



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

José Gpe. Fabián Rivera Trejo

Modelo bidimensional de fondo móvil

2002

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JOSÉ GPE. FABIÁN RIVERA TREJO

Modelo bidimensional de fondo móvil

Tesis realizada para obtener el grado de Doctor en Ingeniería
(HIDRÁULICA)

Dirección: Dr. Moisés Berezowsky Verduzco
Ciudad Universitaria, México D.F. Febrero del 2002
jrt@pumas.iingen.unam.mx

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES Y ENSEÑANZA DE QUÍMICA
CARRERAS DE QUÍMICA Y QUÍMICA INDUSTRIAL
CARRERA DE QUÍMICA INDUSTRIAL
CARRERA DE QUÍMICA INDUSTRIAL

Dedicatorias

A mis adorados padres Eloy y Esperanza, para quienes nunca dejaré de ser su "chiquito". Este trabajo es de ustedes, así como todo mi cariño.

Mis queridos hermanos Manolo y Osiris, cada uno especial y distinto, de los cuales me siento orgulloso.

Con todo mi cariño para mi hermano Iván, Gela, Emilio y muy especialmente a mi querida Mariana.

Al amor que ilumina mi vida, mi linda Ivette.... y sin palabras que puedan expresar lo que representas para nosotros a nuestro futuro bebé.

.... con fe en dios y esperanza en el futuro

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Agradecimientos

Definitivamente quiero comenzar con una de las personas más importante durante estos años de trabajo; mi tutor, el Dr. Moisés Berezowsky, de quien he aprendido más de lo que imagine y recibido más de lo que espere.

A los Doctores: Oscar Fuentes, Jesús Gracia, Ramón Domínguez y Javier Aparicio por los comentarios con que enriquecieron este trabajo.

Para el Dr. Carlos Cruickshank; que me apoyó a distancia con todas las dificultades que esto implicó y por las valiosas sugerencias que hizo para mejorar esta investigación.

Al Dr. Carlos Escalante Sandoval por el apoyo y aliento que me ha dado para seguir siempre adelante.

A la gente del Instituto de Ingeniería que me ofreció siempre su ayuda; especialmente quiero reconocer al Ing. Víctor Franco, Dr. Abel Jiménez y Rosita Dávila.

Indudablemente a la gente que me motivo en mis aspiraciones: Dr. Arturo Trejo, Ing. Darío Guaycochea, Ing. Javier Castro e Ing. Patricia Rivera.

De entre la gente importante, a mi "hermano" Gabriel Soto, parte fundamental de esta investigación, pero sobre todo de mi vida.

A mi buen amigo Cesar Balderas, quien nunca deja de sorprenderme y con el que cuento siempre.

No pueden faltar las personas que comparten conmigo este hogar que ha sido el Instituto de Ingeniería; mis amigos: Adriana Palma, Elíseo Carrisosa, Mónica Gómez y Ricardo Orozco.

Debo reconocer la buena disposición y entusiasmo con que siempre me apoyó durante el trabajo experimental, al Ing. Carlos Basaldud buen compañero y amigo.

Finalmente quiero hacer patente mi agradecimiento a las Instituciones que me apoyaron económicamente y moralmente para la realización de este trabajo. El Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, a la Dirección General de Estudios de Posgrado y al Instituto de Ingeniería de la UNAM.

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Tabla de contenido

| | | | |
|--|------------|---|-----------|
| Resumen | i | Ecuaciones en coordenadas curvilíneas | |
| Abstract | ii | generales | 20 |
| Introducción | iii | Ecuaciones hidrodinámicas | 21 |
| Objetivo general | iv | Ecuaciones de sedimentos | 22 |
| Objetivos particulares | iv | | |
| Caracterización del problema | v | | |
| | | CAPÍTULO 3 | |
| CAPÍTULO 1 | | SOLUCIÓN NUMÉRICA | |
| MODELOS DE FONDO MÓVIL | | | |
| Enfoque tradicional | 1 | Estrategias de solución | 23 |
| Enfoques alternos | 2 | Ecuaciones hidrodinámicas | 24 |
| Modelos unidimensionales (1D) | 3 | Técnicas de solución | 25 |
| Modelos bidimensionales (2D) | 3 | Aproximación con el operador de | |
| Modelos tridimensionales (3D) | 4 | separación | 25 |
| Investigaciones recientes | 5 | Ecuaciones de sedimentos | 29 |
| Escalas | 5 | Acoplamiento | 29 |
| Escala Espacial | 5 | Malla de cálculo | 30 |
| Modelos de escala larga | 5 | Discretización de las ecuaciones de | |
| Modelos de escala corta | 6 | sedimentos | 30 |
| Modelos de escala media | 6 | Solución del sistema de ecuaciones | 31 |
| Escala Temporal | 6 | Consideraciones para el tratamiento de | |
| Escala de Estudio | 7 | capa activa | 33 |
| | | Condiciones iniciales | 34 |
| | | Condiciones de frontera | 34 |
| | | Algoritmo de solución | 34 |
| | | | |
| CAPÍTULO 2 | | CAPÍTULO 4 | |
| PROCESOS FÍSICOS Y | | DESARROLLO EXPERIMENTAL | |
| ECUACIONES GOBERNANTES | | | |
| Ecuaciones hidrodinámicas | | Desarrollo experimental | 37 |
| Fundamentales | 9 | Instalación experimental | 38 |
| Procesos morfológicos y | | Equipo experimental | 38 |
| sedimentológicos | 11 | Montaje del experimento | 39 |
| Transporte de fondo y cambio | | Establecimiento de las condiciones | |
| granulométrico | 11 | de flujo | 39 |
| Ecuaciones de sedimentos | 14 | Primera etapa "calibración de la | |
| Relaciones auxiliares | 15 | rugosidad" | 40 |
| Gasto sólido | 15 | Medición de la erosión y depósito | 41 |
| Fracción de área de partículas de | | Condiciones de flujo | 43 |
| sedimentos del fondo | 16 | Comentarios | 44 |
| Factor de cobertura | 17 | | |
| Función ponderada | 17 | CAPÍTULO 5 | |
| Gasto sólido por fracciones | 18 | VALIDACIÓN DEL | |
| Capa activa | 18 | MODELO MATEMÁTICO | |
| Fuente de intercambio en el fondo | 20 | Modelación numérica unidimensional | 45 |

Tabla de contenido

| | | | |
|--|-----------|---|-----------|
| Comentarios a la simulación unidimensional | 51 | APÉNDICE C | |
| Modelo numérico bidimensional | 51 | CAMPOS DE FLUJO | |
| Influencia del paso de tiempo en el transporte de sedimentos | 52 | Malla de cálculo | 85 |
| Diferencias entre las formulas de transporte total, por fracciones y por fracciones con cambio granulométrico | 56 | Campos de flujo numéricos | 86 |
| Comparación entre mediciones experimentales y la simulación numérica | 59 | APÉNDICE D | |
| Experimento 1 | 63 | FILTROS | |
| Experimentos 2, 3, 4, 5 y 6 | 69 | Filtros numéricos y condiciones de estabilidad | 89 |
| CAPÍTULO 6 | | REFERENCIAS | |
| CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES | | Referencias | 93 |
| Conclusiones | 73 | TRABAJOS PUBLICADOS COMO RESULTADO DE ESTA INVESTIGACIÓN | |
| APÉNDICE A | | Trabajos publicados | 99 |
| DISCRETIZACIÓN DE COEFICIENTES | | | |
| Discretización de los coeficientes en las ecuaciones de sedimentos | 77 | | |
| APÉNDICE B | | | |
| PROCESO DE PROPAGACIÓN | | | |
| Proceso de propagación | 79 | | |
| Determinación de flujos U y V | 82 | | |

Modelo bidimensional de fondo móvil

Resumen

Se presenta un modelo matemático bidimensional para aguas poco profundas, que considera flujo no permanente y estima el campo de velocidades, el movimiento del fondo y el cambio en la distribución granulométrica asociado a la variación del lecho en cauces arenosos. El modelo se desarrolla en coordenadas curvilíneas generales, con la finalidad de adaptarse mejor a las fronteras del problema; además, está diseñado para estudiar zonas de ríos y pequeños estuarios donde el uso de ecuaciones promediadas en la profundidad sea apropiado y para una escala de longitud media (kilómetros). La construcción del modelo se hace en forma modular con la finalidad de darle mayor flexibilidad, sobre todo en la incorporación de distintas fórmulas de resistencia al flujo y transporte de sedimentos. La mezcla de sedimentos se representa a través de un número discreto de tamaños de clase, en donde algunos de ellos pueden ser arrastrados en el fondo, otros en suspensión y algunos más pueden saltar entre los dos estados. El tipo de transporte depende de las condiciones hidráulicas prevaletientes y del tamaño y posición de las partículas al inicio del movimiento.

Con la finalidad de determinar el nivel de la superficie libre, el campo de velocidades de la corriente, el movimiento y el cambio granulométrico del fondo, el sistema de ecuaciones se resuelve a través de un proceso semi-acoplado, que tiene como punto de partida el cálculo de la hidrodinámica, para después resolver las ecuaciones de sedimentos acoplándolas en el paso de tiempo.

El modelo se compara y calibra con datos experimentales obtenidos en el Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Abstract

A mathematical formulation for the computation of two dimensional depth average unsteady flow, sediment transport and bed evolution in natural watercourses is presented. The model is developed in a general curvilinear coordinate system to characterize the longitudinal and transverse movement, and it is designed to study river reaches and small estuaries, where depth averaging is appropriate. The model is built in modular form, therefore different flow resistance and sediment transport criteria can be chosen. The sediment mixtures are represented through a suitable number of discrete size classes, of which some of them may move as bedload or in suspension, or are changing between both states, depending on the prevailing local hydraulic conditions and the size-fraction change in the bed surface.

The system of equations at any computational point is solved by an implicit finite difference scheme. Starting from a computed free-surface flow and velocity field, the sediment equations system is computed and coupled with the water flow in order to take into account the iteration between the flow field and the changes in both, bed elevation and bed surface size distribution.

The mathematical model is compared and validated with experimental data obtained from the hydraulics laboratory of the Engineering Institute.

Modelo bidimensional de fondo móvil

“Son los problemas sin resolver, no los resueltos los que mantienen activa la mente”.

Erwin Guido Kolbenheyer

Introducción

Los esfuerzos por predecir la interacción de agua y sedimentos en cauces naturales o artificiales enfrentan uno de los problemas más complejos que se estudian en la hidráulica. La dificultad consiste en que el gasto líquido, causa principal del movimiento de las partículas de sedimentos, tiene un carácter eminentemente tridimensional, mientras que las partículas, cada una de distinta forma y tamaño se comportan de manera aleatoria dentro del flujo. Esto ocasiona que haya relaciones complejas entre el agua y las partículas, así como un intercambio continuo de los distintos medios de transporte de sedimentos. Al observar el flujo en determinado instante, se pueden encontrar partículas que son arrastradas en suspensión, otras que se mueven en el fondo y algunas que saltan entre estos dos estados. Este movimiento continuo de material afecta las condiciones hidráulicas del cauce, lo que modifica la rugosidad. Del mismo modo, una variación en las condiciones de flujo va ligada de manera directa con el transporte de partículas, por lo que la mutua dependencia de ambos procesos se hace evidente.

La mayoría de los modelos matemáticos de fondo móvil, consideran que hay un tamaño representativo del material del fondo (diámetro medio) y que este tamaño se mantiene fijo durante el cálculo. Esta hipótesis aunque simplifica enormemente los cálculos puede no ser siempre válida. Por ejemplo en casos donde la distribución de

tamaños de los sedimentos sea no uniforme, al calcular el transporte de sedimentos considerando un tamaño medio de partículas se puede generar un error sustancial debido a lo poco representativo que puede ser este tamaño en la muestra. Por consiguiente se puede subestimar o sobrestimar el transporte y en consecuencia al determinar el movimiento del fondo habrá mas error.

En estos casos, lo más conveniente es dividir la muestra en fracciones con un tamaño (diámetro) representativo para cada una y obtener el transporte de sedimento por partes. Así, aunque la consideración de una granulometría fija siga siendo aplicada, el error en el transporte será menor que al emplear un solo diámetro para representar todo el material del fondo.

En el presente trabajo, se desarrolla un modelo de fondo móvil en coordenadas curvilíneas generales que calcula la hidrodinámica, pronostica los procesos de erosión y depósito, y determina el cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo. Se supone una escala de solución longitudinal media (varios kilómetros), y se aplica una fórmula de transporte total para cada fracción en que se divide el material del fondo.

Objetivo general

El objetivo general de este trabajo es el de generar un modelo numérico bidimensional de fondo móvil, que sea suficientemente robusto para caracterizar el flujo y el movimiento del fondo, tanto longitudinal como transversalmente, en una curva de un río o en un tramo afectado por obras de rectificación.

Objetivos particulares

Uno de los objetivos particulares de esta investigación es: utilizar un sistema de coordenadas curvilíneas generales. Es importante destacar que la aplicación de dicho sistema para solucionar el movimiento del fondo ha sido poco tratado en la literatura, por lo cual esta formulación se considera el principal aporte del presente estudio. Asimismo, se trabaja con el concepto de capa activa para representar el intercambio de sedimentos y la evolución del fondo. El sistema de ecuaciones para agua y sedimentos se resuelve en forma semiacoplada.

El modelo se desarrolla de manera modular con el fin de darle mayor flexibilidad; además, proporciona datos sobre el depósito y erosión de sedimentos en tramos fluviales de varios kilómetros o de mediana escala. La mayoría de los modelos existentes realizan predicciones en tramos relativamente largos (varias decenas de kilómetros) o de gran escala (Spasojevic, 1988; Holly y Karim, 1986; Holly y Rahuel, 1990; Berezowsky y Jiménez, 1995; Akbari, 1997), mientras que otros modelos las efectúan en forma local (tramos de algunos metros) o de pequeña escala (Shimuzu, 1990; Liu y Egashira, 1997; Kobayashi, 1997; Olsen y Melaan, 1993).

tamaños de los sedimentos sea no uniforme, al calcular el transporte de sedimentos considerando un tamaño medio de partículas se puede generar un error sustancial debido a lo poco representativo que puede ser este tamaño en la muestra. Por consiguiente se puede subestimar o sobrestimar el transporte y en consecuencia al determinar el movimiento del fondo habrá mas error.

En estos casos, lo más conveniente es dividir la muestra en fracciones con un tamaño (diámetro) representativo para cada una y obtener el transporte de sedimento por partes. Así, aunque la consideración de una granulometría fija siga siendo aplicada, el error en el transporte será menor que al emplear un solo diámetro para representar todo el material del fondo.

En el presente trabajo, se desarrolla un modelo de fondo móvil en coordenadas curvilíneas generales que calcula la hidrodinámica, pronostica los procesos de erosión y depósito, y determina el cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo. Se supone una escala de solución longitudinal media (varios kilómetros), y se aplica una fórmula de transporte total para cada fracción en que se divide el material del fondo.

Objetivo general

El objetivo general de este trabajo es el de generar un modelo numérico bidimensional de fondo móvil, que sea suficientemente robusto para caracterizar el flujo y el movimiento del fondo, tanto longitudinal como transversalmente, en una curva de un río o en un tramo afectado por obras de rectificación.

Objetivos particulares

Uno de los objetivos particulares de esta investigación es: utilizar un sistema de coordenadas curvilíneas generales. Es importante destacar que la aplicación de dicho sistema para solucionar el movimiento del fondo ha sido poco tratado en la literatura, por lo cual esta formulación se considera el principal aporte del presente estudio. Asimismo, se trabaja con el concepto de capa activa para representar el intercambio de sedimentos y la evolución del fondo. El sistema de ecuaciones para agua y sedimentos se resuelve en forma semiacoplada.

El modelo se desarrolla de manera modular con el fin de darle mayor flexibilidad; además, proporciona datos sobre el depósito y erosión de sedimentos en tramos fluviales de varios kilómetros o de mediana escala. La mayoría de los modelos existentes realizan predicciones en tramos relativamente largos (varias decenas de kilómetros) o de gran escala (Spasojevic, 1988; Holly y Karim, 1986; Holly y Rahuel, 1990; Berezowsky y Jiménez, 1995; Akbari, 1997), mientras que otros modelos las efectúan en forma local (tramos de algunos metros) o de pequeña escala (Shimuzu, 1990; Liu y Egashira, 1997; Kobayashi, 1997; Olsen y Melaan, 1993).

tamaños de los sedimentos sea no uniforme, al calcular el transporte de sedimentos considerando un tamaño medio de partículas se puede generar un error sustancial debido a lo poco representativo que puede ser este tamaño en la muestra. Por consiguiente se puede subestimar o sobrestimar el transporte y en consecuencia al determinar el movimiento del fondo habrá mas error.

En estos casos, lo más conveniente es dividir la muestra en fracciones con un tamaño (diámetro) representativo para cada una y obtener el transporte de sedimento por partes. Así, aunque la consideración de una granulometría fija siga siendo aplicada, el error en el transporte será menor que al emplear un solo diámetro para representar todo el material del fondo.

En el presente trabajo, se desarrolla un modelo de fondo móvil en coordenadas curvilíneas generales que calcula la hidrodinámica, pronostica los procesos de erosión y depósito, y determina el cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo. Se supone una escala de solución longitudinal media (varios kilómetros), y se aplica una fórmula de transporte total para cada fracción en que se divide el material del fondo.

Objetivo general

El objetivo general de este trabajo es el de generar un modelo numérico bidimensional de fondo móvil, que sea suficientemente robusto para caracterizar el flujo y el movimiento del fondo, tanto longitudinal como transversalmente, en una curva de un río o en un tramo afectado por obras de rectificación.

Objetivos particulares

Uno de los objetivos particulares de esta investigación es: utilizar un sistema de coordenadas curvilíneas generales. Es importante destacar que la aplicación de dicho sistema para solucionar el movimiento del fondo ha sido poco tratado en la literatura, por lo cual esta formulación se considera el principal aporte del presente estudio. Asimismo, se trabaja con el concepto de capa activa para representar el intercambio de sedimentos y la evolución del fondo. El sistema de ecuaciones para agua y sedimentos se resuelve en forma semiacoplada.

El modelo se desarrolla de manera modular con el fin de darle mayor flexibilidad; además, proporciona datos sobre el depósito y erosión de sedimentos en tramos fluviales de varios kilómetros o de mediana escala. La mayoría de los modelos existentes realizan predicciones en tramos relativamente largos (varias decenas de kilómetros) o de gran escala (Spasojevic, 1988; Holly y Karim, 1986; Holly y Rahuel, 1990; Berezowsky y Jiménez, 1995; Akbari, 1997), mientras que otros modelos las efectúan en forma local (tramos de algunos metros) o de pequeña escala (Shimuzu, 1990; Liu y Egashira, 1997; Kobayashi, 1997; Olsen y Melaan, 1993).

Caracterización del problema

La hidrodinámica, el transporte de sedimentos y la evolución del fondo son elementos de un proceso único y complejo. Las partículas son arrastradas, movidas y depositadas debido a la acción del agua, lo cual causa que el fondo evolucione. La relación entre el agua y los sedimentos tiene diferentes escalas de tiempo (escalas morfológicas); por tanto, definir el transporte y la evolución del fondo a partir del movimiento de cada partícula resulta extremadamente difícil; debido a lo anterior, se considera que el fondo se mueve de manera continua. En otras palabras, el movimiento del fondo se centra en las modificaciones globales y su distribución granulométrica, donde la escala de tiempo es mucho mayor; así que los cambios en el nivel del fondo durante el tiempo apropiado para calcular la hidrodinámica son en general muy pequeños y no alteran significativamente el flujo. Es decir, durante el cálculo hidrodinámico, las variables de sedimentos se mantienen fijas; a su vez, las condiciones de flujo permanecen inalteradas durante la determinación del movimiento del fondo y cambio granulométrico. Esta es la hipótesis básica empleada en el presente trabajo.

En el capítulo se 2 presenta una descripción detallada de las ecuaciones involucradas en el problema; donde, el sistema por resolver se forma con las ecuaciones hidrodinámicas (cantidad de movimiento y continuidad del líquido) y las de sedimentos. De estas últimas, se establecen "n" ecuaciones de continuidad, una para cada fracción en que se divide el material y una global. La metodología de solución se discute ampliamente en el capítulo 3, donde el sistema de ecuaciones se separa en un módulo hidrodinámico y otro de sedimentos. El módulo hidrodinámico se resuelve por el método de pasos sucesivos (*fractional steps*), considerando un modelo de turbulencia de orden cero.

Es durante la etapa de propagación, donde se lleva a cabo el acoplamiento entre los dos módulos. Las ecuaciones de sedimentos se resuelven por medio de un esquema explícito y se acoplan al sistema total en cada de paso de tiempo. Este tipo de acoplamiento se justifica debido a la diferencia entre las escalas de adaptación del el movimiento del agua y los sedimentos (escalas morfológicas), las cuales permiten suponer que, durante un incremento de tiempo de la hidrodinámica, la cota del fondo y su cambio granulométrico no cambian lo suficiente como para alterar las condiciones de flujo de manera significativa, por lo que se pueden considerar constantes durante el calculo de las variables de flujo. Asimismo, se supone que durante la estimación del movimiento del fondo y el cambio granulométrico, sus valores no se ven afectados de manera sustancial por las condiciones hidrodinámicas durante un intervalo de tiempo, por lo que éstas se pueden considerar fijas durante el cálculo.

La estimación de la nueva granulometría adopta el concepto de "capa activa" (descrito a detalle en el capítulo 2), el cual se define como una capa superficial del fondo en la que se lleva a cabo el movimiento. Si la capa activa crece se considera que hay depósito, por lo tanto una nueva granulometría se forma en el fondo. Si el espesor de dicha capa desciende, hay erosión y se puede producir acorazamiento, ambos casos van

ligados con su respectivo cambio en la granulometría original. En caso de que el flujo origine un cambio fuerte en el fondo, es posible que el acorazamiento desaparezca al ser removidas las partículas más grandes que lo formaron descubriendo así la granulometría original existente debajo de estas. El modelo propuesto considera esta posibilidad y conserva de manera permanente la granulometría original, la cual puede surgir dependiendo de las condiciones de flujo prevalecientes.

En el caso de una zona con depósito que empieza a sufrir erosión, la granulometría va cambiando hasta encontrar el nivel original del fondo y su respectiva granulometría. Es lógico pensar que estas variaciones granulométricas van ligadas con cambios en la rugosidad y la resistencia al flujo, lo que a su vez modifica las condiciones hidrodinámicas; es por esta causa que cada vez que hay un cambio en la granulometría se recalcula la rugosidad y la resistencia al flujo del fondo.

El modelo presentado se compara y calibra con datos experimentales obtenidos en el laboratorio de Instituto de Ingeniería de la UNAM, el diseño experimental y sus resultados se describen en el capítulo 4. En el capítulo 5 se hace la simulación numérica de la erosión y el depósito para el tramo experimental propuesto y se hacen las comparaciones entre los resultados obtenidos al simular empleando un tamaño representativo del material del fondo (diámetro medio), dividiendo al material del fondo en fracciones con un tamaño representativo para cada fracción (D) y finalmente dividiendo al material en fracciones, pero considerando la variación temporal de la distribución granulométrica del fondo.

Al final del trabajo, se generan las observaciones y conclusiones derivadas de esta investigación.

*“El suelo, por más rico que sea,
no puede dar frutos si no se
cultiva; la mente sin cultivo
tampoco puede producir”.*

Séneca

Modelos de fondo móvil

El aprovechamiento actual de los ríos, (ya sea para almacenamiento, producción de energía, irrigación, etc.), puede destruir el equilibrio natural de los mismos y producir grandes cambios morfológicos. Por ello, se pueden requerir obras hidráulicas que estabilicen dichos cambios. Para estudiar los efectos que ocasionan estas estructuras a corto, mediano y gran alcance es necesario el desarrollo de modelos capaces de pronosticar tales transformaciones. En general, los modelos físicos son adecuados para analizar los efectos locales (corto alcance); pero, si se está interesado en los fenómenos a mediano y gran alcance, los modelos matemáticos constituyen en muchas ocasiones la mejor alternativa.

La predicción del movimiento del fondo en ríos mediante modelos matemáticos es un problema que se ha estudiado desde hace tres décadas. Se tienen progresos significativos, los cuales están en función del avance computacional ocurrido en años recientes. Los modelos matemáticos se clasifican por el número de dimensiones en que se describen (unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales) y por la forma en que resuelven al sistema de ecuaciones resultantes (hidrodinámicas y de sedimentos) se denominan modelos acoplados o no acoplados.

Enfoque tradicional

El flujo en ríos naturales consiste en el movimiento simultáneo de agua y sedimentos; por tanto, un cambio en las condiciones del flujo puede asociarse a una variación en el transporte de sedimentos y, consecuentemente, en el nivel del fondo. Por tradición,

prevalece la práctica de realizar modelos matemáticos predictivos del nivel del fondo y las condiciones del flujo que separan ambos aspectos en dos componentes: sedimento y agua. Tal planteamiento se basa en los distintos tiempos de respuesta de los movimientos del agua y del sedimento, según se explica en Berezowsky y Jiménez(1995).

La hipótesis fundamental de la mayoría de los modelos no acoplados es considerar el fondo fijo durante la solución de las ecuaciones hidrodinámicas, y el flujo con gasto constante durante el cálculo del fondo móvil. Es decir, se determinan las características hidráulicas para cada incremento de tiempo, se despreja el cambio en la geometría debido a efectos locales de erosión o depósito y, finalmente, se obtienen las variaciones globales del fondo para escalas de tiempo grandes. Muchos de los modelos desarrollados son de este tipo, como por ejemplo, el HEC-6. (Thomas, 1982).

En gran parte de casos prácticos, el uso de sistemas de ecuaciones no acoplados se justifica, pues la respuesta dinámica del fondo es mucho más lenta que la del líquido; dicho de otra manera, en tramos largos, el fondo se ajusta a caudales medios mensuales y casi no le afectan las variaciones diarias u horarias en el flujo; además, el movimiento del fondo es lento y no altera instantáneamente los perfiles hidráulicos.

Enfoques alternos

En un tramo de río, más o menos corto sujeto a modificaciones súbitas en su régimen de flujo o por la presencia de obras hidráulicas como diques, represas, escotaduras, tomas, descargas, etc., se pueden causar cambios importantes en los niveles del fondo y la capacidad de transporte, lo cual magnifica la importancia de la vinculación entre los movimientos del agua y del sedimento. Además, si el modelo es relativamente corto, las escalas espaciales se acercan. En estos casos, emplear un modelo no acoplado no es la mejor opción, ya que puede subestimarse la predicción del movimiento del fondo. Por lo tanto se deben buscar alternativas de solución.

Holly y colegas (Holly y Karim, 1986; Holly y Rahuel, 1989, 1990 a y b; Rahuel *et al*, 1989; Van Nicker, 1992; Keh-Chia *et al*, 1993) han laborado en el mejoramiento de modelos acoplados y semiacoplados. La escuela de estos autores considera que la distribución granulométrica cambia con el tiempo; se trabaja una capa activa o capa de mezclado, la cual se define como el lugar físico donde se llevan a cabo los fenómenos de erosión, depósito, acorazamiento, etc. En este tipo de modelos, se resuelven las ecuaciones para el agua y los sedimentos de manera simultánea, lo que permite minimizar el error que se produce en una solución no acoplada o semiacoplada.

Modelos Unidimensionales (1D)

Uno de los primeros modelos de fondo móvil desarrollado para estimar la evolución del fondo en curvas de ríos fue el de Engelund (1974), el cual se fundamenta en las ecuaciones de continuidad, la de velocidad centrífuga y, en su momento, la idea novedosa de la viscosidad turbulenta; en este caso, se estudió la modificación local del fondo. Después surgieron otros modelos capaces de describir los cambios a gran escala que, además de usar las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento, adoptaron un concepto nuevo llamado capa activa para explicar el efecto de la variación de distribución granulométrica en el fondo (Thomas *et al*, 1977). A partir de aquí, se continuó este modo de razonamiento y se denominó capa activa o capa de mezclado a la región donde se lleva a cabo el depósito y la erosión entre el fondo y el flujo. Inicialmente, el sistema de ecuaciones que involucra el movimiento de agua y sedimentos es resuelto separándolo en dos partes independientes, una para el agua y otra para los sedimentos. A este tipo de solución se le llamó no acoplada (Bora *et al*, 1982; Holly y Rahuel, 1986).

No tardaron en hacerse presentes los modelos acoplados que resuelven las ecuaciones de manera simultánea (Holly y Rahuel, 1989; Rahuel *et al*, 1989; Holly y Rahuel, 1990a); algunos incluyen términos debidos a la turbulencia (Van Nickerk *et al*, 1992), mientras que otros enfatizan el efecto de la movilidad y distribución de las partículas (Hsu y Holly, 1992).

En lo que respecta a los métodos de solución numérica, se emplean predominantemente las diferencias finitas (Thomas *et al*, 1977; Holly y Rahuel, 1986, 1989; Rahuel *et al*, 1989; Holly y Rahuel, 1990a; Van Nickerk *et al*, 1992; Hsu y Holly, 1992; Keh-Chia *et al*, 1993), aunque algunos autores usan el método de las características (Bora *et al*, 1982, Yeh *et al*, 1995).

Muchos modelos se desarrollan en forma modular (Berezowsky y Jiménez, 1997; Akbari y Ghumman, 1997), lo cual les da gran flexibilidad para ser modificados e incorporar nuevas fórmulas en el proceso de cálculo.

Las ecuaciones que se resuelven de manera unidimensional en modelos no acoplados o semiacoplados, son las más sencillas de trabajar; tienen su esencia en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para agua y sedimentos, y presentan algunas diferencias según las consideraciones e hipótesis realizadas por cada autor.

Modelos Bidimensionales (2D)

Los primeros modelos bidimensionales surgieron una década después que los unidimensionales; esto se debió en gran parte al insuficiente avance computacional. Modelos como los generados por Haque y Mahmood (1987), Spasojevic y Holly (1990) y otros autores más recientes (Dorby y Thorne, 1996) manejan criterios de

solución sumamente distintos. Así, Haque y Mahmood desarrollan un modelo bidimensional local para estudiar el cambio de forma en una duna aislada, donde el tamaño de grano se considera uniforme y la velocidad de caída de las partículas constante. El problema se resuelve utilizando ecuaciones de difusión-convección para agua y sedimentos por separado.

En contraste, Spasojevic y Holly (1990) comentan que la principal debilidad de algunos modelos bidimensionales es el inadecuado manejo de los sedimentos, ya que estos se tratan con un tamaño representativo de partícula y no se incluyen el efecto de la distribución granulométrica ni los cambios en el fondo sobre el flujo. Además, el tratamiento numérico que se da al flujo y sedimento en muchos casos es enteramente no acoplado; por tanto, estos autores proponen un sistema semiacoplado de solución, en el cual se tome en cuenta la distribución granulométrica y, por consecuencia, el intercambio en la zona denominada capa activa. Para describir mejor las fronteras de un río y facilitar la utilización de las condiciones de frontera, se llevó a cabo una transformación de coordenadas a un sistema curvilíneo ortogonal. El sistema de ecuaciones formado es más complejo que el unidimensional, ya que además se deben incluir las ecuaciones necesarias para el acoplamiento y distribución de grano en la capa activa. Por ello en la solución se requiere emplear una computadora de gran capacidad, ya que el número de cálculos indispensables es extremadamente grande.

En este trabajo se adoptan algunas de las ideas de Spasojevic y Holly, como son el empleo de la capa activa y el transporte por fracciones. Pero se extiende el estudio a un sistema coordenado generalizado en el cual la malla generadora no tiene la característica de la ortogonalidad, con lo cual se pretende tener una mejor representación física de las fronteras; además, se desarrolla el código para poder ser empleado en una computadora personal lo cual tiene las ventajas de que puede ser modificado y ejecutado libremente sin tener las restricciones de memoria y capacidad necesario en otros códigos.

Modelos tridimensionales (3D)

El desarrollo de modelos tridimensionales es limitado debido a dos causas: la primera, el alto costo computacional, y la segunda, la dificultad para ser representados. Por ello, surgieron algunos modelos llamados cuasi-tridimensionales, que hacen algunas simplificaciones a los modelos completos; entre estas, la más importante es la consideración de modelos por capas, con fondo fijo y transporte de sedimentos constante.

El modelo de Shimizu *et al* (1990), desarrollado para predecir la evolución del fondo en curvas, incluye el transporte de fondo y el de suspensión en forma tridimensional; con esto, se determinan las condiciones locales que pueden presentarse en la curvatura de un río. Otros trabajos, como el de Liu y Egashira (1997), basan su desarrollo en un flujo tridimensional y evalúan el transporte de sedimentos en dirección del flujo;

además, utilizan coordenadas curvilíneas ortogonales en el plano horizontal y la transformación sigma en el vertical.

