



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**PROCEDIMIENTO SIMPLIFICADO PARA CALCULAR
RIGIDECES Y AMORTIGUAMIENTOS EN EDIFICIOS
CIMENTADOS CON PILOTES DE FRICCIÓN**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS
P R E S E N T A :

CARLOS ALONSO CRUZ NOGUEZ

TUTOR:
DR. DAVID MURIÀ VILA



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ-SESMA

Secretario: DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ

Vocal: DR. DAVID MURIÀ VILA

1^{er}. Suplente: DR. EFRAÍN OVANDO SHELLEY

2^{do}. Suplente: DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:



DAVID MURIÀ VILA

AGRADECIMIENTOS

Esta tesis fue realizada en el Instituto de Ingeniería, UNAM, al cual deseo expresar mi reconocimiento por todo el apoyo y facilidades prestadas. Asimismo, quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico durante mis estudios de Maestría.

Deseo expresar mi gratitud especialmente a mi director de tesis, Dr. David Murià Vila, por la guía, el apoyo y la disposición que me brindó para realizar este trabajo. Reconocimiento especial merecen su gran calidad humana y profesionalismo.

Sin duda, este trabajo se vio grandemente beneficiado con los inestimables comentarios y valiosas sugerencias del jurado de tesis; por ello, expreso mi sincero agradecimiento a los doctores José Javier Avilés López, Roberto Gómez Martínez, Efraín Ovando Shelley y Francisco José Sánchez-Sesma.

Deseo reconocer el apoyo y la compañía de mis amigos y compañeros de Posgrado, José Camargo Pérez, Daniel Aldama Sánchez, José Javier Ferretiz Herrera, Carlos Humberto Huerta Carpizo, Roberto Carlos Mendoza Carvajal, Lizbeth Mendoza Reséndiz, y Jhavé David Álvarez Torresvalle. Agradezco especialmente a Gerardo Rodríguez Gutiérrez y a Silvia Raquel García Benítez por su amistad y valiosos consejos, que contribuyeron a hacer realidad este trabajo. Deseo también reconocer la asesoría de Verónica Ma. Correa Giraldo, y a las personas que me apoyaron para realizar este trabajo y que inadvertidamente he omitido.

Quiero hacer un agradecimiento especial a mis padres, Anita y Moisés, por su cariño, sus enseñanzas, esfuerzos y sacrificios, ya que de no haber sido por ellos no habría logrado este objetivo. Deseo expresar mi gratitud a mis hermanas, Noemí Elizabeth y Aydé Vanessa, por su sincero afecto, entusiasmo y por todo el apoyo que siempre me han demostrado. A Laura Angélica, por el amor, amistad y compañía que hemos compartido en este tiempo.

Por último, pues es también el lugar de honor, deseo agradecer a Dios por todo cuanto me ha brindado y por permitirme concluir con éxito esta meta en mi vida. A Él dedico este trabajo.

ÍNDICE

PORTADA	1
AGRADECIMIENTOS	5
ÍNDICE	7
INTRODUCCIÓN.....	9
RESUMEN.....	11
ABSTRACT	11
CAPÍTULO 1. ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO.....	13
1.1. CONCEPTO DE FUNCIÓN DE IMPEDANCIA	13
1.2. PILOTE AISLADO	15
1.2.1. Pilote enterrado en suelo homogéneo	16
1.2.2. Pilote enterrado en suelo no homogéneo.....	19
1.2.3. Comportamiento no lineal de un pilote aislado.....	23
1.3. GRUPOS DE PILOTES	25
1.3.1. Análisis de grupo de pilotes	27
1.3.2. Métodos simplificados basados en factores de interacción.....	31
1.3.3. Comportamiento no lineal de grupos de pilotes.....	33
1.3.4. Estudio Experimental	34
1.4. METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE FUNCIONES DE IMPEDANCIA	36
1.4.1. Método propuesto en el Apéndice A de las NTCDS-RCDF.....	36
1.4.2. Programa de cómputo Dyna5.....	41
1.4.3. Método simplificado de Luco	43
CAPÍTULO 2. MÉTODO SIMPLIFICADO DE DOBRY-GAZETAS	47
2.1. PLANTEAMIENTO.....	47
2.1.1. Suposiciones fundamentales del método	48
2.1.2. Principio de superposición	50
2.1.3. Factores de interacción.....	53
2.1.3.1. Factor de interacción vertical	53
2.1.3.2. Factor de interacción horizontal.....	55
2.1.3.3. Factor de interacción de cabeceo	57
2.1.3.4. Factor de interacción de torsión	57
2.2. OBTENCIÓN DE LAS IMPEDANCIAS DE GRUPO.....	58
2.2.1. Impedancia axial	58
2.2.2. Impedancia lateral	59
2.2.3. Impedancia de cabeceo	61
2.2.4. Impedancia de torsión.....	62
2.3. PROGRAMA DE CÓMPUTO	64
2.4. VALIDACIÓN DE RESULTADOS	65
2.4.1. Componente vertical	65
2.4.2. Componente horizontal	74
2.4.3. Componente de cabeceo.....	79

2.4.4. Componente de torsión	85
2.4.5. Grupos grandes de pilotes	90
2.5. APLICABILIDAD DEL MÉTODO SIMPLIFICADO	95
CAPÍTULO 3. APLICACIÓN A UN EDIFICIO INSTRUMENTADO	101
3.1. UBICACIÓN DEL EDIFICIO	101
3.2. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA.....	101
3.2. DESCRIPCIÓN DEL SUELO DE CIMENTACIÓN.....	102
3.2. CÁLCULO DE LAS RIGIDECES DE LA CIMENTACIÓN	104
CONCLUSIONES.....	109
ANEXO A. FACTOR DE INTERACCIÓN ENTRE PILOTES	111
ANEXO B. GRÁFICAS DE IMPEDANCIAS PARA GRUPOS DE PILOTES	117
REFERENCIAS	135

INTRODUCCIÓN

ANTECEDENTES

Cuando se tiene una estructura localizada en suelo blando es necesario tener en cuenta la interacción suelo-estructura (ISE), que se refiere a la relación entre las características de la estructura y el suelo de soporte (Avilés, 2004). Los efectos ISE pueden dividirse en dos mecanismos principales, interacción cinemática e interacción inercial. La interacción cinemática se refiere a la desviación del movimiento que experimenta una cimentación rígida, sin masa, con respecto al movimiento del campo libre. La interacción inercial, por otro lado, se define como el efecto que ejercen las fuerzas inerciales de la estructura sobre el suelo. Las fuerzas inerciales producen momentos y fuerzas cortantes en la base, que a su vez causan desplazamientos y deformaciones en la cimentación y el suelo circundante. La parte central de la interacción inercial consiste en determinar las relaciones entre fuerzas aplicadas y desplazamientos en la cimentación. A dichas relaciones se les conoce como funciones de impedancia.

El análisis de la información proveniente de edificios instrumentados ha mostrado que es primordial la consideración de los efectos ISE para poder estimar adecuadamente la respuesta estructural (Murià Vila *et al*, 1997; 2000). Sin embargo, en la práctica profesional no se toman en cuenta, salvo en muy contadas ocasiones. Una de las razones por las cuales no se realiza el análisis de los efectos ISE es porque se requiere de cálculos adicionales complicados, tales como la estimación de las funciones de impedancia de las cimentaciones. Para estructuras cimentadas con grupos de pilotes, estos cálculos pueden llegar a ser laboriosos. Además, en cimentaciones de este tipo, se presenta un fenómeno de interacción entre pilotes (efectos de grupo) que modifica la impedancia global, haciendo que ésta sea diferente a la suma de las impedancias individuales de cada pilote. Solamente un análisis mediante elementos finitos o elementos de frontera puede proporcionar en forma rigurosa las funciones de impedancia correspondientes, con la desventaja de que esta clase de análisis únicamente resultan económicos en proyectos de gran envergadura o para fines de investigación.

En consecuencia, cuando se estima la impedancia global en cimentaciones con pilotes de fricción, es común que los efectos de grupo no sean considerados en el análisis. El resultado es un modelo de la cimentación que no representa en forma fiel sus verdaderas características y puede llevar a estimaciones erróneas de la respuesta estructural. En este trabajo se expone un procedimiento simplificado que permite obtener las impedancias globales de cimentaciones a base de pilotes de fricción, tomando en cuenta los efectos de grupo, en los componentes de movimiento vertical, horizontal, de cabeceo y de torsión.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el reglamento de construcciones vigente en la ciudad de México (NTCDS-RCDF, 2004) no se cuenta con un procedimiento explícito para calcular las funciones de impedancia en cimentaciones con grupos de pilotes de fricción, que incluya la consideración de los efectos de grupo. Por otro lado, los programas de cómputo comerciales para el análisis de cimentaciones llegan a tener un alto costo económico, lo que limita su disponibilidad. Además, en la mayoría de estos programas el código fuente y los algoritmos numéricos utilizados no están disponibles para el usuario, por lo que la aplicación de dichos programas no contribuye a una mejor comprensión del problema.

Por lo anterior, resulta útil contar con un método que pueda aplicarse en forma sencilla para hallar funciones de impedancia en cimentaciones a base de pilotes de fricción, considerando los efectos de grupo. El uso de un método simplificado puede significar alguna pérdida de precisión en el análisis, pero tiene ventajas notables, como son la facilidad de aplicación, la mejor comprensión de los principios básicos que controlan el problema y el menor tiempo de procesamiento.

OBJETIVOS Y ALCANCES

- Mejorar la comprensión acerca de las funciones de impedancia en cimentaciones a base de pilotes de fricción.
- Presentar una revisión de los procedimientos disponibles actualmente para determinar la función de impedancia de cimentaciones a base de pilotes de fricción.
- Mostrar un método simplificado con el cual es posible determinar la impedancia global de un grupo de pilotes de fricción, considerando los efectos de grupo, en los componentes vertical, horizontal y de cabeceo; adicionalmente, proponer una formulación que permita obtener la impedancia global en el componente de torsión. Presentar un programa de cómputo de uso sencillo en el cual se implemente el procedimiento.
- Validar el programa de cómputo con soluciones rigurosas para grupos con un número variable de pilotes, enterrados en suelos con distintas características. Proporcionar recomendaciones para la aplicación del método simplificado.
- Mostrar la aplicación del método simplificado, por medio del programa de cómputo, a la cimentación de un edificio real situado en la ciudad de México, y comparar los resultados con otros procedimientos disponibles.

RESUMEN

Se presenta un método sencillo y accesible para el cálculo de las rigideces y los amortiguamientos de estructuras cimentadas sobre pilotes de fricción, tomando en cuenta los efectos de grupo. El procedimiento se basa en el planteamiento de Novak y Aboul-Ella para la obtención de la rigidez y el amortiguamiento de un pilote aislado. Para calcular las del grupo completo de pilotes, se propone utilizar el método simplificado de Dobry y Gazetas. Para validar el método, sus resultados se compararon con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel y con un programa comercial de análisis de cimentaciones que permite incluir los efectos de grupo. Se muestra la aplicación del método a la cimentación de un edificio instrumentado en México y los resultados se comparan con el procedimiento que aparece en el reglamento de construcciones del Distrito Federal y con datos experimentales.

ABSTRACT

A simple, easy method for the computation of stiffness and damping of a pile foundation, considering group effects, is presented. The procedure is based on the methodology of Novak and Aboul-Ella to obtain the stiffness and damping of an isolated pile. In order to calculate these values for a complete group of piles, the simple method of Dobry and Gazetas is used. The procedure is validated with the rigorous solutions of Kaynia and Kausel as well as commercial software for analysis of foundations by mean of which group effects are included. The method is applied to the foundation of an instrumented building in Mexico and the results are compared with the procedure from the Mexico City building code and with experimental data.

CAPÍTULO 1

ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO

1.1. CONCEPTO DE FUNCIÓN DE IMPEDANCIA

Las funciones de impedancia se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) aplicada y el desplazamiento (rotación) en dirección de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente (Avilés, 2004). La naturaleza compleja de las funciones de impedancia proviene del hecho de que, en general, existe un desfase entre la fuerza aplicada a la cimentación y el desplazamiento resultante. La función de impedancia \mathcal{H} se denota como (Gazetas, 1991b)

$$\mathcal{H} = \bar{K} + i\omega C \quad (1.1)$$

Donde \bar{K} es la rigidez dinámica, C es el coeficiente dinámico de amortiguamiento viscoso equivalente, $i = \sqrt{-1}$ y ω es la frecuencia circular de excitación. La parte real de la función de impedancia, \bar{K} , representa la rigidez e inercia del suelo donde se encuentra enterrada la cimentación; su carácter dinámico proviene del hecho de que la inercia del suelo varía con la frecuencia de excitación, mientras que sus propiedades son casi independientes de la frecuencia. El coeficiente dinámico de amortiguamiento C incluye tanto el amortiguamiento histerético como el de radiación que se generan en el sistema. Para una cimentación a base de pilotes, los desplazamientos y las fuerzas están referidos a la losa rígida que une los cabezales de los pilotes, como se muestra en la fig. 1a. En la fig. 1b se aprecian las funciones de impedancia del grupo de pilotes.

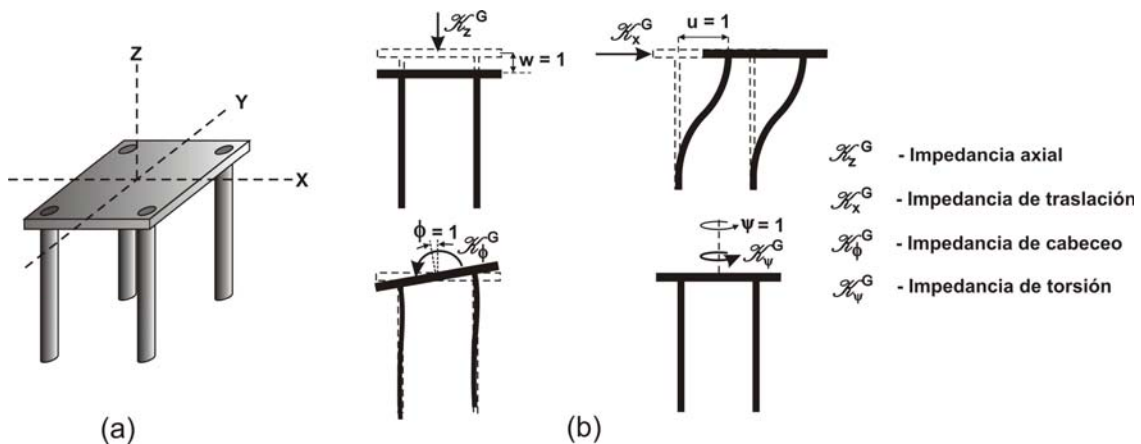


Figura 1 Cimentación con pilotes. a) Sistema de referencia y b) funciones de impedancia

Avilés (2004) mostró un sencillo desarrollo matemático que permite comprender mejor la naturaleza compleja de la función de impedancia, mediante una analogía con un oscilador de un grado de libertad. Este oscilador tiene masa M , rigidez estática K_0 y coeficiente de amortiguamiento estático C_0 ; además, se encuentra sometido a una fuerza excitadora $p(t)$. El desplazamiento que experimenta el oscilador, $x(t)$, viene dado por la ecuación de movimiento

$$M\ddot{x}(t) + C_0\dot{x}(t) + K_0x(t) = p(t) \quad (1.2)$$

Consideremos el caso donde la fuerza excitadora es una excitación armónica de la forma $p(t) = Pe^{i\omega t}$, siendo ω la frecuencia circular de excitación. La respuesta del oscilador, en el estado estacionario, resulta ser $x(t) = Xe^{i\omega t}$. Si sustituimos la excitación armónica y la respuesta del oscilador en la ec 1.1, tenemos

$$(\omega^2 M + i\omega C_0 + K_0)X = P \quad (1.3)$$

Como se ha mencionado, la función de impedancia $\mathcal{K}(\omega)$ se define como la relación entre la fuerza de excitación y el desplazamiento resultante. Esto es

$$\mathcal{K}(\omega) = \frac{P}{X} = (K_0 - \omega^2 M) + i\omega C_0 \quad (1.4)$$

Al comparar la ec 1.4 con la ec 1.1, tenemos

$$\bar{K} = K_0 - \omega^2 M \quad (1.5)$$

$$C = C_0 \quad (1.6)$$

Es importante notar que en la ec 1.6, el coeficiente de amortiguamiento dinámico C es constante e independiente de la frecuencia de excitación. Sin embargo, esto sólo es válido para el caso de un oscilador de un grado de libertad; para sistemas más complejos, el coeficiente de amortiguamiento dinámico es variable y depende de la frecuencia de excitación.

Existen otras formas de representar la función de impedancia, que pueden consultarse en Pender (1993). Cada una tiene diferente utilidad para aislar distintos factores que intervienen en la función de impedancia, como la rigidez estática y el amortiguamiento viscoso del oscilador.

En muchos casos resulta conveniente expresar la frecuencia de excitación como un parámetro adimensional a_0 , que se define según el tipo de problema que se esté analizando. Si se trata de una cimentación a base de pilotes, a_0 se expresa como

$$a_0 = \frac{\omega d}{V_s} \quad (1.7)$$

Donde d es el diámetro del pilote y V_s la velocidad de onda de cortante en el suelo. Cuando se estudian cajones o losas de cimentación, en vez del diámetro d del pilote en la ec 1.7 normalmente se utiliza r , el radio equivalente de la cimentación.

La impedancia en función de la frecuencia adimensional resulta ser

$$\mathcal{K}(a_0) = \bar{K}' + ia_0 C' \quad (1.8)$$

Donde \bar{K}' y C' son la rigidez dinámica y el coeficiente de amortiguamiento en función de a_0 , respectivamente. Para que la ec 1.8 sea dimensionalmente homogénea, con a_0 dada por la ec 1.7, debe tenerse en cuenta que

$$C' = \frac{V_s}{d} C \quad (1.9)$$

En cimentaciones a base de pilotes, tales como edificios y puentes, mucha de la atención se centra en la determinación de las funciones de impedancia del sistema de pilotes, ya que tienen una fuerte influencia en la respuesta estructural.

1.2. PILOTE AISLADO

Para un solo pilote, Novak (1991) definió las funciones de impedancia como las amplitudes de las fuerzas armónicas que es necesario aplicar en el cabezal del pilote para producir un movimiento armónico de amplitud unitaria en la dirección especificada (fig 1.1).

Extendiendo esta definición para un grupo de pilotes con sus cabezales conectados a una losa rígida, el punto de control donde se aplica la fuerza y se mide el desplazamiento, es el nivel de la losa. Para denotar las funciones de impedancia correspondientes a un solo pilote se utilizará el superíndice S . En el caso de grupos de pilotes, se usará el superíndice G .

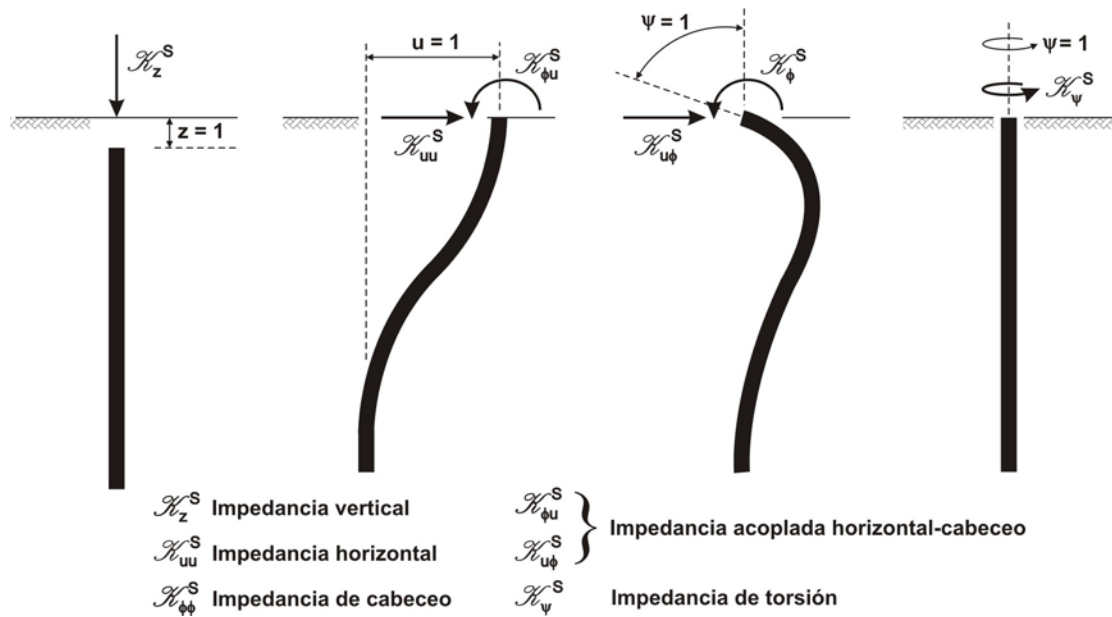


Figura 1.1 Funciones de impedancia para un pilote aislado

Las funciones de impedancia para un solo pilote, ilustradas en la fig 1.1, dependen de la frecuencia de excitación y de diversas propiedades, tanto del suelo como del pilote. Se han formulado varios planteamientos que permiten determinar el comportamiento de las funciones de impedancia para un pilote aislado, en forma rigurosa o aproximada, utilizando varios tipos de modelos.

Los modelos Winkler consisten en la discretización del suelo en una serie de resortes y amortiguadores que pueden actuar en forma independiente unos de otros, al suponer que cada capa de suelo no es afectada por las capas adyacentes. El pilote se modela como una viga, conectada en sus nudos con los resortes y amortiguadores del suelo. El modelo Winkler permite representar un pilote enterrado en un

suelo formado por estratos con diferentes propiedades, e incluir el comportamiento no lineal, si se elige para los resortes una curva de comportamiento apropiada (Pender, 1993).

Los modelos de medio continuo consideran al suelo como un medio elástico, en el cual los esfuerzos y deformaciones se propagan radialmente y se atenúan con la distancia desde el punto de aplicación de la fuerza. Este tipo de modelos son muy versátiles y pueden aplicarse a grupos de pilotes de cualquier tamaño y configuración geométrica, con pilotes inclinados y suelos estratificados. Poulos (1971a; 1971b) presentó los primeros estudios sistemáticos para analizar la respuesta lateral de pilotes aislados y grupos de pilotes, usando la teoría de la elasticidad.

Los modelos p - y (McClelland and Focht, 1958) son una variante de los modelos Winkler, donde el suelo se representa por una serie de curvas p - y (p es la presión del suelo por unidad de longitud en el pilote, mientras que y es la deflexión del pilote) de comportamiento no lineal, que varían con la profundidad y el tipo de suelo. Este método es semiempírico debido a que la forma de las curvas p - y se determina a partir de pruebas de campo. Su uso está limitado a los análisis estáticos.

