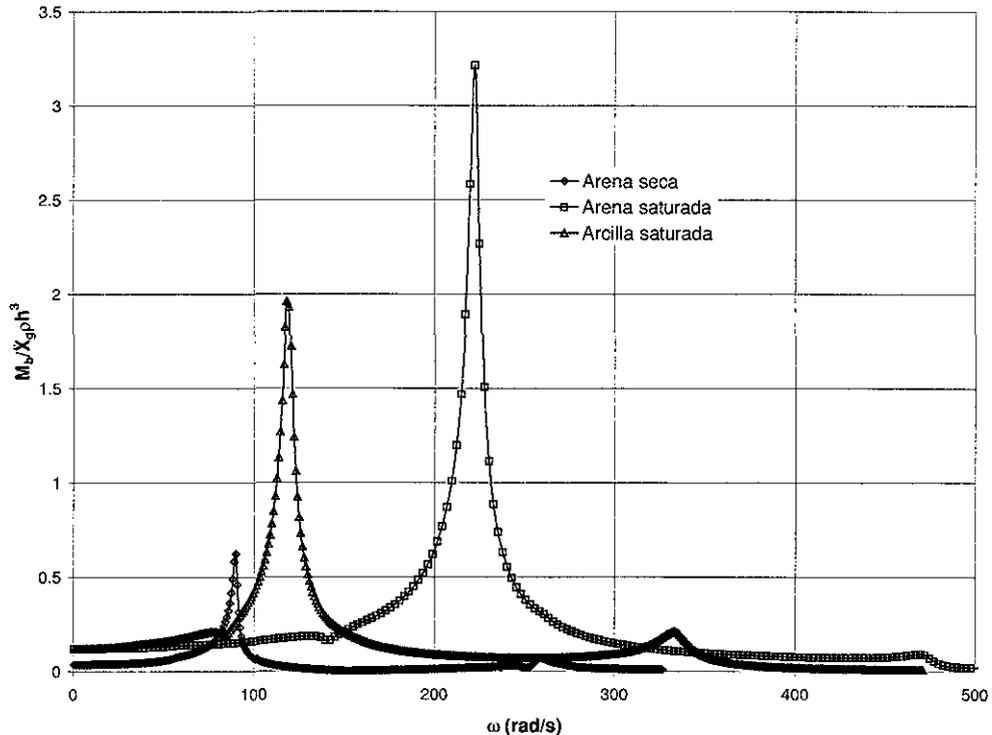


Figura E8b. Sumatoria de momentos en la base

Tal como se ve en las figuras E7, cuando la base es excitada con un movimiento horizontal el cortante basal máximo es originado por el suelo arenoso, siendo el generado por la arena saturada mayor que el de la arena seca. Los momentos de volteo generados por esta misma excitación siguen la misma tendencia mostrada en el cortante basal pero con menores valores.

En lo que a la excitación vertical se refiere, en las figuras E8 el cortante basal máximo generado por el relleno de arena saturada (mayor que $8X_g \rho h^2$) es mucho mayor que el generado por la arcilla saturada (aproximadamente $5X_g \rho h^2$) y la arena seca (mayor que $1.5X_g \rho h^2$); incluso, es mayor que el cortante basal generado por la excitación horizontal para el suelo saturado, lo que resalta la gran importancia de este efecto en suelos con agua. Es decir, que la respuesta máxima de un relleno de arena la genera la excitación vertical cuando el suelo esta totalmente saturado. Con esto se aprecia el valor de incluir en este análisis la excitación vertical.

En la arena seca el cortante basal es menor que el obtenido con la excitación horizontal. Los momentos de volteo siguen la misma tendencia que el cortante basal pero nunca rebasan los valores obtenidos con la excitación horizontal.

En todos los casos, el defasamiento en las frecuencias fundamentales se debe a las diferentes propiedades que tienen los rellenos, ya sea por ser distintos tipos de suelo (arena o arcilla) o por la presencia de agua (arena seca o saturada), lo que genera una variación en las velocidades de las ondas de corte y de compresión.

Vale la pena aclarar que los resultados aquí presentados no son comparados con mediciones reales *in situ* debido a la carencia de esta información en la literatura. Los pocos casos presentados de mediciones hechas en laboratorio a muros de retención persiguen objetivos muy distintos a los expuestos en este trabajo, lo que también hace imposible la comparación de resultados.

