



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DE COINCIDENCIAS DE FOTONES
CORRELACIONADOS

TESIS

que para obtener el título de:

FÍSICO

presenta:

YANNICK ALAN DE ICAZA ASTIZ

Director de tesis: Dr. Enrique López Moreno



Agosto de 2007



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DE COINCIDENCIAS DE FOTONES
CORRELACIONADOS

TESIS

que para obtener el título de:

FÍSICO

presenta:

YANNICK ALAN DE ICAZA ASTIZ

Director de tesis: Dr. Enrique López Moreno



Agosto de 2007

Hoja de Datos del Jurado

1. Datos del alumno
Apellido paterno: de Icaza
Apellido materno: Astiz
Nombre(s): Yannick Alan
Teléfono: 56 05 59 09
Universidad: Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad: Facultad de Ciencias
Carrera: Física
Número de cuenta: 4-0306183-1
2. Datos del tutor
Grado: Dr.
Nombre(s): Enrique
Apellido paterno: López
Apellido materno: Moreno
3. Datos del sinodal 1
Grado: Dr.
Nombre(s): Enrique
Apellido paterno: López
Apellido materno: Moreno
4. Datos del sinodal 2
Grado: M. en C.
Nombre(s): Francisco
Apellido paterno: Fernández
Apellido materno: Escobar
5. Datos del sinodal 3
Grado: Dra.
Nombre(s): Rocío
Apellido paterno: Jáuregui
Apellido materno: Renaud
6. Datos del sinodal 4
Grado: Dr.
Nombre(s): Víctor Manuel
Apellido paterno: Velázquez
Apellido materno: Aguilar
7. Datos del sinodal 5
Grado: Dr.
Nombre(s): Rafael Ángel
Apellido paterno: Barrio
Apellido materno: Paredes

FACULTAD DE CIENCIAS

División de Estudios Profesionales



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales
Facultad de Ciencias
P r e s e n t e .

Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:

"Análisis de coincidencias de fotones correlacionados"

realizado por **De Icaza Astiz Yannick Alan**, con número de cuenta **403061831**, quien opta por titularse en la opción de **Tesis** en la licenciatura en **Física**. Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

- | | | | |
|----------------------|----------|---------------------------------|--|
| Propietario Tutor(a) | Dr. | Enrique López Moreno | |
| Propietario | M. en C. | Francisco Fernández Escobar | |
| Propietario | Dra. | Rocío Jáuregui Renaud | |
| Suplente | Dr. | Víctor Manuel Velázquez Aguilar | |
| Suplente | Dr. | Rafael Ángel Barrio Paredes | |

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Ciudad Universitaria, D.F., a 23 de mayo del 2007.
**LA COORDINADORA DEL COMITÉ DE TITULACIÓN
DE LA LICENCIATURA EN FÍSICA**

M. EN C. ALICIA ZARZOSA PÉREZ

FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Señor sinodal: antes de firmar este documento, solicite al estudiante que le muestre la versión digital de su trabajo y verifique que la misma incluya todas las observaciones y correcciones que usted hizo sobre el mismo.

A mis padres

A mi preciosa Anaid

Agradecimientos

Agradezco a mi tutor y a mi asesor, el Dr. Enrique López Moreno y el Dr. Víctor Manuel Velázquez, porque han sido una gran guía para entrar al mundo de la óptica y de la óptica cuántica. A los profesores que integran el jurado: el M. en C. Francisco Fernández Escobar, la Dra. Rocío Jáuregui Renaud y el Dr. Rafael Ángel Barrio Paredes por sus valiosas observaciones, que no sólo mejoraron el trabajo sino que me dieron una visión más global.

De igual manera, agradezco a la Facultad de Ciencias de la UNAM por sus magníficas instalaciones del Tlahuizcalpan porque gracias a ellas se pudieron llevar a cabo los experimentos de esta tesis. Agradezco del igual manera a Telmex por proporcionarme *la extensión de mi beca Telmex* y al proyecto PAPIME PE102806.

Quiero agradecer de manera especial a Erick, que está en el *proyecto de fotones enredados* por su invaluable ayuda en los experimentos.

A mi preciosa e increíble Anaid que tanto amor, cariño y apoyo me ha dado.

A mis grandes amigos, que hacen que la vida sea grande, por orden de aparición: Juan Pablo, Dannya , Vianney, Pepé, Jérémie, Daniela, Omar, Oswald, Laura, Carlos Arredondo, Anaid, Villeda, Pedro, Isaac, Leonid, Martha, Emiliana, Valente, Hiram, Ernesto, Iliusi, Alvaro, Oscar, Arturo, Carlos Ramírez, Yaxk'In, Verónica, Heinrich, Atahualpa y Emilio.

Por último quiero agradecer a mi familia por todo su apoyo y comprensión. Quiero agradecer a todos ellos de manera especial: a mi papá por toda la ayuda y motivación que me ha dado, a mi mamá por su increíble comprensión y apoyo, y a mis hermanos: Miguel, Pilar, Isaac, Aitor, Iker y Aramis porque gracias a ellos tengo hasta 6 veces más de paciencia que si sólo hubiera tenido uno.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	2
1.2.1. La paradoja EPR	2
1.2.2. Desigualdad de Bell	3
1.2.3. Desigualdad de Bell CHSH	5
1.3. Objetivos	6
1.4. Desarrollo seguido	6
2. Correlación y enredamiento cuántico.	9
2.1. El operador de densidad	9
2.2. Qubit	11
2.3. Correlación cuántica de dos fotones	12
2.4. Enredamiento	13
2.5. Aplicaciones	14
3. Teoría óptica	15

3.1. Teoría óptica electromagnética	15
3.1.1. Hamiltoniando de la radiación libre	15
3.1.2. Cuantización del campo electromagnético	17
3.2. Óptica no lineal	20
3.2.1. Propiedades de los materiales	20
3.2.2. Conversión paramétrica espontánea descendente	20
3.2.3. Cálculo del corte del cristal	26
3.3. Producción de fotones enredados	26
4. Arreglo experimental	29
4.1. Fotodetección	29
4.2. Caracterización del láser	31
4.3. Descripción del experimento	31
4.3.1. Equipo utilizado	31
4.3.2. Detección de fotones	32
4.3.3. Fotones correlacionados	34
5. Circuito de detección de coincidencias	37
5.1. Coincidencias y probabilidades	37
5.2. Teoría referente al circuito	39
5.2.1. El flip-flop	40
5.2.2. Parámetros que caracterizan a un flip-flop	41
5.2.3. Diseño del circuito	42
5.3. Construcción del circuito	43

5.4. Pruebas realizadas al circuito de coincidencias	45
5.5. Circuito de coincidencias multicanal	48
6. Resultados	51
6.1. Resultados de las pruebas realizadas al circuito de coincidencias	51
6.2. Coincidencias de fotones gemelos	51
6.3. Coincidencias contra la polarización	52
6.4. Coincidencias contra retrasos. La función de correlación de segundo orden.	54
6.5. Otro experimento	55
6.6. Validez experimental	56
6.7. Tablas de resultados	57
7. Conclusiones	61
A. Dispositivos ópticos	63
B. Programa para calcular el corte del cristal	65
C. Fotografías	67

Índice de figuras

3.1. Rayos ordinario y extraordinario producidos por el cristal BBO	24
3.2. Gráfica del cálculo del corte del cristal. La gráfica fue obtenida con el programa en Fortran que viene en el apéndice B. El cristal fue pedido con un corte de 30° lo que corresponde a un ángulo de apareamiento de fase de 3° . Sin embargo, las mediciones experimentales encontraron que el ángulo de apareamiento de fase es de 5.5° , lo que corresponde a un ángulo de corte del cristal de 32.6° .	27
3.3. Dos cristales BBO tipo I pegados con sus ejes ópticos perpendiculares y con el haz de bombeo polarizado a 45 grados producen dos conos, uno de ellos polarizado horizontalmente y el otro verticalmente.	27
4.1. Imagen de los pulsos TTL de 25ns que salen del módulo contador de fotones individuales.	30
4.2. Caracterización del diodo láser. Gráfica del número de cuentas contra la longitud de onda. La curva fue ajustada con el programa <i>Gnuplot</i> .	32
4.3. Arreglo experimental para la detección de fotones con el <i>módulo contador de fotones individuales</i> , montado en una <i>mesa óptica</i> .	33

- 4.4. Imagen (A): Fotografía tomada en una película infrarroja de alta velocidad de 35mm de la conversión descendente producida por el cristal BBO con un ángulo de apertura de 5.5° . El tiempo de exposición de la fotografía es de 25 segundos con la abertura máxima de la cámara. Imagen (B): Imagen procesada de la fotografía de la figura 4.4(a) para ver y medir la anchura del cono. 34
- 5.1. Salida de detectores D_1 y D_2 . Si ambos detectores detectan un fotón dentro de un tiempo Δt y éste es menor que la ventana de coincidencia t_c ($\Delta t < t_c$) entonces una coincidencia es detectada. 38
- 5.2. Simbología utilizada para denotar al flip-flop. Las entradas son D (*Data*), S (*Set*), C (*Clear*) y Ck (*Clock*), las salidas son Q y \bar{Q} 40
- 5.3. Diagrama esquemático del circuito de coincidencias. Cada cuadro es la mitad de un circuito lógico 74S74N. Todos los capacitores son de $220pF$ y las resistencias de $1k\Omega$, a excepción de las resistencias variables que se ajustan a 51Ω 42
- 5.4. Diagrama físico del circuito: Todas las resistencias de valor fijo son de $1k\Omega$, los capacitores son de $22pF$ salvo los que tienen la etiqueta de $22\mu F$. Las resistencias variables se ajustan a 51Ω . 44
- 5.5. La primera imagen es una impresión de la pantalla del osciloscopio: los canales 1 y 2 son las entradas del generador de funciones, tienen una frecuencia de $10kHz$; el canal 3 es la señal de coincidencia. La segunda imagen es una impresión de la pantalla del osciloscopio: los canales 1 y 2 son las entradas del generador desfasadas; el canal 3 es la señal de coincidencia. . . 47
- 5.6. Imagen tomada del osciloscopio. Los canales 1, 2 son las entradas al circuito de coincidencias, tienen una frecuencia de $660kHz$. El canal 3 es una salida del circuito de coincidencias. La salida tiene una anchura de $320ns$ 48
- 5.7. Imagen tomada del osciloscopio: los canales 1 y 2 tienen una frecuencia de $11.66MHz$, el canal 3 es la coincidencia. Esta imagen sólo se pudo lograr con el chip 74S74, porque la frecuencia es de $11.66MHz$ 49

5.8. Esquema conceptual del circuito de coincidencias 50

5.9. Circuito de coincidencias para 4 canales 50

6.1. Dos señales a 10.16MHz y la señal de coincidencia. 52

6.2. Dos señales a 9.96MHz desfasadas 40ns y la señal de coincidencia. Se puede ver que no hay coincidencia. 53

6.3. Dos señales a 11.66MHz desfasadas 5ns. Se puede ver que sí hay coincidencia. 54

6.4. Gráfica del ángulo de polarización contra el número de coincidencias. Los datos están en la tabla 6.2 55

6.5. Gráfica del número de coincidencias contra el retardo. El retardo se realizó con cables de longitudes desde 1ns hasta 50ns. 56

A.1. Curva de la transmisión contra la longitud de onda para los filtros utilizados. Tomada de [21] 63

A.2. Eficiencia en la fotodetección contra la longitud de onda. . . . 64

C.1. Láser 404.78nm con una $\sigma = 0.566863$. Fotografía tomada con una cámara digital de 6.8 megapíxeles, en la oscuridad con una duración de 5 segundos, apertura 13 e iso 400. 67

C.2. Fotografía del módulo contador de fotones individuales SPCM-AQ4C de 4 canales. 68

C.3. Vista superior y frontal del arreglo experimental. 69

C.4. Vistas laterales del arreglo experimental. 70

C.5. Fotografía tomada en una película infrarroja de alta velocidad de 35mm de la conversión descendente producida por el cristal BBO con un ángulo de apertura de 5.5° . El tiempo de exposición de la fotografía es de 25 segundos con una apertura de 3.5. 71

C.6. Imagen procesada de la fotografía de la figura 4.4 para ver y medir la anchura del cono.	71
C.7. Fotografía del circuito de coincidencias ensamblado en una tableta de pruebas (<i>proto-board</i>).	72
C.8. Fotografía del circuito de coincidencias ensamblado en una tableta de circuito impreso de uso general.	72

Índice de tablas

3.1. Tabla (a): Propiedades ópticas del cristal BBO. Tabla (b): Propiedades físicas del cristal BBO.	25
4.1. Tabla (a): Lista de materiales utilizados para la detección de fotones. Tabla (b): Lista de materiales utilizados para la adquisición de datos.	35
4.2. Tabla (a): Lista de materiales utilizados para la producción de fotones correlacionados. Tabla (b): Lista de materiales misceláneos.	36
5.1. Tabla de verdad del circuito integrado 74S74N. H, L, \uparrow y x corresponden a niveles TTL: alto, bajo, incremento e irrelevante.	41
5.2. Flip-flops probados para ensamblar el circuito mencionado en el artículo de Dehlinger y Mitchell [10], con sus características relevantes para el circuito de coincidencias. Además se colocaron las características del flip-flop 74ACT74 usado por los autores mencionados.	45
6.1. Adquisición de datos de las coincidencias, por cada medio segundo, tomada del contador de señales. La toma de datos tiene un promedio de $\bar{x} = 173.75$ y una desviación estándar de $\sigma = 13.932$. Lo que corresponde a un valor de 173.75 ± 3.16 coincidencias por cada medio segundo.	57

- 6.2. Ángulo entre los polarizadores contra el número de coincidencias. El valor del número de coincidencias es el promedio sobre 20 datos adquiridos. 58
- 6.3. Datos de las coincidencias contra el retardo. El retardo se realizó con cables de longitudes desde 1ns hasta 50ns. 59

Prólogo

Se preguntarán por qué he decidido hacer mi tesis de licenciatura en “*Análisis de Coincidencias de Fotones Correlacionados*”. La razón no es tan directa, por lo que la respuesta tampoco lo es.

El Laboratorio de Óptica Avanzada de la Facultad de Ciencias tiene uno de los proyectos más importantes en óptica básica del país. Se diseñó un proyecto con varios estudiantes y profesores: *producir fotones enredados* y aplicaciones posteriores. Algunas aplicaciones directas tienen que ver con la enseñanza de la mecánica cuántica, por ejemplo una prueba de las desigualdades de Bell.

Todos estos experimentos ya se han realizado de algún modo a nivel internacional, pero en relación al país nosotros realizaremos los primeros experimentos dirigidos a la enseñanza.

En mi caso me tocó ser la punta de la flecha, haciendo los primeros experimentos necesarios, investigando con qué materiales se cuenta en México para ellos y dejando el camino listo para las siguientes etapas. Como lo que hay que demostrar es *basto* y *cuánto*, se acotó el trabajo hasta, el título de mi tesis:

“*Análisis de Coincidencias de Fotones Correlacionados*”.

Resumen

You have nothing to do but mention the quantum theory, and people will take your voice for the voice of science, and believe anything.

GEORGE BERNARD SHAW

Con la paradoja de Einstein, Podolsky, Rosen ([1],1935) (EPR) el mundo de la mecánica cuántica se estremeció ante el desafío planteado. Para llevar la paradoja EPR al campo experimental, Bell ([4],1964) la reformuló. En los años sucesivos se hicieron cientos de experimentos y teorías (por ejemplo [5]-[11]) para tratar de discernir entre las posturas planteadas en dicha paradoja. La mayor parte de estos experimentos necesitan analizar las coincidencias entre fotones correlacionados.

Este trabajo contiene la teoría óptica necesaria para entender el proceso de conversión paramétrica espontánea descendente en el que llega un fotón, digamos de longitud de onda $405nm$, y de manera espontánea da dos fotones, de longitud de onda de $810nm$, en un haz cónico cuyos fotones están diametralmente opuestos. Los fotones producidos están correlacionados en energía, *momentum*, polarización y tiempo.

Contiene el arreglo experimental para detectar y adquirir datos de los fotones infrarrojos producidos ($810nm$), la teoría necesaria para construir el circuito de coincidencias (pieza fundamental del análisis), las pruebas que se le efectuaron con el generador de funciones hasta 15MHz. Por último, los resultados: midiendo 22000 *cuentas/s* con un detector fotodiodo se midieron 347 *coincidencias/s* en el circuito, además se midieron las coincidencias en función de retrasos producidos ($G^{(2)}(\tau)$) con cables de 0ns a 50ns .

Después de todas estas pruebas y medidas, el circuito se puede usar para probar la desigualdad de Bell. Además, el circuito se utilizó para hacer otros experimentos en el marco del curso de *Introducción a la Óptica Cuántica*.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Una ciencia natural es, tan sólo, una ciencia matemática.-

KANT

El estudio de la correlación en los fotones es fundamental para poder realizar *las pruebas de las desigualdades de Bell*, para comprobar si se tienen *fotones enredados*, para realizar *aplicaciones al qubit*, etc. Para realizar todos estos experimentos se necesita estudiar la correlación de los fotones que se miden en los experimentos. Por ejemplo, en los artículos de Dehlinger y Mitchel ([10],[11];2002) se reportan experimentos de fotones correlacionados y de las desigualdades de Bell, en los que es indispensable el estudio de las coincidencias de los fotones correlacionados para llegar a las conclusiones de estos artículos.

Tener un circuito que haga coincidencias entre dos canales siempre es útil para hacer pruebas dirigidas a la enseñanza: como el estudio de la función de correlación de fuentes térmicas y láseres. La teoría de las funciones de correlación de primer y segundo orden normalmente se explica en un curso de *Introducción a la Óptica Cuántica*, pero con el circuito de coincidencias además se puede experimentar y medir dichas funciones de correlación ([15], 2005).

1.2. Antecedentes

Como pudieron haber notado en el *Prólogo*, mi trabajo consistirá en la primera parte de cómo *encontrar los fotones enredados*. Por lo que me centraré en ellos.

1.2.1. La paradoja EPR

En 1935, Albert Einstein, Boris Podolsky y Nathan Rosen (EPR) ([1],1935) presentan un artículo que contiene argumentos que muestran que hay situaciones en las que el esquema probabilístico de la teoría cuántica parece estar incompleto. Actualmente a estos argumentos se les conoce como la “*paradoja EPR*”. Presentaré una versión simplificada de la paradoja EPR, introducida por David Bohm en 1951 ([2],1951). Considere el decaimiento de un mesón π neutral en un electrón y un positrón:

$$\pi^0 \rightarrow e^- + e^+$$

Asumiendo que el pión estaba en reposo, el electrón y el positrón se alejan en direcciones opuestas. Ahora, el pión tiene espín cero, por conservación del momento angular se requiere que el electrón y el positrón estén en la configuración del singulete:

$$|\psi\rangle_{-+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow_{-}\downarrow_{+} - \downarrow_{-}\uparrow_{+}). \quad (1.1)$$

Si se encuentra que el electrón tiene espín hacia arriba, el positrón deberá tener espín hacia abajo y viceversa. La mecánica cuántica no puede decir *cúal* combinación se obtendrá en cada decaimiento, pero sí dice que las medidas están correlacionadas y que se obtiene cada combinación la mitad del tiempo (en promedio). Ahora supóngase que el electrón y el positrón se separan – unos 10 metros o en principio 10 años luz– y luego mide usted el espín del electrón. Digamos que obtiene espín hacia arriba; inmediatamente usted sabe que a 10 metros (o 10 años luz) el positrón tendrá espín hacia abajo, si alguien lo examina.

Para la postura *realista* ([16], 2005), no hay nada sorprendente en esto –el electrón tenía espín hacia arriba (el positrón espín hacia abajo) desde

el momento que fueron creados. Lo único es que la mecánica cuántica no lo sabía. Ahora bien el punto de vista *ortodoxo* dice que no se sabe que partícula tiene el espín hacia arriba ni el espín hacia abajo hasta que el acto de la medición intervenga: la medición del electrón colapsa la función de onda y produce de manera instantánea el espín del positrón a 10 metros (o 10 años luz). Einstein, Podolsky y Rosen consideraban esta acción a distancia absurda. Ellos concluyeron que la postura ortodoxa es insostenible; el electrón y el positrón deben de haber tenido el espín bien definido todo el trayecto, ya sea que la mecánica cuántica pueda o no calcularlo.

La principal suposición del argumento EPR es que ninguna influencia puede propagarse más rápido que la velocidad de la luz. Se le llama a esto el principio de **localidad**.

Aunque los átomos estaban separados, la medición del espín de los dos átomos muestra una perfecta anti-correlación. Al violar la complementariedad se sigue ([1],1935) que la teoría cuántica tendría limitaciones para hacer predicciones en los experimentos tipo EPR. Por lo que desde 1951 hasta 1964, se intentó resolver la paradoja EPR mediante una aproximación general, reinterpretando la mecánica cuántica, este período se puede resumir bajo el nombre de “*Teorías de variables ocultas locales.*” (Ver por ejemplo la referencia [3]).

1.2.2. Desigualdad de Bell

En 1964 John Bell ([4], 1964) publicó sus ahora famosas desigualdades, mostrando que la mecánica cuántica y las teorías de variables ocultas locales son matemáticamente incompatibles. Bell mostró que en el Gedankenexperiment de Bohm ([4], 1964) ninguna teoría de variables ocultas locales puede reproducir todas las predicciones estadísticas de la mecánica cuántica.

