308917

UNIVERSIDAD PANAMERICANA

ESCUELA DE INGENIERIA
CON ESTUDIOS INCORPORADOS A LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

TEORIA DE NEGOCIACION TRADICIONAL Y TEORIA DE GRAFICAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

AREA:

INGENIERIA INDUSTRIAL

P R E S E N T A :

GERARDO MELGOZA ESPINOLA

DIRECTOR: DR. FERNANDO BRAMBILA PAZ

MEXICO, D. F. 1998

UNIVERSIDAD PANAMERICANA

Escuela de Ingeniería

Con estudios Incorporados a la
Universidad Nacional Autónoma
de México

TEORÍA DE NEGOCIACIÓN TRADICIONAL
Y TEORÍA DE GRÁFICAS

TESIS

Que para obtener el título de:
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA
Área:
INGENIERÍA INDUSTRIAL

Presenta:

Gerardo Melgoza Espínola

Director: Dr Fernando Brambila Paz

MÉXICO, D.F. 1998

DEDICATORIAS

A Dios. Por darme la oportunidad de estar aquí, de desarrollarme y de poder compartir este trabajo con la gente que quiero.

A mis padres, Carlos y Mina. Por la confianza y el apoyo que me han dado durante toda mi vida para que pueda alcanzar mis metas.

A mi hermano Carlos. Por tu admiración y apoyo en las decisiones que he tomado.

A todos mis amigos y gente que estuvo a mi lado durante la realización de este trabajo, en mi carrera y en toda mi vida.

- "No habría negocios si no fueran ventajosos para las partes involucradas. Desde luego, lo mejor es lograr el trato más ventajoso que le permita a uno su posición de regateo. El peor resultado es cuando, como consecuencia de una voracidad excesiva, no se logra ningún trato, y no llega a realizarse una transacción que hubiera sido buena para las dos partes."

Benjamin Franklin

Esta tesis trata el tema de la negociación desde dos puntos de vista diferentes. Uno habla de la forma en que se ha negociado tradicionalmente entre dos partes, el segundo de ellos habla de la forma moderna de negociar a través de la teoría de gráficas y el teorema de Nash.

Durante mucho tiempo la gente ha establecido negociaciones basándose en su experiencia personal, en estadísticas, en su sentido común y en sus intereses. Este razonamiento o forma de negociar tiene como finalidad darle la mayor ganancia a cada parte que negocia, sin embargo debido a que cada parte busca este mismo objetivo, en muchas de las negociaciones se desperdicia tiempo valioso y, en consecuencia, se pierde dinero.

John Nash, premio Nobel de economía en 1994 por la aplicación de la teoría de juegos en la resolución de negociaciones, demostró que con la teoría de gráficas se puede llegar a encontrar una solución óptima de la negociación en conjunto y en un menor tiempo que con la forma tradicional. El premio Nobel lo obtuvo por la aplicación de su teoría en la resolución de conflictos de los sindicatos en Francia

Este trabajo da una explicación de cómo Nash combinó la forma tradicional y moderna de la negociación para alcanzar una solución óptima sin perder tiempo haciendo ofertas y contraofertas.

INDICE

INTRODUCCIÓN

En el mundo en que vivimos muy a menudo nos enfrentamos con actividades que requieren llevar a cabo una negociación. Esto se da por razones tales como la diferencia de opiniones que tenemos respecto a determinado asunto, competencia por ganar lo más posible en un negocio o perder lo menos posible y casos de esto lo podemos ver en prácticamente cualquier proceso de negociación.

Por poner algunos ejemplos, podemos mencionar disputas entre esposo y esposa, entre hermanos, entre amigos, entre el empleado y la compañía, entre compañía y compañía, entre países y, posiblemente en el futuro, (no sabemos), entre planeta y planeta. Asimismo podemos identificar "conflictos" que se han inventado con el propósito de darle sabor a la vida, como son los deportes competitivos y los juegos de salón.

En el afán del hombre por buscar siempre mejores soluciones a nuestros problemas se han tratado de identificar los elementos que intervienen y afectan a una negociación, de manera que se pueda sacar el mayor provecho de ellos y se obtengan las condiciones más favorables para todas las partes que intervienen en dicho proceso.

La base de las negociaciones la encontramos en la teoría de juegos, ya que el comportamiento que se tiene en los juegos entre dos o más personas es muy similar al que se tiene cuando nos encontramos ante un proceso de negociación. De esta manera muchos de los supuestos que utilizamos en los juegos son aplicables para las negociaciones

Durante la resolución de un conflicto podemos identificar dos aspectos importantes: por un lado se tiene que hacer un análisis sistemático del problema, lo cual se explicara más profundamente durante el desarrollo de este trabajo y por otro lado, tenemos que tomar en cuenta las habilidades interpersonales, la habilidad para convencer y ser convencido, la habilidad para emplear tácticas de negociación y saber cuándo usarlas.

Otro factor importante que hay que tomar en cuenta cuando analizamos el proceso de negociación es si las partes contendientes están negociando con la ayuda de alguien, es decir, con un mediador o interventor. Esto es debido a que muchos conflictos pueden ser mejor resueltos con la ayuda de una tercera parte , como por ejemplo en problemas de patrones y empleados, entre esposos, etc. Sin embargo, se debe tener cuidado de que las

---

Llamamos tercera parte a cualquier persona o grupo que no esta involucrado directamente en la negociación partes que actúan como mediadores estén bien preparados para realizar esta función de una manera satisfactoria.

De esta forma, en este trabajo se discutirán los temas enfocados a resolver de manera satisfactoria una negociación. En el capítulo 1 se tratarán los temas referentes a la manera tradicional de negociación, los elementos que intervienen en ésta, un ejemplo aplicado en México y un modelo que nos puede ayudar a resolver negociaciones.

En el capítulo 2 daremos una pequeña introducción a la teoría de juegos, la cual es la base para entender mejor el capítulo referente al teorema de Nash. El capítulo 3 trata del teorema de Nash y un ejemplo para su aplicación.

CAPÍTULO 1

TEORÍA TRADICIONAL DE NEGOCIACIÓN

1.1. Elementos de una negociación

Para poder llevar a cabo una buena negociación siempre hay que tener presente todos los elementos que la conforman, ya que de esto dependerá la manera en que interactuemos con la otra parte.

1. ¿Hay más de dos partes involucradas?

Hay gran diferencia cuando nos enfrentamos a problemas en los que participan dos partes a aquéllos en los que intervienen tres o más. Esto se debe a que cuando hay más de dos partes se pueden crear coaliciones o acuerdos entre dos o más sin que una de las partes involucradas se entere, lo cual evidentemente afecta la negociación.

2. ¿Las partes que intervienen son de carácter monolítico?

Para empezar, hay qué definir a qué se refiere el término monolítico. Con esto nos queremos referir al caso en que las personas que se encuentran en la disputa tienen total facultad para tomar las decisiones en cada una de las etapas de la negociación. Probablemente con un ejemplo esto quedará más claro.

Supongamos que dos países están negociando un asunto que obviamente le concierne a ambos. Durante la negociación es muy probable que los embajadores de ambos países tengan reuniones donde se estará llevando a cabo la negociación, sin embargo, todo un grupo de personas está detrás de la decisión que se tiene que tomar en cada una de esas reuniones. Como un ejemplo podríamos mencionar a los presidentes, los congresos de cada país, el organismo directamente involucrado por el tema que se esté tratando, etc. De esta forma, decimos que las partes no son monolíticas.

3. ¿El juego es repetitivo?

En ocasiones establecemos una relación de negocios con personas a las cuales solo veremos una vez, por ejemplo en los casos en que compramos un automóvil usado o una casa. En estas situaciones ambas partes tratan de exagerar sus posturas, con el fin de obtener mejores beneficios. Esto no ocurre tan frecuentemente cuando las partes que negocian se van a encontrar más de una vez y, ademas, comúnmente una sesión de negociación afecta a las subsecuentes por lo que la negociación ocurre en un ambiente de mayor honestidad, ya que en la mayoría de los casos, las partes que intervienen tienen acceso al mismo tipo de información y por otro lado, los participantes deben cuidar su reputación

4. ¿Hay efectos de vinculación?

Hay ocasiones en que una negociación puede quedar vinculada con otra, es decir, en ocasiones una negociación que se llevó a cabo en el pasado con las mismas partes involucradas, puede alterar las condiciones con que se lleve a cabo la negociación actual. Esto puede también ocurrir en los juegos o negociaciones repetitivas, donde la vinculación surge de la repetición con los mismos jugadores en el tiempo.

5. ¿Hay más de un objetivo?

Hay muchas negociaciones en las que lo único que importa es conseguir el precio más bajo o decidir qué persona es la más indicada para realizar un cierto proyecto. En negociaciones más complicadas hay varios objetivos que interactúan entre sí, de manera que hay muchos aspectos que se tienen que cuidar con el fin de lograr una buena negociación. De esta forma es importante definir realmente cuáles son los objetivos relevantes en la negociación.

6. ¿Es forzoso que se llegue a un acuerdo?

En negociaciones simples entre dos personas cuando están luchando por conseguir un buen precio para la compra o venta de un artículo, es fácil que, si no llegan a un acuerdo, rompan la negociación, en cambio hay casos en los que están negociando entre la compañía y el sindicato, acuerdos entre dos compañías, etc., en que no se puede romper la negociación ni que la situación se puede quedar como estaba antes. Muchos de estos conflictos son difíciles de resolver, debido a que cada parte tiene su punto de vista acerca de lo que conviene más y por eso es necesaria, en muchas de estas disputas, la intervención de una tercera parte que tenga un juicio imparcial o que los ayude a actuar de acuerdo a la ley.

En cuanto a esto, podemos mencionar que existen:

a) Mediadores: es una tercera persona imparcial que trata de ayudar a que en la negociación se llegue a un acuerdo.

b) Arbitros: son las personas que después de escuchar los argumentos y propuestas de las partes que intervienen, puede aconsejar algunas soluciones razonables.

c) Manipulador: esta persona tiene la autoridad de cambiar o restringir algunas características del proceso de negociación. Al gobierno, con las regulaciones que impone en muchas negociaciones, lo podemos ver como un manipulador de reglas.

7. ¿Qué pasa con las amenazas?

En algunas negociaciones se pueden presentar situaciones en las que una de las partes amenace de alguna forma para presionar. Estas amenazas se pueden presentar en dos formas: una de ellas, por ejemplo, cuando una persona que está comprando un coche no le gusta el precio o alguna de las condiciones que ofrece el vendedor y lo amenaza con retirarse. En este caso no hay grandes implicaciones, fuera de que el vendedor tiene que esperar a otro cliente. Por otro lado se tiene a las personas que no sólo amenazan con irse o parar la negociación, sino que amenazan con tomar acciones en contra de la otra parte.

8. ¿Hay costos que se relacionen con el tiempo que dura la negociación?

Normalmente las partes que negocian con alguna presión de tiempo se encuentran en desventaja. Esto lo podemos ver en muchas ofertas que leemos en el periódico o vemos en la calle, que tienen el anuncio de "Urgente". Algunas partes pueden usar el tiempo como un aliado, por ejemplo podemos mencionar a compañías de seguros cuando tienen algún caso que se lleva a juicio; mientras más tiempo pase, el valor real de lo que tienen que pagar se va reduciendo.

9. ¿Las negociaciones son públicas o privadas?

Este es un factor que afecta por el hecho de que en ciertas negociaciones hay información que no se puede decir publicamente, ya que esto podría ocasionar que la negociación no se llevara a cabo. Esto lo vemos principalmente en negociaciones de grandes corporaciones o cuando la negociación involucra una gran cantidad de temas u objetivos interrelacionados entre sí. Lo que suele hacerse en este tipo de negociaciones es que una de las partes cede un poco en determinado tema, ya sea en cuanto a información u otros aspectos que hacen muy rígida la negociación, y después, de manera recíproca, la otra parte cede algo sobre algún otro tema.

III ¿Cuáles son las normas de los participantes?

La forma de comportarse de las partes que integran una negociación puede ser variada.

Primeramente podríamos referirnos a los antagonistas cooperadores: en este grupo podrían encontrarse la mayoría de las negociaciones, ya que estos jugadores reconocen que tienen diferentes intereses, les gustaría llegar a un acuerdo, sin embargo, confían plenamente en que cada una de las partes estarán preocupadas ante todo por sus propios intereses. No tienen intenciones malévolas, pero tampoco tienen una inclinación altruista. Esperan que el poder se use de manera adecuada, que cada una de las partes obedezcan la ley y que se respeten todos los acuerdos conjuntos.

Por otro lado se tiene a los antagonistas estridentes: estos jugadores son indignos de confianza, sus promesas son sospechosas, con frecuencia son traidores y explotan su poder al máximo. Dentro de este grupo podríamos pensar en secuestradores o extorsionistas.

11. ¿Hay simetría en la negociación?

Es importante darse cuenta de las características de la negociación para las partes que intervienen, es decir, ver si son equivalentes en diferentes aspectos para cada uno de los participantes.

Algunos ejemplos que podemos encontrar de asimetrías son los siguientes: diferentes percepciones del valor de lo que se negocia, diferencias en los costos relacionados con el tiempo que dure la negociación, diferencias de necesidades, diferencias en el número de personas que integran a cada uno de los lados de la negociación, y muchas otras diferencias que se pueden presentar, haciendo que la negociación no sea equivalente para ambas partes.

1.2. Intervención de una tercera parte en la negociación

Al pensar de primer momento en una negociación, nos imaginamos que únicamente habrá dos partes negociando un tema específico, sin embargo, las formas en que se puede presentar una negociación es muy variada.

- Pueden estar negociando únicamente dos partes y discutir sobre un tema

- Pueden estar negociando dos partes pero estar en juego varios asuntos interrelacionados

- Pueden estar varias partes en la negociación discutiendo un tema y.

- Pueden estar varias partes discutiendo varios temas

Dentro de estas formas de negociación se puede pensar en la intervención de una tercera parte, la cual sea imparcial y no tenga preferencias con alguna de las partes sobre el tema o los temas que estén en discusión.