Los modelos tridimensionales, como los de Kobayashi (1997), Olsen y Melaan (1993) y otros autores, donde se incluye algún modelo de turbulencia, fueron planteados para predecir la socavación alrededor de obstáculos.

Investigaciones Recientes

Ultimamente, ha surgido la necesidad de generar modelos de fondo móvil más y más complejos, como una respuesta a preguntas cada vez más apremiantes. Esto ha requerido un estudio mucho más profundo de la capa activa, tal y como se comenta en Belleudy (2000). En la mayor parte de los trabajos, el concepto de capa activa se trata de manera unidimensional y en coordenadas cartesianas, según se aprecia en investigaciones como las de Reed *et al* (1999), Belleudy (2000) y Tarela *et al* (1998), entre otras. Se han propuesto distintas hipótesis sobre el espesor de dicha capa, su tratamiento durante la erosión y el depósito, y la generación de términos fuentes. Además Kassem y Chaudhry (1998) encontraron que la solución no acoplada tiene un comportamiento casi idéntico al de la acoplada, en un amplio rango de condiciones de flujo.

Escalas

En los problemas de fondo móvil, las escalas más representativas son la longitud y el tiempo, los cuales definen las escalas espaciales y temporales que acotan la solución del problema. Estos casos han sido ampliamente discutidos por Tarela y Menéndez (1998).

Escala espacial

Sea L , la escala espacial o escala de estudio, definida por la extensión del fenómeno de interés; la escala de adaptación hidrodinámica L_h equivale a la distancia sobre la cual las condiciones hidrodinámicas regresan al estado de equilibrio local luego de una perturbación, y la escala de adaptación sedimentológica L_s representa la distancia sobre la cual la carga de sedimentos se readapta al equilibrio después de un cambio abrupto. Los modelos de fondo móvil se pueden clasificar como de escala larga, corta y media.

MODELOS DE ESCALA LARGA

En estos casos, se supone que la hidrodinámica y el transporte de sedimentos se adaptan continuamente a las condiciones locales, por lo que:

MODELOS DE FONDO MÓVIL

$$L_c \gg L_b, L_s \quad (1.1)$$

$$\text{y } \Delta r \geq L_b \quad (1.2)$$

Δr es el mínimo tamaño de celda dentro de la malla de cálculo del modelo hidrodinámico.

Si h es la profundidad característica en el sistema, la longitud de adaptación hidrodinámica se puede estimar en el rango $L_b = 20-40h$ (Tarela y Menéndez, 1998); por tanto, las condiciones se satisfacen para:

$$\Delta r \geq 20-40h \quad (1.3)$$

Algo similar ocurre con el transporte de sedimentos. En este caso la mínima escala de la celda cumple

$$\Delta r \geq L_s \text{ con } L_s \approx 10b \text{ (Van Rijn, 1984)} \quad (1.4)$$

MODELOS DE ESCALA CORTA

En los modelos de escala corta o locales, se supone que el movimiento del agua y sedimentos tiene la misma escala de tiempo, es decir, que las partículas se mueven casi con la misma velocidad que el flujo; por tanto, las variaciones en el fondo son más rápidas.

En estos modelos, se cumple que

$$L_c \approx L_b, L_s \quad (1.5)$$

MODELOS DE ESCALA MEDIA

Estos modelos no tienen un rango bien definido; puede decirse solamente que se encuentran entre los modelos de escala larga y corta.

Escala temporal

La discretización temporal durante el cálculo numérico está restringida por el propio proceso cuasiestacionario. Un criterio para determinar el paso temporal surge de considerar que, durante este lapso, la variación de la altura del lecho es pequeña frente a la profundidad local (o sea las corrientes medias permanecen casi inalteradas).

Escala de estudio de este trabajo

En este trabajo se considera una escala media, la cual define el rango de aplicación en longitudes de varios kilómetros. La finalidad es resolver problemas con más detalle que un modelo unidimensional, pero sin acercarse a la definición de un modelo tridimensional. Es decir no estamos interesados en los efectos locales que puedan surgir por alguna obra hidráulica, sino en la repercusión global que se tendrá en un tramo de una longitud hasta de unos cuantos kilómetros.

Con la elección de este tipo de escala se pretenden resolver problemas como:

- Estudio de protecciones marginales
- Rectificación de tramos de ríos
- Estudio de la erosión y el depósito en zonas de ríos, como curvas, etc.
- Efecto promedio de estructuras que modifiquen el equilibrio natural en ríos donde las ecuaciones promediadas sean aplicables
- Puede ser una alternativa a modelos físicos a escala reducida de fondo móvil

MODELOS DE FONDO MÓVIL

“El único error real es aquel del que no se aprende nada”.

John Powell

Procesos físicos y ecuaciones gobernantes

A desarrollar un modelo de fondo móvil, las ecuaciones resultantes deben asociarse con un modelo hidrodinámico que proporcione información sobre los parámetros hidráulicos involucrados en el proceso. A continuación se escriben las ecuaciones hidrodinámicas diferenciales en 2D para aguas poco profundas derivadas de las hipótesis de Saint-Venant. Estas ecuaciones describen al modelo hidrodinámico, el cual es la base sobre la que se resuelven las ecuaciones de sedimentos.

Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(uU)}{\partial x} + \frac{\partial(vU)}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial x} + gh \frac{\partial Z_b}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} - \nu_t \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.1)$$

Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección y

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(uV)}{\partial x} + \frac{\partial(vV)}{\partial y} + gh \frac{\partial h}{\partial y} + gh \frac{\partial Z_b}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} - \nu_t \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2.2)$$

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

donde:

| | |
|------------------------|--|
| g | aceleración de la gravedad |
| h | tirante |
| τ_{bx}, τ_{by} | esfuerzos cortantes en el fondo en las direcciones x y y |
| u | componente de velocidad en la dirección x |
| v | componente de velocidad en la dirección y |
| x, y | coordenadas cartesianas |
| ρ | densidad del agua |
| U, V | flujos por unidad de ancho en las direcciones x y y |
| t | tiempo |
| ν_t | viscosidad turbulenta |

Los esfuerzos cortantes en el fondo, se expresan como:

$$\tau_{bx} = \rho g h S_{fx} \quad (2.4)$$

$$\tau_{by} = \rho g h S_{fy} \quad (2.5)$$

Donde S_{fx} y S_{fy} representan la pendiente de fricción en el fondo en las direcciones x y y , respectivamente.

Las variables dependientes en las ecuaciones anteriores son $U = ub$, $V = vb$ y $h = H - z_b$, donde z_b corresponde a la cota de fondo y H es la superficie libre del agua.

Procesos morfológicos y sedimentológicos

Conviene representar a las mezclas de sedimentos en cauces naturales a través de un número determinado de clases, con un tamaño promedio y una relación matemática asociada a cada uno de ellos. El conjunto global de ecuaciones que se resuelven para todos los tamaños de clase, describe el comportamiento global de la mezcla.

La idea básica es identificar el tipo de transporte de sedimentos asociado a cada tamaño de clase (en el espacio y tiempo). Por tal motivo, se define un conjunto de ecuaciones para el transporte y la evolución del fondo. Estas ecuaciones y las del flujo de agua se resuelven acoplándose en cada paso de tiempo, incorporando el cálculo del transporte de sedimentos y su intercambio.

TRANSPORTE DE FONDO Y CAMBIO GRANULOMÉTRICO

El transporte de sedimentos es el responsable directo de la evolución del fondo, lo cual trae como consecuencia cambios en la elevación de éste y una nueva distribución granulométrica.

Al resolver las ecuaciones hidrodinámicas junto con las de sedimentos, se obtiene el comportamiento de la mezcla. Las trayectorias que siguen las partículas en el fondo son altamente aleatorias; por tanto, estudiarlas de manera separada resulta imposible. Una alternativa es considerar el movimiento del fondo como continuo. Esta idea de un movimiento continuo sugiere que, en cada instante, se pueden ver partículas que empiezan a moverse, partículas en movimiento y partículas que se detienen. Así, durante un momento determinado la elevación y distribución granulométricas han cambiado. Estas modificaciones dependen del número y tamaño de las partículas que han iniciado el movimiento y de aquellas que lo han finalizado. En la predicción del movimiento y distribución granulométrica del fondo, se puede escoger un volumen elemental finito y aplicarle el principio de conservación de masa. Este principio establece que, la razón de cambio de la masa M de partículas de cierto tamaño en el volumen elemental, es igual al transporte neto de sedimentos q_b de dicho tamaño. El balance de masa del volumen elemental está en función de las partículas que entran y salen del mismo, por lo que una diferencia positiva entre la masa total de partículas que salen y entran en el volumen provoca erosión, mientras que una diferencia negativa ocasiona depósito.

Las partículas que se encuentran bajo la superficie pueden, durante la erosión, quedar expuestas al flujo y pasar a formar parte de ella. Es muy difícil cuantificar la posición y tamaño de las partículas debajo de la superficie del fondo; por ello, se adopta el concepto de "capa activa", el cual ayuda en el análisis del fenómeno. Esta se define como una capa superficial del fondo que incluye la superficie del mismo, la cual tiene una distribución de tamaños uniforme. Se supone que todas las partículas de

determinado tamaño de clase dentro de la capa activa son igualmente propensas a moverse independientemente de su localización.

En la figura 2.1 se muestra el volumen elemental finito completo. El volumen tiene un espesor igual al espesor de la capa activa, E_m . Siempre que se adicionan o se remueven partículas de la superficie dentro del volumen elemental, su distribución granulométrica cambia.

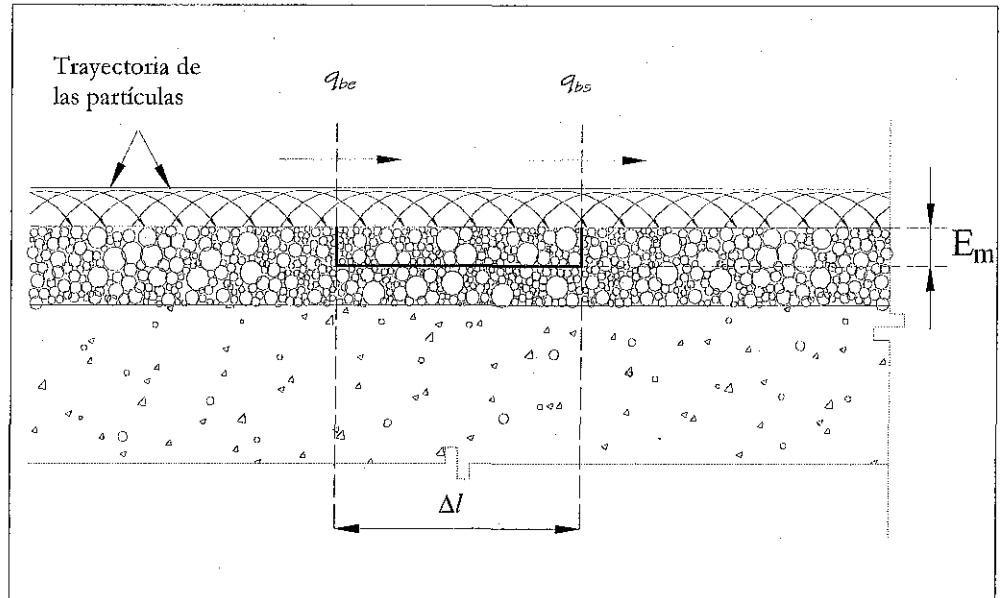


Figura 2.1 volumen elemental del fondo

En la figura, Δl es la longitud del volumen elemental finito, E_m es el espesor de la capa activa y q_b es el transporte de sedimentos.

Si se satisface que Δl es mayor que la máxima longitud de salto de cualquier partícula, entonces $q_{be} - q_{bs}$ representa la entrada neta al volumen. Sean p la porosidad y ΔV el volumen elemental que contiene la capa activa, entonces $(1-p) \Delta V$ es el volumen de todas las partículas contenidas en ΔV . La fracción β en la capa activa de un tamaño en particular, se define como la razón del volumen de partículas de tamaño n , entre el volumen total de partículas contenidas en ΔV , donde p es la porosidad.

A este volumen elemental se le aplica la ecuación de conservación de masa para un tamaño en particular de sedimento (Spasojevic, 1988):

$$(1-p) \frac{\partial(\beta_i E_m)}{\partial t} + \nabla \cdot q_{bi} = 0 \quad (2.6)$$

donde

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

q_{bi} transporte de sedimentos para la fracción i -ésima

Siendo z_b la cota o elevación del fondo, entonces la diferencia $(z_b - E_m)$ representa el nivel inferior del volumen elemental.

Durante la erosión o el depósito, el volumen elemental desciende o crece; cuando desciende, el material debajo de él pasa a formar parte del mismo, por lo que su distribución granulométrica puede cambiar. Es muy difícil conocer la posición y tamaño de cada partícula, por lo que se usa una aproximación discreta para conocer la nueva distribución granulométrica. Durante su formación natural, el material debajo de la superficie del fondo se arregla por estratos con distribuciones internas uniformes, uno debajo de otro. Apoyándose en esta suposición, se puede intuir el siguiente arreglo; se divide el fondo debajo del volumen elemental en estratos, cada uno con una distribución uniforme, tal como se esquematiza en la siguiente figura siguiente.

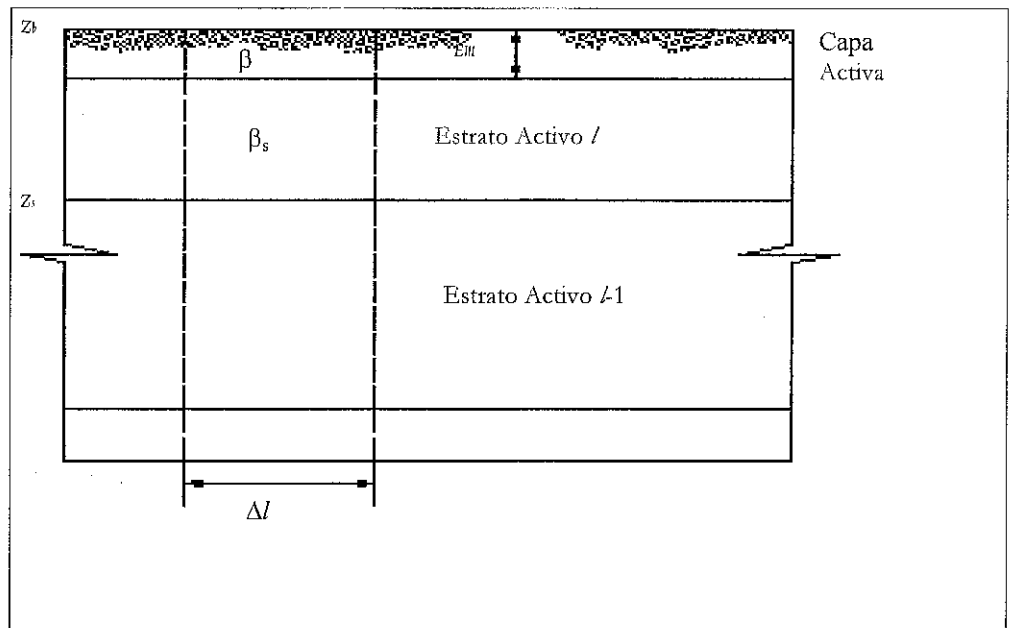


Figura 2.2 Arreglo en estratos

Conforme se mueve el fondo del volumen elemental, la parte superior del estrato debajo de éste cambia y se modifica su espesor, por lo que se introduce un término fuente S_e que representa el intercambio de material entre estratos.

Existe un término S_e para cada tamaño de clase, por lo que la ecuación de continuidad correspondiente a cada tamaño de clase dentro del volumen elemental queda como:

$$(1 - p) \frac{\partial(\beta_i E_m)}{\partial t} + \nabla \cdot q_{bi} + S_e = 0 \tag{2.7}$$

Esta misma ecuación escrita por estratos resulta:

$$(1-p) \frac{\partial(\beta_i(z_b - E_m))}{\partial t} + \nabla \cdot q_{bi} - S_e = 0 \quad (2.8)$$

Donde $(z_b - E_m)$, representa el nivel superior del estrato activo. Al sumar las ecuaciones de continuidad de todos los tamaños de clase, se tiene que la ecuación de continuidad global del volumen elemental es:

$$(1-p) \frac{\partial(E_m)}{\partial t} + \sum_{i=1}^n (\nabla \cdot q_{bi} + S_e) = 0 \quad (2.9)$$

y la de los estratos,

$$(1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \sum_{i=1}^n (\nabla \cdot q_{bi} - S_e) = 0 \quad (2.10)$$

Finalmente, la ecuación de continuidad global del fondo es la suma de las ecuaciones 2.9 y 2.10

$$(1-p) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \sum_{i=1}^n (\nabla \cdot q_{bi}) = 0 \quad (2.11)$$

El sistema resultante de ecuaciones de sedimentos queda definido por:

- a) "n" ecuaciones 2.7, que describen el transporte y el cambio en la distribución granulométrica (una ecuación por cada tamaño de clase).
- b) una ecuación global (2.11) de todo el material del fondo, que describe los cambios en la elevación de éste.

Ecuaciones de sedimentos

La capa activa de la fracción β y el nivel del fondo z_b se consideran como variables desconocidas. El transporte de sedimentos q_b (gasto sólido), el término fuente S_e y el espesor de la capa activa E_m son en general variables de flujo y de sedimentos que se tratan como relaciones auxiliares.

El modelo propuesto incluye en su desarrollo dos grados de libertad, uno el obtenido al evaluar el método resistencia al flujo y otro en la elección de la ecuación de transporte de sedimentos; además, existe la posibilidad de un tercero en la definición del espesor de la capa activa. Estos grados de libertad hacen la diferencia entre los distintos modelos numéricos desarrollados.

Relaciones auxiliares

GASTO SÓLIDO

Se han propuesto numerosas ecuaciones para calcular el transporte de sedimentos en función de las características, hidráulicas y sedimentológicas de los ríos. Aunque dichas ecuaciones han sido desarrolladas y verificadas experimentalmente, la complejidad del problema ha favorecido la proliferación en vez de la unificación y aceptación general de las mismas. Esto hace pensar que existe una carencia de fundamentos teóricos que favorezcan el proceso de unificación.

En la literatura existe gran cantidad de fórmulas que estiman el caudal de sedimentos, entre éstas se encuentran las planteadas por: Ackers y White, (1973); Engelud y Hansen, (1967); Yang, (1973); Parker, Klingmeman y McLean, (1982); Hsu y Holly, (1992); Molinas y Wu, (1998); Proffitt y Sutherland, (1983); Van Rijn, (1984); y Karim, (1998). Un resumen del tema puede verse en Maza (1996)

En la presente investigación se analizaron las formulas de: Ackers y White, (1973); Engelud y Hansen, (1967); VanRijn, (1984) y Karim, (1998). De entre ellas, se escogió la expresión desarrollada por Karim por considerarla como una buena alternativa al evaluar el transporte por fracciones. La fórmula propuesta fue validada contra datos de laboratorio y comparada con otras ecuaciones, proporcionando muy buenos resultados. Este autor toma en cuenta la interacción entre diferentes tamaños de fracciones mediante una función de peso, la cual depende de dos partes: una fracción de área para cada tamaño de partícula, la cual representa el área expuesta de cada una al flujo, y un factor de cobertura que mide la reducción en el transporte de partículas finas debido a que son cubiertas por partículas más grandes.

A continuación se presenta la formula de Karim adoptada en este trabajo y las variables involucradas.

Sea una mezcla de sedimentos con una distribución granulométrica con "n" tamaños de clase, con D_i como diámetro medio (generalmente media geométrica), i el tamaño representativo de cada fracción y q_{bi} el caudal de sedimentos por unidad de ancho para la fracción de tamaño i , entonces:

$$q_{bi} = q_b(D_i)\Phi_i \quad (2.12)$$

$$q_b = \sum_{i=1}^n q_{bi} = \sum_{i=1}^n q_b(D_i)\Phi_i \quad (2.13)$$

donde Φ_i es la función de peso de la i -ésima fracción y q_b es el gasto total de sedimentos, el cual se obtiene a partir de:

$$\frac{q_b}{\sqrt{g(s-1)D_m^3}} = k \left(\frac{u}{\sqrt{g(s-1)D_m}} \right)^{2.97} \left(\frac{u^*}{W} \right)^{1.47} \quad (2.14)$$

donde

- u velocidad media del flujo
- u^* velocidad al esfuerzo cortante
- W velocidad de caída
- s densidad específica de las partículas
- D_m Diámetro medio D_{50}
- k constante empírica

Con frecuencia, se supone que $\Phi_i = P_i$, donde P_i es la fracción volumétrica de los materiales del fondo del tamaño i -ésimo D_i . Karim (1998) comenta que con esta hipótesis se sobrestima el caudal total de sedimentos (q_b).

En los párrafos siguientes, se presenta una expresión para Φ_i , que considera las interacciones de los diferentes tamaños de fracciones, el arrastre del fluido, las fuerzas de sustentación y el acorazamiento parcial del lecho.

FRACCIÓN DE ÁREA DE LAS PARTÍCULAS DE SEDIMENTOS DEL FONDO

Para que las partículas de sedimentos del fondo sean transportadas por el flujo, éstas tienen que ser removidas del fondo por una combinación de fuerzas de arrastre (ejercidas por el flujo) y de sustentación experimentadas por las partículas debido a la turbulencia. Estas fuerzas son proporcionales a las áreas proyectadas de las partículas expuestas al flujo. Al seguir este argumento, se tiene que Φ_i es proporcional a P_{ai} , donde P_{ai} es la fracción del área de la superficie del fondo cubierta por partículas de la fracción i -ésima del tamaño D_i .

Karim (1998) propone convertir la fracción volumétrica (P_i) en una fracción de área (P_{ai}) mediante la siguiente expresión:

$$P_{ai} = \frac{\frac{P_i}{D_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{P_i}{D_i}} \quad (2.15)$$

FACTOR DE COBERTURA

En canales aluviales con fondos compuestos por mezclas de sedimentos de varios tamaños, las partículas más pequeñas tienden a permanecer inmóviles durante cierto periodo, debido al entrapamiento por las partículas más grandes; hasta que son puestas en movimiento por las fluctuaciones de la turbulencia o el movimiento de las partículas mayores que las cubren. Por tanto, en una mezcla de sedimentos, el transporte de las partículas más pequeñas es menor que el correspondiente a un fondo compuesto por sedimentos uniformes y del mismo tamaño. Con base en este razonamiento, Φ_i debería ser proporcional a la relación del tamaño de la i -ésima fracción respecto al promedio representativo del tamaño del sedimento del fondo. En este análisis, se supone que Φ_i es proporcional a $(D_i/D_{50})^{C_2}$. El efecto de cobertura de las partículas más pequeñas por las más grandes se indica con γ (factor de cobertura) y se define como:

$$\gamma_i = C_1 \left(\frac{D_i}{D_{50}} \right)^{C_2} \quad (2.16)$$

Donde C_1 y C_2 son exponentes empíricos que se pueden expresar como funciones de las variables del flujo u^* y W . Karim (1998) determinó las siguientes expresiones a partir del análisis de los datos experimentales de Einstein y Chien (1953).

$$C_1 = 1.15 \left(\frac{W}{u^*} \right) \quad (2.17)$$

$$C_2 = 0.60 \left(\frac{W}{u^*} \right) \quad (2.18)$$

FUNCIÓN PONDERADA (Φ_i)

Karim (1998) propone la siguiente expresión para la función ponderada:

$$\Phi_i = P_{ai} \gamma_i \quad (2.19)$$

GASTO SÓLIDO POR FRACCIONES

Con base en las ecuaciones anteriores, la expresión del caudal de sedimentos (volumétrico) por unidad de ancho de la fracción del *i*-ésimo tamaño (q_{bi}) resulta:

$$\frac{q_{bi}}{\sqrt{g(s-1)D_i^3}} = k \left(\frac{u}{\sqrt{g(s-1)D_i}} \right)^{2.97} \left(\frac{u^*}{W_i} \right)^{1.47} P_{ai} \gamma_i \quad (2.20)$$

Capa activa

El espesor E_m de la capa activa se introduce para establecer la ecuación de conservación de masa asociada a cada tamaño de clase. La capa activa, su espesor y cuantificación pueden ser muy diferentes durante la erosión y el depósito.

Durante la erosión, el fondo sufre un intercambio continuo entre las partículas sobre este y aquellas inmediatamente debajo de estas. Esta capa consta de partículas que se encuentran totalmente mezcladas y en promedio están igualmente expuestas a ser movidas por el flujo. Muchos autores suponen un espesor constante de la capa activa o de mezclado y la evalúan la altura de la duna; otros, sugieren que el espesor de dicha capa depende del grado de erosión. Cuando una mezcla natural de sedimentos es erosionada continuamente, cierta cantidad de material grueso queda inmóvil o presenta un grado de erosión muy bajo comparado con el del resto de las partículas, lo que disminuye el grado de erosión, al igual que la cantidad de material erosionable y el espesor de la capa activa. En este caso, se dice que la superficie del fondo se está acorazando, pues la acumulación de partículas inmóviles sobre la superficie protege contra la erosión a las partículas finas debajo de aquéllas (figura 2.3).

El uso de una capa activa con espesor constante durante la erosión, o de una capa

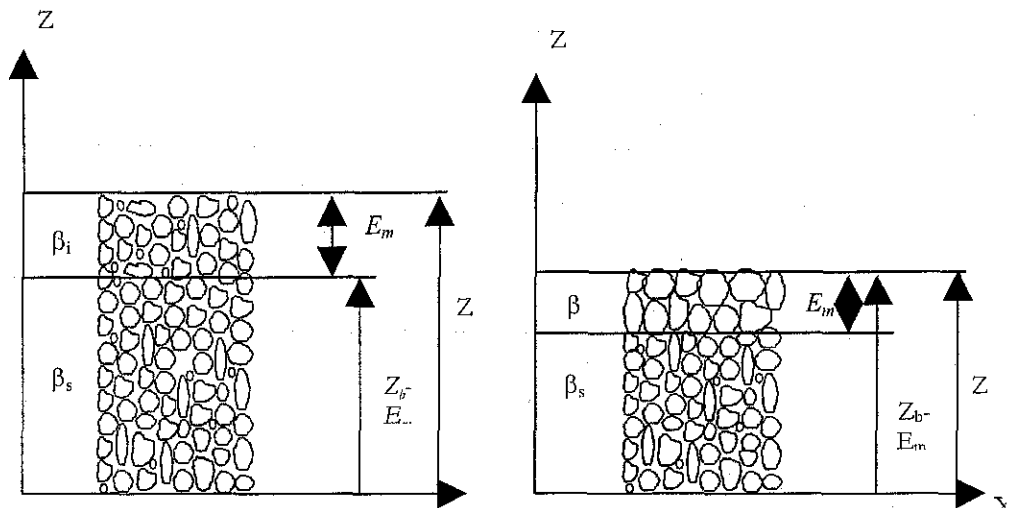


Figura 2.3 Arreglo del fondo durante la erosión.

activa con espesor proporcional al grado de erosión, supone una representación cualitativa propia del decremento natural del grado de erosión antes mencionado, pues cuantitativamente este proceso es muy difícil de evaluar con exactitud. En cualquiera de los casos, dado que el porcentaje de sedimentos acorazados en la capa activa se puede incrementar durante la erosión, el espesor de dicha capa tiende a reducirse. Sin embargo, si se supone que el espesor de la capa activa es proporcional al grado de erosión, un bajo grado de erosión causa una disminución adicional en el espesor de la capa activa y, como consecuencia, un acelerado decremento de la erosión. Desafortunadamente, no hay suficiente evidencia experimental para decidir cuál de las dos aproximaciones da los mejores resultados. Por otro lado, durante el depósito la superficie del fondo se altera menos. Los cambios en la distribución superficial se llevan a cabo en una capa muy delgada cerca de la superficie del fondo. Las partículas depositadas son cubiertas por nuevos sedimentos, los cuales influyen poco en el transporte y la distribución de depósitos. Por tanto, la capa activa debe tener un espesor muy pequeño durante el depósito. Asimismo, las partículas cubiertas por nuevos sedimentos deben ser excluidas de la capa activa y el almacenamiento se debe considerar como un nuevo estrato o una adición a alguno que ya existe (figura 2.4).

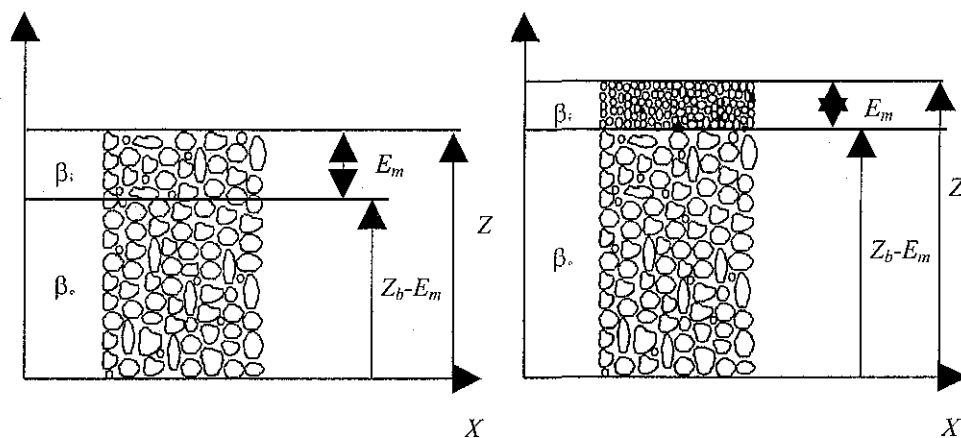


Figura 2.4 Arreglo durante el depósito

Para evitar la necesidad de manejar un excesivo número de estratos o el constante cambio en el estrato activo, la capa activa se define durante la sedimentación como una capa de depósito. El nuevo sedimento depositado simplemente se adiciona a la capa activa existente y se supone que está mezclado con el material contenido en ésta. La elevación de la capa activa se considera constante durante el depósito. En esa fase, el límite superior del espesor de la capa activa (espesor de depósito) depende del detalle con el que se pueda representar la estratificación de material debajo de la superficie del fondo en erosiones subsecuentes.

FUENTE DE INTERCAMBIO EN EL FONDO S_e

Como se comentó con anterioridad, se define un término fuente del fondo S_e para evaluar el intercambio de las partículas de la capa activa y el estrato activo, debido al movimiento de la capa activa del fondo (estrato activo superior).

Cuando la capa activa del fondo (estrato activo superior) desciende, los sedimentos que conforman el estrato activo de control empiezan a ser parte del volumen elemental contenido en la capa activa, los cuales se supone completamente mezclados con los otros sedimentos que ahí se encuentran. Esto cambia la distribución en la capa activa de volumen elemental. El término fuente de la capa activa del fondo S_e se representa en la ecuación de conservación de masa, según Basile (1999) como:

$$S_e = -(1-p) \frac{\partial}{\partial t} [\beta^*_s (z_b - E_m)] \quad (2.21)$$

donde

$$\beta^*_s = \begin{cases} \beta_i(x, t) & \text{si } Z_b - E_m < Z < Z_b \\ \beta_{s_i}(x, z) & \text{si } z < Z_b - E_m \end{cases} \quad (2.22)$$

β_i corresponde a la fracción de tamaño i , contenida en el estrato activo de control. Durante el depósito el término fuente vale cero, por lo que la ecuación (2.9) se simplifica.

Ecuaciones en coordenada curvilíneas generales

Aplicando las reglas de transformación de coordenadas (Anderson, 1995), las ecuaciones 2.1 a 2.3 se representan en el espacio transformado (ξ, η) según se indica a continuación.