Bell sugirió una generalización del experimento EPR/Bohm (EPRB): en lugar de orientar los detectores en la misma dirección, él propuso que rotaran independientemente. El primer detector mide la componente del espín del primer átomo en la dirección de un vector unitario \vec{a} y el segundo mide el espín del segundo átomo a lo largo de la dirección \vec{b} . Se usarán unidades de $\hbar/2$, por lo que cada detector registrará +1 o -1 a lo largo de la dirección en cuestión.

Bell propuso calcular el valor promedio del producto de los espines para un



conjunto dado de orientaciones de los detectores. Llámese a este promedio $P(\vec{a}, \vec{b})$. Si los detectores son paralelos $\vec{a} = \vec{b}$, se recupera la configuración EPRB; en este caso uno es el espín hacia arriba y el otro el espín hacia abajo, de la forma que el producto siempre es -1 y, por lo tanto, el promedio es:

$$P(\vec{a}, \vec{a}) = -1. \quad (1.2)$$

De la misma manera, para el caso anti-paralelo se tiene:

$$P(\vec{a}, -\vec{a}) = +1. \quad (1.3)$$

Se puede deducir que para orientaciones arbitrarias:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = -\vec{a} \cdot \vec{b}. \quad (1.4)$$

Lo que Bell descubrió es que este resultado es incompatible con *cualquier* teoría de variables ocultas locales.

El argumento es muy simple. Supongamos que el estado “completo” del sistema está caracterizado por la variable oculta λ . Supóngase que la medida del átomo 1 es independiente de la medida de la partícula 2. (Es decir, hemos asumido la localidad). Luego, existe una función $A(\vec{a}, \lambda)$ que da el resultado de la medida del átomo 1 y una función $B(\vec{b}, \lambda)$ para la medida del átomo 2. Estas funciones sólo pueden tomar los valores ± 1 :

$$A(\vec{a}, \lambda) = \pm 1; \quad B(\vec{b}, \lambda) = \pm 1. \quad (1.5)$$

Cuando los detectores están alineados, el resultado está perfectamente anti-correlacionado:

$$A(\vec{a}, \lambda) = -B(\vec{b}, \lambda), \quad (1.6)$$

para toda λ . Ahora, el promedio del producto de las medidas es:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = \int \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) B(\vec{b}, \lambda) d\lambda, \quad (1.7)$$

donde $\rho(\lambda)$ es la densidad de probabilidad de la variable oculta. Por la ecuación 1.6 se puede eliminar B :

$$P(\vec{a}, \vec{b}) = - \int \rho(\lambda) A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{b}, \lambda) d\lambda, \quad (1.8)$$

Si \vec{c} es *otro* vector unitario,

$$P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c}) = - \int \rho(\lambda) [A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{b}, \lambda) - A(\vec{a}, \lambda) A(\vec{c}, \lambda)] d\lambda. \quad (1.9)$$

Como $[A(\vec{a}, \lambda)]^2 = 1$:

$$P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c}) = - \int \rho(\lambda)[1 - A(\vec{b}, \lambda)A(\vec{c}, \lambda)]A(\vec{a}, \lambda)A(\vec{b}, \lambda)d\lambda. \quad (1.10)$$

Pero de la ecuación 1.5 se sigue que $-1 \leq A(\vec{a}, \lambda)A(\vec{b}, \lambda) \leq +1$; además $\rho(\lambda)[1 - A(\vec{b}, \lambda)A(\vec{c}, \lambda)] \geq 0$, entonces

$$|P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c})| \leq \int \rho(\lambda)[1 - A(\vec{b}, \lambda)A(\vec{c}, \lambda)]d\lambda, \quad (1.11)$$

de manera más simple:

$$|P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c})| \leq 1 + P(\vec{b}, \vec{c}). \quad (1.12)$$

Esta es la famosa **desigualdad de Bell**. Y se cumple para cualquier teoría de variables ocultas locales.

Sin embargo es fácil mostrar que esta desigualdad es incompatible con las predicciones de la mecánica cuántica (ecuación 1.4). De esta manera Bell probó que cualquier teoría de variables ocultas locales es incompatible con la mecánica cuántica.

1.2.3. Desigualdad de Bell CHSH

Poco después en 1969, Clauser, Horne, Shimony y Holt (CHSH) ([5], 1969) generalizaron la desigualdad derivada por Bell a una forma que nos permita probar experimentalmente la mecánica cuántica contra el teorema de Bell. Ellos, en base al teorema de Bell, definen un parámetro S que para toda teoría de variables ocultas se tiene que

$$|S| \leq 2. \quad (1.13)$$

El parámetro S se define como:

$$S = E(a, b) - E(a, b') + E(a', b) + E(a', b') \quad (1.14)$$

donde a, b, a', b' son cuatro modos de detección diferentes. $E(a, b)$ es el factor de correlación entre lo detectado entre a y b . Por eso es que la medida de la correlación es fundamental para una prueba de esta desigualdad.

En varios laboratorios en el mundo se realizan intentos para probar la desigualdad de Bell en la forma CHSH, pero no es hasta 1981 cuando Aspect, Grangier y Roger ([6],1981) hacen las primeras pruebas encontrando una violación a la desigualdad de Bell y un año después encuentran otra más ([7],1982).

En los años siguientes se hacen varios experimentos de entrelazamiento, de las desigualdades de Bell y de sus primeras aplicaciones ([7],1993;[8],1995;[9],1999).

En el 2002, Dehlinger y Mitchell ([10]; [11], 2002) rediseñan los experimentos de los artículos anteriores para poder probarse en un laboratorio de nivel licenciatura.

1.3. Objetivos

Esta tesis tiene tres objetivos básicamente:

1. Producir y detectar *fotones correlacionados* en un cristal BBO (Bario Borato $\beta - BaB_2O_4$) por conversión paramétrica espontánea descendente (proceso no lineal en el que dos fotones son creados por un tercer fotón en un material).
2. Ensamblar y probar *el circuito de coincidencias*, para medir la correlación de los fotones producidos por conversión paramétrica espontánea descendente.
3. Analizar los datos obtenidos con el circuito de coincidencias. Es decir, hacer *el análisis de coincidencias de fotones correlacionados*. El análisis de las coincidencias consiste en dar la tasa de coincidencias por segundo, la tasa de coincidencias por segundo y por partículas detectadas y la función de correlación de segundo orden que se mide mediante retardos.

1.4. Desarrollo seguido

El capítulo 2 trata de los fundamentos cuánticos necesarios para entender el enredamiento cuántico, de la correlación de dos partículas y las aplicaciones de este trabajo.

El capítulo 3 trata de la teoría óptica necesaria para entender los problemas concernientes a las correlaciones de los fotones en el cristal BBO y la teoría de óptica cuántica que tiene que ver con el problema del enredamiento.

El capítulo 4 trata de la fotodetección, la caracterización del diodo láser que se utilizó para realizar todos los experimentos y la descripción de los experimentos realizados hasta llegar a *las coincidencias entre fotones correlacionados*.

El capítulo 5 trata de la teoría electrónica y matemática concerniente al circuito de detección de coincidencias, observaciones pertinentes en cuanto al diseño del circuito, el proceso de construcción del circuito y las pruebas realizadas a los distintos chips encontrados en el mercado.

En el capítulo 6 están los resultados obtenidos con *el circuito de coincidencias: el Análisis de Coincidencias de Fotones Correlacionados*.

En el capítulo 7 se muestran las conclusiones.

Capítulo 2

Correlación y enredamiento cuántico.

2.1. El operador de densidad

El *vector de estado* $|\Psi\rangle$ contiene la máxima cantidad de información de un sistema regido por las leyes de la mecánica cuántica. Normalmente, la información consiste en números cuánticos asociados a un conjunto de observables conmutables. Si además se tiene que $|\Psi_1\rangle$ y $|\Psi_2\rangle$ son dos estados cuánticos posibles entonces se tiene que la superposición coherente es también un estado

$$|\Psi\rangle = c_1|\Psi_1\rangle + c_2|\Psi_2\rangle \quad (2.1)$$

si los coeficientes c_1 y c_2 se conocen. Si los estados $|\Psi_1\rangle$ y $|\Psi_2\rangle$ son ortogonales ($\langle\Psi_2|\Psi_1\rangle = 0$) entonces debemos de tener que $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$.

Los estados cuánticos descritos por un vector de estado son llamados *estados puros*. Los estados que no pueden ser descritos por vectores de estado son llamados *estados mezclados*. Los estados mezclados pueden ser descritos por el operador de densidad

$$\hat{\rho} =: \sum_{ij} p_{ij} |\Psi_i\rangle\langle\Psi_j|. \quad (2.2)$$

donde $\langle\Psi_i|\Psi_i\rangle = 1$. Cuando la matriz de densidad es diagonal, p_i es la probabilidad de que el sistema esté en el i -ésimo estado del ensamble. La pro-

babilidad satisface las relaciones

$$0 \leq p_i \leq 1, \sum_i p_i = 1, \sum_i p_i^2 \leq 1. \quad (2.3)$$

Para el caso especial donde todas las p_i son cero excepto la j -ésima, $p_i = \delta_{ij}$ obtenemos

$$\hat{\rho} = |\Psi_j\rangle\langle\Psi_j| \quad (2.4)$$

que es el operador de densidad para el estado puro $|\Psi_j\rangle$. Obsérvese que el operador de densidad en este caso es solamente el operador de proyección en $|\Psi_j\rangle$, así pues para el caso más general de la ecuación 2.2, el *operador de densidad* es la suma de los operadores de proyección sobre el ensamble, pesado con las probabilidades de cada miembro del ensamble.

Introduciré una base de eigenestados completa, ortonormal de algún observable $\{\phi_n\}$ tal que $(\sum_n |\phi_n\rangle\langle\phi_n| = \hat{I})$. Luego el i -ésimo miembro del ensamble se puede escribir como

$$|\psi_i\rangle = \sum_n |\phi_n\rangle\langle\phi_n|\psi_i\rangle = \sum_n c_n^{(i)} |\phi_n\rangle \quad (2.5)$$

donde $c_n^{(i)} = \langle\phi_n|\psi_i\rangle$. El elemento de matriz de $\hat{\rho}$ entre los eigenestados n y n' es

$$\langle\phi_n|\hat{\rho}|\phi_{n'}\rangle = \sum_i \langle\phi_n|\psi_i\rangle p_i \langle\psi_i|\phi_{n'}\rangle = \sum_i p_i c_n^{(i)} c_{n'}^{(i)*}. \quad (2.6)$$

La traza de la matriz $\hat{\rho}$ es:

$$\begin{aligned} \text{Tr}\hat{\rho} &= \sum_n \langle\phi_n|\hat{\rho}|\phi_n\rangle = \sum_i \sum_n \langle\phi_n|\psi_i\rangle p_i \langle\psi_i|\phi_n\rangle \\ &= \sum_i \sum_n p_i \langle\phi_n|\psi_i\rangle \langle\psi_i|\phi_n\rangle = \sum_i p_i = 1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ya que $\hat{\rho}$ es hermitiano, los elementos de la diagonal deben de ser reales y de la ecuación 2.7 se sigue que

$$0 \leq \langle\phi_n|\hat{\rho}|\phi_n\rangle \leq 1. \quad (2.8)$$

Considérese ahora la matriz de densidad al cuadrado: $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho} \circ \hat{\rho}$. Para un estado puro, ver ecuación 2.4, se tiene que

$$\hat{\rho}^2 = |\psi\rangle\langle\psi|\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \hat{\rho}, \quad (2.9)$$

y por lo tanto

$$\text{Tr}\hat{\rho}^2 = \text{Tr}\hat{\rho} = 1. \quad (2.10)$$

Para un estado mezclado se tiene

$$\begin{aligned} \text{Tr}\hat{\rho}^2 &= \sum_n \langle \phi_n | \hat{\rho}^2 | \phi_n \rangle \\ &= \sum_n \sum_i \sum_j p_i p_j \\ &= \langle \phi_n | \psi_i \rangle \langle \psi_i | \psi_j \rangle \langle \psi_j | \phi_n \rangle \\ &= \sum_i \sum_j p_i p_j |\langle \psi_i | \psi_j \rangle|^2 \\ &\leq \left[\sum_i p_i \right]^2 = 1. \end{aligned} \quad (2.11)$$

La última igualdad se cumple si y sólo si $|\langle \psi_i | \psi_j \rangle|^2 = 1$ para cada par $|\psi_i\rangle$ y $|\psi_j\rangle$.

2.2. Qubit

En analogía con la unidad elemental de información en la teoría clásica de la información, el bit, uno puede definir el bit cuántico. Desde luego la definición, al igual que en la teoría clásica de la información, es independiente de la realización física. Este tipo de definición puramente matemática permite desarrollar ciertas ideas sin preocuparse de la física del problema. La definición del *qubit* que utilizo es la siguiente:

2.2.1 DEFINICIÓN (QUBIT) *Un qubit es un estado dentro de un espacio de Hilbert bidimensional. La base computacional en este espacio de Hilbert es $\{|0\rangle, |1\rangle\}$.*

De esta definición se puede deducir que todos los sistemas cuánticos que puedan ser descritos por un espacio de Hilbert bidimensional se pueden tratar como qubit. En esta categoría encontramos como ejemplos: estados de polarización de fotones, espines en partículas, espinores, barreras de potencial en semiconductores que tengan solamente dos niveles de energía. Para el caso de estados de polarización normalmente se usa la notación:



$$\begin{aligned} |0\rangle &\longrightarrow |H\rangle, \\ |1\rangle &\longrightarrow |V\rangle \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde H representa el estado de polarización horizontal y V el vertical.

En contraste con la teoría clásica del bit, el qubit no necesariamente requiere estar en un estado de la base $|0\rangle, |1\rangle$, sino que puede estar en superposiciones coherentes arbitrarias:

$$|Q\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad \text{tal que} \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \quad (2.13)$$

donde los coeficientes α y β son las probabilidades de los estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$:

$$P(0) = |\alpha|^2 \quad \text{y} \quad P(1) = |\beta|^2. \quad (2.14)$$

2.3. Correlación cuántica de dos fotones

El descubrimiento de la correlación cuántica de dos fotones ha contribuido grandiosamente a la física fundamental y, más recientemente, a las aplicaciones en información cuántica y tecnología.

Considérese dos campos ópticos cuantizados, $\hat{E}_1(\mathbf{r}, t)$ y $\hat{E}_2(\mathbf{r}, t)$, observados en la misma zona espacial (en la sección 3.1.2 se explica la cuantización del campo electromagnético). Se puede suponer que los campos, $\hat{E}_i(\mathbf{r}, t)$ ($i = 1, 2$), se pueden descomponer en $\hat{E}_i^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ y $\hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t)$

$$\hat{E}_i(\mathbf{r}, t) = \hat{E}_i^{(+)}(\mathbf{r}, t) + \hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t). \quad (2.15)$$

Por su parte $\hat{E}_i^{(+)}(\mathbf{r}, t)$ y $\hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t)$ están dados por la suma usual de Fourier que involucra los operadores de aniquilación

$$\hat{E}_i^{(+)}(\mathbf{r}, t) = \sum_k \mathcal{E}_k(\mathbf{r}) \hat{a}_k e^{-i\nu_k t} \quad (2.16)$$

y de creación

$$\hat{E}_i^{(-)}(\mathbf{r}, t) = \sum_k \mathcal{E}_k^*(\mathbf{r}) \hat{a}_k^\dagger e^{i\nu_k t}. \quad (2.17)$$

De acuerdo con Glauber ([12],[13];1963), los campos pueden ser descritos con los funciones de correlación de primero

$$G^{(1)}(\tau) =: \langle \hat{E}_1^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_2^{(+)}(\mathbf{r}, t + \tau) \rangle \quad (2.18)$$

y de segundo orden

$$G^{(2)}(\tau) =: \langle \hat{E}_1^{(-)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_2^{(-)}(\mathbf{r}', t + \tau) \hat{E}_1^{(+)}(\mathbf{r}, t) \hat{E}_2^{(+)}(\mathbf{r}', t + \tau) \rangle. \quad (2.19)$$

La función de correlación de primer orden $G^{(1)}(\tau)$ es la función de autocorrelación para $\hat{E}_1(t) = \hat{E}_2(t)$. La función de correlación de segundo orden $G^{(2)}(\tau)$ se puede escribir también en términos de las intensidades:

$$G^{(2)}(\tau) = \langle \hat{I}(\mathbf{r}, t) \hat{I}(\mathbf{r}', t + \tau) \rangle. \quad (2.20)$$

Por lo tanto, medir las intensidades (no. de cuentas) en función de retardos nos da la función de correlación de segundo orden $G^{(2)}(\tau)$.

Para calcular la función de correlación de segundo orden se usa la matriz de densidad $\hat{\rho}$

$$G^{(2)}(\tau) = \text{Tr}[\hat{\rho} \hat{I}(\mathbf{r}, t) \hat{I}(\mathbf{r}', t + \tau)]. \quad (2.21)$$

2.4. Enredamiento

El efecto del enredamiento –un estado de dos partículas (en general $n \geq 2$) que no puede ser expresado como producto de dos estados de una partícula y para el que, luego entonces, no se puede realmente hablar de “el estado” individual de cada una de las partículas– es mejor ilustrado en el *Gedankenexperiment* creado por D. Bohm basado en la disociación de una molécula biatómica con espín cero donde cada átomo tiene espín $\frac{1}{2}$ ([2], 1951). Después de la disociación, los átomos viajan en direcciones opuestas lo cual hace posible etiquetar el primero como átomo “1” y el otro como “2”. Como este proceso tiene que conservar el momento angular, hay solamente dos posibles procesos, a saber, la partícula 1 tiene espín hacia arriba y la partícula 2 tiene espín hacia abajo o viceversa. A causa de que estos dos casos no pueden ser distinguidos, se crea una superposición de estos dos posibles estados. La función de onda del sistema puede ser escrita como:

$$|\psi\rangle_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left| \frac{1}{2} \right\rangle_1 \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_2 - \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_1 \left| \frac{1}{2} \right\rangle_2 \right]. \quad (2.22)$$

Después de la creación de este estado, los dos átomos viajan en direcciones opuestas y después de un tiempo t ellos se encuentran separados, por lo que

no pueden interactuar más. No obstante, la medición del espín de los dos átomos muestra una perfecta anti-correlación. Obsérvese que la base está anti-correlacionada.¹

Esta correlación entre los espines parece fácilmente explicable solamente con las propiedades de los átomos individuales, determinadas al momento de la creación del estado. Sin embargo no es el caso. En 1964 John Bell demostró que en el caso del *Gedankenexperiment* creado por D. Bohm, las predicciones estadísticas de la mecánica cuántica no pueden ser reproducidas por ningún conjunto local de variables atribuidas a las partículas individuales.

El enredamiento no está restringido a sistemas de dos partículas sino que es una propiedad fundamental de sistemas de muchas partículas. En general, cualquier sistema que contenga n subsistemas de dimensión d_n con $n \geq 2$ y $d_n \geq 2$ puede mostrar enredamiento. Incluso en variables continuas como la posición y el momento lineal también es posible el enredamiento.

2.5. Aplicaciones

La principal aplicación de este trabajo es que a partir de él se llegará a encontrar *los fotones enredados* y posteriormente se podrá experimentar con *la desigualdad de Bell*.

La segunda aplicación directa es que mediante el circuito de coincidencias producido se pueden hacer experimentos dirigidos a la enseñanza, por ejemplo, realizar experimentos en torno a la función de correlación.

El análisis de coincidencias es imprescindible para muchos experimentos de detección de física nuclear, de física de partículas y de óptica cuántica. También para desarrollar las aplicaciones en criptografía cuántica y teletransportación de la información.

¹Otra notación posible para la función de onda es:

$$|\psi\rangle_{-+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow_+ - \downarrow\uparrow_+)$$

Esta notación es la que se maneja en el Griffiths ([16],2005)

Capítulo 3

Teoría óptica

Este capítulo tiene tres secciones: la primera de ellas trata de la *óptica electromagnética* necesaria para dar una explicación del *fotón*, la segunda sección trata de la *óptica no lineal* necesaria para entender el proceso de *conversión paramétrica espontánea descendente*, la tercera sección contiene la teoría en relación a *los fotones enredados*.

3.1. Teoría óptica electromagnética

3.1.1. Hamiltoniando de la radiación libre

El potencial vectorial magnético $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ en el vacío satisface la ecuación de onda

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

y con la norma de Coulomb, porque nuestro análisis es clásico:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (3.2)$$

Los campos eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y magnético $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ se obtienen de:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t). \quad (3.3)$$

3.1.1 DEFINICIÓN (CONJUNTO COMPLETO DE CAMPOS ORTONORMALES) *Un conjunto de campos completo ortonormal $\{\mathbf{T}^{(i)}(\mathbf{r})|i = 1, 2, \dots, \}$ es tal que cumple con las dos siguientes ecuaciones (3.4, 3.5):*

$$\int \mathbf{T}^{(\tau)*}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{T}^{(\tau')}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \delta_{\tau\tau'}, \quad (3.4)$$

$$\sum_{\tau} T_i^{(\tau)}(\mathbf{r}) T_j^{(\tau)*}(\mathbf{r}') = \delta_{ij} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (3.5)$$

En base a la definición 3.1.1 se puede escribir el potencial vectorial magnético como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\tau} q_{\tau}(t) \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}). \quad (3.6)$$

La condición 3.2 implica $\nabla \cdot \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) = 0$. Además se supondrá que $\mathbf{T}^{(\tau)*}(\mathbf{r}) = \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r})$.