Por ahora mencionaremos el caso en el cual solamente hay un tema en la discusión y hay dos partes monolíticas, una de las cuales quiere más y la otra quiere menos del factor que se debe determinar conjuntamente, y en el cual se supone que cada una de las partes sólo tiene un potencial de amenaza, que es el de terminar la negociación sin haber llegado a un acuerdo.

Bajo este contexto tal vez no se vea muy claramente la utilidad de la intervención de una tercera parte en la negociación, sin embargo, explicaremos algunas de sus funciones:

1. Reunir a las partes involucradas. Un mediador puede identificar pares de ofertas que sean idóneas, juntar a un comprador con el vendedor adecuado, reunir empresas para su fusión o iniciar la discusión del caso.

2. Establecer un ambiente constructivo para la negociación. Esto incluye la buena observancia de las reglas por parte de los negociadores, actuar como líder de discusión neutral, ayudar a establecer el orden del día, sugerir procesos de negociación, suavizar los conflictos interpersonales que puedan surgir, brindando a la gente la oportunidad de hablar y elaborar minutas justas para ambas partes.
3. Recopilar y comunicar con buen juicio material confidencial selecto. Teniendo en cuenta esta información, el mediador puede determinar la existencia de una zona de acuerdo potencial.
4. Ayudar a las partes a esclarecer sus valores y a derivar precios reservados responsables. Esto se logra analizando con cada contendiente las implicaciones de un resultado de no contrato.
5. Hacer ver la inutilidad de reclamaciones irracionales y reflejar compromisos. De este modo, los mediadores pueden reducir al mínimo el endurecimiento de posturas y ayudar a romper barreras.
6. Buscar ganancias conjuntas: pueden idear nuevos compromisos y alentar a los negociadores a que sean más creativos en su búsqueda de una solución. Pueden ayudar a convertir un problema de un solo factor en un problema de negociación integrativo con diversos factores negociables, permitiendo así a los negociadores que exploten sus diferencias en juicios y valores.
7. Mantener la marcha de las negociaciones, puede proporcionar un medio para salvar la imagen de los negociadores y mantener abiertos los medios de comunicación mientras esperan un mejor entorno externo.

8. Articular la exposición razonada del acuerdo: puede publicitar los resultados de la negociación de tal modo que promocione su implementación y aceptación.

1.2.1. Procuraduría Federal del Consumidor

Para dejar más clara la utilidad de la intervención de una tercera parte en una negociación, pondremos el ejemplo de la Procuraduría Federal del Consumidor, el cual es un organismo que se encarga de solucionar los conflictos que se presentan entre proveedores de bienes o servicios y sus consumidores

1.2.1.1 Antecedentes

La necesidad de crear organismos oficiales encargados de vigilar que las relaciones entre los consumidores y los proveedores de bienes y servicios sean lo más justas y equitativas, ha sido aceptada por un gran número de países, los mismos que han incorporado a su legislación esta importante función social, principalmente en Europa y Asia.

La Procuraduría Federal del Consumidor fue creada con el carácter de organismo descentralizado de servicio social con personalidad jurídica y patrimonio propio y con funciones de autoridad administrativa encargada de promover y proteger los derechos e intereses de la población consumidora, mediante el ejercicio de las atribuciones que le confiere la Ley. En general, es un órgano de protección, asesoría, representación de la población consumidora, conciliador y árbitro en los casos en que se presentan diferencias entre consumidores y proveedores.

El papel de la PROFECO es interesante ya que, aunque toma el papel de defensor del consumidor, interviene de manera imparcial al juzgar los hechos. Se dice que la PROFECO está en favor del consumidor debido a que, desde un principio cree en su buena voluntad y que el motivo de su reclamación es real y no quiere causarle un daño al proveedor al cual está denunciando. Por otro lado, la PROFECO se encarga de citar al proveedor para que se traten de aclarar los hechos.

Durante la defensa del consumidor, la PROFECO puede actuar como conciliador o, en una siguiente etapa, como árbitro de la negociación. Cada una de estas funciones se explicará en seguida.

1.2.1.2. Conciliador

En los casos en que se presenta una inconformidad por parte de un consumidor por los productos o servicios prestados por un proveedor y quiera recurrir a la Procuraduría Federal del Consumidor, ésta tiene que recibir las reclamaciones de los consumidores con base en la Ley Federal de Protección al Consumidor. Las reclamaciones se podrán presentar en forma escrita, oral o por cualquier otro medio siempre y cuando se cumpla con los requisitos que pide esta Ley.

La Procuraduría Federal del Consumidor se encarga de notificar al proveedor de la reclamación hecha por el consumidor dentro de los quince dias siguientes a la fecha de recepción y registro de la reclamación.

Cuando se requiera prueba pericial, cada una de las partes podrá elegir a sus respectivos peritos y en caso de que éstos no coincidan en sus peritajes, la Procuraduría Federal del Consumidor designará un perito tercero en discordia.

La Procuraduría Federal del Consumidor señala dia y hora para la celebración de una audiencia de conciliación en la que se procurará avenir los intereses de las partes. Trata de evitar el que el proveedor no se presente a las audiencias mediante una sanción monetaria en caso de su ausencia.

La Procuraduría designa a una persona (conciliador) el cual se encarga de exponer a las partes un resumen de la reclamación y del informe presentado, señalando los elementos comunes y los puntos de controversia, y los exhorta para que lleguen a un arreglo. De cualquier manera, el conciliador, sin prejuzgar sobre el conflicto planteado, les presenta una o varias opciones de solución.

Durante el proceso en que se esté llevando a cabo la negociacion, las partes podrán aportar las pruebas que consideren necesarias para acreditar los elementos de la reclamacion y del informe. El conciliador podrá suspender cuando lo estime pertinente o, a instancia de ambas partes, la audiencia de conciliación hasta en dos ocasiones.

En caso de que no se llegue a ningún arreglo, el conciliador exhortará a las partes para que designen como árbitro a la Procuraduría Federal del Consumidor, o a algún árbitro oficialmente reconocido o designado por las partes para solucionar el conflicto.

1.2.1.3. Arbitro

Como se mencionó anteriormente, la Procuraduría puede actuar como árbitro cuando los interesados así la designen y sin necesidad de reclamación o procedimiento conciliatorio previo. El arbitraje se puede llevar de dos formas:

1) En amigable composición
2) En estricto derecho

1) En amigable composición: en esta forma de arbitraje se fijan las cuestiones que deberán ser objeto del arbitraje y el árbitro tendrá libertad para resolver en conciencia y a buena fe el conflicto, sin sujeción a reglas legales, pero observando las formalidades esenciales del procedimiento. Para este caso, el árbitro puede allegarse todos los elementos que juzgue necesarios para resolver las cuestiones que se le hayan planteado.

2) En estricto derecho: para este caso, las partes formularán un compromiso en el que fijarán las pautas del procedimiento que convencionalmente establezcan, aplicándose supletoriamente el Código de Comercio y, a falta de disposición en dicho Código, el ordenamiento procesal civil local aplicable.

El objetivo final de cada una de estas formas de arbitraje es que se llegue a una solución justa del problema que se está tratando.

En la práctica, la mayoría de los casos se resuelven en la primera fase, es decir, en la conciliatoria y generalmente se llega a la solución del conflicto en menos de dos o tres meses.

1.2.2. Arbitraje de oferta final

Este tipo de arbitraje funciona de la siguiente manera: se tiene una primera fase en la cual las partes negocian con la ayuda de un interventor (mediador) o sin ella. Si las partes llegan a un acuerdo ahí termina la negociación. Si las partes no llegan a un acuerdo, se llega a la segunda fase y es en ese momento donde el árbitro entra en escena. El árbitro hace un análisis de los hechos y entonces pide a cada una de las partes una oferta final sellada. Por lo general, estas ofertas se presentan simultáneamente y entonces el árbitro debe seleccionar, por ley, una de estas dos ofertas finales y la oferta final seleccionada se torna obligatoria para ambas partes.

De acuerdo al procedimiento explicado anteriormente, el árbitro escoge una de las dos propuestas presentadas por las partes, sin embargo, la elección no la debería hacer sin tener los antecedentes de la situación por la cual se está negociando. Suponiendo que el árbitro ya tiene hecho un análisis de los hechos, muy probablemente tendrá en mente un valor ideal en el cual debería terminar la negociación.

El arbitraje de oferta final es muy efectivo para convencer a las partes a llegar a un arreglo sin una solución impuesta, dictada por un árbitro. A continuación se expondrán tres casos diferentes para el arbitraje de oferta final

1.2.2.1. Se conoce el valor ideal

Si imaginamos que el árbitro pone un valor ideal en dinero y lo trazamos sobre una recta para compararlo contra las ofertas que hagan, digamos, una empresa y su sindicato, entonces, sería fácil apreciar cuál oferta es la que más se acerca al valor ideal, como lo podemos observar en la figura 1.1.

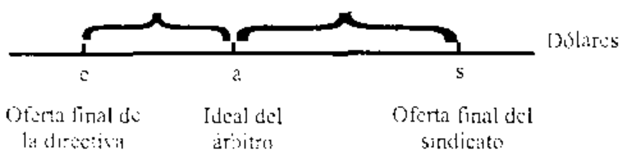


Figura 1.1
Valor ideal percibido por el árbitro

También hay que tomar en cuenta que para la elección final puede tomar otro tipo de factores además del monetario.

Si suponemos que tanto la empresa como el sindicato conocen el valor ideal a, ¿Cuál sería la mejor jugada para ambas partes? El mejor recurso consiste en escoger un valor para e por debajo de a que se encuentre solamente un poco más cerca de a que la distancia que s esté por arriba de a.

¿Qué tan seguros pueden estar la empresa y el sindicato de sus ganancias? Si la empresa escoge e por debajo de a en la escala lineal, entonces puede garantizar un resultado final no peor que $a + (a - e)$. Este valor se realizaría si se seleccionara s a una distancia por arriba de a que es igual a la distancia de e por debajo de a. Por tanto, para optimizar el nivel de seguridad de la empresa, ésta debe poner e igual a a. De igual modo, para que el sindicato optimice su nivel de seguridad, s se debe poner igual a a.

De aquí podemos ver posibles equilibrios: si el sindicato selecciona $s = a$, entonces la mejor respuesta de la empresa será escoger $e = a$; de la misma forma, si la empresa escoge $e = a$, entonces la mejor respuesta del sindicato será escoger $s = a$. De este análisis encontramos que el par $e = a$ y $s = a$ se encuentran en equilibrio y que de hecho es el único par en equilibrio.

1.2.2.2. Distribución de probabilidad comúnmente percibida para el ideal

En este caso, las partes perciben un cierto valor dentro de un rango y se le asigna una probabilidad a cada número contenido en ese rango.

Para el caso de la empresa y el sindicato, supongamos que ambas partes perciben que el valor ideal para el árbitro se encuentra en un rango entre 6 y 10 mil pesos para el sueldo de un trabajador y que cada uno de los valores contenidos en ese rango es igualmente probable, por lo tanto la media y la mediana son iguales a 8. Siendo así, la empresa y el sindicato, ¿Deberían de presentar ofertas cercanas a 8?

Pongamos el ejemplo en el que la empresa establece su precio en 7, entonces, ¿Cuál sería el mejor recurso de S contra este valor? Por ejemplo, si s se estableciera en 8, entonces el resultado final podría ser 7 u 8, dependiendo si el valor ideal a está por arriba o por abajo de 7.5. Este rango lo podemos representar en la figura 1.2.

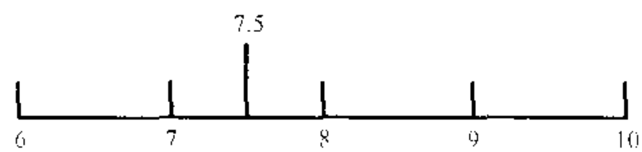


figura 1.2
Distribución percibida para el valor ideal

La probabilidad de que a sea menor a 7.5 es igual a 3/8, es decir, 0.375. De esta forma, si s se escoge en el nivel de 8, S quedará expuesta a una lotería con las ganancias de 7 y 8 con probabilidades de 0.375 y 0.625 respectivamente. De esto podemos decir que el valor esperado de esta lotería es de $0.375(7) + 0.625(8) = 7.625$.

Del mismo modo, si asignamos probabilidades a otros valores de s, como lo vemos en la Figura 1.3, nos damos cuenta que el mejor recurso de S en contra de a es jugar $s = 10$, obteniendo un valor esperado de 8.125.

Valores de *s*	Resultados posibles	Probabilidades	Valor esperado de S
	7	0.375	
8			7.625
	8	0.625	
	7	0.500	
9			8.000
	9	0.500	
	7	0.625	
10			8.125
	10	0.375	
	7	0.750	
11			8.000
	11	0.250	
	7	1.000	
13			7.000
	13	0.000	

Figura 1.3

Valores esperados para diferentes valores de s

De aquí vemos que mientras más se acerque un jugador a la media de la distribución percibida, no necesariamente el otro jugador tendrá que hacer lo mismo para tratar de maximizar sus ganancias.

1.2.2.3 Distribuciones de probabilidad discrepantes para el ideal

Este puede ser el caso en el que se encuentren la mayoría de los casos en que dos partes se someten a un arbitraje de oferta final porque, aunque algunos modelos teóricos afirman que con un intercambio completo de información, las percepciones probabilísticas de E y S acerca de la distribución del valor ideal *a*, deben ser idénticas, esto no resulta cierto, ya que a menudo las distribuciones se desplazan en la dirección que favorece a cada uno de los jugadores.

En este caso, si S calculara el mejor S_c en contra de d, entonces utilizaría su propia evaluación de *a*, y como se muestra en la figura 1.4, habría una gran discrepancia entre *d* y S_c.

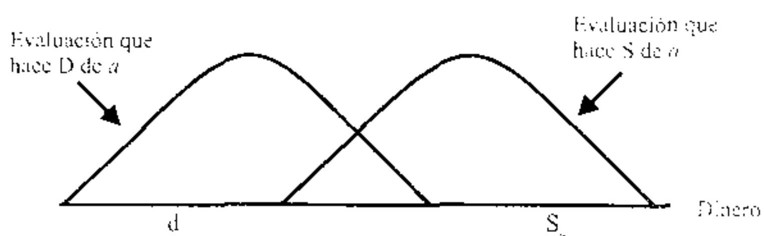


Figura 1.4
Distribuciones discrepantes percibidas para el ideal

Como vemos esto se puede complicar debido a las percepciones discrepantes de *a*, a las percepciones discrepantes de las percepciones, la aversión a los riesgos, a la expectativa de cálculos equivocados, etc.