Finalmente, con estos ejemplos se muestra la aplicabilidad así como la utilidad en la práctica de la ingeniería geotécnica de la herramienta numérica desarrollada en este trabajo.

Capítulo 5

Conclusiones

Se presentó un método híbrido de elemento finito y de frontera para evaluar la respuesta sísmica de muros de retención con una técnica conocida como “método del estrato delgado”.

El primer sistema estudiado es definido por un muro rígido que contiene un depósito (*relleno*) de longitud semi-infinita, estratificado horizontalmente, en el que se propagan ondas de tipo armónico generadas por la excitación (horizontal o vertical) en la base. Los estratos que constituyen el *relleno*, son isótropos y pueden no ser homogéneos entre sí, con comportamiento viscoelástico lineal.

En el segundo sistema se agrega una frontera vertical al primer sistema que limita al *relleno* en longitud y genera otra región adyacente denominada *suelo*. El *suelo* es un depósito estratificado y con las mismas características que las mencionadas anteriormente para la región denominada *relleno*. En este segundo sistema las ondas tienen que atravesar una frontera vertical que las refleja y refracta generando a su vez sistemas de ondas constructivas y destructivas que dependen de los parámetros de cada una de las regiones.

Los parámetros que caracterizan a los estratos tanto del *relleno* como del *suelo* son: espesor, velocidad de ondas de cortante, relación de Poisson, amortiguamiento y peso volumétrico.

En este trabajo se presenta un planteamiento riguroso del problema y una solución eficiente para determinar la respuesta sísmica (cortantes y momentos en la base

en el dominio de la frecuencia) de los dos sistemas mencionados, así como una serie de resultados que dan información sobre los efectos y la importancia de los distintos parámetros involucrados.

Anterior al estudio paramétrico fue necesario hacer una calibración de los sistemas para asegurarse que cumplieran con las condiciones que le fueron impuestas. Posteriormente, se hicieron comparaciones con otros modelos encontrados en la literatura (Wood (1973), Arias y col. (1981), Veletsos (1994)) y se encontró una muy buena aproximación con ellos. Finalmente se estudiaron los efectos del amortiguamiento, relación de Poisson, heterogeneidad de los estratos, longitud del *relleno* y contraste de la rigidez del *relleno* y el *suelo*, considerando excitación horizontal y vertical en la base. Para la evaluación de los tres primeros parámetros se utilizó el sistema *muro-relleno* (semi-infinito) y para los dos últimos el *muro-relleno-suelo* (finito). De ese estudio se concluye lo siguiente:

Efecto del amortiguamiento, β

Se consideraron tres amortiguamientos (3, 5 y 10%) y se observó que, considerando excitación horizontal, a medida que aumenta el amortiguamiento la respuesta (cortante y momento en la base) máxima disminuye siguiendo aproximadamente la relación $1/\sqrt{2\beta}$. En lo que a excitación vertical se refiere, la relación hallada para el cortante basal con el amortiguamiento fue aproximadamente $1/\sqrt{92\beta}$. En todos los casos la respuesta presentada con la excitación horizontal fue mayor que la de la vertical.

Efecto de la relación de Poisson, ν

Se estudiaron tres valores de este parámetro (0.3, 0.4 y 0.49). Los resultados muestran que con excitación horizontal y cuando este valor se varía de 0.3 a 0.49, la respuesta máxima aumenta aproximadamente 25%, mientras que la estática aumenta cerca del 40%. Cuando la base es excitada verticalmente, la respuesta en todos los casos es menor en comparación con la generada con la excitación horizontal, aunque la respuesta máxima aumenta en mayor proporción cuando pasa del valor de 0.3 a 0.49; es decir, en el caso horizontal la diferencia máxima entre los valores evaluados es de aproximadamente $0.72X_g h^2$ mientras que en el caso vertical la diferencia llega a ser de aproximadamente $2.62X_g h^2$; incluso, cuando la relación de Poisson se aproxima a su valor máximo (0.5), las respuestas de ambos casos es muy parecida.