ECUACIONES HIDRODINÁMICAS

Ecuación de cantidad de movimiento en la dirección ξ

$$\begin{aligned}
 & h \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{J} \left[\left((hu)y_\eta - (hv)x_\eta \right) u_\xi + \left((hv)y_\xi - (hu)x_\xi \right) u_\eta + \right] \\
 & \left[g_c h \left((h-z_b)_\xi y_\eta - (h-z_b)_\eta y_\xi \right) \right] + \\
 & + \frac{\tau_{bx}}{\rho} - v_t \left[\frac{1}{J^2} \left(g_{22} (hu)_{\xi\xi} - 2g_{12} (hu)_{\xi\eta} + g_{11} (hu)_{\eta\eta} \right) + \right. \\
 & + \frac{1}{J^3} \left(g_{22} y_{\xi\xi} - 2g_{12} y_{\xi\eta} + g_{11} y_{\eta\eta} \right) \left((hu)_\xi x_\eta - (hu)_\eta x_\xi \right) + \\
 & \left. + \frac{1}{J^3} \left(g_{22} x_{\xi\xi} - 2g_{12} x_{\xi\eta} + g_{11} x_{\eta\eta} \right) \left((hu)_\eta y_\xi - (hu)_\xi y_\eta \right) \right] = 0
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Ecuación de cantidad de movimiento en dirección η

$$\begin{aligned}
 & h \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{J} \left[\left((hu)y_\eta - (hv)x_\eta \right) v_\xi + \left((hv)x_\xi - (hu)y_\xi \right) v_\eta + \right] \\
 & \left[g_c h \left((h-z_b)_\eta x_\xi - (h-z_b)_\xi x_\eta \right) \right] + \\
 & + \frac{\tau_b}{\rho} - v_t \left[\frac{1}{J^2} \left(g_{22} (hv)_{\xi\xi} - 2g_{12} (hv)_{\xi\eta} + g_{11} (hv)_{\eta\eta} \right) + \right. \\
 & + \frac{1}{J^3} \left(g_{22} y_{\xi\xi} - 2g_{12} y_{\xi\eta} + g_{11} y_{\eta\eta} \right) \left((hv)_\xi x_\eta - (hv)_\eta x_\xi \right) + \\
 & \left. + \frac{1}{J^3} \left(g_{22} x_{\xi\xi} - 2g_{12} x_{\xi\eta} + g_{11} x_{\eta\eta} \right) \left((hv)_\eta y_\xi - (hv)_\xi y_\eta \right) \right] = 0
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{J} \left[(hu)_\xi y_\eta - (hu)_\eta y_\xi + (hv)_\eta x_\xi - (hv)_\xi x_\eta \right] = 0 \tag{2.28}$$

los coeficientes métricos y el Jacobiano de la transformación se definen como:

$$g_{11} = \sqrt{x_\xi^2 + y_\xi^2} \tag{2.29}$$

$$g_{22} = \sqrt{x_\eta^2 + y_\eta^2} \tag{2.30}$$

$$g_{12} = \sqrt{x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta} \tag{2.31}$$

$$J = x_{\xi} y_{\eta} + y_{\xi} x_{\eta} \quad (2.32)$$

Los detalles de la transformación y sobre la solución del submodelo hidrodinámico se pueden consultar el trabajo de Soto (2001).

ECUACIONES DE SEDIMENTOS

Ecuación de continuidad para un tamaño de clase en la capa activa

$$(1-p) \frac{\partial(\beta_i E_m)}{\partial t} + \frac{1}{J} (q_{b1\xi} y_{\eta} - q_{b1\eta} y_{\xi}) + \frac{1}{J} (q_{b2\eta} x_{\xi} - q_{b2\xi} x_{\eta}) + S_{fi} = 0 \quad (2.33)$$

Ecuación global para sedimentos

$$(1-p) \frac{\partial(z_b)}{\partial t} + \sum \left(\frac{1}{J} (q_{b1\xi} y_{\eta} - q_{b1\eta} y_{\xi}) + \frac{1}{J} (q_{b2\eta} x_{\xi} - q_{b2\xi} x_{\eta}) \right) = 0 \quad (2.35)$$

En el siguiente capítulo se muestran las estrategias de solución y las consideraciones realizadas en este trabajo. Así mismo se esquematiza el algoritmo empleado para resolver el sistema de ecuaciones. Finalmente, se presenta un diagrama a bloques, que representa el funcionamiento del programa desarrollado, que sirve para determinar la hidrodinámica y el movimiento del fondo.

“Si cierras la puerta a todos los errores, incluso la verdad quedará fuera”

Anónimo.

Solución numérica

La hidrodinámica, el transporte de sedimentos y la evolución del fondo son elementos de un proceso único y complejo. Las partículas son arrastradas, movidas y depositadas debido a la acción del agua, causando la evolución del fondo y como consecuencia el transporte de sedimentos. Por el otro lado, los cambios en la elevación del fondo y por consiguiente cambios en la distribución de tamaños de los sedimentos afectan la rugosidad, la cual modifica las condiciones de flujo. Como se aprecia, los dos procesos están mutuamente ligados, por lo que tratarlos de forma separada no parece ser lo más lógico. Aunque se pueden hacer algunas consideraciones que ayuden a simplificar el problema.

Estrategias de solución

Partiendo de la suposición que el movimiento del agua y sedimentos tiene diferentes escalas de tiempo, entonces se puede considerar al transporte y la evolución de fondo en forma promediada; es decir, al cuantificar los cambios en el fondo debidos al movimiento de las partículas, éstas no se estudian de manera aislada, sino como transporte en “masa”. En otras palabras el estudio se centra en los cambios globales en el fondo y su distribución en su superficie, donde las escalas de tiempo son mayores. Así, cambios en el nivel del fondo durante un lapso de tiempo apropiado en el cálculo hidrodinámico, son generalmente muy pequeños como para alterar el flujo significativamente. De manera similar, cambios en la cota del fondo, rugosidad y distribución granulométrica son lentos al alterar el campo de flujo. Esta es la hipótesis básica del desarrollo aquí propuesto.

SOLUCIÓN NUMÉRICA

La solución simultánea de las ecuaciones bidimensionales de agua y sedimentos requiere un alto consumo de recursos computacionales. Sin embargo, aquí se resuelve el sistema de ecuaciones en forma semi-acoplada, donde el acoplamiento se realiza en el intervalo de tiempo propuesto como se describe a continuación.

Primero se resuelven las ecuaciones de flujo considerando que el nivel del fondo y su rugosidad se conocen del intervalo previo, entonces se resuelven las ecuaciones de sedimentos. El procedimiento se repite avanzando en el tiempo, en principio hasta que cierto criterio de convergencia se satisfaga. Sin embargo en este trabajo, se emplea una sola iteración global en cada paso, ya que los cambios en el nivel del fondo y la composición de la superficie son generalmente muy pequeños durante un lapso corto de tiempo, aunque, se pueden generar un error significativo si los pasos de tiempo durante el acoplamiento del modulo de sedimentos es excesivo. El procedimiento general difiere de los algoritmos previamente desarrollados en la solución de las ecuaciones de sedimentos, ya que en este trabajo se calcula no solamente la variación de la cota del fondo, sino también el cambio granulométrico asociado. Esto se logra a través de un proceso iterativo, en el cual la ecuación de continuidad de cada fracción de tamaño i , se relaciona con el cambio granulométrico, mientras que la ecuación global se asocia con la variación de la cota del fondo.

Ecuaciones hidrodinámicas

Las ecuaciones de flujo bidimensionales promediadas en la profundidad o las usualmente llamadas ecuaciones de aguas someras, han sido ampliamente usadas para calcular flujos y propagación de ondas, comenzando con Leendertse, (1970); muchos otros investigadores han trabajado con la solución numérica de estas ecuaciones, como por ejemplo Falconer (1980), Stelling et al (1986), etc.. La mayoría de los autores emplean el método de diferencias finitas. El sistema de ecuaciones a resolver se forma considerando dos ecuaciones de cantidad de movimiento y una de continuidad, donde se tienen las dos componentes de la velocidad y el nivel de la superficie libre como incógnitas principales. La mayor parte de los trabajos citados varían en la definición matemática del sistema de ecuaciones y sus condiciones de frontera.

En años recientes se ha intentado solucionar las ecuaciones de Navier-Stokes expresándolas en términos de las variables primitivas como son las componentes de velocidad y presión., en las cuales se trata de relacionar a cada ecuación con una incógnita específica. Así el carácter matemático de cada ecuación se puede definir en términos de esa variable en particular, lo cual facilita seleccionar las condiciones de frontera y el método numérico de solución apropiados.

Los componentes de la velocidad usualmente se relacionan con la ecuación de cantidad de movimiento, mientras que el término de presión, aunque no esta claramente definido se acostumbra relacionar con la ecuación de continuidad combinada con las ecuaciones de cantidad de movimiento.

Autores como Pantankar (1980) (siguiendo la idea de Pantankar y Spalding(1972)), discretiza primero la ecuación de cantidad de movimiento y continuidad integrándolas sobre un volumen de control construido alrededor de un punto computacional. Después, los componentes de la velocidad discretizados en la ecuación de continuidad, se sustituyen por las expresiones obtenidas en las expresiones de cantidad de movimiento. De ahí resulta una corrección al término de presión. Varios autores entre ellos Rastogi y Rodi (1978), McGuirk y Rodi (1978) entre otros, han empleado esta corrección como base en la solución de las ecuaciones hidrodinámicas para aguas someras en canales abiertos.

Otra grupo de investigadores (Yanenko (1971), Benque *et al* (1982), Benque, Haugel and Viollet (1982) por citar algunos) se apoyan en el hecho de que la ecuación de cantidad de movimiento comprende diferentes operadores, cada uno representando un proceso físico diferente e influenciado por un carácter matemático de las ecuaciones diferenciales completas. Estos autores, emplean diferentes variaciones de la aproximación llamada de pasos sucesivos (fractional step) o del operador de separación. La idea básica detrás de esta aproximación es la de separar las ecuaciones diferenciales en una secuencia de ecuaciones simples, las cuales representen etapas físicas aisladas de otros procesos en las ecuaciones. Se supone que el cambio total debido a la acción común de todos los términos en la ecuación puede ser obtenido por superposición. Esto permite hacer mucho más fácil la definición del carácter matemático, escoger las condiciones de frontera apropiadas y seleccionar el mejor método numérico de cada ecuación diferencial simplificada obtenida por medio de esta separación. El operador de separación permite la posibilidad de empezar con un modelo relativamente burdo para el flujo y después refinarlo. Esta es una de las ventajas por las que se escogió este operador como básico en el modelado numérico de las ecuaciones promediadas en la profundidad, tal y como se describe en Soto (2001).

En el presente estudio se hace énfasis en los conceptos propuestos de flujo, transporte de sedimentos y evolución del fondo (interacción flujo-sedimentos). Además, la solución numérica de las ecuaciones de sedimentos, cuyo número depende de los tamaños de clases en que se represente la muestra, puede requerir una enorme cantidad de tiempo y memoria computacional, por lo que una posible alternativa de solución es aceptar menos rigidez en la estimación de las variables, sin embargo, es muy importante proporcionar la posibilidad de refinar el modelado, lo cual se logra a través de un desarrollo numérico en bloques.

Técnica de solución

APROXIMACIÓN CON EL OPERADOR DE SEPARACIÓN

A continuación se presenta la versión particular del operador de separación aquí propuesta; con la finalidad de simplificar la escritura, se usa la forma vectorial de la ecuación de cantidad de movimiento para un fluido incompresible.

SOLUCIÓN NUMÉRICA

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = - \left(\vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \quad (3.1)$$

(1) (2) (3) (4)

Donde ρ es la densidad, v = velocidad, $P = \rho g z + p$ = presión dinámica y τ es el tensor de esfuerzos cortantes.

Es útil explicar el significado físico de cada término en la ecuación. El término (1) es la aceleración local, el (2) es la advección, el (3) es la resultante de las fuerzas de presión y el (4) contiene las fuerzas cortantes que reflejan la difusión del movimiento, simplemente llamado término difusivo.

La aceleración local debida solamente a la acción del término de advección, se expresa como:

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right)^a = - \left(\vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} \quad (3.2)$$

De manera similar, la aceleración local debida a la difusión y la advección se expresa como:

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right)^d = - \left(\vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \quad (3.3)$$

Finalmente, la aceleración local debida a la presión combinada con la advección y difusión es:

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right)^p = - \left(\vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \quad (3.4)$$

Combinando las ecuaciones 3.2 a 3.4 se tienen tres ecuaciones que pueden resolverse junto con la ecuación de continuidad en tres pasos sucesivos:

Advección:

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right)^a = - \left(\vec{v} \cdot \nabla \right) \vec{v} \quad (3.5)$$

Difusión:

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right)^d - \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right)^a = \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau \quad (3.6)$$

Propagación:

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right)^p - \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}\right)^d = -\frac{1}{\rho} \nabla P \quad (3.7)$$

y

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3.8)$$

La ecuación de cantidad de movimiento ha sido separada en tres partes: advección, difusión y propagación. La ecuación de continuidad se incorpora dentro del paso de propagación, pues en esta parte la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento contiene como incógnitas a la velocidad y presión. El resolver estos tres pasos sucesivos es equivalente a resolver simultáneamente la ecuación de continuidad y la ecuación de cantidad de movimiento.

La aproximación por medio del operador de separación se aplica en este trabajo en las ecuaciones de flujo en coordenadas curvilíneas generales y promediadas en la profundidad.

Bajo esta perspectiva los términos de las ecuaciones 2.1 a 2.3 involucrados en cada uno de los procesos físicos son:

Advección

$$(u_t)_{\xi\eta} + A u_{\xi} + B u_{\eta} = 0 \quad (3.9)$$

$$(v_t)_{\xi\eta} + A v_{\xi} + B v_{\eta} = 0 \quad (3.10)$$

donde

$$A = -\frac{1}{J} [x_{\eta}(v - y_t) + y_{\eta}(x_t - u)] \quad (3.11)$$

SOLUCIÓN NUMÉRICA

$$B = -\frac{1}{J} [x_{\xi}(y_t - v) + y_{\xi}(u - x_t)] \quad (3.12)$$

Difusión

$$(u_t)_{\xi\eta} = \theta u_{\xi} + \beta u_{\eta} + E \quad (3.13)$$

$$(v_t)_{\xi\eta} = \theta v_{\xi} + \beta u_{\eta} + F \quad (3.14)$$

donde

$$\theta = C x_{\eta} + D y_{\eta} \quad (3.15)$$

$$\beta = D y_{\eta} - C x_{\xi} \quad (3.16)$$

$$C = \frac{v_t}{J^3} (g_{22} y_{\xi\xi} - 2g_{12} y_{\xi\eta} + g_{11} y_{\eta\eta}) \quad (3.17)$$

$$D = \frac{v_t}{J^3} (g_{22} x_{\xi\xi} - 2g_{12} x_{\xi\eta} + g_{11} x_{\eta\eta}) \quad (3.18)$$

$$E = \frac{v_t}{J^2} (g_{22} u_{\xi\xi} - 2g_{12} u_{\xi\eta} + g_{11} u_{\eta\eta}) \quad (3.19)$$

$$F = \frac{v_t}{J^2} (g_{22} v_{\xi\xi} - 2g_{12} v_{\xi\eta} + g_{11} v_{\eta\eta}) \quad (3.20)$$

$$g_{11} = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2 \quad (3.21)$$

$$g_{22} = x_{\eta}^2 + y_{\eta}^2 \quad (3.22)$$

$$g_{12} = x_{\xi} x_{\eta} + y_{\xi} y_{\eta} \quad (3.23)$$

Propagación

$$\left(\frac{\Delta H}{\Delta t} \right)_{(\xi,\eta)} + \frac{1}{J} (y_{\eta} U_{\xi} - x_{\eta} V_{\xi}) + \frac{1}{J} (x_{\xi} V_{\eta} - y_{\xi} U_{\eta}) = 0 \quad (3.24)$$

Detalles de la transformación y discretización se pueden consultar en el trabajo de Soto (2001).

Es importante hacer notar que el transporte de sedimentos en el fondo no afecta a los procesos de difusión y convección.

El modelo de transporte de sedimentos se incluye en el modelo hidrodinámico propuesto en la etapa de propagación. Benque *et al* (1982) y Soto (2001) consideran al término de fricción de manera implícita y la obtienen a partir de la fórmula de Chezy. En el presente trabajo este se obtiene de manera semi-implícita a través de la selección de una entre varias fórmulas de fricción Chezy, Manning, Cruikshank-Maza, Engelund, Vanriijn); además, el código de programación se desarrolla de manera modular por lo que nuevas fórmulas se pueden adicionar con facilidad.

Ecuaciones de sedimentos

Con el fin de adoptar una aproximación numérica adecuada de solución de las ecuaciones, es importante examinar primero el sentido matemático. Una alternativa es tratar de relacionar cada una de las incógnitas principales (tamaños de la fracción activa β_i y elevación del fondo Z_b) con una ecuación de sedimentos apropiada, la cual se piensa gobierne a la variable en particular. Esto facilitará la manera de definir el sentido matemático de cada ecuación de sedimento en términos de una variable específica.

Las dimensiones de la fracción activa β_i para cada uno de los tamaños de clase, es regida por la ecuación de continuidad de sedimentos (ec 2.7) correspondiente a cada tamaño, mientras que la elevación del fondo Z_b se asocia a la ecuación de continuidad global de sedimentos en el fondo (ec 2.11).

Acoplamiento

La estimación del flujo líquido y el transporte de sedimentos se acoplan en el tiempo. Durante el cálculo de los sedimentos las variables de flujo se suponen conocidas a partir de su último cálculo en el tiempo. Además, se supone que las partículas de sedimentos en el fondo después de que empiezan el movimiento, se desplazan en dirección de la velocidad media.

El sistema de ecuaciones de sedimentos que se resuelve de manera simultánea consiste en: n ecuaciones de continuidad (una para cada tamaño de clase) y una ecuación global. Las condiciones de frontera de la capa activa β_i y la elevación del fondo Z_b se calculan dentro del dominio del flujo y en dirección de las condiciones de frontera.

MALLA DE CÁLCULO

Con base en la discretización propuesta para cada etapa del modelo, las variables H , U , V , q , Z_b y β_i se definen en una malla computacional llamadas malla \mathbf{U} , como se ilustra en la figura 3.1. Por una parte, los flujos tanto líquidos como sólidos se definen en las caras de la malla \mathbf{U} , mientras que los niveles de superficie libre, cota del fondo y variación granulométrica se definen en los centros de dicha malla.

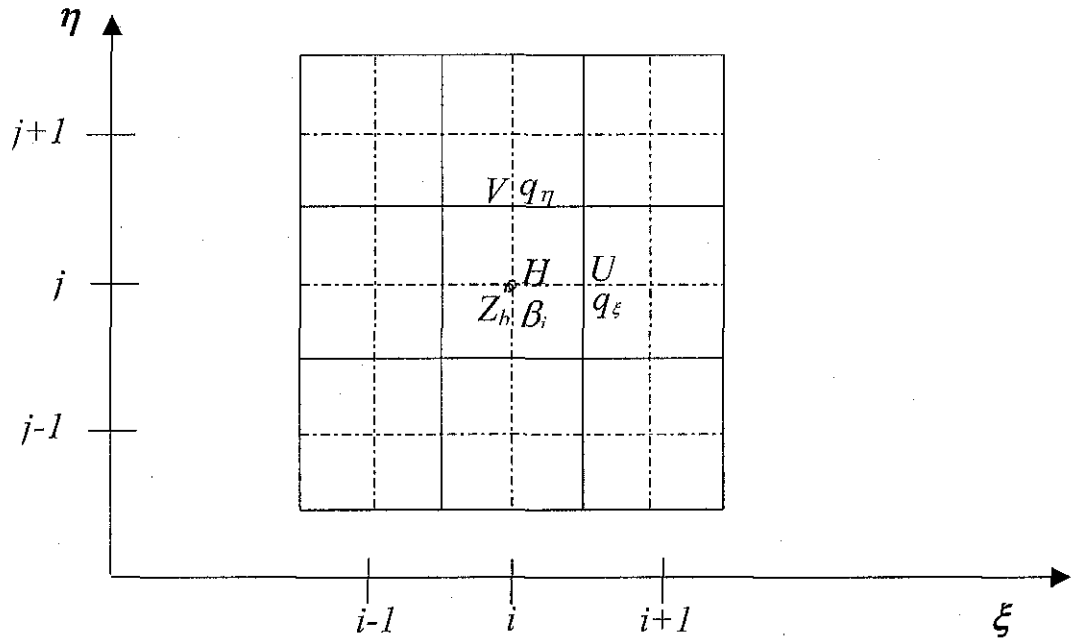


Figura 3.1 Malla de cálculo

DISCRETIZACIÓN DE LAS ECUACIONES DE SEDIMENTOS

Las ecuaciones 2.33 y 2.35 se discretizan en un paso de tiempo y sobre un volumen de control construido en los centros de la malla \mathbf{U} .

Ecuación de continuidad global

$$\frac{(1-p)}{\Delta t} [(Z_b)^{n+1} - (Z_b)^n] + \sum \left[\frac{1}{J} (q_{x\xi}^n y_\eta - q_{x\eta}^n y_\xi) + \frac{1}{J} (q_{y\eta}^n x_\xi - q_{y\xi}^n x_\eta) \right] = 0 \quad (3.25)$$

Ecuación de continuidad por fracciones

$$\frac{(1-p)}{\Delta t} [(\beta E_m)^{n+1} - (\beta E_m)^n] + \frac{1}{J} (q_{x\xi}^n y_\eta - q_{x\eta}^n y_\xi) + \frac{1}{J} (q_{y\eta}^n x_\xi - q_{y\xi}^n x_\eta) + S_e^n = 0 \quad (3.26)$$

El término fuente de intercambio en el fondo durante erosión queda:

$$S_e = \frac{(1-p)}{\Delta t} [(Z_b^{n+1} - E_m^{n+1}) - (Z_b^n - E_m^n)] (\beta_s) \quad (3.27)$$

durante depósito

$$S_e = 0 \quad (3.28)$$

Donde Σ representa la suma de todos los tamaños de clase de sedimentos en que se dividió la muestra en consideración. Es necesario hacer notar que se trata distinto a la capa activa y al término fuente durante la erosión y durante el depósito; esto se describe posteriormente a detalle.

Solución del sistema de ecuaciones

Las ecuaciones de sedimentos discretizadas se deben resolver simultáneamente en cada punto computacional. Todos los elementos de las ecuaciones se expresan explícitamente en términos de las variables de sedimentos. Las ecuaciones discretizadas forman un sistema explícito de ecuaciones algebraicas.

Para visualizar la solución del sistema de ecuaciones, se puede pensar que las incógnitas de sedimentos son los componentes de un vector \vec{S} en un punto, de la siguiente manera:

$$\vec{S}^{n+1} = (z_b^{n+1}, \beta_1, \dots, \beta_i) \quad (3.29)$$

De manera mas compacta se puede escribir como:

$$\vec{S}^{n+1} = (S_1, S_{k+1}) \quad k=1, i \quad (3.30)$$

donde k se introduce para denotar al i -ésimo tamaño de clase de la mezcla de sedimentos en consideración.

La ecuación de continuidad global de sedimentos (2.11), se puede escribir simbólicamente como:

SOLUCIÓN NUMÉRICA

$$F_1(\bar{S}^{n+1}) = 0 \quad (3.31)$$

La ecuación de continuidad por fracciones (2.7):

$$F_{k+1}(\bar{S}^{n+1}) = 0 \quad (3.32)$$

Las ecuaciones 3.31 y 3.32 forman un sistema algebraico de ecuaciones no lineales. En su solución se aplica el método de Newton-Raphson como se muestra a continuación:

$$f_1 = -F_1(\bar{S}) = 0 \quad (3.33)$$

$$f_{k+1} = -F_{k+1}(\bar{S}) = 0 \quad (3.34)$$

donde al sistema a resolver es de la forma:

$$J(\bar{S}) \Delta \bar{S}^{n+1} = f \quad (3.35)$$

reescribiendo las ecuaciones que forman el sistema algebraico se tiene:

$$a_{1,1} \Delta s_1 + a_{1,k+1} \Delta s_{k+1} = f_1 \quad (3.36)$$

$$a_{k+1,1} \Delta s_1 + a_{k+1,k+1} \Delta s_{k+1} = f_{k+1} \quad (3.37)$$

donde $a_{1,1}$, $a_{1,k+1}$, $a_{k+1,1}$, $a_{k+1,k+1}$ representan a los coeficientes del Jacobiano, cuya descripción detallada se presenta en el apéndice A.

Arreglándolo en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,k+1} \\ a_{k+1,1} & a_{k+1,k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta s_1 \\ \Delta s_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_{k+1} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Las correcciones de las variables de sedimentos se escriben como:

$$\Delta \bar{S} = (\Delta S_1, \Delta S_{k+1}) \quad k=1,i \quad (3.39)$$

o de manera explícita:

$$\Delta \vec{S} = (\Delta z_b, \Delta \beta_1, \dots, \Delta \beta_k) \quad k=1,2 \quad (3.40)$$

Una vez obtenidas las correcciones de las variables de sedimentos, el valor actualizado de la iteración se calcula por medio de:

$${}^{m+1} \vec{S}^{n+1} = {}^m \vec{S}^{n+1} + \Delta \vec{S} \quad (3.41)$$

Las iteración continúan hasta que se alcanza un criterio de convergencia previamente establecido, es decir:

$$\Delta \vec{S} < \vec{\epsilon} \quad (3.42)$$

donde $\vec{\epsilon}$ es el vector de convergencia.

El procedimiento descrito se repite en cada punto computacional dentro del dominio y a lo largo de todas las fronteras.

Consideraciones para el tratamiento de la capa activa

En el capítulo 2 se mencionó que durante la erosión la capa activa es muy diferente que durante el depósito. Durante la erosión, la capa activa se describe como una capa de mezclado. A medida que el nivel del fondo desciende, la erosión se va produciendo en el llamado estrato activo, el cual se encuentra por debajo de la capa activa y es el causante de la variación de tamaño de la misma. El espesor de la capa activa durante el proceso de erosión de acuerdo a la fórmula de Bennet y Nordin (1977), es proporcional al grado de erosión que ocurre en cada paso de tiempo, y está definida como:

$$E_m = -(z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (3.43)$$

Si el fondo se aproxima a la condición de acorazamiento, el espesor de la capa activa tiende a cero; en ese caso se usa la siguiente aproximación:

$$E_m = 2D_{90} \quad (3.44)$$

El término fuente S_i durante la erosión queda descrito con la ecuación (2.21). Durante el depósito, la capa activa es una capa de depósito, es decir el material que va

SOLUCIÓN NUMÉRICA

asentándose se adiciona al material existente y se supone que se mezcla completamente. La elevación que va sufriendo el fondo de la capa activa se mantiene constante y solamente varía el espesor de la misma mediante la siguiente expresión:

$$E_m^{n+1} = E_m^n + (z_b^{n+1} - z_b^n) \quad (3.45)$$

mientras que la fuente de intercambio entre estratos es igual a cero.

$$S_e = 0 \quad (3.46)$$

Condiciones Iniciales

Las condiciones iniciales están representadas por las características geométricas del cauce, la topografía inicial, las características del material (composición), los parámetros hidrodinámicos y las capacidades de transporte de sedimentos.

Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera son: aguas arriba, el gasto líquido U y el gasto de sedimentos Q_s (aunque este también puede calcularse a partir de las condiciones hidrodinámicas); aguas abajo, se recomienda usar el nivel de agua.

Una de las partes más delicadas en el esquema numérico se encuentra en representar de forma adecuada las condiciones de frontera en las márgenes. En este trabajo se supone que el flujo perpendicular a las orillas es nulo con la hipótesis de libre deslizamiento en la dirección tangente. El impacto que tiene esta consideración afecta de manera directa a la etapa de propagación. Detalles del tipo de discretización y forma de solución se pueden consultar en Soto (2001).

Algoritmo de solución

El algoritmo de solución se forma por tres bloques principales; el bloque hidrodinámico (I) que incluye al término de fricción (II), y el bloque de sedimentos (III), tal y como se muestra en la figura 3.3.

En el cuerpo principal del programa se hacen: la lectura de datos, condiciones iniciales y de frontera, la generación y rectificación de la malla hidrodinámica, la inicialización y cuenta del tiempo y la impresión de resultados. En el bloque I se lleva a cabo el cálculo hidrodinámico. Como se ha comentado a lo largo de este capítulo, en la estimación de las variables hidrodinámicas se emplea el método de etapas sucesivas (fractional step), pero a diferencia de la versión desarrollada por Benqué *et al* (1982), en este trabajo el término de fricción se estima de forma semi-implícita (bloque II). Esta

particularidad del modelo, permite tener una mayor diversidad de alternativas en el cálculo de la fricción en el fondo. En el modelo aquí propuesto se cuenta con las fórmulas de Manning, Chezy, Engelund-Hansen, Cruikshank-Maza y VanRijn; además, por la estructura en bloques del programa, se tiene la facilidad de adicionar otras de manera simple y sencilla. Solo se necesita despejar al término de fricción y ponerlo en función de la velocidad. En el apéndice B, se puede consultar a detalle el desarrollo algebraico de cada una de las formulas de fricción utilizadas.

Inicialmente se calculan las variables de flujo y apoyándose en la diferencia que existe en los tiempos de respuesta entre el flujo y los sedimentos, se establece el paso de tiempo en que se desea calcular el transporte de sedimentos (bloque III). Aunque se puede escoger la misma escala de tiempo del flujo, se recomienda que el paso de tiempo de sedimentos sea mucho mayor que este (en el capítulo 5 se discute la influencia del paso de tiempo en los resultados); así, mientras no se alcance el intervalo de tiempo establecido por el paso de sedimentos, el modelo recalcula la hidrodinámica y avanza en el tiempo. En el instante en que el intervalo de tiempo elegido para activar el modulo de sedimentos se alcanza, las variables hidrodinámicas se fijan y se toman como datos que se leen en el módulo de sedimentos. A partir de estos, se calculan algunas relaciones auxiliares involucradas en el transporte como son: la velocidad de caída de las partículas, los parámetros de transporte, factores de ocultamiento, etc.. A continuación y a dependiendo de la fórmula de transporte seleccionada ya sea total o por fracciones, se proceden a realizar los cálculos necesarios para determinar el movimiento del fondo. En el caso de seleccionar una fórmula total o una por fracciones pero sin cambio granulométrico (granulometría fija), el efecto del cambio granulométrico no se considera y las variables involucradas en el como son: el porcentaje volumetrico contenido de cada fracción, su velocidad de caída y su diámetro medio se mantienen constantes. En caso contrario, se forma un sistema de ecuaciones no lineales que involucran a la variación de la cota del fondo y al cambio en la distribución granulométrica. Este sistema se resuelve de manera iterativa tal y como se describe en el apéndice B.

Con la nueva cota y distribución granulométrica del fondo, se regresa al modulo hidrodinámico y se avanza en el tiempo. Lo anterior se cumple siempre y cuando el intervalo de tiempo calculado no sea igual al tiempo máximo de modelación o mientras no se llegue al número máximo de iteraciones establecidas en el modulo de sedimentos, pues en ese caso se detiene el programa y se imprimen los resultados finales.

SOLUCIÓN NUMÉRICA

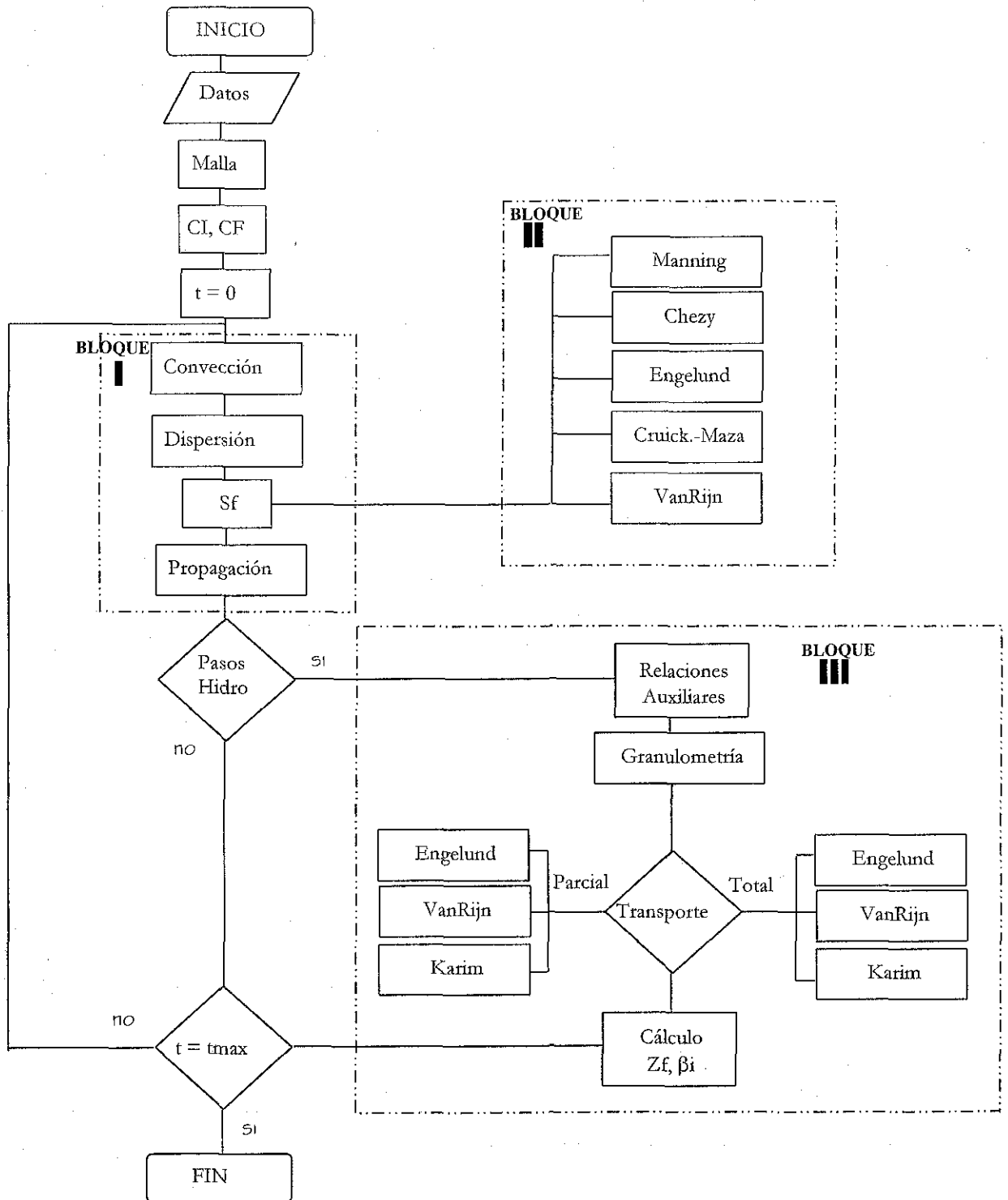


Figura 3.3 Diagrama de flujo

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

“No conozco ningún hecho más alentador, que la incuestionable capacidad del hombre para dignificar su vida por medio del esfuerzo constante”.