1.3. Eficiencia de Pareto

Decimos que un punto x dentro del conjunto de negociación X es Pareto-eficiente si no existe otro resultado y, tal que sea igual o mejor que x para cualquiera de los jugadores, es decir, es un punto a partir del cual ya no es posible tener ganancias conjuntas.

1.3.1. El Modelo Aditivo

En muchos de los problemas a los que nos enfrentamos podemos darles un valor en términos de dinero, sin embargo, en ocasiones es probable que resulte más fácil trabajar con algún tipo de sistema de puntuación abstracto. Es en este caso cuando podemos utilizar el modelo aditivo, el cual consiste en asignar valores a los posibles resultados de cada uno de los temas con los cuales se está negociando.

Para entender mejor este concepto pondremos el ejemplo de una empresa en expansión que está entrando en negociaciones con un contratista de construcciones para la construcción de un fábrica. A dicho gerente le preocupan tres factores: el costo, el tiempo de terminación de la obra y la calidad. Basándose en pláticas preliminares, se limitan los rangos de estos factores a 3,000,000-4,500,000 dólares, 250-400 días y un "mejor" valor de 1 a un "peor" valor de 5 (en una escala discreta) respectivamente.

Cabe aclarar que el sistema aditivo es conveniente usarlo cuando los trueques o comparaciones entre dos temas son independientes de los demás temas que se están negociando. En el ejemplo que estamos citando, los trueques o comparaciones entre costo y tiempo no dependen de la calidad, mientras el nivel de la calidad se mantenga fijo.

La empresa da un valor de 100 puntos al mejor contrato (3,000,000 de dólares, 250 días y calidad 1) y un valor de 0 al peor contrato (4,500,000 dólares, 400 días y calidad 5).

A cada uno de los factores se le debe de dar una ponderación de acuerdo a su importancia según la persona que hace la evaluación, y la suma de todas ellas debe dar 1.

Supongamos que la empresa da una ponderación de 0.5 al costo, de 0.3 al tiempo y de 0.2 a la calidad. Las gráficas para cada uno de los factores podría quedar como se muestra en la figuras 1.5 a 1.7.

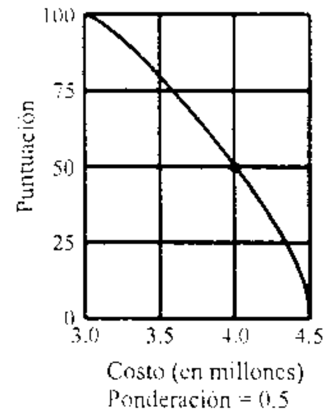


Figura 1.5
Ponderación del factor costo

Cuanto mayor sea el monto de la inversión, más importante será que ahorremos un incremento de dinero dado. Reducir los costos de 4,500,000 a 4,000,000 de dólares es tan importante como una reducción en costos de 4,000,000 a 3,000,000 de dólares, lo cual explica la forma de la función de costo.

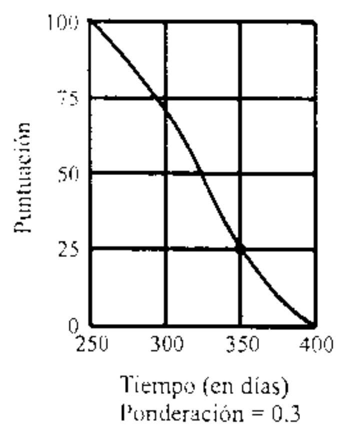


Figura 1.6
Ponderación del factor tiempo

La forma de la función de tiempo se explica de la siguiente manera: mejorar el valor del tiempo de 400 días hacia abajo no es muy importante en un principio, sin embargo, la mejoras se tornan más importantes conforme el valor baja de 350 a 300 días y de ahí en adelante disminuye el valor de las reducciones del tiempo.

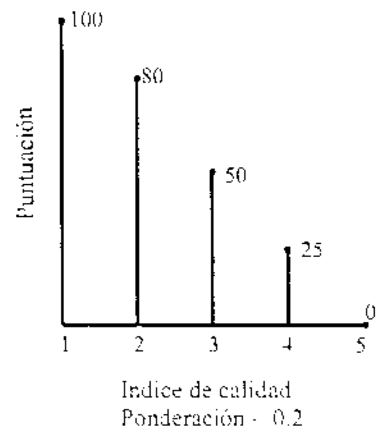


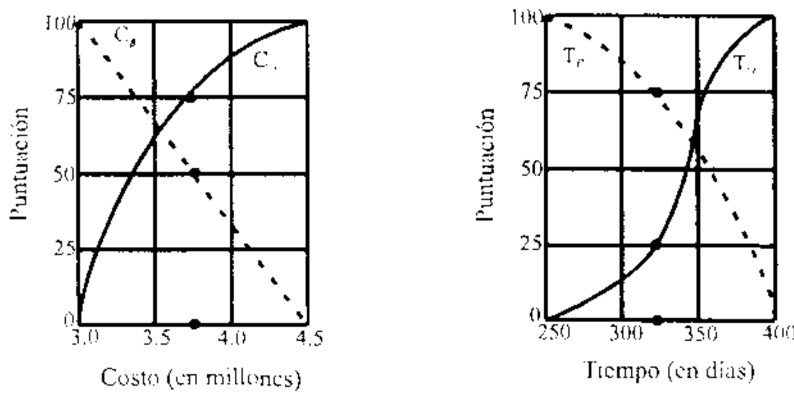
Figura 1.7
Ponderación del factor calidad

Pasar de un índice de calidad al siguiente vale aproximadamente lo mismo que moverse entre dos indices cualesquiera, excepto que el indice de calidad 2 está más cercano en valor al índice de calidad 1 que al índice de calidad 3.

A grandes rasgos, la forma de construir cualquier sistema de puntuación consiste en formular algunos lineamientos preliminares, y entonces afinar el sistema manipulando números y curvas y poniendo a prueba los resultados implicados.

- La frontera de eficiencia cuando ambas partes utilizan sistemas de puntuación aditivos.

Supongamos que la señora Plata y el señor Oro están negociando los temas de costo y tiempo. Los sistemas de puntuación de valor aditivo para ambos negociadores se muestran en la figura 1.8.



Ponderaciones { Señor Oro = 0.4 ; Señora Plata 0.7 }

Ponderaciones { Señor Oro = 0.6 ; Señora Plata 0.3 }

Figura 1.8
Puntuación para los factores costo y tiempo

Por lo general, cada uno de los negociadores conocería únicamente su propio sistema de valor, así que digamos que ambos revelan con toda verdad sus sistemas de puntuación a un interventor. Supongamos que eligen el punto medio en cada tema: 3.750.000 dólares y 325 días. La figura 1.8 permite apreciar que la señora Plata obtendrá una puntuación de componente de costo de 50 puntos que podemos escribir como $Cp(3.75) = 50$ y una puntuación de componente de tiempo de 75, que podemos escribir como $T_P(325) = 75$. La señora Plata pondera los factores costo y tiempo con los valores de 0.7 y 0.3 respectivamente, así que para este contrato se tiene un valor total V_P de:

$$
\begin{aligned}
V_P(3.75,325) &= 0.7C_P(3.75) + 0.3T_P(325) \\
&= (0.7 \text{ x } 50) + (0.3 \text{ x } 75) \\
&= 57.5.
\end{aligned}
$$

El señor Oro tiene un componente de costo de $C_O(3.75) = 75$ y una puntuación de componente de tiempo $T_O(325) = 25$. Como sus ponderaciones de importancia son 0.4 para el costo y 0.6 para el tiempo, su valor total V_H para este contrato es:

$$
\begin{aligned}
V_O(3.75,325) &= 0.4C_O(3.75) + 0.6T_O(325) \\
&= (0.4 \text{ x } 75) + (0.6 \text{ x } 25) \\
&= 45.0.
\end{aligned}
$$

Las puntuaciones conjuntas para este contrato, 45 para el señor Oro y 57.5 para la señora Plata, se dibujan con un punto en la figura 1.9, junto con las puntuaciones conjuntas para otros ocho contratos posibles. La tabla 1.2 nos muestra que el contrato (3.75, 325) es ineficiente: ambos negociadores se encuentran en una mejor posición ya sea con (3.0, 400) o (3.4, 360). De estos últimos, él preferiría (3.4, 360) y ella preferiría (3.0, 400).

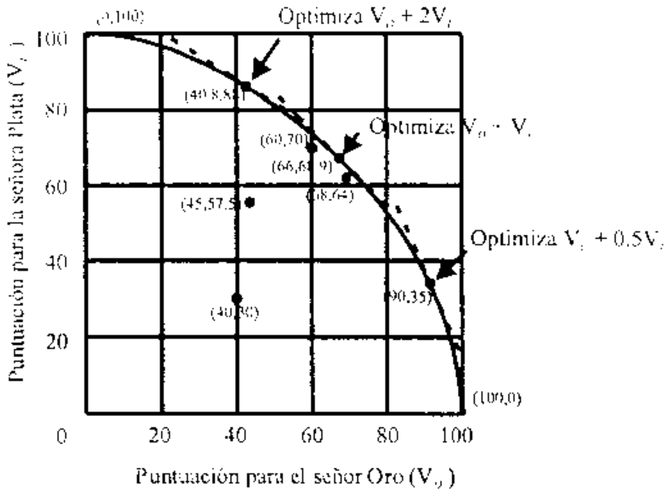


Figura 1.9
Puntuaciones conjuntas para el señor Oro y la señora Plata

Como se ve en las gráficas de costo y tiempo, el señor Oro le confiere una ponderación de gran importancia al tiempo y la señora Plata lo hace así con el costo. De esta forma, si comenzamos con la transacción de c=3.75 y t=325, entonces tiene sentido para las dos partes deslizar c a la izquierda y t a la derecha.

La tarea del interventor consiste en escoger los valores adecuados para c y t con el fin de obtener el máximo total global, el cual resultará de los siguientes sumandos:

$$\text{Para el señor Oro} \qquad 0.4C_O(c) + 0.6\,T_O(t)$$

$$\text{Para la señora Plata} \qquad 0.7C_P(c) + 0.3\,T_P(t)$$

Para lograr el máximo global, el interventor puede escoger el valor de c que maximice el subtotal de las dos contribuciones controladas por c (que se encuentran encerrados en el circulo de la izquierda), y escogiendo un valor de t que maximice el subtotal de las dos contribuciones controladas por t (en el circulo de la derecha).

Usando un análisis más fino se puede demostrar que el valor de c que maximiza las dos contribuciones de los costos es 3.25, que da como resultado $C_O(3.25) = 30$ y $C_P(3.25) = 83$. El valor de $c = 3.25$ no maximiza $C_O(c) + C_P(c)$ sino que más bien maximiza a $0.4C_P(c) + 0.7C_P(c)$. El razonamiento es el mismo para el tiempo.

El contrato (3.25, 375) da al señor Oro una puntuación total de 66.0 y a la señora Plata una puntuación de 68.9, para una puntuación total combinada de 134.9 como se ve en la figura 1.10. Ningún otro contrato (c, t) puede generar una puntuación total combinada mayor a ésta.

Contratos		Evaluaciones						TOTAL
		Señor Oro			Señora Plata			
Costo	Tiempo	Co (Pon.=0.4)	To (Pon.=0.6)	Vo	Cp (Pon.=0.7)	Tp (Pon.=0.3)	Vp	Vo + Vp
3.75	325	75	25	45	50	75	57.5	102.5
3.00	250	0	0	0	100	100	100	100.0
4.50	400	100	100	100	0	0	0	100.0
3.00	400	0	100	60	100	0	70	130.0
4.50	250	100	0	40	0	100	30	70.0
3.40	360	50	80	68	70	50	64	132.0
3.25	375	30	90	66	83	36	68.9	134.9
3.75	400	75	100	90	50	0	35	125.0
3.00	350	0	68	40.8	100	60	88	128.8

Figura 1.10

Valores para diferentes contratos del señor Oro y la señora Plata

Evidentemente, la evaluación conjunta (66.0, 68.9) debe quedar en la frontera de eficiencia. No hay manera de extraer ganancias conjuntas adicionales, por lo tanto, este punto es eficiente.

De esta forma el interventor ya conoce tres puntos en la frontera de eficiencia: (0, 100), (100, 0) y (66.0, 68.9). ¿Cómo puede encontrar un punto en la frontera que le produzca al señor Oro un valor más alto? En lugar de escoger c y t para maximizar el total combinado, el interventor puede escoger c y t para maximizar la puntuación de el señor Oro más la mitad de la de la señora Plata, dándole así a ella un menor peso, por consiguiente, el interventor debe escoger c para maximizar $0.4C_O(c) + 0.35Cp(c)$ y escoger t para maximizar $0.6T_O(c) + 0.15Tp(c)$. Nuevamente, con una gráfica más fina, se podría demostrar que un valor de c de 3.75 es el mejor y que un valor de r de 400 es el mejor. El contrato (3.75, 400) produce una puntuación total de 90 para el señor Oro y de 35 para la señora Plata, con un promedio ponderado de 90 + 0.5(35) = 107.5. Ninguna otra evaluación conjunta arrojará un promedio ponderado más alto que 107.5, por lo tanto este contrato se encuentra en la frontera de eficiencia.

CAPÍTULO 2

TEORÍA DE JUEGOS

2.1. Teoría de Juegos

2.1.1. ¿Qué es la teoría de juegos?

Se dice que se desarrolla un juego cada vez que unos individuos se relacionan con otros; y esto puede ser mientras conducimos nuestro auto por la calle, cuando participamos en una subasta, cuando el abogado y el fiscal deciden qué argumentos utilizar ante el jurado, etc. Si todas estas situaciones las podemos llamar juegos, entonces podemos pensar que la teoría de juegos realmente nos puede ser de utilidad. Estas situaciones en la sociedad llevan implícitas interacciones entre los individuos; para estudiar y entender estas situaciones se necesita de una teoría que explique cómo las decisiones de los individuos están interrelacionadas y cómo estas decisiones se convierten en resultados. La teoría de juegos es una de ellas. Es una teoría de decisiones interdependientes, es decir, cuando las decisiones de dos o más individuos determinan conjuntamente el resultado de una situación. Los individuos pueden ser personas o conjuntos de personas que representan una cierta entidad.