Los modelos de elemento finito son una aproximación numérica basada en la teoría del medio continuo, que pueden ser utilizados para modelar la interacción suelo-pilote al considerar al suelo como un medio continuo tridimensional y cuasielástico. Con los modelos de elemento finito se pueden efectuar análisis de tipo dinámico, representar cualquier combinación de carga, realizar análisis no lineales tanto en pilotes como en el suelo, y considerar particularidades, como pilotes inclinados y desprendimiento suelo-pilote (Kausel *et al*, 1975; Blaney *et al*, 1976).

El análisis de pilotes en los últimos 40 ó 50 años se ha enfocado al cálculo de su respuesta ante cargas de trabajo, considerando análisis estáticos y dinámicos, o bien excitación sísmica (Mokwa, 1999). En este lapso de tiempo se han obtenido resultados analíticos importantes para comprender mejor el comportamiento de las cimentaciones a base de pilotes, por lo que resulta útil presentar una breve revisión de los estudios analíticos más significativos. Un análisis bibliográfico amplio puede encontrarse en Novak (1991).

1.2.1. Pilote enterrado en suelo homogéneo

Penzien *et al* (1964) presentaron un método para analizar la respuesta sísmica en pilotes, enfocándose en el caso de puentes. El sistema suelo-pilotes se modeló como un sistema con múltiples grados de libertad, por medio de resortes que permitían incluir comportamiento no lineal; el modelo resultante fue sometido a excitación sísmica y la respuesta obtenida se aplicó a la superestructura. Las conclusiones de este estudio en cuanto a la respuesta de sitio, demandas de curvatura en los pilotes y ductilidad en la superestructura permanecen válidas hasta el día de hoy. Tajimi (1966) fue el primero en describir una solución para la interacción dinámica pilote-suelo, utilizando la teoría elástica. Consideró un estrato viscoelástico de tipo Kelvin-Voigt para modelar el suelo, y obtuvo la respuesta horizontal de un pilote de punta enterrado en un suelo homogéneo. Poulos (1971a; 1971b) publicó una solución, aplicable en un medio elástico, para un pilote cargado lateralmente y para grupos de pilotes bajo cargas estáticas. Poulos y Davis (1980) dieron a conocer métodos muy completos, basados en la teoría del medio continuo, para análisis y diseño de cimentaciones a base de pilotes.

Novak (1984) publicó el primero de varios artículos sobre comportamiento dinámico de pilotes, enfocado a la obtención de constantes de rigidez y amortiguamiento dinámicos en un pilote aislado, y sometido a vibración armónica axial, lateral y rotacional. En este trabajo adoptó un modelo que utiliza reacciones dinámicas del suelo basadas en el principio de Baranov, el cual señala que la energía de las

ondas únicamente se propaga en dirección horizontal. Esto equivale a incorporar un modelo dinámico de Winkler al medio continuo.

Novak (1977) estudió la respuesta axial de pilotes de fricción enterrados en un medio homogéneo, donde mostró la sensibilidad de la respuesta entre pilotes de fricción y de punta. Nogami y Novak (1976) y Novak y Nogami (1977) formularon soluciones analíticas para la respuesta vertical y horizontal de pilotes en un suelo que se modeló como viscoelástico, en igual forma que lo hiciera Tajimi (1966). Sus resultados proporcionaron las bases para una mejor comprensión acerca de las funciones de impedancia de pilotes aislados. En la fig 1.2 se muestra la impedancia horizontal de un pilote de punta para dos relaciones diferentes de rigidez pilote-suelo.

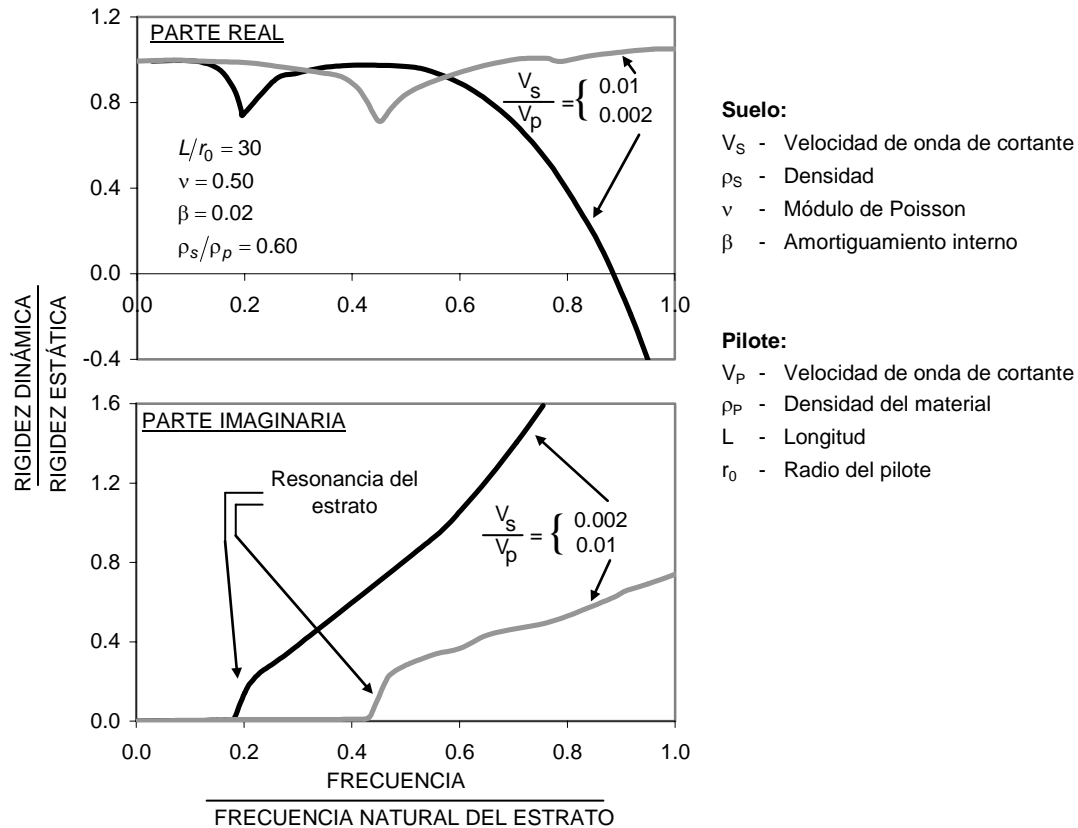


Figura 1.2. Impedancia horizontal de un pilote de punta (Novak y Nogami, 1977)

Puede advertirse que rigidez dinámica (parte real de la función de impedancia) varía poco con la frecuencia, a excepción del caso en que se tengan pilotes rígidos o un suelo muy blando (relación V_s/V_p pequeña), donde la rigidez disminuye en forma parabólica con la frecuencia y puede volverse incluso negativa. Esto indica un comportamiento dominado por los efectos de inercia (ec 1.3). En pilotes de punta enterrados en un estrato de suelo, el análisis a frecuencias menores que la frecuencia fundamental del estrato muestra que no se genera amortiguamiento por radiación, según se aprecia en la parte imaginaria de la función de impedancia. En ese intervalo de frecuencia, la única fuente de disipación de energía la constituyen el amortiguamiento histerético tanto del suelo como del pilote. El desvanecimiento del amortiguamiento por radiación puede esperarse a frecuencias bajas de excitación, estratos superficiales de suelo y/o un suelo muy rígido (Novak y El Sharnouby, 1983). El efecto de los

distintos tipos de amortiguamiento en las partes real e imaginaria de la función de impedancia se aprecia en la fig 1.3.

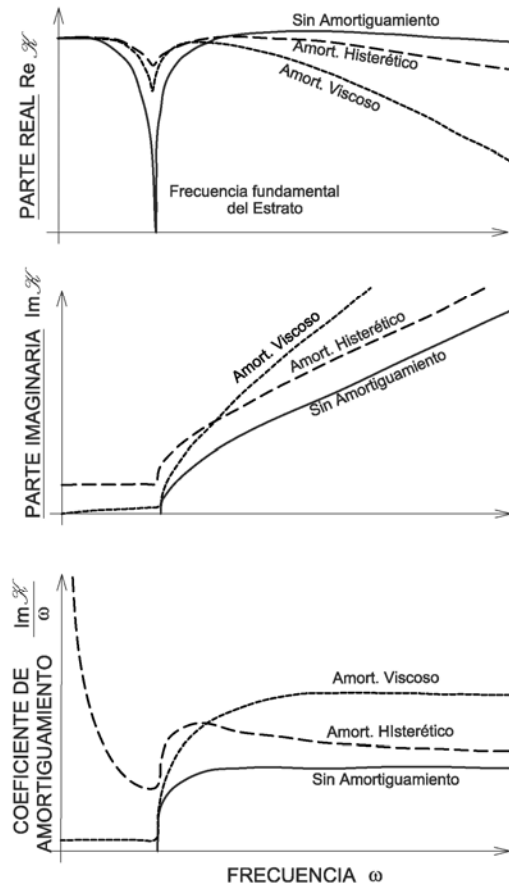


Figura 1.3. Efectos de distintos tipos de amortiguamiento en la función de impedancia (Novak, 1991)

Los estudios de Novak y Nogami también incluyeron investigaciones sobre la rigidez estática, comparándola con la solución rigurosa de Poulos (1971a; 1971b). Además, sus análisis paramétricos identificaron los principales parámetros que controlan la función de impedancia: la relación de esbeltez del pilote (L/r_0), la relación de rigideces pilote-suelo (V_p/V_s), la frecuencia adimensional, el módulo de Poisson, el amortiguamiento interno y, en menor medida, la relación de masas (ρ_s/ρ_p).

Novak y el Sharnouby (1983) realizaron una investigación detallada sobre los parámetros que influyen sobre la función de impedancia para pilotes de punta o fricción enterrados en un suelo homogéneo o con variación parabólica del módulo de elasticidad. Confirmaron que la relación de rigideces V_p/V_s influye significativamente en la parte real de la función de impedancia, como lo determinaron Novak y Nogami (1977). La parte imaginaria (amortiguamiento) aumenta casi linealmente con la frecuencia y puede ser representada con una constante de amortiguamiento viscoso equivalente, que varía poco con la frecuencia (fig 1.3). Para relaciones ρ_s/ρ_p menores a uno, la rigidez dinámica disminuye, y resulta aproximadamente constante para relaciones de masa mayores que uno. El efecto del módulo de Poisson es muy débil para la vibración vertical, ausente para torsión, y relevante para los otros modos de vibración (horizontal, cabeceo) únicamente cuando ν se aproxima a 0.5 y las frecuencias de excitación

son altas. La relación de esbeltez y la condición de fijación de la base (pilote de punta o de fricción) son especialmente importantes en la dirección vertical (fig 1.4). En síntesis, un pilote de punta posee una rigidez significativamente mayor que la de un pilote de fricción, pero dispone de menor amortiguamiento. En la dirección horizontal, los pilotes de punta o de fricción tienen mayor flexibilidad y la función de impedancia es prácticamente independiente de la relación de esbeltez y la condición de la base, para relaciones $L/r > 25$, si el suelo es homogéneo.

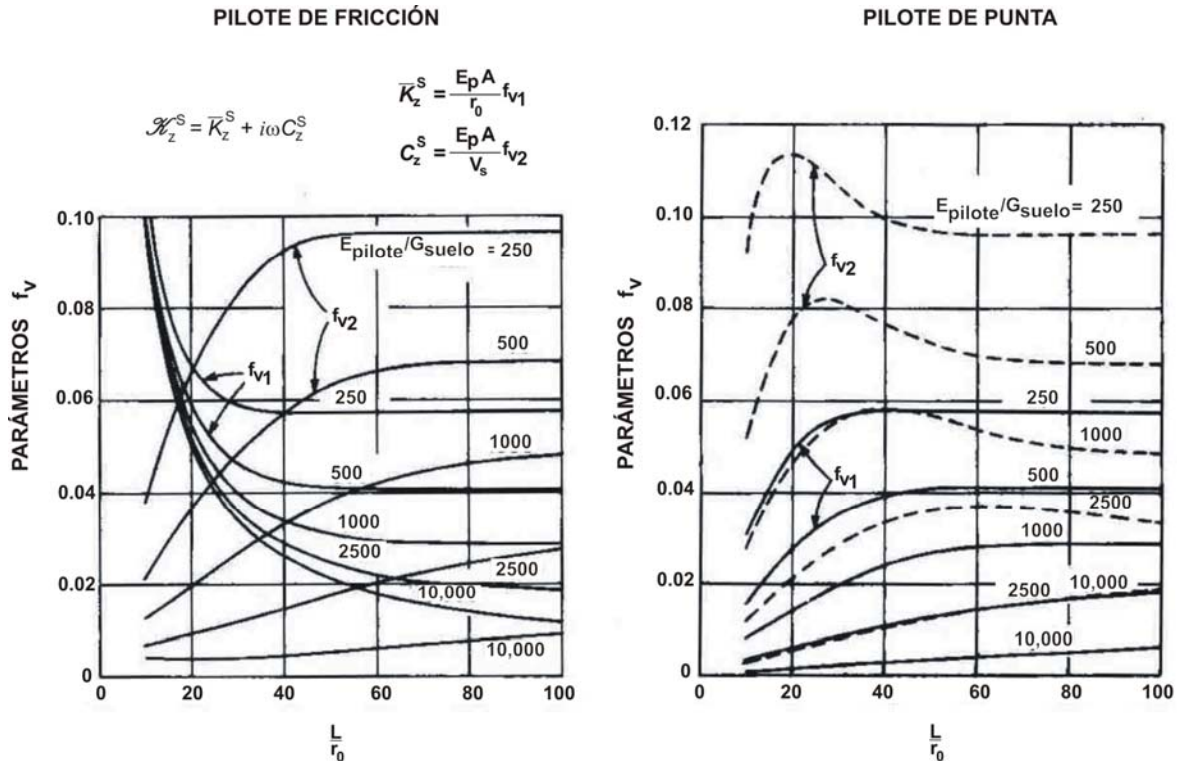


Figura 1.4. Efecto de la relación de esbeltez y la relación de rigideces pilote-suelo en la impedancia vertical (Novak y El Sharnouby, 1983)

En sus análisis mediante elementos finitos, Kuhlemeyer (1979a) estudió las funciones de impedancia en dirección horizontal en pilotes de fricción y de punta, determinando soluciones eficientes para el caso de la respuesta lateral, en el caso estático y el dinámico. Kuhlemeyer (1979b) analizó la vibración vertical en pilotes por medio de un modelo de elemento finito y presentó tablas que muestran los efectos de varios parámetros en la función de impedancia, como la relación de rigideces suelo-pilote y la relación de esbeltez. Dichas gráficas pueden ser usadas como guía en diseños preliminares. En ambos estudios, Kuhlemeyer verificó las soluciones de Novak (1977) y Novak y Nogami (1977), validando en esta forma la hipótesis de las reacciones dinámicas horizontales del suelo, formulada por Novak en 1974.

Basado en ajustes estadísticos de soluciones más rigurosas, Gazetas (1991a) presentó fórmulas simplificadas para determinar las rigideces estáticas y las funciones de impedancia de pilotes aislados, para la dirección vertical, horizontal, cabeceo y de acoplamiento, para suelos con homogéneos y con variaciones lineal o parabólica del módulo de elasticidad.

1.2.2. Pilote enterrado en suelo no homogéneo

Los suelos no homogéneos en dirección vertical generalmente son producto de la sedimentación de las partículas de suelo. La no homogeneidad radial, en cambio, se genera principalmente debido a los

efectos de instalación de los pilotes y al comportamiento no lineal en el suelo durante el proceso de carga. La experiencia ha demostrado que la impedancia de un pilote enterrado en un suelo homogéneo difiere sustancialmente de la impedancia calculada en forma rigurosa para un suelo no homogéneo. Si por ejemplo, se tiene un suelo con variación parabólica del módulo de elasticidad, considerar un valor de V_s correspondiente a suelo homogéneo, podría llevar a la sobrestimación en forma muy importante de la rigidez y el amortiguamiento (Novak y Sheta, 1982).

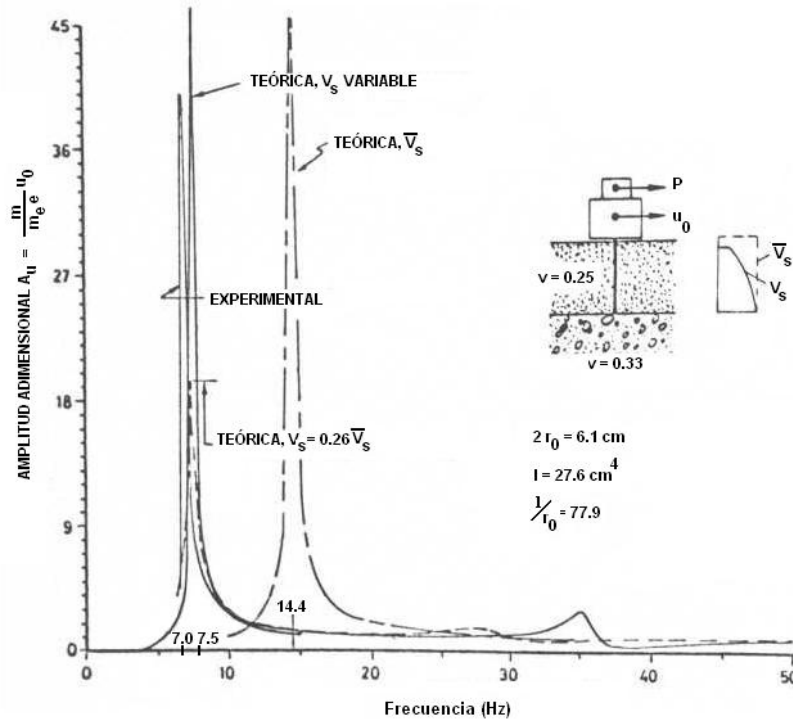


Figura 1.5. Comparación entre la respuesta experimental de un pilote y la predicción teórica (Novak y Aboul-Ella, 1978a)

El problema consiste en proponer una solución que pueda tomar en cuenta en forma eficiente la variación de las propiedades del suelo con la profundidad. Kaynia (1982; 1988) formuló una solución mediante funciones de Green que permite obtener la respuesta de pilotes en suelos homogéneos y con variación lineal del módulo de elasticidad. El trabajo de Kaynia se enfocó en la respuesta de grupos de pilotes, considerando los efectos de interacción suelo-pilotes.

Las reacciones dinámicas del suelo ante vibración vertical, horizontal, de cabeceo y torsional, incluyendo el amortiguamiento material o histerético del suelo, fueron presentadas por Novak *et al* (1978). En esta forma, fue posible modelar un suelo compuesto por capas con distintas propiedades.

Basados en lo anterior, Novak y Aboul-Ella (1978a; 1978b) presentaron una formulación analítica sencilla con la que es posible determinar las funciones de impedancia en pilotes considerando un suelo estratificado, fijación arbitraria de la base del pilote (pilote de punta o de fricción) y amortiguamiento material del suelo. Los componentes de movimiento para los que pueden obtenerse las funciones de impedancia de un pilote aislado, con el procedimiento de Novak y Aboul-Ella, son la dirección vertical, horizontal, cabeceo y acoplamiento horizontal-cabeceo. Novak y Howell (1977; 1978) extendieron el procedimiento anterior para incluir el componente de torsión.

Gazetas y Dobry (1984) estudiaron la impedancia horizontal de un pilote “flexible” de fricción o de punta, enterrado en un suelo con una estratificación arbitraria y sometido a una excitación armónica lateral. La consideración de flexibilidad implica que el pilote no se deforma lateralmente en toda su longitud, sino que las deflexiones y esfuerzos son relevantes solamente en una porción superior conocida como “longitud activa”. Esta longitud depende de la relación de rigideces entre el pilote y el suelo, E_p/E_s . Los valores típicos para la longitud activa son entre 10 y 15 veces el diámetro del pilote, como lo señalaron estos autores.

Gazetas y Dobry también propusieron un método simplificado que permite obtener la impedancia lateral de un pilote aislado. La rigidez estática se corrige para tomar en cuenta la estratigrafía del suelo, y el amortiguamiento total se obtiene a partir del promedio pesado de los coeficientes de amortiguamiento calculados en distintos puntos de la longitud del pilote. Los resultados del método propuesto se corresponden satisfactoriamente con soluciones más rigurosas, obtenidas con estudios de elemento finito (fig 1.6).

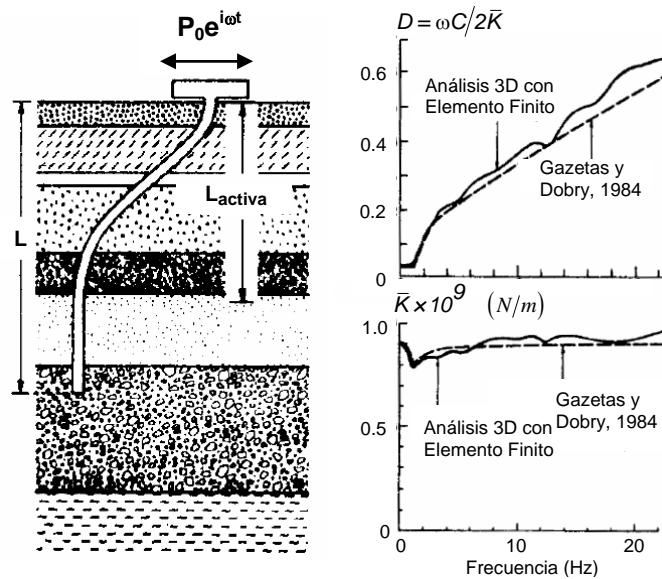


Figura 1.6. Problema considerado y comparación con una solución rigurosa (Gazetas y Dobry, 1984).

Para abordar la no homogeneidad radial, Novak y Sheta (1982) introdujeron un modelo que incluye una “zona débil” alrededor del pilote, con propiedades elásticas reducidas, y una zona exterior, de propiedades constantes.

Mylonakis *et al* (2005) presentaron un análisis mediante elemento finito sobre la impedancia de pilotes enterrados en suelos vertical y radialmente inhomogéneos. Sus resultados mostraron que la forma del perfil del suelo, vertical y radial, tiene gran relevancia en la función de impedancia. Los perfiles considerados se muestran en la fig 1.6.