3.1.2 DEFINICIÓN (COORDENADAS NORMALES) *Las coordenadas normales $q_{\tau}(t)$, que informan sobre la contribución de cada modo, son:*

$$q_{\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int (\mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)) d\mathbf{r}. \quad (3.7)$$

Evidentemente cada $\mathbf{A}^{(\tau)}(\mathbf{r}, t) = q_{\tau}(t) \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r})$ cumple con la ecuación de onda 3.1. Resolviendo para $\mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r})$ y para $q_{\tau}(t)$ por el método de separación de variables se obtiene:

$$(\nabla^2 + k_{\tau}^2) \mathbf{T}^{(\tau)}(\mathbf{r}) = 0, \quad (3.8)$$

$$\ddot{q}_{\tau}(t) + \omega_{\tau}^2 q_{\tau}(t) = 0. \quad (3.9)$$

En conclusión, cada modo del campo cumple la ecuación de Helmholtz (ecuación 3.8) y las coordenadas normales cumplen la ecuación del oscilador armónico (ecuación 3.9).

A causa de que las coordenadas normales cumplen con la ecuación del oscilador armónico se puede escribir, que dichas coordenadas satisfacen el Hamiltoniano del oscilador armónico:

$$h_\tau = \frac{1}{2}(p_\tau^2 + \omega_\tau^2 q_\tau^2), \quad (3.10)$$

donde p_τ es el momento conjugado canónico de q_τ :

$$p_\tau = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int \left(\mathbf{T}^{(\tau)} \cdot \dot{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) \right) d\mathbf{r}. \quad (3.11)$$

El Hamiltoniano de la radiación libre es la suma de los h_τ :

$$H_{rad} = \sum_{\tau} h_\tau. \quad (3.12)$$

3.1.2. Cuantización del campo electromagnético

La cuantización del campo electromagnético la realizaré mediante la transformación de la ecuación 3.10 de acuerdo con el principio de correspondencia.

3.1.3 DEFINICIÓN (OBSERVABLES CUÁNTICOS) *Los observables cuánticos se definen en correspondencia con los observables clásicos q_τ, p_τ como:*

$$\begin{aligned} \hat{q}_\tau &= \sqrt{\frac{\omega_\tau}{\hbar}} q_\tau, \\ \hat{p}_\tau &= \frac{1}{\sqrt{\hbar\omega_\tau}} p_\tau. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Con estos operadores las relaciones de conmutación se escriben como:

$$[\hat{q}_\tau, \hat{p}_{\tau'}] = i\delta_{\tau\tau'}, \quad [\hat{q}_\tau, \hat{q}_{\tau'}] = 0, \quad [\hat{p}_\tau, \hat{p}_{\tau'}] = 0. \quad (3.14)$$

En base a la definición 3.1.3 la ecuación clásica 3.10 se escribe de manera cuántica como:

$$H_\tau = \hbar\omega_\tau \hat{H}_\tau, \quad \hat{H}_\tau = \frac{1}{2}(\hat{q}_\tau^2 + \hat{p}_\tau^2). \quad (3.15)$$

Escribiré esta última ecuación en términos de los operadores no-hermitianos de creación y aniquilación:¹

¹Los operadores $\hat{q}_\tau, \hat{p}_\tau$ en términos de los operadores de creación y aniquilación son:

$$\begin{aligned} \hat{q}_\tau &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_\tau^\dagger + \hat{a}_\tau), \\ \hat{p}_\tau &= \frac{i}{\sqrt{2}}(\hat{a}_\tau^\dagger - \hat{a}_\tau). \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}\hat{a}_\tau &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{q}_\tau + i\hat{p}_\tau), \\ \hat{a}_\tau^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{q}_\tau - i\hat{p}_\tau).\end{aligned}\tag{3.17}$$

Por lo tanto la ecuación 3.15 se puede escribir como:

$$\hat{H}_\tau = \hat{a}_\tau \hat{a}_\tau^\dagger - \frac{1}{2}, H_\tau = \hbar\omega \hat{H}_\tau.\tag{3.18}$$

3.1.4 DEFINICIÓN (OPERADOR DE NÚMERO) *Se define al operador de número como: $\hat{N}_\tau = \hat{a}_\tau^\dagger \hat{a}_\tau$. El operador de número tiene la propiedad que aplicado a un ket da su número cuántico energético: $\hat{N}_\tau |\psi\rangle = n_\tau |\psi\rangle$.*

Por lo que la ecuación 3.18 se puede escribir como:

$$\hat{H}_\tau = \hat{N}_\tau - \frac{1}{2}.\tag{3.19}$$

Un estado de número de un multimodo es la combinación de los estados de número de los modos, que se escribirá así:

$$|n_1\rangle|n_2\rangle|n_3\rangle\dots \equiv |n_1, n_2, n_3, \dots\rangle = |\{n_\tau\}\rangle.\tag{3.20}$$

El cual es un eigenestado de H_τ tal que

$$H_\tau |n_\tau\rangle = E_\tau |n_\tau\rangle.\tag{3.21}$$

Luego entonces, la energía total es:

$$E_{n_1, n_2, \dots} = \sum_\tau \hbar\omega_\tau \left(n_\tau + \frac{1}{2}\right).\tag{3.22}$$

Desde luego, estos estados de número son ortogonales

$$\langle n_1, n_2, \dots | n'_1, n'_2, \dots \rangle = \delta_{n_1 n'_1} \delta_{n_2 n'_2} \dots\tag{3.23}$$

La acción del operador de aniquilación en el j -ésimo modo en el estado multimodo es

$$\hat{a}_\tau |n_1, n_2, n_3, \dots, n_\tau, \dots\rangle = \sqrt{n_\tau} |n_1, n_2, n_3, \dots, n_\tau - 1, \dots\rangle,\tag{3.24}$$

de manera similar para el operador de creación

$$\hat{a}_\tau^\dagger |n_1, n_2, n_2, \dots, n_\tau, \dots\rangle = \sqrt{n_\tau + 1} |n_1, n_2, n_2, \dots, n_\tau + 1, \dots\rangle. \quad (3.25)$$

El eigenvector correspondiente al estado mencionado anteriormente, lo obtenemos a partir del vector del vacío ($|\{0\}\rangle = |0_1, 0_2, 0_3, \dots\rangle$):

$$|\{n_\tau\}\rangle = |n_1, n_2, \dots\rangle = \prod_\tau \frac{1}{\sqrt{n_\tau!}} (\hat{a}_\tau^\dagger)^{n_\tau} |0_1, 0_2, 0_3, \dots\rangle. \quad (3.26)$$

El potencial vectorial magnético cuantizado lo obtenemos como:

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sum_\tau \hat{q}_\tau(t) \hat{\mathbf{T}}^{(\tau)}(\mathbf{r}) \quad (3.27)$$

y con las ecuaciones (3.16), finalmente queda como:

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sum_\tau \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_\tau}} (\hat{a}_\tau(t) + \hat{a}_\tau^\dagger(t)) \hat{\mathbf{T}}^{(\tau)}(\mathbf{r}). \quad (3.28)$$

Ahora bien, si se quieren obtener la cuantización de los campos eléctrico y magnético, es decir obtener los operadores de los campos vectoriales $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$ y $\hat{\mathbf{B}}(\mathbf{r}, t)$ basta aplicar la ecuación 3.3 a esta última ecuación.

En la representación del estado en la ecuación 3.26 ([18],2007), cada número cuántico n_τ , representa al número de cuanta vibracional relativo a un modo particular; pero podemos también interpretar a la cuantización del campo como la introducción de excitaciones elementales:

Los fotones.

Así, n_τ representa al número de estos *corpúsculos* de energía $\hbar\omega_\tau$ en el estado descrito por $\hat{\mathbf{T}}^{(\tau)}$. Ese valor de energía es el eigenvalor del operador del número de fotones en el estado $\hat{\mathbf{T}}^{(\tau)}$. A los fotones se les puede medir la ω , la \mathbf{k} , el estado de polarización, etc.

Como se mencionó, estas excitaciones discretas de un modo del oscilador asociadas al campo de radiación, son comunmente llamadas *fotones* ([18],2007). Sin embargo, puede estar equivocado asociar con una de estas excitaciones de cada modo del campo, la idea de un *corpúsculo* de luz. Los aspectos cuánticos de la luz, como hemos visto, residen exclusivamente en el factor con la dependencia temporal del potencial vectorial y no en el factor espacial.

3.2. Óptica no lineal

En esta sección está la teoría necesaria para ver de dónde salen los fotones correlacionados que se analizarán.

3.2.1. Propiedades de los materiales

La luz es un *onda electromagnética* cuyo campo oscila en el tiempo, cuando la luz pasa a través de un material su campo eléctrico induce una polarización en éste. La mayoría de los materiales tienen un comportamiento lineal respecto del campo óptico aplicado

$$\mathbf{P}(t) = \chi^{(1)}\mathbf{E}(t). \quad (3.29)$$

El término $\chi^{(1)}$ es la susceptibilidad lineal del material. La susceptibilidad lineal es un indicador de cómo responde la polarización inducida en el material al cual se le aplicó el campo. Los materiales no lineales tienen términos de orden más alto que afectan significativamente la polarización. La polarización se puede escribir como serie de potencias del campo eléctrico

$$P_i(t) = \chi^{(1)}E_i(t) + \chi_{ij}^{(2)}E_{ij}(t) + \dots \quad (3.30)$$

donde $\chi^{(n)}$ son las susceptibilidades. Éstas normalmente tienen una dependencia con la dirección del campo eléctrico aplicado.

3.2.2. Conversión paramétrica espontánea descendente

En la óptica, los procesos paramétricos son aquellos en los cuales tres fotones interactuando en un cristal no lineal conservan la energía y el *momentum*. Estos procesos incluyen la *generación de un segundo armónico* (SHG *Second Harmonic Generation*, $\omega_{SHG} = \omega_p + \omega_p$), *generación de suma frecuencias* (SFG *Sum Frequency Generation*, $\omega_{SFG} = \omega_{P_1} + \omega_{P_2}$) y *generación de diferencia de frecuencias* (DFG *Difference Frequency Generation* $\omega_{DFG} = \omega_{P_1} - \omega_{P_2}$).

EJEMPLO 3.2.1 (GENERACIÓN DE SEGUNDO ARMÓNICO SHG)

Un modelo simple del campo del rayo láser es

$$E = E_o \cos[kx - \omega t] \quad (3.31)$$

donde k es el número de onda y ω la frecuencia angular. El término de segundo orden de la polarización es proporcional al $\cos^2[\omega t]$ y éste es igual a $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos[2\omega t]$. Por lo que el término cuadrático de la polarización se puede interpretar como la creación de una constante C más radiación transmitida con el doble de la frecuencia de bombeo. Sin embargo, la propagación del segundo armónico no puede ser en cualquier dirección, requiere la conservación del momentum: $\mathbf{k}_{(2\omega)} = 2\mathbf{k}_\omega$. Dado que $|\mathbf{k}| = \frac{\omega n}{c}$, se tiene que $n_{2\omega} = n_\omega$. En otras palabras, se requiere que la luz generada como segundo armónico se propague a la misma velocidad que la luz de bombeo. Algunos materiales cumplen con esta condición.

En general, la conservación del *momentum* es equivalente a que la componente paralela del haz propagado esté en fase con el haz de bombeo. De otra manera, los fotones generados en distintos puntos a lo largo del camino del haz de bombeo interferirían destructivamente. Encontrar las condiciones apropiadas para un proceso paramétrico se le llama *phase matching*, *apareamiento de fase* o *coincidencias de fase*.

La conversión paramétrica espontánea descendente, (*Spontaneous Parametric DownConversion* SPDC) o la fluorescencia paramétrica, es un proceso no lineal por el cual dos fotones (llamados el ordinario *–signal–* y el extraordinario *–idler–*) son creados por un fotón en un material. El fotón entrante es de frecuencia 2ω creando dos fotones de frecuencia ω . Los fotones en la SPDC tipo I tienen una polarización que es perpendicular a la del haz entrante.²

El proceso de conversión paramétrica espontánea descendente tipo I es producido de manera simultánea en el cristal. Por lo tanto, los fotones están *correlacionados* tanto en energía :

$$E_p = E_s + E_i \iff w_p = w_s + w_i, \quad (3.32)$$

como en *momentum* (cantidad de movimiento):

$$\vec{\mathbf{k}}_p = \vec{\mathbf{k}}_s + \vec{\mathbf{k}}_i. \quad (3.33)$$

²En el proceso SPDC tipo II las condiciones de apareamiento de fase producen un *signal* y un *idler* con polarizaciones opuestas.

Los subíndices p, s, i corresponden a los fotones: de bombeo, ordinario y extraordinario respectivamente (*pump, signal, idler*). ω y \vec{k} son la frecuencia angular y el vector de onda. La polarización de los rayos ordinario y extraordinario es la misma y es opuesta a la polarización del rayo de bombeo. La colección de los pares de rayos ordinarios y extraordinarios forman conos concéntricos alrededor del haz de bombeo.

Además, los fotones *correlacionados* fueron producidos al mismo tiempo, por lo que están correlacionados temporalmente. Esta propiedad es la que finalmente se explotará.

La birrefringencia en el cristal

Los fotones producidos por SPDC están correlacionados en energía y *momentum* (ver ecuaciones 3.32 y 3.33). Tomemos el componente horizontal de la ecuación 3.33

$$k_p = k_s \cos \alpha + k_i \cos \beta \quad (3.34)$$

donde $E = hc/\lambda$ y $k = 2\pi/\lambda$. Para el caso degenerado $\lambda_s = \lambda_i = \lambda_D$ las ecuaciones 3.32 y 3.34 imponen la siguiente condición en los índices de refracción

$$n(\lambda_p) = n(\lambda_D) \cos \eta \quad (3.35)$$

donde η es el ángulo que se forma con los rayos de segundo armónico y la dirección de bombeo en el interior de cristal, es el ángulo de apareamiento de fase. Para producir la SPDC se necesita un material birrefringente.

Los materiales birrefringentes son aquellos que tienen dos índices de refracción³. La luz, que pasa por el material y está ortogonalmente polarizada con respecto al eje óptico del material, se le conoce como *rayo ordinario*.

³Si se supone que llega una onda plana, con un vector de onda $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ y frecuencia angular ω ; el tensor dieléctrico ϵ escrito de manera diagonal

$$\epsilon = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{bmatrix}$$

de tal manera que los ejes $x, y,$ y z están escogidos en la dirección de los eigenvalores de ϵ ; y en el caso de un material uniaxial, donde $n_x = n_y = n_o$ y $n_z = n_e$. Se obtiene la

Mientras que la que está paralelamente polarizada se le llama *rayo extraordinario*. El *rayo ordinario* viaja a través del material con el índice n_o y el *rayo extraordinario* experimenta el índice \bar{n}_e . La luz que está polarizada ortogonalmente al eje óptico del material experimenta un índice de refracción, a esta luz se le llama *polarización ordinaria*. Si la luz se propaga a través un medio birrefringente con una polarización que forma un ángulo θ con el respectivo eje óptico, entonces el índice de refracción efectivo n_e puede determinarse por la relación

$$\frac{1}{\theta^2 n_e} = \frac{\text{sen}^2 \theta}{\bar{n}_e^2} + \frac{\text{cos}^2 \theta}{n_o^2}. \quad (3.37)$$

A los materiales birrefringentes se les llama *negativo* o *positivo* de acuerdo al signo de $\bar{n}_e - n_o$. Algunas veces los materiales son dispersivos, por lo que el índice de refracción depende de la longitud de onda de la luz propagada. La relación empírica que describe esto se le conoce como *la ecuación de Sellmeier*:

$$n(\lambda) = \sqrt{A + \frac{B_1}{\lambda^2 - B_2} + C\lambda^2} \quad (3.38)$$

donde A, B_1, B_2, C son parámetros de cada cristal, que varían del rayo ordinario al rayo extraordinario.⁴

Deducción de la fórmula para el cálculo del corte del cristal

Para encontrar los ángulos de *apareamiento de fase* α y β (ver figura 3.1) primero se usa el hecho de que $|\vec{\mathbf{k}}| = \frac{\omega n}{c}$ y la aproximación $n_o \omega_o \approx n_o(\frac{1}{2}\omega_b) \approx n_o \omega_e$ para escribir la ecuación 3.33 como:

$$\begin{cases} \omega_s \text{sen } \alpha + \omega_i \text{sen } \alpha & = 0 \\ \omega_s \text{cos } \alpha + \omega_i \text{cos } \beta & = \frac{\omega_p n_e(\theta, \omega_p)}{n_o(\frac{1}{2}\omega_p)}. \end{cases} \quad (3.39)$$

ecuación

$$\left(\frac{k_x^2}{n_o^2} + \frac{k_y^2}{n_o^2} + \frac{k_z^2}{n_o^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(\frac{k_x^2}{n_e^2} + \frac{k_y^2}{n_e^2} + \frac{k_z^2}{n_o^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) = 0 \quad (3.36)$$

⁴Las ecuaciones de Sellmeier se pueden escribir también de una forma más simétrica: $n(\lambda)^2 = A + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2}$. Pero nosotros usamos la otra forma para los cálculos porque es la que usan típicamente los manuales de cristales.

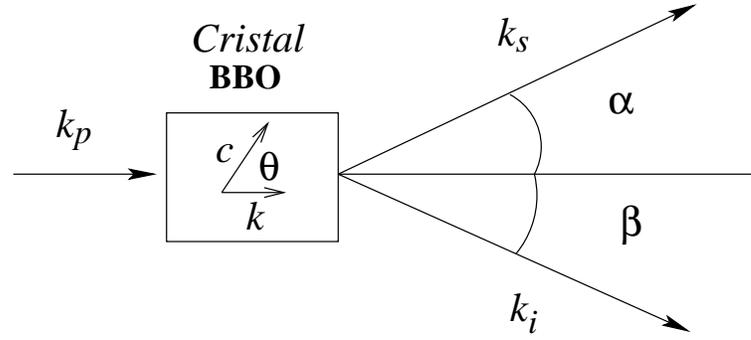


Figura 3.1: Rayos ordinario y extraordinario producidos por el cristal BBO

Para el caso degenerado $w_s = w_i = \frac{1}{2}w_p$, se sigue inmediatamente que $\alpha = -\beta$ por la primera parte de la ecuación 3.39, juntándola con la segunda parte se reduce a:

$$\frac{1}{n_e(\theta, \omega_p)} = \frac{\sec \alpha}{n_o(\frac{1}{2}\omega_p)}. \quad (3.40)$$

Combinando este resultado con la ecuación 3.37 tenemos la relación entre el corte del cristal θ , la frecuencia del rayo de bombeo ω_p y el ángulo de aparamiento de fase α :

$$\frac{\sin^2 \theta}{\bar{n}_e(\omega_p)^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o(\omega_p)^2} = \frac{\sec^2 \alpha}{n_o(\frac{1}{2}\omega_p)^2}. \quad (3.41)$$

Esta última ecuación junto con la ecuación de Sellmeier (ecuación 3.38), para los rayos ordinario y extraordinario, nos resuelven el problema del ángulo de corte contra el ángulo de aparamiento de fase.

El cristal BBO

El cristal BBO (compuesto BaB_2O_4 tipo β) es un material óptico no lineal que tiene las siguientes propiedades excepcionales que lo hacen un cristal no lineal muy importante:

- Intervalo de coincidencias de fase de 410nm a 2100nm.
- Intervalo de transmisión óptica de 200nm a 2100nm.
- Grandes coeficientes no lineales efectivos.

- Umbral de potencia alto.
- Bajo coeficiente termo-óptico.

En la tabla 3.1(a) están sus propiedades ópticas y en la tabla 3.1(b) sus propiedades físicas.

Hay dos tipos de cristales BBO: el tipo I y el tipo II. El tipo I produce una sola *refracción cónica externa* polarizada perpendicularmente a la polarización del haz incidente y el tipo II produce dos conos, uno polarizado verticalmente y otro polarizado horizontalmente, uno de ellos con la polarización del haz incidente y otro perpendicular.