Sin embargo, los especialistas en teoría de juegos no tienen una respuesta para todos los problemas de la vida real, esto se debe a que el desarrollo que tiene actualmente se enfoca a problemas en que los individuos se relacionan de manera racional.

Mediante la teoría de juegos se pueden modelar situaciones en la economía, política, o situaciones más generales de la vida en una sociedad.

Se puede decir que la teoría de juegos comenzó formalmente alrededor de 1920 con el teorema del Minimax, que es la forma de solución básica a un problema de conflicto puro, es decir, un juego de suma cero[1] con dos jugadores.

Los primeros desarrollos se agruparon en una teoría matemática publicada en 1943 por Von Newmann y Morgestern en su libro *Theory of Games and Economical Behavior*, el cual despertó el interés entre matemáticos y economistas. Estos autores investigaron dos planteamientos distintos de la teoría de juegos. El primero es el planteamiento estratégico o no cooperativo. Este planteamiento requiere especificar muy detalladamente lo que los jugadores pueden y no pueden hacer durante el juego, y después buscar para cada jugador una estrategia óptima. El problema con este planteamiento era que ni siquiera es evidente lo que quiere decir óptimo en este contexto, ya que lo mejor para un jugador depende de lo que los otros jugadores piensen hacer, y esto a su vez depende de lo que ellos piensan que el primer jugador hará. Von Neumann y Morgenstern resolvieron este problema en el caso

[1] Un juego de suma cero es aquel en el que los intereses de los jugadores son diametralmente opuestos, de manera que lo que gana un jugador es lo mismo que pierde el otro

particular de juegos con dos jugadores cuyos intereses son diametralmente opuestos. A estos juegos se les llama estrictamente competitivos o de suma cero, porque cualquier ganancia para un jugador siempre se equilibra exactamente por una pérdida para el otro.

El otro planteamiento es el cooperativo, en el que buscaron describir la conducta óptima en juegos con muchos jugadores. Puesto que éste es un problema mucho más difícil, sus resultados fueron mucho menos precisos que los alcanzados en el planteamiento anterior.

A principios de la década de los cincuenta, en una serie de artículos muy famosa, el matemático John Nash rompió dos de las barreras que Von Neumann y Morgenstern se habían autoimpuesto. En la parte no cooperativa parecen haber pensado que en estrategias, la idea de equilibrio no era una noción adecuada para construir una teoría (de aquí que se restringieran a juegos de suma cero). Sin embargo, la formulación general de Nash de la idea de equilibrio hizo ver que es una restricción innecesaria. Hoy en día, la noción de Equilibrio de Nash es tal vez el más importante de los instrumentos que los especialistas en teoría de juegos tienen a su disposición.

Con el incremento de fundaciones gubernamentales para el estudio de las ciencias sociales en Estados Unidos después de la Segunda Guerra Mundial, la teoría de juegos floreció como un campo de estudio. Entre los años de 1945 a 1955, la teoría de juegos maduró tanto en su parte matemática, como en sus aplicaciones a situaciones sociales y militares. Muchas de las herramientas matemáticas básicas de la teoría de juegos fueron desarrolladas en este periodo, junto con las aplicaciones a situaciones sociales que contribuyeron a estos desarrollos. Después de este periodo el campo de estudio se dividió para matemáticos y científicos sociales.

Actualmente la principal aplicación de la teoría de juegos se ha dado en la economía, algo que es hasta cierto punto lógico, ya que se trata de llegar a un punto óptimo entre las necesidades humanas y los recursos escasos.

2.1.2. Reglas del juego

Las reglas del juego deben decirnos *quién* puede hacer *qué*, *cuándo* y cuál será su *resultado* después de llevar a cabo tal acción.

Para representar esto, se utilizan los árboles de decisión, los cuales son un conjunto de *nodos o vértices* conectados con aristas. Cada nodo representa un punto donde un jugador deberá tomar una decisión y las aristas que los unen con los otros nodos representan las posibles acciones que pueden tomar. La primera jugada o decisión se representa con un *nodo raíz*. Una partida del juego comienza en este nodo y termina, si el juego es finito, en un nodo terminal. Cada nodo terminal representa cada uno de los posibles resultados del juego, los cuales pueden tener un valor simple como ganar o perder o un resultado más complejo. Un ejemplo de estos árboles de decisión (también llamados como la forma extensiva del juego), lo podemos ver en la figura 2.1.

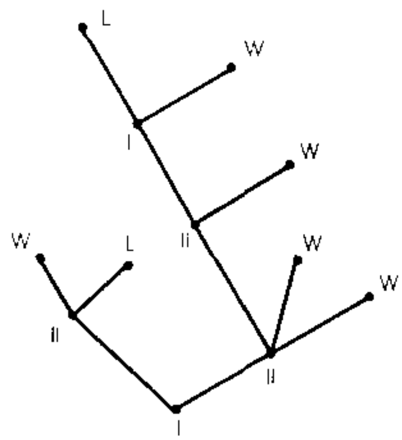


Figura 2.1

Forma Extensiva del Juego

Este árbol nos muestra la secuencia de un juego supuesto en el que el jugador I es el que decide la primera jugada y posteriormente el jugador II toma la siguiente decisión, con la cual el juego puede acabar o continuar, dependiendo del nodo en que se encuentre y de la decision que tome. Para este juego, los posibles resultados son únicamente ganar (W) o perder (L). Otra forma de representar los resultados del juego dependiendo la estrategia de cada jugador es mediante la forma estrategica, representada en la figura 2.2.

	LLL	LLR	LML	LMR	LRL	LRR	RLL	RLR	RML	RMR	RRL	RRR
ll	W	W	W	W	W	W	L	L	L	L	L	L
lr	W	W	W	W	W	W	L	L	L	L	L	L
rl	L	W	W	W	W	W	L	W	W	W	W	W
rr	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W	W

Figura 2.2
Forma Estratégica del Juego

Una forma de analizar este tipo de juegos es mediante el Algoritmo de Zermelo, con el cual se empieza a analizar el juego por el final hasta llegar al principio. Para cada nodo no terminal se elige la mejor opción, al cual podemos llamar el valor de ese subjuego, posteriormente sustituimos ese subjuego por un único nodo con el valor del subjuego. Esto se sigue hasta que lleguemos al último nodo antes del nodo raíz, de manera que se pueda elegir la estrategia óptima a seguir al inicio del juego.

El conjunto de opciones disponibles que un jugador tiene en cada nodo de decisión de un juego se conoce como la acción del jugador. Para tomar las decisiones cada jugador dispone de estrategias las cuales pueden ser:

a) Estrategias puras: son aquéllas que indican al jugador qué acción exactamente debe seguir en cada nodo de decisión.

b) Estrategias mixtas: son aquéllas en las que se escoge aleatoriamente entre un conjunto de acciones posibles.

2.1.3. Preferencias

La forma más simple de describir preferencias es mediante una relación de preferencia definida en el conjunto Ω de resultados. Las preferencias las podemos representar de la siguiente forma:

$$a \prec b \;\text{ o }\; b \preceq a \qquad \text{(totalidad)}$$

$$a \preceq b \;\text{ y }\; b \prec c \;\Rightarrow\; a \preceq c \qquad \text{(transitividad)}$$

para todo a, b y c de Ω.

El supuesto de transitividad es el único que es un requerimiento genuino de racionalidad.

2.2. Funciones de Utilidad

Los problemas de decisión se reducen a encontrar un resultado ω en un subconjunto S de Ω que la persona que toma la decisión prefiere sobre cualquiera de los demás resultados. Decirlo así de manera abstracta puede sonar fácil pero cuando los elementos del conjunto Ω son complejos, la determinación de la relación de preferencia se puede tornar un poco complicada.

Una función de utilidad $u : \Omega \rightarrow$ es una función de utilidad que *representa* la relación de preferencia $\preceq$ si y solo si

$$u(a) \Leftrightarrow u(b) \Leftrightarrow a \prec b$$

Si la función de utilidad representa la relación de preferencia $\prec$, entonces el problema de encontrar un ω óptimo en S se reduce al problema más tratable de encontrar un valor ω en S para el que

$$u(\omega) = \max_{s \in S} u(s)$$

2.2.1. Utilidades de Von Neumann y Morgenstern

Von Neumann y Morgenstern dieron una lista de postulados de racionalidad sobre preferencias en situaciones de riesgo que implican que una persona racional se comporta como si estuviera maximizando algo, pero ¿Qué es ese algo?

Podemos tomar como referencia un juego como el de la fig. 1 en el que los unicos resultados posibles son W y L, es decir, $\Omega = \{W, L\}$. Supondremos que $W \succ L$. Si una función de utilidad $u : \Omega \rightarrow$ representa esta preferencia, $u(L) = a$ y $u(W) = b$, siendo que $a < b$.

Denotaremos **p** la lotería en la que W ocurre con probabilidad p y L con probabilidad 1 - p. el conjunto de loterías con premios en Ω se denotará por lot(Ω). De esta forma, la utilidad esperada derivada de la lotería **p** esta dada por:

$$\begin{aligned} Eu(\mathbf{p}) &= pu(W) + (1-p)u(L) \\ &= pb + (1-p)a \\ &= a + p(b - a). \end{aligned} \tag{1}$$

Puesto que b - a > 0, se sigue que Eu(**p**) es máximo cuando p es máximo.

El primer supuesto de Von Neumann y Morgenstern es de que, de entre dos loterías cuyos premios consistan solamente en W y L, un jugador racional preferirá siempre la que asigne mayor probabilidad a W. Cuando se satisface este supuesto, la Ecuación (1) nos dice que Eu es necesariamente una función de utilidad para las preferencias de un jugador racional sobre lot({W,L}).

Las cosas se complican cuando hay que considerar premios intermedios entre W y L, ya que deja de ser cierto que Eu es una función de utilidad para las preferencias de un jugador sobre las loterías siempre que u es una función de utilidad para sus preferencias sobre los premios. Si Eu tiene que representar las preferencias sobre las loterías, en general es necesario seleccionar la función de utilidad $u : \Omega \rightarrow$ con mucho cuidado de entre las muchas utilidades que representan las preferencias del jugador sobre los premios. A una función de utilidad seleccionada con el cuidado necesario se le llama función de utilidad de Von Nuemann y Morgenstern

El segundo supuesto de Von Neumann y Morgenstern sobre preferencias racionales es que cada premio intermedio entre el mejor W y el peor L es equivalente a algunas loterías cuyos únicos premios son W y L. Esto es, para cada premio ω en el conjunto Ω, existe una probabilidad q tal que

$$\omega \sim q$$

Por ejemplo, si W = \$100 y L = \$0 entonces ¿cuál es el valor de q para ω = \$10? Podemos construir la función de utilidad de Von Neumann y Morgenstern $u : \Omega \rightarrow \Re$. Esta se define de manera que el valor $u(\omega)$ es la probabilidad q del ejemplo anterior, luego $q = u(\omega)$ se define de manera que sea cierto que un jugador racional es indiferente entre conseguir ω con toda seguridad y conseguir la lotería en la que W ocurre con probabilidad $u(\omega)$ y L con probabilidad $1 - u(\omega)$.

Dado que la escala de utilidad de Von Neumann y Morgenstern se elige de manera arbitraria y representa preferencias, se debe tener cuidado al comparar las utilidades de diferentes personas, ya que su escala de preferencias puede tener referencias diferentes. Para clarificar esto, podemos tomar como ejemplo las escalas de temperatura en grados

Centígrados y grados Farenheit, ambas nos indican temperaturas pero para poder comparar una con la otra se necesita hacer una transformación afín.[2]

2.3. Pagos

Los pagos en un juego los podemos definir en función de las estrategias que utilizan cada uno de los jugadores. Por ejemplo si el jugador I sigue la estrategia pura *s* y el jugador II sigue la estrategia pura *t*, entonces el curso del juego está totalmente determinado, excepto si intervienen jugadas al azar. Así, el par (*s*,*t*) determina una lotería L sobre el conjunto Ω de resultados posibles del juego. De esta forma, el pago $\pi_i(s,t)$ es la utilidad esperada de la lotería L, esto es:

$$\pi_i(s,t) = E\, u_i(L)$$

El equilibrio de Nash se puede expresar relativamente fácil en términos de funciones de pagos, ya que en un juego de dos jugadores en los que se utiliza el par de estrategias (σ,τ), se tiene un equilibrio de Nash si σ es una respuesta óptima a τ y simultáneamente τ es una respuesta óptima a σ y lo podemos escribir de la siguiente forma:

$$\pi_1(\sigma,\tau) \geq \pi_1(s,\tau)$$

[2] Supongamos que $u_1: \Omega \to \mathbb{R}$ y $u_2: \Omega \to \mathbb{R}$ son funciones de utilidad de Von Neumann y Morgenstern para la relación de preferencia $\succ$ definida en Lot(Ω). Entonces existen constantes $A > 0$ y B tales que se cumple $u_2 = Au_1 + B$ a lo que llamamos una transformación afín.

$$\pi_2(\sigma,\tau) \geq \pi_2(\sigma,t)$$

Para ejemplificar esto observemos la Figura 2.3, en la que se representan los pagos para dos jugadores dependiendo la estrategia que utilicen. El jugador I utiliza las estrategias s_1 a s_6, mientras que el jugador II utiliza las estrategias t_1 a t_5. Los pagos para el jugador I se encuentran en la esquina inferior izquierda de cada cuadro y los del jugador II en la esquina superior derecha.