Henri David Thoreau

Desarrollo experimental

En la literatura, existe poca información referente a mediciones de fondo móvil, ya sean de campo o experimentales. En la mayor parte de los trabajos experimentales publicados se realizan pruebas en canales rectos, obteniendo principalmente mediciones sobre la erosión, ver por ejemplo los trabajos de Seal *et al* (1997) y Basile (2000)

Los resultados calculados a partir del modelo numérico propuesto se comprobaron contra datos experimentales; para ello, se diseñaron y realizaron una serie de experimentos en el canal de pendiente variable del Instituto de Ingeniería de la UNAM. El diseño experimental ha sido comentado ampliamente con el Dr. Julián Aguirre Pe, catedrático de la Universidad de los Andes, en Mérida, Venezuela y experto en modelación experimental (Aguirre, 1980). Con esta finalidad se realizó una estancia de 15 días en dicha institución.

El diseño consistió en simular el movimiento del fondo en un tramo con una curva. Con esta finalidad en un tramo aguas arriba del canal de pendiente variable, se colocaron dos estructuras que modificaron sus orillas y simularon una sección de una curva; además, el fondo se cubrió con arena del tipo volcánica con granulometría cuasi-uniforme ($CU = 2.72$) y una distribución del tipo log-normal ($D_{50} = 0.3\text{mm}$ y $\sigma_g = 1.6$). Este material ha sido ampliamente usado en modelos de fondo móvil a escala reducida en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, véase por ejemplo Gracia (1998).

MODELO EXPERIMENTAL

La experimentación consistió en dos etapas principales. La primera consistió en la calibración de la parte hidrodinámica, en la cual a partir de los valores reportados por Soto (2001) para fondo fijo, se hicieron las modificaciones y mediciones necesarias para fondo móvil. De estos resultados experimentales se seleccionó la fórmula de fricción que representó mejor el comportamiento del nivel de la superficie libre del agua en el modelo numérico. En la segunda etapa se calibró y verificó la fórmula de transporte en los procesos de erosión y depósito. Durante esta, se simuló distintos grados de erosión y depósito al modificar el flujo a la entrada en el canal y tirante aguas abajo. Es contra estas mediciones que se llevaron a cabo las comparaciones y se seleccionó y calibró la mejor fórmula de transporte en el modelo matemático.

A continuación se describen a detalle la realización de cada uno de estos procesos.

Instalación experimental

La instalación experimental se diseñó sobre un tramo de un canal rectangular recto de pendiente variable, el cual tiene 26m de longitud, 0.9 de profundidad y 0.78m de ancho. Se soporta por medio de tres gatos hidráulicos a 3m sobre el nivel del piso. El canal cuenta con dos articulaciones en puntos medios, que le permiten generar distintas pendientes en varios tramos. El canal está construido con una estructura de acero, con placa metálica en el fondo y paredes de cristal para la visualización del flujo.

El canal cuenta con un sistema de bombeo y recirculación de agua. Además, el gasto a la entrada es aforado en un vertedor rectangular de pared delgada. Se cuenta aguas abajo del canal con una compuerta que permite regular los niveles de la superficie libre.

La zona de estudio se colocó aguas arriba en el tramo inicial del canal, con una longitud de 8m. Su sección transversal se modificó para simular un tramo curvo en un río tal como se muestra en la figura 4.1.

Equipo experimental

Para obtener las mediciones se contó con el siguiente equipo de laboratorio:

- Medidores dinámicos del nivel de agua (wave probe monitor), que son sensores que funcionan a partir del principio de conductividad y poseen alta velocidad de respuesta. Un gabinete concentra y procesa las señales enviadas por los sensores y entrega una señal continua y lineal de voltajes ($\pm 10\text{VCD}$) a un sistema de adquisición de datos controlado por una computadora personal (figuras 4.2 y 4.3)
- Medidor de perfiles topográficos en dos dimensiones (bed profiler) con precisión de $\pm 0.005\text{m}$ en la vertical y $\pm 1\text{ mm}$ en la horizontal, marca

Wallingford, instrumento de alta precisión que permite medir el perfil topográfico de una superficie sin alterar su forma. Su principio de operación se basa en la refracción de un rayo infrarrojo a través de un sensor óptico, el cual es activado por medio de presión (menos de 0.005 kg) y manda una señal que es registrada en la computadora (figuras 4.7 y 4.8).

- Equipo de computo. Computadora personal, software y hardware para los medidores de nivel y perfilador topográfico (figura 4.4).

Montaje del experimento

La zona de estudio consiste en un tramo de 8m que se ha colocado en el tramo aguas arriba en el canal de pendiente variable, tal y como se muestra en el diagrama de la figura 4.1. La plantilla del canal fue cubierta con una capa de arena de 0.25m de espesor, la cual se nivela antes de cada experimento. A continuación de las estructuras, se construyó una trampa de sedimentos para captar la arena y evitar que ésta llegue a las bombas, así como para medir su volumen.

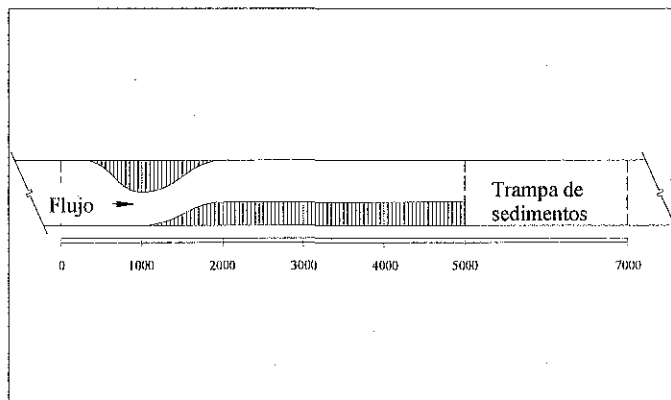


Figura 4.1. Diseño del modelo experimental (planta)

Establecimiento de las condiciones de flujo

Para establecer las condiciones de flujo se necesita conocer la condición límite de inicio de movimiento en el fondo. Una vez conocida esta, se proponen distintos patrones de arrastre como son: a) inicio de movimiento donde los efectos se deben únicamente al primer obstáculo, b) movimiento ocasionado por el segundo obstáculo y c) movimiento total debido a la presencia de las dos estructuras.

Primera etapa. Calibración de la rugosidad

Con esta finalidad se colocaron los medidores dinámicos de nivel a lo largo de la zona de estudio, separándolos de tal manera que en las contracciones se tenga un mayor número de mediciones. Este arreglo y detalles de los medidores se puede ver en las figuras 4.2 y 4.3.

Una vez establecidas las condiciones de flujo, se hicieron las mediciones de nivel en forma continua durante intervalos de 1 minuto cada media hora, durante 2 horas.

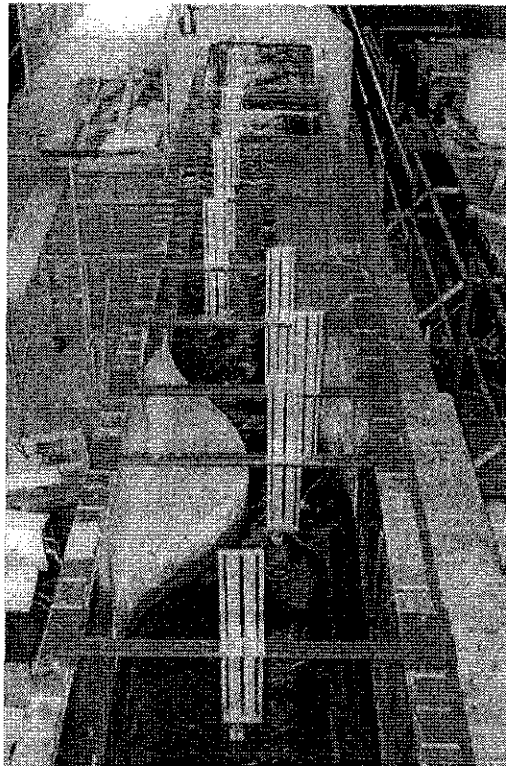


Figura 4.2. Distribución de los medidores dinámicos de nivel.

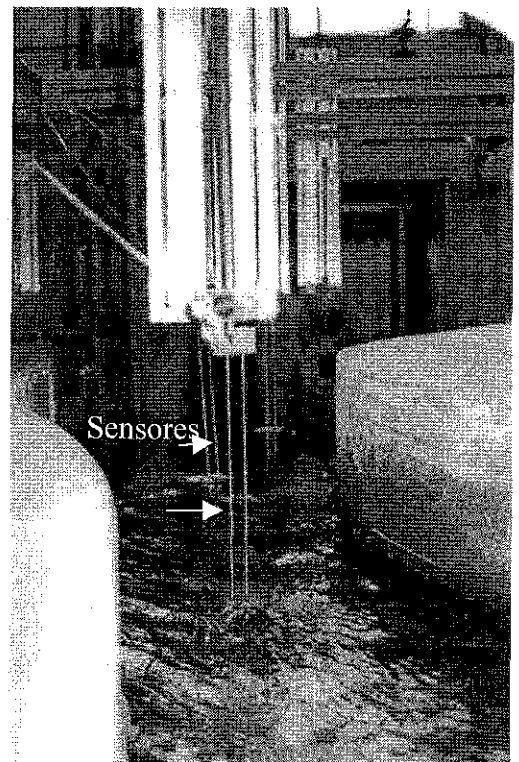


Figura 4.3. Detalles de la medición de nivel

Las mediciones se registraron en el sistema de adquisición de datos como se ve en la figura 4.4, para su posterior procesamiento.

Los valores medidos fueron comparados contra los obtenidos numéricamente a partir de las distintas fórmulas de fricción. Los resultados de las comparaciones pueden verse gráficamente en la figura 4.5.

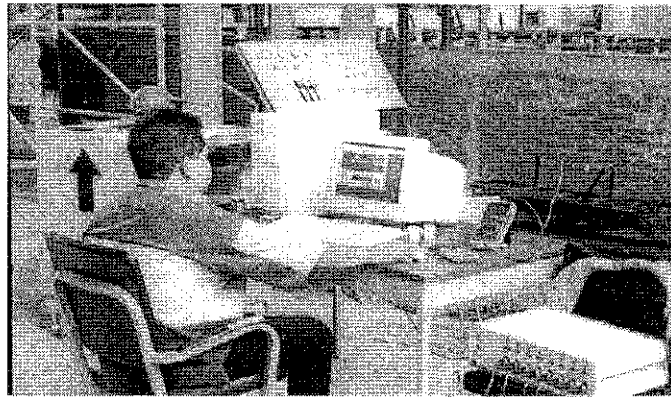


Figura 4.4 Adquisición de datos.

En dicha figura y para nuestro caso de estudio se aprecia que las mejores formulas de fricción son la de Criukshank-Maza y Engelund- Hansen. Por lo tanto durante las simulaciones numéricas tomaremos a estas para cálculos posteriores.

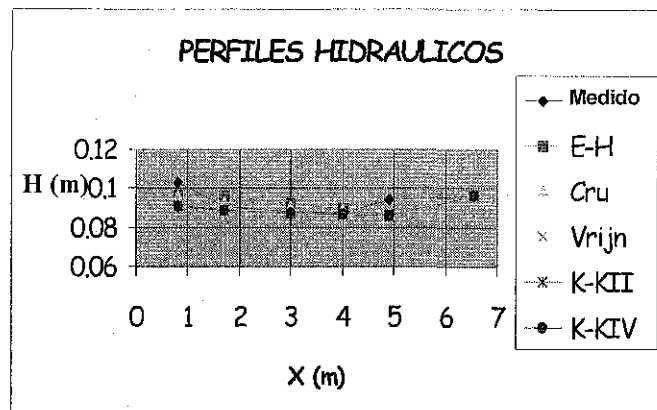


Figura 4.5 Mediciones de niveles del agua

Medición de erosión y depósito

El objetivo de los experimento es obtener mediciones de erosión y depósito tanto en el sentido longitudinal como el transversal; por tal motivo la elección de los puntos de medición se realizó dividiendo la zona de estudio en celdas de 10cm aproximadamente.

Esta división se esquematiza en la siguiente figura, donde cada punto marcado se encuentra en el centro de las celdas.

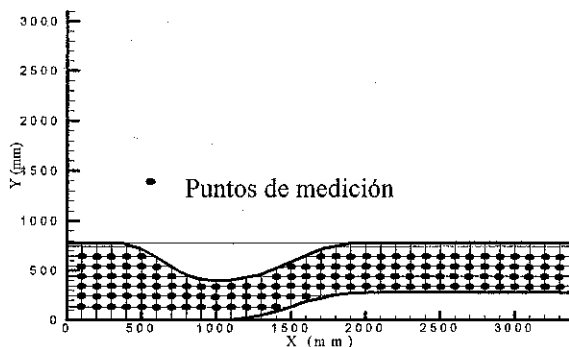


Figura 4.6 Puntos de

Los experimentos consistieron en medir la erosión y depósito para un gasto líquido, cota del agua y pendiente de la plantilla determinadas previamente.

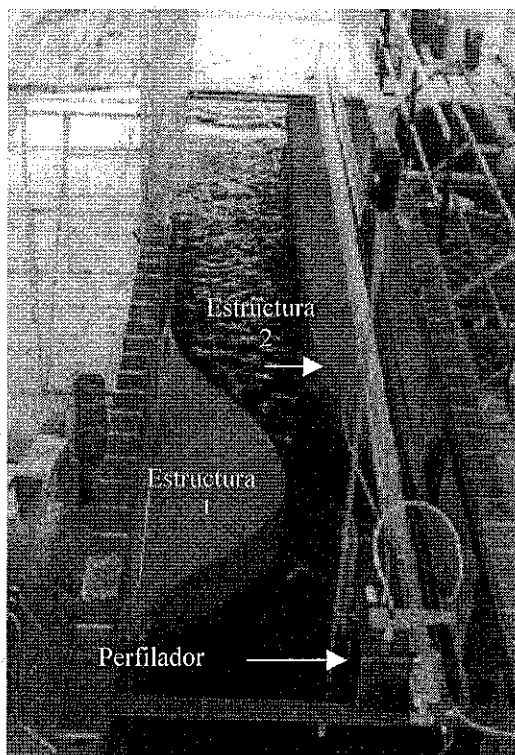


Figura 4.7. Zona de estudio y medidor topográfico

Al inicio de cada prueba, se cubría el fondo con una malla plástica para evitar que el fondo comience a moverse antes de tener un flujo constante con el caudal y cota del agua deseados. Una vez establecido el flujo, se retira la malla y se empiezan las mediciones. Primero se midió la variación del nivel del fondo mientras se circulaba agua por el canal. Esto se hizo considerando que el movimiento del fondo es lo suficientemente lento como para pensar que las mediciones en una línea en dirección al flujo son continuas.

El intervalo de tiempo que se deja pasar entre una medición y otra dependió de las condiciones del flujo. En general se siguió el siguiente criterio: con el flujo establecido se hicieron mediciones cada 15 minutos durante la primer hora, después se incrementó gradualmente el tiempo de muestreo, apoyándose en que las modificaciones del nivel del fondo más fuertes se manifiestan al inicio. Este

proceso originó varias dificultades como fueron: atascamiento de la probeta, modificación del fondo debido a la presencia del medidor y dificultad para hacer las mediciones de manera continua. Por tal motivo un grupo de mediciones se realizaron para un tiempo fijo, es decir, se dejó circular el agua durante el intervalo de tiempo establecido. Se detuvo el flujo y una vez “seco” el fondo se procedió a medirlo. Con esta metodología se lograron mejorar las mediciones y evitar las dificultades anteriormente mencionadas.

Para la medición del movimiento del fondo en la zona de estudio, se montó el equipo experimental que se muestra en la figura 4.7. En ella pueden apreciarse tanto el perfilador topográfico como las estructuras que modifican la dirección del flujo. El perfilador recorre la zona de estudio en dirección del flujo, además se puede mover en la dirección transversal al mismo, de tal manera que se pueden cubrir todos los puntos de medición.

La medición del fondo se puede apreciar con más a detalle en la figura 4.8. En esta se ve el dispositivo en función y las variaciones del fondo.

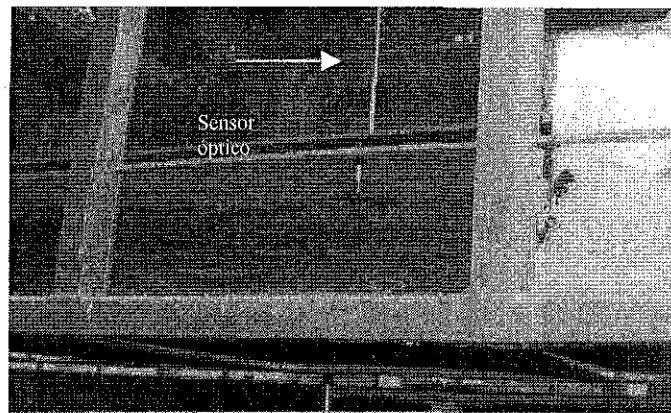


Figura 4.8. Medidor topográfico en operación.

Condiciones de flujo

Durante las etapas de experimentación se consideraron las siguientes condiciones de flujo.

- Aguas arriba. Gasto conocido y constante
- Aguas abajo. Nivel conocido y previamente establecido.
- Malla de cálculo de mediciones 10 x 10 cm. aproximadamente
- Espesor de la cama de arena nivelado antes de cada experimento

MODELO EXPERIMENTAL

- Tiempo de estabilización de las condiciones de flujo igual a una hora, antes de remover la malla protectora del fondo.

Comentarios

La medición del movimiento del fondo es un proceso muy complejo, como se observa en los experimentos existen efectos tridimensionales, sobretodo a la salida de la curva donde el flujo tiene la mayor modificación.

*“Nunca emprenderíamos nada si
quisiéramos asegurar por
anticipado el éxito de nuestra
empresa”.*

Napoleón Bonaparte

Validación del modelo matemático

Inicialmente se muestran los resultados numéricos obtenidos al simular condiciones de laboratorio en un caso unidimensional. Se aprecia de manera simple la diferencia que existe al simular el movimiento del fondo con tres criterios de comportamiento morfológico como son: a) considerando una fórmula de transporte total que emplea un diámetro representativo de toda la granulometría y lo mantiene fijo, b) usando una fórmula de transporte por fracciones en la cual se divide la muestra en un número definido de tamaños de clase con un diámetro representativo para cada uno, los cuales se mantienen constantes durante todo el cálculo y c) aplicando una fórmula por fracciones, pero considerando que existe una variación temporal de la granulometría.

En la parte siguiente se analizan los resultados numéricos bidimensionales y se comparan con las mediciones experimentales.

Modelación numérica unidimensional

Se estudiaron los cambios granulométricos asociados a los procesos de erosión y depósito. Se consideró un tramo de 5.5 m de longitud de sección rectangular que incluye una curva y que tiene las mismas dimensiones que el modelo experimental. La

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

composición granulométrica propuesta para probar el modelo se muestra en la tabla siguiente, inicialmente se consideró que el contenido volumétrico de cada fracción en la muestra es el mismo:

| | | | | | |
|--------------------------|------|------|------|-----|-----|
| Numero de clase i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Diámetro medio (mm) | 0.02 | 0.16 | 0.21 | 3.5 | 7.5 |
| Porcentaje contenido (%) | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| Porcentaje acumulado (%) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |

Tabla 5.1. Contenido volumétrico para fracción propuestos

Las condiciones propuestas para la modelación fueron las siguientes:

Gasto líquido, $Q = 13.8 \text{ l/s}$; pendiente del fondo, $S_0 = 0.0$; tiempo de modelación, $t = 3\text{h}$; tirante aguas abajo, $b = 0.104\text{m}$; fórmula de fricción aplicada, Engelund; fórmula de transporte total, Karim; fórmula de transporte por fracciones, Karim

A continuación se grafican los resultados obtenidos en esta simulación

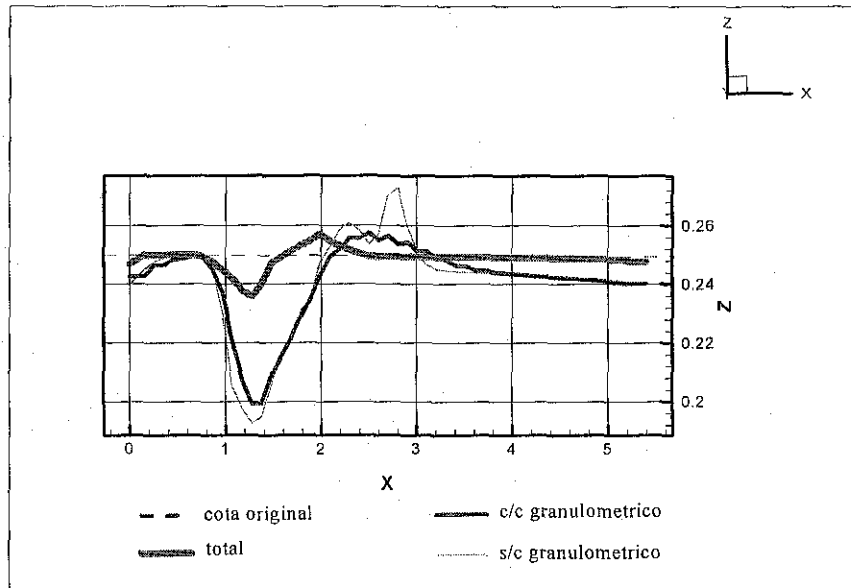


Figura 5.1. Movimiento del fondo

Se puede apreciar que existe una diferencia muy marcada entre modelar el movimiento del fondo utilizando una fórmula de transporte total, una por fracciones sin cambio granulométrico (s/c) y cuando se calcula por fracciones con cambio granulométrico

(c/c). Al aplicar transporte total para un rango de sedimentos no uniforme, se tiene una menor variación en la cota del fondo (línea gruesa), debido en parte a que domina el efecto del diámetro mayor sobre el promedio total de la muestra. En cambio, al emplear el transporte por fracciones se tiene mayor movilidad de los granos finos y por eso se resulta una variación mayor del nivel del fondo (línea fina). Sin embargo, de manera intuitiva se sabe que a medida que el fondo se va erosionando granos de mayor diámetro van apareciendo en el mismo, por lo que considerar que la granulometría no cambia infiere cierto error; de igual manera, durante el depósito se va adicionando material con distinta granulometría que la original, lo cual afecta el transporte. Esta es la causa principal de la diferencia entre aplicar la fórmula de transporte por fracciones con y sin cambio granulométrico. Se destaca de nueva cuenta que cuando se considera cambio el granulométrico (línea media) la erosión es menor, esto se debe a la aparición de partículas de mayor diámetro en el fondo. Así mismo durante el depósito, las partículas finas son arrastradas con más facilidad que el resto por lo que el nivel del fondo no se eleva tanto como cuando no se incluye la variación granulométrica.

Los cambios granulométricos en la capa superficial del fondo (capa activa) asociados con su variación se grafican en la figura 5.2. B1, B2, B3, B4 y B5 son las fracciones granulométricas asociadas a los respectivos diámetros representativos d_1 , d_2 , d_3 , d_4 y d_5 .

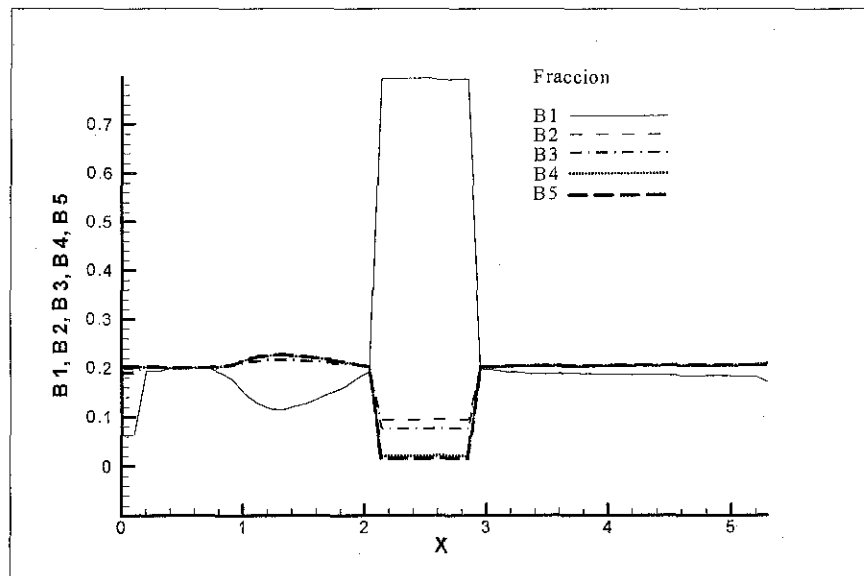


Figura 5.2. Cambio granulométrico

Partiendo del hecho de considerar que al iniciar la simulación, todas las muestras se encontraban en la misma proporción (20 %) se aprecia en la gráfica anterior en la parte donde se tiene mayor erosión como el fondo se va acorazando y como en el tramo donde se tiene depósito aumenta la proporción de partículas finas.

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Se hace la aclaración que la nueva granulometría obtenida al final del cálculo se encuentra solamente en una pequeña capa superficial, y por consiguiente una variación brusca del caudal, puede dejar al descubierto la granulometría inicial. Esta posibilidad se incluye en de la modelación.

Como se comentó, aplicar fórmulas para determinar el movimiento del fondo a partir de un diámetro representativo de partícula en suelos compuestos de sedimentos heterogéneos, puede no ser la mejor alternativa, ya que al usar una fórmula de transporte total se subestima el mismo, mientras que al usar la misma por fracciones se obtiene un transporte mayor. Sin embargo al aplicar el cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo se obtiene una corrección que, de alguna manera incluye el acorazamiento en la parte donde hay erosión y depósito con mayor contenido de partículas finas en zonas de baja velocidad. Es por esta razón que la erosión y el depósito son menores que cuando no se considera cambio granulométrico. Aunque los resultados parecen estar en concordancia con la realidad, es necesario validarlos con mediciones experimentales.

Pensando en el comportamiento del modelo numérico en un caso completamente unidimensional, se propuso la siguiente simulación. Se modeló la erosión y depósito para un canal recto con las siguientes características: 0.78m de ancho, 0.5m de largo, $S_o = 0.02$ y cubierto con arena con una distribución granulométrica idéntica a la de los experimentos. Las simulaciones se compararon contra las obtenidas con el modelo numérico unidimensional NFONDO (Berezowsky y Jiménez, 1997). En las siguientes figuras se muestran la malla de cálculo, las condiciones iniciales fueron las siguientes: caudal $Q=20$ l/s; cota de agua (aguas abajo), 0.17m; pendiente inicial del fondo, $S_o=0.02$; tiempo de modelación, 6h; fórmula de resistencia al flujo empleada, Engelund-Hansen; fórmula de transporte, Engelund.

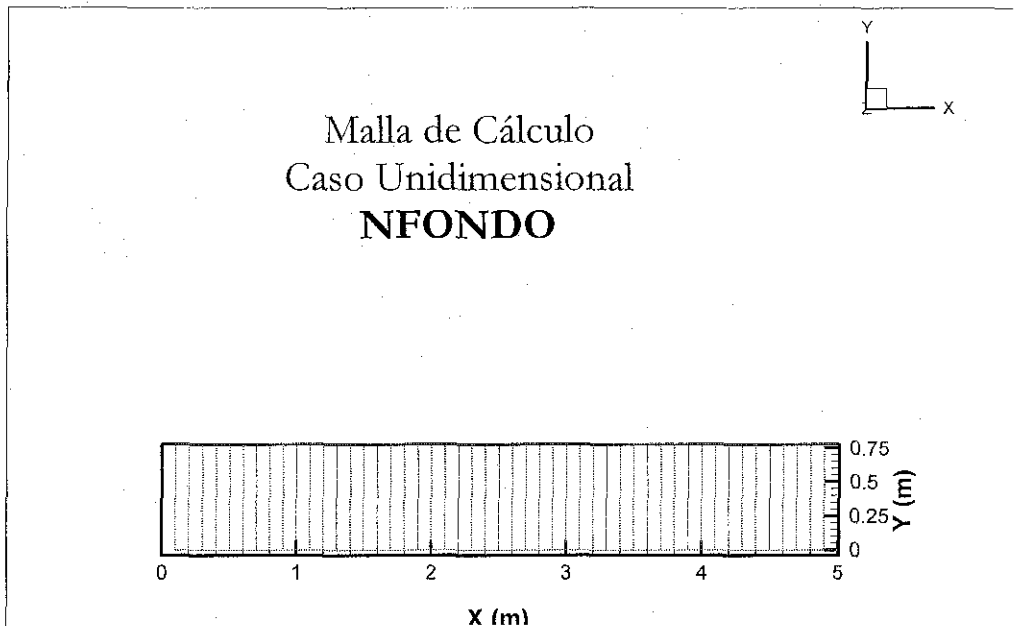
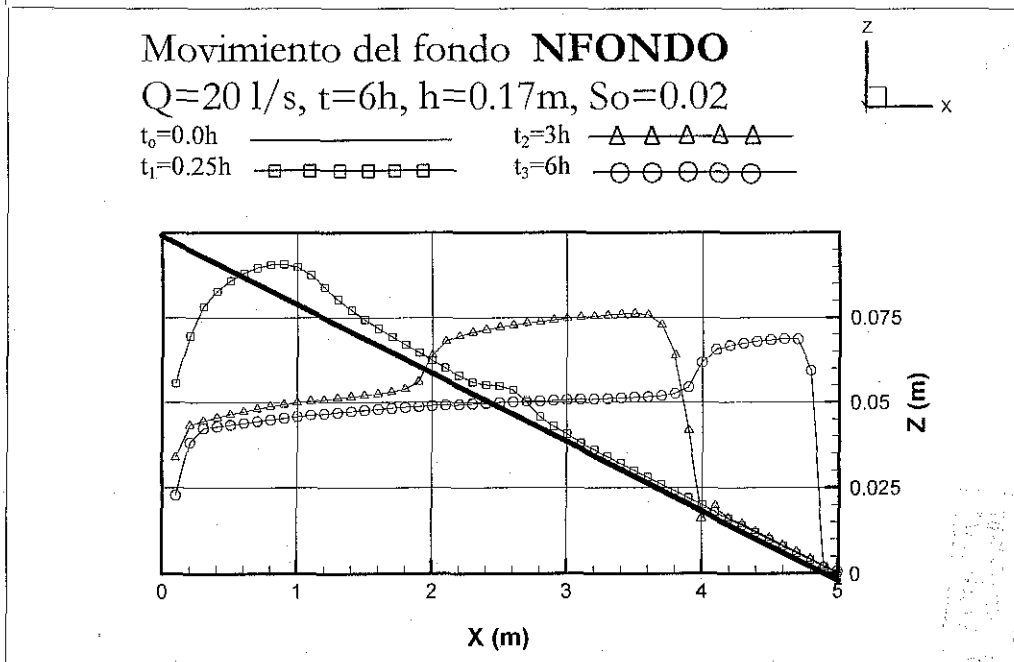
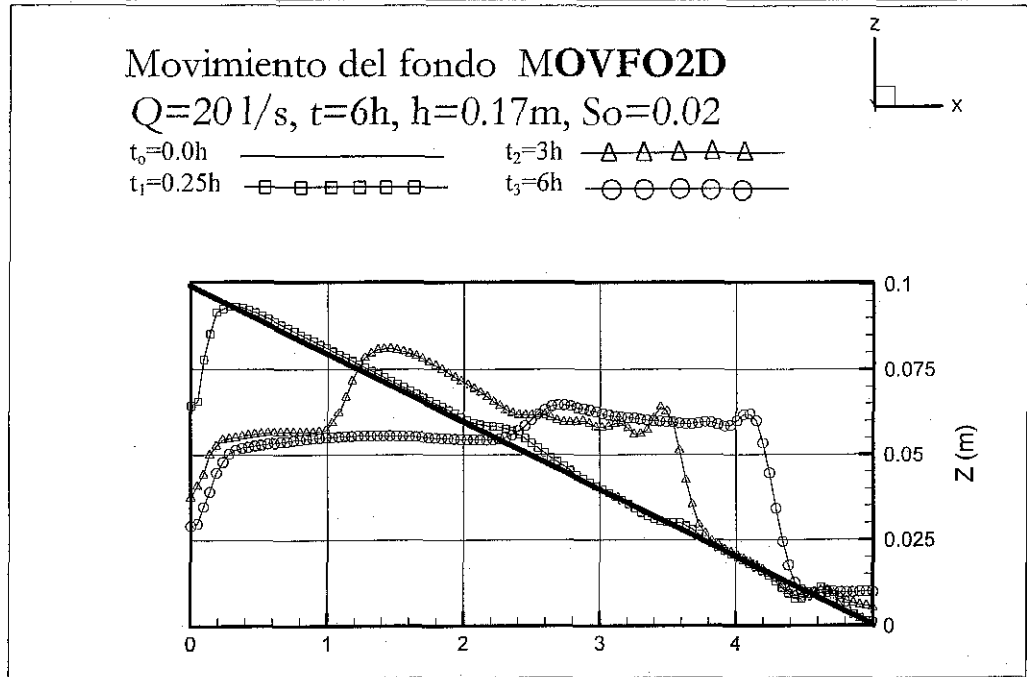
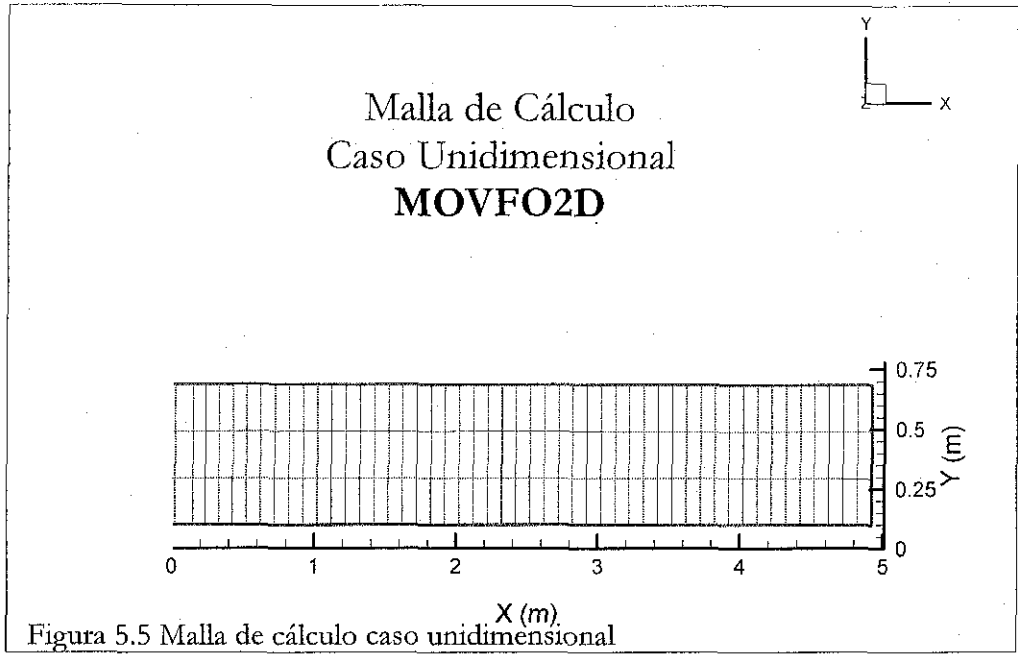


Figura 5.3 Malla de cálculo caso unidimensional



5.4 Resultados a la modelación del fondo aplicando NFONDO



TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

Comentarios a la simulación unidimensional

En las figuras 5.3 y 5.5 se muestran las mallas de cálculo para los modelos numéricos NFONDO y MOVFO2D, se aprecia la clara diferencia entre ambas; siendo la primera formada por una sola fila de celdas o elementos a lo largo del eje "X," este arreglo se debe al carácter unidimensional del modelo. En el caso de MOVFO2D y debido a su formulación bidimensional, el número menor de elementos o celdas que puede tener en la dirección "Y" es de tres. Esto se debe a la forma en que se resuelven las ecuaciones para las condiciones de frontera en las márgenes. La condición de flujo perpendicular nulo con la hipótesis de libre deslizamiento nulo, hacen necesario el promedio de valores de velocidad para las caras de las celdas, y estos se obtienen a través de interpolaciones de puntos interiores. En el caso de una sola celda estas interpolaciones no tendrían mucho sentido, pues no se contara con valores en las caras perpendiculares de las mismas. Es a partir de la hidrodinámica, que se estima la evolución del fondo del fondo y su cambio granulométrico, estos procesos se obtienen para los centros de las celdas.