TABLA (A): PROPIEDADES ÓPTICAS DEL CRISTAL BBO			
Intervalo de transmisión	196nm ~ 2220nm		
Intervalo de apareamiento de fase	189nm ~ 1750nm		
Índices de refracción	$\lambda = 1064nm$	$1.6551(n_o)$	$1.5425(n_e)$
	$\lambda = 532nm$	$1.6749(n_o)$	$1.5555(n_e)$
	$\lambda = 266nm$	$1.75711(n_o)$	$1.6146(n_e)$
Ecuaciones de Sellmeier (λ en μm)	$n_o^2 = 2.7359 + \frac{0.01878}{\lambda^2 - 0.01822} - 0.01354\lambda^2$ $\bar{n}_e^2 = 2.3753 + \frac{0.01224}{\lambda^2 - 0.01667} - 0.01516\lambda^2$		
Coefficientes termo-ópticos ($10^{-6}/^{\circ}C$)	$dn_o/dT = -9.3$		$dn_e/dT = -16.6$
Coefficiente de absorción	$a < 0.1\%/cm$ $\lambda = 1064nm$		
Coefficientes ópticos no lineales	$d_{11} = 2.55 \frac{pm}{V}$ (KDP) $d_{31} = 0.05d_{11}$ $d_{22} < 0.05d_{11}$ $d_{eff}(I) = d_{31} \sin \theta + (d_{11} \cos 3\phi - d_{22} \sin 3\phi) \cos \theta$		
Umbral de daño a 1064 y 532nm	$5 GW/cm^2$		
TABLA (B): PROPIEDADES FÍSICAS DEL CRISTAL BBO			
Estructura cristalina	Trigonal, grupo espacial R3c		
Parámetros de celda	$a=b=12.532 \text{ \AA}$, $c=12.717\text{\AA}$, $Z = 7$		
Punto de fusión	$1095^{\circ}C$		
Punto de transición	$926^{\circ}C$		
Densidad	$3.85g/cm^3$		
Color	incoloro		
Susceptibilidad higroscópica	baja		
Calor específico	$0.49cal/g^{\circ}C$		
Conductividad térmica	$1.2W/m/^{\circ}K$ (\perp a \vec{C}), $1.6W/m/^{\circ}K$ (\parallel a \vec{C})		

Tabla 3.1: Tabla (a): Propiedades ópticas del cristal BBO. Tabla (b): Propiedades físicas del cristal BBO.

3.2.3. Cálculo del corte del cristal

Es muy importante encontrar la relación entre el ángulo de corte del cristal y el ángulo de apareamiento de fase, para saber dónde buscar los rayos infrarrojos al momento de hacer los experimentos.

La ecuación 3.41 relaciona el ángulo de corte del cristal θ contra el ángulo de apareamiento α . Para calcular el ángulo de corte, dado un ángulo de apareamiento, necesitamos también las relaciones Sellmeier que están en la tabla 3.1. Las ecuaciones se resolvieron numéricamente con un programa que se encuentra en el apéndice B. La gráfica de los ángulos de corte contra los ángulos de apareamiento para $405nm$ se puede ver en la figura 3.2.

Se escogió un ángulo de corte de $\theta = 30^0$ que, cuando el haz llega de manera frontal, corresponde a un ángulo de apareamiento de $\alpha = 3^0$. El cristal fue pedido a la compañía Photop con un ángulo de corte de 30^0 . Una vez que el cristal llegó, se comprobó si tenía un ángulo de apareamiento de fase de $\alpha = 3^0$. Sin embargo, experimentalmente se encontró que el ángulo de apareamiento de fase es de 5.5^0 , lo que corresponde a un ángulo de corte de 32.6^0 . En la sección 4.3 se comentará cómo se encontró este resultado.

3.3. Producción de fotones enredados

Los fotones en un estado enredado pueden ser producidos en un proceso de conversión paramétrica espontánea descendente usando dos cristales BBO tipo I, colocando sus ejes ópticos perpendiculares entre ellos y el haz entrante deberá estar polarizado a 45^0 . Ver la figura 3.3. La luz polarizada verticalmente puede convertirse en el primer cristal, mientras que la luz polarizada horizontalmente puede convertirse en el segundo cristal. Si los cristales son muy delgados y están totalmente pegados, cada fotón polarizado a 45^0 tiene igual probabilidad de convertirse en el primero o en el segundo cristal. Si esto sucede, los fotones producidos en el primer cristal no pueden ser distinguidos de los producidos en el segundo cristal. Los fotones estarán en estado de superposición VV o HH . Con esta superposición se satisface la última condición del enredamiento.

Los procesos en los dos cristales se pueden describir matemáticamente como:

$$\mathcal{D}\mathcal{R}$$

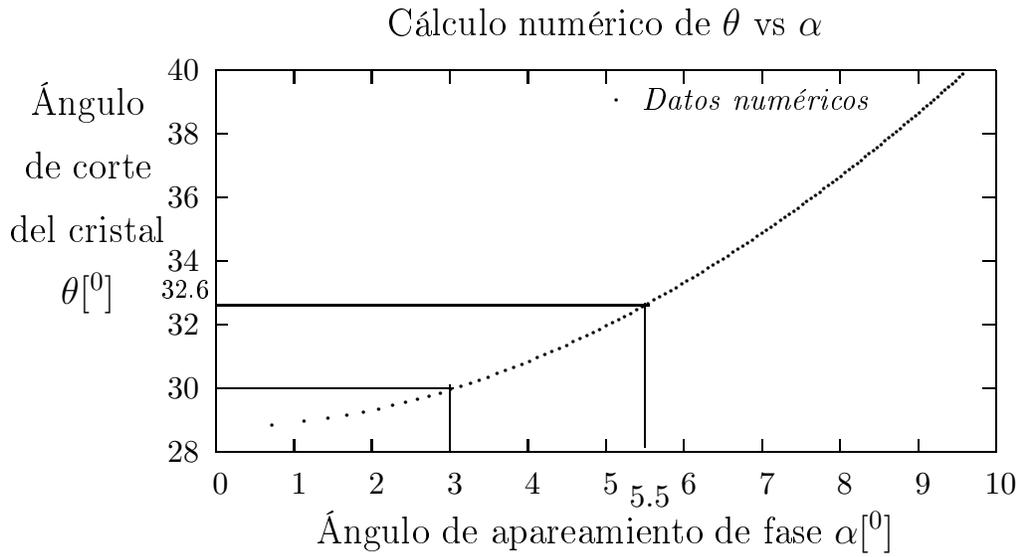


Figura 3.2: Gráfica del cálculo del corte del cristal. La gráfica fue obtenida con el programa en Fortran que viene en el apéndice B. El cristal fue pedido con un corte de 30° lo que corresponde a un ángulo de apareamiento de fase de 3° . Sin embargo, las mediciones experimentales encontraron que el ángulo de apareamiento de fase es de 5.5° , lo que corresponde a un ángulo de corte del cristal de 32.6° .

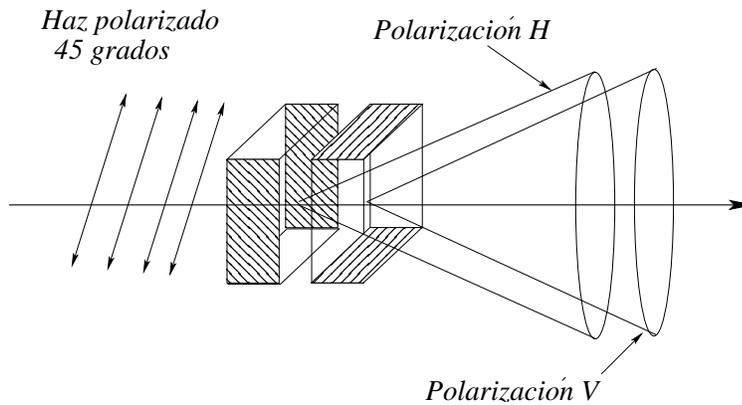


Figura 3.3: Dos cristales BBO tipo I pegados con sus ejes ópticos perpendiculares y con el haz de bombeo polarizado a 45 grados producen dos conos, uno de ellos polarizado horizontalmente y el otro verticalmente.

$$\begin{aligned} |V\rangle_p &\rightarrow |H\rangle_s |H\rangle_i \\ |H\rangle_p &\rightarrow e^{i\Delta} |V\rangle_s |V\rangle_i \end{aligned} \quad (3.42)$$

donde Δ es el cambio de la fase debido a la birrefringencia y a la dispersión de los cristales. Un haz de bombeo con una polarización θ_p medida desde la vertical y una fase de cambio ϕ_p entre los componentes polarizados verticalmente y horizontalmente es descrita por:

$$|\Psi_{bombeo}\rangle = \cos \theta_p |V\rangle_p + e^{i\phi_p} \sin \theta_p |H\rangle_p \quad (3.43)$$

Uniendo las ecuaciones 3.42 y 3.43 obtenemos

$$|\psi_{DC}\rangle = \cos \theta_p |H\rangle_s |H\rangle_i + e^{i\phi} \sin \theta_p |V\rangle_s |V\rangle_i \quad (3.44)$$

donde $\phi = \Delta + \phi_p$ es la diferencia total de fase entre las componentes de polarización vertical y horizontal. Los fotones *signal* e *idler* descritos por $|\psi_{DC}\rangle$ están enredados en sus polarizaciones.

En el caso particular de $\theta_p = 45^\circ$ y $\phi = 0^\circ$, se obtiene el estado entrelazado de $HH + VV$, lo que coloca a los fotones en el siguiente estado

$$|\psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|H\rangle_s |H\rangle_i + |V\rangle_s |V\rangle_i \right). \quad (3.45)$$

Capítulo 4

Arreglo experimental

En este capítulo se hablará de todo el arreglo experimental y de los experimentos realizados. En la sección 4.1 están los detalles relevantes de la fotodetección. En la sección 4.2 está la caracterización del diodo láser, la cual se hizo antes de comenzar con el experimento. En la sección 4.3 se describe el equipo utilizado, la detección de los fotones y el experimento de la correlación de los fotones.

4.1. Fotodetección

La detección es la parte fundamental en la física experimental, sin ella ningún análisis posterior se puede hacer. Por lo que hablaré un poco de ésta y en particular de la fotodetección.

Existen muchos detectores que captan la luz y la transforman en una señal eléctrica que puede ser analizada. Entre estos detectores están los fotomultiplicadores, los fotodiodos, las fotoceldas, fototransistores, etcétera.

Para los experimentos se utilizó un *módulo contador de fotones individuales*, ver figura C.2. Este detector utiliza un fotodiodo de avalancha (SliK) con una eficiencia superior al 60 % para fotones individuales.

Un *fotodiodo* es un aparato semiconductor que utiliza uniones tipo $p-n$ o $p-i-n$ (i =material intrínseco), en el cual la luz absorbida genera una fotocorriente. Los fotodiodos pueden ser muy rápidos, compactos y tener una

alta eficiencia cuántica.

La eficiencia del detector SPCM-AQ4C varía con respecto a la longitud de onda ([22],2005). Ver la figura A.2). Para los fotones de longitud de onda de 810nm , los que se quieren detectar, la eficiencia es de 45 %.

Cada fotón detectado es transducido en una señal TTL de 4.5 V (acoplado a 50Ω) y con una anchura de 25ns. El detector tiene un tiempo muerto mínimo de 50ns entre cada dos señales.

Al detector SPCM-AQ4C se le hicieron algunas pruebas para verificar su funcionamiento, por ejemplo la medición de la cuenta oscura y la visualización de las salidas TTL del módulo. Con respecto a la cuenta oscura se midió lo que dice el manual del módulo, en cuanto a la imagen de los pulsos TTL ver la figura 4.1.

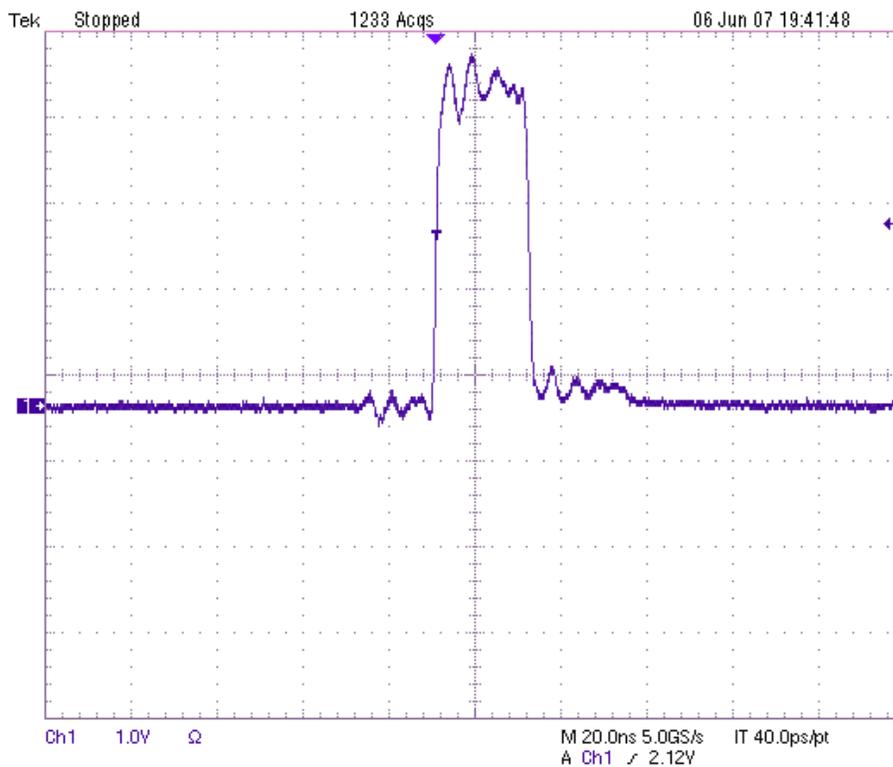


Figura 4.1: Imagen de los pulsos TTL de 25ns que salen del módulo contador de fotones individuales.

4.2. Caracterización del láser

La caracterización del diodo láser fue realizada en el momento en que éste llegó. Para caracterizar el láser lo que se hizo fue medir cuentas contra longitud de onda para saber en qué valor está centrado y para saber cuál es su anchura. Para ello se utilizó un espectrómetro *Ocean Optics*. Ver la figura C.1 para ver una fotografía del láser.

Los resultados obtenidos fueron que el láser está centrado en $404.78 \pm 0.02nm$, según este análisis, y que tiene un anchura de $0.566863 \pm 0.006212nm$ ($\sigma = 0.566863$). La gráfica de los datos está en la figura 4.2. La curva se ajustó con el programa *Gnuplot* aunque este programa tiene problemas al ajustar las exponenciales, pero mediante una iteración del programa con la función error de los parámetros que se quieren ajustar, se logra ajustar cualquier exponencial. Al ajustar la ecuación

$$f(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{c^2}} + d$$

Se obtuvo

a	17112.3	± 160.7	0.9389 %
b	404.78	± 0.02	0.00494 %
c	0.56686	± 0.006212	1.096 %
d	938.414	± 20.89	2.227 %

4.3. Descripción del experimento

El *experimento* consta de muchas partes, las partes relacionadas a la electrónica están descritas en la sección 5.4. En esta sección se describen los montajes experimentales para llegar a *la correlación de los fotones*:

1. El experimento de *detección de fotones*.
2. El experimento de *las coincidencias entre fotones correlacionados*.

4.3.1. Equipo utilizado

Las tablas 4.1(a),(b), 4.2(a),(b) agrupan todo el material utilizado para realizar los experimentos. Los he clasificado en *detección de fotones*, *adqui-*

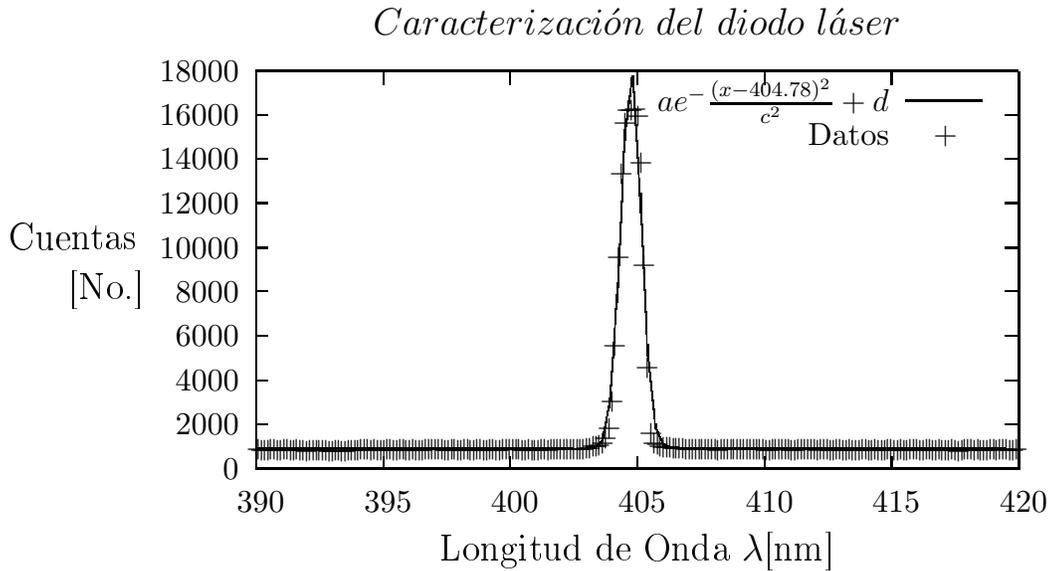


Figura 4.2: Caracterización del diodo láser. Gráfica del número de cuentas contra la longitud de onda. La curva fue ajustada con el programa *Gnuplot*.

sición de datos, producción de fotones correlacionados y misceláneos. Sin embargo, esta clasificación sólo es conceptual, al momento de hacer los experimentos se usa prácticamente todo el material a la vez.

En la tabla 4.1(a) están los materiales utilizados para la detección de fotones infrarrojos con sus características más importantes. En la tabla 4.1(b) están los materiales utilizados para la adquisición de datos para su análisis posterior.

En la tabla 4.2(a) están los materiales para la producción de fotones correlacionados. Finalmente en la tabla 4.2(b) están los materiales misceláneos con los que todo laboratorio de óptica cuenta.

4.3.2. Detección de fotones

Primero se acopló *el paquete de colimación FC* a los *cables de fibra óptica*. Al hacer el acoplamiento, se hizo un alineamiento con la altura del láser y se probó que las fibras transmitieran la máxima cantidad de luz. Luego sobre el paquete de colimación FC se acoplaron los *filtros para infrarrojo*. Sin este paquete de colimación el experimento es mucho más difícil porque hay que

enfocar con otras lentes en la fibra y es más complicado alcanzar la máxima intensidad. De hecho, realizar una alineación con las lentes normales puede tomar hasta una semana.

Lo siguiente que se realizó fue medir el *ángulo de apareamiento de fase* del cristal BBO, para ello se hizo el montaje experimental que está en la figura 4.3 (en la figuras C.3 y C.4 están la vista superior y la frontal; y las laterales del experimento, respectivamente). Las salidas fueron conectadas al *contador de señales* para buscar si el ángulo de apareamiento de fase estaba a 3° . Por más pruebas que se hicieron con este ángulo de apertura no se encontraron cuentas en esta posición. Se encontró un máximo de cuentas local en 5.5° . Para comprobar que se trataba de un cono en infrarrojo, con un ángulo de apertura (ángulo de apareamiento de fase) de 5.5° se usó una película infrarroja de alta velocidad y se tomó una foto para ver si la sección transversal circular del cono aparecía en la foto. La foto fue todo un éxito, la sección circular apareció con el ángulo de apertura antes mencionado. Ver la figura 4.4.

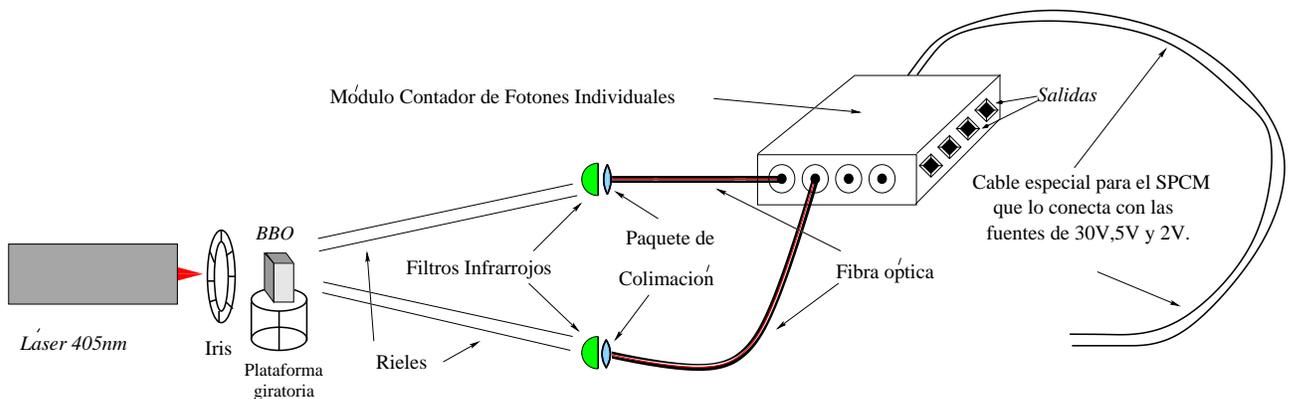


Figura 4.3: Arreglo experimental para la detección de fotones con el *módulo contador de fotones individuales*, montado en una *mesa óptica*.

Confirmado el hecho de que el ángulo de apertura es de 5.5° , se optimizó el alineamiento para obtener el máximo de cuentas en los dos canales. El número promedio de cuentas que se obtienen en cada canal por segundo son de 40000cuentas/s.

Con ayuda del programa *Gimp 2.2* procesé la imagen de la figura 4.4(a) para obtener la figura 4.4(b) en la cual se ve claramente el cono producido y se puede medir la anchura del cono para enfocar mejor.