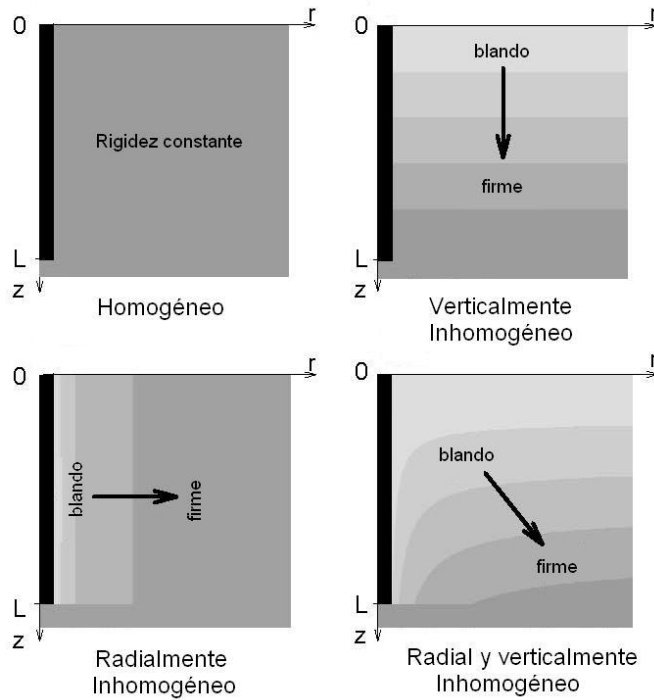


Figura 1.6. Perfiles de suelo considerados (Mylonakis et al, 2005).

Mylonakis y sus colaboradores propusieron el factor θ como una medida de la inhomogeneidad radial, que intenta incluir los efectos combinados de la plasticidad, la inercia y las propiedades de la interfase pilote-suelo. Se usaron valores del parámetro θ de 0.1, 0.5 y 0.8, que corresponden a un módulo de elasticidad en la interfase pilote-suelo de aproximadamente 80, 40, y 15% del módulo de la zona exterior. Un valor de $\theta=0$ indica un suelo perfectamente homogéneo. En la fig 1.7 se presenta el efecto del factor θ en la impedancia vertical de un pilote de fricción.

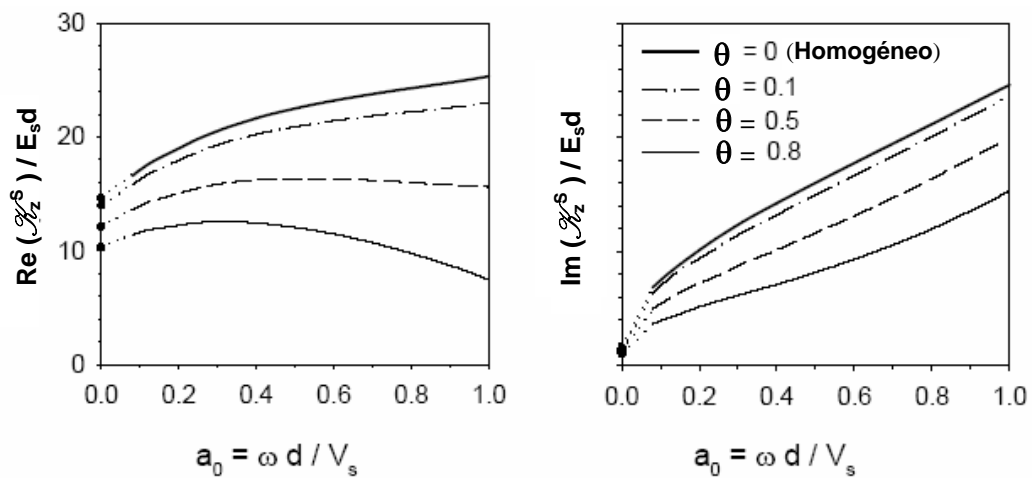


Figura 1.7. Efecto de la inhomogeneidad radial en la impedancia vertical (Mylonakis et al, 2005).

La inhomogeneidad radial reduce en forma importante la rigidez (estática y dinámica) y el amortiguamiento, particularmente a altas frecuencias. Aunque sólo se muestra la impedancia axial, los resultados también comprenden los modos de vibración restantes. Para observar el efecto que tiene la no homogeneidad del suelo en el amortiguamiento, resulta conveniente expresar la función de impedancia como (Pender, 1993)

$$\mathcal{H}(\omega) = \bar{K}(1 + 2i\xi) \quad (1.10)$$

Donde ξ es un coeficiente de amortiguamiento dinámico que incluye el amortiguamiento por radiación e histerético. Combinando las ecs 1.4 y 1.10, podemos definir ξ como

$$\xi = \frac{\omega C}{2\bar{K}} = \xi_{\text{radiación}} + \xi_{\text{histerético}} \quad (1.11)$$

El amortiguamiento histerético se mantuvo constante para cada análisis. La variación del coeficiente ξ depende entonces únicamente del amortiguamiento por radiación. En la fig 1.8 se muestra el coeficiente ξ correspondiente a la impedancia vertical, para los cuatro perfiles de suelos inhomogéneos considerados. Los resultados muestran que el amortiguamiento por radiación se reduce significativamente mientras más heterogéneo sea el suelo. Esto implica que usar un perfil homogéneo en un análisis dinámico podría llevar al cálculo de una respuesta menor, debido al mayor amortiguamiento por radiación.

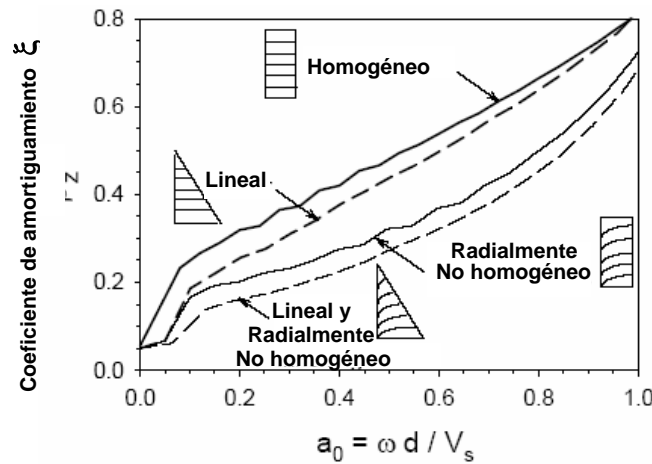


Figura 1.7 Efecto de la inhomogeneidad en el amortiguamiento por radiación (Mylonakis et al, 2005).

1.2.3. Comportamiento no lineal

Hasta aquí, las teorías presentadas abordan análisis elásticos, correspondientes a deformaciones pequeñas. A grandes desplazamientos, los pilotes no se comportan de manera elástica a causa de la no linealidad del suelo a esfuerzos elevados, la separación entre el pilote y suelo, el deslizamiento entre las superficies y la presencia de la fricción (Novak, 1991). Representar el comportamiento no lineal es un problema complicado y a menudo se recurre a modelos Winkler, donde a los resortes que modelan el sistema pilote-suelo se les incorpora una curva bilineal que intenta tomar en cuenta el comportamiento no lineal. Matlock y Foo (1978) investigaron un pilote elástico que se conecta a un modelo del suelo compuesto por resortes y amortiguadores (fig 1.8).

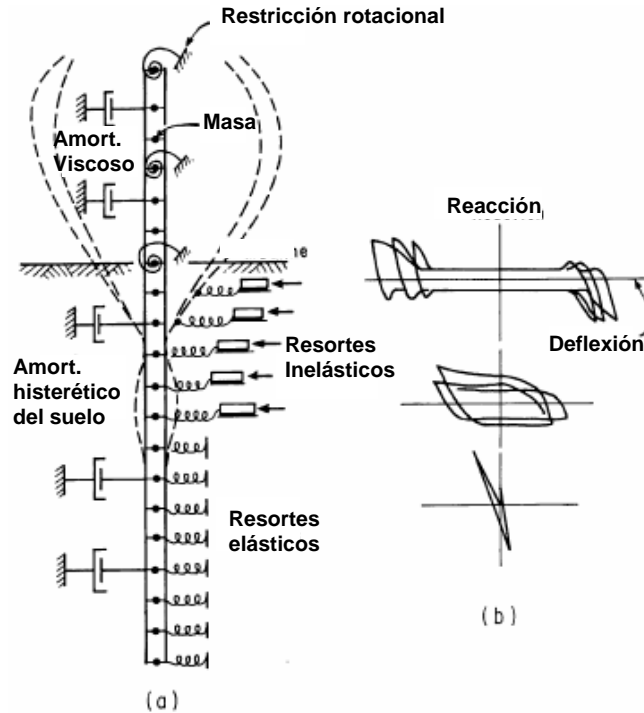


Figura 1.8. a) Modelo Winkler para análisis no lineal; b) características reacción-deflexión (Matlock y Foo, 1978).

Estos apoyos tienen comportamiento no lineal, histerético, y se admite la degradación de rigidez, además que se incluye la posibilidad de separación entre el suelo y el pilote. Una serie de amortiguadores conectados directamente al pilote proporcionan el amortiguamiento por radiación. El pilote puede ser extendido sobre el nivel de terreno, donde se conecta a otro sistema de resortes y apoyos que simulan las características de la superestructura. Los resortes con comportamiento no lineal se sitúan cerca del cabezal del pilote y los resortes elásticos se ubican cerca de la base del pilote, pues se espera que el comportamiento no lineal se concentre en la parte superior del pilote. La desventaja de modelos Winkler como el descrito consiste en la dificultad para correlacionar las propiedades de los resortes y amortiguadores ficticios con las propiedades reales del suelo.

La “zona débil” propuesta por Novak y Sheta (1982), caracterizada por un menor módulo de corte y un amortiguamiento mayor respecto al suelo circundante, puede ser usada para tomar en cuenta en forma aproximada el comportamiento no lineal del suelo a altos niveles de esfuerzos, el remoldeo del suelo durante la instalación de los pilotes y la pérdida de contacto entre el pilote y el suelo.

Mediante estudios de elemento finito, ha podido mostrarse que para altos niveles de carga la rigidez dinámica y el coeficiente de amortiguamiento disminuyen, en particular en la respuesta horizontal (El Naggar y Novak, 1995). El comportamiento no lineal en el suelo, debido a grandes desplazamientos, reduce significativamente las partes real (rigidez) e imaginaria (amortiguamiento) de la función de impedancia; esta reducción es más notoria en la rigidez dinámica. La separación pilote-suelo, debida a grandes deformaciones, disminuye drásticamente el amortiguamiento por radiación, puesto que la falta de contacto inhibe la transmisión de energía del pilote al suelo. Sin embargo, El Naggar y Novak encontraron que, a frecuencias elevadas de excitación, el amortiguamiento debido a comportamiento no lineal puede ser incluso mayor que el producido en el caso elástico, probablemente a causa de la mayor cantidad de amortiguamiento histerético activado en el suelo.

1.3. GRUPOS DE PILOTES

En una cimentación es usual que los pilotes se utilicen en un grupo o arreglo, con sus cabezas conectadas a un elemento rígido tal como una losa. Si los pilotes no tienen una separación amplia entre ellos, se presenta un fenómeno de interacción pilote-suelo-pilote, conocido como efectos de grupo (Novak, 1991).

En un análisis estático, cuando los pilotes del grupo tienen una separación amplia entre ellos (6 a 8 veces el diámetro de los pilotes), normalmente la interacción entre pilotes se desprecia (fig 1.9). Sin embargo, cuando se realiza un análisis dinámico no es correcto ignorar los efectos de grupo, ya que gran parte de la interacción proviene de la energía que se transmite entre los pilotes en forma de ondas, que no se atenúan tan rápido como en el caso estático (Meymand, 1998; Mokwa, 1999).

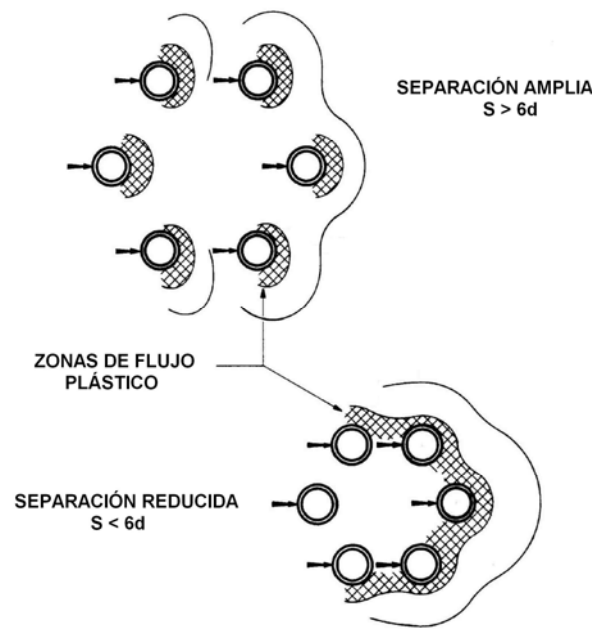


Figura 1.9. Interacción estática entre pilotes en función de la separación (Meymand, 1998)

Bajo cargas estáticas, el desplazamiento de un pilote se incrementa si está localizado dentro del campo de deformación de un pilote adyacente. Esto tiene dos consecuencias principales: 1) el desplazamiento total del grupo será mayor que el desplazamiento que experimentaría un pilote aislado bajo la carga promedio, y 2) se produce una distribución desigual de las fuerzas entre los pilotes, con los pilotes de la periferia soportando más carga que los pilotes centrales.

Sin embargo, cuando se realiza un análisis de tipo dinámico, el comportamiento es muy diferente del caso estático. Respecto a los puntos anteriores: 1) el desplazamiento total de grupo puede ser mayor o menor que el desplazamiento correspondiente a un pilote aislado, y 2) las fuerzas en los pilotes de la periferia pueden ser menores o mayores comparadas con las que se presentan en los pilotes centrales.

Una medida eficiente y sencilla para cuantificar los efectos de interacción es el factor de eficiencia de grupo (*FEG*), definido como

$$FEG = \frac{D^S}{D^G} = \frac{\text{Desplazamiento de un pilote aislado bajo la carga promedio}}{\text{Desplazamiento del grupo de pilotes bajo la carga total}} \quad (1.12)$$

Es útil expresar el factor de eficiencia de grupo en términos de la impedancia. Como ejemplo consideremos un grupo con un número arbitrario n de pilotes idénticos sometido a excitación vertical. Llamemos \mathcal{K}_z^G a la impedancia global axial y \mathcal{K}_z^S a la impedancia axial de un pilote aislado; denotemos como P^G a la fuerza global aplicada al grupo y P^S a la fuerza promedio en cada pilote, ambas aplicadas en dirección vertical. Para las fuerzas axiales, tenemos que

$$P^G = nP^S \quad (1.13)$$

Ya que las fuerzas son proporcionales a los desplazamientos,

$$P^S = \mathcal{K}_z^S D^S \quad (1.14)$$

$$P^G = \mathcal{K}_z^G D^G \quad (1.15)$$

Al sustituir las ecs 1.11 y 1.12 en la ec 1.9

$$FEG = \frac{\mathcal{K}_z^G}{n\mathcal{K}_z^S} \quad (1.16)$$

En el caso estático $FEG < 1$, lo cual significa que la rigidez global es menor a la suma de las rigideces individuales. En el caso dinámico, la rigidez de grupo \mathcal{K}_z^G puede ser mayor o menor que $n\mathcal{K}_z^S$, dependiendo de la frecuencia de excitación.

De manera general, los efectos de grupo ocasionan que la impedancia global de un grupo de pilotes sea diferente a la suma de las impedancias individuales de los pilotes en el arreglo, en función de los elementos siguientes (Meymand, 1998):

- Frecuencia de excitación,
- Relación de espaciamiento S/d , donde S es la separación entre pilotes y d su diámetro,
- Respuesta individual de los pilotes: comoportamiento elástico ó inelástico,
- Tipo de carga: estática, cíclica o dinámica; transitoria o en estado estacionario,
- Propiedades del suelo, particularmente las modificadas después de la instalación del grupo de pilotes,
- Rigidez relativa pilote-suelo; los pilotes más flexibles experimentan mayor interacción,
- Configuración geométrica del grupo, incluyendo las geometría transversal de los pilotes,
- Fijación del cabezal, idealizado como cabezal libre o cabezal fijo,
- Tipo de pilote, de fricción o de punta,
- Masa y flexibilidad de la superestructura, la cual impone cargas inerciales al grupo de pilotes,
- Grado de enterramiento, rigidez y amortiguamiento de la losa de cimentación.

Como puede verse, determinar la impedancia de un grupo de pilotes es un problema complicado, en el que interviene un gran número de factores. Debe tenerse en cuenta que el comportamiento de un grupo de pilotes es diferente al comportamiento de un pilote aislado; para estudiar este problema, se han desarrollado varias formulaciones que permiten abordarlo desde distintos enfoques, tanto analíticos como aproximados.

Es posible dividir esos procedimientos en análisis de grupo y en métodos simplificados basados en factores de interacción entre pilotes. En los análisis de grupo, el arreglo completo de pilotes y el suelo

en el que se encuentran enterrados se estudian en forma conjunta, normalmente mediante modelos de elemento finito o bien con elementos de frontera. La matriz de flexibilidades del suelo se obtiene al calcular, por medio de funciones de Green u otras funciones análogas, los desplazamientos del suelo ante cargas puntuales, de disco, de anillo y cilíndricas (de barril). Los pilotes pueden tener diferentes características, y tener secciones transversales variables con su longitud. Se admite también que las propiedades del suelo pueden variar, tanto en dirección vertical como horizontal. Los pilotes se dividen en elementos discretos que se conectan al suelo por medio de nudos. Los análisis de grupo permiten obtener, en forma rigurosa, la impedancia global del grupo de pilotes, y realizar también análisis no lineales.

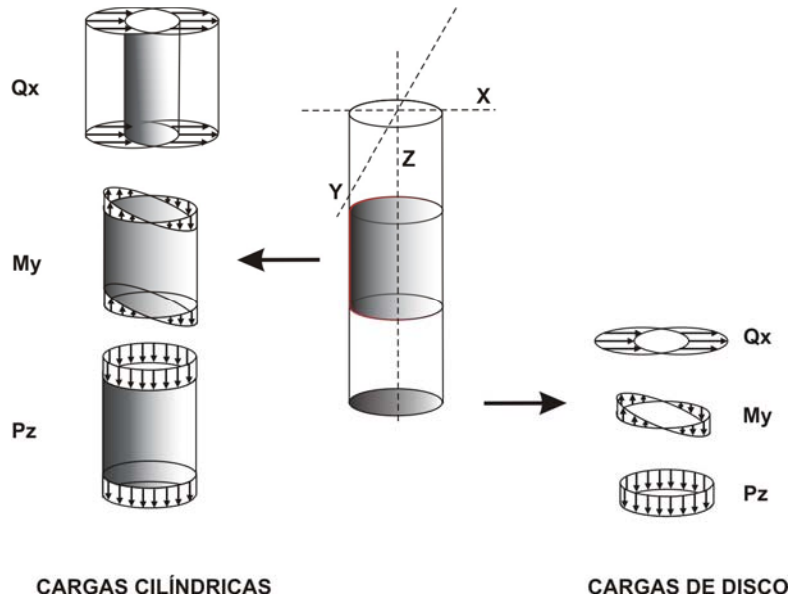


Figura 1.10a Cargas de barril en la superficie del pilote y cargas de disco para su base (Novak, 1991)

Los métodos basados en factores de interacción entre pilotes están basados en el principio de superposición, puesto que la impedancia de grupo se calcula analizando la interacción existente entre dos pilotes a la vez, y superponiendo los efectos a los pilotes restantes del grupo. El efecto que tiene un pilote sobre otro se representa mediante un factor de interacción que depende, entre otros factores, de las propiedades del suelo, la configuración geométrica del grupo y la relación de espaciamiento S/d . Mientras que en un análisis estático el factor de interacción es un número real, en los análisis dinámicos es un número complejo, puesto que se requiere conocer tanto la magnitud como la fase del movimiento que un pilote induce sobre otro. Una vez obtenidos los factores de interacción, se ensambla con ellos la matriz de flexibilidades del grupo de pilotes; al invertirla, es posible determinar la impedancia global.

1.3.1. Análisis de grupo de pilotes

El primer estudio sobre análisis dinámico de grupos de pilotes se debe a Wolf y von Arx (1978), que generalizaron la solución de Blaney *et al* (1976) para realizar sus investigaciones. Consideraron un grupo de pilotes, cada uno con la misma longitud y diámetro, enterrados en un suelo viscoelástico y formado por capas horizontales. Los pilotes del arreglo podían ser de fricción o de punta, con una configuración geométrica arbitraria. Wolf y von Arx usaron un modelo axisimétrico de elemento finito

para calcular las funciones de Green, que definen el desplazamiento en cualquier punto del suelo para una carga de anillo aplicada en una capa discreta de suelo. Para cada frecuencia de excitación, se usaron las funciones de Green para calcular la matriz de flexibilidad del suelo; al invertir ésta, se determinó la matriz de rigidez correspondiente. La matriz de rigidez del sistema se obtuvo al combinar la matriz de rigidez de los pilotes con la matriz de rigidez del suelo. Los desplazamientos del grupo de pilotes podían determinarse entonces para cualquier carga arbitraria. Los resultados de Wolf y von Arx demostraron que la respuesta de grupo dependía fuertemente de la frecuencia, el número de pilotes y el espaciamiento entre ellos.

Nogami (1979) presentó soluciones analíticas para la respuesta axial de grupos de pilotes en suelos homogéneos. Sheta y Novak (1982) presentaron un método aproximado para determinar la impedancia de un grupo de pilotes considerando excitación vertical, en el cual hicieron uso de reacciones dinámicas complejas para derivar la matriz de flexibilidades del suelo. Ellos encontraron que tanto la rigidez y amortiguamiento dinámicos del grupo de pilotes puede disminuir o aumentar dependiendo de la frecuencia, la relación de espaciamiento S/d y la consideración de una “zona débil” alrededor del pilote.

Waas y Hartmann (1981) analizaron grupos de pilotes con una disposición geométrica a base de anillos concéntricos, y consideraron que los componentes radial, vertical y tangencial del desplazamiento eran proporcionales a la dirección de la carga aplicada. Para determinar la matriz de flexibilidades del suelo, ellos propusieron un método eficiente para determinar los desplazamientos debidos a cargas puntuales y de anillo. Sus resultados confirmaron que la impedancia global varía de manera significativa con la frecuencia. También mostraron que el comportamiento no lineal del suelo puede ser modelado por un análisis lineal equivalente, y que arreglos rectangulares de pilotes pueden ser transformados en grupos circulares, apropiados para analizarlos con el procedimiento propuesto por estos autores.

Waas y Hartmann (1984) investigaron la interacción suelo-estructura en grupos de pilotes, analizando la interacción inercial y cinemática. Encontraron que, mientras que el desplazamiento de un solo pilote difiere poco, a bajas frecuencias, del movimiento del campo libre, en grupos de pilotes el efecto de interacción cinemática es más pronunciado, sobre todo en suelo blando y con un número grande de pilotes.