Efecto de la heterogeneidad de los estratos

Para estudiar este efecto se variaron de forma lineal y parabólica la velocidad de las ondas de corte del *relleno* con la profundidad y los resultados se compararon con los resultados obtenidos considerando una velocidad de corte homogénea equivalente para cada caso.

De acuerdo con los resultados obtenidos, con excitación horizontal, ambos casos (variación lineal y parabólica) se comportan similarmente. Sin embargo, el hecho de considerar una velocidad de corte homogénea equivalente en cada caso aumenta el cortante basal máximo aproximadamente 20% y el momento de volteo máximo, aproximadamente 30%. Con excitación vertical la situación se invierte; es decir, el hecho de considerar un velocidad de corte homogénea equivalente disminuye el cortante basal en aproximadamente 20%; sin embargo, el momento de volteo se comporta de manera similar que con el caso horizontal. En todos los casos la respuesta generada por la excitación vertical es menor que la de la horizontal.

Efecto de la longitud del *relleno*, L

Se evaluaron tres distintas longitudes del *relleno* definidas por la relación L/H (0.5, 1.0 y 3.0).

Considerando excitación horizontal el comportamiento de las relaciones $L/H = 0.5$ y 1.0 es prácticamente el mismo, variando un poco en alta frecuencia. En la relación $L/H = 3.0$ la respuesta máxima y estática disminuye con respecto a las otras dos, sin embargo muestra la peculiaridad de un segundo pico de menor tamaño delante del formado en la frecuencia fundamental. Cuando se considera la excitación vertical el cortante basal máximo se obtiene con la relación $L/H = 1$, mientras que el momento máximo se obtiene con la relación $L/H = 0.5$. En este caso la gráfica de momentos no coincide con la de cortantes en la base, debido a la distribución de esfuerzos sobre el muro.

El hecho de introducir una interfaz vertical a cierta distancia del muro genera una interacción considerable de las ondas sísmicas que dificulta encontrar una tendencia en la respuesta sísmica.

Efecto del contraste entre el *relleno* y el *suelo*, V_{cr}/V_{cs}

Este efecto se estudió considerando las dos regiones homogéneas cada una pero variando la velocidad de ondas de corte de la región denominada *suelo* con respecto a la de la denominada *relleno* que permaneció constante. Se evaluaron tres distintas relaciones $V_{cr}/V_{cs} = 0.33, 0.80$ y 2.00.

Cuando la base es excitada horizontalmente, es posible detectar claramente los picos del cortante basal generados en la frecuencia fundamental del *relleno* y del *suelo* para cada caso. Asimismo, la respuesta máxima del *relleno* es similar cuando éste es menos rígido que el *suelo* ($V_{cr}/V_{cs} = 0.33$ y 0.80). Cuando el *relleno* es más rígido que el *suelo*, la respuesta máxima disminuye considerablemente. En todos los casos el cortante basal máximo se encuentra siempre en la frecuencia fundamental del *relleno*.

En lo que a la excitación vertical se refiere, el comportamiento es muy parecido al de la excitación horizontal pero de menor dimensión; es decir, también es posible

apreciar los picos del cortante basal en las frecuencias fundamentales del *relleno* y el *suelo*, para cada caso, aunque ahora el cortante máximo no siempre se encuentra en la frecuencia fundamental del *relleno*.

En conclusión, se demuestra que la respuesta generada por la excitación vertical es siempre de menor magnitud que la que genera la excitación horizontal y que sólo para valores de la relación de Poisson muy cercanos a 0.5 (suelos saturados, por ejemplo), la excitación vertical puede generar respuestas muy altas (ver ejemplos).

Por otro lado, el imponer una frontera vertical que limite la longitud del *relleno* también afecta la respuesta sísmica del sistema ya que; dependiendo de esta longitud y de la rigidez del *suelo* adyacente, puede aumentar hasta cerca del doble el valor máximo, aparte de hacer aparecer otros efectos de menor importancia.

Los ejemplos presentados muestran la aplicabilidad de la herramienta desarrollada en este trabajo a distintas condiciones del *relleno*. Para tal fin se analizaron dos tipos de suelo: una arena en condición seca y saturada y una arcilla saturada. Se presentó una metodología para el cálculo de los parámetros dinámicos de acuerdo con cada situación planteada y se presentó la comparación de los resultados obtenidos en los tres casos tanto para excitación horizontal como vertical.