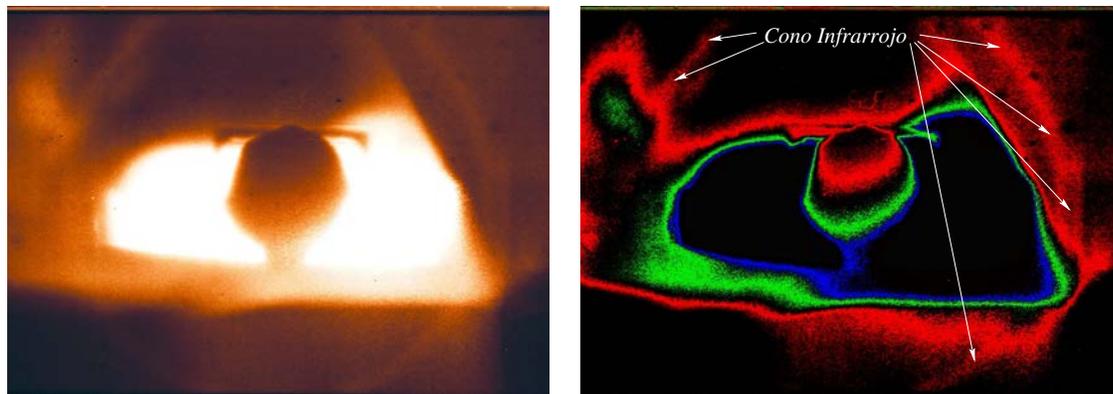


IMAGEN (A)

IMAGEN (B)

Figura 4.4: Imagen (A): Fotografía tomada en una película infrarroja de alta velocidad de 35mm de la conversión descendente producida por el cristal BBO con un ángulo de apertura de 5.5° . El tiempo de exposición de la fotografía es de 25 segundos con la abertura máxima de la cámara. Imagen (B): Imagen procesada de la fotografía de la figura 4.4(a) para ver y medir la anchura del cono.

4.3.3. Fotones correlacionados

Después de las múltiples pruebas hechas, se conectaron las salidas del módulo SPCM a las entradas del circuito de coincidencias. La salida del circuito fue conectada al contador de señales para medir las coincidencias. Los resultados están en el capítulo 6.

TABLA (A)		
Detección de Fotones	Marca y Modelo	Especificaciones
Cables de fibra óptica		Fibra multimodo; conector FC-FC; 62.5/125 μ m
Fuente de poder de 30V DC	Extech Instruments 382280	± 1 V; 0.04 A máx
Fuente de poder de 5V DC	Fraoli	± 0.25 V; 1 A máx
Fuente de poder de 2V DC	Lambda serie: LLS-6018	0 a 18 V; 9A máx
Módulo contador de fotones individuales	PerkinElmer optoelectronics SPCM-AQ4C	Trabajando como contador de fotones individuales; 4 canales; Salida pulsos de 4.5 V (TTL) a 25ns
Multímetro	Steren MUL-600 RS232C	
Paquete de colimación FC	ThorLabs F220FC-B	600-1050nm
Cable especial para el SPCM		El cable conecta el SPCM con las tres fuentes
Filtros para infrarrojo	ThinFilmImaging Technologies, Inc. 810-10	La curva de Transmisión contra longitud de onda se encuentra en el apéndice A.
TABLA (B)		
Adquisición de Datos	Marca y Modelo	Especificaciones
Circuito de coincidencias	Fabricación propia	2 chips 74S74, 3 capacitores 220pF, 5 resistencias 1k Ω , 2 capacitores 22 μ F
Fuente de poder de 5V DC	Extech Instruments 382280	Para alimentar a los circuitos integrados del circuito de coincidencias
Cables banana-caimán		Para conectar la fuente con el circuito de coincidencias
Osciloscopio	Tektronik TDS 7054	500MHz; 5GS/s
Contador de señales	Stanford Research SR400	De dos canales, con impedancia de entrada 50 Ω
Generador de funciones	Sony Tektronix AFG320	Para disparar el contador de señales
Cables coaxial-caimán		Para conectar del SPCM al circuito, del circuito al contador de señales y/o al osciloscopio
Cables coaxiales		Para conectar del generador de funciones al contador de señales

Tabla 4.1: Tabla (a): Lista de materiales utilizados para la detección de fotones. Tabla (b): Lista de materiales utilizados para la adquisición de datos.

TABLA (A)		
Producción de Fotones Correlacionados	Marca y Modelo	Especificaciones
Láser 405nm	B& W Tek inc. Modelo BWB-405-20E/55872	Clase III-b; 25mW
Cristal BBO tipo I		Con un corte de 32.6°
Soporte para láser		Metálico con tornillo elevador
Montura para cristal giratoria		Metálica con tornillo micrométrico.
Transportador		Para el alineamiento
Barras metálicas para alineación	Hechas por el taller de la Facultad de Ciencias	
TABLA (B)		
Misceláneos	Marca y Modelo	Especificaciones
Cautín	Weller	Para soldar los circuitos de coincidencias
Generador de funciones 15MHz	Agilent 33120A	Generador de hasta 15MHz, usado para probar el circuito de coincidencias
Mesa para Óptica		
Espectrómetro	Ocean Optics	Usado para caracterizar el láser
Cámara digital	Canon 6.8 Megapixeles	Para tomar las fotografías
Computadoras personales		Para automatizar el contador de señales en la toma de datos
Iris		Para que el rayo láser esté más definido
Poste con papel		Usados para detener el haz
Cables coaxiales		Varios tamaños desde 1ns hasta 50ns.

Tabla 4.2: Tabla (a): Lista de materiales utilizados para la producción de fotones correlacionados. Tabla (b): Lista de materiales misceláneos.

Capítulo 5

Circuito de detección de coincidencias

Los experimentos de óptica cuántica que utilizan fotones correlacionados dependen de la detección de las coincidencias de dos o más fotones. Algunos de estos experimentos utilizan combinaciones de convertidores de amplitud a tiempo y un analizador de un canal para detectar señales de coincidencias de los fotodetectores. Estos aparatos cuestan varios miles de dólares. Este capítulo describe un circuito lógico rápido que realiza las coincidencias que puede ser construido por menos de \$400 pesos. El circuito está diseñado para recibir pulsos TTL –*Transistor-Transistor Logic*– de 25ns y detectar coincidencias en una ventana de 25ns. Las señales de salida están diseñadas para ser pulsos TTL de 250ns. La ventana de coincidencia no es ajustable. Este circuito se puede extender para detectar pares de coincidencias entre más de dos entradas.

5.1. Coincidencias y probabilidades

El análisis se hará para un detector de sólo dos canales, pero los conceptos desarrollados pueden aplicarse a detectores más complicados. La parte fundamental del experimento es medir las coincidencias de los fotones que llegan al detector. Cada vez que midamos una coincidencia en el circuito podemos decir que estos fotones pertenecen a un mismo proceso de creación y por lo tanto forman un *par correlacionado*. Para encontrar estas coincidencias lo que se hace es colocar un circuito lógico *AND* en la salida de los dos detec-

con S_1 y S_2 como las tasas de detección en los detectores 1 y 2, respectivamente, y t_c como la ventana de coincidencia. Por lo tanto, la coincidencia accidental se incrementa de manera cuadrática con la tasa de conteo simple, mientras que la coincidencia real se incrementa sólo linealmente:

$$S_1 = \eta_1 \cdot N \quad (5.2)$$

$$S_2 = \eta_2 \cdot N \quad (5.3)$$

$$C_{real} = \eta_1 \eta_2 \cdot N \quad (5.4)$$

donde N es la tasa a la cual los pares son creados en el cristal y η_i es la eficiencia del detector i .

Nótese que la eficiencia de detección total, incluyendo la eficiencia de conteo de fotones apareados y la eficiencia cuántica del detector, puede ser calculada sustituyendo la ecuación 5.3 en la 5.4:

$$\eta_1 = \frac{C_{real}}{S_2} \quad (5.5)$$

Así pues, la eficiencia en la detección de un detector puede ser calculada dividiendo la tasa de coincidencia entre la tasa de conteo simple del detector conjugado ([7],1993).

5.2. Teoría referente al circuito

Para realizar el circuito de coincidencias, como se mencionó en la sección anterior, se necesita un operador lógico AND sincronizable en el tiempo aplicado a las señales de los dos detectores. Se utilizó el flip-flop que es el circuito adecuado y que funciona cumpliendo una tabla de verdad. El circuito integrado que se utilizó para el circuito final es el DM74S74N porque fue el que mejor cumplió los requerimientos. Éste es un circuito integrado que tiene dos flip-flops independientes y cada uno de ellos cumple la misma tabla de verdad.

En la sección 5.2.2 se explicarán los parámetros necesarios para caracterizar un flip-flop, pero siempre pensando en nuestro objetivo: el circuito

de coincidencias.¹ En la sección 5.2.3 se hablará del diseño del circuito y se incluirán los diagramas pertinentes.

5.2.1. El flip-flop

En la teoría de los circuitos digitales, el flip-flop, latch o multivibrador biestable es un circuito electrónico que tiene dos estados estables (el estado 1 se obtiene cuando $Q = 1, \bar{Q} = 0$ y el estado 0 cuando $Q = 0, \bar{Q} = 1$) por lo que se puede usar como un bit de memoria; el flip-flop es controlado por señales de control o señales de reloj. En la figura 5.2 se muestra como se simbolizará al flip-flop.

Los estados de los flip-flops, se definen en base a la “Lógica Transistor a Transistor” (TTL): tecnología de construcción de circuitos electrónicos digitales, en la que los elementos de entrada de la red lógica son transistores, así como los elementos de salida del dispositivo. Al cero lógico (llamado 0 o L) le corresponden los voltajes de 0 a 2V, al uno lógico (llamado 1 o H) le corresponden los voltajes de 3 a 5V.

El flip-flop tipo D (el utilizado para realizar el circuito de coincidencias) tiene la propiedad de que la salida Q siempre toma el valor de la entrada D cuando hay un señal de incremento en la señal de reloj Ck y nunca en otro momento. Ver la tabla 5.1.

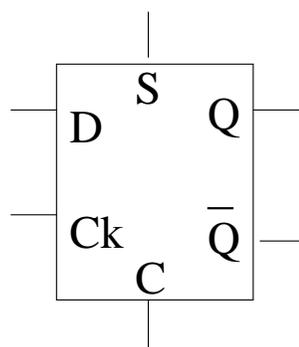


Figura 5.2: Simbología utilizada para denotar al flip-flop. Las entradas son D (*Data*), S (*Set*), C (*Clear*) y Ck (*Clock*), las salidas son Q y \bar{Q} .

¹Para ver la lista entera de parámetros se pueden consultar las hojas de datos de los circuitos [12],[13]

5.2.2. Parámetros que caracterizan a un flip-flop

Para caracterizar a un flip-flop se necesitan varios parámetros, según se muestra en las hojas de datos de éstos. Para el presente trabajo sólo son necesarios unos pocos parámetros. Primero nos situaremos en la familia de flip-flop tipo 74 porque estos operan bien entre 0° y 70° °C. La familia de flip-flop tipo 54 opera entre -55° hasta 125° , a esta clase se les conoce como de régimen *militar* ([12],1988). Parámetros necesarios:

Tabla de verdad: Todos los chips usados y que se podrían utilizar para hacer el circuito de coincidencias cumplen con la tabla de verdad que se encuentra en la tabla 5.1.

Entradas				Salidas	
S	C	Ck	D	Q	\bar{Q}
L	H	x	x	H	L
H	L	x	x	L	H
L	L	x	x	H	H
H	H	\lceil	H	H	L
H	H	\lceil	L	L	H
H	H	L	x	Q_0	\bar{Q}_0

Tabla 5.1: Tabla de verdad del circuito integrado 74S74N. H, L, \lceil y x corresponden a niveles TTL: alto, bajo, incremento e irrelevante.

Duración del Pulso: Es la duración mínima recomendada para el pulso. Se denota t_w .

Tiempo de respuesta entre la entrada y salida: Es el tiempo que tarda la señal en pasar desde alguna de las entradas del flip-flop hasta alguna de las salidas. Se tienen 4 tiempos agrupados de dos en dos. En algunos casos son iguales:

t_{PLH} y t_{PHL} : Son los tiempos entre las entradas S o C y las salidas Q o \bar{Q} . Basta con dar el mínimo y el máximo.

t_{PLH} y t_{PHL} : Son los tiempos entre las entradas Ck y las salidas Q o \bar{Q} . Basta con dar los tiempos máximo y mínimo.

A causa de que los tiempos t_{PLH} y t_{PHL} son prácticamente los mismos que los tiempos t_{PLH} y t_{PHL} , se les llamará t_{PLH} .

Frecuencia máxima: Es la máxima frecuencia a la cual puede trabajar el flip-flop. Se le llama $f_{máx}$.

5.2.3. Diseño del circuito

El diseño del circuito fue publicado en el 2002 por Dehlinger y Mitchell ([10],2002). Los únicos cambios del diseño original son dos capacitores añadidos para dar mayor estabilidad (ver figura 5.4²). El circuito consiste de dos flip-flops tipo D con disparador positivo 74S74N. En base a la figura 5.3 cada flip-flop tiene una tarea específica:

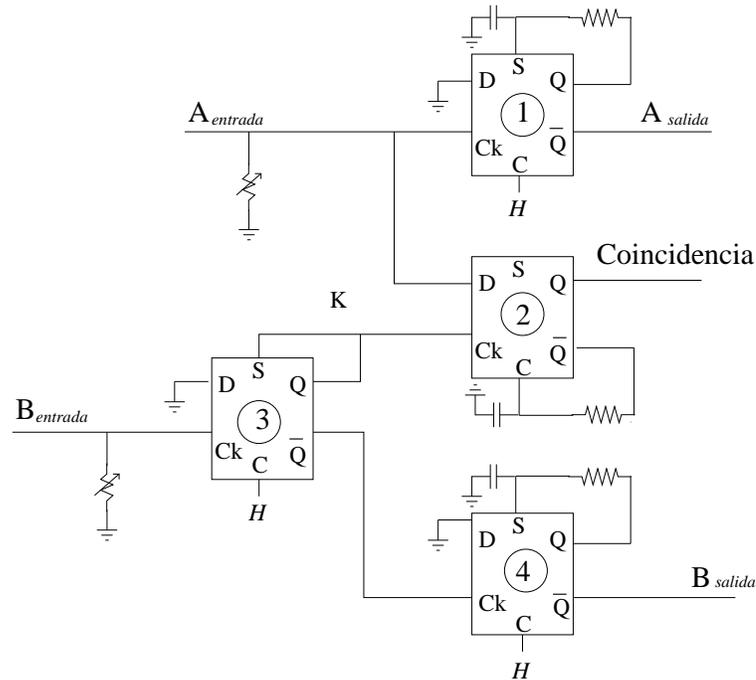


Figura 5.3: Diagrama esquemático del circuito de coincidencias. Cada cuadro es la mitad de un circuito lógico 74S74N. Todos los capacitores son de $220pF$ y las resistencias de $1k\Omega$, a excepción de las resistencias variables que se ajustan a 51Ω .

²En la figura 5.3 no es posible ver estos detalles porque es un diagrama que deja de lado las conexiones a la fuente de poder.

Repetidores: Los flip-flops 1 y 4 sólo transmiten el pulso recibido en Ck hacia \bar{Q} . La duración del pulso que sale de \bar{Q} depende de la constante temporal RC entre Q y \bar{S} que para los capacitores y resistores escogidos es de $1k\Omega \cdot 220nF = 220ns$. Este pulso puede ser contado por un contador de señales.³

Retardador: El flip-flop 3 en el circuito solamente retrasa la señal B_{in} aproximadamente 13ns (mínimo 6.5ns y máximo 19.5ns) que es el tiempo necesario para iniciar el reloj interno.

Coincidente: El flip-flop 2 es el que recibe la señal directa del flip-flop 1 y la retardada del flip-flop 3 para hacer coincidencias entre éstas. Finalmente la señal de coincidencia sale de Q .

5.3. Construcción del circuito

En el artículo de Dehlinger y Mitchell ([10],2002) se usa el circuito integrado 74ACT74. Sin embargo en México es muy difícil de encontrar, por lo que se trabajó con los existentes.

El diagrama esquemático mostrado en la figura 5.3 muestra cómo funciona el circuito, pero para armarlo es conveniente tener el diagrama físico, ver figura 5.4.

Se hizo un primer circuito en un *proto-board* (tableta de pruebas), ensamblándolo conforme a la figura 5.4, en el cual se probaron todos los *flip-flops tipo D duales con disparador positivo* disponibles en el mercado de la Cd. de México. Los flip-flops que se probaron están en la tabla 5.2.

En la figura C.7 está una foto del circuito ensamblado en el *proto-board* y en la figura C.8 está una foto del circuito ensamblado en una tableta de circuito impreso de uso general.

En la tabla 5.2 está el resumen de cuáles flip-flops sirven y cuáles no para hacer un circuito de coincidencias. Comparando los valores del flip-flop usado por Dehlinger y Mitchell contra los que se consiguieron, se puede ver que los flip-flops 74S74 funcionan porque tienen unos valores muy similares al usado por ellos. Sin embargo estos últimos fueron conseguidos ya al final, por lo que

³A los contadores de señales se les llama muchas veces contador de fotones o contador de pulsos.

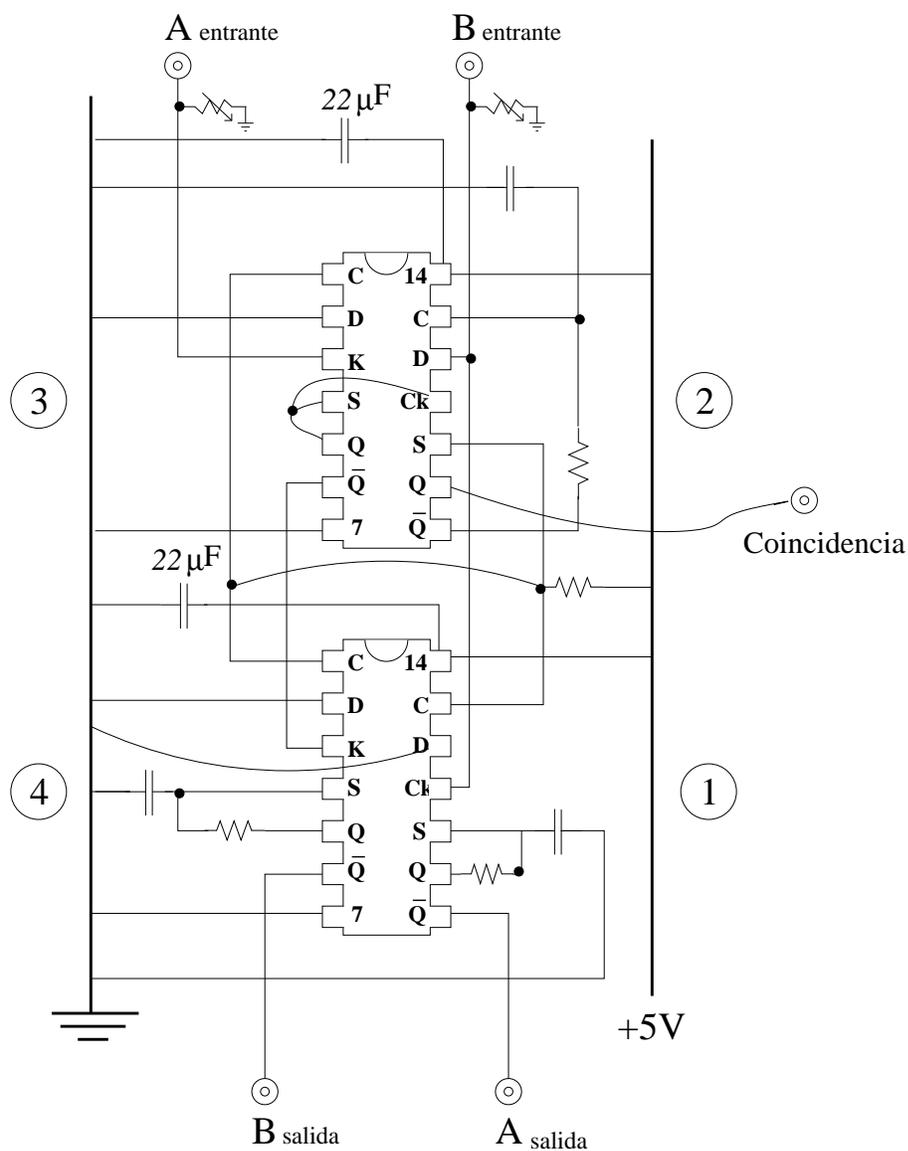


Figura 5.4: Diagrama físico del circuito: Todas las resistencias de valor fijo son de $1\text{k}\Omega$, los capacitores son de 22pF salvo los que tienen la etiqueta de $22\mu\text{F}$. Las resistencias variables se ajustan a 51Ω .

FLIP-FLOPS COMERCIALES EN MÉXICO				
No. de Flip-flop	t_w [ns]	t_{PLH} [ns]	$f_{m\acute{a}x}$ [MHz]	Características relevantes
DM7474N	30 a 37	14 a 40	15 a 25	No funciona para hacer coincidencias
SN74LS74AN	25	13 a 40	25 a 33	Hecho por Texas Instruments.
HD74LS74AP	25	13 a 40	25 a 33	Fabricación desconocida
SN74S74N	6 a 7.3	4 a 13.5	75 a 110	Hecho por Texas Instruments. Funciona bien
DM74S74N	6 a 7.3	4 a 13.5	75 a 110	Funciona perfectamente
FLIP-FLOP 74ACT74				
SN74ACT74	6	3 a 13	125 a 210	Flip-flop usado por Dehlinger y Mitchell.