Los análisis numéricos para determinar la impedancia dinámica de grupos de pilotes mejoraron sustancialmente con la contribución de Kaynia y Kausel (1982). Para definir la matriz de flexibilidad del suelo, ellos usaron cargas de barril y de anillo, cuyos desplazamientos asociados se definieron por medio de funciones de Green. La matriz de flexibilidades del suelo también era compatible también con las deformaciones del campo libre. Kaynia y Kausel obtuvieron las funciones de impedancia de grupos de pilotes de tamaño variable (2x2, 3x3 y 4x4), enterrados en un semiespacio homogéneo, para dos relaciones seleccionadas de rigidez pilote-suelo, $E_p/E_s = 100$ y $E_p/E_s = 1000$. Los componentes de movimiento considerados fueron el vertical, horizontal, de cabeceo y de torsión. En las figs 1.10b y 1.10c se muestra la variación de las impedancias vertical y horizontal con la frecuencia adimensional $a_0 = \omega d/V_s$, para un grupo de 4x4 pilotes.

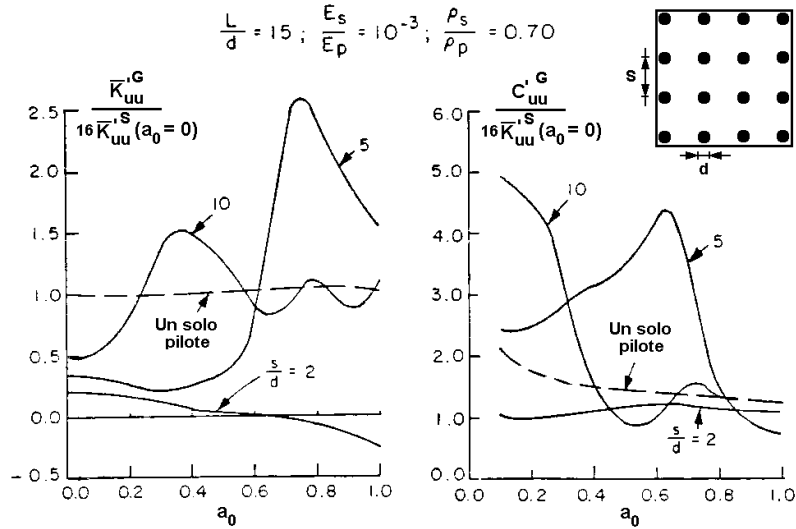


Figura 1.10b Impedancia horizontal normalizada para un grupo de 4x4 pilotes, en función de la relación de espaciamiento S/d (Kaynia y Kausel, 1982)

Si no hubiese efectos de interacción, las curvas para las funciones de impedancia habrían coincidido con la curva correspondiente a un solo pilote. Los resultados muestran que el comportamiento de grupos de pilotes, para espaciamientos reducidos ($S/d = 2$), es muy similar al de cimentaciones rígidas, esto es, que la rigidez disminuye con la frecuencia, pudiendo llegar a ser negativa. Esto indica un comportamiento dominado por efectos de inercia. Con espaciamientos mayores, la disminución de la rigidez se cumple para bajas frecuencias, sin embargo, al exceder una cierta frecuencia límite, los efectos de interacción comienzan a dominar el comportamiento global del grupo de pilotes. Estos efectos de interacción pueden llegar a ser muy grandes, como resultado de la interferencia constructiva o destructiva de las ondas emanadas por los pilotes en el arreglo.

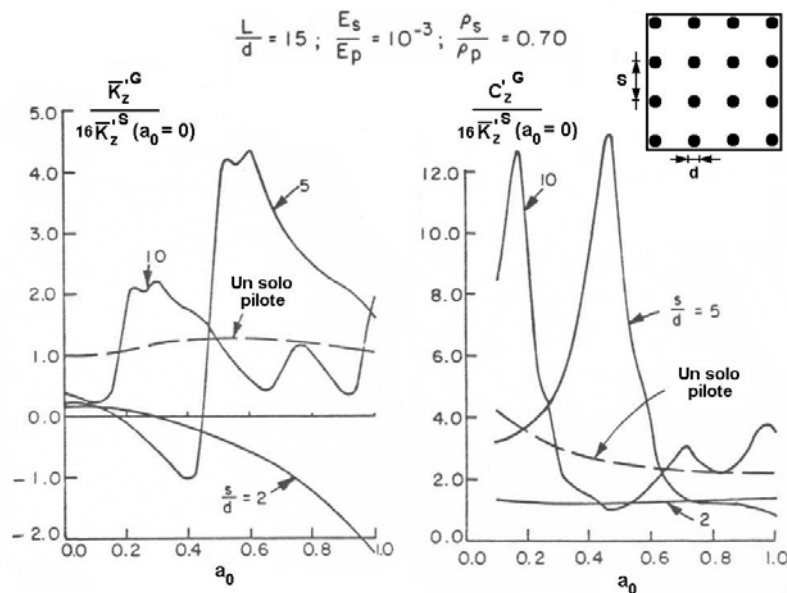


Figura 1.10c Impedancia vertical normalizada para un grupo de 4x4 pilotes en función de la relación de espaciamiento S/d (Kaynia y Kausel, 1982)

Kaynia y Kausel también encontraron que la distribución de las fuerzas horizontales y verticales en los pilotes del grupo tiene una gran variación con la frecuencia. En el caso estático, los pilotes ubicados en la periferia son los que están sometidos a las mayores cargas. En el caso dinámico, dependiendo de la frecuencia y el espaciamiento, es posible que los pilotes centrales tomen las fuerzas mayores, como se ilustra en la fig 1.10d.

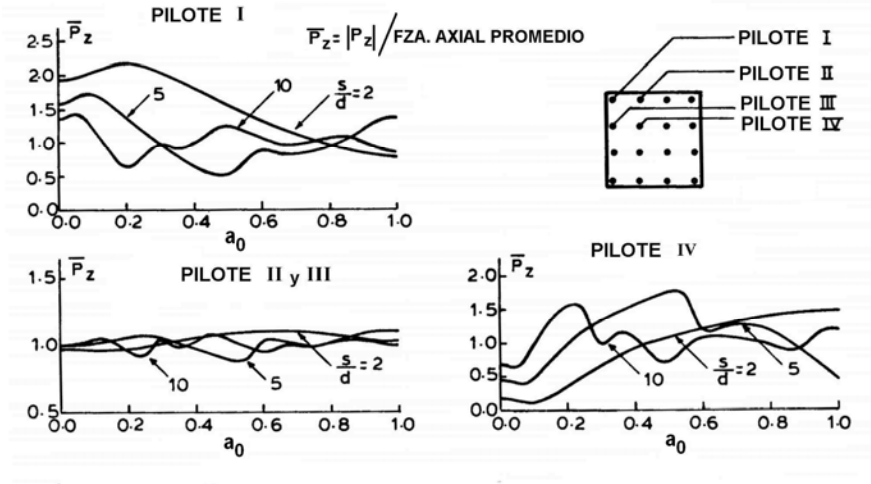


Figura 1.10d Distribución de fuerzas axiales en un grupo de 4x4 pilotes (Kaynia y Kausel, 1982)

Cuando el grupo de pilotes se encuentra enterrado en un suelo no homogéneo, las funciones de impedancia se ven modificadas. Kaynia (1988) realizó un análisis comparativo en donde calculó las impedancias de grupos de pilotes enterrados en dos tipos de suelo. El primero era un suelo no homogéneo con variación lineal del módulo de elasticidad y el segundo, un semiespacio viscoelástico y homogéneo, como se muestra en la fig 1.11.

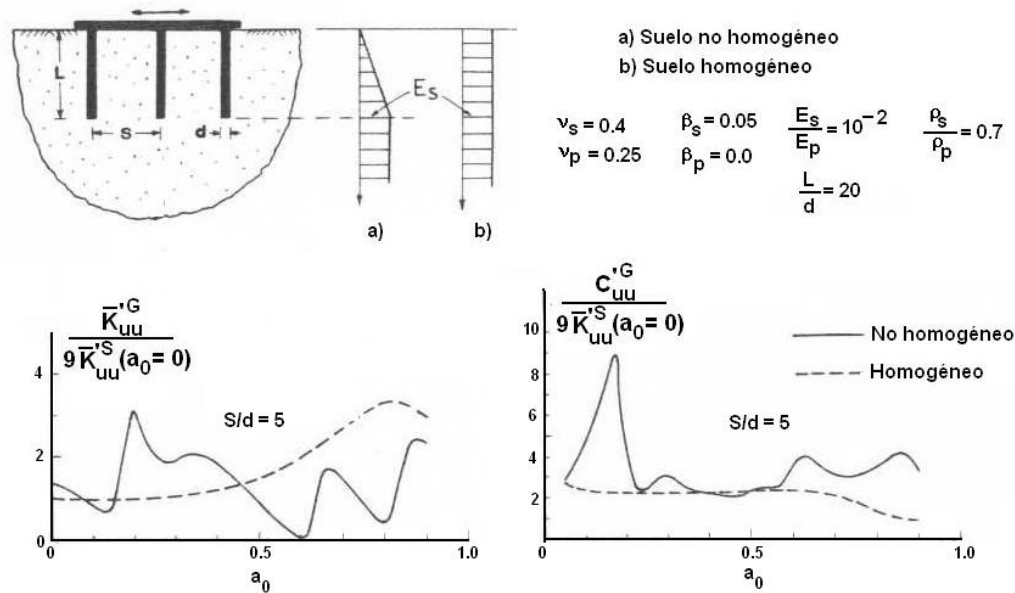


Figura 1.11. Impedancia horizontal de un grupo de 3x3 pilotes en suelo homogéneo e inhomogéneo (Kaynia, 1988)

Como puede verse, la impedancia horizontal en un suelo heterogéneo presenta un comportamiento más complejo y dependiente de la frecuencia, que la misma función de impedancia calculada para un suelo homogéneo. Los resultados obtenidos por Kaynia (1988) muestran que las funciones de impedancia, en especial la impedancia horizontal de un grupo de pilotes, son más sensibles a las propiedades superficiales del suelo.

1.3.2. Métodos simplificados basados en factores de interacción

Poulos (1971b) introdujo el concepto de los factores de interacción para grupos de pilotes, en el caso estático. Poulos empleó la teoría de la elasticidad para encontrar los esfuerzos y deformaciones entre pares de pilotes, debidos a cargas puntuales aplicadas en un semiespacio elástico.

El factor de interacción representa la fracción de desplazamiento adicional que experimentará un pilote debido a la presencia de un pilote cercano cargado de la misma manera. Para ilustrar el concepto de factor de interacción, considérese un sistema de dos pilotes idénticos, 1 y 2, enterrados en un semiespacio elástico (fig 1.12a). Si al pilote 1 se le aplica una carga axial P , éste experimentará un desplazamiento z_{11} , que adicionalmente provoca un desplazamiento z_{21} en el pilote 2. Si consideramos al pilote 2 aislado (fig 1.12b), su desplazamiento bajo la carga P será z_{22} . Bajo estas condiciones, el efecto adicional que produce el pilote 1 (activo) sobre el pilote 2 (pasivo) se representa con el factor de interacción

$$\alpha_{21} = \frac{\text{Desplazamiento adicional del pilote 2 debido al pilote 1}}{\text{Desplazamiento en el pilote 2 debido a su propia carga estática}} = \frac{z_{21}}{z_{22}} \quad (1.17)$$

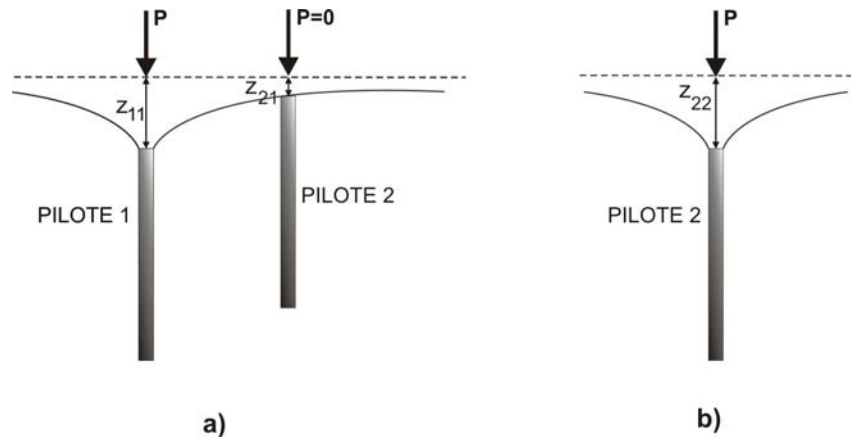


Figura 1.12. Esquema para la derivación del factor de interacción estático. a) Interacción entre pilotes; b) Pilote aislado

Con un razonamiento análogo, el factor de interacción dinámico se obtiene como (Dobry y Gazetas, 1988)

$$\alpha_{21}(\omega) = \frac{\text{Desplazamiento adicional del pilote 2 debido al pilote 1}}{\text{Desplazamiento en el pilote 2 debido a su propia carga dinámica}} = \frac{z_{21}}{z_{22}} \quad (1.18)$$

Poulos presentó tablas de factores de interacción estáticos para pilotes de punta y de fricción, sujetos a momento y carga lateral, en función de la flexibilidad del pilote, la separación entre pilotes, el diámetro, la longitud del pilote y el ángulo de partida (ángulo entre centros de pilotes y dirección de la

carga aplicada). El análisis de grupos se realiza por superposición, calculando la interacción de cada pilote con los demás pilotes del grupo, considerando solo dos pilotes a la vez. Randolph y Poulos (1982) presentaron un método simplificado, de análisis estático, para determinar la matriz de flexibilidades del sistema pilotes-suelo, utilizando los factores de interacción axial de Poulos y los factores de interacción lateral de Randolph (1981).

El Sharnouby y Novak (1984) describieron un método para analizar la interacción entre pilotes de un grupo, para cargas axiales y laterales estáticas, y obtuvieron factores de interacción para su aplicación en el caso estático. En sus estudios sobre impedancia de grupo, Kaynia y Kausel (1982) obtuvieron factores de interacción dinámicos para el estudio de grupos de pilotes de fricción enterrados en un suelo homogéneo. Los factores de interacción propuestos por ellos (cantidades complejas dependientes de la frecuencia) fueron presentados como la relación entre el desplazamiento dinámico del pilote i y el desplazamiento estático del pilote j , debido a una carga armónica en el pilote j . En la fig 1.13 se muestran los factores de interacción de Kaynia y Kausel para las direcciones horizontal y vertical de movimiento.

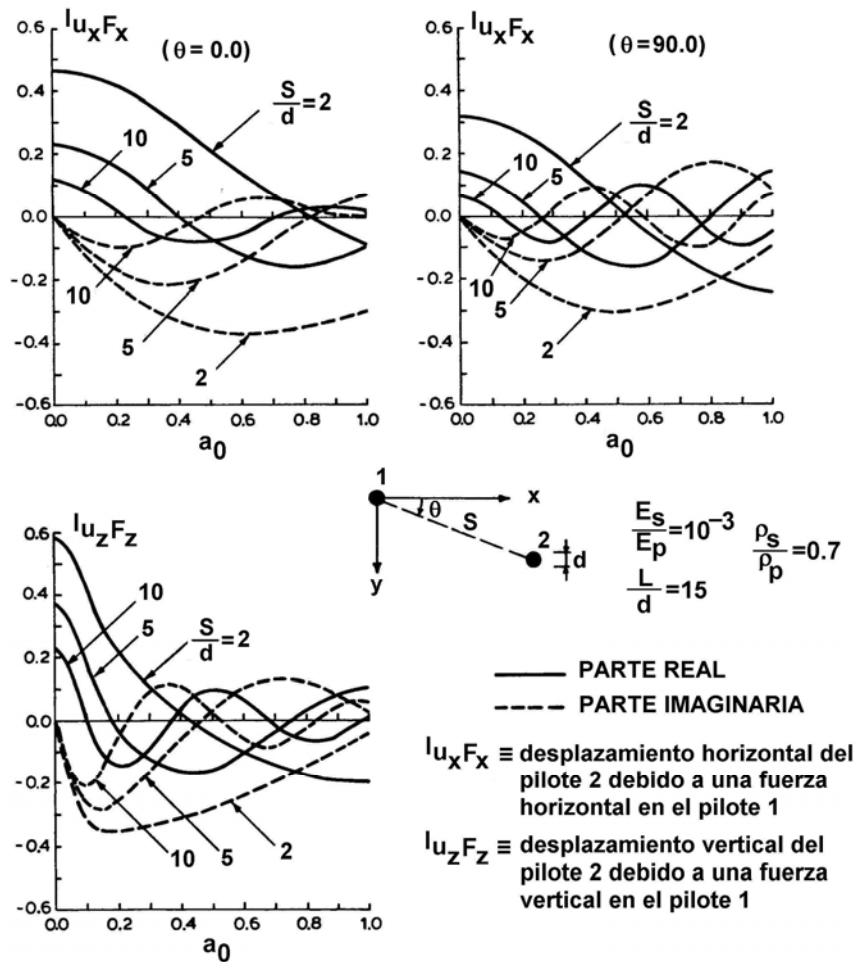


Figura 1.13. Factores de interacción dinámica en dirección horizontal y vertical, para pilotes de fricción enterrados en suelo homogéneo (Kaynia y Kausel, 1982)

Una de las conclusiones importantes del trabajo de Kaynia y Kausel es que el uso del principio de superposición es válido para el análisis dinámico (en suelos homogéneos), siempre y cuando se utilicen factores de interacción dinámicos calculados para cada frecuencia de interés. Para suelos

inhomogéneos, el uso del principio de superposición conduce a errores en la estimación de la impedancia global para relaciones $S/d < 2.5$ (Kaynia, 1988). Gazetas *et al* (1990) publicaron una serie de gráficas donde se proporcionan factores de interacción dinámicos, para las direcciones vertical, horizontal, cabeceo y acoplamiento horizontal-cabeceo. Se consideraron dos perfiles diferentes de suelo, un semiespacio homogéneo y un suelo con módulo de elasticidad proporcional a la profundidad; asimismo, los factores de interacción se obtuvieron para tres relaciones de espaciamiento, $S/d = 3, 5$ y 10 . También se consideraron como parámetros variables la relación de esbeltez de los pilotes y las relaciones de rigidez pilote-suelo.

Dobry y Gazetas (1988) presentaron un método simplificado para calcular los factores de interacción dinámica en grupos de pilotes de fricción, enterrados en suelo homogéneo. La base del método radica en considerar que el fenómeno de la propagación cilíndrica de ondas controla la vibración de los pilotes y los desplazamientos que experimentan los pilotes adyacentes. El método simplificado de Dobry y Gazetas constituye el tema fundamental de este trabajo, y será tratado más ampliamente en el siguiente capítulo.

Gazetas y Makris (1991) extendieron el procedimiento de Dobry y Gazetas (1988) al proponer una forma de calcular el factor de interacción axial para suelos no homogéneos. Sin embargo, la forma analítica resultante del factor de interacción no resulta tan práctica como la forma simplificada original. En sus estudios de suelos no homogéneos, Gazetas y Makris también encontraron que las funciones de impedancia pueden no tener un comportamiento oscilatorio tan pronunciado como el determinado por Kaynia (1988). El hecho de que los efectos de interacción sean mayores o menores en suelos no homogéneos depende también de la frecuencia de excitación y la relación de espaciamiento S/d , entre otros factores (Novak, 1991).

Makris y Gazetas (1992) presentaron una mejora en el método simplificado de Dobry y Gazetas (1988) al realizar una corrección al factor de interacción lateral. Esta corrección se basó en un modelo de Winkler que permitió visualizar la interacción pilote-suelo-pilote de una manera más realista que como estaba formulada originalmente.

Gazetas *et al* (1998) investigaron un grupo de 230 pilotes de fricción mediante análisis rigurosos y procedimientos simplificados a base de factores de interacción. Sus resultados demostraron que no es posible obtener la impedancia global de un grupo de pilotes sumando algebraicamente las impedancias de subgrupos más pequeños que puedan formarse en el arreglo total de pilotes. Gazetas y sus colaboradores pusieron de manifiesto que el uso de factores de interacción para realizar un análisis de un grupo con un número grande de pilotes es un método práctico y eficaz, comparado con las costosas soluciones mediante elemento finito o elementos de frontera.

1.3.3. Comportamiento no lineal

El estudio del comportamiento no lineal en grupos de pilotes es un tema complejo, y en el cual hace falta mayor investigación. Solo se presentan aquí algunos estudios significativos sobre el problema de la no linealidad.

Los efectos del comportamiento no lineal de suelo fueron investigados por Novak y Sheta (1982). Ellos estudiaron la respuesta dinámica axial de grupos de pilotes de fricción y de punta, incluyendo una “zona débil” alrededor de los pilotes. Esta “zona débil”, con propiedades mecánicas reducidas, tenía como propósito tomar en cuenta en forma aproximada la no linealidad del suelo. Los resultados mostraron que la consideración de los efectos de grupo en la respuesta del arreglo de pilotes elevaba las

amplitudes en la respuesta, y que la inclusión de la “zona débil” disminuía dichas amplitudes, pero no las eliminaba, como se muestra en la fig 1.14.

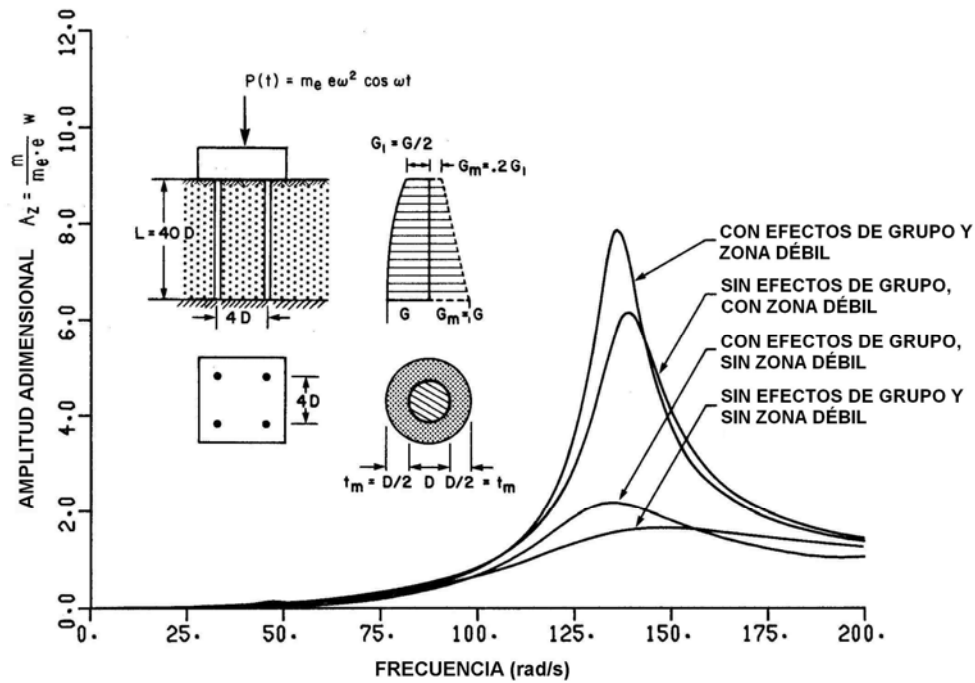


Figura 1.14. Respuesta dinámica de una cimentación a base de pilotes, calculada con y sin efectos de grupo y zona débil alrededor de los pilotes (Sheta y Novak, 1982)

El Naggar y Novak (1995) analizaron un modelo no lineal de tipo Winkler que permitía obtener la respuesta axial y lateral de un grupo de pilotes. El modelo axial consistía en una región exterior, de comportamiento lineal, y una zona interna, de comportamiento no lineal, conectada al pilote. El modelo lateral también tenía una zona externa e interna que seguían las formulaciones de Novak y Aboul-Ella (1978a) y Novak y Sheta (1980). El Naggar y Novak determinaron que la respuesta no lineal es más pronunciada en suelos no homogéneos que en suelos homogéneos. De la misma manera que para pilotes aislados, el comportamiento no lineal disminuye la rigidez y el amortiguamiento dinámicos de grupo. Los valores de los factores de interacción también se ven disminuidos por la no-linealidad.