Evidentemente, la utilización de la metodología aquí propuesta requiere del conocimiento de los principios de dinámica de suelos e ingeniería sísmica para poder calcular y determinar los parámetros necesarios en el análisis, lo que puede ser una desventaja al compararse con la sencillez de aplicación de los métodos tradicionales (Mononobe – Okabe, por ejemplo).

Finalmente, en los últimos años (Veletsos A S y Younan A H, 1994a; Li X, 1999) se ha demostrado que el considerar la rotación del muro en su base genera una disminución de la respuesta sísmica, por lo que el siguiente paso de esta investigación se encamina a obtener una solución rigurosa del problema que tome en cuenta este efecto, así como a considerar también el hecho de que el muro se desplanta sobre terreno blando y no firme, como se ha considerado en la mayoría de los casos reportados en la literatura.

Bibliografía

- Aguilar P O S (1999)**, "Análisis sísmico de muros de retención", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Aguilar R H (1998)**, "Funciones de impedancia para cimentaciones enterradas en depósitos de suelo estratificado", *Tesis de Maestría*, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Arias A, Sanchez-Sesma F J y Ovando-Shelley E (1981)**, "A simplified Elastic Model for Seismic Analysis of Earth Retaining Structures with Limited Displacements", *International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St. Louis, MO, U. S. A.
- Avilés J (1993)**, "Efectos de sitio en la respuesta sísmica debidos a irregularidades verticales y laterales", *Informe IIE/42/5336/I 02/F JAL*, Instituto de Investigaciones Eléctricas, Temixco, Morelos, México.
- Avilés J (2002)**, Comunicación personal.
- Drnevich V P y Richart Jr F E (1970)**, "Dynamic Prestraining aof Dry Sand", *ASCE J. Soils Mechanics and Foundations Div.*, 96(SM2):453-469.
- Franklin A G y Chang F K (1977)**. "Earthquake Resistance of Earth and Rockfill Dams" *Miscellaneous Paper*. Soils and Pavements Lab., US Army Eng. Waterways Experiment Station
- Hardin B O (1978)**, "The Nature of Stress-Strain Behavior for Soils", *Proc. ASCE Geotechnical Engineering Div. Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, New York, NY, Vol. I, pp. 3-90.
- Hardin B O y Richart Jr F E (1963)**, "Elastic Wave Velocities in Granular Soils", *ASCE J. Soils Mechanics and Foundations Div.*, 89(SM1):33-65 (Proc. Paper 3407).
- Kim Y S, Roesset J M y Stokoe K H (1997)**, "Dynamic Response of Pile Foundations – Experiment, Analysis and Observation", *Geotechnical Special Publication No. 11*, American Society of Civil Engineers, New York, E. U. A.
- Kramer L S (1996)**, "Geotechnical Earthquake Engineering", Cap. 11 Seismic Design of Retaining Walls, *Prentice Hall*, New Jersey, E. U. A.
- Li X (1999)**, "Dynamic Analysis of Rigid Walls Considering Flexible Foundation", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 125, No. 9.
- Lysmer J y Drake L A (1971)**, "A Finite Element Method for Seismology", *Methods in Computational Physics. Advances in Research and Applications*. Vol. 11 Seismology: Surface Waves and Earth Oscillations, Academic Press, California, E. U. A.
- Lysmer J y Waas G (1972)**, "Shear Waves in Plane infinite Structures", *Journal of the Engineering Mechanics Division*. Vol. 98, No. EM1, E. U. A.
- Matuo H y Ohara S (1960)**. "Lateral Earth Pressure and Stability of Quay Walls During Earthquakes". *Proceedings 2nd World Conf. on Earthquake Engineering*. Tokyo, Japan.
- Mononobe N y Matuo H (1929)**, "On the Determination of Earth "Pressures During Earthquakes", *Proceedings. World Engineering Congress*. Tokyo, Japan.