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
s_1	**100** 0	**100** 0	**100** 0	**100** 0	**100** 0
s_2	19 **81**	**80** 20	**80** 20	**80** 20	**80** 20
s_3	19 **81**	51 **49**	**60** **40**	**60** 40	**60** 40
s_4	19 **81**	51 **49**	**75** 25	40 **60**	40 60
s_5	19 **81**	51 **49**	75 25	**91** 9	20 **80**
s_6	19 **81**	51 **49**	75 25	91 9	**99** 1

Figura 2.3
Estrategias y pagos

En este ejemplo se han marcado más fuerte los pagos óptimos para cada estrategia de los jugadores, por ejemplo, para la estrategia s_2 se han marcado los cuatro pagos de 80, que son respuestas igualmente óptimas a las estrategias t_2, t_3 ,t_4 y t_5.

Observando la tabla, vemos que el único recuadro que tiene los dos pagos marcados son donde se cruzan la fila s_3 y la columna t_3. De esta forma, el único par de estrategias puras que constituye un equilibrio de Nash es (s_3, t_3). Cada una de las estrategias puras de este par, es una respuesta óptima a la otra.

2.4. Estrategias dominadas

Como observamos en el ejemplo anterior llegamos a encontrar un equilibrio de Nash mediante la comparación de cada uno de los pagos para los dos jugadores. Sin embargo, hay otra forma de llegar al equilibrio de Nash (para este ejemplo) teniendo la tabla de pagos y es mediante el método de las Estrategias Dominadas.

Este método parte del supuesto de que un jugador racional nunca va a jugar una estrategia que en todos sus pagos obtenidos en respuesta a las estrategias del otro jugador sean menores que los obtenidos con otra estrategia.

De esta forma podemos ver que la estrategia s_1 la eliminamos porque es dominada por todas las demás estrategias del jugador 1, igualmente la estrategia s[illegible] la podemos eliminar, ya que es dominada por la estrategia s[illegible], después, la estrategia s[illegible] la eliminamos porque es dominada por s_4 y s_5. Al llegar a este punto vemos que ya no hay más estrategias dominadas para el jugador I, así que comenzamos a analizar las estrategias del jugador II.

Al observar las columnas vemos que la estrategia t_1 es dominada por todas las demás, y la eliminamos. Después, eliminamos la estrategia t_2 que es dominada por t_3. Luego eliminamos t_5 que es dominada por t_3 y t_4. Dado que ya no hay más estrategias dominadas por columnas, volvemos a analizar las estrategias del jugador I, donde vemos que podemos eliminar a s_5 que es dominada por s_3 y s_4. Luego eliminamos la estrategia t_4 del jugador II que es dominada por t_3, y finalmente eliminamos la estrategia s_4 que es dominada por s_3, con lo cual nos quedamos con la pareja de estrategias (s_3,t_3).

Hay que aclarar que con este método no siempre llegamos a un equilibrio de Nash, y no porque el método no funcione, sino que no en todos los juegos se tiene un equilibrio de Nash.

Otro de los supuestos que se utilizan con este método es el hecho de que un jugador sabe que su adversario es lo bastante racional como para no jugar una estrategia que es dominada por otra, ya que no sería óptimo. Del mismo modo, el adversario sabe que el primer jugador es lo bastante racional para no jugar una estrategia que es dominada por alguna otra. Para justificar un número arbitrario de eliminaciones es necesario asumir que es de conocimiento común[5] que ninguno de los jugadores es tan irracional como para jugar una estrategia fuertemente dominada

2.5. Conflicto y cooperación

En los párrafos anteriores hemos visto algunos problemas que se ocupan de conflictos, sin embargo la teoría de juegos trata problemas en los que las personas están dispuestas a cooperar, por ejemplo cuando se va a hacer el traspaso de bienes como en la compra-venta de una casa o un coche. Aquí encontramos un conflicto en potencia, dado que el comprador quiere precios bajos y el vendedor quiere precios altos.

Como se vio en un ejemplo, una forma de representar los resultados de un juego entre dos jugadores es mediante una tabla de pagos en la que de acuerdo a la estrategia que utilice cada jugador será su pago. Si representamos los pagos en una gráfica encontraremos un área a la que llamaremos región de pagos cooperativos. Para explicar esto, tomemos un ejemplo sencillo

[5] En teoría de juegos, algo es de conocimiento común si todo el mundo lo sabe, si todo el mundo sabe que todo el mundo lo sabe, si todo el mundo sabe que todo el mundo sabe que todo el mundo lo sabe y así sucesivamente

	t_1	t_2	t_3
s_1	-1 2	2 -1	0 1
s_2	1 1	0 3	1 2

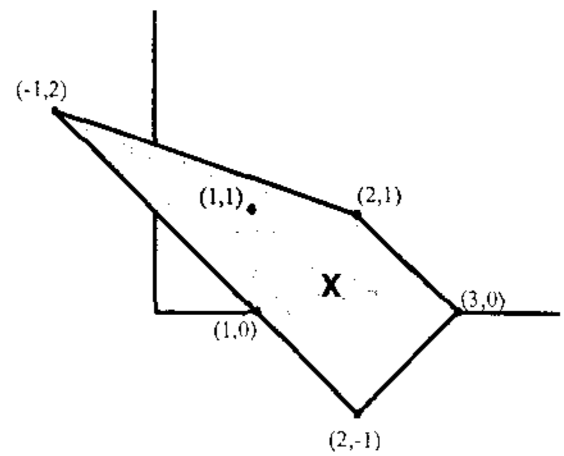


Figura 2.4
Región de pagos cooperativos

Si antes de comenzar el juego, los jugadores firman un contrato que los obligue a jugar sus estrategias puras, se conseguirían los pagos que están marcados en la tabla o en la gráfica de la figura 2.4, sin embargo, el conjunto de puntos que se encuentran dentro de la gráfica se pueden alcanzar si se acuerda que los pagos se realizarán mediante loterías, es decir, que las estrategias se jugaran de acuerdo a un probabilidad. Por ejemplo, si jugamos la estrategia (s_2,t_3) con probabilidad 0.5 y la estrategia (s_1,t_1) con probabilidad 0.5, entonces el pago que esperaríamos sería de (2,0).

Cuando nos encontramos en una situación como la que se describió anteriormente, decimos que todos los posibles resultados que se encuentran en la gráfica es el conjunto de negociación.

Una característica del conjunto de negociación es que se encuentra formado por puntos individualmente racionales, es decir que en este conjunto cada jugador obtiene una utilidad que es por lo menos tan grande como la que un jugador puede garantizarse en ausencia de un acuerdo.

2.6. Minimax y maximin

En los párrafos anteriores se ha hablado de estrategias que usan los jugadores ante determinadas circunstancias. En muchas ocasiones, los jugadores tienen varias estrategias puras que pueden seguir para llevar a cabo el juego, sin embargo hay que elegir la estrategia que sea más conveniente desde el punto de vista del jugador. Esto se menciona porque, como se ha dicho, hay jugadores que les gusta el riesgo, pero hay otro a los cuales les gusta jugar a lo seguro.

Cuando un jugador tiene un conjunto de estrategias puras que puede utilizar en un juego, es importante que analice cuáles de ellas le dan un mejor resultado y cuáles un peor resultado. Por supuesto que esto también depende de lo que nosotros sabemos o suponemos que el otro jugará en respuesta a nuestra acción.

Será más fácil explicar esto mediante un ejemplo:

	t_1	t_2	t_3	
s_1	1	6	0	0
s_2	2	0	3	0
s_3	3	2	**4**	**2**
	3	6	**4**	

Figura 2.5
Matriz de pagos

La matriz de la figura 2.5 representa un juego estrictamente competitivo o un juego de suma cero y por lo mismo sólo se da un pago para cada par de estrategias que se pueden utilizar, siendo s1, s2 y s3 las estrategias del jugador I y t1, t2 y t3 los estrategias del jugador II. Este pago representa lo que gana el jugador I y lo que pierde el jugador II al usar cada par de estrategias.

Los números que están fuera de esta matriz son los valores mínimos de cada renglón y los valores máximos de cada columna y, marcados con negritas, están, el máximo de los que obtuvimos en los renglones y el mínimo de los que obtuvimos en las columnas. Es por esta razón que a este método se le da el nombre de minimax o el de maximin, es decir, se toma el máximo de los valores mínimos y el mínimo de los valores máximos obtenidos

Al utilizar este método los jugadores pueden elegir una *estrategia de seguridad*, mediante la cual se aseguran un pago igual o mejor al recibido jugando la estrategia que da el valor maximin para el jugador I y el minimax para el jugador II.

2.6.1. Valor del juego

Cuando nos encontramos ante un juego o una negociación, esperamos obtener un resultado de esto. Este resultado se puede derivar de el uso de estrategias puras o estrategias mixtas. Cuando se hace uso de estrategias puras, es relativamente fácil encontrar el valor del juego y de hecho podemos encontrar un punto de silla en la matriz de pagos. Para el caso de estrategias mixtas, hay varios métodos para calcular el valor del juego, éstos dependen de la complejidad del problema. Para dar un ejemplo de esto, resolveremos un juego por varios métodos

2.6.1.1 Método geométrico para calcular el valor del juego.

Supongamos que tenemos 2 jugadores con la matriz de pagos de la figura 2.6.

	t_1	t_2	t_3
s_1	1	6	0
s_2	2	0	3
s_3	3	2	4

Figura 2.6
Matriz de pagos

Al hacer un primer analisis de la matriz, observamos que la estrategia s_2 del jugador I está fuertemente dominada por la estrategia s_3, de manera que podemos reducir la matriz de la forma: en que se muestra en la figura 2.7.

	t_1	t_2	t_3
s_1	1	6	0
s_3	3	2	4

figura 2.7
Matriz de pagos reducida

Para calcular el nivel de seguridad del jugador I supondremos que juega su estrategia s_1 con probabilidad r y su estrategia s_3 con probabilidad 1-r. De esta forma, si el jugador II juega su estrategia t_1, entonces el jugador I obtendrá 1 con probabilidad r y obtendrá 3 con probabilidad 1-r y asi sucesivamente para las estrategias t_2 y t_3. Esto lo podemos representar con las siguientes ecuaciones:

$$E_1(r) = 1r + 3(1 - r) = -2r + 3$$

$$E_2(r) = 6r + 2(1 - r) = 4r + 2$$

$$E_3(r) = 0r + 4(1 - r) = -4r + 4.$$

y estas ecuaciones las podemos representar en la gráfica: de la figura 2.8

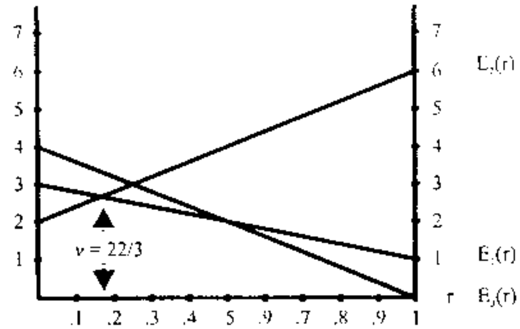


Figura 2.8
Gráfica para calcular el nivel de seguridad del jugador I

Para determinar su nivel de seguridad, el jugador I debe ponerse en el peor de los casos posibles, y de los pagos que resulten de esos casos, tratará de maximizarlos. Como mencionamos anteriormente, las rectas representan los pagos que recibirá el jugador I en función de las estrategias que se jueguen y de su probabilidad r. El jugador I espera que el jugador II juegue de forma que se minimicen sus pagos. Por lo tanto, el punto donde se encuentra el máximo de los pagos mínimos es r = 1 / 6, que es el punto donde se intersectan E(r) y E(r).

De esta forma, si el jugador I juega su estrategia mixta, puede esperar un pago de:

$$v = -2\,(1/6) + 3 = 4(1/6) + 2 = \mathbf{2\ 2/3}.$$

De este análisis concluimos que la estrategia de seguridad de el jugador I es:

$$p = (1/6,\ 0,\ 5/6).$$

De manera similar se podría calcular la estrategia de seguridad del jugador II, q, la cual tiene el siguiente valor:

$$q = (2/3,\ 1/3,\ 0).$$

2.6.1.2. Vectores para calcular el valor del juego.

Otro método que se utilizará para calcular el valor del juego es mediante vectores, los cuales nos darán las estrategias de seguridad de cada jugador.

Partiremos de la matriz de la figura 2.9, que es igual a la matriz reducida que utilizamos en el ejemplo anterior.

	t_1	t_2	t_3
s_1	1	6	0
s_3	3	2	4

figura 2.9

Matriz de pagos reducida

En una gráfica se señala la situación de cada columna, tomando cada par de valores como un punto en el plano, y se dibuja su clausura convexa.

En la misma gráfica trazamos la recta $x_1=x_2$. El punto (v,v) pertenece a esta recta y es el valor del juego que estamos buscando. A la clausura convexa le llamaremos el conjunto H y al conjunto de puntos alrededor de la recta $x_1=x_2$, con el límite de las dos rectas $y=x_1$ y $z=x_2$, le llamaremos K. Al número v se le asigna un valor de manera que H y K tengan un punto en común.

Después se dibuja la recta separadora como se indica en la figura 2.10.