1.3.4. Estudio experimental

Existen pocos estudios sobre respuesta dinámica de grupos de pilotes. La investigación experimental más notable hasta la fecha es la realizada por El Sharnouby y Novak (1984), en la cual analizaron un grupo de 102 pilotes a escala, con sus cabezales unidos rígidamente a una losa rígida de 11 cm de espesor. El grupo de pilotes fue colocado en un espacio excavado en el terreno, que se rellenó con una mezcla de ceniza y arena diseñada para que tuviera propiedades similares a las del terreno circundante. De esta manera, se intentó eliminar los efectos de frontera que impone un contenedor de laboratorio. Se efectuaron pruebas de vibración forzada, impacto y carga estática lateral en el grupo de pilotes.

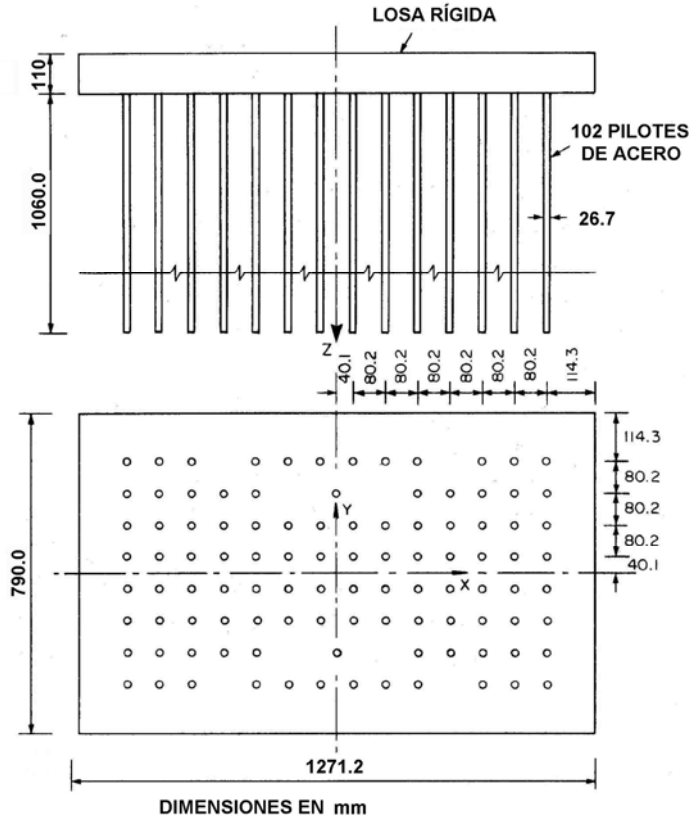


Figura 1.15. Grupo de pilotes estudiado (El Sharnouby y Novak, 1984)

Novak y El Sharnouby (1984) evaluaron los efectos de grupo a partir de las pruebas experimentales mediante factores de interacción estática (Poulos, 1980), factores de interacción dinámica (Kaynia y Kausel, 1982), análisis completo de grupo (Waas y Hartmann, 1980) y un análisis de pilote equivalente (Novak y El Sharnouby, 1984).

La rigidez y el amortiguamiento de un solo pilote fueron calculadas con el programa PILAY2 (Novak y Aboul-Ella, 1979a,b), ignorando los primeros 10 cm de suelo en el cabezal, incorporando una zona débil alrededor del pilote y definiendo una variación parabólica del módulo de elasticidad del suelo. La impedancia de grupo se obtuvo al combinar la impedancia de un solo pilote y los factores de interacción correspondientes a los primeros dos métodos de análisis, y calculada en forma directa para los dos procedimientos restantes.

Para la respuesta vertical, el método de Waas y Hartmann, que transforma el grupo de pilotes en un axisimétrico equivalente, fue el que mejor se ajustó a los resultados de las pruebas, sin alguna modificación. Para que los tres métodos restantes pudiesen ofrecer un buen desempeño, en algunos casos se requirió considerar la masa total del sistema suelo-pilotes, o hacer modificaciones al amortiguamiento. Para la excitación lateral, los métodos de Waas y Hartmann y Kaynia y Kausel proporcionaron buenos resultados sin modificación alguna. El concepto de pilote equivalente requirió considerar la masa aparente del sistema y reducir en un 40% el amortiguamiento para reproducir los resultados experimentales. Los factores de interacción estáticos condujeron a estimaciones pobres de los datos experimentales (fig 1.16).

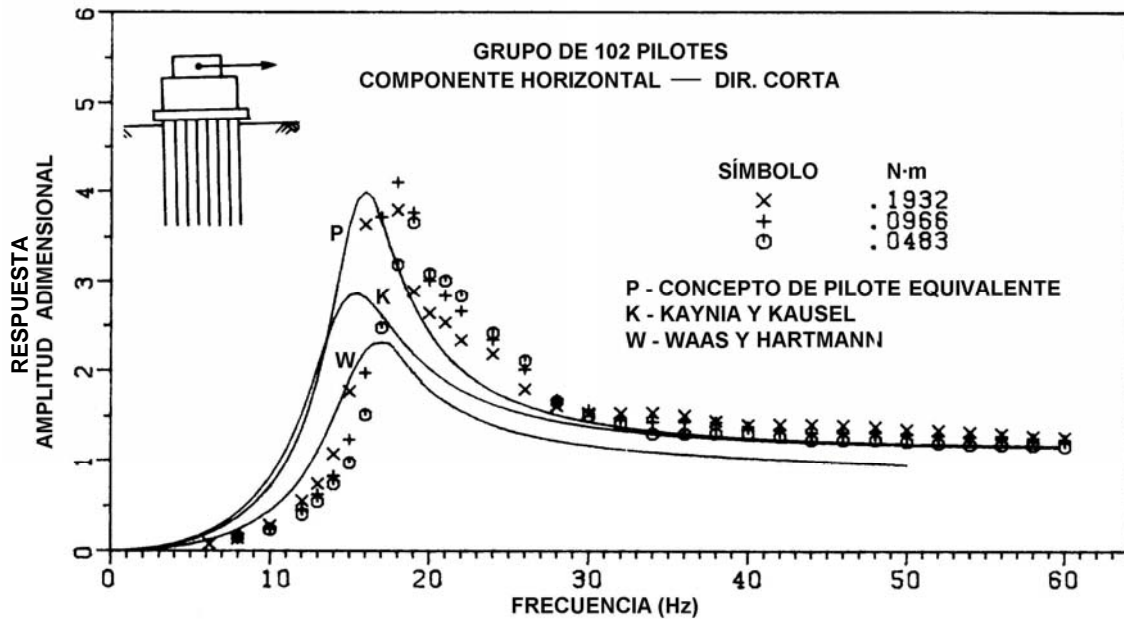


Figura 1.16. Comparación entre la respuesta horizontal medida y los modelos analíticos (Novak y El Sharnouby, 1984)

Las conclusiones que pueden obtenerse de este estudio son las siguientes. A pesar de que el fenómeno de interacción entre pilotes es un problema complicado, las teorías de análisis dinámico proporcionan resultados que se corresponden de manera aceptable con los datos experimentales, con algunas modificaciones. El uso de los factores de interacción estática está limitado a análisis a frecuencias bajas, de lo contrario no se puede predecir la respuesta real con exactitud y se tiende a subestimar la rigidez.

1.4. METODOLOGÍAS PARA EL CÁLCULO DE FUNCIONES DE IMPEDANCIA

En esta sección se hará una revisión de los procedimientos se utilizan comúnmente para determinar las funciones de impedancia de las cimentaciones en nuestro medio, mencionando sus principales características. Asimismo, se abordan las ventajas y desventajas que presenta cada uno de ellos.

Los procedimientos que se tratan aquí son: el método incluido en el Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, el programa comercial Dyna5 para análisis dinámico de cimentaciones, y el método simplificado de Luco.

1.4.1. Método propuesto en el Apéndice A de las NTCDS-RCDF (2004)

En estas Normas se establece que para construcciones desplantadas en suelo blando (zonas II y III) será permisible tomar en cuenta explícitamente los efectos de sitio y la interacción suelo-estructura (ISE). Como parte del análisis ISE, el Apéndice A proporciona fórmulas para determinar las funciones de impedancia de distintos tipos de cimentaciones comunes en la ciudad de México, como cajones de cimentación y pilotes, ya sea de fricción o de punta.

En este trabajo solo se analizarán las expresiones con las que es posible obtener las funciones de impedancia de la cimentación; el estudio completo de la interacción suelo estructura mediante las NTC-RCDF puede consultarse en Avilés (2004). Además de las funciones de impedancia para pilotes, resulta conveniente presentar también las funciones de impedancia para cajones de cimentación, puesto que en el análisis de una cimentación mixta (cajón de cimentación con pilotes) es necesario conocer el comportamiento dinámico de los dos componentes.

Para un cajón de cimentación, la función de impedancia, dependiente de la frecuencia de excitación ω , está dada por la expresión siguiente

$$\mathcal{Z}_m(\omega) = \bar{K}_m(\omega) + i\omega C_m(\omega) \quad (1.19)$$

La letra m puede significar componente horizontal ($m = h$) ó cabeceo ($m = c$). En la ec 1.19, la rigidez y amortiguamiento dinámicos están dados por

$$\bar{K}_m(\omega) = K_m^0 (k_m - 2\xi_s \eta_m c_m) \quad (1.20)$$

$$C_m(\omega) = \frac{K_m^0 (\eta_m c_m + 2\xi_s k_m)}{\omega} \quad (1.21)$$

Donde K_m^0 es la rigidez estática en el componente de movimiento considerado; k_m es el coeficiente de rigidez; c_m el coeficiente de amortiguamiento; ξ_s es el amortiguamiento histerético del suelo; y η_m , un parámetro de frecuencia adimensional.

El parámetro η_m se define como

$$\eta_m = \frac{\omega R_m}{V_s} \quad (1.22)$$

Donde V_s es la velocidad de onda de cortante en el medio homogéneo equivalente donde está enterrado el cajón. Por otro lado, R_m es el radio de un círculo equivalente a la superficie de desplante de la cimentación, con igual área o momento de inercia que dicha superficie, dependiendo del tipo de movimiento considerado:

$$R_h = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (1.23)$$

$$R_c = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}} \quad (1.24)$$

Las rigideces estáticas K_m^0 se obtienen con las expresiones siguientes

$$K_h^0 = \frac{8G_s R_h}{2-\nu} \left(1 + \frac{R_h}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_h}\right) + \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right) \quad (1.25)$$

$$K_c^0 = \frac{8G_s R_c^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_c}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_c}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right) \quad (1.26)$$

En las ecs 1.18 y 1.19, G_s es el módulo de corte del suelo homogéneo equivalente; ν es el módulo de Poisson del suelo homogéneo; H_s es el espesor del estrato de suelo; y D , el enterramiento de la cimentación.

Los coeficientes de rigidez se determinan con las siguientes expresiones

$$k_h = 1 \quad (1.27)$$

$$k_c = 1 - 0.2\eta_c \quad (1.28)$$

Y los coeficientes de amortiguamiento se definen como

$$c_h = \begin{cases} \frac{0.65\xi_s\eta_{hs}}{1 - (1 - 2\xi_s)\eta_{hs}^2}; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s \leq 1 \\ 0.576; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s > 1 \end{cases} \quad (1.29)$$

$$c_c = \begin{cases} \frac{0.5\xi_s\eta_{cp}}{1 - (1 - 2\xi_s)\eta_{cp}^2}; & \text{si } \eta_{cp} = \eta_c/\eta_p \leq 1 \\ 0.3\eta_c^2/(1 + \eta_c^2); & \text{si } \eta_{cp} = \eta_c/\eta_p > 1 \end{cases} \quad (1.30)$$

En las ecs 1.22 y 1.23 los parámetros de frecuencia η_s y η_p se encuentran dados por las ecuaciones

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2H_s} \quad (1.31)$$

$$\eta_p = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \frac{\pi R_c}{2H_s} \quad (1.32)$$

Para el cálculo de la impedancia de torsión del cajón, puede consultarse el procedimiento debido a Gazetas (1991b).

Para analizar cimentaciones con pilotes de fricción, el Apéndice A propone un procedimiento análogo al mencionado para cajones de cimentación. La impedancia de un solo pilote se expresa como:

$$\mathcal{K}_m(\omega) = K_m^0 [k_m(\eta_m) + 2ic_m(\eta_m)] \quad (1.33)$$

Donde K_m^0 es la rigidez estática, mientras que k_m y c_m son los coeficientes de rigidez y amortiguamiento. El coeficiente c_m incluye tanto el amortiguamiento histerético como el de radiación.

Las fórmulas siguientes para determinar la impedancia de un pilote aislado sólo son aplicables al caso en que el pilote puede ser considerado como flexible (Gazetas, 1991a). Esto ocurre si

$$L_p > L_c \quad (1.34)$$

En esta ecuación L_p es la longitud total del pilote y L_c es su longitud activa, que viene dada por

$$L_c = 2d \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.25} \quad (1.35)$$

De forma análoga a las ecs 1.13 y 1.14, la rigidez y amortiguamiento dinámicos de un pilote están dados por

$$\bar{K}_m = K_m^0 k_m \quad (1.36)$$

$$C_m = \frac{2K_m^0 c_m}{\omega} \quad (1.37)$$

La rigidez estática de un pilote para los componentes vertical y horizontal de movimiento se define como

$$K_h^0 = dE_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.21} \quad (1.38)$$

$$K_v^0 = 1.9dE_s \left(\frac{L_p}{d} \right)^{0.67} \quad (1.39)$$

Y para los componentes de cabeceo y acoplamiento (Gazetas, 1991a)

$$K_c^0 = 0.15d^3 E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.75} \quad (1.40)$$

$$K_{hc}^0 = -0.22d^2 E_s \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.5} \quad (1.41)$$

Los coeficientes dinámicos de rigidez y amortiguamiento para un pilote de fricción están dados por (Gazetas, 1991a).

Componente vertical

$$k_h = 1 \quad (1.42)$$

$$c_h = \begin{cases} 0.8\xi_s; & \text{si } \eta \leq \eta_s \\ 0.8\xi_s + 0.175 \left(\frac{E_p}{E_s} \right)^{0.17} \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \quad (1.43)$$

Componente horizontal

$$k_v = \begin{cases} 1; & \text{si } L_p/d < 15 \\ 1 + \sqrt{\eta}; & \text{si } L_p/d \geq 50 \end{cases} \quad (1.44)$$

$$c_h = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta \leq \eta_p \\ \frac{0.413}{1+\nu} \left(\frac{L_p}{d} \right)^{0.33} \left(1 - e^{-(E_p/E_s)(L_p/d)^{-2}} \right) \eta^{0.8}; & \text{si } \eta > \eta_p \end{cases} \quad (1.45)$$

Componente de cabeceo:

$$k_c = 1 \quad (1.46)$$

$$c_c = \begin{cases} 0.25\xi_s; & \text{si } \eta \leq \eta_s \\ 0.25\xi_s + 0.056(E_p/E_s)^{0.2} \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \quad (1.47)$$

Componente de acoplamiento:

$$k_c = 1 \quad (1.48)$$

$$c_c = \begin{cases} 0.5\xi_s; & \text{si } \eta \leq \eta_s \\ 0.5\xi_s + 0.135(E_p/E_s)^{0.16} \eta; & \text{si } \eta > \eta_s \end{cases} \quad (1.49)$$

En las ecs 1.33 a 1.40, $\eta = \frac{\omega d}{V_s}$. Los parámetros adimensionales η_s y η_p son las frecuencias naturales

del estrato en dirección horizontal y vertical, respectivamente. Para frecuencias menores que éstas no existe amortiguamiento por radiación y solo queda el amortiguamiento histerético del suelo. Los parámetros de frecuencia η_s y η_p se definen como:

$$\eta_s = \frac{\pi d}{2H_s} \quad (1.50)$$

$$\eta_p = \frac{3.4\eta_s}{\pi(1-\nu)} \quad (1.51)$$

Una vez que se ha evaluado la impedancia de un pilote aislado, la impedancia del grupo de pilotes en dirección horizontal y de cabeceo se obtiene sumando las contribuciones de los pilotes individuales en la forma siguiente

$$\mathcal{H}_h^G = \sum_n \bar{K}_h^n + i\omega \sum_n C_h^n \quad (1.52)$$

$$\mathcal{H}_c^G = \sum_n (\bar{K}_c^n + \varepsilon^2 \bar{K}_v^n) + i\omega \sum_n (C_c^n + \varepsilon^2 C_v^n) \quad (1.53)$$

Para el componente de torsión puede escribirse

$$\mathcal{H}_{tors}^G = \sum_n r^2 \bar{K}_h^n + i\omega \sum_n r^2 C_v^n \quad (1.54)$$

Donde ε es la distancia desde el eje axial del pilote en consideración, al eje centroidal de rotación; r es la distancia del eje axial del pilote al centroide de la cimentación.

Como puede verse, las ecs 1.43 a 1.45 no contemplan el efecto de grupo de pilotes. En el Apéndice A se menciona que, cuando se analicen grupos de pilotes, es permisible considerar los efectos de grupo por medio de factores de interacción estáticos. Esta puede ser una aproximación aceptable para un análisis a frecuencias muy bajas de excitación; sin embargo, para los análisis usuales de interacción suelo-estructura en ocasiones se requiere del estudio de frecuencias más altas de vibración.

1.4.2. Programa de cómputo Dyna5

El programa comercial Dyna5 (Novak *et al*, 1995) permite calcular la respuesta de distintos tipos de cimentaciones, rígidas o flexibles, ante una gran variedad de cargas dinámicas (maquinaria, sismo, tráfico de vehículos, etc.). El programa puede analizar cajones de cimentación con diferentes grados de enterramiento, losas superficiales y cimentaciones a base de pilotes, proporcionando las funciones de impedancia para cada frecuencia de interés.

Con el programa Dyna5 es posible considerar un suelo homogéneo o bien un suelo formado por capas de distintas propiedades. Esto permite estudiar suelos con variación lineal, parabólica o arbitraria del módulo de elasticidad, de manera que un suelo estratificado real se puede modelar analíticamente.

Cuando se estudia un cajón de cimentación, éste puede considerarse apoyado en un semiespacio homogéneo, en un suelo estratificado o una combinación de ambos. Para un cajón apoyado en un suelo homogéneo, el programa calcula las constantes de rigidez según la solución de Veletsos *et al* (1971), y si además el cajón está enterrado, se recurre a las expresiones de Beredugo y Novak (1972). Si el cajón está sobre un suelo estratificado, el programa usa las expresiones de Kausel y Ushijima (1979).

El programa puede analizar también grupos de pilotes enterrados en suelo homogéneo o estratificado. Para determinar la función de impedancia de un pilote aislado, se utiliza la teoría debida a Novak y Aboul-Ella (1978a,b) y Novak y Howell (1978), que permite obtener las constantes de rigidez y amortiguamiento dinámicas de un pilote enterrado en un suelo formado por capas de distintas propiedades.

El pilote puede ser de punta o de fricción, de sección transversal constante o variable con la profundidad. Las reacciones dinámicas del suelo en las cuales se basa el método tienen una gran precisión para altas frecuencias; sin embargo, tienden a cero para frecuencias bajas, haciendo que la rigidez del pilote se anule para $\omega = 0$. Como este fenómeno no es compatible con la realidad (en condiciones estáticas el pilote posee un determinado valor de rigidez), Novak y Aboul-Ella propusieron una corrección a las reacciones dinámicas para frecuencias bajas de excitación. Ésta consiste en elegir un cierto valor de frecuencia ($\omega r/V_s = 0.3$ para la excitación horizontal y $\omega r/V_s = 0.05$ para excitación vertical) por debajo de la cual la rigidez del suelo se toma como constante y el amortiguamiento se supone que varía linealmente.

Para pilotes de punta, el programa elimina el amortiguamiento por radiación debajo de las frecuencias fundamentales del estrato, dejando únicamente el amortiguamiento histerético del suelo. También puede incluirse una zona débil alrededor del pilote para simular comportamiento no lineal del suelo, efectos de instalación o inhomogeneidad radial; la teoría de zona débil sigue lo establecido por Novak y Sheta (1980).

La interacción entre pilotes se toma en cuenta mediante factores de interacción estáticos y dinámicos, usando el principio de superposición. En el caso estático, los factores de interacción axial corresponden a los de las gráficas de Poulos y Davis (1980), y para la dirección horizontal a El Sharnouby y Novak (1985). Los factores de interacción dinámica provienen de las gráficas de Kaynia y Kausel (1982); el programa interpola y extrapola los valores necesarios que correspondan a los parámetros del problema. Si el usuario elige no considerar los efectos de grupo, la rigidez global se calcula como la suma de las impedancias individuales de todos los pilotes del arreglo, referidos al eje centroidal del grupo. El análisis de grupo se limita a pilotes idénticos en el arreglo, esto es, no pueden estudiarse grupos con más de un tipo diferente de pilote.

Mediante el programa comercial Dyna5 es posible estudiar diferentes modelos del cajón de cimentación y el sistema de pilotes (fig 1.17). El suelo puede considerarse con su estratigrafía real o bien pueden usarse las propiedades asociadas a un manto de suelo homogéneo.