- Newmark N H (1965)**. "Effects of Earthquakes on Dams and Embankments". *Geotechnique*. Vol. 15.
- Okabe S (1926)**, "General Theory of Earth Pressure and Seismic Stability of Retaining Wall and Dam", *Journal of the Japan Society of Civil Engineering*. Vol. 12.
- Prakash S (1996)**, "Analysis and Design of Retaining Structures Against Earthquakes", *Geotechnical Special Publication No. 60*, American Society of Civil Engineers, New York, E. U. A.
- Richards R y Elms D G (1979)** "Seismic Behavior of Gravity Retaining Walls", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 105, No. GT4.
- Scott R F (1973)** "Earthquake-Induced Earth Pressures on Retaining Walls", *Proc. 5th World Conference Earthquake Engineering*, International Association of Earthquake Engineering, Rome, Italy.
- Seed B H y Whitman R V (1970)**, "Design of Earth Retaining Structures for Dynamic Loads", *Conference Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth-Retaining Structures*, Speciality Conference, ASCE.
- Stokoe II K H y Erden S M (1985)**, "Influence of base Shape on Dynamic Response of Surface Foundations", *Geotechnical Eng. Rept. GP85-1*, Civil Engineering Dept., University of Texas at Austin, Austin, TX.
- Tassoulas J L y Kausel E (1981)**, "Elements for the Numerical Analysis of Wave Motion in Layered Media", *M.I.T. Research Report R81-2*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, E. U. A.
- Veletsos A S y Younan A H (1994a)**, "Dynamic Modeling and Response of Soil-Wall Systems", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 120, No. 12.
- Veletsos A S y Younan A H (1994b)**, "Dynamic Soil Pressures on Rigid Vertical Walls", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 23.
- Veletsos A S y Younan A H (1997)**, "Dynamic Response of Cantilever Retaining Walls", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 123, No. 2.
- Whitman R V (1990)**, "Seismic Design and Behavior of Gravity Retaining Walls", *Geotechnical Special Publication No. 25*, American Society of Civil Engineers, New York, E. U. A.
- Whitman R V y Dobry R (1993)**, "Soil Dynamics", Cap. 14 Wave Velocities, Moduli and Damping at Very Small Strains. Apuntes de la clase de dinámica de suelos en la DEPEFI-UNAM.
- Wood J H (1973)**. "Earthquake-induced Pressures on Structures". *Report EERL 73-05*, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology.
- Wood J H (1975)**. "Earthquake-induced Pressures on Rigid Wall Structure". *Bull. New Zealand Soc. Earthquake Eng.* Vol. 8.

Apéndice A

Estructura y funcionamiento del programa de cómputo

A continuación se presenta la estructura y el funcionamiento del programa denominado MUROSIS, codificado en FORTRAN LAHEY, que contiene todo el análisis presentado en este trabajo para determinar la respuesta sísmica de muros de contención.

La entrada de datos al programa se hace por medio de un archivo de datos ASCII, cuyo nombre es solicitado al inicio de la corrida e ingresado por teclado, al igual que el archivo en donde se almacenarán los resultados (figura A.1).

```
-----+-----+
          32-bit Power for Lahey Computer Systems
          Phar Lap's 386|DOS-Extender(tm) Version 3.02
          Copyright (C) 1986-96 Phar Lap Software, Inc.
          Available Memory = 128340 Kb
-----+-----+

***>> M U R O S I S <<***
NOMBRE DEL ARCHIVO DE DATOS: datos
NOMBRE DEL ARCHIVO DE RESULTADOS: resultados_
```

Figura A.1. Pantalla inicial de MUROSIS

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El archivo de datos de entrada del modelo *muro-relleno* o semi-infinito contiene los siguientes elementos:

TITULO
LAY
NF
FI
DF
HE(LAY),W(LAY),VC(LAY),NU(LAY),BETA(LAY)

Donde:

TITULO = identificador de la corrida
LAY = número de estratos
NF = número de frecuencias por analizar
FI = frecuencia inicial
DF = incremento de la frecuencia

Los siguientes parámetros se repetirán de acuerdo al número de estratos (LAY): es decir, si LAY=5 el último renglón del archivo de datos se repetirá cinco veces (figura A.2). Estos parámetros proporcionan las características físicas del estrato correspondiente tal como sigue:

HE = altura del estrato, en m
W = peso volumétrico del estrato, en T/m³
VC = velocidad de las ondas de corte, en m/s
NU = relación de Poisson
BETA = amortiguamiento

```
MODELO MURO-RELLENO O SEMI-INFINITO
5
100
0.1
0.075
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
```