Tabla 5.2: Flip-flops probados para ensamblar el circuito mencionado en el artículo de Dehlinger y Mitchell [10], con sus características relevantes para el circuito de coincidencias. Además se colocaron las características del flip-flop 74ACT74 usado por los autores mencionados.

primero se hicieron grandes esfuerzos para tratar de que el circuito funcione con los que se tenían. En la siguiente sección se verán las pruebas hechas a los flip-flops para ver su utilidad en el circuito de coincidencias requerido.

5.4. Pruebas realizadas al circuito de coincidencias

Para realizar las pruebas al circuito de coincidencias con los diferentes chips se usó el *osciloscopio*, el *generador de funciones* y el *contador de señales* que vienen especificados en la tabla 4.1(b). Las pruebas fueron las siguientes:

Primera prueba: Colocando las dos salidas del generador de funciones a 1kHz en onda cuadrada. Las salidas se conectaron a su vez a las entradas del circuito de coincidencias. La coincidencia y las dos salidas del generador de funciones fueron conectadas al osciloscopio. Como se puede ver en la figura 5.5, cada vez que las dos señales de entrada están en nivel alto la coincidencia también lo está. Para asegurarse de que se efectúen bien las coincidencias, lo que se hizo fue activar *la función*

matemática en el osciloscopio, se usó ésta para multiplicar las dos salidas del generador, creando una *función multiplicación de $A_1 \cdot A_2$* . Las crestas de la *función multiplicación de $A_1 \cdot A_2$* deben de coincidir con las crestas de la señal de coincidencia.

Segunda prueba: Tomando la configuración de la prueba anterior se desconectó la coincidencia del osciloscopio y se conectó a una salida del circuito. Ver la figura 5.6

Tercera prueba: Se aumentó la frecuencia hasta que cada chip fue descartado porque no detectaba bien las coincidencias de las señales. Salvo los chips 74S74 que pasaron esta última prueba, ver figura 5.7. Se verificó el funcionamiento de los chips con el generador de funciones hasta 15MHz y con el experimento mismo hasta 100MHz.

Cuarta prueba: Se utilizó el circuito con el módulo contador de fotones individuales y se contaron las coincidencias en una configuración del cristal. Para comprobar que éstas eran coincidencias reales se hizo una última prueba contundente.

Se conectaron las salidas del SPCM al osciloscopio directamente y se utilizó el truco de la función matemática nuevamente, se definió *la función multiplicación de $A_1 \cdot A_2$* . Como los pulsos son de $25ns$, se ajustó la resolución del osciloscopio a $25ns$ y se hizo una adquisición con tres canales (dos salidas y la función matemática). En la adquisición de datos se observa, cómo cada vez que hay una coincidencia, la función matemática tiene un pico. Tomando varios conteos, con luz tenue, se encontró que se tienen aproximadamente las mismas coincidencias mediante la técnica del osciloscopio que con el circuito.

Sin embargo, el método del osciloscopio es miles de veces más tardado. Primero porque al tomar una adquisición de datos toma 1 minuto y 1 minuto más procesarla. Segundo esta adquisición es aproximadamente cien veces más pequeña que una adquisición con el circuito. Para tomar una adquisición de un segundo con el osciloscopio con los programas de computadora adecuados se necesita más de ¡ 10 horas!, con el circuito se necesita un segundo. Luego para realizar las primeras pruebas únicamente con el osciloscopio (unas mil adquisiciones de un segundo) se necesitan unas 10000 horas. El método del osciloscopio es un método visual, no es un método para adquirir datos los cuales son necesarios para hacer las pruebas de la función de correlación, la desigualdad de Bell, etc.

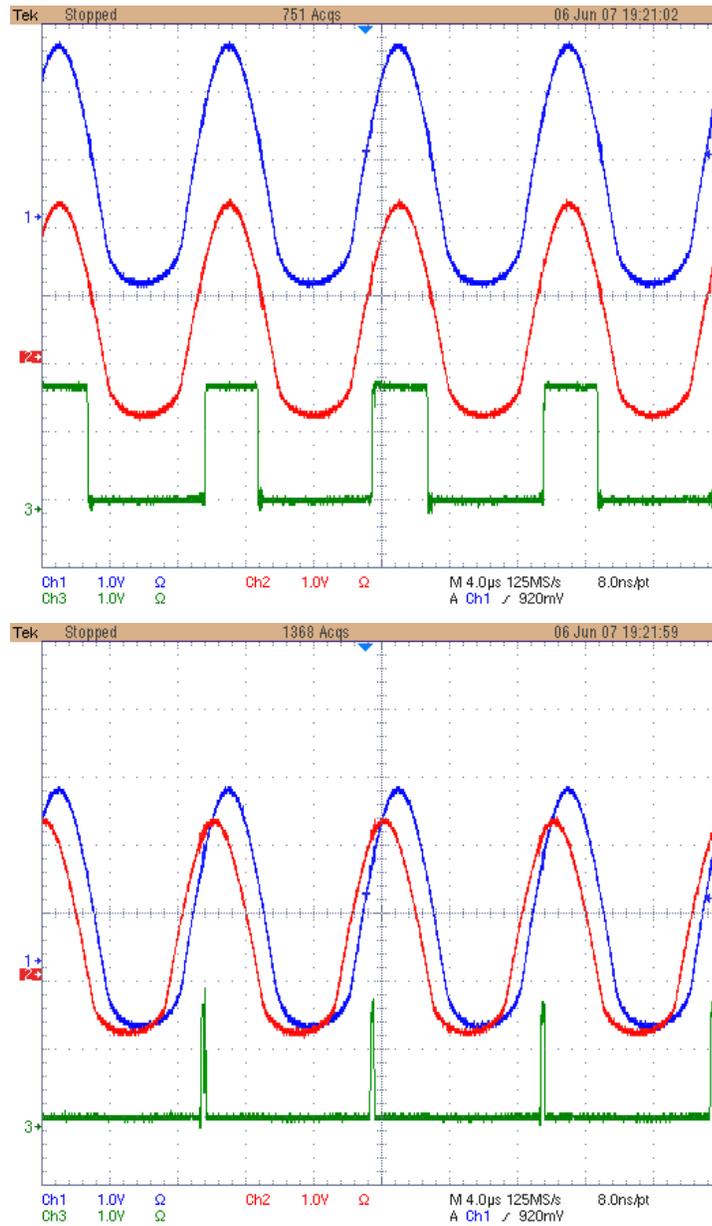


Figura 5.5: La primera imagen es una impresión de la pantalla del osciloscopio: los canales 1 y 2 son las entradas del generador de funciones, tienen una frecuencia de 10kHz; el canal 3 es la señal de coincidencia. La segunda imagen es una impresión de la pantalla del osciloscopio: los canales 1 y 2 son las entradas del generador desfasadas; el canal 3 es la señal de coincidencia.

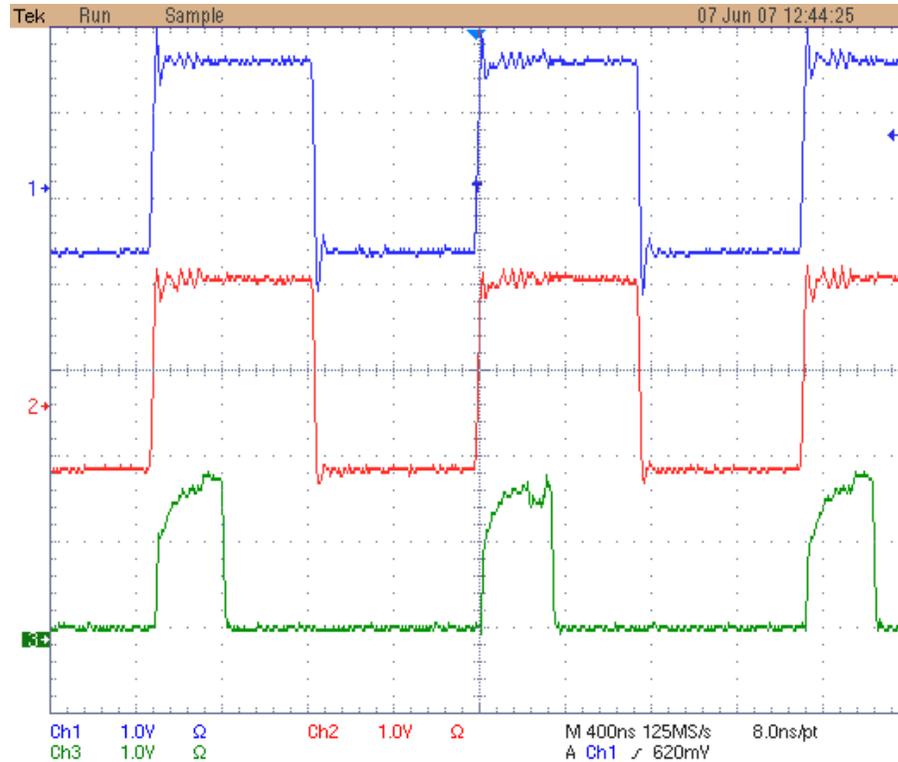


Figura 5.6: Imagen tomada del osciloscopio. Los canales 1, 2 son las entradas al circuito de coincidencias, tienen una frecuencia de 660 kHz. El canal 3 es una salida del circuito de coincidencias. La salida tiene una anchura de 320ns.

5.5. Circuito de coincidencias multicanal

En base a la figura 5.3 haré el diseño del circuito de coincidencias multicanal. El circuito de la figura tiene dos entradas $A_{entrada}$ y $B_{entrada}$ y tres salidas A_{salida} , B_{salida} , y $Coincidencias$. Lo esquematizó como se puede ver en la figura 5.8.

Para hacer el circuito de coincidencia de 4 canales, lo que se hace es unir 3 circuitos de coincidencias como lo muestra la figura 5.9. En la figura se muestra que se hacen coincidencias con las señales A, B en un circuito y C, D en otro circuito. Ambas salidas se meten en un tercer circuito de coincidencias que hará las coincidencias entre las salidas de los otros dos circuitos y por lo tanto la coincidencia entre todas las entradas A, B, C, D .

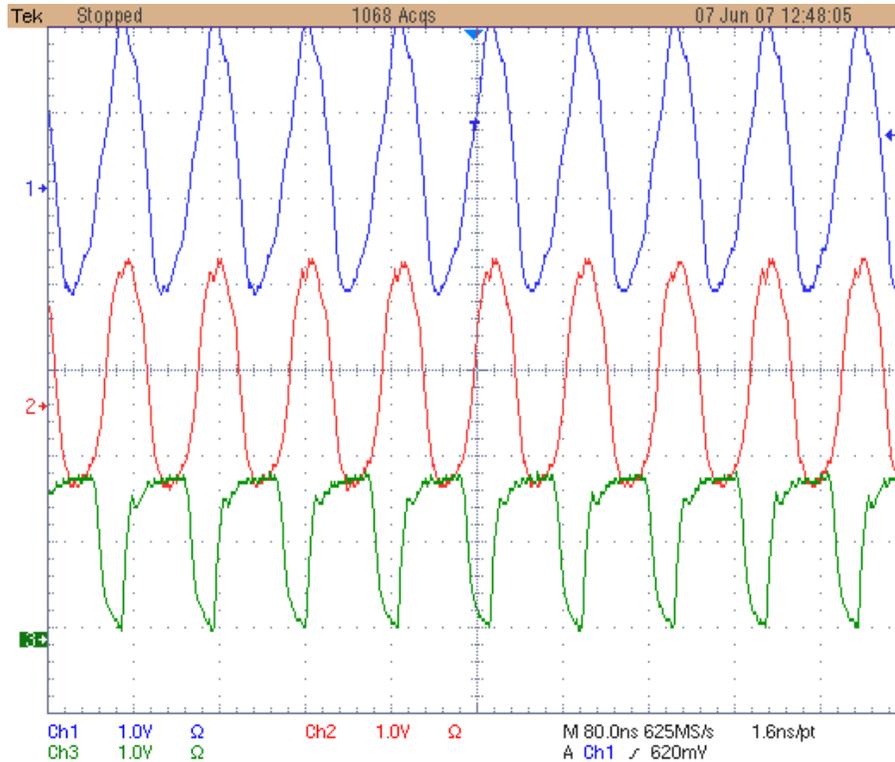


Figura 5.7: Imagen tomada del osciloscopio: los canales 1 y 2 tienen una frecuencia de 11.66MHz, el canal 3 es la coincidencia. Esta imagen sólo se pudo lograr con el chip 74S74, porque la frecuencia es de 11.66MHz.

Para el circuito de coincidencias de tres canales se toma el circuito de 4 canales y lo único que se hace es que una señal, por ejemplo B , se meta dos veces. Así se tendría una entrada de A, B, B, D . Uno de los circuitos hace coincidencias con las señales A, B y el otro con las señales B, C . El tercer circuito hace la coincidencia de las coincidencias. El resultado será las coincidencias de las señales A, B y B, C , es decir la coincidencia de tres canales A, B, C .

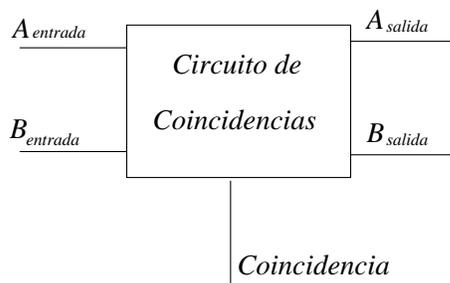


Figura 5.8: Esquema conceptual del circuito de coincidencias

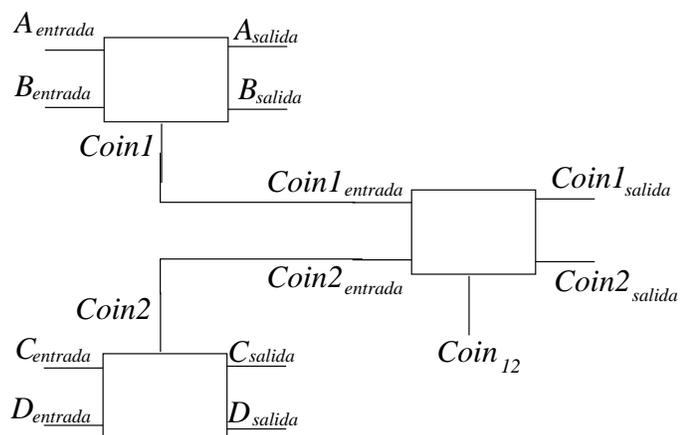


Figura 5.9: Circuito de coincidencias para 4 canales

Capítulo 6

Resultados

6.1. Resultados de las pruebas realizadas al circuito de coincidencias

Usando el generador de funciones de 15MHz se hicieron las siguientes pruebas:

1. Se probó el circuito a 10.16MHz con las señales en fase, ver la figura 6.1.
2. Se probó el circuito a 9.96MHz con las señales desfasadas 40ns, el desfasamiento se produjo con un cable. En la figura 6.2 se puede ver que no se obtiene coincidencia alguna porque las señales están totalmente desfasadas.
3. Se probó el circuito a 11.66MHz con las señales desfasadas 5ns, el desfasamiento se produjo con un cable. En la figura 6.3 se puede ver que se obtiene la coincidencia porque el desfase es menor a la ventana de coincidencia.

6.2. Coincidencias de fotones gemelos

Se montó el experimento de la sección 4.3.2. Teniendo 22000 ± 100 cuentas por cada segundo se hizo una adquisición de datos de las coincidencias en los

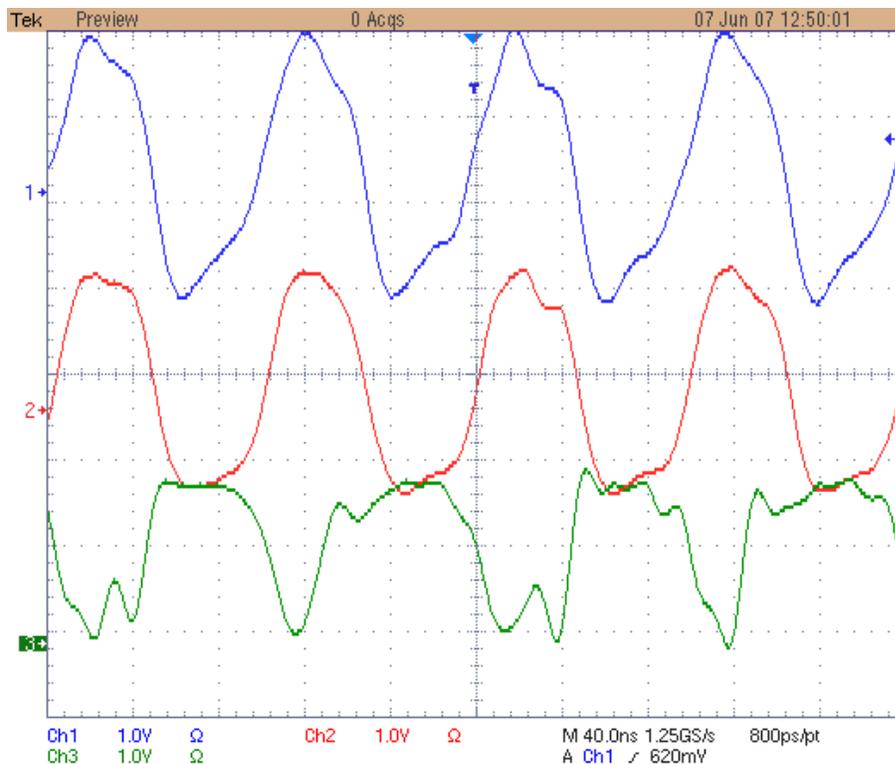


Figura 6.1: Dos señales a 10.16MHz y la señal de coincidencia.

canales. Se tomaron 20 datos, los cuales están en la tabla 6.1. De los datos de la tabla se obtuvo un promedio de 173.75 ± 3.16 coincidencias por cada medio segundo, que corresponde a 347.5 ± 6.32 coincidencias por segundo y a una tasa de coincidencias por segundo por partículas de 0.01577 ± 0.00036 s^{-1} . Es decir de cada 1000 partículas convertidas a infrarrojo se encuentran 15 que son coincidentes.

6.3. Coincidencias contra la polarización

Tomando el experimento de la sección 6.2, se le introdujo una variante: se colocaron dos polarizadores, uno en la entrada del canal 1 y el otro en la entrada del canal 2. Como se mencionó, el cono está polarizado perpendicularmente al haz incidente (ver sección 3.2.2). Por lo que se colocaron los polarizadores de tal manera que se mida el máximo de cuentas, este máximo de cuentas es aproximadamente 22000 cuentas por segundo. Los polarizadores

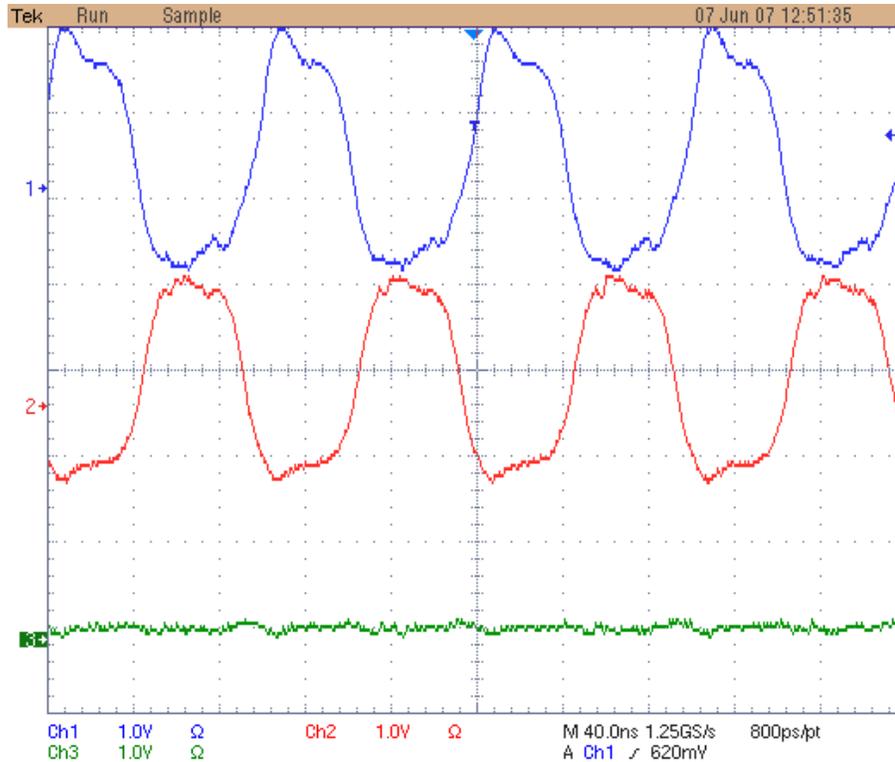


Figura 6.2: Dos señales a 9.96MHz desfasadas 40ns y la señal de coincidencia. Se puede ver que no hay coincidencia.

se colocaron en su eje vertical para obtener este máximo de cuentas.

Después se hizo una adquisición de datos del número de coincidencias contra el ángulo entre los dos polarizadores. Llamémosle el ángulo θ . Se tomaron datos desde $\theta = 0$ hasta $\theta = 210$. Cada valor que está en la tabla 6.2 es el resultado de obtener el promedio de 20 valores medidos. Para simplificar la gráfica se tomó como incertidumbre en las cuentas el valor máximo que corresponde a $\pm 4\text{coin}/\text{seg}$.