El modelo numérico NFONDO (Berezowsky y Jiménez, 1997), ha sido probado y validado ampliamente, por lo que se considera como un fuente confiable que se puede tomar como referencia para comparar unidimensionalmente al modelo desarrollado en este trabajo.

De las simulaciones generadas, se grafican los resultados para los tiempos de 0.25, 3 y 6 horas respectivamente, se encuentra que MOVFO2D (figura 5.6) representa de manera general la misma tendencia que NFONDO (figura 5.3), aunque se perciben algunas diferencias. Estas se deben a que el modelo NFONDO no considera la posible variación de la superficie libre y a que el paso de tiempo es distinto entre los modelos. En general se piensa que MOVFO2D reproduce de manera aceptable casos unidimensionales, aunque con el consumo de un alto tiempo de computo.

A continuación se muestran las comparaciones entre resultados experimentales y la simulación numérica aplicadas al caso bidimensional.

Modelo numérico bidimensional

Para la modelación de fondo móvil en 2D en coordenadas curvilíneas generalizadas se aplican dos criterios. Primero se analizan los resultados obtenidos de manera intuitiva y se genera un criterio sobre el funcionamiento del modelo numérico. Una vez que se ha discutido el funcionamiento general del modelo, se procede a calibrarlo y validarlo con los datos experimentales.

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

INFLUENCIA DEL PASO DE TIEMPO EN EL TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

Como se ha discutido a lo largo de este trabajo, el modelo numérico se construye acoplando el módulo hidrodinámico con el de transporte de sedimentos. Este acoplamiento se realiza a través del paso de tiempo. Es decir, primero se calcula la hidrodinámica y se fijan los valores para después usarlos como datos conocidos en el módulo de transporte de sedimentos.

Debido a que el transporte de sedimentos y el fondo tiene una escala (escala morfológica) de tiempo distinta que la hidrodinámica, es posible realizar varios pasos de tiempo hidrodinámicos antes de acoplar el módulo de sedimentos. Con esta finalidad, en las siguientes gráficas se muestra la influencia que tiene el paso de tiempo en el transporte de sedimentos. Se modelaron pasos de tiempo de sedimentos en un rango entre 5 y 500 pasos hidrodinámicos.

Las condiciones propuestas para la modelación de la influencia del paso de tiempo en el movimiento del fondo son las siguientes: caudal, $Q=13.7$ l/s; pendiente del fondo, $S_0=0.0$, tiempo de modelación, $t=1$ h; cota del agua (aguas abajo), $h=0.104$ m; fórmula de fricción aplicada, Engelund; fórmula de transporte por fracciones, Karim; incremento de tiempo hidrodinámico, $\Delta t=0.1$ s. En este caso y en adelante se utilizarán las fracciones, diámetros medios y sus porcentajes de contenido en la muestra de arena empleada durante los experimentos; estos valores se reportan en la siguiente tabla:

| Numero de clase i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|
| Diámetro medio (mm) | 0.02 | 0.16 | 0.21 | 3.5 | 7.5 |
| Porcentaje contenido (%) | 17.2 | 14.8 | 5.8 | 46 | 16.2 |
| Porcentaje acumulado (%) | 17.2 | 32 | 37.8 | 83.8 | 100 |

Tabla 5.2. Contenido volumétrico de la muestra de sedimentos

En las siguientes gráficas se muestran los resultados obtenidos al simular el movimiento del fondo con cambio granulométrico y la influencia que tiene el paso de tiempo.

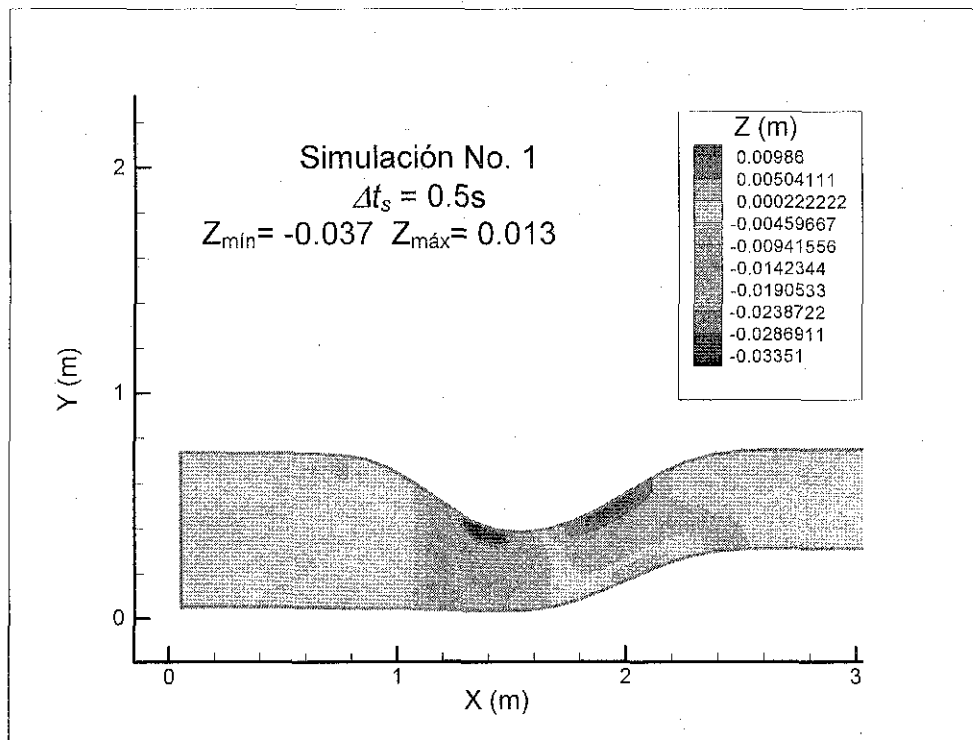


Figura 5.7 Influencia del paso de tiempo (Δt sedimentos = 0.5s)

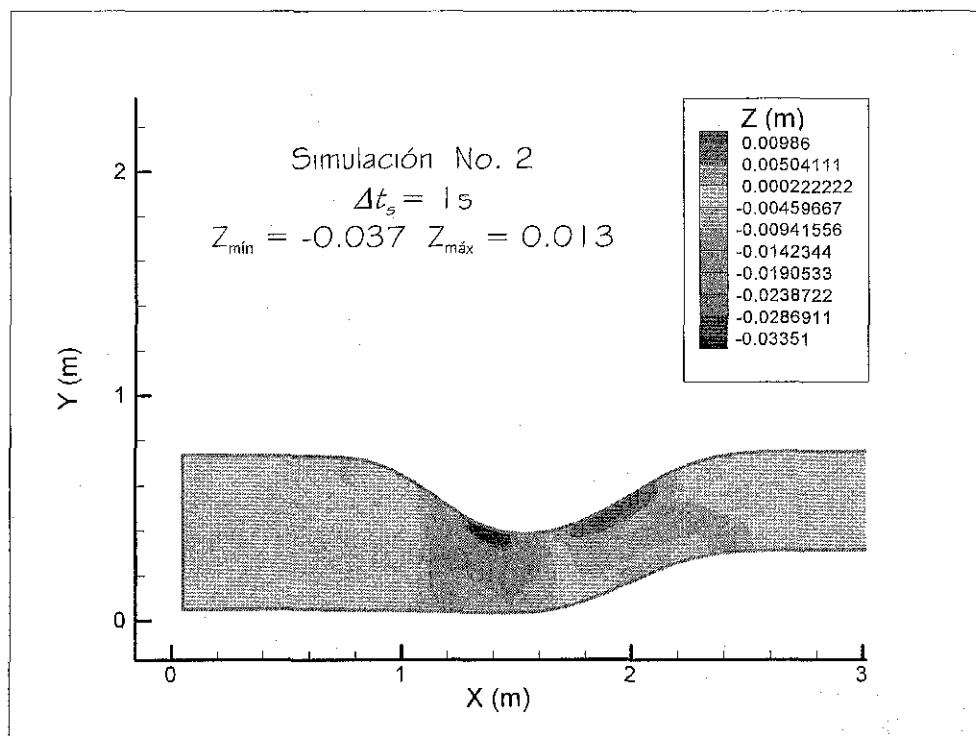


Figura 5.8 Influencia del paso de tiempo (Δt sedimentos = 1s)

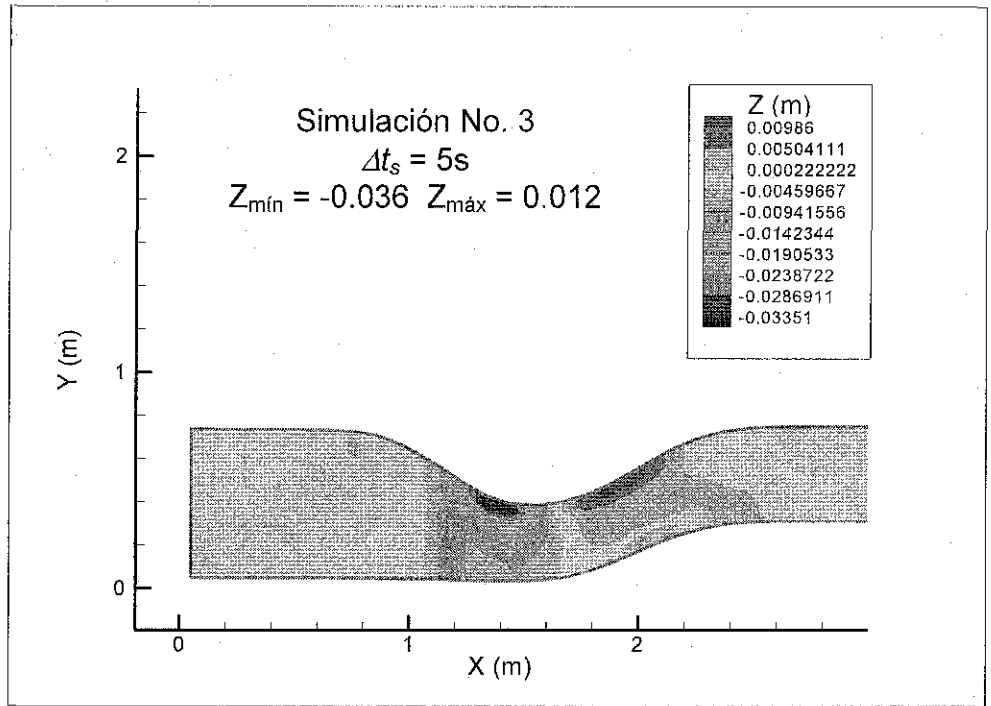


Figura 5.9 Influencia del paso de tiempo (Δt sedimentos = 5s)

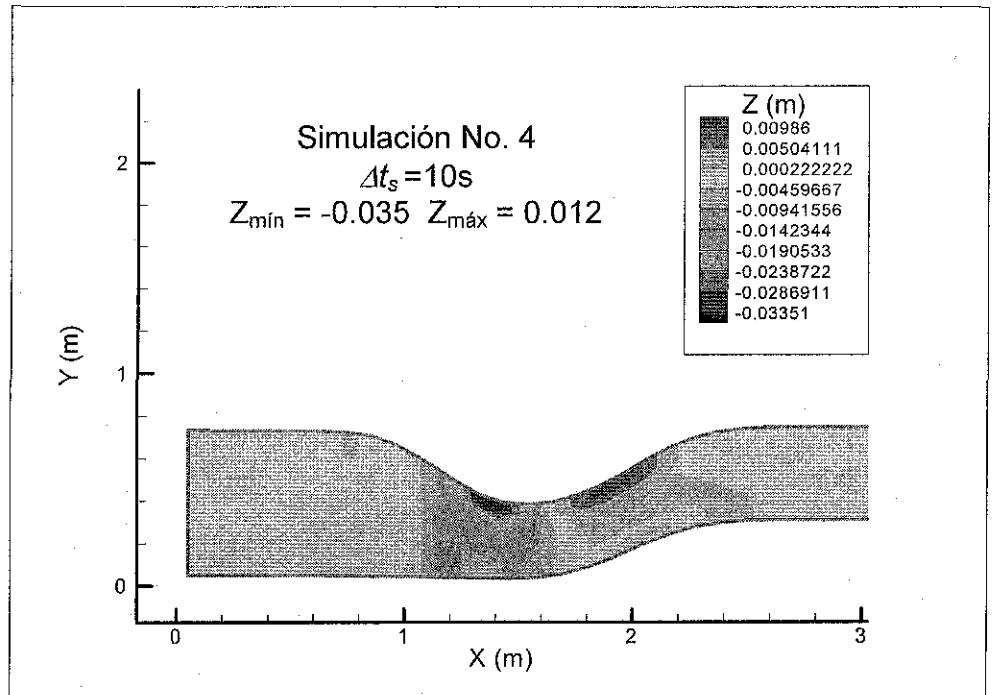


Figura 5.10 Influencia del paso de tiempo (Δt sedimentos = 10s)

TESIS CON
 FALLA DE ORIGEN

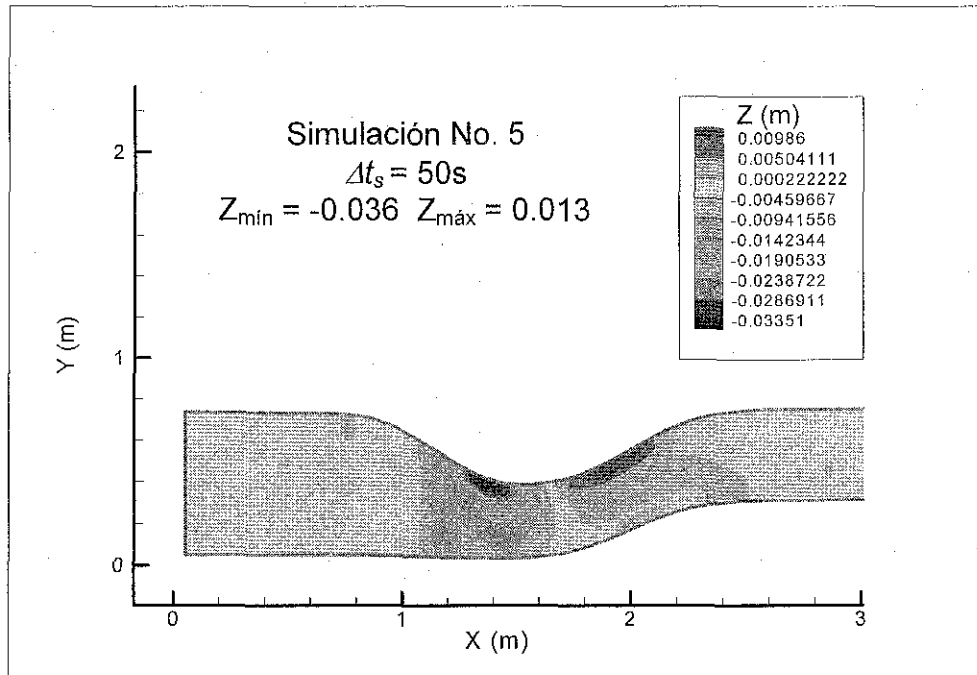


Figura 5.11 Influencia del paso de tiempo (Δt sedimentos = 50s)

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

El paso de tiempo empleado (0.5, 1, 5, 10 y 50 segundos), equivale a realizar 5, 10, 50, 100 y 500 veces el cálculo hidrodinámico antes de proceder al módulo de sedimentos.

En las figuras se aprecia que en un rango entre 5 y 100 pasos hidrodinámicos, no hay diferencias significativa en el cálculo del movimiento del fondo. Esto en fines prácticos se traduce en un ahorro de tiempo de cálculo, ya que se puede proponer un paso de tiempo para el cálculo de sedimentos de hasta 100 veces la hidrodinámica y obtener buenos resultados. Se hace notar que entre menor sea el paso de tiempo entre la hidrodinámica y los sedimentos, el modelo tendrá mejor respuesta, pero con la consecuencia que el tiempo de cálculo aumentará significativamente. Esto se debe a que las variables involucradas en el proceso toman valores del paso anterior de tiempo, por lo que entre mayor sea éste, los valores estimados se encontrarán más alejados del valor real y por consiguiente se tendrá un error en los cálculos. Por lo tanto, en cada problema, se debe "ajustar" el paso de tiempo. La finalidad es que no sea tan grande como para originar errores sustanciales, pero tampoco tan pequeño que origine un tiempo de cálculo poco práctico. Por lo tanto se recomienda usar un paso de tiempo intermedio y cuyos valores representen adecuadamente a las variables involucradas.

DIFERENCIAS ENTRE APLICAR FORMULAS DE TRANSPORTE TOTAL, POR FRACCIONES Y POR FRACCIONES CON CAMBIO GRANULOMÉTRICO.

En este punto se estudia la influencia que se tiene la aplicación de las formulas de transporte de sedimentos en sus distintas variantes, que son: transporte total, transporte por fracciones y transporte por fracciones con cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo.

Como se comentó en el capítulo 2, existen una gran variedad de fórmulas de transporte de sedimentos; por lo que, en este trabajo se adoptó el empleo de la ecuación desarrollada por Karim (1998), para transporte total y su variante por fracciones.

La fórmula de transporte por fracciones a la cual se asocia el cambio de granulometría, no se modifica en su estructura. La diferencia en su aplicación se encuentra en el tratamiento que se da al fondo y la consideración de la "capa activa", tal y como se describe en el capítulo 2.

La formula de Karim(1998) en su estructura original considera una constante empírica $k=0.00139$, que en este trabajo se obtuvo de los datos experimentales y fue igual a 0.0139, pero en general se recomienda estimarla para cada problema de estudio.

En las gráficas siguientes se pueden apreciar los resultados obtenidos de la simulación numérica, considerando los tres criterios de aplicación de la formula de transporte tal y como se discutió con anterioridad, las condiciones iniciales son las mismas que en la simulación para los distintos pasos de tiempo.

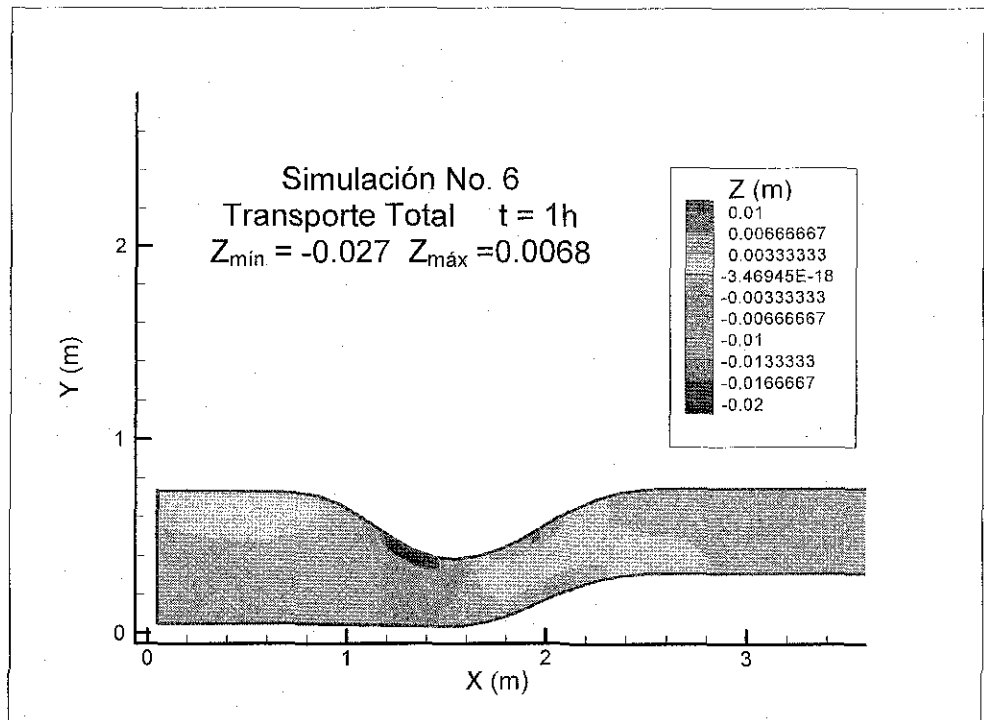


Figura 5.12 Simulación 6 (fórmula de transporte total)

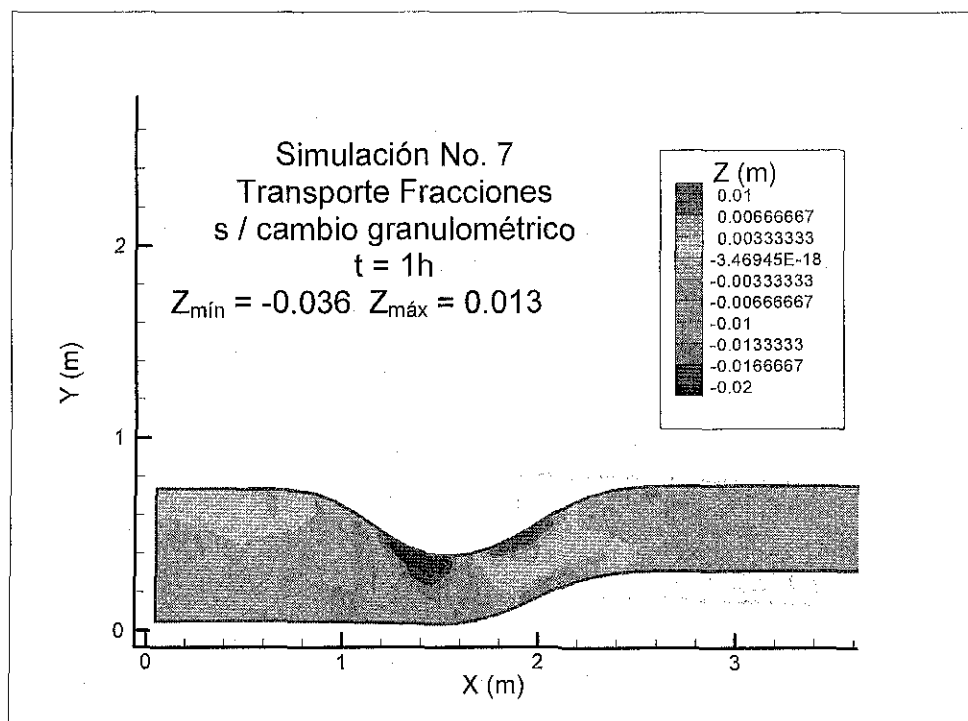


Figura 5.13 Simulación 7 (fórmula de transporte por fracciones)

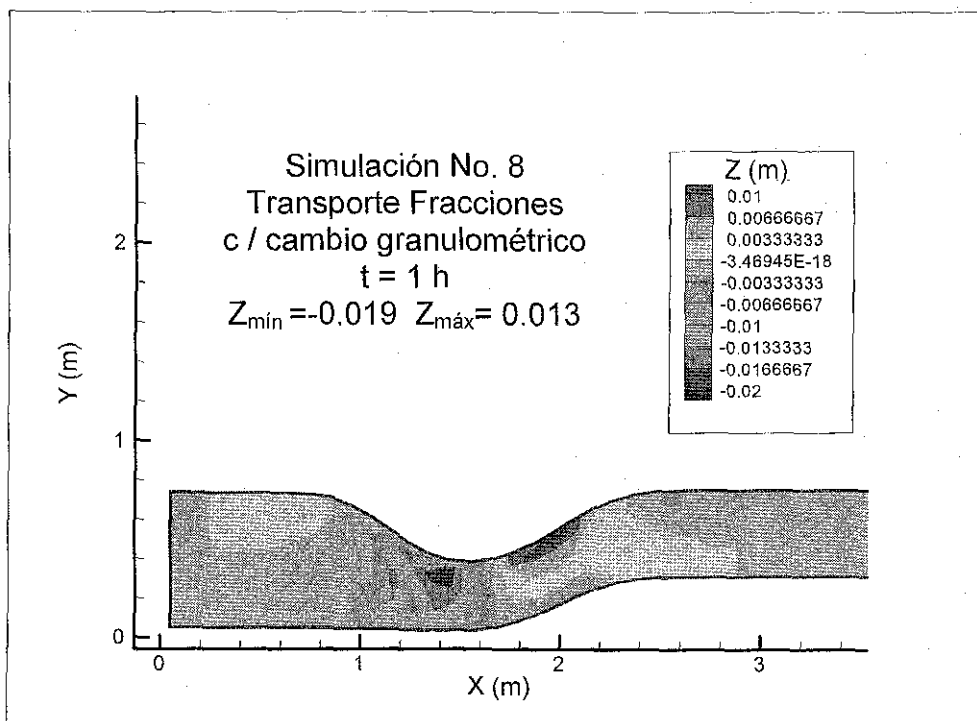


Figura 5.14 Simulación 8 (fórmula con cambio granulométrico)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Se hace evidente que existen diferencias apreciables durante la simulación del movimiento del fondo, dependiendo del tipo de enfoque de transporte seleccionado. La zona modificada depende de la cantidad de material arrastrado, y es distinto en cada caso. Cabe la pena mencionar que, aunque la fórmula de transporte sea la misma, las consideraciones realizadas en su aplicación son las que le dan el carácter distinto. En forma general se puede concluir que las tres maneras de aplicar la fórmula de transporte, bajo las mismas condiciones responden de manera similar. Aunque casos como el acorazamiento de partículas finas, solo puede considerarse al emplear una granulometría variable. La elección de alguna de las versiones dependerá del grado de detalle del problema en estudio. La diferencia entre la aplicación de cada una de ellas se pueden considerar dentro de un rango de variación aceptable, pero se necesita analizar cuál reproduce mejor al fenómeno.

Con esta finalidad y para poder emitir un criterio más amplio acerca de las ventajas que se tienen entre seleccionar un tipo de transporte y otro, a continuación se muestran las mediciones obtenidas de una serie de experimentos y realizados dentro de las instalaciones del Instituto de Ingeniería de la UNAM.

Se comparan y discuten los resultados medidos contra los obtenidos por medio de la simulación y se genera un criterio de selección apoyándose en la respuesta encontradas.

COMPARACIÓN ENTRE MEDICIONES EXPERIMENTALES Y LA MODELACIÓN NUMÉRICA.

Las condiciones iniciales fueron: caudal (aguas arriba) y cota del agua (aguas abajo). La composición granulométrica consistió de los siguientes diámetros: $d_1=0.02\text{mm}$, $d_2=0.016\text{mm}$, $d_3=0.21\text{mm}$, $d_4=3.5\text{mm}$, $d_5=7.5\text{mm}$. Cada tamaño representativo en la muestra se encuentra en una proporción del 17.2%, 14.8%, 5.8%, 46% y 16.2% respectivamente.

Las condiciones de laboratorio y los procedimientos utilizados durante las mediciones son los descritos en el capítulo 4. Se comenta que durante la simulación numérica al igual que durante la experimentación, se dejó un tiempo de 1 hora para estabilizar el flujo antes de iniciar el transporte de sedimentos: La maya de cálculo utilizada y los campos de flujo establecidos para la modelación se reportan en el apéndice "C".

Debido a que en las gráficas de algunas de las modelaciones numéricas se aprecia cierta inestabilidad, se empleó un filtro para suavizar los resultados numéricos obtenidos. El filtro empleado es como el propuesto por Abbot (1979), pero modificado para un flujo bidimensional. La utilización de filtros es una práctica común en modelación matemática, como puede verse por ejemplo en Weare (1976), Falconer (1980), Stelling (1980) y Cruz (1991) entre otros. En el apéndice "D" se puede consultar la adaptación del filtro y sus características.