Figura A.2. Archivo de datos de entrada del modelo *muro-relleno* o semi-infinito

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

El archivo de datos de entrada del modelo *muro-relleno-suelo* o finito contiene los siguientes elementos:

```
TITULO
LAY
NF
FI
DF
XL
HER(LAY),WR(LAY),VCR(LAY),NUR(LAY),BETAR(LAY)
HES(LAY),WS(LAY),VCS(LAY),NUS(LAY),BETAS(LAY)
```

Donde los primeros cinco elementos significan lo mismo que el modelo anterior y sólo se agrega el parámetro XL que es la longitud del relleno.

Los parámetros de los estratos del *relleno* y el *suelo* se diferencian con la terminación R y S, respectivamente, tienen el mismo significado que en el caso del modelo *muro-relleno* o semi-infinito, y también se repetirán de acuerdo al número de estratos (LAY), es decir, si LAY=5 el último renglón del archivo de datos se repetirá cinco veces para proporcionar las características físicas de cada uno de los estratos del *relleno* y otras cinco veces para los estratos del *suelo* (figura A.3).

```
MODELO MURO-RELLENO-SUELO O FINITO
5
100
0.1
0.075
10.0
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.5,60.0,0.4,0.05
2.0,1.8,80.0,0.3,0.03
2.0,1.8,80.0,0.3,0.03
2.0,1.8,80.0,0.3,0.03
2.0,1.8,80.0,0.3,0.03
2.0,1.8,80.0,0.3,0.03
```

Figura A.3. Archivo de datos de entrada del modelo *muro-relleno-suelo* o finito

En el diagrama de flujo mostrado en la figura A.4 se detalla el funcionamiento del programa.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