Luego se graficaron los datos de la tabla 6.2 y se les ajustó una curva con el programa *Gnuplot* y con el comando *fit*. La gráfica y la curva ajustada están en la figura 6.4. El error que se obtiene al realizar el ajuste de la curva es menor que el 0.5%.

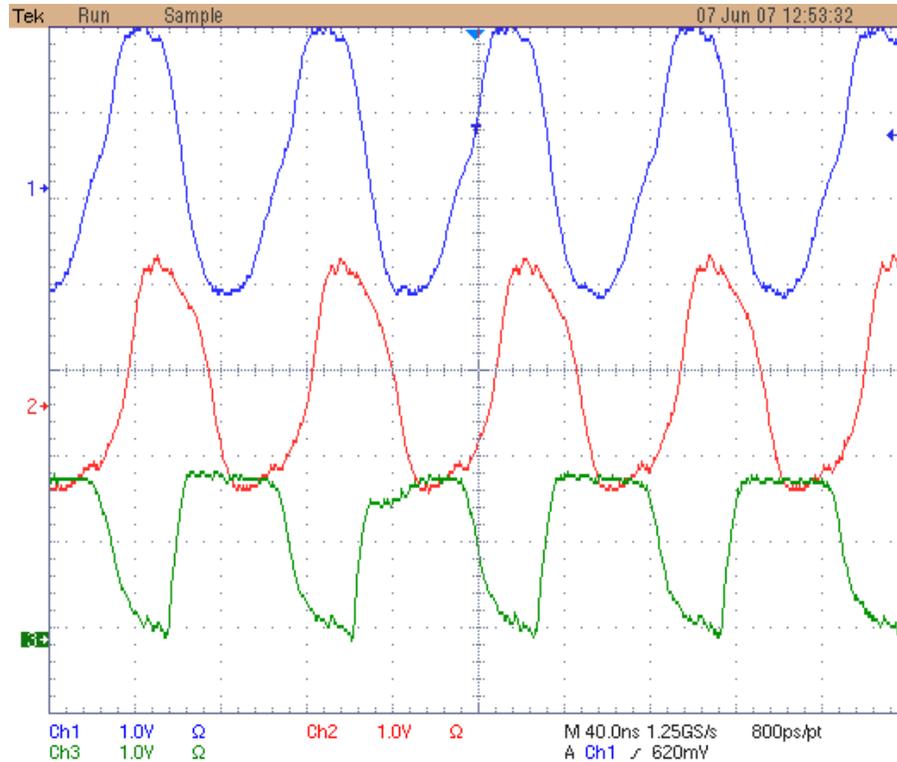


Figura 6.3: Dos señales a 11.66MHz desfasadas 5ns. Se puede ver que sí hay coincidencia.

6.4. Coincidencias contra retrasos. La función de correlación de segundo orden.

Utilizando el montaje experimental de la sección 6.2 (38000cuentas/s), se realizó el siguiente experimento: se hicieron varios retrasos a una de las señales que entra al circuito de coincidencias para obtener una gráfica de las coincidencias contra los retrasos.

La gráfica mostrada en la figura 6.5 son las coincidencias contra el retardo de una de las dos señales. Los retardos se realizaron mediante cables coaxiales con longitudes de 1ns hasta 50ns. Los datos están en la tabla 6.3.

En la gráfica se puede ver que hasta con un retraso de 19ns se tienen coincidencias. Apartir del retraso de 20ns hasta el último retraso de 50ns se tienen coincidencias fortuitas que son en promedio 3.1 ± 0.16 . Ahora bien, la zona de 0ns hasta 19ns tiene un pico de coincidencias con un retraso de 12ns.

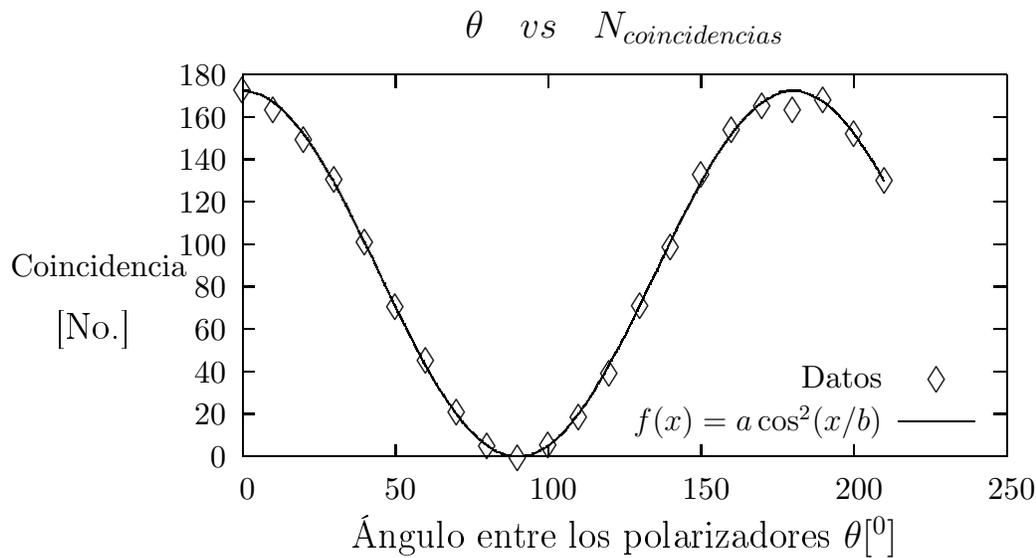


Figura 6.4: Gráfica del ángulo de polarización contra el número de coincidencias. Los datos están en la tabla 6.2

Este pico se debe a que las cantidades *tiempo de reseteo de reloj interno* y *retraso provocado por el flip-flop 3*,¹ no son de 13ns cada uno, sino que uno sería de 7ns y el otro de 19ns para que justo, con un retraso de 12ns, se obtenga el máximo de cuentas; esto es porque los tiempos son $13 \pm 6.5ns$.

Por lo tanto este circuito de coincidencias tiene una máxima eficiencia de conteo si se le añade un retraso de 12ns.

Incidentalmente esta gráfica debidamente normalizada es la función de correlación de segundo orden, que se estudia en el curso de *Introducción a la Óptica Cuántica*.

6.5. Otro experimento

Los estudiantes del curso de *Introducción a la Óptica Cuántica* aprovecharon el circuito para hacer algunos experimentos. Ellos realizaron medidas sobre la luz clásica contra la luz láser. El experimento que hicieron fue el siguiente:

¹La teoría de esto se vio en la sección 5.2.3

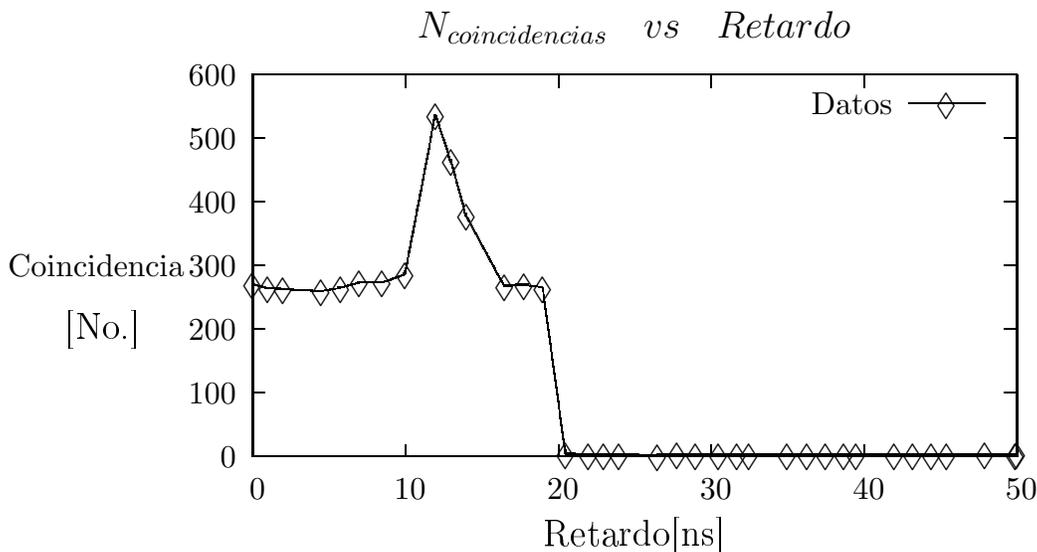


Figura 6.5: Gráfica del número de coincidencias contra el retardo. El retardo se realizó con cables de longitudes desde 1ns hasta 50ns.

Usando una fuente de luz clásica y un divisor de haz, se colocaron dos detectores a las salidas del divisor de haz, de tal suerte que el camino óptico fuera el mismo. Con este montaje se midieron las coincidencias.

Usando una fuente de luz láser y el montaje anterior, se midieron nuevamente las coincidencias.

La teoría dice que estos valores no son los mismos y las medidas obtenidas en el circuito de coincidencias tampoco lo fueron.

6.6. Validez experimental

Como se mencionó en la sección 5.1, las coincidencias se realizan en cierta ventana de tiempo (las diferencias de camino óptico, de camino electrónico, etc., si son menores que la centésima parte de la ventana de coincidencias –en realidad son, a lo más, del orden de ps – producen un error menor al 0.01 %); y en la sección 6.4 se encontró, en promedio, que se tienen 3.1 ± 0.16 coincidencias fortuitas por cada medio segundo. Mientras que se tienen 536.8 coincidencias por cada medio segundo al optimizar el circuito. Es decir, se puede asegurar que se tienen 532 coincidencias por cada medio segundo.

En la sección 4.1, se explicó que la eficiencia cuántica del módulo contador de fotones individuales para fotones de 810nm es de 45 %, lo que significa que se podrían tener hasta 55 % más coincidencias.

En la tabla 5.2, se encuentra la mínima frecuencia máxima de operación de los flip-flops utilizados, ésta es de 75MHz. Ahora bien, en el presente trabajo se midieron hasta 40000 fotones por segundo, suponiendo una distribución uniforme obtenemos una frecuencia de 40kHz- la cual la puede procesar el circuito. De hecho es solamente 5.33×10^{-4} veces la mínima frecuencia máxima de operación.

El circuito tiene una baja tasa de coincidencias accidentales (6.2 coin/s); al tomar en cuenta la eficiencia del detector, en principio, se podrían tener hasta 55 % más coincidencias que las medidas; se está usando menos de un centésimo de la mínima frecuencia máxima de operación. El error total, que es el que se obtiene al medir la función de correlación, se puede resumir que se tienen 6.2 coin/s accidentales de 1073.6 coin/s que equivale a un error de 0.57 %.

6.7. Tablas de resultados

No.	Coincidencias por cada medio segundo	No.	Coincidencias por cada medio segundo
1	178	11	159
2	182	12	162
3	147	13	174
4	193	14	191
5	200	15	158
6	169	16	179
7	161	17	165
8	179	18	190
9	157	19	181
10	173	20	177

Tabla 6.1: Adquisición de datos de las coincidencias, por cada medio segundo, tomada del contador de señales. La toma de datos tiene un promedio de $\bar{x} = 173.75$ y una desviación estándar de $\sigma = 13.932$. Lo que corresponde a un valor de 173.75 ± 3.16 coincidencias por cada medio segundo.

Ángulo entre las polarizaciones θ	Coincidencias por cada medio segundo	Ángulo entre las polarizaciones θ	Coincidencias por cada medio segundo
0	173.7	110	19.55
10	164.255	120	40.06
20	150.55	130	72.3
30	131.25	140	99.85
40	101.85	150	133.75
50	71.6	160	155.1
60	46.2	170	166.3
70	21.85	180	164.35
80	6.05	190	168.8
90	0.35	200	153.4
100	6.15	210	131.1

Tabla 6.2: Ángulo entre los polarizadores contra el número de coincidencias. El valor del número de coincidencias es el promedio sobre 20 datos adquiridos.

Retrado[ns]	Coincidencias por cada medio segundo[No./s]	Retrado[ns]	Coincidencias por cada medio segundo[No./s]
0	271.1	26.5	2
1	265.1	27.8	3.8
2	262.7	29	2.7
4.5	260.4	30.5	2.6
5.8	265.5	31.7	2.5
7	273.8	32.5	3.4
8.5	274.4	35	3.4
10	287.1	36.3	3.4
12	536.8	37.5	2.7
13	464.7	38.7	3
14	378.5	39.5	2.9
16.5	267.6	42	3
17.8	269.6	43.2	3.2
19	265.9	44.4	2.6
20.5	5.3	45.4	2.5
22	3.1	47.9	3.5
23	2.7	49.9	2.6
24	2.8	50	4.5

Tabla 6.3: Datos de las coincidencias contra el retardo. El retardo se realizó con cables de longitudes desde 1ns hasta 50ns.

Capítulo 7

Conclusiones

La física es una ciencia experimental. Las teorías, por muy bellas, lógicas y perfectas que sean, si no han sido demostradas experimentalmente sólo son teorías matemáticas. Para que a una teoría se le pueda calificar de teoría física se necesita demostrar experimentalmente.

El presente trabajo es el experimento de cómo contar coincidencias en los fotones correlacionados (producidos en un cono de luz por conversión paramétrica espontánea descendente) en un cristal no lineal para sus aplicaciones posteriores en los fotones enredados, la desigualdad de Bell, etc. A diferencia de muchos trabajos presentados anteriormente ([6]-[11]), en este trabajo se explica cómo funciona el circuito de coincidencias (la función de cada chip), cómo optimizarlo (midiendo la función de correlación con los retardos), se explican con detalle las pruebas que se tienen que realizar para saber si el circuito funciona correctamente (se dan las imágenes que tienen que salir del osciloscopio), se crea una técnica alternativa para medir las coincidencias (mediante el osciloscopio y la función multiplicación, dicha técnica es totalmente impráctica para realizar las aplicaciones posteriores –sólo es una prueba control, no un camino alternativo) y se diseñan, de manera simple, los circuitos para hacer coincidencias de 3 y 4 canales.

Además, se hacen las primeras pruebas encaminadas para probar la desigualdad de Bell (medición de las coincidencias contra la polarización), se caracterizan el diodo láser y el cristal BBO que se utilizaron en los experimentos, se explica la relación entre el ángulo de corte del cristal y el ángulo de apareamiento de fase (*phase matching*), se obtiene el error experimental (0.57 %) y se dan los fundamentos teóricos para entender los procesos claves.

Apéndice A

Dispositivos ópticos

En base a la referencia [21]. Los filtros infrarrojos tienen una curva de transmisión contra la longitud de onda. La curva es la siguiente:

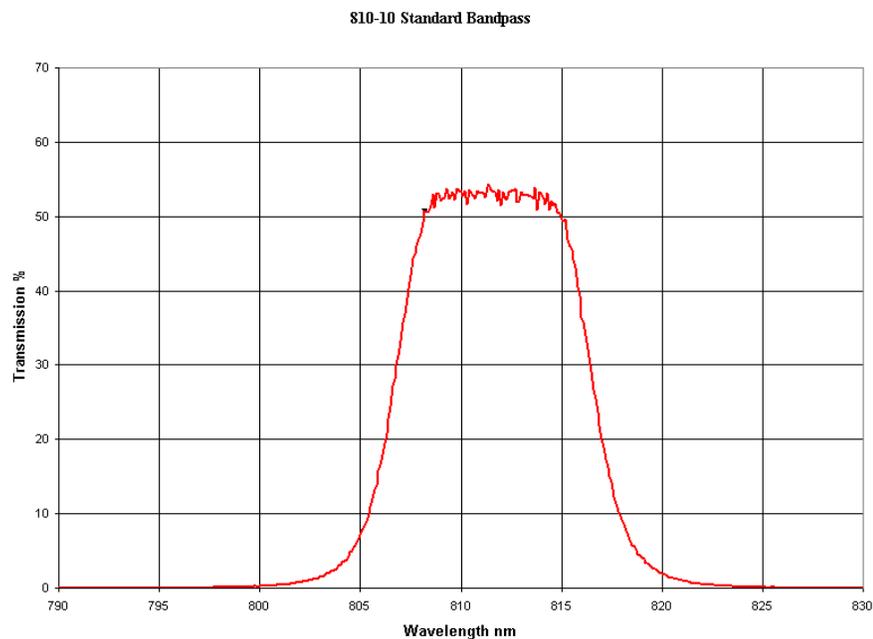


Figura A.1: Curva de la transmisión contra la longitud de onda para los filtros utilizados. Tomada de [21]

La eficiencia en la fotodetección del detector SPCM depende de la longitud de onda tal y como se puede ver en la siguiente figura:

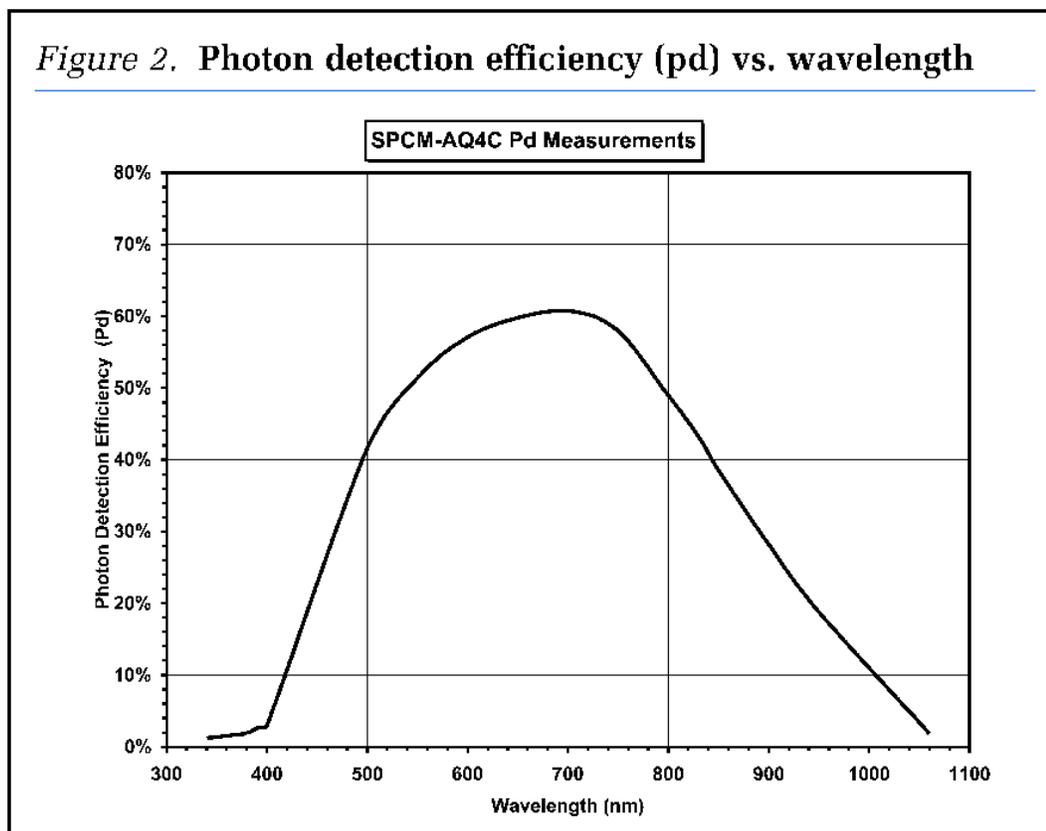


Figura A.2: Eficiencia en la fotodetección contra la longitud de onda.