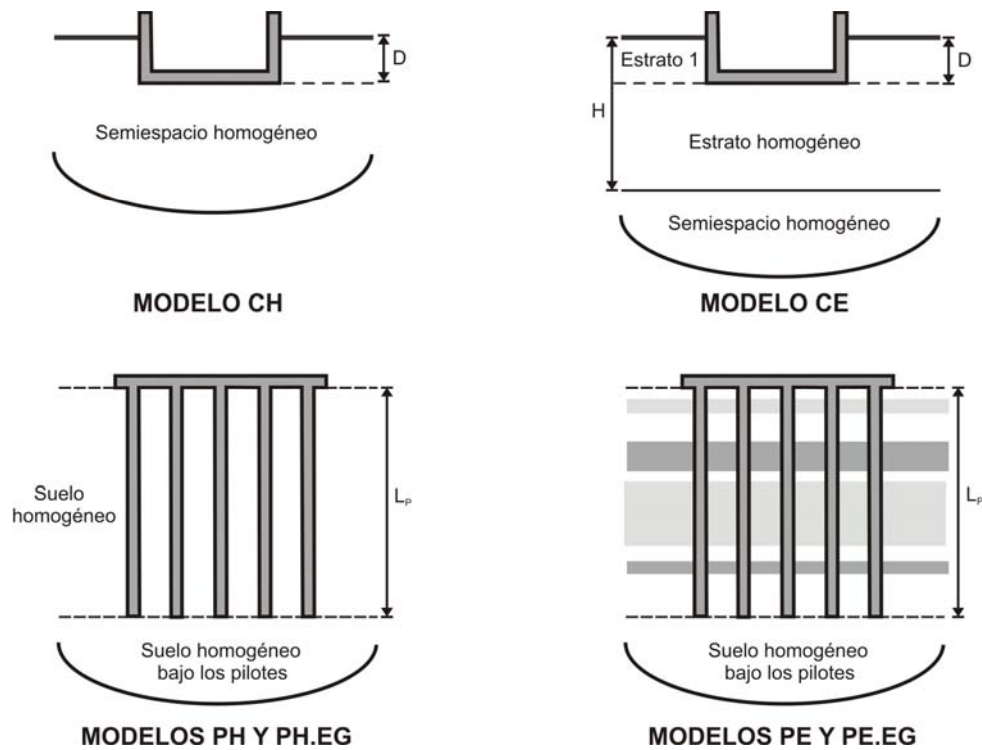


Figura 1.17 Modelos de la cimentación

Las características de los modelos de la cimentación se describen en la tabla 1.1.

Tabla 1.1 Descripción de modelos de cimentación

MODELO	DESCRIPCIÓN
CH	En este modelo se considera el cajón enterrado en un semiespacio homogéneo.
CE	Aquí se modela el cajón como apoyado en un estrato homogéneo. Las propiedades de la capa superficial pueden especificarse separadamente. Subyaciendo al estrato se considera un semiespacio homogéneo.
PH	Consiste en un grupo de pilotes, que se asume perfectamente unido al cajón de cimentación, enterrado en un semiespacio homogéneo. No se consideran los efectos de grupo.
PH.EG	Igual que el modelo PH pero se incluye el análisis de los efectos de grupo.
PE	En este modelo el grupo de pilotes se considera enterrado en un suelo estratificado.
PE.EG	Similar al modelo PE, pero se incluye el análisis de los efectos de grupo.

De acuerdo con lo mencionado en las NTCDS-RCDF (2004) y la propuesta de Kobori *et al* (1991) se plantearon cuatro combinaciones para el estudio de las rigideces de la cimentación, que se definen en la tabla 1.2.

Tabla 1.2 Modelos finales de la cimentación

NOMBRE	COMBINACIÓN	DESCRIPCIÓN
H	CH + PH	Modelos donde se suman la contribución del cajón y los pilotes. El suelo se considera homogéneo.
H.EG	CH + PH.EG	
E	CE + PE	Modelos donde se suman la contribución del cajón y los pilotes. El suelo se considera con la estratigrafía real del sitio.
E.EG	CE + PE.EG	

1.4.3. Método simplificado de Luco

Cuando se estudian los efectos ISE es necesario tener en cuenta que el movimiento de un sistema completo (cimentación y superestructura) no solo es el resultado del desplazamiento y la deformación de la superestructura, sino que también está compuesto por movimientos de traslación y cabeceo de la base.

La metodología propuesta por Luco (1980) permite estudiar el subsistema de la base como un modelo de cinco grados de libertad, cuatro de ellos asociados con la traslación y cabeceo de la base de la estructura en dos direcciones ortogonales, y un quinto que corresponde al movimiento de torsión en la base, como lo muestra la fig 1.17. El método de Luco ha sido aplicado en varios trabajos en los que se estudian los efectos ISE de estructuras instrumentadas (Luco *et al*, 1987; Mendoza *et al*, 1991; Murià Vila *et al*, 2001; Murià Vila *et al*, 2004; Taborda, 2003; Correa, 2005).

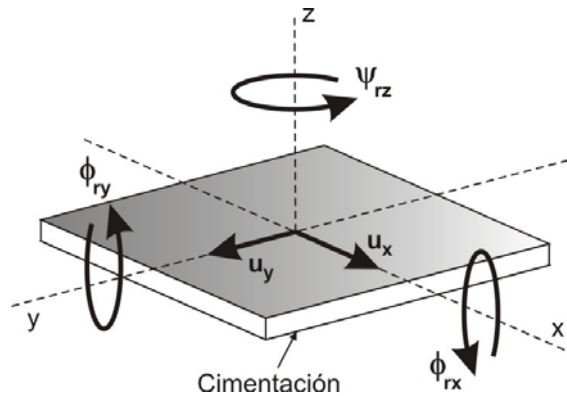


Figura 1.18. Modelo y grados de libertad estudiados para el método de Luco

El método de Luco emplea como datos de entrada señales de aceleración, medidas en puntos seleccionados de la estructura y la cimentación. Mediante un análisis que puede ser en el dominio de la frecuencia o el tiempo, el método se utiliza para determinar la frecuencia fundamental de traslación de la estructura con base empotrada, la de traslación de la base y la de cabeceo de la misma, así como las rigideces equivalentes asociadas a cada uno de estos movimientos. Posteriormente, pueden establecerse relaciones entre las frecuencias de cada componente para estimar la importancia de los efectos ISE. La valoración de los efectos ISE escapa al alcance de este trabajo, y solo se determinarán las rigideces de la cimentación.

Para una cimentación mixta formada por cajón de cimentación y sistema de pilotes, es importante notar que la rigidez que se obtiene con el método de Luco, en cualquier componente de movimiento, engloba tanto la rigidez del cajón de cimentación como la rigidez del sistema de pilotes.

La frecuencia fundamental de traslación (dirección X ó Y) del sistema suelo-estructura está dada por

$$\frac{1}{\bar{f}_1^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_c^2} + \frac{1}{f_h^2} \quad (1.46)$$

Donde

\bar{f}_1	Frecuencia fundamental del sistema determinada experimentalmente.
f_1	frecuencia fundamental de la superestructura suponiendo que ésta se encuentre empotrada en la base
f_c	Frecuencia de cabeceo de la base en la dirección del análisis suponiendo que la superestructura es infinitamente rígida.
f_h	Frecuencia de traslación de la base en la dirección del análisis suponiendo que la superestructura es infinitamente rígida

Las frecuencias de cabeceo y traslación de la base pueden evaluarse de manera aproximada en la forma siguiente:

$$f_c = \bar{f}_1 \left(\gamma_1 \frac{H\Phi_{ri}}{X_T^{az}} \right) \quad (1.47)$$

$$f_h = \bar{f}_1 \left(\beta_1 \frac{X_T^b}{X_T^{az}} \right) \quad (1.48)$$

Donde

Φ_{ri}	Amplitud espectral de la respuesta de giro por cabeceo de la base alrededor del eje i, asociada a la frecuencia fundamental del sistema.
H	Altura medida desde el sótano hasta la azotea
X_T^{az}	Amplitud espectral de la respuesta total medida en la azotea asociada a la frecuencia fundamental del sistema
X_T^b	Amplitud espectral de la respuesta total medida en el sótano asociada a la frecuencia fundamental del sistema

Los valores γ_1 y β_1 son conocidos como parámetros modales que corresponden al primer modo de la estructura considerando su base empotrada, y se obtienen como:

$$\beta_1 = \frac{1}{M_1} \{\phi_1\}^T [M] \{1\} \quad (1.49)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{HM_1} \{\phi_1\}^T [M] \{h\} \quad (1.50)$$

Donde

$[M]$	Matriz de masas de la estructura
M_1	Masa modal asociada al primer modo de la estructura cuando esta se supone con base empotrada
$\{\phi_1\}$	Vector que define la forma del primer modo de vibrar de la estructura (normalizada con respecto a la azotea) cuando esta se supone con base empotrada.
$\{h\}$	Vector que contiene las alturas de cada nivel de la estructura con respecto a la base.

En el método de Luco se propone que las rigideces de traslación horizontal y cabeceo de la base se calculen en la siguiente manera:

$$K_h = \beta_1^2 M_1 (2\pi f_h)^2 \quad (1.51)$$

$$K_c = \gamma_1^2 M_1 H^2 (2\pi f_c)^2 \quad (1.52)$$

En el caso del componente de torsión, también es posible expresar a la frecuencia fundamental de torsión como una combinación de las frecuencias de giro de la base y de giro de la superestructura con base empotrada:

$$\frac{1}{\bar{f}_{1r}^2} = \frac{1}{f_{1r}^2} + \frac{1}{f_r^2} \quad (1.53)$$

Donde

\bar{f}_{1r}	Frecuencia fundamental de giro del sistema, determinada experimentalmente
f_{1r}	Frecuencia fundamental de giro de la superestructura con base empotrada
f_r	Frecuencia de giro de la base sobre su mismo plano

La frecuencia de torsión de la base, f_r , se define como

$$f_r = \bar{f}_{1r} \left(\beta_1 \frac{\Phi_{rV}^b}{\Phi_{rV}^{az}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.54)$$

Donde

Φ_{rV}^b	Amplitud espectral de la respuesta de giro por torsión medida en la base
Φ_{rV}^{az}	Amplitud espectral de la respuesta de giro por torsión medida en la azotea

El parámetro β_1 se evalúa como

$$\beta_1 = \frac{1}{I_1} \{ \phi_{1r} \}^T [I] \{ 1 \} \quad (1.55)$$

Donde

ϕ_{1r}	Vector de la forma modal asociada a la frecuencia fundamental de giro por torsión de la estructura con base empotrada
I_1	Masa modal rotacional correspondiente al modo fundamental de giro por torsión de la estructura con base empotrada

Finalmente, la rigidez de giro por torsión se calcula de la manera siguiente:

$$K_r = \beta_1^2 I_1 (2\pi f_{1r})^2 \quad (1.56)$$

CAPÍTULO 2

MÉTODO SIMPLIFICADO DE DOBRY-GAZETAS

2.1. PLANTEAMIENTO

El método simplificado propuesto por Dobry y Gazetas (1988) se basa en la solución que gobierna la propagación de ondas desde una superficie cilíndrica. Mediante algunas simplificaciones, dicha solución se usa para generar factores de interacción entre pilotes que dependen de la frecuencia de excitación, ciertas propiedades del suelo y la relación de espaciamiento S/d , donde S y d son la separación y el diámetro de los pilotes, respectivamente. Usando los factores de interacción así obtenidos, la impedancia calculada para un solo pilote del grupo, y el principio de superposición, puede estimarse la impedancia del arreglo completo considerando los efectos de grupo. Los componentes del movimiento considerados son la dirección vertical, horizontal, cabeceo y torsión.

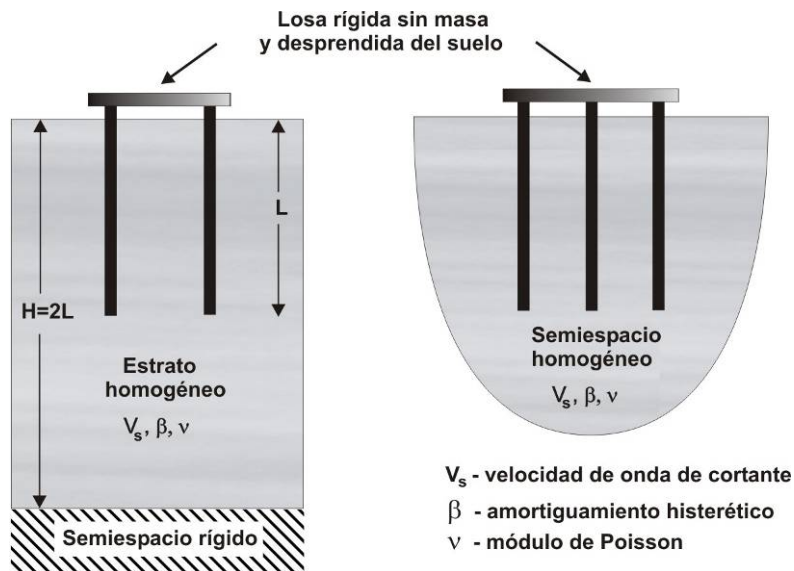


Figura 2.1 Perfiles de suelo analizados (Dobry y Gazetas, 1988)

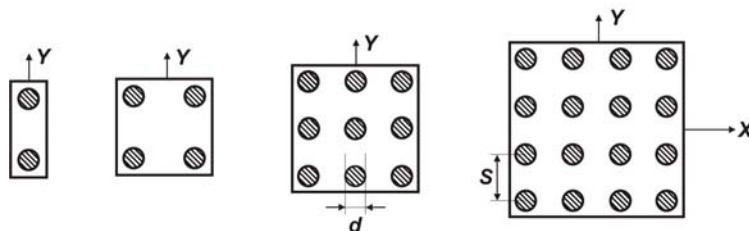


Figura 2.2 Grupos de pilotes considerados (Dobry y Gazetas, 1988)

Los pilotes se consideran enterrados en un estrato uniforme o bien en un semiespacio homogéneo, como se muestra en la fig 2.1. El sistema se encuentra sometido a una excitación armónica, aplicada en

la losa o elemento rígido que une los cabezales de los pilotes. En la fig 2.2 pueden verse los grupos de pilotes que se estudian en este trabajo y el sistema de referencia utilizado.

Las propiedades del suelo se suponen constantes en toda la profundidad. En su forma original, el método se aplica solamente a suelos con módulo de elasticidad E_s uniforme. La geometría de los pilotes está limitada en principio a secciones transversales circulares. Sin embargo, si se elige un diámetro equivalente, el método puede aplicarse en forma aproximada a secciones rectangulares huecas, macizas, en sección H o compuestas (Gazetas *et al*, 1990).

2.1.1. Suposiciones fundamentales del método

Para aplicar el método simplificado es necesario hacer algunas consideraciones básicas:

- Se considera válido el uso del principio de superposición
- Se desprecian las dimensiones transversales de los pilotes, y se considera sólo su eje axial
- Se supone que las ondas cilíndricas emanan simultáneamente de todos los puntos a lo largo del pilote, y se propagan únicamente en dirección horizontal.

El principio de superposición originalmente se desarrolló para el análisis de grupos de pilotes bajo carga estática. Con este enfoque, se analizan dos pilotes a la vez (el efecto que induce el pilote “activo” en el pilote “pasivo”), ignorando los efectos que los demás puedan tener en la interacción de los dos pilotes considerados. Esto debido a que se asume que la longitud de las ondas que generan los pilotes que interactúan es lo suficientemente amplia para no afectar a los pilotes intermedios, es decir, la longitud de onda es sensiblemente mayor a la separación entre los pilotes.

Para analizar la validez de esta suposición, consideremos la longitud de las ondas que puede generar un pilote bajo excitación armónica en el intervalo de frecuencias de interés $0 \leq a_0 \leq 1$, con $a_0 = \omega d / V_s$. Para el límite superior de este intervalo, la frecuencia circular máxima viene dada por

$$\omega_{\text{máx}} = \frac{V_s}{d} \quad (2.1)$$

Mientras que la longitud de onda se calcula como

$$\lambda = \frac{2\pi V_s}{\omega} \quad (2.2)$$

Sustituyendo la ec 2.1 en 2.2, con $\omega = \omega_{\text{máx}}$, tenemos la longitud de onda mínima en el intervalo de frecuencias considerado

$$\lambda_{\text{mín}} = 2\pi d \approx 6d \quad (2.3)$$

La ec 2.3 implica que para cualquier frecuencia adimensional $a_0 < 1$, las longitudes de onda son siempre mayores que $6d$. Debe tenerse en cuenta que en un grupo con un número grande de pilotes, la interacción entre dos pilotes distantes se ve inevitablemente reducida por la dispersión de las ondas ocasionada por los pilotes intermedios (Dobry y Gazetas, 1988), sin embargo, se considera que el principio de superposición constituye una buena aproximación al problema (Kaynia y Kausel, 1982).

Otra suposición importante consiste en estimar los efectos de interacción en el pilote pasivo con respecto a su eje axial, sin tomar en cuenta sus dimensiones. La consideración de partida es que las longitudes de las ondas producidas por los pilotes sometidos a vibración son mucho mayores que el diámetro de los mismos, como lo indica la ec 2.3, especialmente a bajas frecuencias (por ejemplo,

$\lambda[a_0 = 0.1] \approx 63d$). Con buena aproximación, puede suponerse que los desplazamientos dinámicos inducidos por el pilote activo, a una cierta profundidad, golpean todo el perímetro del pilote pasivo con un movimiento que tiene esencialmente la misma fase y magnitud, y por simplicidad puede tomarse como deformación promedio la existente en el eje axial del pilote.

Las oscilaciones generadas por un pilote se asumen como ondas cilíndricas, concéntricas a su eje axial, que se propagan sólo en dirección horizontal. La amplitud de las oscilaciones en el pilote activo es generalmente una función decreciente de la profundidad, y es semejante a la deformación que experimentaría el pilote bajo la excitación de interés, si se le considerara individualmente.

La suposición crucial del método simplificado consiste en suponer que las ondas cilíndricas emanan simultáneamente de todos los puntos a lo largo del pilote. Esto implica que, para un suelo homogéneo, las oscilaciones se alejan del pilote activo formando un frente de ondas con el mismo ángulo de fase y que conserva el mismo perfil de desplazamiento mientras se propaga por el medio. De esta forma, cuando la oscilación alcanza al pilote pasivo, puede suponerse que todas las ondas incidentes tienen un ángulo de fase similar.

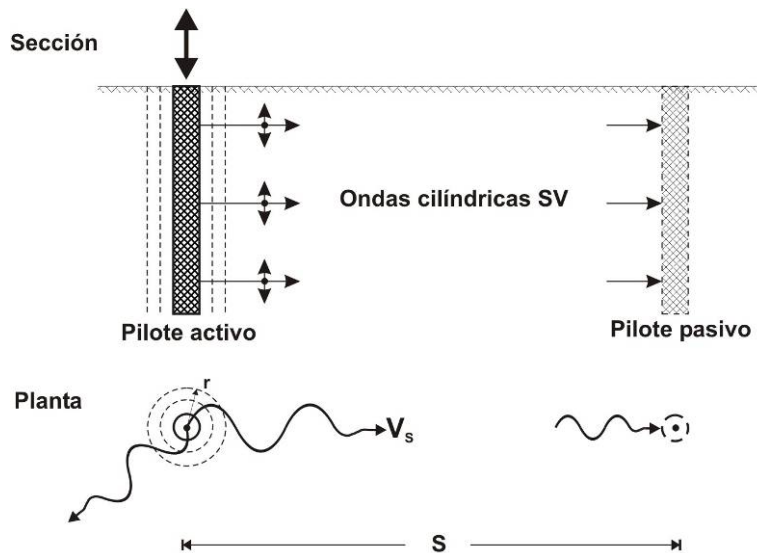


Figura 2.2 Propagación horizontal y simultánea de las ondas cilíndricas desde el pilote activo hasta el pilote pasivo.

Considerar la emisión simultánea de ondas es una aproximación muy realista en el caso de la vibración vertical, donde la rigidez axial de los pilotes es significativa y los desplazamientos del pilote son producidos básicamente por movimientos de cuerpo rígido (fig 2.2). Gazetas y Makris (1991) presentaron evidencia analítica en favor de esta consideración. Ellos estudiaron dos tipos de pilotes: pilotes rígidos ($L/d < 10$, $E_p/E_s > 8000$), y pilotes flexibles ($L/d = 20$, $E_p/E_s = 1000$). Un estudio riguroso de elementos finitos mostró que, bajo excitación vertical, las ondas originadas en el cabezal del pilote se propagan hacia la parte inferior con una velocidad muy alta (casi infinita en pilotes robustos) y, en consecuencia, puede considerarse que todos los puntos a lo largo del pilote se mueven esencialmente en fase con un error máximo del orden de 5% (en pilotes esbeltos). Adicionalmente, tanto para pilotes robustos y flexibles en vibración vertical, el análisis riguroso mostró que la magnitud de los desplazamientos es casi constante en toda la longitud del pilote (fig 2.3).

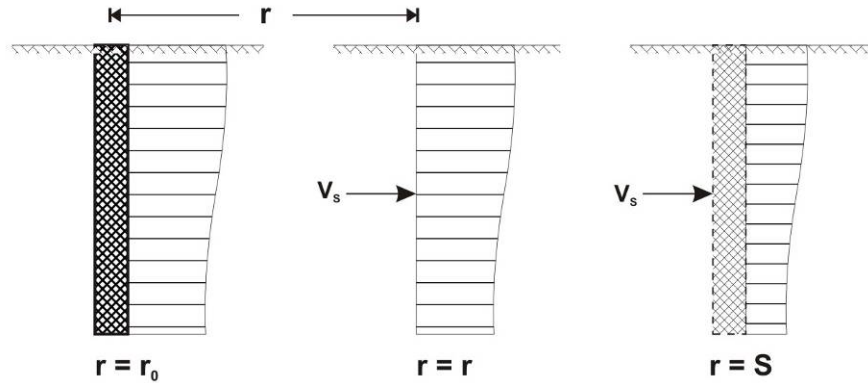


Figura 2.3 Desplazamientos del frente de ondas originado por excitación vertical.

Sin embargo, para vibración lateral, las ondas que se propagan desde el cabezal hasta la punta del pilote no tienen una velocidad tan alta como cuando se considera vibración vertical, y pueden existir diferencias muy importantes de los ángulos de fase (hasta 90°) en distintos puntos del pilote. Además, bajo carga lateral, el pilote no se deforma en toda su longitud, sino que las deflexiones y esfuerzos son relevantes solamente en la porción superior conocida como “longitud activa”, como se ilustra en la fig 2.4. Esto implica que, de acuerdo al método simplificado, asumir un frente de ondas con el mismo ángulo de fase y una amplitud de desplazamientos constante en toda la longitud del pilote, podría conducir a una estimación inexacta del efecto de interacción entre el pilote activo y el pilote pasivo cuando no se considera en forma realista la interacción pilote-suelo, como lo determinaron Makris y Gazetas (1992).