Se realizaron los seis experimentos que se reportan en la tabla siguientes:

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

| Experimento | Caudal Q (l/s) Aguas arriba | Cota del agua (m) Aguas abajo | Pendiente del fondo (So) | Tiempo final reportado (h) |
|-------------|--------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1 | 14.0 | 0.104 | 0.004 | 4.0 |
| 2 | 13.8 | 0.104 | 0.000 | 4.0 |
| 3 | 13.2 | 0.100 | 0.000 | 5.0 |
| 4 | 14.8 | 0.104 | 0.000 | 5.0 |
| 5 | 14.8 | 0.104 | 0.000 | 3.0 |
| 6 | 15.0 | 0.104 | 0.000 | 5.0 |

Tabla 5.3. Condiciones de los experimentos

EXPERIMENTO NO. 1

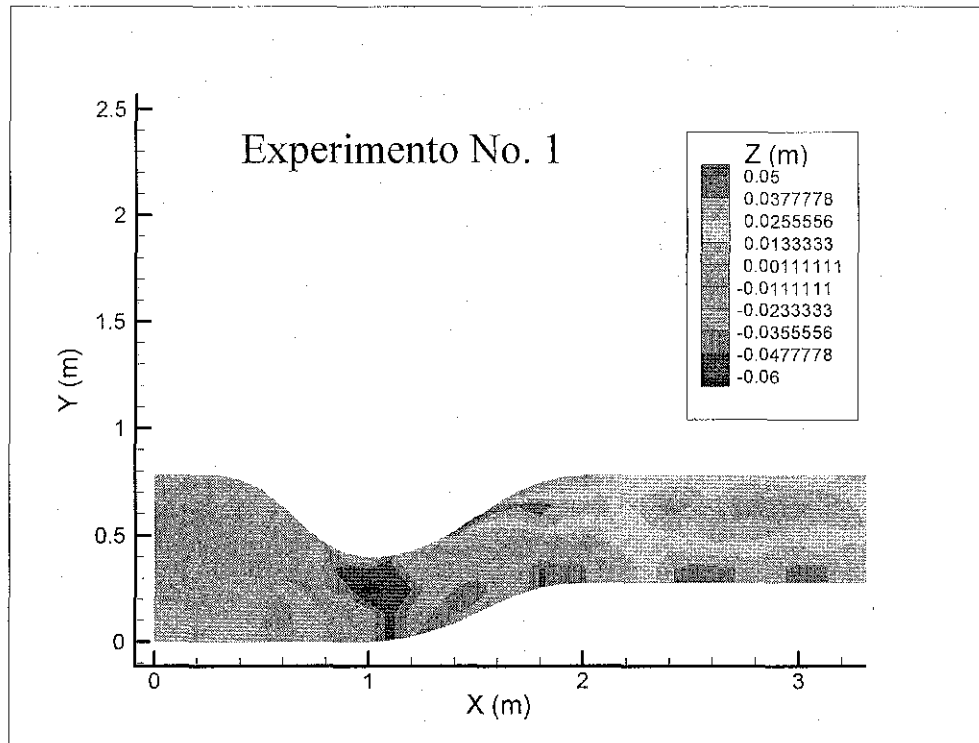


Figura 5.15 Mediciones Experimentales No. 1

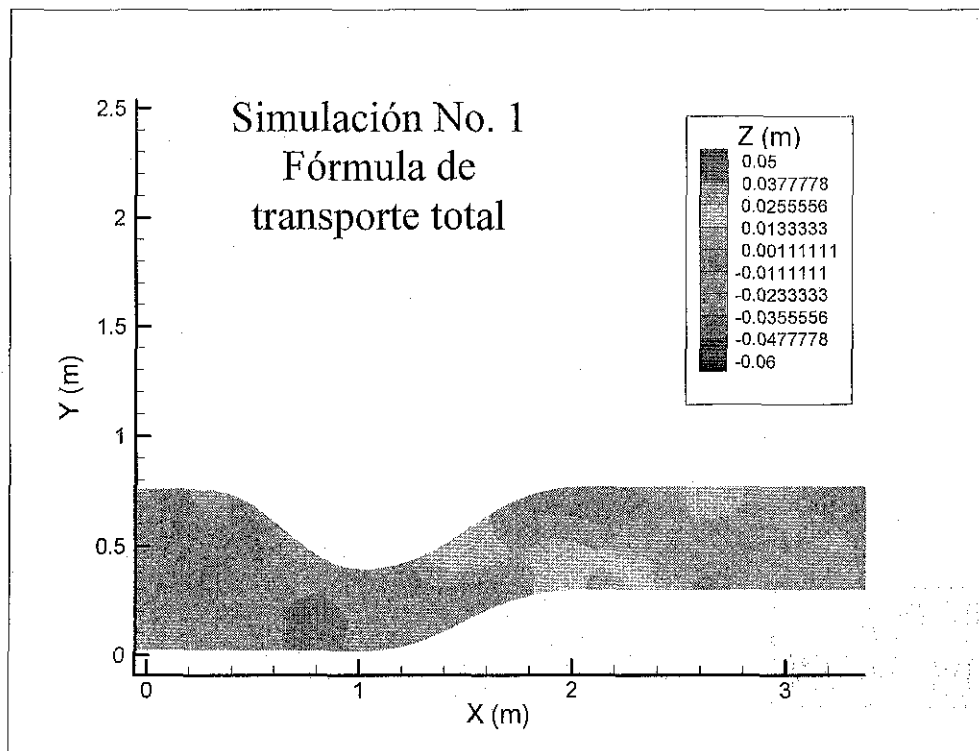


Figura 5.16 Simulación No. 1 (Transporte total)

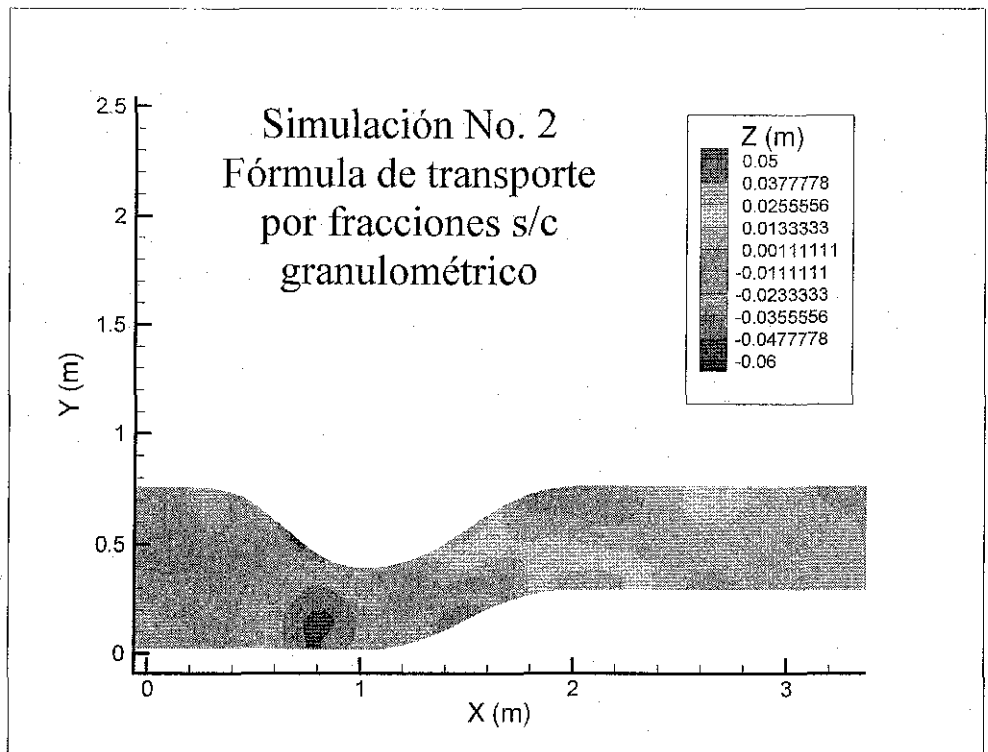


Figura 5.17 Simulación No. 2 (Transporte sin cambio granulométrico)

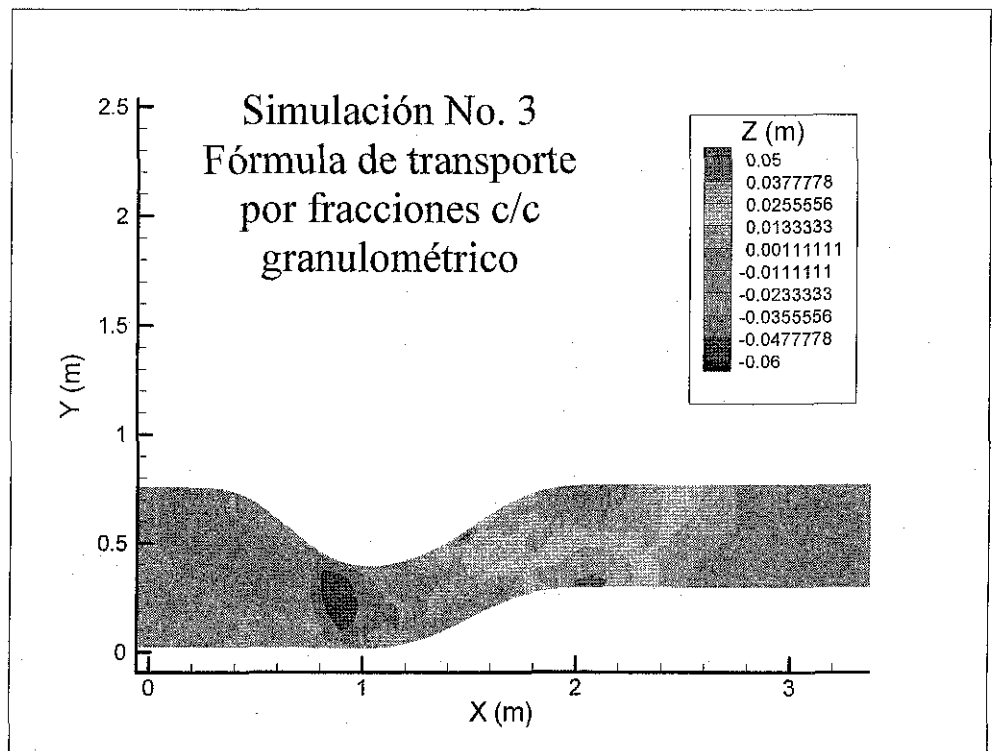


Figura 5.18 Simulación No.3 (Transporte con cambio granulométrico)

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Experimento 1

Las tendencias en la simulación numérica son similares; al emplear las distintas variantes de las formulas de transporte, aunque se aprecian diferencias en cuanto a la forma y magnitud de las variables modeladas.

Al aplicar una formula de transporte total (figura 5.16), los procesos de erosión y depósito se concentran más en algunas zonas específicas dentro del área de estudio. Este hecho se puede justificar al considerar un tamaño de grano representativo para toda la muestra y su invariabilidad con el tiempo; es decir, bajo las mismas condiciones de flujo los procesos de erosión y depósito no se ven alterados por el movimiento de los granos, solamente se rigen por las variables hidrodinámicas. Por esta razón, se nota una mayor erosión en donde las velocidades son mayores; mientras que, los posibles efectos de acorazamiento o depósito de partículas finas no se considerados.

Cuando se aplica una formula de transporte por fracciones (figura 5.17), se encuentra una mayor área de influencia afectada por el movimiento de partículas. Esta nueva configuración del fondo se origina como resultado de considerar que se tiene una distinta movilidad de los granos que componen el material del fondo al ser transportados dependiendo de su tamaño; es por ello, que los efectos ya no son tan localizados. Aunque una vez más, efectos como el acorazamiento o el depósito de partículas finas no es considerado.

La realidad implica una variación granulométrica en el tiempo, lo cual posibilita la aparición de zonas acorazadas y/o el depósito de material fino en la superficie del fondo. Este cambio en la composición, afecta la movilidad de las partículas que componen el fondo; por tanto, la configuración del mismo se ve alterada. Efectos como el acorazamiento, reducen el transporte de partículas, lo cual repercute en un menor grado de erosión, mientras que el depósito de partículas finas posibilita una mayor movilidad en la superficie. Además estos cambios en la composición, afectan la rugosidad del fondo y las condiciones hidrodinámicas se ven alteradas. Se piensa que los fenómenos de erosión, depósito y evolución del fondo reproducen mejor la realidad, al hacer estas consideraciones de cambio granulométrico. Al comparar las figuras 5.16, 5.17 y 5.18 contra los resultados medidos experimentalmente (figura 5.15), se aprecia claramente la diferencia que existe al aplicar la formula de transporte en sus distintas variantes. De estas, se ve que la mejor representación en cuanto a forma y escala se logra con la fórmula de transporte por fracciones que considera el cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo. Además es importante destacar que aunque la granulometría es uniforme, la influencia al modelar con granulometría variable es significativa y si afecta los resultados.

A continuación se grafican los experimentos 2, 3, 4, 5 y 6 y a partir de estos resultados se hacen los comentarios pertinentes y se genera un criterio acerca del funcionamiento del modelo matemático propuesto.

EXPERIMENTO NO. 2

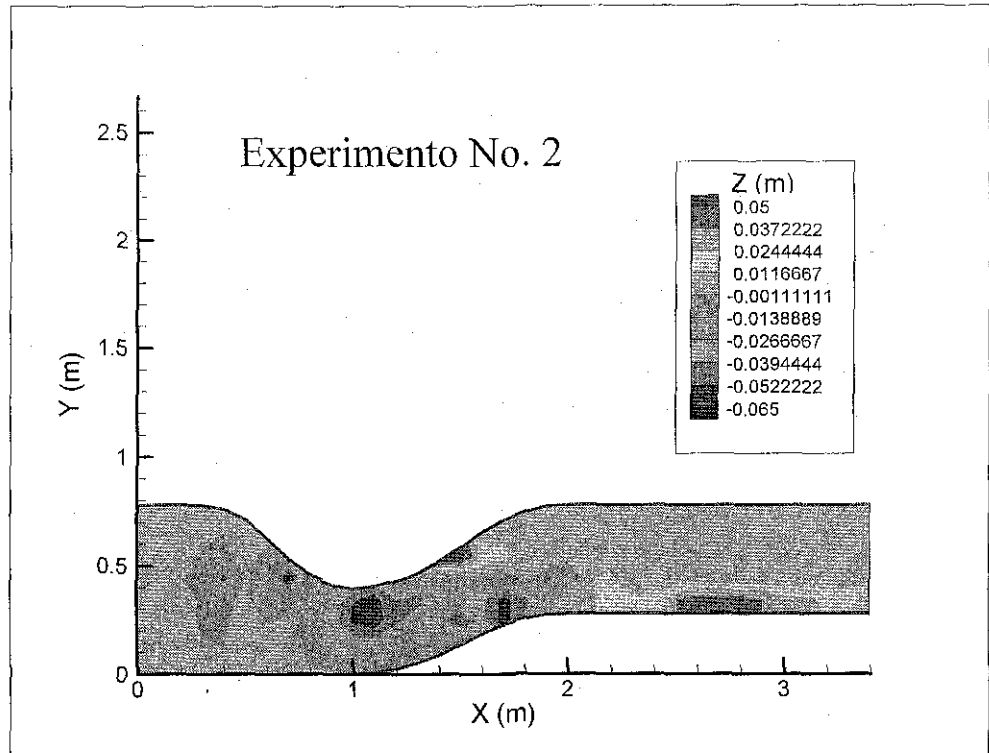


Figura 5.19 Mediciones Experimentales No.2

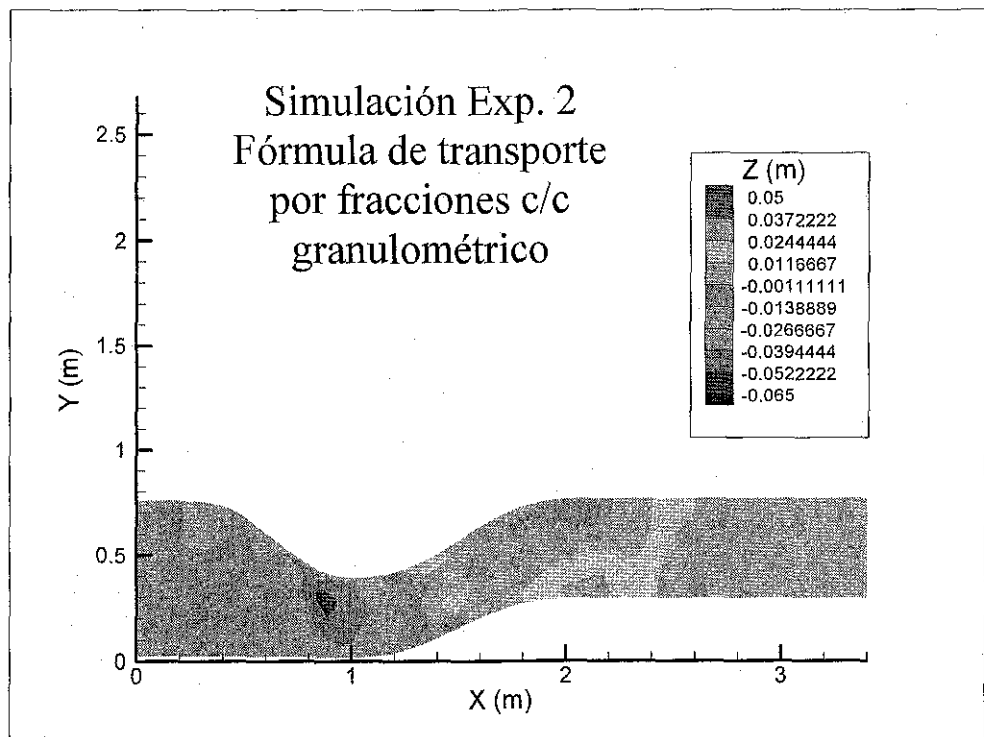


Figura 5.20 Simulación Experimento No.2

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

EXPERIMENTO NO. 3

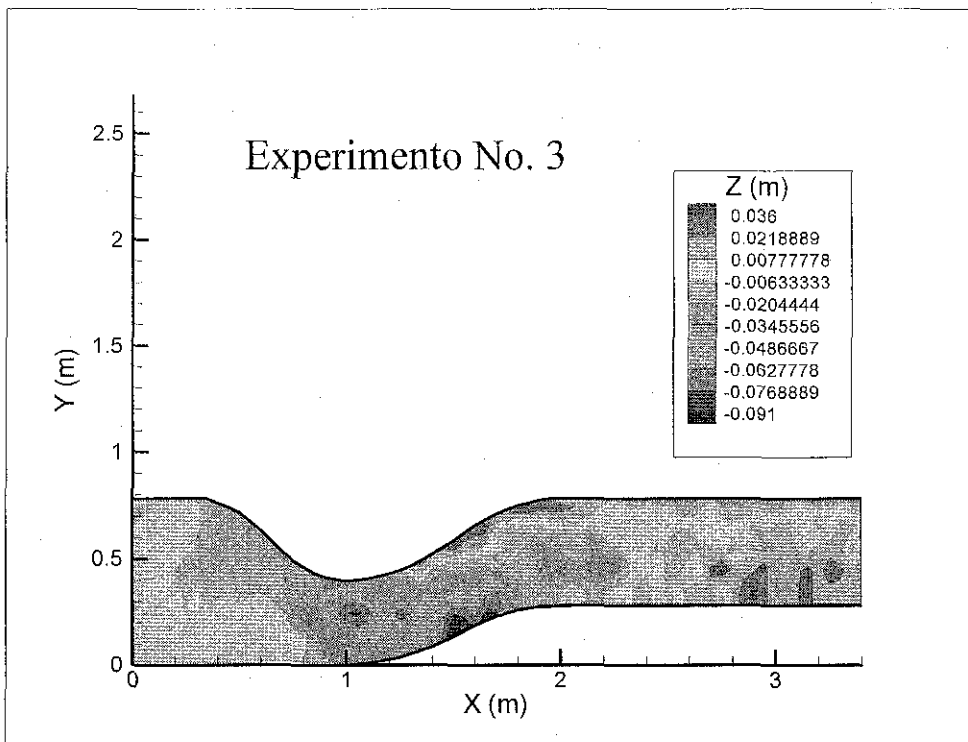


Figura 5.21 Mediciones Experimentales No. 3

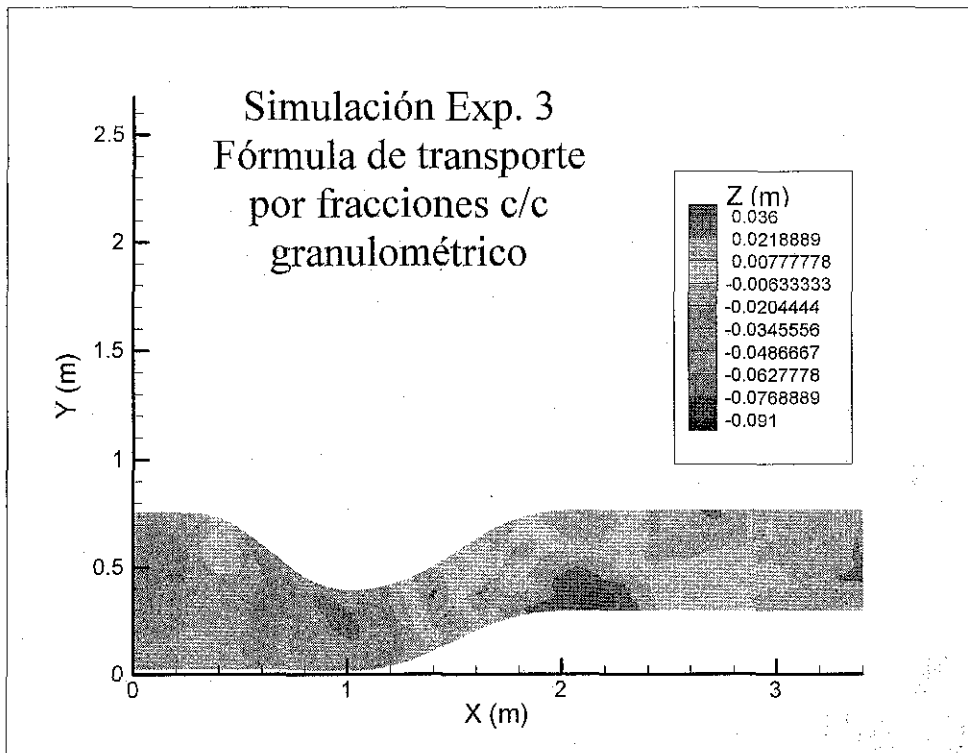


Figura 5.22 Simulación Experimento No.3

EXPERIMENTO NO. 4

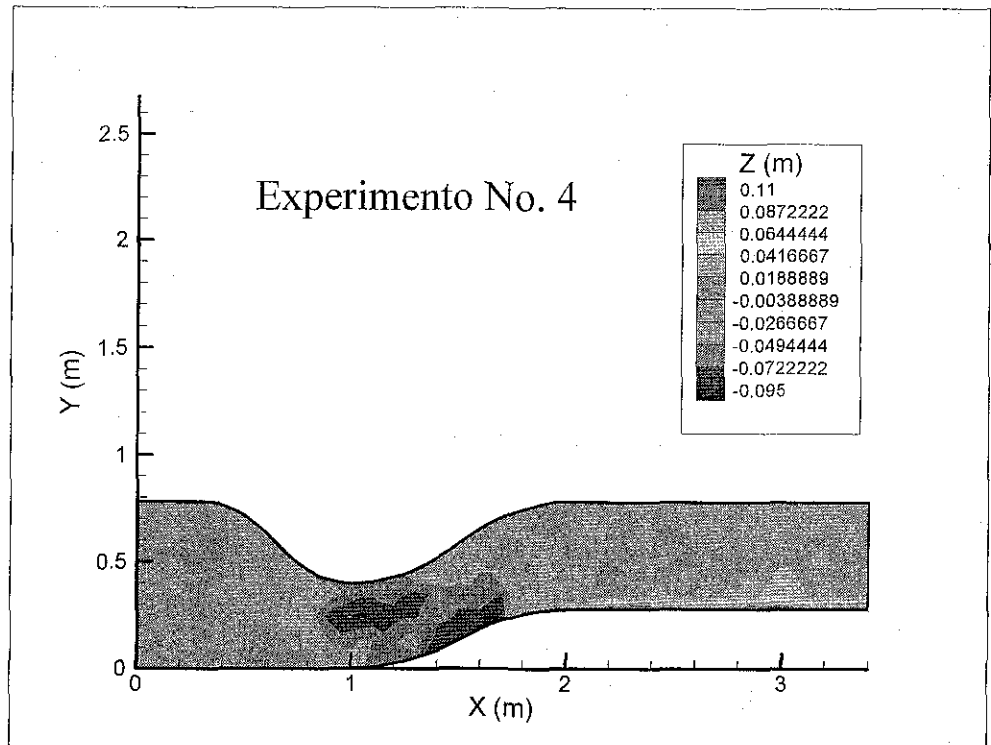


Figura 5.23 Mediciones Experimentales No. 4

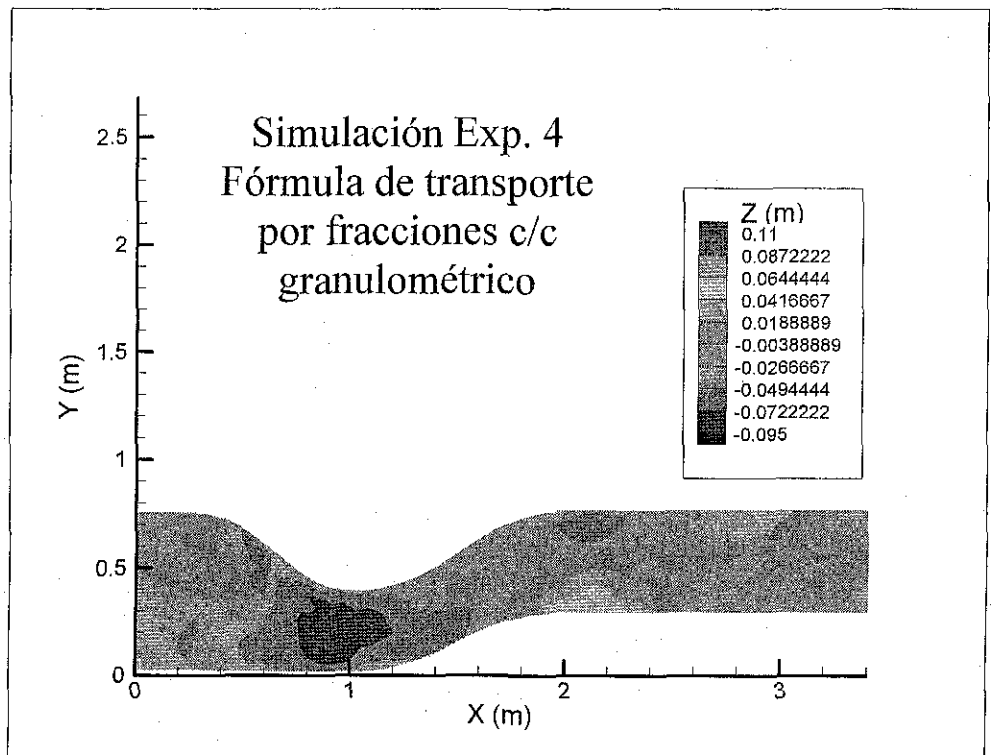


Figura 5.24 Simulación Experimento No.4

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

EXPERIMENTO NO. 5

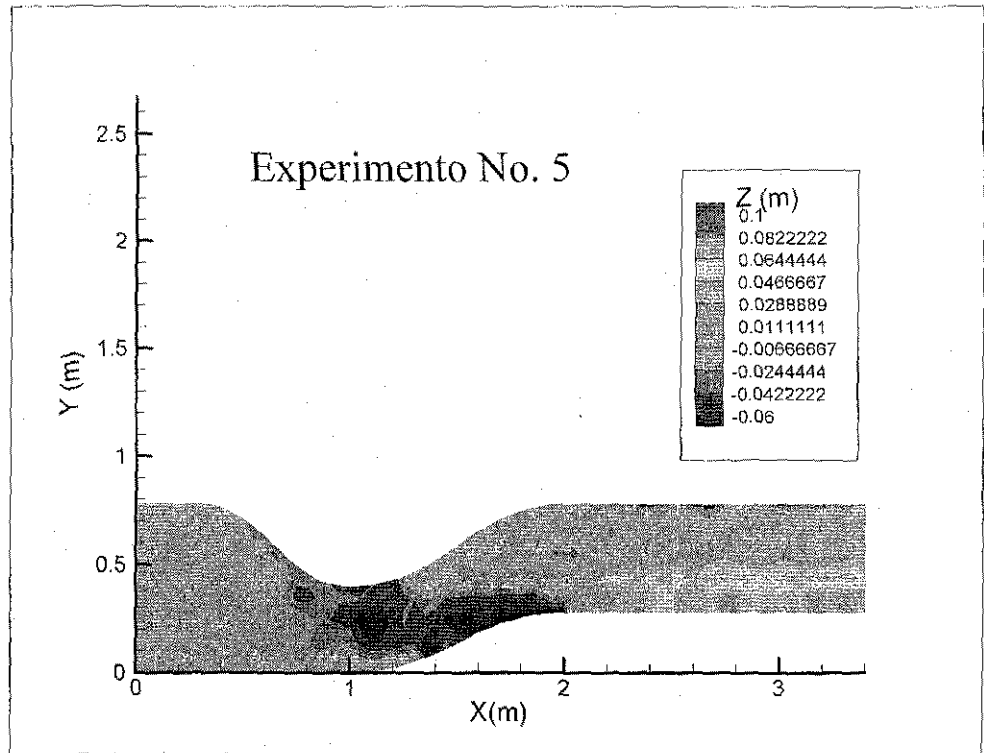


Figura 5.25 Mediciones Experimentales No. 5

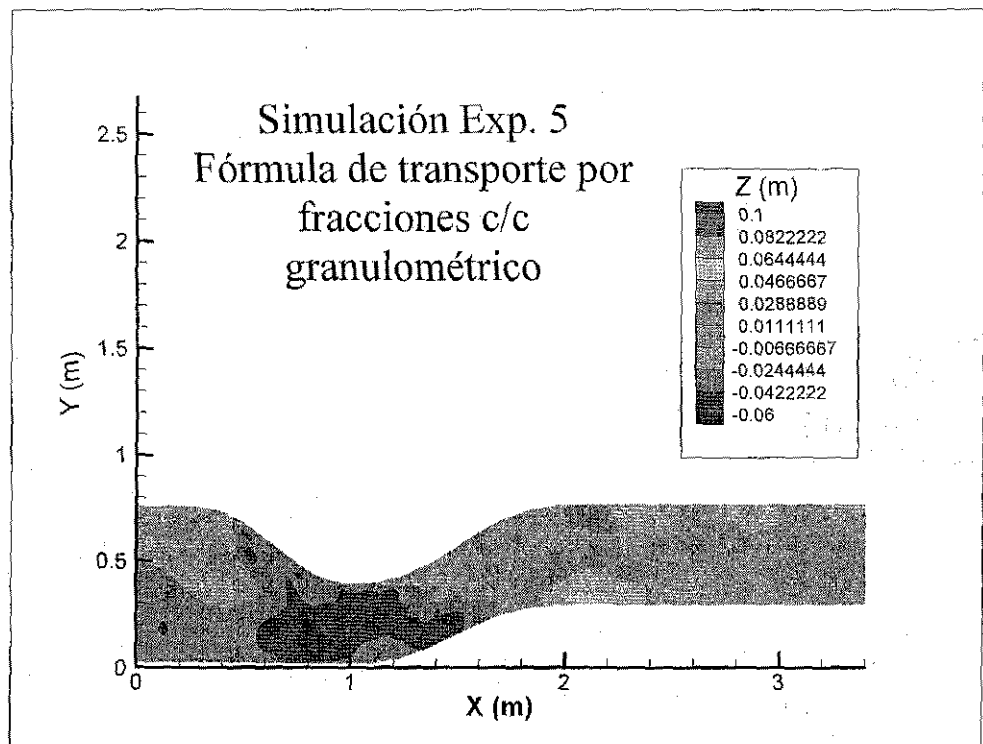


Figura 5.26 Simulación Experimento No.5

EXPERIMENTO NO. 6

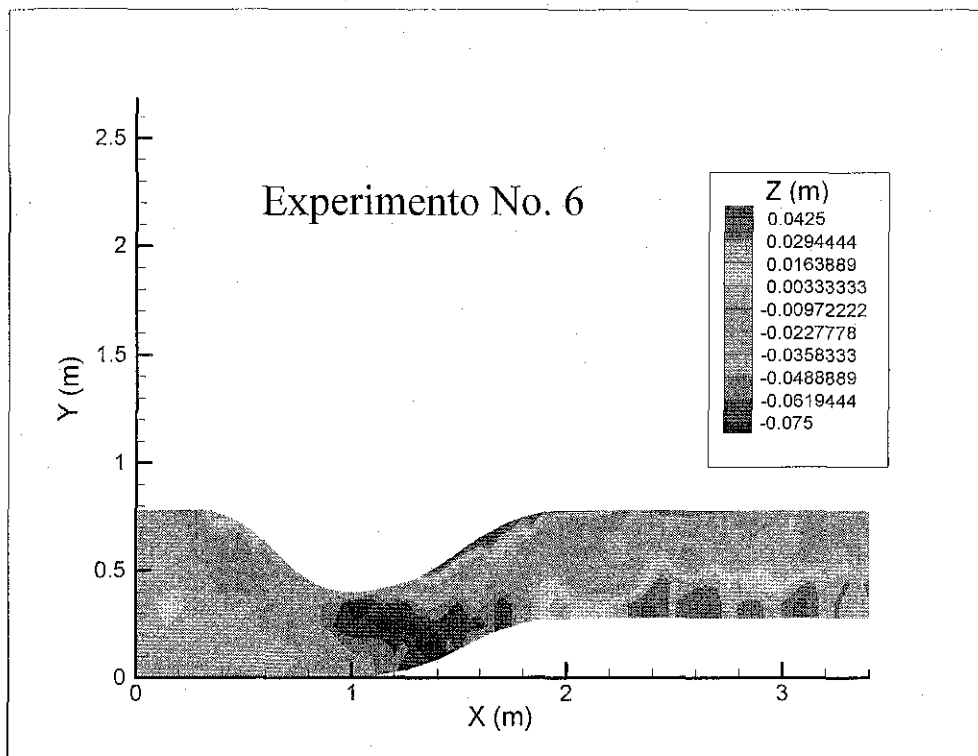


Figura 5.27 Mediciones Experimentales No. 6

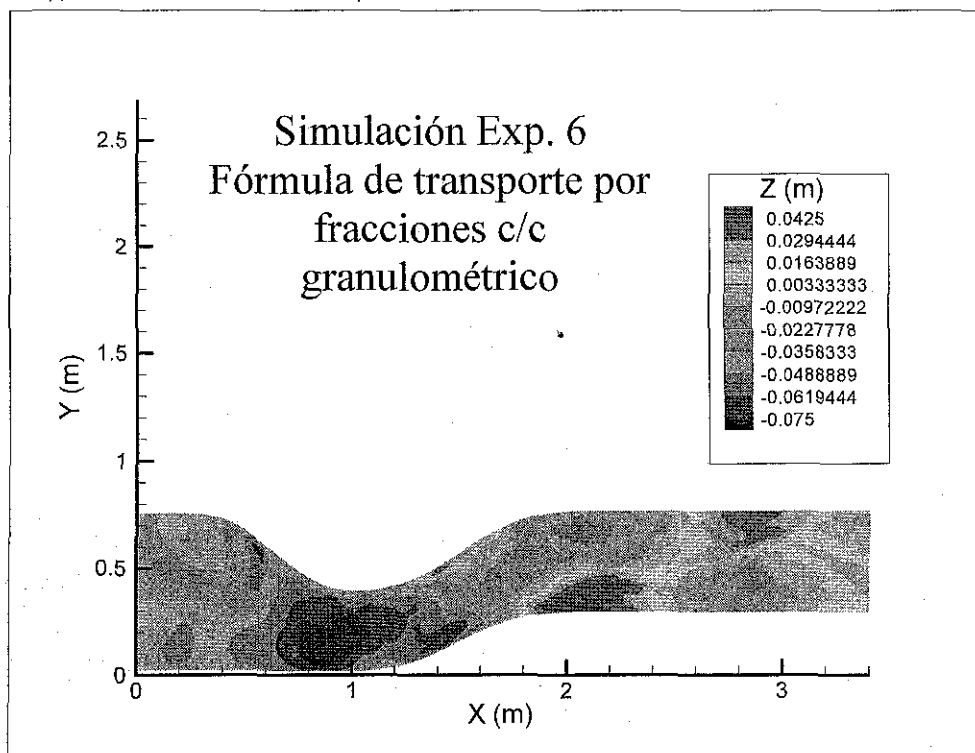


Figura 5.28 Simulación Experimento No.6

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Experimentos 2, 3, 4, 5 y 6

Como se puede apreciar en los experimentos anteriores cada uno es único y sus valores, aunque parecidos son irrepetibles. La experimentación involucra la combinación de muchas variables, por lo que cierta aleatoriedad siempre esta presente.