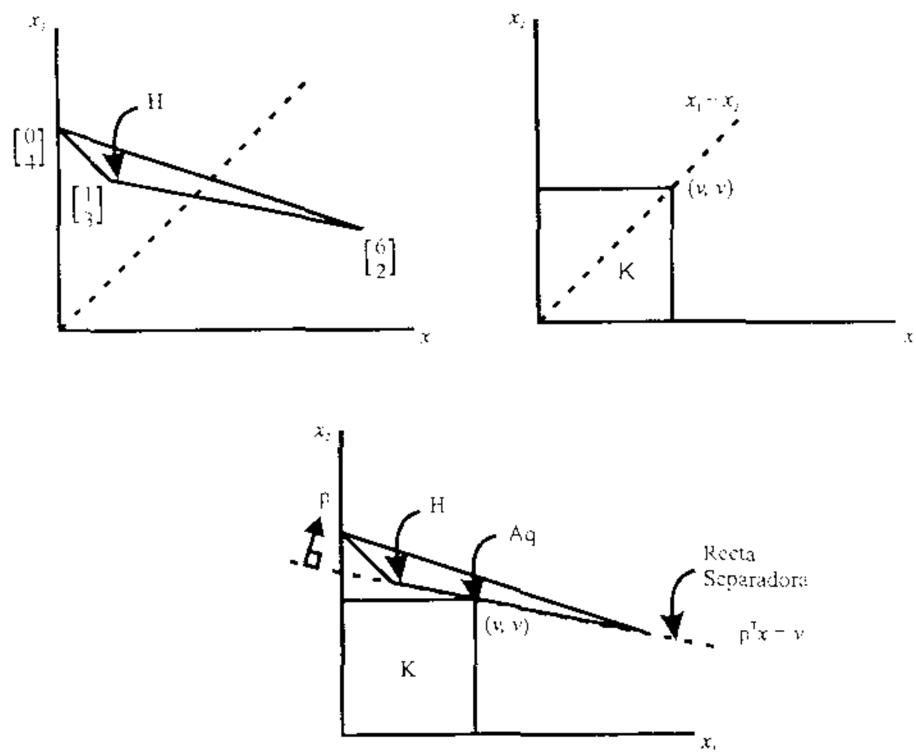


Figura 2.10
Clausura convexa y recta separadora

Ya que se tiene esto, se calcula el vector ortogonal de la recta separadora. Como se ve en la figura 2.10, la recta pasa por los puntos (1, 3) y (6, 2) y con estos podemos obtener su pendiente como sigue:

$$m = \frac{3-2}{1-6} = -\frac{1}{5}.$$

Con este dato ya podemos escribir la ecuación de la recta separadora que queda de la siguiente manera:

$$(x_2 - 3) = -1/5(x_1 - 1)$$

$$x_1 + 5x_2 = 16.$$

Sabemos que los coeficientes de x_1 y x_2, (1 y 5) son las coordenadas de un vector normal a esa recta, y como lo que nos interesa es el vector unitario, entonces las coordenadas del vector unitario ortogonal a la recta $x_1 + 5x_2 = 16$ es

$$p = (1/6, 5/6).$$

El valor del juego lo encontramos en el punto donde la recta $x_1 = x_2$ y la recta separadora $x_1 + 5x_2 = 16$ se interceptan. Por lo tanto nos queda que

$$v + 5v = 16$$

$$v = 16/6$$

$$v = 2\ 2/3.$$

Para hallar q usamos el hecho de que Aq pertenece al conjunto $H \cap K$. En este ejemplo, $H \cap K$ consiste de un único punto $(v, v) = (2\ 2/3, 2\ 2/3)$, de manera que:

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q1 \\ q2 \\ q3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\ 2/3 \\ 2\ 2/3 \end{bmatrix}$$

Esto lo podríamos convertir en un sistema de tres ecuaciones lineales añadiendo la condición de que $q1 + q2 + q3 = 1$, sin embargo, en algunas ocasiones puede resolverse con mayor facilidad. Recordemos que H es la clausura convexa de las columnas de A, de modo que Aq es una combinación convexa de las columnas de A. De hecho Aq se encuentra en el centro de gravedad de los pesos q1, q2 y q3, colocados en los puntos (1, 3), (6, 2) y (0, 4). En la figura anterior, $(v, v) = Aq$ parece que se encuentra a un tercio del camino sobre el segmento que une el punto (1, 3) con el punto (6, 2). Si es así, entonces los pesos apropiados deben ser $q1 = 2/3$, $q2 = 1/3$ y $q3 = 0$ y para comprobarlo podemos ver que

$$2/3\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} + 1/3\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}.$$

Así, con un mínimo de cálculo hemos establecido que la jugadora II tiene una única estrategia de seguridad $q = (2/3, 1/3, 0)$.

CAPÍTULO 3

TEORÍA MODERNA DE NEGOCIACIÓN

3.1. Conjuntos de Negociación

3.1.1. Conjuntos de Negociación de Nash

El matemático John Nash afirmó que además de decir que un conjunto de negociación contiene los pares de pagos que dos jugadores pueden obtener en una negociación se puede decir que hay un único pago que satisface ciertos axiomas y que le llamó la solución de negociación de Nash.

Matemáticamente, un problema de negociación de Nash es simplemente un par (X,d), en el que X representa en conjunto de pares de pagos factibles y d es un punto en X que representa las consecuencias de no llegar a un acuerdo. Se considerarán conjuntos factibles aquellos tales que:

1. El conjunto X es convexo.

2. El conjunto X es cerrado y acotado superiormente.

3. Se permite la eliminación libre.

El conjunto de los problemas de negociación (X,*d*) que satisfacen estas condiciones se representan por B.

3.1.1.1. Axiomas de Nash

El proceso para resolver un problema de negociación debe satisfacer ciertos criterios o propiedades, que informalmente se pueden expresar de la siguiente manera:

- El resultado final no debería depender de cómo estén calibradas las escalas de utilidad de los jugadores.
- El par de pagos acordados siempre deberían pertenecer al conjunto de negociación.
- Si los jugadores a veces se ponen de acuerdo en el par de pagos *s* cuando *t* es factible, entonces nunca se ponen de acuerdo en *t* cuando *s* es factible.
- En situaciones simétricas, ambos jugadores obtienen lo mismo.

La primera propiedad se refiere a que no importa de que manera cada jugador represente la utilidad obtenida en la negociación.

La segunda nos dice que cualquier par de pagos se debe encontrar dentro del conjunto de negociación a fin de que se pueda cerrar un trato.

El tercer punto se refiere a la independencia de alternativas irrelevantes, lo cual se puede explicar mejor con un ejemplo. Dos personas deciden comer en un restaurante mexicano donde hay tres alternativas: tacos de pollo, sopes y mole. Después de un rato optan por los sopes; el mesero aparece y les informa que se ha terminado el mole y entonces deciden cambiar su elección por los tacos de pollo. Aquí se rompe con el principio de independencia de alternativas irrelevantes debido a que la elección entre sopes y tacos de pollo debería de ser independiente de que haya o no mole.

El cuarto punto quiere decir que la solución de negociación no se preocupa de a quién llamemos jugador I y jugador II, ya que si invertimos los papeles, ambos jugadores seguirán obteniendo el mismo pago.

3.1.1.2. Productos de Nash

Cuando nos enfrentamos a un problema de negociación en el que intervienen dos personas o grupos, necesitamos tomar en cuenta el poder de negociación que tiene en ese momento cada uno y los cuales los representaremos como α y β.

La solución de Nash generalizada G(X,d) correspondientes a los poderes de negociación α y β se puede caracterizar como aquel punto en el que se alcanza el

$$\max_{\substack{x \in X \\ x \geq d}} (x_1 - d_1)^{\alpha} (x_2 - d_2)^{\beta}$$

A ésta expresión se le llama un producto de Nash generalizado y la utilizaremos para encontrar el punto óptimo en la negociación. Esto lo podemos observar en la figura 3.1.

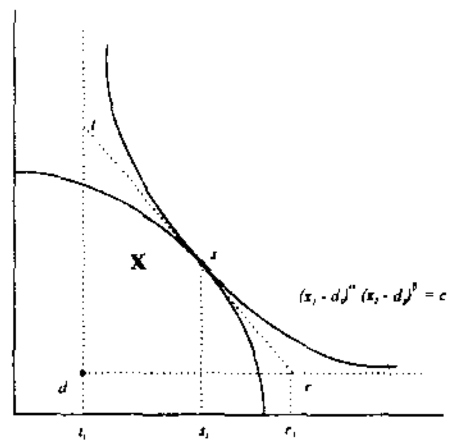


Figura 3.1

Productos de Nash

Es necesario confirmar que, si r y t están sobre la tangente a $(x_1 - d_1)^\alpha (x_2 - d_2)^\beta = c$ en s, como se indica en la figura 3.1, entonces $s = \alpha r + \beta t$.

De esta forma tenemos que si $f(x_1, x_2) = (x_1 - d_1)^\alpha (x_2 - d_2)^\beta$, la tangente es

$$\alpha\left(\frac{x_1 - s_1}{s_1 - d_1}\right) + \beta\left(\frac{x_2 - s_2}{s_2 - d_2}\right) = 0 .$$

Esto se puede escribir como

$$\alpha\left(\frac{x_1 - s_1}{s_1 - t_1}\right) + \beta\left(\frac{x_2 - s_2}{s_2 - r_2}\right) = 0 .$$

dado que $d = (d_1, d_2) = (t_1, r_2)$. Puesto que r y t se encuentran sobre la tangente,

$$\alpha\left(\frac{r_1 - s_1}{s_1 - t_1}\right) + \beta = 0;$$

$$-\alpha + \beta\left(\frac{t_2 - s_2}{s_2 - r_2}\right) = 0$$

y resolviendo estas ecuaciones para s_1 y s_2, obtenemos que

$$s_1 = \alpha r_1 + \beta t_1 \qquad ; \qquad s_2 = \alpha r_2 + \beta t_2$$

Se sigue que $s = \alpha r + \beta t$, que es lo que se quería demostrar.

En la solución de negociación de Nash se tiene que $a + b = 1$. Como esta limitación es en ocasiones inconveniente podemos pensar en las siguientes condiciones $a \geq 0$, $b \geq 0$ y $a + b > 0$, de manera que la solución de negociación de Nash sea la misma utilizando los siguientes poderes de negociación: $\alpha = a/(a + b)$ y $\beta = b/(a + b)$. Esto podemos comprobar que es cierto con productos generalizados de Nash dado que:

$$(x_1 - d_1)^a (x_2 - d_2)^b \quad [(x_1 - d_1)^\alpha (x_2 - d_2)^\beta]^{a+b}$$

De esta forma, el producto $(x_1 - d_1)^a (x_2 - d_2)^b$ queda maximizado siempre que el producto $(x_1 - d_1)^\alpha (x_2 - d_2)^\beta$ se maximiza. Como $a/b = \alpha/\beta$, la solución de negociación sigue dependiendo de la razón de los poderes de negociación y si recordamos que la solución de negociación de Nash regular tenía $\alpha = \beta = 1/2$, entonces lo podemos reemplazar por $a = b = 1$ de manera que la expresión nos quede de la siguiente manera:

$$\max_{\substack{x \in X \\ x \geq d}} (x_1 - d_1)(x_2 - d_2)$$

A lo que llamamos simplemente un producto de Nash.

3.2. La división del dólar

Un ejemplo clásico para ejemplificar negociaciones con el teorema de Nash es "la división del dólar". El dólar ejemplifica el excedente que se puede generar cuando dos partes negocian sobre el valor de una cosa, es decir, si un vendedor piensa que su propiedad vale 3 unidades y el comprador piensa que vale 4 unidades, entonces, si se ponen de acuerdo, se generará un excedente de 1 unidad. El problema es cómo va a quedar repartido ese excedente entre las dos personas.

Las dos personas pueden ponerse de acuerdo sobre cualquier par de pagos $m = (m_1, m_2)$ dentro del conjunto $M = \{m: m_1 + m_2 \leq 1\}$. La ausencia de acuerdo se representa por el vector 0. Para poder analizar esta situación, es necesario traducir esta situación a utilidades de Von Neumann y Morgestern. las cuales vienen dadas de manera sencilla como sigue:

$$u_i(m_i) = v_i(m_i).$$

esto quiere decir que la utilidad del jugador i, únicamente depende de la cantidad m, que consigan por medio del acuerdo.

Si los dos jugadores son aversos al riesgo, entonces u_1 y u_2 serán cóncavas y por el contrario, si a los jugadores les gusta arriesgarse entonces u_1 y u_2 serán convexas.

Para explicar este concepto es mejor dar un ejemplo numérico. Tenemos dos jugadores los cuales se van a repartir un dólar; suponemos que se reparten la totalidad del dólar entre ellos. Primero que nada, definamos el valor que da cada uno de los jugadores a la ganancia que obtiene del dólar en disputa:

Jugador I: $v_1(z) = z^{\text{[illegible]}}$

Jugador II: $v_2(z) = (1-z)^{\text{[illegible]}}$

z es la cantidad que gana el jugador I

(1-z) es la cantidad que gana el jugador II

El comportamiento de cada jugador en la negociación puede ser de diferentes maneras y se puede representar gráficamente, utilizando las funciones de utilidad definidas anteriormente, de la siguiente manera:

Para los jugadores aversos al riesgo, los coeficientes de la función de utilidad son menores a 1 y los resultados los vemos en la figura 3.2.

$\gamma =$ 0.6
$\delta =$ 0.5

z	1-z	z^{γ}	$(1-z)^{\delta}$
0	1	0.000	1.000
0.1	0.9	0.251	0.949
0.2	0.8	0.381	0.894
0.3	0.7	0.486	0.837
0.4	0.6	0.577	0.775
0.5	0.5	0.660	0.707
0.6	0.4	0.736	0.632
0.7	0.3	0.807	0.548
0.8	0.2	0.875	0.447
0.9	0.1	0.939	0.316
1	0	1.000	0.000

Figura 3.2
Tabla de Pagos

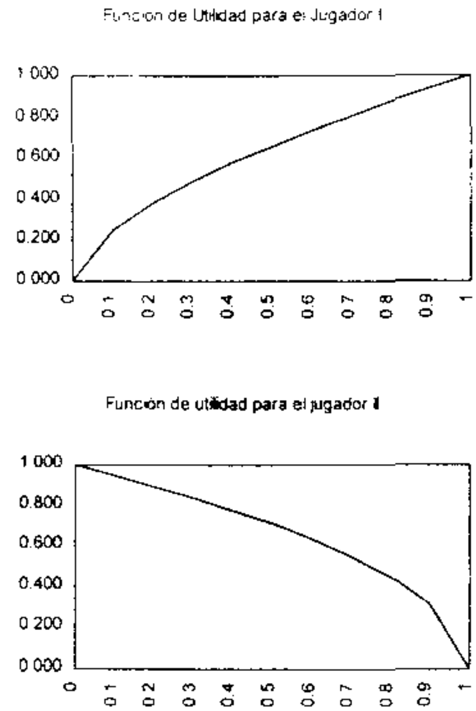


Figura 3.3
Gráfica de la función de utilidad

Como vemos en la figura 3.3, las gráficas que representan la utilidad para cada jugador son cóncavas, lo que significa que son aversos al riesgo.