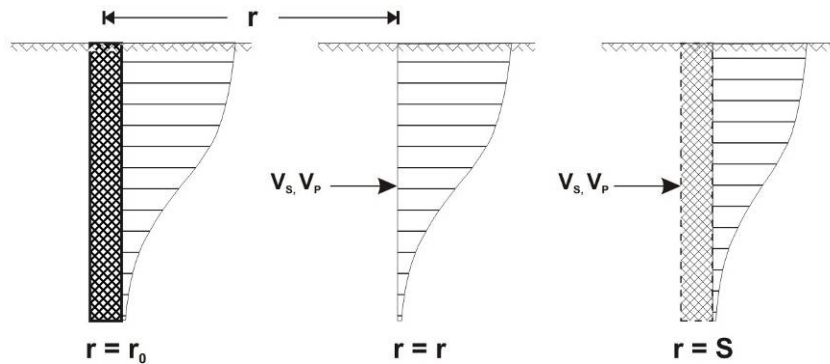


Figura 2.4 Desplazamientos del frente de ondas originado por excitación lateral

2.1.2. Principio de superposición

El análisis de un grupo de pilotes mediante factores de interacción se basa en el estudio de dos pilotes para calcular la influencia que tiene el movimiento de uno (activo) sobre el otro (pasivo). Posteriormente, mediante el principio de superposición, es posible sumar los efectos debidos a los pilotes restantes del grupo. Es conveniente presentar un ejemplo que permita comprender mejor el mecanismo de análisis.

Consideremos dos pilotes, i y j , conectados a una losa rígida que asegure la compatibilidad de deformaciones y sometidos a excitación vertical. Los desplazamientos verticales que pueden experimentar los pilotes i y j , por el efecto de interacción entre ellos, se definen como

- z_{ii} Desplazamiento vertical en la cabeza del pilote i debida a una fuerza unitaria aplicada en la cabeza del pilote i .
- z_{ij} Desplazamiento vertical en la cabeza del pilote i debida a una fuerza unitaria aplicada en la cabeza del pilote j
- z_{ji} Desplazamiento vertical en la cabeza del pilote j debida a una fuerza unitaria aplicada en la cabeza del pilote i
- z_{jj} Desplazamiento vertical en la cabeza del pilote j debida a una fuerza unitaria aplicada en la cabeza del pilote j .

Con base en las relaciones anteriores, podemos expresar el coeficiente de interacción dinámico entre los pilotes i y j , como la deformación adicional que induce la vibración del pilote j (activo) en el pilote i (pasivo), lo cual se escribe de la siguiente forma

$$\alpha_{ij} = \frac{z_{ij}}{z_{ii}} \quad (2.4)$$

El recíproco de la ec 2.4, entre los pilotes i y j , se expresa como

$$\alpha_{ji} = \frac{z_{ji}}{z_{ii}} \quad (2.5)$$

Los efectos de la vibración de un pilote en sí mismo vienen dados por

$$\alpha_{ii} = \frac{z_{ii}}{z_{ii}} = 1 \quad (2.6)$$

$$\alpha_{jj} = \frac{z_{jj}}{z_{jj}} = 1 \quad (2.7)$$

Llamemos P a la fuerza vertical total aplicada a la cubierta rígida. Si P_i es la fuerza que toma el pilote i y P_j es la fuerza correspondiente al pilote j , se tiene

$$P = P_i + P_j \quad (2.8)$$

En un sistema de dos pilotes como el descrito, el desplazamiento total que experimenta el pilote i estará compuesto por una deformación ocasionada por su propio movimiento y una deformación adicional que le induce el movimiento del pilote j . Lo mismo es aplicable para el caso del movimiento total del pilote j . Escribimos las dos ecuaciones que gobiernan el desplazamiento total de los pilotes i y j considerando los efectos de interacción entre ellos de la siguiente forma

$$\begin{aligned} z_i &= z_{ii}P_i + z_{ij}P_j \\ z_j &= z_{ji}P_i + z_{jj}P_j \end{aligned} \quad (2.9)$$

Donde

- z_i Desplazamiento total del pilote i
- z_j Desplazamiento total del pilote j

Para expresar los desplazamientos totales en función de los coeficientes de interacción, sustituimos las ecs 2.4 a 2.7 en la ec 2.9,

$$\begin{aligned} z_i &= z_{ii} (\alpha_{ii} P_i + \alpha_{ij} P_j) \\ z_j &= z_{jj} (\alpha_{ji} P_i + \alpha_{jj} P_j) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Las deformaciones z_{ii} y z_{jj} son debidas, según su definición, a fuerzas unitarias en los cabezales de los pilotes i y j . Si \mathcal{K}_z^i es la impedancia vertical del pilote i y \mathcal{K}_z^j la impedancia vertical del pilote j , puede escribirse

$$\begin{aligned} z_{ii} &= \frac{1}{\mathcal{K}_z^i} \\ z_{jj} &= \frac{1}{\mathcal{K}_z^j} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sustituyendo las ecs 2.11 en la ec 2.10, se tiene que

$$\begin{aligned} z_i &= \frac{1}{\mathcal{K}_z^i} (P_i + \alpha_{ij} P_j) \\ z_j &= \frac{1}{\mathcal{K}_z^j} (\alpha_{ji} P_i + P_j) \end{aligned} \quad (2.12)$$

En forma matricial, la ec 2.12 se escribe

$$\begin{Bmatrix} z_i \\ z_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\mathcal{K}_z^i & 0 \\ 0 & 1/\mathcal{K}_z^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_i \\ P_j \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Es importante recordar en este punto la definición de la impedancia global de un grupo de pilotes. La impedancia global es la relación en estado estacionario entre la fuerza total aplicada al grupo de pilotes (fuerza axial, cortante horizontal o momento) y el movimiento que experimenta la cubierta rígida (desplazamiento vertical, desplazamiento horizontal o rotación). En dirección vertical, la impedancia global de un arreglo de pilotes puede expresarse como

$$\mathcal{K}_z^G = \frac{P^G}{z^G} \quad (2.14)$$

Haciendo una analogía con el concepto tradicional de rigidez, la impedancia se define asimismo como la fuerza necesaria para producir un desplazamiento unitario en el grado de libertad considerado del grupo de pilotes. Si se hace $z^G = 1$ en la ec 2.14, la impedancia se calcula directamente como la fuerza global aplicada al arreglo de pilotes

$$\mathcal{K}_z^G (z^G = 1) = P^G \quad (2.15)$$

Con lo que, para un desplazamiento global unitario, el problema se reduce a calcular la fuerza global aplicada al grupo, que será igual a la suma de todas las fuerzas individuales en los pilotes del arreglo. Para ello, es conveniente despejar el vector de fuerzas en la ec 2.13,

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ P_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathcal{K}_z^i & 0 \\ 0 & \mathcal{K}_z^j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_i \\ z_j \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Debido a que la losa rígida asegura la compatibilidad de deformaciones, cada pilote experimentará un desplazamiento vertical igual al desplazamiento global unitario. Esto se expresa como

$$z_i = z_j = z^G = 1 \quad (2.17)$$

Sustituyendo la ec 2.17 en 2.16, se tiene

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ P_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_z^i \\ \mathcal{H}_z^j \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Considerando que en la mayoría de los casos se usan pilotes idénticos en un grupo, la ec 2.18 puede simplificarse, considerando un solo tipo de pilote representativo. Si llamamos \mathcal{H}_z^S a la impedancia axial de dicho pilote equivalente, la ec 2.18 se vuelve

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ P_j \end{Bmatrix} = \mathcal{H}_z^S \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{ij} \\ \alpha_{ji} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Las fuerzas individuales en cada pilote pueden determinarse al evaluar numéricamente la ec 2.19. La impedancia axial del grupo de pilotes se calcula como la suma de las fuerzas verticales en los pilotes del arreglo. Así, se tiene

$$\mathcal{H}^G (z^G = 1) = P^G = P_i + P_j \quad (2.20)$$

2.1.3. Factores de interacción

2.1.3.1. Factor de interacción vertical

Dobry y Gazetas (1988) propusieron factores de interacción simplificados que pueden calcularse analíticamente. Estos factores se encuentran en función de la frecuencia de excitación, la relación de espaciamiento del grupo y las propiedades del suelo. El desarrollo matemático para la obtención del factor de interacción vertical puede consultarse en el Anexo A.

El factor de interacción vertical α_v entre dos pilotes tiene la forma siguiente:

$$\alpha_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{S}{d} \right)^{-1/2} \exp \left(-\frac{\beta \omega S}{V_s} \right) \exp \left(-\frac{i \omega S}{V_s} \right) \quad (2.21)$$

Donde

d	Diámetro del pilote activo
S	Distancia del eje del pilote activo al eje del pilote pasivo
V_s	Velocidad de onda de cortante en el medio homogéneo
β	Amortiguamiento histerético del suelo
ω	Frecuencia circular de excitación
i	Unidad imaginaria, $i = \sqrt{-1}$

La amplitud del coeficiente de interacción varía en relación inversa a la relación de espaciamiento S/d (figs 2.5 y 2.6). Esto se corresponde bien con la percepción intuitiva de que para pilotes alejados, la interacción entre ellos debe ser pequeña, y los efectos de interacción serán mayores para pilotes cercanos entre sí. El amortiguamiento histerético también es inversamente proporcional a la amplitud del coeficiente de interacción, pero debe advertirse que al estar multiplicado por la frecuencia circular de excitación, su efecto sobre la amplitud crece a altas frecuencias, y se reduce cuando se analizan frecuencias bajas (figs 2.7 y 2.8).

Por otro lado, la variación con la frecuencia del coeficiente de interacción, dada por el último término de la ec 2.21, es función de la frecuencia circular de excitación, la separación entre pilotes y la velocidad de onda de cortante en el suelo.

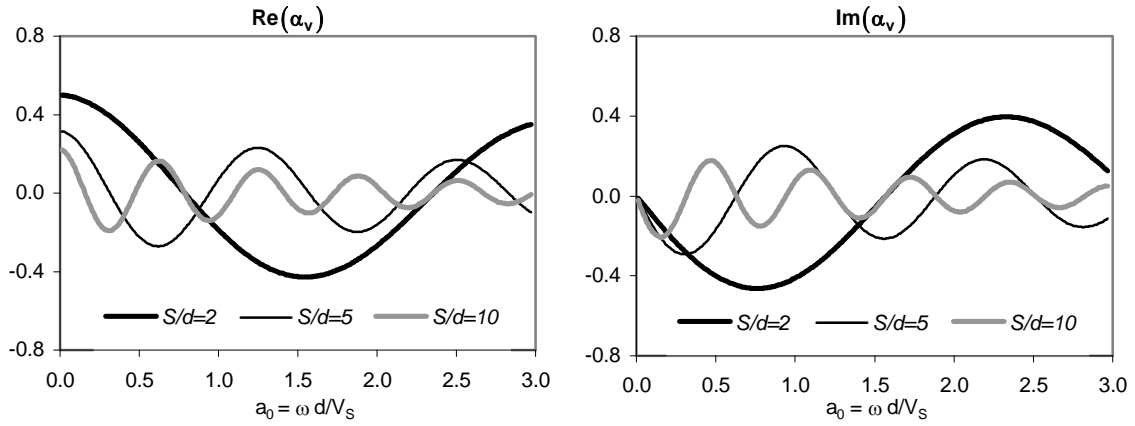


Figura 2.5 Parte real e imaginaria del factor de interacción vertical para distintas relaciones de espaciamiento S/d ($\beta = 0.05$).

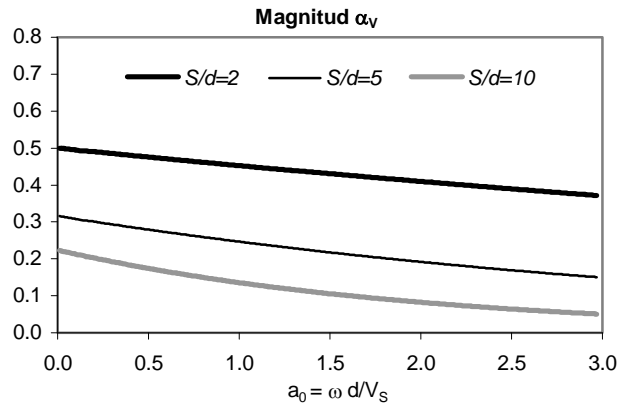


Figura 2.6 Magnitud del factor de interacción vertical para distintas relaciones de espaciamiento S/d ($\beta = 0.05$)

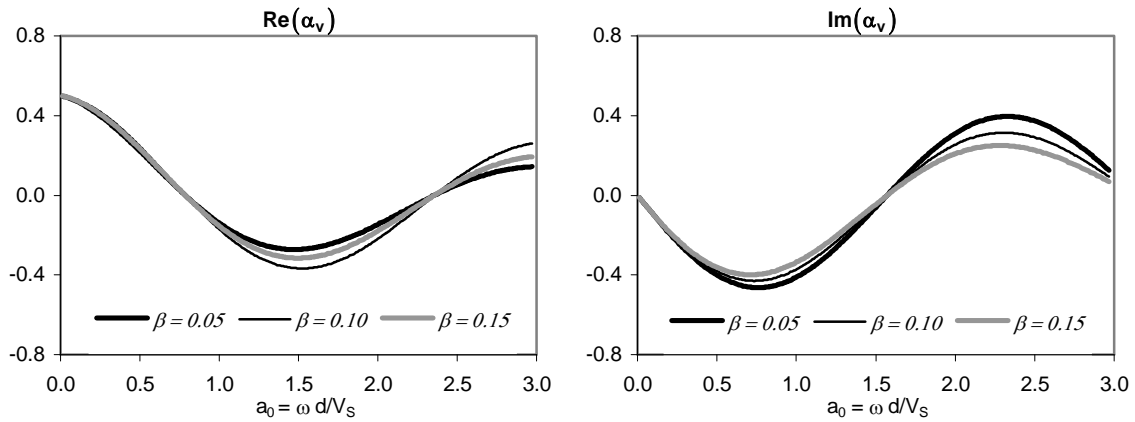


Figura 2.7 Variación con el amortiguamiento de la parte real e imaginaria del factor de interacción vertical ($S/d = 2$)

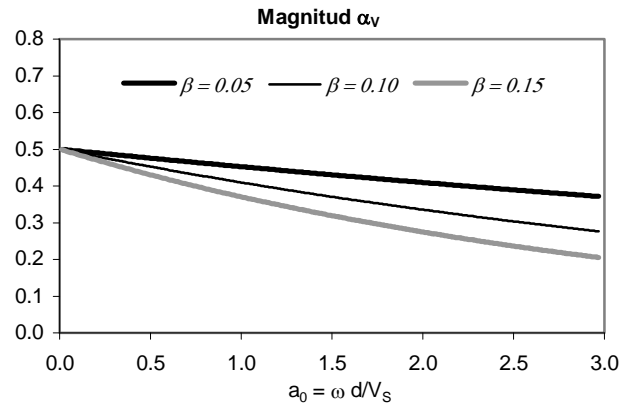


Figura 2.8 Variación con el amortiguamiento de la amplitud del factor de interacción vertical ($S/d=2$)

2.1.3.2. Factor de interacción horizontal

Cuando un pilote es sometido a excitación lateral, se generan ondas de cortante S y ondas de cuerpo P simultáneamente, que viajan en todas direcciones alejándose del pilote activo. En la dirección de la fuerza aplicada, las ondas son predominantemente ondas de cuerpo, mientras que las ondas de cortante se propagan esencialmente en dirección perpendicular a la excitación. El coeficiente de interacción horizontal dependerá entonces, para una frecuencia dada, no solo de la relación de espaciamiento entre los pilotes y las propiedades del suelo, sino del ángulo que forman la línea entre los dos pilotes considerados y la dirección de la fuerza horizontal aplicada (Dobry y Gazetas, 1988).

La formulación rigurosa del fenómeno de la dispersión de ondas S y P requiere de modelos matemáticos complicados, basados en las leyes de propagación de ondas en tres dimensiones. Por tal motivo, se han planteado modelos simplificados que puedan reproducir aceptablemente el comportamiento real del fenómeno, como el modelo de Novak *et al* (1978) y el de Gazetas y Dobry (1984).

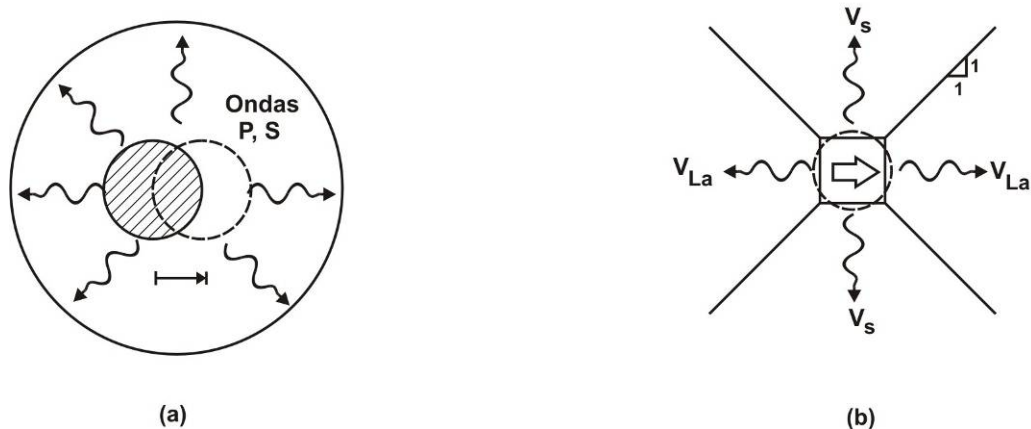


Figura 2.9 Modelos simplificados para un pilote sometido a la excitación horizontal: (a) Modelo de Novak *et al* (1978); (b) Modelo de Gazetas y Dobry (1984).

Dobry y Gazetas (1988) usaron el modelo de la fig 2.9b para representar la propagación de ondas horizontales. Como puede observarse en dicha figura, en el modelo de Gazetas y Dobry para vibración lateral se usa la velocidad de onda de cortante V_s cuando se considera la dirección perpendicular a la

excitación, y en dirección paralela a la fuerza aplicada se usa la velocidad análoga de Lysmer V_{La} , que se define como

$$V_{La} = \frac{3.4}{\pi(1-\nu)} V_s \quad (2.22)$$

Donde ν es el módulo de Poisson del suelo.

El uso de la velocidad análoga de Lysmer en vez de la velocidad de onda de cuerpo, V_p , se origina de investigaciones analíticas que demuestran que únicamente podría usarse V_p bajo condiciones ideales, esto es, si no existieran deformaciones perpendiculares a la dirección de propagación de las ondas P. Claramente, al estudiar y analizar suelos reales, esta no es una condición que se cumpla, ya que el suelo nunca es perfectamente elástico y se acepta que existe un cierto grado de deformación lateral al propagarse las ondas de cuerpo. En consecuencia, se ha elegido una velocidad ficticia, la velocidad análoga de Lysmer, que concuerda de forma más realista con las observaciones experimentales.

Otra desventaja en el uso de la velocidad de onda V_p es su gran sensibilidad con el módulo de Poisson del suelo, ya que si $\nu \rightarrow 0.5$, $V_p \rightarrow \infty$, como se observa en la ecuación que define la velocidad de la onda P

$$V_p = V_s \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}} \quad (2.23)$$

En tanto que la velocidad análoga de Lysmer no tiene una dependencia tan fuerte con el módulo de Poisson, puesto que si $\nu = 0.5$, $V_{La} = 2.165V_s$.

El valor del coeficiente de interacción horizontal depende del ángulo θ que forman los pilotes activo y pasivo, en relación a la dirección de la fuerza de excitación. Esto debido que la combinación de velocidades de onda depende de θ , como se muestra en la fig 2.10.

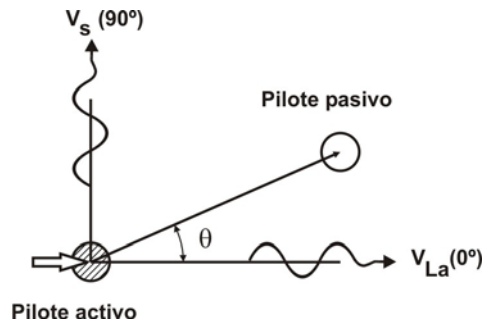


Figura 2.10 Ángulo entre los pilotes activo y pasivo para excitación lateral

Para un ángulo de 90° respecto de la fuerza de excitación, el coeficiente de interacción lateral es similar al obtenido para vibración vertical

$$\alpha_h(90^\circ) = \alpha_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{S}{d} \right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\beta\omega S}{V_s}\right) \exp\left(-\frac{i\omega S}{V_s}\right) \quad (2.24)$$

Mientras que para la dirección paralela a la excitación (0°), la velocidad de onda usada en la ec 2.24 es

la correspondiente a la velocidad análoga de Lysmer. En consecuencia, tenemos

$$\alpha_h(0^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{S}{d} \right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\beta\omega S}{V_{La}} \right) \exp\left(-\frac{i\omega S}{V_{La}} \right) \quad (2.25)$$

Kaynia y Kausel (1982) mostraron que puede calcularse con buena aproximación el coeficiente de interacción lateral para un ángulo arbitrario θ , si se calculan los factores de interacción para 0 y 90° y se combinan ambos en la forma siguiente

$$\alpha_h(\theta) = \alpha_h(0^\circ) \cos^2 \theta + \alpha_h(90^\circ) \sin^2 \theta \quad (2.26)$$

2.1.3.3. Factor de interacción de cabeceo

Cuando a un grupo de pilotes unidos por una losa rígida se le somete a un giro, los pilotes experimentan deformaciones de tipo axial y rotacional (fig 2.11). Se ha encontrado que las ondas que se originan debido a la deformación rotacional tienen un campo de propagación muy débil, atenuándose muy pronto a una distancia de pocos diámetros a partir del eje del pilote generador (Dobry y Gazetas, 1988). En consecuencia, la interacción entre dos pilotes debida a deformación rotacional es muy pequeña y podemos considerarla aproximadamente igual a cero; sin embargo, en grupos de pilotes poco espaciados, la deformación rotacional debería considerarse a fin de realizar un análisis más realista.

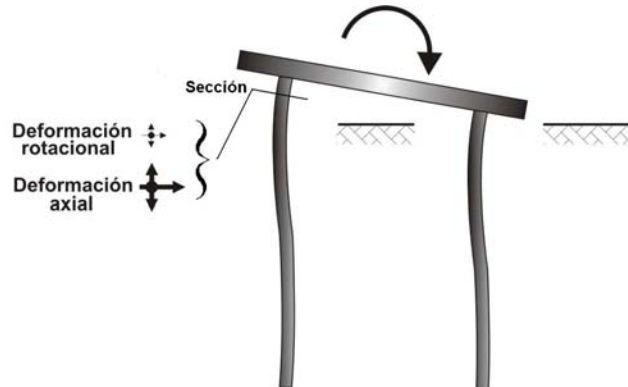


Figura 2.11 Magnitud esquemática de las deformaciones rotacional y axial en la sección de un pilote, en un grupo sometido a un giro.

Debido a esto, en el modo de cabeceo, cuando se establece la relación de deformaciones entre los pilotes i (pasivo) y j (activo), sólo se considera la influencia de las deformaciones axiales del pilote j sobre el pilote i (ec 2.21), despreciando el efecto de la deformación rotacional del pilote j .