La aparición del concepto de "capa activa" ha significado un cambio en la forma de pensar sobre el intercambio de partículas y su transporte en el fondo. Esto se debe a la posibilidad de poder representar un volumen donde se hace el balance de cada fracción de la muestra de suelo. Esta particularidad permite establecer un conjunto de ecuaciones donde se consideren como variables, no solo al movimiento del fondo, sino también a la composición granulométrica del mismo.

Así se pueden calcular el movimiento del fondo y la variación granulométrica en función del tiempo. Los resultados de este tipo de modelación se espera que sean más representativos del fenómeno, pues estas consideraciones son las que más se asemejan a la realidad. En las modelaciones realizadas en este trabajo se percibe una buena representación, tanto en la forma como en la magnitud de los resultados obtenidos comparados contra las mediciones experimentales.

Debido a la dificultad para encontrar datos experimentales reportados en la literatura y pensando en lo complicado de la simulación, se consideran a los resultados obtenidos como buenos, aunque no sin destacar que se observa una sobreestimación del área de influencia en zonas determinadas, así como una mejor representación de las zonas erosionadas comparadas con las zonas con depósito.

Debido al carácter bidimensional del modelo, es difícil apreciar la comparación cuantitativa de la evolución del fondo. Pero, con la finalidad de dar otra visión, se pueden considerar algunas zonas específicas para su comparación. Aquí se seleccionó la zona de mayor contracción y se hizo un corte perpendicular, pensando que es una de las zonas de más interés por ser donde hay mayor erosión. Las diferencias entre la modelación y la experimentación se muestran a continuación.

Se hace notar que los valores de las secciones medidas son interpolados a partir de datos puntuales medidos; es decir, las curvas se encuentran suavizadas para que se puedan comparar contra los resultados numéricos.

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

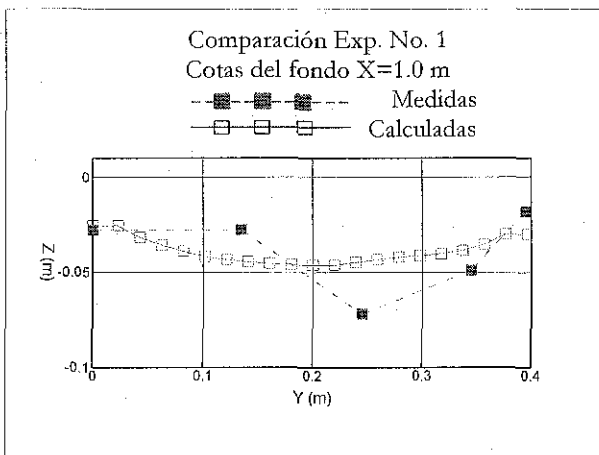


Figura 5.29. Corte en el estrechamiento Exp. 1

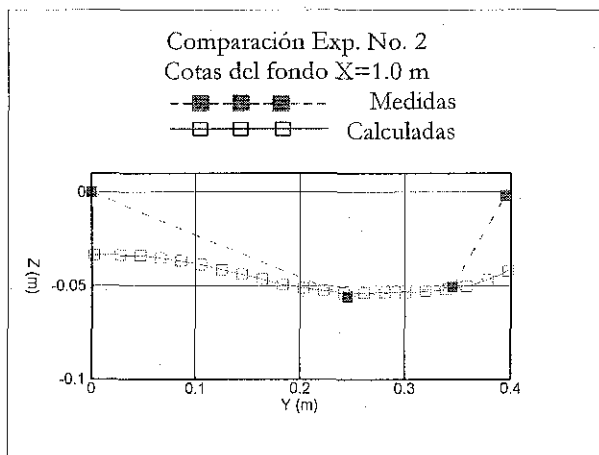


Figura 5.30. Corte en el estrechamiento Exp. 2

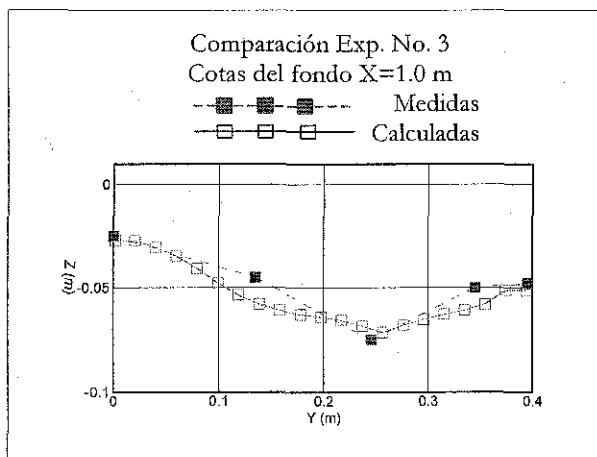


Figura 5.31. Corte en el estrechamiento Exp. 3

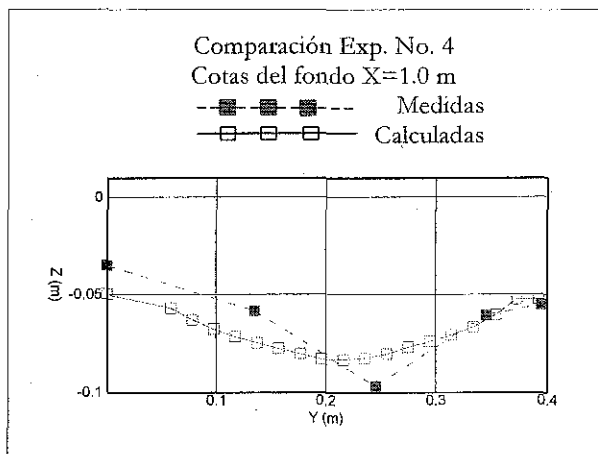


Figura 5.32. Corte en el estrechamiento Exp. 4

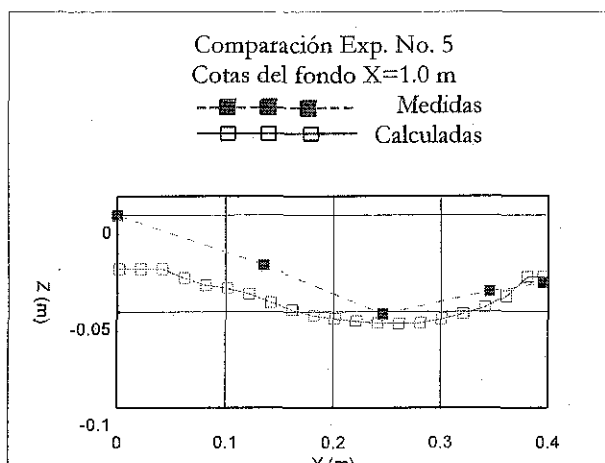


Figura 5.33. Corte en el estrechamiento Exp. 5

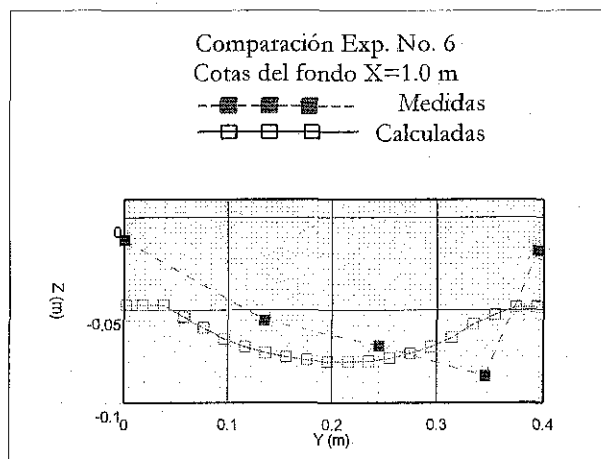


Figura 5.34. Corte en el estrechamiento Exp. 6

Se nota que existe una diferencia entre los resultados medidos experimentalmente y los simulados, ya que el grado de erosión es mayor en los datos experimentales que en los simulados numéricamente. También se aprecia que en la simulación el área de influencia obtenida a partir de la simulación, es mayor que la medida experimentalmente, es decir, aunque la erosión no es tan profunda como en los resultados experimentales, el área erosionada es levemente más ancha. Para la sección seleccionada, los resultados numéricos no difieren más allá de un 30 %, valor aceptable para este tipo de trabajos (van der Zwaard, 1974). Por lo que la forma de la sección obtenida es en general muy semejante a la medida, aunque hay diferencias en algunas zonas.

VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Modelo bidimensional de fondo móvil

Conclusiones y comentarios finales

Se desarrolló un modelo numérico bidimensional de fondo móvil en coordenadas curvilíneas generales, el cual considera el cambio en la distribución granulométrica asociado al movimiento del fondo.

Las hipótesis básicas introducidas en el algoritmo de solución del modelo fueron las siguientes:

- Se aplicó el concepto de capa activa, como la principal hipótesis para estimar el cambio en la granulometría del fondo
- Se consideró que todas las partículas dentro de la capa activa están igualmente expuestas al movimiento, independientemente de su localización
- Con fines de simplificación, el caudal de sedimentos suspendidos no fue calculado separadamente de los sedimentos del fondo; ambos se estimaron aplicando una fórmula de transporte total

Las contribuciones originales aportadas por el presente trabajo son:

- La generación de un modelo numérico bidimensional de fondo móvil en coordenadas curvilíneas generales.

CONCLUSIONES

- La determinación del cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo
- La aplicación del concepto de capa activa en la solución de las ecuaciones de sedimentos en coordenadas curvilíneas generales
- La generación de un modelo matemático de escala media

Los resultados calculados a partir del modelo numérico se compararon contra mediciones experimentales, encontrando resultados muy interesantes entre los cuales se destacan los siguientes:

- Como se ve en la experimentación, la erosión y el depósito en cauces donde se tienen curvas tiene efectos tridimensionales; por lo que, en problemas donde las ecuaciones promediadas en la profundidad sean aplicables, se recomienda el uso de modelos bidimensionales que puedan proporcionar información de la erosión y el depósito tanto longitudinalmente como transversalmente.
- El tratamiento del fondo móvil a través de las distintas variaciones de las fórmulas de transporte (total, por fracciones y por fracciones con cambio granulométrico) simula aspectos distintos en la caracterización del fondo
- Se considera que el mejor pronóstico de la configuración del fondo, se obtiene cuando se modela a través de una fórmula de transporte en la que se considera la variación granulométrica asociada

Entre las aplicaciones que se pueden dar al modelo son (como se comentó en el capítulo 1):

- Estudio de protecciones marginales
- Rectificación de ríos
- Estudios de erosión y depósito en tramos de curvas de ríos
- La determinación de efecto promedio que pueden causar cualquier tipo de estructuras que modifiquen el equilibrio natural en ríos, siempre y cuando las ecuaciones promediadas en la profundidad sean aplicables.
- Pueden ser una alternativa a la construcción de modelos físicos de fondo móvil a escala reducida

Algunas de las ventajas del modelo desarrollado son:

- Gracias al sistema de referencia en coordenadas curvilíneas generales, es posible representar fronteras físicas irregulares con una buena respuesta
- La aplicación del operador de separación al resolver el sistema de ecuaciones, permite explorar diversas técnicas de solución para cada proceso involucrado (advección, difusión y propagación)

- La programación del modelo numérico se hace en forma modular, por lo que se tiene la posibilidad de escoger entre distintas formulas de fricción (Engelund-Hansen, Chezy, Manning, Cruikshnak-Maza, Vanriijn, Karim-Kennedy) y de transporte de sedimentos (Engelund, Vanriijn, Karim)
- Se tiene la posibilidad de adicionar nuevas fórmulas con relativa sencillez

Nuevas líneas de investigación que surgen a partir del trabajo de investigación y que le pueden dar continuidad son:

- El estudio y análisis de la capa activa donde se consideren como puntos principales
 - El espesor límite
 - La revisión de hipótesis realizadas durante la erosión y el depósito
 - La variación y arreglo entre estratos
 - El acorazamiento

La inclusión de los sedimentos suspendidos donde se aborden casos como:

- Una fuerte contribución de sedimentos suspendidos
- La solución simultánea de las ecuaciones de sedimentos e hidrodinámicas en los procesos de advección y difusión
- Consideraciones de transporte en suspensión, de fondo y su mezcla

El desarrollo del modelo pensando en fronteras móviles que incluiría:

- Hipótesis básicas del movimiento y estabilidad de las márgenes
- Modelo hidrodinámico adaptable a las fronteras
- Modelo de fondo móvil con cambio granulométrico

De igual manera, numéricamente se pueden hacer muchas mejoras, explorando nuevas técnicas de solución, de acoplamiento del sistema de ecuaciones y distintas formas de programación.

Finalmente se dirá que el estudio y movimiento del fondo es un problema muy complejo, donde se involucran dos procesos que van relacionados mutuamente como son: la hidrodinámica y el movimiento de sedimentos.

En este trabajo se pretendió explorar una de las técnicas de solución que se pueden aplicar en este tipo de modelos; la simulación bidimensional en coordenadas curvilíneas generales. Los resultados obtenidos se consideran satisfactorios y se tiene optimismo en seguir trabajando con esta línea de investigación, aunque claro, no se descartan la adición de nuevas técnicas y posibles mejoras que vayan surgiendo con el tiempo y que refuercen el trabajo realizado.

CONCLUSIONES

Discretización de los coeficientes en las ecuaciones de sedimentos

La discretización de la ecuación de continuidad global de sedimentos, que después de ser linealizada con la ecuación (3.1), se reescribe como:

$$a_{1,1} \Delta S_1 + a_{1,2kk} \Delta S_{2kk} = f_1 \quad kk=1,k \quad (\text{A.1})$$

donde:

$$a_{1,1} = \frac{\partial F_1}{\partial S_1} = \frac{\partial F_1}{\partial z_b} = \frac{\rho_s (1-p)}{\Delta t} \quad (\text{A.2})$$

$$a_{1,2kk} = \frac{\partial F_1}{\partial S_2} = \frac{\partial F_1}{\partial \beta_{kk}} = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$f_1 = -F_1 \left(\vec{m} S^{n+1} \right) = -\frac{\rho_s (1-p)}{\Delta t} \left[\overset{m}{z}_b^{n+1} - z_b^n \right] - \sum_{k=1}^k (\text{div } q_b) \quad (\text{A.4})$$

En estas ecuaciones, el subíndice kk denota la variable de sedimento evaluada, mientras que k denota el tamaño de clase de una fracción particular de sedimento. Como todas las variables son evaluadas en el punto P , no es necesario un subíndice para denotarlo.

La discretización de la ecuación de continuidad para el tamaño k -ésimo de sedimento en la capa activa ecuación (3.2), después de ser linealizada, se escribe como:

DISCRETIZACIÓN DE COEFICIENTES

$$a_{2k,1} \Delta S_1 + a_{2k,2kk} \Delta S_{2kk} = f_{2k} \quad kk=1,k \quad (\text{A.5})$$

donde:

$$a_{2k,1} = \frac{\partial F_{2k}}{\partial S_1} = \frac{\partial F_{2k}}{\partial z_b} = \frac{\rho_s (1-p)^m}{\Delta t} \beta_k^{n+1} (E_m)'_{,1} - (S_e)'_{k,1} \quad (\text{A.6})$$

$$a_{2k,2kk} = \frac{\partial F_{2k}}{\partial S_2} = \frac{\partial F_{2k}}{\partial \beta_{kk}} = 0 \quad \text{si } k \neq kk \quad (\text{A.7})$$

$$a_{2k,2kk} = \frac{\partial F_{2k}}{\partial S_2} = \frac{\partial F_{2k}}{\partial \beta_{kk}} = \frac{\rho_s (1-p)}{\Delta t} \left[{}^m E_m^{n+1} + {}^m \beta_k^{n+1} (E_m)'_{,2kk} \right] \quad \text{si } k=kk \quad (\text{A.8})$$

aquí $(E_m)'_{,2kk}$ denota la derivada del espesor de la capa activa con respecto a la variable $s_{2kk} = \beta_{kk}$

Proceso de propagación

Se introduce el coeficiente de peso $\alpha \in [0,1]$ para afectar las derivadas espaciales. Sustituyendo los términos de los esfuerzos en el fondo descritos con las ecuaciones 2.4 y 2.5, las ecuaciones 3.13 y 3.14 se escriben como:

$$\left(\frac{\Delta H}{\Delta t}\right)_{(x,y)} + \alpha \operatorname{div} \vec{U}^{n+1} + (1-\alpha) \operatorname{div} \vec{U}^n = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^{n+2/3}}{\Delta t} + g[\alpha h^{n+1} \operatorname{grad} H^{n+1} + (1-\alpha) h^n \operatorname{grad} H^n] + g S_f = 0 \quad (\text{B.2})$$

Con la finalidad de que S_f quede en término de la velocidad y poder integrarla de forma implícita en la solución se usa la siguiente aproximación:

$$S_f = \vec{U}^{n+1} \cdot S_{fi} \quad (\text{B.3})$$

donde el término S_{fi} depende de la fórmula de fricción elegida y está en función de la velocidad calculada a partir de la etapa anterior. Así la ecuación (B.2) queda:

$$\frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^{n+2/3}}{\Delta t} + g[\alpha h^{n+1} \operatorname{grad} H^{n+1} + (1-\alpha) h^n \operatorname{grad} H^n] + g \vec{U}^{n+1} \cdot S_{fi} = 0 \quad (\text{B.4})$$

La forma de la ecuación B.4. permite evaluar el término de fricción de manera semi-implícita.

El término S_{fi} se obtiene a partir de las ecuaciones básicas de fricción y se busca que tengan la forma de la ecuación B.3. A continuación se muestran las ecuaciones de fricción aquí empleadas en la forma deseada.

PROCESO DE PROPAGACIÓN

CHEZY

$$S_{f1} = \frac{|U|^{\frac{n+2}{3}}}{C^2 h^2} \quad (B.5)$$

donde

C = coeficiente de rugosidad Chezy

MANNING

$$S_{f1} = \frac{|U|^{\frac{n+2}{3}}}{h^{\frac{4}{3}}} n \quad (B.6)$$

donde

n = coeficiente de rugosidad Manning

ENGELUND - HANSEN

$$S_{f1} = \frac{\left(|U|^{\frac{n+2}{3}} \right)^{(\exp b^* 2) - 1}}{C_1} \quad (B.7)$$

donde

$$C_1 = 75.1 g D_{65} h \left[k \Delta a \left(\frac{h}{k \Delta D_{65}} \right)^b \right]^{1.25} \quad (B.8)$$

$$k = \frac{D_{35}}{D_{65}} \quad (B.9)$$

$$\theta = \frac{hS_{f1}}{\Delta D_{35}} \tag{B.10}$$

$$S_{f1} = \frac{\left(U^{n+2/3} \right)^2}{75.1ghD_{65} \left(\frac{h}{D_{65}} \right)^{1.25}} \tag{B.11}$$

donde los valores de a y b, se obtienen de la siguiente tabla (Berezowsky y Jiménez, 1993).

| <u>Configuración del fondo</u> | <u>Rango de θ</u> | <u>a</u> | <u>B</u> |
|--------------------------------|-------------------------------------|----------|----------|
| Fondo plano | $\theta \leq 0.055$ | 1.000 | 1.000 |
| Dunas 1 | $0.055 < \theta \leq 0.300$ | 0.143 | 0.328 |
| Dunas 2 | $0.300 < \theta < 0.900$ | 0.439 | 1.259 |
| Dunas 3 | $0.900 \leq \theta < 1.080$ | 0.698 | 5.760 |
| Fondo plano | $1.080 \leq \theta$ | 1.000 | 1.000 |

Tabla A.1. Valores de los coeficientes a y b de la formula de Engelund-Hansen

CRUICKSHANK - MAZA

En régimen inferior

$$S_{f1} = \Delta \frac{\left(\left| U \right|^{n+2/3} \right)^{1.193}}{7.58w_{50} \left[\left(\frac{h}{D_{84}} \right)^{0.634} \right]^{2.193}} \tag{B.12}$$

si

PROCESO DE PROPAGACIÓN

$$S_{f1} \leq \frac{1}{83.5 \left(\frac{h}{D_{84}} \right)^{0.350}} \quad (B.13)$$

En régimen superior

$$S_{f1} = \Delta \frac{\left(\left| \vec{U} \right|^{n+\frac{2}{3}} \right)^{1.841}}{6.50 w_{50} \left[\left(\frac{h}{D_{84}} \right)^{0.644} \right]^{2.841}} \quad (B.14)$$

si

$$S_{f1} \geq \frac{1}{66.5 \left(\frac{h}{D_{84}} \right)^{0.382}} \quad (B.15)$$

Determinación de los flujos U y V

Los flujos U y V se pueden encontrar a partir de la ecuación B.4. como se indica a continuación

$$\vec{U}^{n+1} = \frac{U^{n+\frac{2}{3}}}{C_1} - \frac{g\Delta t}{C_1} [\alpha h^{n+1} \text{grad} H^{n+1} + (1-\alpha) h^n \text{grad} H^n] \quad (B.16)$$

donde

$$C_1 = 1 + g\Delta t S_{f1} \quad (B.17)$$

A partir de B.16 y B.17, las derivadas de los flujos unitarios U y V se pueden expresar en términos lineales en función del cambio de la cota de la superficie libre del agua.

Desarrollando en coordenadas curvilíneas los operadores divergencia de \vec{U} que aparecen en la ecuación 3.13 se obtiene:

$$\alpha \text{div} \vec{U}^{n+1} = \frac{\alpha}{J} [y_\eta U_\xi^{n+1} - y_\xi U_\eta^{n+1} + x_\xi V_\eta^{n+1} - x_\eta V_\xi^{n+1}] \quad (B.18)$$

$$(1-\alpha) \text{div} \vec{U}^n = \frac{(1-\alpha)}{J} [y_\eta U_\xi^n - y_\xi U_\eta^n + x_\xi V_\eta^n - x_\eta V_\xi^n] \quad (B.19)$$

Adicionalmente, la variación en el tiempo de la cota de la superficie libre del agua, H , se escribe:

$$(H_t)_{(x,y)} = (H_t)_{(\xi,\eta)} + \frac{1}{J} \left[(H_\xi x_\eta - H_\eta x_\xi)(y_t)_{(\xi,\eta)} - (H_\xi y_\eta - H_\eta y_\xi)(x_t)_{(\xi,\eta)} \right] \quad (B.20)$$

De manera que la ecuación 3.13 queda

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Delta H}{\Delta t} \right)_{(\xi,\eta)} + \frac{\alpha}{J} (y_\eta U_\xi^{n+1} - x_\eta V_\xi^{n+1}) + \frac{1}{J} (x_\eta y_t - y_\eta x_t) H_\xi + \\ & \frac{(1-\alpha)}{J} (y_\eta U_\xi^n - x_\eta V_\xi^n) + \frac{\alpha}{J} (x_\xi V_\eta^{n+1} - y_\xi U_\eta^{n+1}) + \frac{1}{J} (y_\xi x_t - x_\xi y_t) H_\eta + \\ & \frac{(1-\alpha)}{J} (x_\xi V_\eta^n - y_\xi U_\eta^n) = 0 \end{aligned} \quad (B.21)$$

Las derivadas de los flujos unitarios U y V se pueden obtener a partir de:

$$grad H^{n+1} = \frac{1}{J} \left[(y_\eta H_\xi^{n+1} - y_\xi H_\eta^{n+1}) \hat{i} + (x_\xi H_\eta^{n+1} - x_\eta H_\xi^{n+1}) \hat{j} \right] \quad (B.22)$$

$$grad H^n = \frac{1}{J} \left[(y_\eta H_\xi^n - y_\xi H_\eta^n) \hat{i} + (x_\xi H_\eta^n - x_\eta H_\xi^n) \hat{j} \right] \quad (B.23)$$

Considerando las ecs (B.22) y (B.23), separando el componente X :

$$U^{n+1} = \frac{U^{n+2/3}}{C_1} - \frac{g\Delta t}{C_1} \left[\frac{\alpha h^{n+1}}{J} (y_\eta H_\xi^{n+1} - y_\xi H_\eta^{n+1}) + \frac{(1-\alpha)h^n}{J} (y_\eta H_\xi^n - y_\xi H_\eta^n) \right] \quad (B.24)$$

En esta última ecuación si se considera que $H^{n+1} = H^n + \Delta H$ y $h^{n+1} = h^n + \Delta H$

$$U^{n+1} = \frac{U^{n+2/3}}{C_1} - \frac{g\Delta t}{C_1} \frac{\alpha}{J} y_\eta (h^n \Delta H_\xi + H_\xi^n \Delta H_\xi) + \quad (B.25)$$

$$\frac{g\Delta t}{C_1} \frac{\alpha}{J} y_\xi (h^n \Delta H_\eta + Z_\eta^n \Delta H) + \frac{g\Delta t}{C_1} \frac{h^n}{J} (y_\xi H_\eta^n + y_\eta H_\xi^n)$$

O de manera simplificada:

$$U^{n+1} = \alpha_1 \Delta H_\xi + \beta_1 \Delta H + \gamma_1 + \alpha_2 \Delta H_\eta + \beta_2 \Delta H + \gamma_2 \quad (B.26)$$

Similarmente en el componente Y :

$$V^{n+1} = \alpha_3 \Delta H_\eta + \beta_3 \Delta H + \gamma_3 + \alpha_4 \Delta H_\xi + \beta_4 \Delta H + \gamma_4 \quad (B.27)$$

con :

PROCESO DE PROPAGACIÓN

$$\alpha_1 = -\frac{\alpha g \Delta t}{C_1 J} y_\eta h^n \quad (\text{B.28})$$

$$\beta_1 = \frac{\alpha_1}{h^n} H_\xi^n \quad (\text{B.29})$$

$$\gamma_1 = \frac{U^{n+2/3}}{C_1} + \frac{\alpha_1}{\alpha} H_\xi^n = \frac{U^{n+2/3}}{C_1} + \frac{\beta_1 h^n}{\alpha} \quad (\text{B.30})$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha g \Delta t}{C_1 J} y_\xi h^n \quad (\text{B.31})$$

$$\beta_2 = \frac{\alpha_2}{h^n} H_\eta^n \quad (\text{B.32})$$

$$\gamma_2 = \frac{\beta_2 h^n}{\alpha} \quad (\text{B.33})$$

$$\alpha_3 = -\frac{\alpha g \Delta t}{C_1 J} x_\xi h^n \quad (\text{B.34})$$

$$\beta_3 = \frac{\alpha_3}{h^n} H_\eta^n \quad (\text{B.35})$$

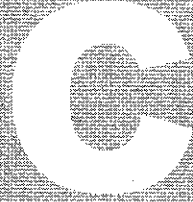
$$\gamma_3 = \frac{V^{n+2/3}}{C_1} + \frac{\beta_3 h^n}{\alpha} \quad (\text{B.36})$$

$$\alpha_4 = \frac{\alpha g \Delta t}{C_1 J} y_\eta h^n \quad (\text{B.37})$$

$$\beta_4 = \frac{\alpha_4}{h^n} H_\xi^n \quad (\text{B.38})$$

$$\gamma_4 = \frac{\beta_4 h^n}{\alpha} \quad (\text{B.39})$$

La discretización de la ecuación B.21, puede desarrollarse linealmente en términos del cambio en la cota de la superficie libre del agua usando las expresiones (B.26) – (B.39). Tal como se indicó, esta ecuación se discretiza alrededor de los nodos de la malla H de la figura 3.1 con la intención de resolver la etapa de propagación.



Malla de cálculo y campos de flujo

La principal característica del modelo numérico es la transformación del espacio geométrico normalmente referenciado en el cartesiano a un espacio curvilíneo. La idea principal es dividir la geometría del fluido en pequeños elementos o células y resolver el sistema de ecuaciones en cada una. En el presente trabajo se utilizó un generador elíptico para distribuir suavemente puntos en una malla con estructura cuadrilateral, donde los elementos no necesariamente tienen que cumplir con criterios de ortogonalidad (Olsen, 1997).

En la figura (C.1), se puede apreciar la malla de cálculo generada para resolver el sistema de ecuaciones. En ella se puede apreciar claramente como algunos de sus elementos no son ortogonales.

Este tipo de transformación a un sistema de referencia curvilíneo facilita la representación de fronteras físicas irregulares, como son las que se presentan en la naturaleza.

En las figuras C.2 y C.3 se muestran los campos de flujo calculados a partir de las condiciones iniciales y de frontera. Como el rango del gasto líquido no fue muy grande (13.8 a 15 l/s) no existe una gran variación entre un experimento y otro, por lo que de manera representativa solamente se muestran dos casos, siendo los restantes muy similares.

La hidrodinámica representada en estas figuras corresponde al 1 hora de modelación con el fondo fijo, es decir primero se estabilizó el flujo y después se inició el estudio del movimiento del fondo.