Apéndice B

Programa para calcular el corte del cristal

En este apéndice muestro el programa para calcular el corte del cristal. El programa está en *Fortran* y se basa en la ecuación 3.41.

```
c Programa para calcular el angulo de abertura del haz contra
c el angulo de corte del cristal
  real i
c Primero calcula n0 y ne
  write(*,*) 'dame la longitu del rayo de bombeo'
  read(*,*) rp
  rp=rp/1000.
  write(*,*) rp
c Calculamos el caso degenerado para un cristal tipo I.
c El rayo idler y signal tienen las siguientes longitudes de onda:
  ri=rp*2.
  rs=ri
  write(*,*) ri,rs
c el indice de refraccion extraordinario y ordinario son:
  on=((2.7359+0.01878/(-0.01822+rp**2.)-.01354*rp**2.))**.5
  en=((2.3753+0.01224/(-0.01667+rp**2.)-.01515*rp**2.))**.5
  on2=((2.7359+0.01878/(-0.01822+ri**2.)-.01354*ri**2.))**.5
  write(*,*) 'en,on,on2',en,on,on2
c hacemos un barrido sobre el angulo de corte para obtener el angulo de
c coincidencia de fase:
  open(unit=21,file='angutilted')
  fgrad=3.141592/180.
  do i=0.0,40,.1
  g=i*fgrad
  a=(sin(g)**2.)/en**2.
```

```
      b=(cos(g)**2.)/on**2.  
      c=(on2**2.*(a+b))  
      write(*,*) 'a,b,c',a,b,c  
      alpha=acos(1./c**.5)  
      write(*,*) 'alpha',alpha  
      aalpha=alpha/fgrad  
      write(*,*) 'alpha,fgrad',alpha,fgrad  
      write(21,*) aalpha,g/fgrad  
    end do  
c Tambien en el caso degenerado en el que los dos rayos salen colineales  
c a=en**2.  
c b=on**2.c  
  c=on2**2.  
c argu=(2.*a*b+(a+b)*c)/(c*(a-b))  
c a0=.5*acos(argu)  
c an0=a0/fgrad  
c write(*,*) 'a0',an0,a0,argu  
  end
```

Apéndice C

Fotografías

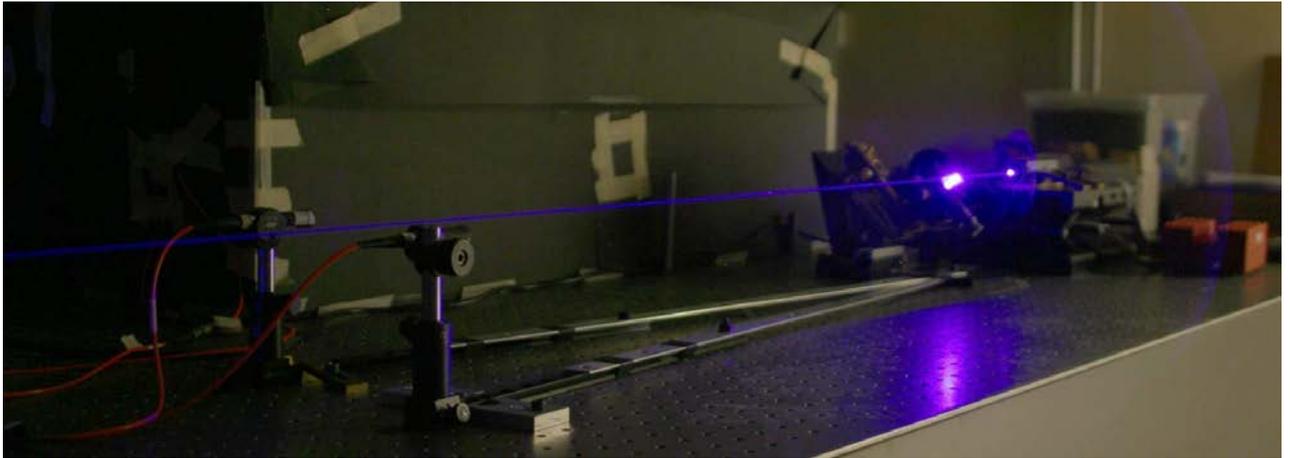


Figura C.1: Láser 404.78nm con una $\sigma = 0.566863$. Fotografía tomada con una cámara digital de 6.8 megapíxeles, en la oscuridad con una duración de 5 segundos, abertura 13 e iso 400.



Figura C.2: Fotografía del módulo contador de fotones individuales SPCM-AQ4C de 4 canales.

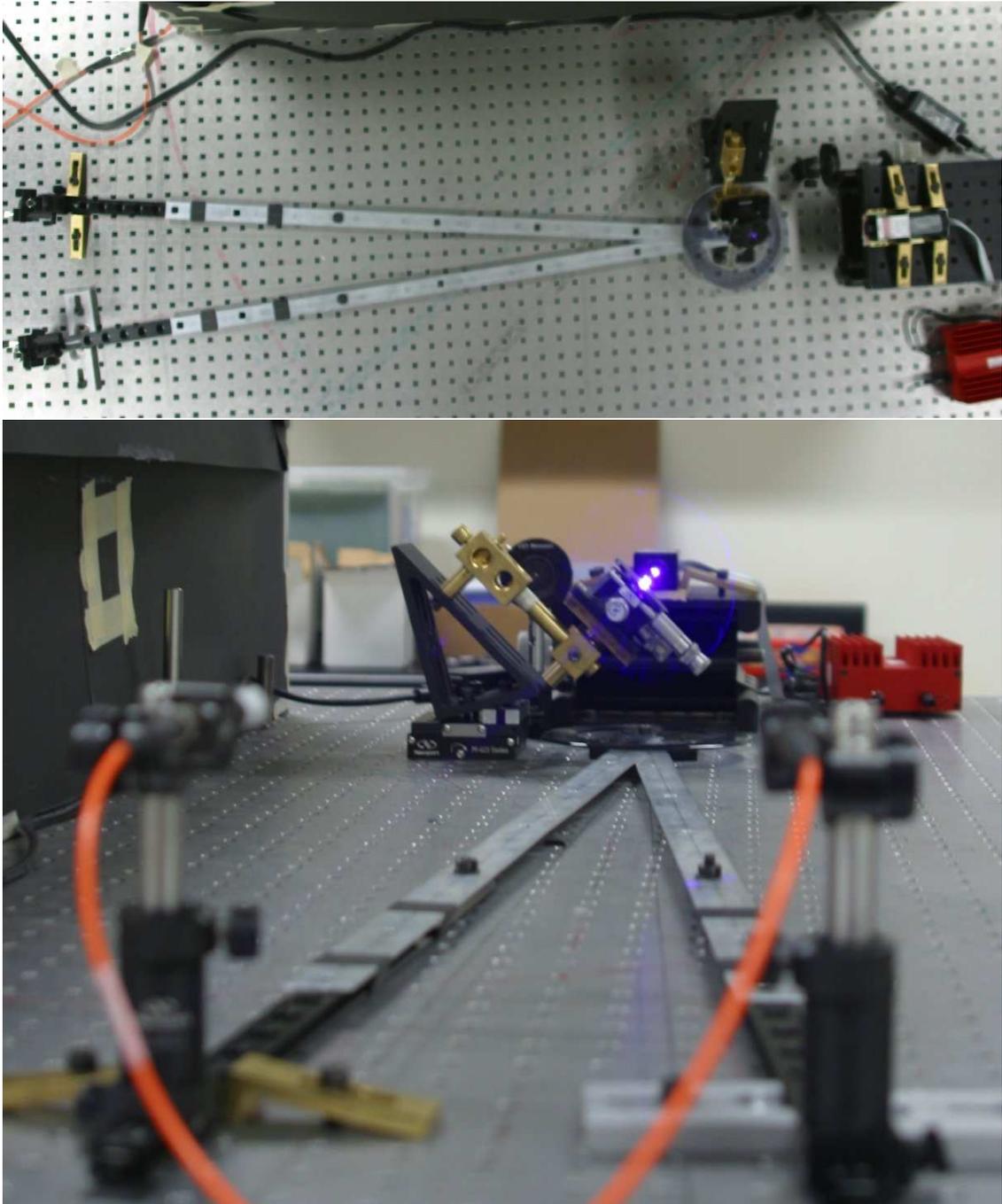


Figura C.3: Vista superior y frontal del arreglo experimental.

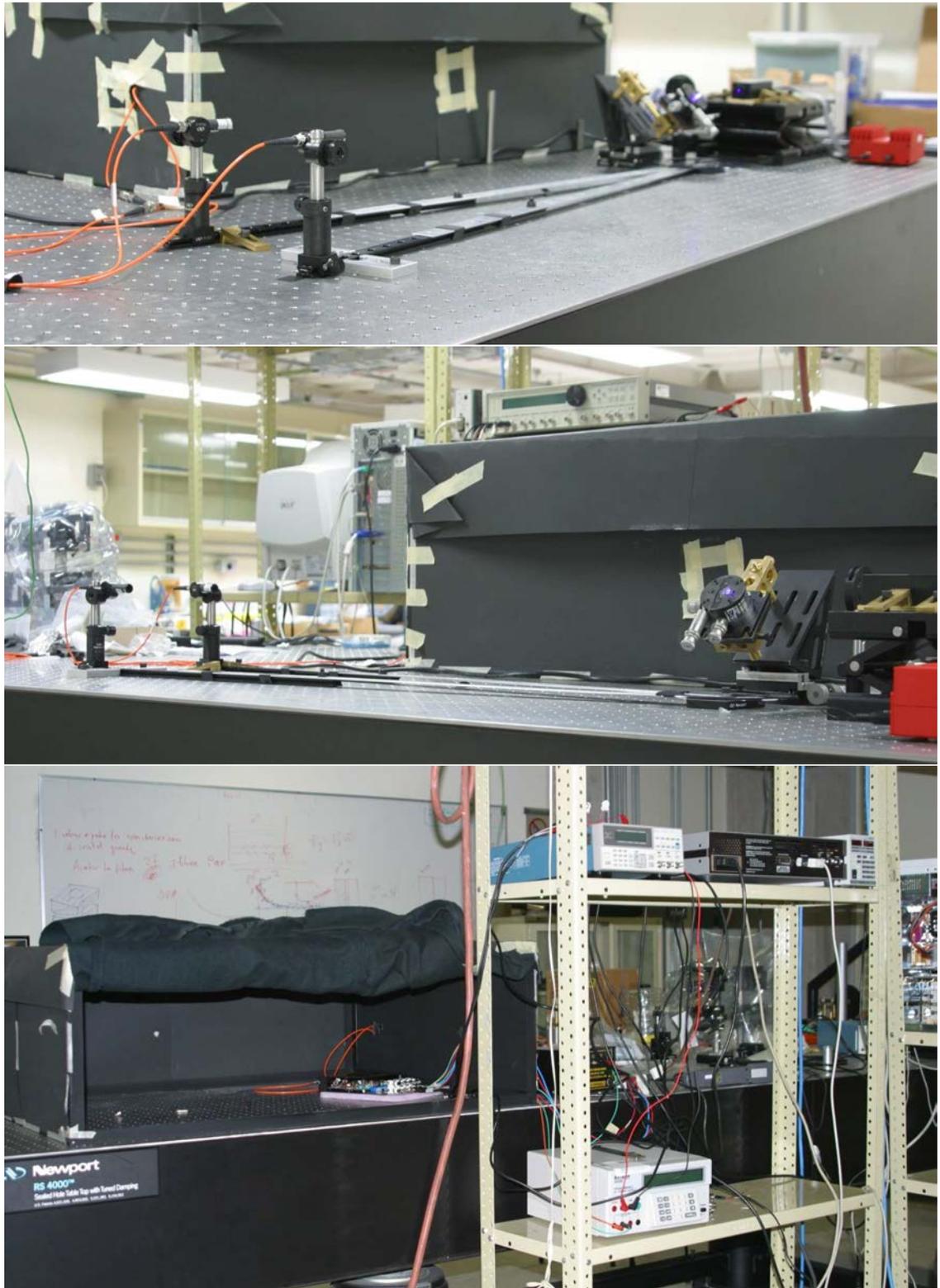


Figura C.4: Vistas laterales del arreglo experimental.
D.R.

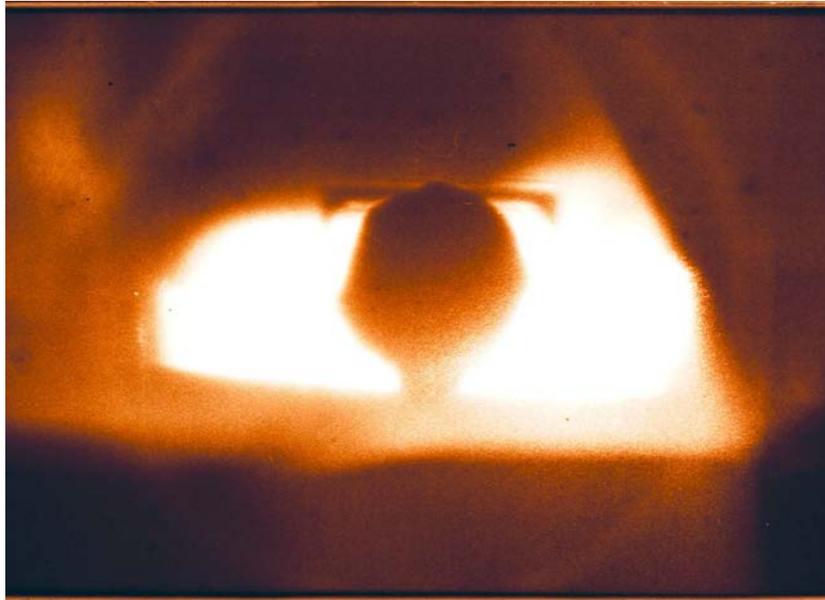


Figura C.5: Fotografía tomada en una película infrarroja de alta velocidad de 35mm de la conversión descendente producida por el cristal BBO con un ángulo de apertura de 5.5° . El tiempo de exposición de la fotografía es de 25 segundos con una abertura de 3.5.

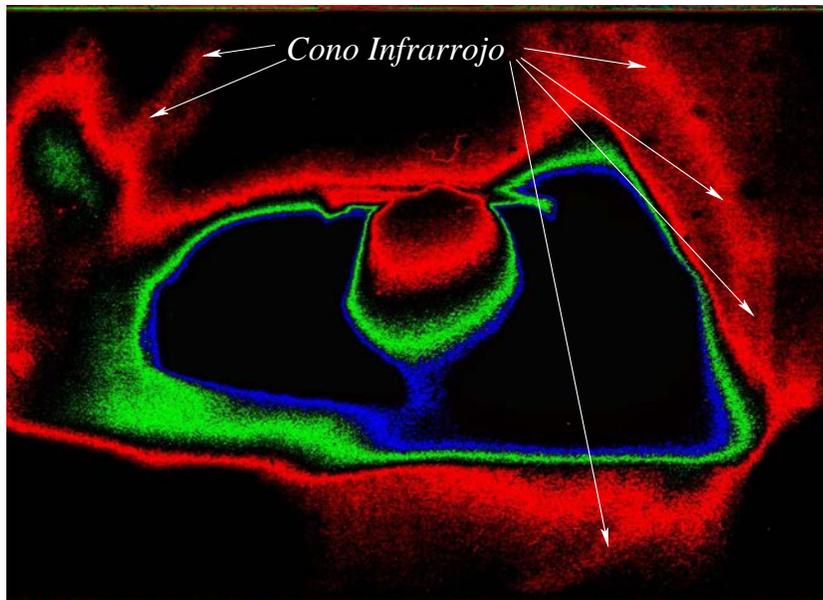


Figura C.6: Imagen procesada de la fotografía de la figura 4.4 para ver y medir la anchura del cono.

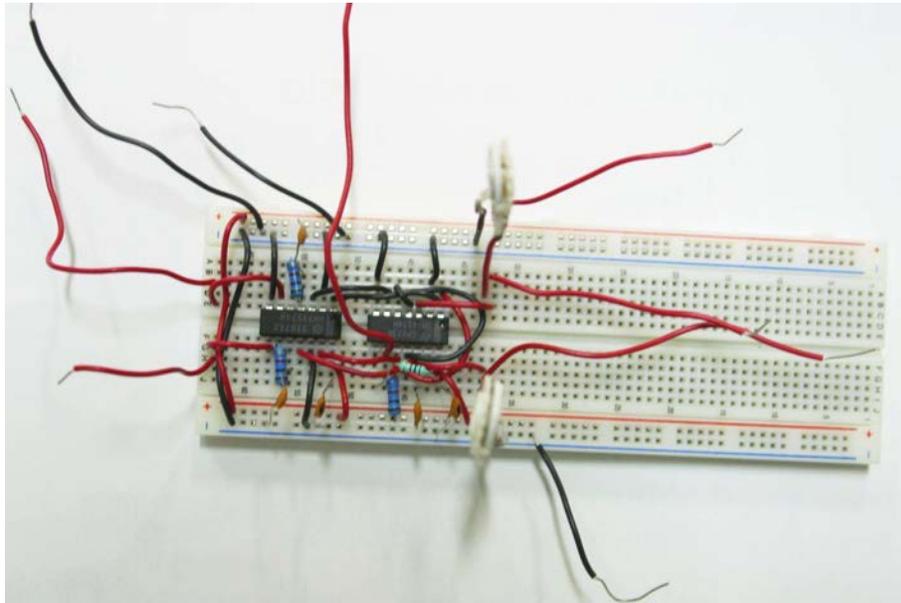


Figura C.7: Fotografía del circuito de coincidencias ensamblado en una tableta de pruebas (*proto-board*).

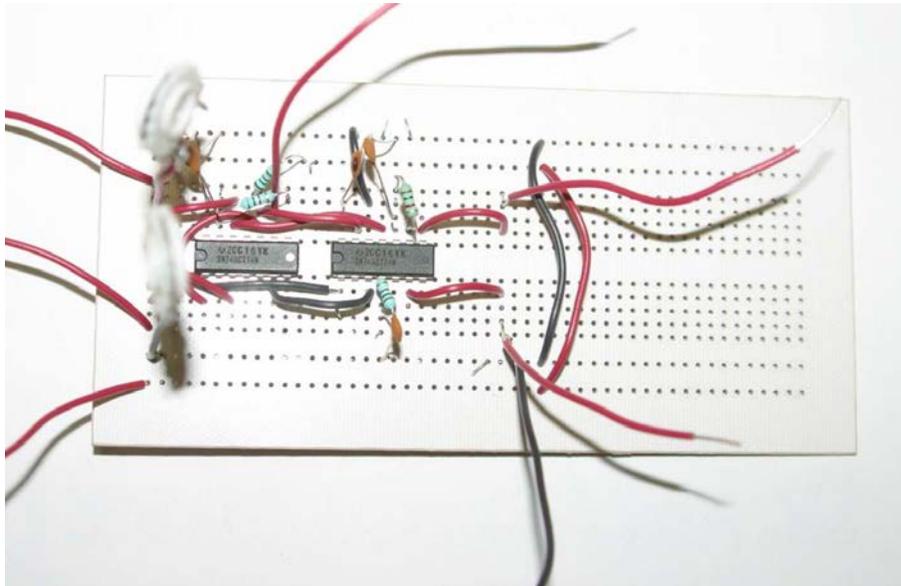


Figura C.8: Fotografía del circuito de coincidencias ensamblado en una tableta de circuito impreso de uso general.

Bibliografía

- [1] A. **Einstein**, B.**Podolsky**, y N. **Rosen**. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, **47**:777-780, 1935.
- [2] David **Bohm**. Quantum Theory. *Prentice Hall Inc.* 1951.
- [3] David **Bohm**. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of “hiddden” variables. *Phys. Rev.*, **85**:166-179,1952.
- [4] J.S. **Bell**. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, **1**(3):195,1964.
- [5] John F. **Clauser**, Michael A. **Horne**, Abner **Shimony**, y Richard A. **Holt**. Proposed experiment to test local hidden-variables theories. *Phys. Rev. Lett.*, **23**:880,1969.
- [6] A. **Aspect**, P. **Grangier**, y G. **Roger**. Experimental tests of realistic local theories via bell’s theorem. *Phys. Rev. Lett.*, **47**:460-463, 1981
- [7] A. **Aspect**, P. **Grangier**, y G. **Roger**. Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell’s Inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, **49**:91-94, 1982.
- [7] P.G. **Kwiat**, A.M. **Shamberg**, y R. Y. **Chiao**. High-efficiency single-photon detectors. *Phys. Rev. A*, **48**:R867,1993.
- [8] P.G. **Kwiat**, Klaus **Mattle**, Harald **Weinfurter**, y Anton **Zeillinger**. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, **75**(24):4337-4342, 1995.
- [9] P.G. **Kwiat**, Edo **Waks**, Andrew G. **White**, Ian **Appelbaum**, y Philippe H. **Eberhard**. Ultrabright source of polarization-entangled photons. *Phys. Rev. A*, **60**(2):R773-R776, 1999.

- [10] D. **Dehlinger** y M.W. **Mitchell**. Entangled photons, nonlocality, and bell inequalities in the undergraduate laboratory. *Am. J. Phys.*, **70**:898-902, 2002.
- [11] D. **Dehlinger** y M.W. **Mitchell**. Entangled photons, nonlocality, and bell inequalities in the undergraduate laboratory. *Am. J. Phys.*, **70**(9):903-910, 2002.
- [12] Roy J. **Glauber**. Photon Correlations. *Phys. Rev. Lett.* **10**: 84 - 86, 1963.
- [13] Roy J. **Glauber**. The Quantum Theory of Optical Coherence. *Phys. Rev.* **130**:2529 - 2539, 1963.
- [12] **Texas Instruments**. SN5474, SN54LS74A, SN54S74, SN7474, SN74LS74A, SN74S74 Dual positive-edge-triggered D-type flip-flop with clear and preset. *Texas Instruments Incorporated*, 1988.
- [13] **Texas Instruments**. SN54ACT74, SN74ACT74 Dual positive-edge-triggered D-type flip-flop with clear and preset. *Texas Instruments Incorporated*, 2003.
- [14] Carl E. **Wiemann**, y Leo **Hollberg**. Using diode lasers for atomic physics. *Review of Scientific Instruments*, **62**(1):1-20, 1990.
- [15] Christopher **Gerry**, Peter **Knight**. Introductory Quantum Optics. *Cambridge University Press*. 2005
- [16] David J. **Griffiths**. Introduction to quantum mechanics. *Pearson Prentice Hall* 2da edición: 421-428, 2005.
- [17] Marlan O. **Scully**, y M. Suhail **Zubairy**. Quantum Optics. *Cambridge University Press*, 1997.
- [18] Enrique **López Moreno**, Marcela D. **Grether González**. Notas de Óptica. No publicadas, 2007.
- [19] Michael D. **Herbst**. Nonlinear Optics and an Experimental Test of Bell's Inequality. Tesis Oberlin College.
- [20] Burton A. **Betchart**. A Test of Bell's Inequality for the Undergraduate Laboratory. Tesis Oberlin College.
- [21] <http://www.tfitech.com/bandpass.html>
- [22] <http://www.optoelectronics.perkinelmer.com>