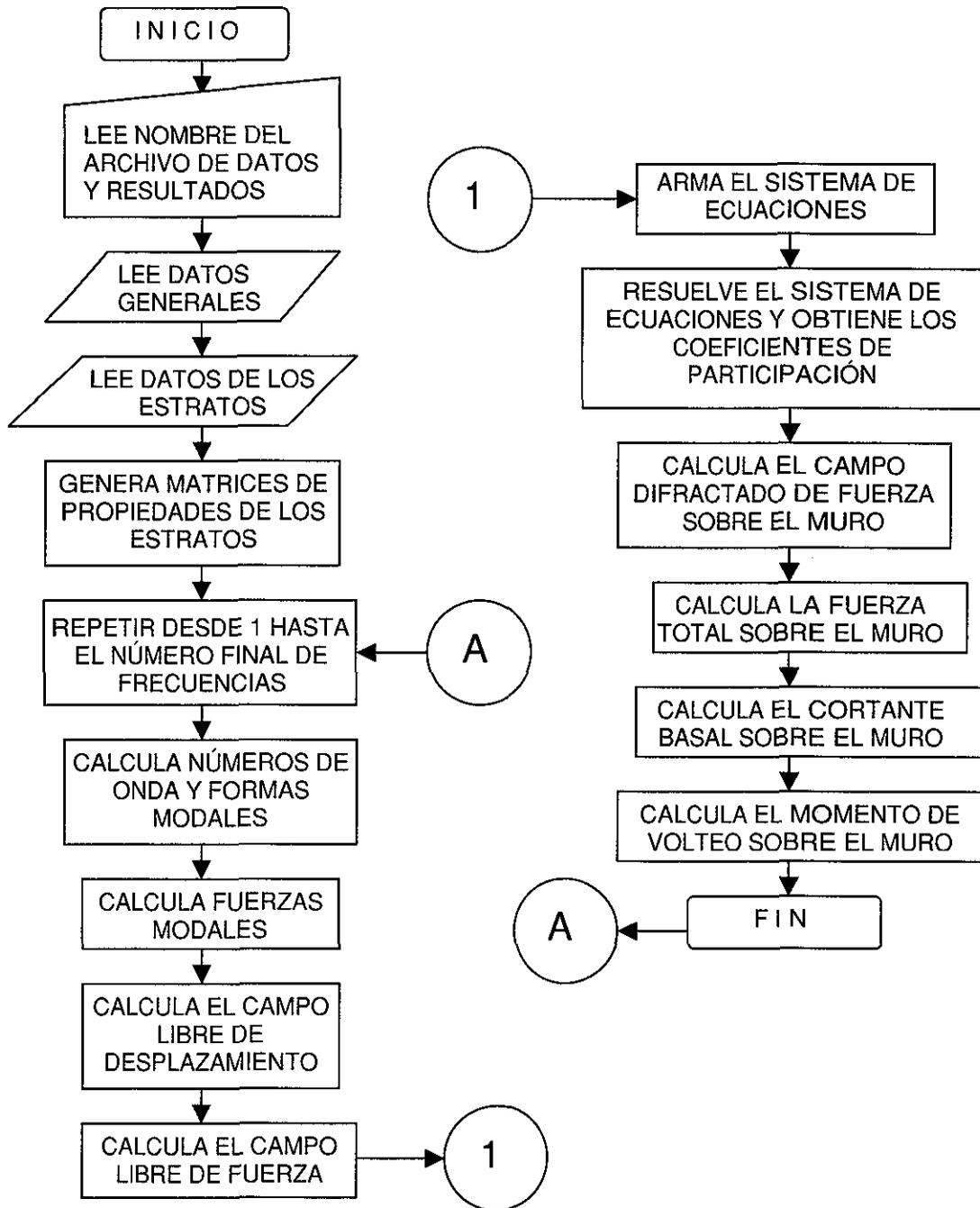


Figura A.4. Diagrama de flujo del programa MUROSIS

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Notación

$\{\delta_l\}$	Campo libre de desplazamiento
$\{\delta^d\}$	Campo difractado de desplazamiento
$\{\delta\}$	Vector de desplazamientos totales
$\{\delta_{muro}\}$	Vector de desplazamientos impuestos en el muro
e	2.7182.... base del logaritmo natural
$[E]$	Matriz diagonal propagadora
$\{F_l\}$	Campo libre de fuerza
$\{F^d\}$	Campo difractado de fuerza
$\{F\}$	Vector de fuerzas totales
F_j	Fuerza nodal
i	$\sqrt{-1}$, unidad imaginaria
j	Índice correspondiente al número de estrato
l	Índice correspondiente al modo
L	Longitud del <i>relleno</i>
n	Número de estratos del depósito, orden de una ecuación
ρ	Densidad de masa
ν	Relación de Poisson
β	Amortiguamiento material del suelo
$\{C\}$	Vector de coeficientes de participación modal
G, I	Constantes de Lamé para un sólido elástico
G^c, F	Constantes de Lamé para un sólido viscoelástico
h_j	Espesor del estrato j
h	Espesor del depósito
$[A]_j, [B]_j, [G]_j,$ $[M]_j, [D]_j,$ $[A], [B], [G],$ $[M], [D],$	Matrices para el estrato j en función de su geometría y propiedades
M_b	Matrices ensambladas del sistema
M_b	Momento de volteo sobre el muro
ω	Frecuencia de excitación
t	Tiempo



k	Número de onda
$[K]$	Matriz diagonal de números de onda
π	Relación genérica entre la circunferencia y diámetro de un círculo
$[P^*]$	Matriz modal propagada de fuerzas
q_b	Cortante basal sobre el muro
$Re [\bullet]$	Parte real
$Im [\bullet]$	Parte imaginaria
r	Subíndice para designar la región del <i>relleno</i>
s	Subíndice para designar la región del <i>suelo</i>
x, y, z	Coordenadas del sistema cartesiano
r, θ, z	Coordenadas del sistema cilíndrico
u	Componente de desplazamiento en dirección x
w	Componente de desplazamiento en dirección z
τ	Amplitud de esfuerzo cortante
σ	Amplitud de esfuerzo normal
U	Amplitud modal del desplazamiento en dirección x
U_g	Excitación horizontal en la base
W	Amplitud modal del desplazamiento en dirección z
W_g	Excitación vertical en la base
$\{v\}$	Vector de amplitudes de desplazamiento
$[V]$	Matriz de desplazamientos modales
$[V^*]$	Matriz modal propagada de desplazamientos
V_c	Velocidad de ondas de corte
\rightarrow	Onda incidente
\leftarrow	Onda reflejada

**TESIS CON
FALLA DE ORIGEN**