Por otro lado existen los jugadores que son amantes del riesgo, comportamiento que igualmente podemos graficar utilizando las mismas funciones de utilidad, esta vez los coeficientes de dichas funciones serán mayores a 1 y los resultados los vemos en la figura 3.4

$\gamma =$ 1.5
$\delta =$ 1.8

z	1-z	z^{γ}	$(1-z)^{\delta}$
0	1	0.000	1.000
0.1	0.9	0.032	0.827
0.2	0.8	0.089	0.669
0.3	0.7	0.164	0.526
0.4	0.6	0.253	0.399
0.5	0.5	0.354	0.287
0.6	0.4	0.465	0.192
0.7	0.3	0.586	0.115
0.8	0.2	0.716	0.055
0.9	0.1	0.854	0.016
1	0	1.000	0.000

Figura 3.4
Tabla de Pagos

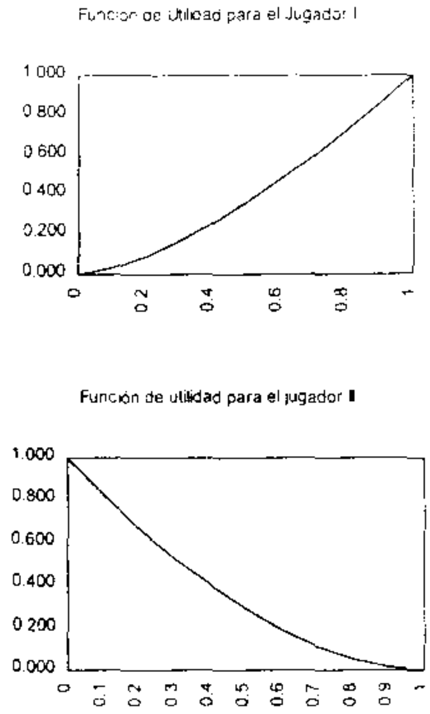


Figura 3.5
Gráficas de la función de utilidad

Esta vez el comportamiento de las gráficas de la figura 3.5 fue diferente a las anteriores. Para el caso en que a los jugadores les gusta el riesgo las gráficas son convexas.

A continuación cambiaremos nuevamente los coeficientes de las funciones de utilidad de ambos jugadores y graficaremos sus resultados conjuntamente en la figura 3.6

I	II	I	II
z	1 - z	z^γ	$(1-z)^\delta$
0	1.0	0.000	1.000
0.1	0.9	0.032	0.810
0.2	0.8	0.089	0.640
0.3	0.7	0.164	0.490
0.4	0.6	0.253	0.360
0.5	0.5	0.354	0.250
0.6	0.4	0.465	0.160
0.7	0.3	0.586	0.090
0.8	0.2	0.716	0.040
0.9	0.1	0.854	0.010
1.0	0.0	1.000	0.000

Figura 3.6

Tabla de Pagos

Con γ = 1.5 y δ = 2

Figura 3.7

Utilidades para los jugadores I y II

Para obtener el conjunto de todos los puntos Pareto-eficientes en este conjunto de negociación, graficamos, en el eje de las abscisas la utilidad del jugador I y en el eje de las ordenadas la utilidad del jugador II. Para este caso en que tenemos γ y $\delta > 1$, la curva de la figura 3.7 es convexa, lo que indica que a los jugadores les gusta el riesgo.

Para comparar, veamos la figura 3.8 para el caso en que γ y $\delta < 1$.

z	1 - z
0	1.0
0.1	0.9
0.2	0.8
0.3	0.7
0.4	0.6
0.5	0.5
0.6	0.4
0.7	0.3
0.8	0.2
0.9	0.1
1.0	0.0

z^γ	(1-z)^δ
0.000	1.000
0.316	0.929
0.447	0.855
0.548	0.779
0.632	0.699
0.707	0.616
0.775	0.527
0.837	0.431
0.894	0.324
0.949	0.200
1.000	0.000

Figura 3.8

Tabla de Pagos

Con $\gamma = 0.5$ y $\delta = 0.7$

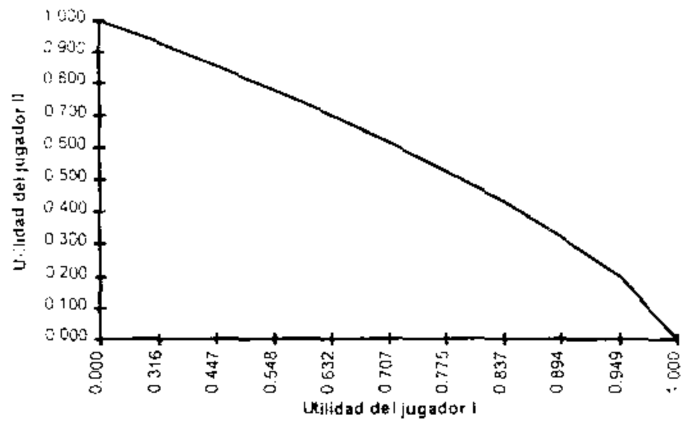


Figura 3.9

Utilidades para los jugadores I y II

Vemos que cambiando los exponentes en la función de utilidad para los dos jugadores, haciendo que sean menores a 1, el conjunto de todos los puntos Pareto-eficientes en la figura 3.9 resultan en una curva cóncava, lo que significa que los jugadores son aversos al riesgo.

Nash propone la utilización de sus productos para llegar al punto óptimo en estas negociaciones. La solución se encuentra cuando el producto de las funciones de utilidad de cada uno de los jugadores se maximiza, sin importar si los jugadores son amantes o aversos al riesgo.

Como se mencionó en el capítulo de los productos de Nash, en la negociación también intervienen los poderes de negociación de cada uno de los jugadores y la ganancia que obtiene cada uno de ellos en el caso de desacuerdo. Para el ejemplo de la división del dólar supondremos que si los jugadores no llegan a un acuerdo ninguno de los dos recibe nada, por lo tanto, el par de utilidades de desacuerdo es $d = (0, 0)$. De esta forma, el valor del producto generalizado de Nash, $(x_1 - d_1)^{\alpha} (x_2 - d_2)^{\beta}$, cuando $x_1 = z^{\gamma}$ y $x_2 = (1-z)^{\delta}$ es:

$$z^{\alpha\gamma}(1 - z)^{\beta\delta}.$$

La solución de negociación de Nash generalizada $G(X, d)$ se da donde este producto alcanza un máximo (sujeto a la restricción $0 \leq z \leq 1$). La solución a este problema de optimización es

$$z = \frac{\gamma\alpha}{\gamma\alpha+\delta\beta}; \quad 1 - z = \frac{\delta\beta}{\gamma\alpha+\delta\beta}.$$

Sin embargo, utilizando el producto de Nash obtenido anteriormente, es posible encontrar los pagos óptimos para cada cada uno de los jugadores sin tener que utilizar otras técnicas.

Para entender mejor estos conceptos utilizaremos el mismo ejemplo en dos situaciones diferentes.

3.2.1 Funciones de utilidad y poderes de negociación iguales

Cuando vemos un problema en el que dos partes se tienen que dividir algo, nuestra primera impresión es que el trato justo se llevaría acabo si ambas partes obtuvieran lo mismo. Este es un argumento perfectamente válido en el caso en que ambas partes valoran el objeto de negociación de la misma forma y sus poderes de negociación están equilibrados, y es el caso que se expondrá a continuación.

En la tabla de la figura 3.10 se muestran los valores obtenidos para las funciones de utilidad del jugador I y del jugador II, así como el valor del producto de ambas funciones (producto de Nash). Recordemos que z es la parte del dólar que obtiene el jugador I y $1 - z$ es la parte que obtiene el jugador II.

Jug. I	$\alpha = 0.5$
Jug. II	$\beta = 0.5$
	$\gamma = 0.8$
	$\delta = 0.8$

z	1-z	z	(1-z)	producto de nash $z(1-z)$
0	1	0.000	1.000	0.00000
0.1	0.9	0.158	0.919	0.38168
0 2	0 8	0 276	0.837	0.48045
0.3	0.7	0.382	0.752	0.53566
0.4	0.6	0.480	0.665	0.56505
0.5	0.5	0.574	0.574	0.57435
0.6	0.4	0.665	0.480	0 56505
0.7	0.3	0.752	0.382	0.53566
0.8	0.2	0.837	0.276	0 48045
0.9	0.1	0.919	0.158	0.38168
1	0	1.000	0.000	0.00000

Figura 3.10
Producto de Nash

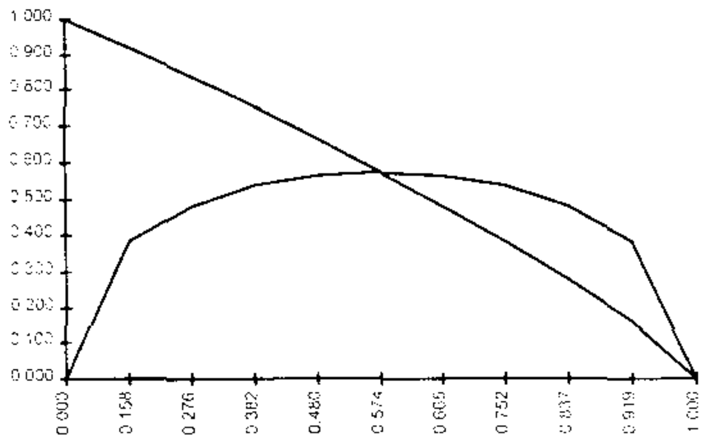


Figura 3.11
Localización del punto óptimo

En la figura 3.11 observamos que la línea casi recta que cruza de la esquina superior izquierda a la esquina inferior derecha representa las utilidades de los dos jugadores y la curva representa los valores del producto de Nash.

Como vemos en la tabla de la figura 3.10, el valor máximo del producto de Nash se alcanza cuando los dos jugadores se reparten exactamente la misma cantidad. Este es el resultado al que, intuitivamente, habíamos pensado llegar, ya que es lógico que si ninguno de los dos jugadores tiene ventaja alguna sobre el otro, el trato justo es dividir por partes iguales.

3.2.2. Funciones de utilidad y poderes de negociación distintos

En ocasiones nos encontramos en situaciones en las que alguna de las partes tiene una cierta ventaja, o un poder de negociación, mayor que la otra parte.

Esto es algo que también afecta el resultado final de la negociación. El problema en estos casos es definir objetivamente qué peso o poder de negociación se le da a cada uno de los jugadores

Cuando combinamos los poderes de negociación con la función del valor de utilidad que dan los jugadores a la negociación, estos factores pueden tender a equilibrarse o, por el contrario, sesgarse más hacia uno de los jugadores.

Para entender mejor esta situación, utilizaremos el mismo ejemplo que en la subsección anterior pero cambiando los valores para α, β, γ y δ.

El primer caso que analizaremos es en el que variamos los valores de α y β haciendo que sean diferentes y mantenemos iguales los valores de γ y δ. En la tabla de la figura 3.12 se muestran los valores obtenidos para las funciones de utilidad del jugador I y del jugador II, así como el valor del producto de ambas funciones (producto de Nash).

Jug. I $\alpha = 0.3$
Jug. II $\beta = 0.7$

$\gamma = 1.5$
$\delta = 1.5$

z	1-z	z^{γ}	$(1-z)^{\delta}$	producto de nash $z^{\gamma\alpha}(1-z)^{\delta\beta}$
0	1	0.000	1.000	0.00000
0.1	0.9	0.032	0.854	0.31765
0.2	0.8	0.089	0.716	0.38345
0.3	0.7	0.164	0.586	0.40000
0.4	0.6	0.253	0.465	0.38724
0.5	0.5	0.354	0.354	0.35355
0.6	0.4	0.465	0.253	0.30362
0.7	0.3	0.586	0.164	0.24059
0.8	0.2	0.716	0.089	0.16691
0.9	0.1	0.854	0.032	0.08500
1	0	1.000	0.000	0.00000

Figura 3.12
Producto de Nash

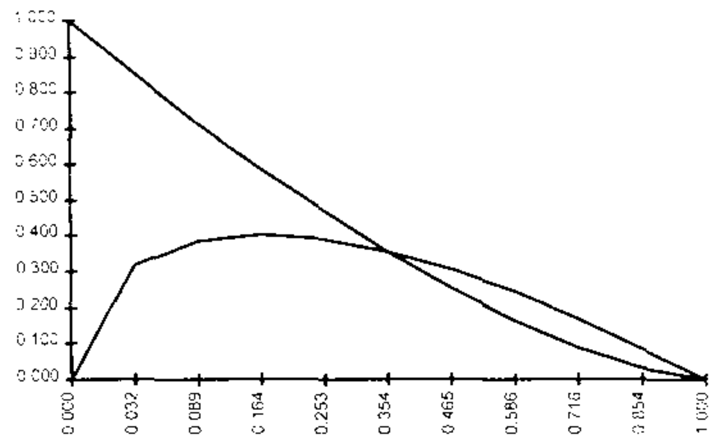


Figura 3.13
Localización del punto óptimo

Como podemos observar en la tabla de la figura 3.12, el valor máximo del producto de Nash ya no se alcanza cuando los jugadores se dividen la misma cantidad para cada uno. En este caso el jugador I tiene un poder de negociación de 0.3 y el jugador II tiene un poder de negociación de 0.7, los valores de γ y δ son iguales a 1.5, lo que significa que su percepción de utilidad para esta negociación es igual para ambos y, en este caso, a los dos jugadores les gusta el riesgo.

Dadas estas condiciones en que el jugador II tiene un mayor peso, observamos en la figura 3.13 que la curva se sesgó a la izquierda, lo que significa que el punto donde el producto de Nash alcanza su máximo, según vemos en la tabla de la figura 3.12, es cuando el jugador I recibe \$0.3 y el jugador II recibe \$0.7.

Ahora veamos qué pasa cuando los jugadores tienen una percepción diferente del valor de la función de utilidad y los poderes de negociación son iguales. En la tabla de la figura 3.14 se muestran los valores obtenidos para las funciones de utilidad del jugador I y del jugador II, así como el valor del producto de ambas funciones (producto de Nash).