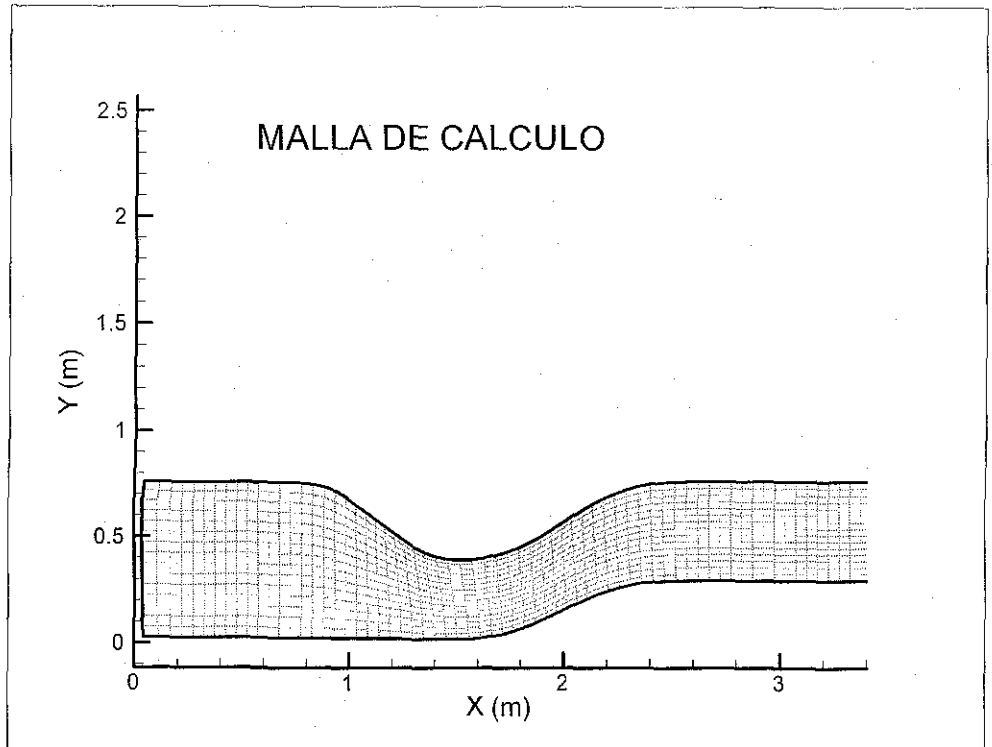


Figura C.1. Malla de cálculo

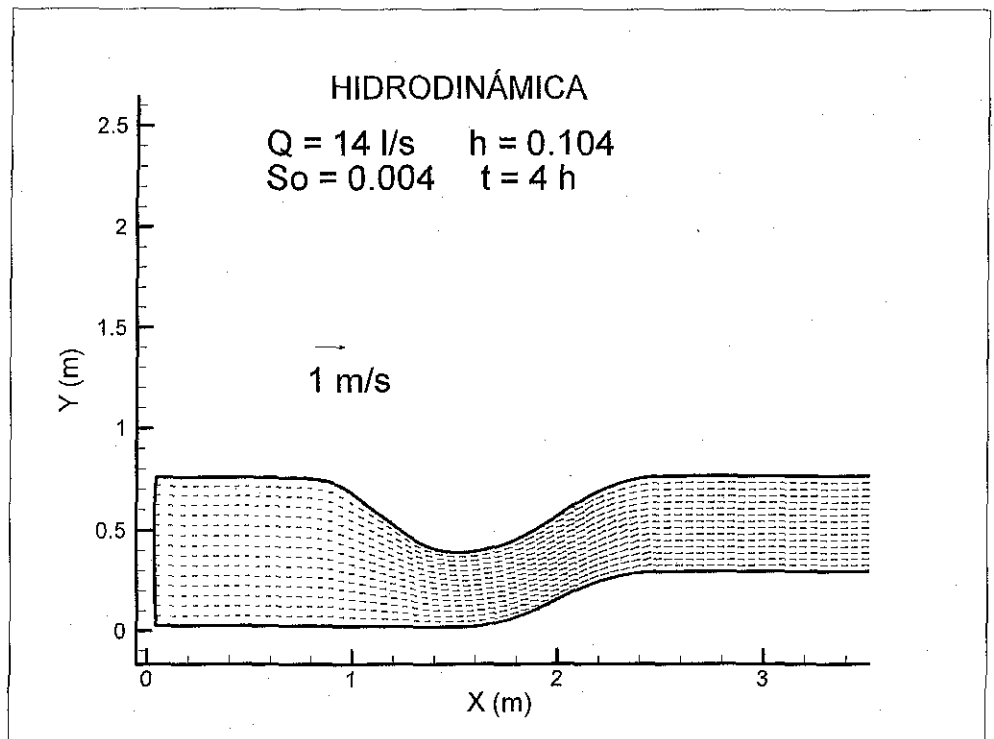


Figura C.2. Campo de flujo líquido (Experimento No. 1)

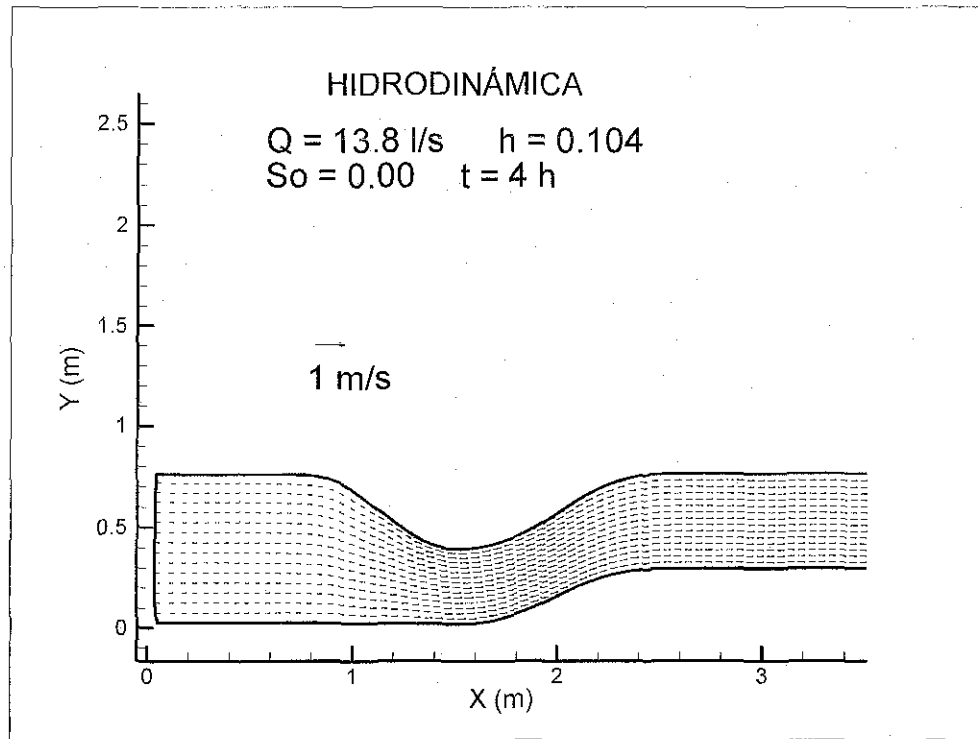


Figura C.3. Campo de flujo líquido (Experimento No. 2)

MALLA DE CÁLCULO Y CAMPOS DE FLUJO

Filtro numérico y condiciones de estabilidad

Debido a que el método de diferencias finitas es aproximado e induce errores numéricos de truncado, el método de solución puede no tener una solución numérica estable. Para lograr la estabilidad del modelo es común aplicar un filtro que suavice la solución.

En el modelo numérico desarrollado en el presente trabajo, se aplica un filtro como el propuesto por Abbot (1979), pero se ha adaptado a un flujo bidimensional. El filtro consiste en modificar a cada una de las variables dependientes en función de los valores vecinos de la misma variable.

Esta representación se escribe como:

$$R_f = X_{i-1,j} + X_{i+1,j} + X_{i,j-1} + X_{i,j+1} \quad (D.1)$$

$$X_{i,j}^f = (1 - 4\alpha)X_{i,j} + \alpha R_f \quad (D.2)$$

donde: $X_{i,j}$ es la variable a filtrar, R_f es el promedio de los valores en las celdas vecinas, α es un factor de peso el cual varía ($0 \leq \alpha \leq 0.25$) y $X_{i,j}^f$ es la variable filtrada.

Puesto que la variable filtrada se obtiene con base en el promedio pesado de las variables en las celdas vecinas, al aplicar la expresión D.2 a las celdas que definen las fronteras, se debe tener cuidado de que el promedio sea solamente con las celdas en las que se tiene valor.

En las siguientes gráficas se aprecia la influencia del valor de el factor de peso α en la estimación del movimiento del fondo.

Para elegir el mejor valor de α , las gráficas de la simulación se compararon contra los datos medidos experimentalmente. Encontrando que la mejor representación se obtiene para un valor de $\alpha = 0.01$ que se aplica cada 10 incrementos de tiempo.

FILTRO NUMÉRICO

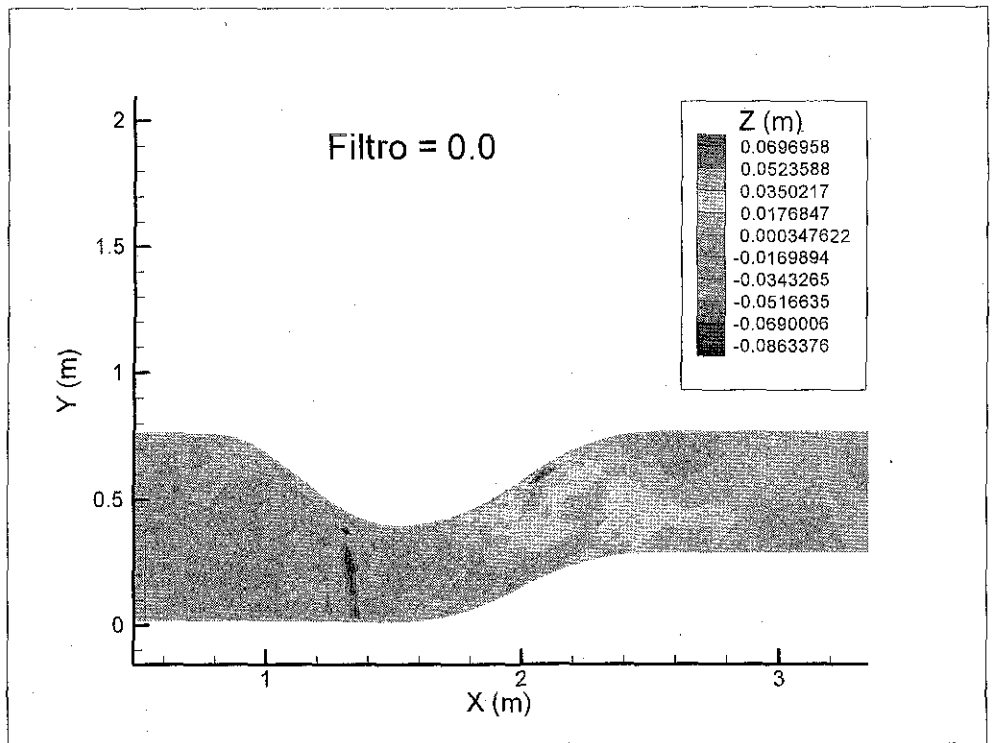


Figura D.1 Influencia del factor de peso en la simulación numérica

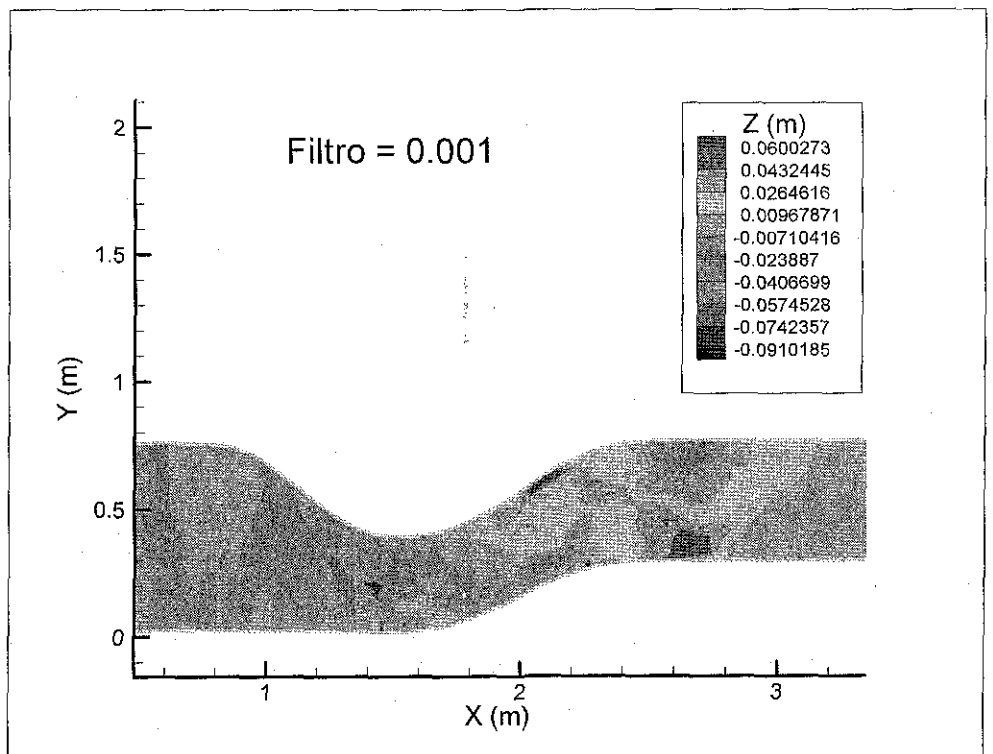


Figura D.2 Influencia del factor de peso en la simulación numérica

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

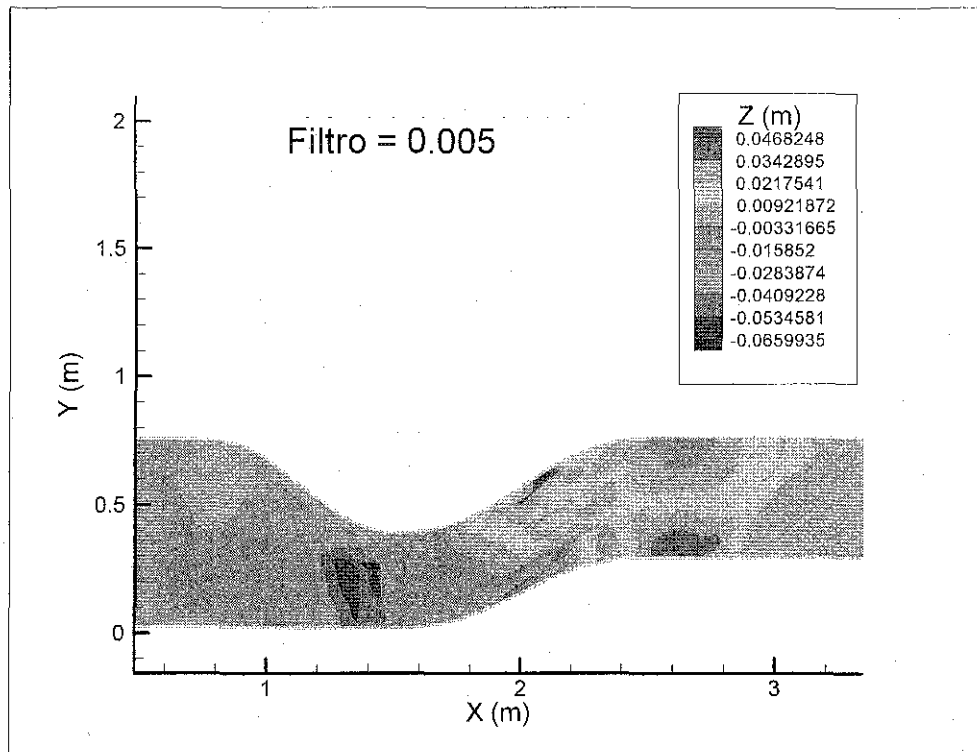


Figura D.3 Influencia del factor de peso en la simulación

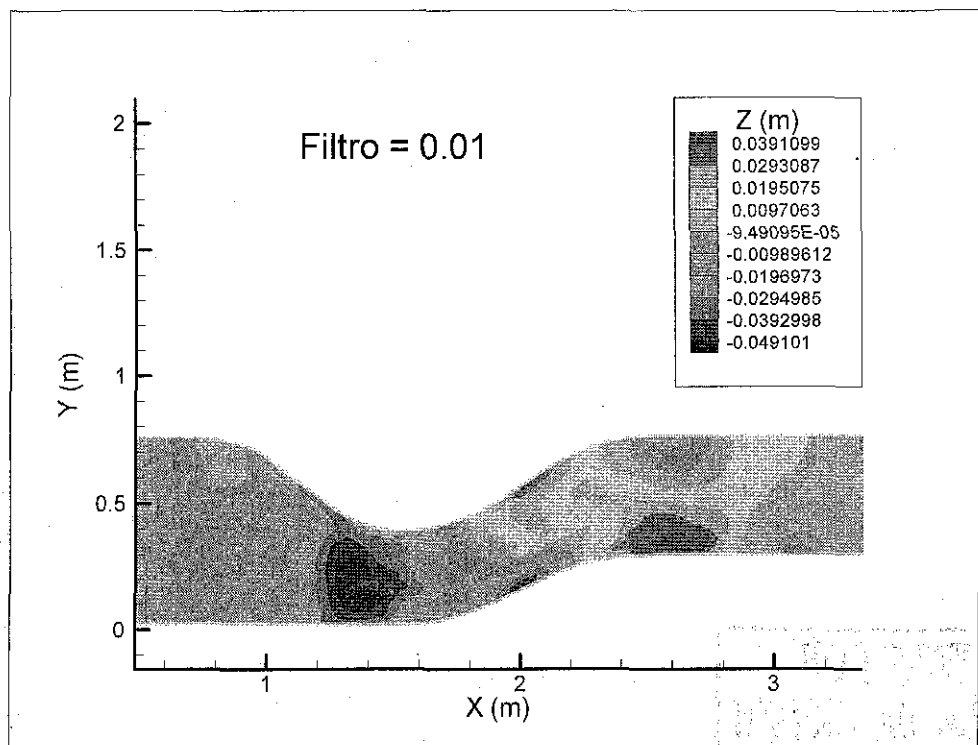


Figura D.4 Influencia del factor de peso en la simulación

FILTRO NUMÉRICO

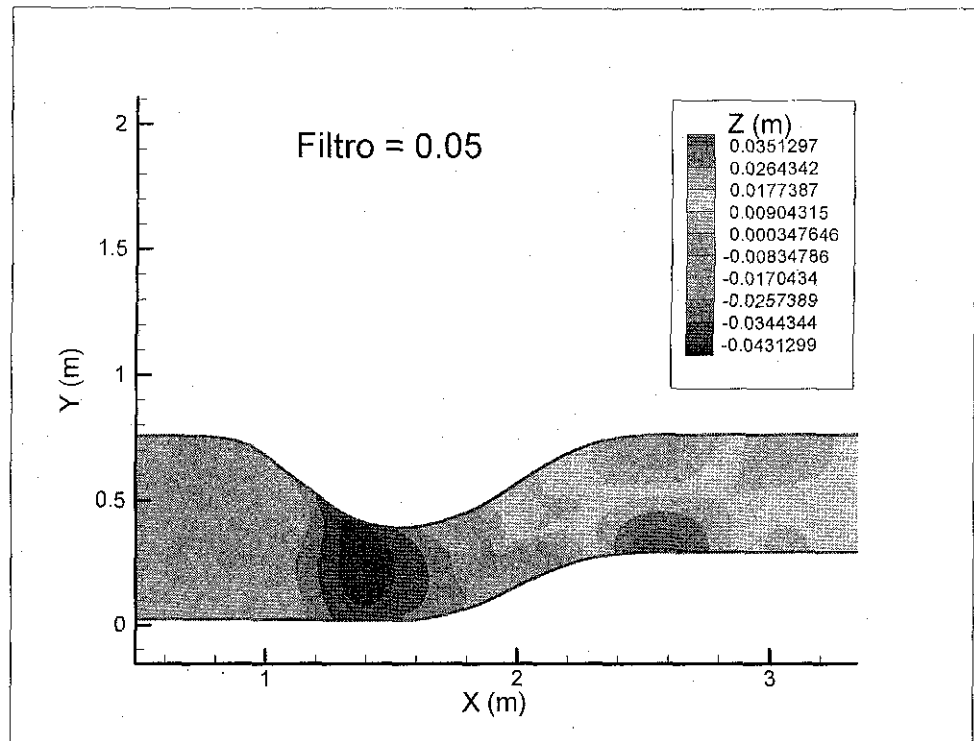


Figura D.5 Influencia del actor de peso en la simulación

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN

Referencias

- Ackers, P and White, R, "*Sediment Transport: New Approach and Analysis*", Journal of Hydraulic Division, vol 99, No. HY11, Pp 2041-2061. November 1973.
- Aguirre, J. "*Hidráulica de sedimentos*", ULA. Mérida, Venezuela 1980.
- Akbari G. and Ghumman A., "*A simple bed armouring algorithm for graded sediment routing in rivers*", Proceeding Congress of the International Association of hydraulic Research. Pp 1481-1487. IAHR. 1997.
- Anderson J., "*Computational Fluid Dynamics*", McGraw-Hill, New York, USA. 1995.
- Basile P., "*Modelación de procesos de erosión-sedimentación en ríos con lechos de sedimentos heterogéneos*", Cuadernos del CURIHAM, Vol.5, 2°. Semestre 1999, Pp, 89-99. Universidad Nacional del Rosario, Argentina.
- Basile P., "*Revisión de ecuaciones de transporte modificadas para sedimentos heterogéneos*", Memorias del XIX Congreso Latinoamericano de hidráulica, Pp. 369-378, Córdoba, Argentina, 2000.
- Belleudy P. "*Numerical simulation of sediment mixture deposition part 1: analysis of a flume experiment*". Journal of Hydraulic Research, vol 38, No 6, Pp 417-425, 2000.
- Bennet J.P. and Nordin, C.F. "*Simulation of sediment transport and armoring*", Hydrological Sciences Bulletin, XXII, Vol. 4, No.12, 1970, Pp 555-569.
- Benque J. P., Cunge JA., Feuillet J., Hauguel A. and Holly FM. "*New method for tidal current computation*". Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Div., ASCE, Vol. 108, No. WW3, Pp 396-417. 1982
- Benque J.P. Hauguel A. and Viollet, P. L. "*Numerical models in environmental fluid mechanics, Engineering applications of computational Hydraulics*", Vol.II, Pitman Publishing Inc. (1982)

REFERENCIAS

- Berezowsky M. y Jiménez A., "*Flujo no permanente en ríos*", Capítulo 6 del Manual de Ingeniería de ríos. Series del Instituto de Ingeniería, UNAM, México. (1995)
- Berezowsky M. y Jiménez A., "*Cálculo de perfiles en ríos de fondo arenosos son métodos de resistencia al flujo de hidráulica fluvial*", Series del Instituto de Ingeniería No.557, UNAM, México. (1997)
- Berezowsky M. and Jiménez A., "*NFONDO: A Mathematical Model for Alluvial Processes*", Proceeding of the Conference on Management of Landscapes Disturbed by Channel Incision, 1997, Pp 401-406.
- Bora D., Alonso C. And Prasad N. "*Routing graded sediment in streams: Formulations*" Journal of Hydraulic Division, Vol 108, No. HY12, December 1982, Pp 1486-1503.
- Cruz, S.L. "*Curvilinear shallow water equations in a parallel computer*", M.Sc. Thesis. International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering, Delf, Netherlands.
- Darby S. And Thorne C. "*Numerical simulations of widening and bed deformation of straight sand-bed rivers. I: Model Development*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 122, No. 4, Pp 184-193. April 1996.
- Einstein H. A. and Chien N. "*Transport of sediment mixtures with large range of grain sizes*". Univ. Of Calif. Inst. Of Engrg. Res., Berkley, Calif., MRD Series 2. 1953
- Engelund F. and Hansen E. "*A monograph on sediment transport in alluvial streams*", Teknisk Forlan, Copenhagen, Denmark, 1967
- Engelund F, "*Flow and bed topography in channel bends*", Journal of Hydraulic Division, Vol 100, No. HY11, November, Pp 1631-1649, 1974.
- Falconer R. A. "*Numerical modelling of tidal circulation in harbors*", Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division. ASCE. Vol. 106. No. WW1. February 1980, Pp. 31-48.
- Haque M. and Mahmood K. "*Sediment convection-diffusion and bed form length*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 113, No. 11. Pp 1381-1401 November 1987.

Holly F. and Karim M., "*Simulation of Missouri River Bed Degradation*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 112, No. 6 June, Pp 497-517, 1986.

Holly F. and Rahuel J., "*New numerical/physical framework for mobile-bed modeling. Part I. Numerical and physical principles*", Journal of Hydraulics Research, Vol 28, No. 5, Pp 401-416. 1990

Holly F. and Rahuel J., "*New numerical/physical framework for mobile-bed modeling. Part 2. Test applications*", Journal of Hydraulics Research, Vol 28, No. 5, Pp 545-564. 1990

Holly F. and Rahuel J., "*Advances in Computational Mobil-Bed Hydraulics*", Sediment Transport Modeling, Proceedings of the International Symptom. Pp 58-63, ASCE, 1989.

Hsu S. and Holly F. "*Conceptual Bed-Load transport Model and Verification for Sediment Mixtures*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 118, No. 8, Pp 1135-1152, August 1992.

Jiménez, A.A y Berezowsky, M. (1996). "*Discusión sobre métodos de transformación de las ecuaciones fundamentales a coordenadas curvilíneas*", XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica Vol. 6, Guayaquil, Ecuador.

Kassem A., and Chaudhry M. "*Comparasion of coupled and semicoupled numerical models for alluvial channels*". Journal of Hydraulic Engineering, Vol 124, No. 8, Pp 794-802, August 1998.

Karim F. "*Bed Material Discharge Prediction for Nonuniform Bed Sediments*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 124, No. 6, Pp 597-604, June 1998.

Keh-Chia Yeh, Wu C, Yang J and Li S. "*Nonuniform Transient Sediment Transport Modeling*" Procc. National Conference on Hydraulics Engineering, Vol.2, Pp 895-898, New York 1993.

Kobayashi T. , "*3-D Analysis of Flow around a Vertical Cylinder on a Scoured Bed*", Proceeding of the Coastal Engineering Conference V.3., Pp 3482-3495, 1993.

Leendertse J. J. "*A water-quality simulation for well-mixed estuaries and coastal seas: Vol I. Principes of computations*". Memorandum RM-5294-PR, Rand Corporation, Santa Monica, California. 1970

REFERENCIAS

- Liu B., Jin H. and Egashira S., "*Numerical Modeling of Mobile-Bed Evolution Incorporated with 3-D Flow Model*", Proceeding Congress of the International Association of hydraulic Research. Pp 1150-1155, IAHR. 1997.
- McGuirk J. J. and Rodi W. "*A depth averaged mathematical model for the near field of side discharges into open-channel flow*". Journal of Fluid Mechanics, Vol 86, 1978. Part 4, Pp 761-781.
- Molinas A. and Wu B. "*Effect of size gradation on transport sediment mixtures*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 124, No. 8, Pp 786-793, August 1998.
- Olsen N. and Melaaen C., "*Three-Dimensional Calculation of Scour Around Cylinders*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 119, No. 9, Pp 1048-1053, September 1993.
- Olsen N. "*Computational Fluid Dynamics in Hydraulic and Sedimentation Engineering*", Class notes, Division of Hydraulic and Environmental Engineering. The Norwegian University of Science and Technology. (1997).
- Patankar S. V. "*Numerical heat transfer and fluid flow*". Hemisphere Publishing Corporation. NY. 1980
- Patankar S. V. and Spalding D.B. "*A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows*". International Journal of heat and Mass Transfer Vol. 15. 1972. Pp. 1787-1792.
- Parker, G. Klingeman P. and McLean D. "*Bedload and Size Distribution in Paved Gravel-Bed Streams*", Journal of Hydraulic Division, Vol 108, No. HY4, Pp 544-571, April 1982.
- Proffitt G. and Sutherland A. "*Transport of Non-Uniform Sediments*", Journal of Hydraulic Research, Vol 21, No. 1, Pp 33-43, 1983.
- Rahuel J., Holly F, Chollet J, Belleudy P. and Yang G. "*Modeling of Riverbed Evolution for Bedload sediment Mixtures*" Journal of Hydraulics Engineering. Vol 115, No. 11, Pp 1521-1542, November 1989.
- Rastogi, A. K. and Rodi W. "*Prediction of heat and mass transfer in open channels*", Journal of Hydraulic Division, Vol 104, No. HY3, Pp 397-420, March 1978.

Reed C., Niedoroda A. and Swift D. "Modeling sediment entrainment and transport processes limited by bed armoring" International Journal of Marine Geology, Geochemistry and Geophysics. Vol. 154, Pp 143-154, 1999.

Rivera F. "Modelo Bidimensional de fondo móvil". Propuesta de investigación doctoral, Semestre 98-I. DEPI, UNAM, 1999.

Shimizu Y., Yamaguchi H. and Itakura T. "Three-Dimensional Computation of Flow and Bed Deformation", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 116, No. 9, Pp 1090-1107, September 1990.

Seal R., Paola C., Parker G., Southard J. And Wilcock P. "Experiments on downstream fining of gravel: I. Narrow-channel runs". Journal of Hydraulic Engineering, Vol 123, No. 10, Pp 874-884, October 1997.

Soto, G, "Mallas adaptables para la solución de cuerpos de agua". Tesis doctoral. DEPI-UNAM. 2001

Stelling G. S. , Wiersma A. K. And Willemse J. "Practical aspects of accurate tidal computations" Journal of Hydraulic Engineering, Vol 112, No. 9, Pp 802-817, September 1986.

Stelling G. S. "Improved stability of Dronkers' tidal schemes" Journal of Hydraulic Division, Vol 106, No. HY8, Pp 1366-1379, 1980.

Tarela P., Menéndez A., Bombardelli F. y Jaime P. "Metodología para la predicción de la evolución bidimensional de lechos fluviales", Memorias del XVIII Congreso Latinoamericano de hidráulica. Oax., México, 1998

Thomas W. and Prasuhn A., "Mathematical Modeling of Scour and Deposition" , Journal of the Hydraulics Division, Vol 103, No. HY8, August, 1977.

Spasojevic M. and Holly F., "2-D Bed Evolution in Natural Watercourses - New Simulation Approach", Journal of Waterway, Port and Ocean Engineering, Vol 116, No. 4, Pp 425-443, July/August 1990.

Spasojevic M., "Numerical Simulation of two dimensional unsteady and sediment movement in natural watercourses" Ph. D. Thesis. Iowa, University, 1988.

REFERENCIAS

- Tarela P., Menéndez A., Bombardelli F y Jaime P., "*Metodología para la predicción de la evolución bidimensional de lechos fluviales*". XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Oaxaca, Mex. 1998
- van Nickerk A., Vogel K., Slingerland R. and Bridge J., "*Routing of Heterogeneous Sediment over Movable Bed: Model Development*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 118, No. 2, Pp246-261, February 1992.
- van Rijn L. "*Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 110, No. 10, Pp 1431-1457, October 1984.
- van der Zwaard. J. J. "*A model investigation on the influence of cooling-water withdrawal on river morphology*". Waterloopkundig laboratorium. Delf hydraulics laboratory. 1974
- Weare, T. J. "*Inestability in tidal flow computational schemes*", Journal of Hydraulic Division, Vol 102, No. HY5, Pp 569-580, 1960.
- Yanenko, N.N. "*The method of fractional steps; the solution of problems of mathematical physics in several variables*", Springer-Verlag, NY. 1971
- Yang C. "*Incipient motion and sediment transport*", Journal of Hydraulic Division, Vol 99, No. HY10, Pp 1679-1704, October 1973.
- Yeh K., Li S. and Chen W., "*Modeling Non-Uniform-Sediment Fluvial Process by Characteristics Method*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 121, No. 2. Pp 159-170. February, 1995.
- Yeh, Keh-Chia, Kennedy J. F. "*Moment model of nonuniform channel-bend flow. 2. Erodible beds*", Journal of Hydraulic Engineering, Vol 119, No. 7, Pp 796-815, February, 1993.

Trabajos publicados como resultado de esta investigación

Rivera F. and Berezowsky M. "*Two-dimensional simulation of bedload transport and bed evolution*". XIII International Conference on Computational Methods in Water Resources., Pp. 1043-1049. Calgary, Alberta Canada. 2000

Rivera F. y Soto G. "*Modelación del movimiento de fondo y determinación de la granulometría en ríos con lechos de sedimentos heterogéneos*". Memorias del XVI Congreso Nacional de hidráulica., Pp. 701-706, Morelia, Mich. México. 2000

Rivera F. y Soto G. "*Modelación experimental de fondo móvil*". Memorias del XVI Congreso Nacional de hidráulica., Pp. 839-844, Morelia, Mich. México. 2000

Rivera F., Berezowsky M. y Soto G. "*Determinación del cambio granulométrico asociado al movimiento del fondo en ríos*". Memorias del XIX Congreso Latinoamericano de hidráulica, Pp. 229-237, tomo I, Córdoba, Argentina, 2000.

Soto G. y Rivera F. "*Estudio experimental de planicies inundables*". Memorias del XVI Congreso Nacional de hidráulica., Pp. 833-838, Morelia, Mich. México. 2000

Soto G., Berezowsky M. y Rivera F. "*Modelo hidrodinámico bidimensional adaptable para aguas poco profundas*". Memorias del XIX Congreso Latinoamericano de hidráulica, Pp. 461-470, tomo 111, Córdoba, Argentina, 2000.