Jug. I $\alpha = 0.5$
Jug. II $\beta = 0.5$

$\gamma = 1.3$
$\delta = 0.8$

z	1-z	z^{γ}	$(1-z)^{\delta}$	producto de nash $z^{\gamma\alpha}(1-z)^{\delta\beta}$
0	1	0.000	1.000	0.00000
0.1	0.9	0.050	0.919	0.21463
0.2	0.8	0.123	0.837	0.32130
0.3	0.7	0.209	0.752	0.39643
0.4	0.6	0.304	0.665	0.44937
0.5	0.5	0.406	0.574	0.48297
0.6	0.4	0.515	0.480	0.49730
0.7	0.3	0.629	0.382	0.48996
0.8	0.2	0.748	0.276	0.45438
0.9	0.1	0.872	0.158	0.37176
1	0	1.000	0.000	0.00000

Figura 3.14
Producto de Nash

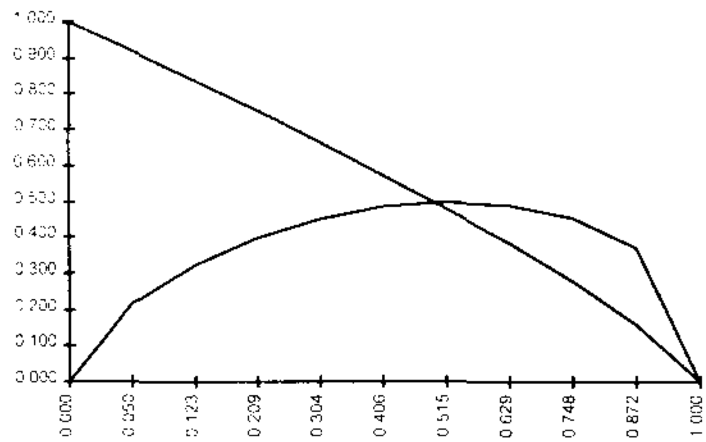


Figura 3.15
Localización del punto óptimo

En este caso vemos que, aunque los poderes de negociación son iguales, la percepción del valor de la negociación que tienen cada uno de los jugadores es diferente. En este caso, vemos que al jugador I le gusta el riesgo y que, por el contrario, el jugador II es averso al riesgo. La curva del producto de Nash en la figura 3.15 está sesgada del lado donde el jugador I tiene una ganancia mayor. De aquí podemos concluir que en este tipo de situaciones, en las que los poderes de negociación son iguales es conveniente arriesgarse.

Por último veremos la situación en la que ni los poderes de negociación, ni el valor de la función de utilidad son iguales para ambos jugadores. En este caso daremos un poder de negociación mayor al jugador I, sin embargo, será un jugador al cual no le gusta arriesgarse. El jugador II tendrá un poder de negociación menor pero será un jugador al cual le gusta el riesgo. En la tabla de la figura 3.16 se muestran los valores obtenidos para las funciones de utilidad del jugador I y del jugador II, así como el valor del producto de ambas funciones (producto de Nash)

Jug. I $\alpha = 0.7$
Jug. II $\beta = 0.3$

$\gamma = 0.8$
$\delta = 1.3$

z	1-z	z^{γ}	$(1-z)^{\delta}$	producto de nash $z^{\gamma\alpha}(1-z)^{\delta\beta}$
0	1	0.000	1.000	0.00000
0.1	0.9	0.158	0.872	0.26433
0.2	0.8	0.276	0.748	0.37220
0.3	0.7	0.382	0.629	0.44338
0.4	0.6	0.480	0.515	0.49049
0.5	0.5	0.574	0.406	0.51763
0.6	0.4	0.665	0.304	0.52549
0.7	0.3	0.752	0.209	0.51207
0.8	0.2	0.837	0.123	0.47112
0.9	0.1	0.919	0.050	0.38404
1	0	1.000	0.000	0.00000

Figura 3.16
Producto de Nash

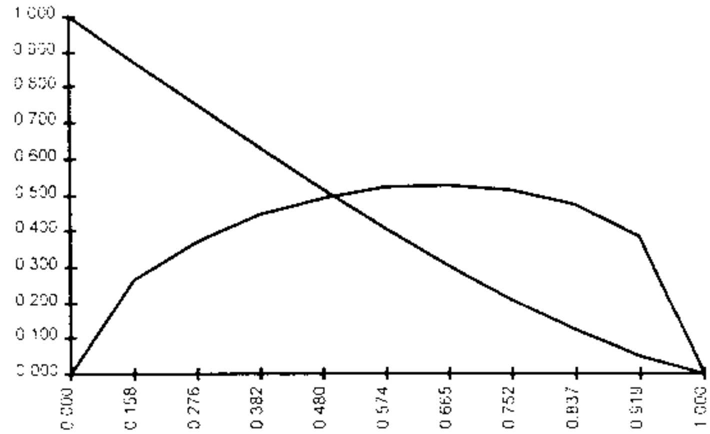


Figura 3.17
Localización del punto óptimo

En este caso la negociación alcanza su punto óptimo cuando el jugador I obtiene \$0.6 y el jugador II obtiene \$0.4. Como vemos, la solución se aproximó a los valores de 0.5 para ambos jugadores; esto se debe a que, aunque el jugador I tiene un poder de negociación mayor, es averso al riesgo, situación contraria a la del jugador II. Estas condiciones hacen que la negociación tienda a equilibrarse, sin embargo vemos en la gráfica de la figura 3.17 que el poder de negociación del jugador I tuvo un peso suficientemente fuerte para inclinar la solución del lado del jugador I.

3.3. El rol del tiempo en la negociación

La discusión anterior, acerca de la división del dólar, es un ejemplo simplificado de lo que sucede en la realidad cuando entablamos una negociación. Una forma más real de hacer la representación de la negociación es cuando incluimos el rol que juega el tiempo en el resultado final.

En general, cuando dos personas buscan llegar a un acuerdo sobre algo, tratan de que no se prolongue demasiado, ya que la negociación comienza a perder valor para cada uno de los participantes. Una forma de representar el grado de impaciencia es utilizando una tasa de descuento, mediante la cual entendemos un pérdida del valor de la negociación a medida que transcurre el tiempo.

Una suposición que utilizamos en el ejemplo de "la división del dólar" es el hecho de que el jugador I hace una propuesta, si el jugador II acepta, entonces el juego termina con la propuesta del jugador I, mientras que si se rechaza la propuesta, entonces ninguno de los dos jugadores recibe nada; este es el caso típico de una tienda de autoservicio, en la cual los precios de los artículos ya están marcados, si el cliente lo acepta, compra el artículo y se lo lleva, de lo contrario ni el cliente se lleva el artículo, ni la tienda recibe dinero. Sin embargo, muchos casos de negociación tienen una serie de ofertas y contra-ofertas y, aunque ninguna de las dos partes sea muy impaciente, es lógico pensar que la negociación no puede durar indefinidamente.

Como se había mencionado anteriormente, los jugadores pueden ponerse de acuerdo en cualquier par de pagos $m = (m_1, m_2)$ dentro del conjunto M. De esta forma, representaremos las utilidades para un acuerdo m alcanzado en el instante t como:

$$u_i(m, t) = v_i(m_i)\delta^t,$$

donde

δ = tasa de descuento

t = instante en el que se alcanza el acuerdo.

Lo que quiere decir que entre más tiempo se tarden los jugadores en ponerse de acuerdo, su utilidad se irá reduciendo. Por lo tanto, cuando un jugador hace una oferta, la tiene que hacer de manera que el otro jugador se muestre indiferente entre aceptar y rechazar. Para representar esto, definamos los vectores $a = u(m, 0)$ y $b = u(n, 0)$. Por ejemplo, $a_1 = u_1(m, 0)$ es la utilidad que obtiene el jugador 1 al aceptarse la primera propuesta en el instante cero; a2 = u2(m, 0) es la utilidad que obtiene el jugador 2 al aceptarse la primera propuesta en el instante cero. Si se rechaza la propuesta, el segundo jugador hará una contra-propuesta y entonces la utilidad de los jugadores se verá degradada por una cierta tasa de descuento.

Si queremos que la primera propuesta hecha por el jugador I le resulte indiferente al jugador II entre aceptar y rechazar, el planteamiento sería el siguiente:

$$a_2 = b_2\delta_2$$

Lo que quiere decir que el valor de la negociación es el mismo para el jugador II si acepta la propuesta del jugador I o si la rechaza y la negociación se cierra con su contra-oferta.

Lo mismo ocurre si el jugador II es quien hace primero la oferta, y la condición la podemos representar como:

$$b_1 = a_1\delta_1$$

y en general decimos que cada oferta debe cumplir

$$b_2\delta_1^{t} = a_2\delta_1^{t-1}$$

En la figura 3.18 podemos ver las condiciones que marcamos anteriormente. La primera de ellas exige que (a_1, a_2) y $(b_1\delta_1, b_2\delta_2)$ estén en la misma recta horizontal. La segunda de ellas exige que (b_1, b_2) y $(a_1\delta_1, a_2\delta_2)$ estén en la misma recta vertical.

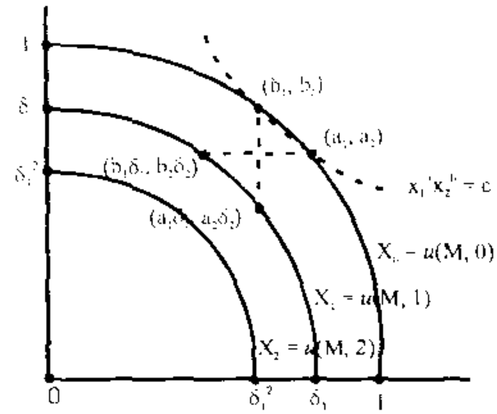


Figura 3.18

Utilidad degradada por una tasa de descuento

Las condiciones de equilibrio anteriores se pusieron para el caso en que $t = 1$, sin embargo podemos estudiar el caso en que $t \to 0$, ya que en el mundo real, una vez que un jugador ha rechazado una oferta, lo óptimo es hacer una contra-oferta lo más rápido posible. Por lo mismo, podemos reescribir las tasas de descuento que ocupamos anteriormente de la siguiente forma.

$$\delta 1 = e^{\rho 1}$$

$$\delta 2 = e^{\rho 2}$$

donde ρ_1 y ρ_2 son tasas de descuento.

De esta forma un equilibrio subjuego perfecto se aproxima a una solución de negociación de Nash, con los poderes de negociación $\alpha = 1 / \rho_1$ y $\beta = 1 / \rho_2$.

CONCLUSIONES

Después de realizar el estudio del proceso de negociación podemos obtener algunas conclusiones importantes.

En toda negociación están involucrados muchos factores que afectan a la misma y, por lo tanto, cuando estamos negociando con otra persona o grupo de personas, debemos tomar en cuenta el ambiente en el que se desarrolla, el poder de negociación que tiene cada una de las partes, cómo afecta a cada parte el hecho de no llegar a un acuerdo, el efecto de alargar la negociación por tiempo indefinido y otros muchos factores que afectan la forma en que cada negociador se comporta al estar algo en disputa.

Si ubicamos algunos de estos puntos en el contexto en que vivimos, habrá algunos que tengan una mayor importancia, por ejemplo, el ambiente en el que se desarrolla la negociación y la duración de la misma. Ejemplos de estos hay varios pero uno muy representativo fue la negociación de los bancos con sus deudores. Cuando comenzó la crisis en 1995, los bancos trataron a toda costa de recuperar el dinero que tenían prestado, sin embargo, por las condiciones de la economía en México, los deudores simplemente no pudieron realizar los pagos que los bancos exigían y de ahí surgió el problema tan grave de la cartera vencida, los grupos de personas que se unieron para declarar su incapacidad de pago, como por ejemplo "El Barzón", y algunos otros problemas más que afectaron tanto a los deudores como a los bancos.

En esta situacion, el principal problema fue la falta de visión de los bancos al no ubicarse en la realidad de la situación de los deudores y el entorno económico que prevalecía en México.

La utilización de métodos formales para llevar a cabo una negociación ayuda a que ésta se realice más ágilmente y de manera más conveniente para ambas partes. Una de las razones de esto, es que al utilizar un método, la persona que analiza el problema se obliga a incluir todas las variables que intervienen y, que de una u otra forma, puedan darle ventaja a alguna de las partes.

La utilización de estos métodos se debe hacer preferentemente a través de un intermediario que sea neutral, debido a que en la mayoría de las negociaciones se necesita conocer información que difícilmente una de las partes le revelaría a la otra únicamente para poder hacer un análisis. La ayuda de un intermediario hace posible que ambas partes revelen información importante para la negociación de manera más confiable y sin que la otra parte tenga que saberlo.

El teorema de Nash es una forma nueva de resolver los problemas de negociación mediante el uso de herramientas matemáticas más sofisticadas que con la forma tradicional, lo cual exige que la persona que aplique este método tenga una formación completa tanto en el área de negocios como en el área matemática que utiliza Nash para poder hacer una interpretación correcta de los resultados.

Otro aspecto muy importante y que debe resaltarse es el factor tiempo. Muchas ocasiones los negociadores buscan obtener la mayor ganancia posible en una negociación y, para lograr esto, hay veces en que esperan demasiado tiempo para que la otra parte acepte su precio. Este tiempo en ocasiones es tan largo que el valor del dinero se degrada y obtienen menos de lo que hubieran obtenido en un principio aceptando un precio un poco menor.

DESARROLLO DEL TEOREMA DE NASH

La aplicación de la teoría de juegos y de gráficas a través del teorema de Nash en las negociaciones podríamos decir que está en sus inicios.

El tema principal del problema que se trató en este trabajo se refirió principalmente a la división de un excedente entre dos partes que negocian, sin embargo, es lógico pensar en que muchos problemas no involucran nada más la división de un excedente entre dos partes sino que el problema puede tener muchos temas extras que se deben de resolver conjuntamente en la misma negociación. El problema se complica aún más cuando se tratan de resolver muchos temas entre muchas partes.

Esta es la razon por la que podemos decir que este teorema esta en "pañales" y es un tema interesante e importante de investigación para poder generalizar el teorema a mas de una variable.

BIBLIOGRAFÍA

BINMORE, Ken, Teoria de Juegos, 2a. Edición, Mc Graw Hill, Madrid, España. 1994.

RAIFFA, Howard, El Arte y la Ciencia de la Negociación, Harvard University Press. Fondo de Cultura Económica, México, D.F.,1996

MORROW, James D., Theory of Games for Political Scientist, Prentice Hall., Estados Unidos, 1994