2.1.3.4. Factor de interacción de torsión

Dado que Dobry y Gazetas (1988) no proporcionaron factores de interacción para el componente de torsión, fue necesario estudiar este componente de movimiento analizando las deformaciones (torsionales y laterales) que se producen en los pilotes cuando al grupo se le somete a un giro alrededor de su eje axial. En general, la deformación lateral es más importante que la deformación torsional, que es relevante sólo para pilotes cercanos al centro de torsión del grupo o cuando se tiene un pilote aislado (Novak y Howell, 1977). Debido a esto, se considerará despreciable la interacción por deformación

torsional, mientras que los efectos de grupo debidos a deformación lateral se determinarán mediante los factores de interacción horizontales, dados por las ecs 2.24, 2.25 y 2.27.

2.2. OBTENCIÓN DE LAS IMPEDANCIAS DE GRUPO

2.2.1. Impedancia axial

La ecuación que define la impedancia axial de un grupo de pilotes es

$$\mathcal{H}_z^G = \frac{P^G}{w^G} \quad (2.27)$$

Donde

\mathcal{H}_z^G	Impedancia axial del grupo de pilotes
P^G	Fuerza total aplicada al grupo de pilotes en dirección vertical
z^G	Desplazamiento de la losa rígida en dirección vertical

Consideremos un grupo de n pilotes de fricción, conectados en sus cabezas a un elemento rígido, con una ubicación geométrica arbitraria. Como se ha indicado anteriormente, introduciremos una simplificación en el problema al considerar que existe un solo tipo de pilote en el arreglo.

La ecuación que gobierna el desplazamiento vertical de los n pilotes puede obtenerse al desarrollar la ec 2.10, esto es

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{11}P_1 + z_{12}P_2 + \dots + z_{1n}P_n \\ z_2 &= z_{21}P_1 + z_{22}P_2 + \dots + z_{2n}P_n \\ &\vdots \\ z_n &= z_{n1}P_1 + z_{n2}P_2 + \dots + z_{nn}P_n \end{aligned} \quad (2.28)$$

Introduciendo los factores de interacción verticales, las ecs 2.28 se vuelven

$$\begin{aligned} z_1 &= z_{11} \left(P_1 + \alpha_{v(1,2)}P_2 + \dots + \alpha_{v(1,n)}P_n \right) \\ z_2 &= z_{22} \left(\alpha_{v(2,1)}P_1 + P_2 + \dots + \alpha_{v(2,n)}P_n \right) \\ &\vdots \\ z_n &= z_{nn} \left(\alpha_{v(n,1)}P_1 + \alpha_{v(n,2)}P_2 + \dots + P_n \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Los pilotes se asumen iguales entre sí y con la misma rigidez. Haciendo

$$z_{ii} = \frac{1}{\mathcal{H}_z^S} \quad (2.30)$$

Donde \mathcal{H}_z^S es la impedancia axial de un solo pilote. Sustituyendo la ec 2.30 en la ec 2.29, podemos expresar dichas relaciones en forma matricial como

$$\begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mathcal{H}_z^S} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{v(1,2)} & \cdots & \alpha_{v(1,n)} \\ \alpha_{v(2,1)} & 1 & \cdots & \alpha_{v(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{v(n,1)} & \alpha_{v(n,2)} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Por la losa rígida, los desplazamientos individuales de cada pilote en dirección vertical son idénticos e iguales al desplazamiento global. En este caso, para calcular directamente la impedancia, dicho desplazamiento global se toma unitario. Así, se tiene

$$z_1 = z_2 = \dots = z_n = z^G = 1 \quad (2.32)$$

Sustituyendo la ec 2.32 en la ec 2.31, y despejando las fuerzas en función de los coeficientes de interacción verticales y la impedancia de un solo pilote

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} = \mathcal{H}_z^S \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{v(1,2)} & \cdots & \alpha_{v(1,n)} \\ \alpha_{v(2,1)} & 1 & \cdots & \alpha_{v(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{v(n,1)} & \alpha_{v(n,2)} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

Una vez determinadas las fuerzas axiales que corresponden a cada pilote al evaluar numéricamente la ec 2.33, usamos la ec 2.20 para calcular la impedancia axial del grupo

$$\mathcal{H}_z^G (z^G=1) = \sum_{i=1}^n P_i \quad (2.34)$$

2.2.2. Impedancia lateral

La impedancia lateral de un grupo de pilotes, en la dirección del eje x , se encuentra dada por la siguiente expresión

$$\mathcal{H}_x^G = \frac{V^G}{u^G} \quad (2.35)$$

Donde

- \mathcal{H}_x^G Impedancia lateral del grupo de pilotes en dirección x
- V^G Fuerza total aplicada al grupo de pilotes en dirección del eje x
- u^G Desplazamiento de la cubierta rígida en dirección del eje x

El desarrollo matemático para obtener la función de impedancia lateral es análogo al que se utiliza para el caso de la impedancia axial. Primero se expresa el desplazamiento horizontal total de cada pilote como la suma de su propio movimiento, más la interacción de los pilotes restantes en el grupo; así, tenemos

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u_{11}V_1 + u_{12}V_2 + \dots + u_{1n}V_n \\
 u_2 &= u_{21}V_1 + u_{22}V_2 + \dots + u_{2n}V_n \\
 &\vdots \\
 u_n &= u_{n1}V_1 + u_{n2}V_2 + \dots + u_{nn}V_n
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Expresando las ecs 2.36 en función de los factores de interacción horizontales

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u_{11} \left(V_1 + \alpha_{h(1,2)}V_2 + \dots + \alpha_{h(1,n)}V_n \right) \\
 u_2 &= u_{22} \left(\alpha_{h(2,1)}V_1 + V_2 + \dots + \alpha_{h(2,n)}V_n \right) \\
 &\vdots \\
 u_n &= u_{nn} \left(\alpha_{h(n,1)}V_1 + \alpha_{h(n,2)}V_2 + \dots + V_n \right)
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Nuevamente se considera un solo tipo de pilote en el grupo, con una impedancia horizontal dada por \mathcal{K}_x^S . Los desplazamientos en los cabezales de los pilotes debidos a fuerzas unitarias están dados por

$$u_{ii} = \frac{1}{\mathcal{K}_x^S} \tag{2.38}$$

En forma matricial, y sustituyendo la ec 2.38 en la ec 2.37

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mathcal{K}_x^S} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{h(1,2)} & \cdots & \alpha_{h(1,n)} \\ \alpha_{h(2,1)} & 1 & \cdots & \alpha_{h(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{h(n,1)} & \alpha_{h(n,2)} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{Bmatrix} \tag{2.39}$$

Al igual que en el caso de la vibración vertical, se asume que debido al elemento rígido que conecta sus cabezas, se asegura la compatibilidad de deformaciones entre los cabezales de los pilotes y la losa, con lo que se tiene

$$u_1 = u_2 = \dots = u_n = u^G = 1 \tag{2.40}$$

Sustituyendo la ec 2.40 en la ec 2.39 y despejando las fuerzas horizontales,

$$\begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{Bmatrix} = \mathcal{K}_x^S \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{h(1,2)} & \cdots & \alpha_{h(1,n)} \\ \alpha_{h(2,1)} & 1 & \cdots & \alpha_{h(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{h(n,1)} & \alpha_{h(n,2)} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{2.41}$$

Finalmente, la impedancia horizontal del grupo se calcula, para un desplazamiento horizontal unitario, como

$$\mathcal{K}_x^G \Big|_{(u^G=1)} = \sum_{i=1}^n V_i \tag{2.42}$$

2.2.3. Impedancia de cabeceo

Consideremos el caso en el que se presenta rotación de la losa rígida alrededor del eje x . La función de impedancia global de cabeceo viene dada por

$$\mathcal{K}_{rx}^G = \frac{M_{rx}^G}{\phi_{rx}^G} \quad (2.43)$$

Donde

- \mathcal{K}_{rx}^G Impedancia de cabeceo del grupo de pilotes en la dirección del eje x
- M_{rx}^G Momento total aplicado al arreglo de pilotes
- ϕ_{rx}^G Giro global en la losa rígida

El momento total M_{rx}^G es resistido en forma simultánea por el grupo de pilotes mediante dos mecanismos diferentes. El primero consiste en los momentos ΔM_{rx}^S que pueden resistir los cabezales de los pilotes en el grupo. El segundo lo forman los momentos que generan las fuerzas axiales de cada pilote multiplicadas por su brazo de giro, que aparecen cuando se impone el giro global a la losa rígida. Esto se expresa como

$$M_{rx}^G = n \cdot \Delta M_{rx}^S + \sum_{i=1}^n P_i x_i \quad (2.44)$$

Donde

- ΔM_{rx}^S Momento resistido por el cabezal de un pilote
- P_i Fuerza axial en el pilote i , inducida por el giro de la losa
- x_i Distancia del pilote i al eje de giro

La impedancia de cabeceo de un solo pilote es la relación entre el momento aplicado al pilote y la rotación de su cabezal, que se considera igual a la rotación de la losa. El momento ΔM_{rx}^S es entonces

$$\Delta M_{rx}^S = \mathcal{K}_{rx}^S \cdot \phi_{rx}^S = \mathcal{K}_{rx}^S \cdot \phi_{rx}^G \quad (2.45)$$

Para determinar las fuerzas axiales en el grupo de pilotes debidas al giro de la cubierta rígida, es necesario plantear una ecuación análoga a la que se usó para obtener la impedancia axial de grupo (ec 2.31). Debe tenerse en cuenta que para este caso, los desplazamientos verticales que experimenta cada pilote no son iguales sino que dependen de la posición geométrica que guarda cada pilote con respecto del eje de giro (fig 2.12). Como en los casos anteriores, consideraremos un giro unitario de la losa rígida ($\phi_{rx}^S = 1$), por lo que los desplazamientos verticales de cada pilote estarán dados por

$$z_i = y_i \phi_{rx}^G = y_i \quad (2.46)$$

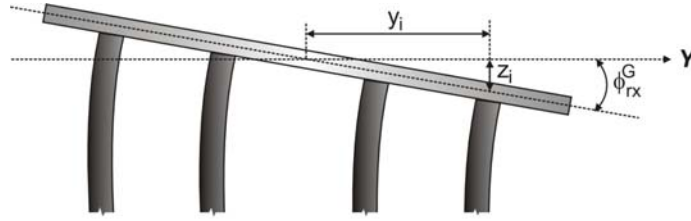


Figura 2.12. Desplazamiento vertical del *i*-ésimo pilote y el giro global aplicado a la losa.

Con lo que la ec 2.31 se escribe, para este caso

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{\mathcal{K}_z^S} \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{v(1,2)} & \cdots & \alpha_{v(1,n)} \\ \alpha_{v(2,1)} & 1 & \cdots & \alpha_{v(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{v(n,1)} & \alpha_{v(n,2)} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

En este punto debe hacerse una observación importante. Al aparecer las fuerzas axiales en los pilotes para resistir el momento aplicado, los pilotes que estén en un mismo lado del eje de giro tendrán una vibración en fase, mientras que los movimientos de los pilotes en el lado opuesto se tendrán un movimiento fuera de fase con respecto a los primeros, lo cual significa un movimiento en sentido contrario. Por tal motivo, cuando se calcula el coeficiente de interacción vertical α_v entre dos pilotes ubicados en el mismo lado respecto al eje de giro, el signo del coeficiente de interacción será positivo; cuando se calcule entre dos pilotes situados en extremos opuestos del eje de giro, dicho signo será negativo.

Despejando las fuerzas axiales de la ec 2.47,

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} = \mathcal{K}_z^S \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{v(1,2)} & \cdots & \alpha_{v(1,n)} \\ \alpha_{v(2,1)} & 1 & \cdots & \alpha_{v(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{v(n,1)} & \alpha_{v(n,2)} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad (2.48)$$

Ya que se han evaluado numéricamente las fuerzas axiales inducidas en cada pilote, las ecs 2.44 y 2.45 se pueden sustituir en la función de impedancia global, ec 2.43, para un giro unitario en la losa, de la siguiente manera:

$$\mathcal{K}_{rx}^G = \frac{M_{rx}^G}{\phi_{rx}^G} = n \mathcal{K}_{rx}^S + \sum_{i=1}^n P_i x_i \quad (2.49)$$

La ec 2.49 expresa la impedancia global de cabeceo como la suma de las impedancias de cabeceo de todos los pilotes en el arreglo, más las momentos resistentes producidos por las fuerzas axiales que aparecen en cada pilote.

2.2.4. Impedancia de torsión

La función de impedancia que representa la relación entre el momento torsionante y el giro que experimenta la losa rígida alrededor del eje axial z se expresa como

$$\mathcal{K}_{rz}^G = \frac{M_{rz}^G}{\psi^G} \quad (2.50)$$

Donde

- \mathcal{K}_{rz}^G Impedancia de torsión alrededor del eje axial del grupo de pilotes
- M_{rz}^G Momento total alrededor del eje axial aplicado al grupo de pilotes
- ψ^G Giro global alrededor del eje axial en la losa rígida

Al igual que en el caso de cabeceo, el grupo de pilotes resiste el momento torsionante mediante dos mecanismos. El primero lo forma la suma de las impedancias a torsión de todos los pilotes en el arreglo. El segundo está constituido por los momentos que producen las fuerzas cortantes horizontales que aparecen en cada pilote multiplicadas por su distancia al centro de torsión. Esto puede escribirse de la manera siguiente:

$$M_{rz}^G = n \cdot \Delta M_{rz}^S + \sum_{i=1}^n V_i r_i \tag{2.51}$$

Donde

- ΔM_{rz}^S Momento torsionante resistido por cada pilote
- V_i Fuerza cortante en el pilote i
- r_i Distancia del pilote i al centro de torsión

En la misma forma que en el caso de cabeceo, la impedancia de torsión de un solo pilote es igual a la relación entre el momento aplicado al cabezal del pilote y la rotación resultante, que es igual a la rotación que experimenta el grupo. Entonces, el momento ΔM_{rz}^S puede expresarse como

$$\Delta M_{rz}^S = \mathcal{K}_{rz}^S \psi^S = \mathcal{K}_{rz}^S \psi^G \tag{2.52}$$

Donde \mathcal{K}_{rz}^S es la impedancia a torsión de un solo pilote.

Las fuerzas que se generan en los pilotes a causa de un giro alrededor de un eje vertical se muestran esquemáticamente para un grupo de 2x2 pilotes en la fig 2.13.

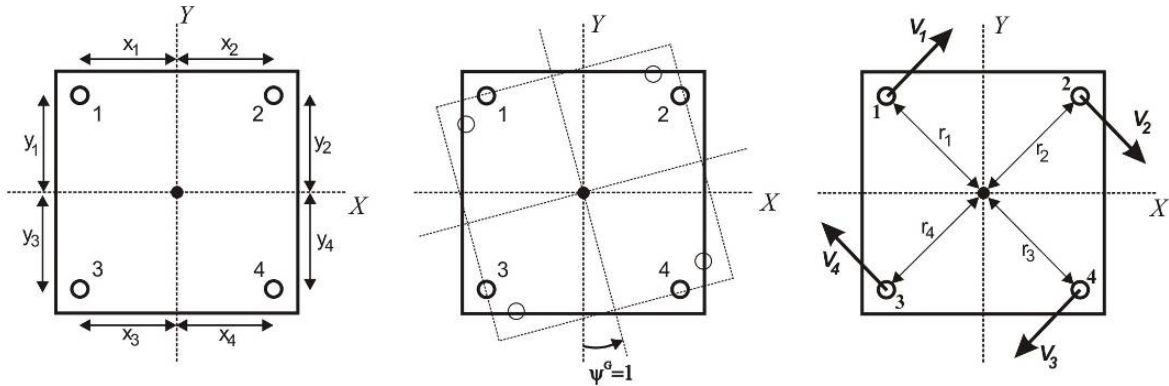


Figura 2.13 Fuerzas en un grupo de pilotes debidas a giro unitario alrededor de un eje axial

El análisis de las fuerzas cortantes en la ec 2.51 puede realizarse en dos pasos, proyectando las fuerzas cortantes V en sus componentes ortogonales, V' y V'' (fig 2.14a). En el primer paso se calculan las fuerzas cortantes V' paralelas al eje Y (fig 2.14b). En el segundo, se determinan las fuerzas cortantes V'' paralelas al eje X (fig 2.14c). En ambos casos es necesario tomar en cuenta los efectos de grupo.

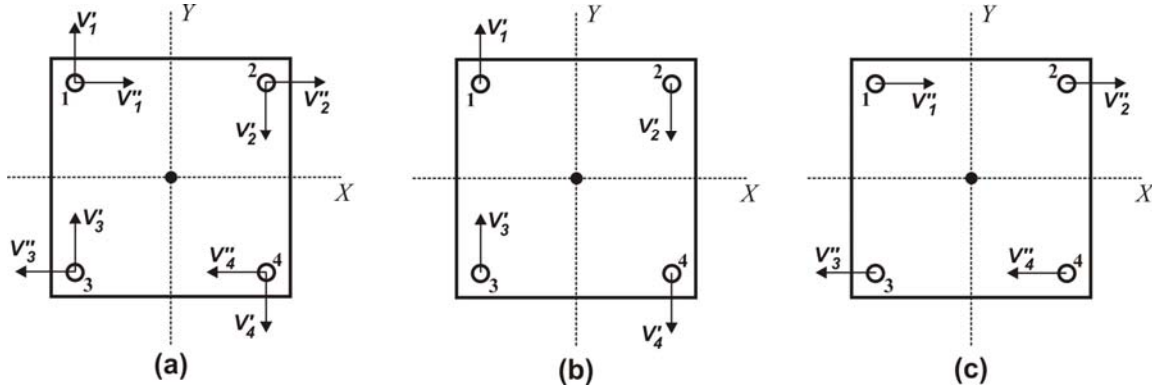


Figura 2.14 Pasos necesarios para determinar las fuerzas cortantes considerando torsión

La determinación de las fuerzas cortantes para ambos casos se realiza siguiendo el planteamiento de la impedancia lateral, mediante la ec 2.41, con algunas consideraciones adicionales. Como se advierte en la fig 2.14, existen pilotes que tienen una interacción negativa entre sí a causa del sentido opuesto de su movimiento (por ejemplo, los pilotes 1 y 2 en la Figura 2.14b y los pilotes 1 y 3 en la Figura 2.14c). Al analizar dichos pilotes, debe afectarse con un signo negativo al factor de interacción entre ellos. Debe observarse también que los desplazamientos horizontales u_i en la ec 2.41 ahora se encuentran en función del giro global, y no son unitarios. Para las fuerzas paralelas al eje Y, el vector $\{u\}$ se expresa como (considerando un giro global unitario)

$$\{u\} = \{x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n\}^T \quad (2.53)$$

Mientras que para las fuerzas paralelas al eje X,

$$\{u\} = \{y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n\}^T \quad (2.54)$$

En los vectores $\{u\}$ de desplazamiento horizontal, x_i y y_i son las distancias del pilote i a los ejes Y y X, respectivamente. Una vez obtenidas las fuerzas cortantes, la impedancia global de torsión se calcula sustituyendo la ecs 2.51 y 2.52 en la ec 2.50 y haciendo $\psi^G = 1$

$$\mathcal{H}_{rz}^G = n \mathcal{H}_{rz}^S + \sum_{i=1}^n V' x_i + \sum_{i=1}^n V'' y_i \quad (2.55)$$

2.3. PROGRAMA DE CÓMPUTO

Para la aplicación del método simplificado se elaboró un programa de cómputo. Los datos básicos que el programa necesita son: las propiedades de un pilote representativo del grupo y las propiedades del suelo donde se encuentra enterrado. Además, el usuario debe especificar la ubicación geométrica de todos los pilotes del arreglo, por medio de sus coordenadas con respecto a un eje de referencia previamente elegido.

El programa calcula la impedancia de un pilote mediante la aproximación de Novak y Aboul-Ella (1978a; 1978b) y Novak y Howell (1977; 1978). Esto permite considerar suelos estratificados, donde las propiedades de cada capa de suelo pueden definirse separadamente: espesor, velocidad de onda de cortante, peso volumétrico, módulo de Poisson y coeficiente de amortiguamiento histerético. El suelo

debajo de la base del pilote se modela como un semiespacio homogéneo. El procedimiento permite considerar un pilote formado por distintas secciones transversales, con lo que pueden definirse las propiedades del pilote en cada tramo que se desee: longitud, radio, área transversal, momento de inercia, peso volumétrico, módulo de elasticidad, módulo de Poisson y coeficiente de amortiguamiento histerético.

Para considerar los efectos de interacción por medio del método simplificado de Dobry-Gazetas es necesario definir un semiespacio homogéneo equivalente a partir del suelo estratificado real. Esto se hace aplicando el método de Gómez (2000) con el cual es posible definir el periodo equivalente de un suelo estratificado y la velocidad de onda de cortante correspondiente. Los factores de interacción se calculan entonces considerando la ubicación geométrica de los pilotes, usando las propiedades del semiespacio homogéneo.

El programa construye internamente las ecuaciones matriciales de desplazamiento que se requieren en cada componente de movimiento analizado: vertical, horizontal, cabeceo y torsión. Estas ecuaciones de desplazamiento se combinan con la impedancia de un solo pilote para obtener la impedancia global en cada dirección, después de hacer los ajustes mencionados en el punto anterior. Para un arreglo dado de pilotes, con el origen de un sistema tridimensional de referencia XYZ ubicado en el centroide de la losa de cimentación, el programa devuelve las siguientes impedancias de grupo: vertical, horizontal en X, de cabeceo alrededor de X, horizontal en Y, de cabeceo alrededor de Y y de torsión alrededor del eje Z. El programa también proporciona la impedancia de un pilote aislado. Debe mencionarse que en el programa de cómputo se han incluido varias consideraciones, tanto de tipo analítico como empírico, que se tratan con mayor profundidad en la sección siguiente.

2.4. VALIDACIÓN DE RESULTADOS

Para la validación del procedimiento propuesto se hizo una comparación de los resultados que se obtienen al aplicar el programa de cómputo, con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982) y con el programa comercial Dyna5 para análisis de cimentaciones (Novak *et al*, 1995). Se consideran los componentes de movimiento vertical, horizontal, cabeceo y torsión. Asimismo, también se hace una comparación con la solución aproximada de Nogami (1983) para el componente vertical.

2.4.1. Componente vertical

Las figs 2.15 a 2.17 presentan la rigidez dinámica \bar{K}_z^G y el coeficiente de amortiguamiento dinámico C_z^G , en dirección vertical, para grupos de 2x2, 3x3 y 4x4 pilotes, para distintas relaciones de espaciamiento S/d . El suelo donde se consideran enterrados los pilotes consiste en un semiespacio homogéneo y viscoelástico. Debe notarse que tanto la rigidez dinámica y el coeficiente de amortiguamiento dinámico se encuentran normalizados respecto a la suma de las rigideces estáticas de los pilotes en el arreglo (nK_{z0}^S) . Las gráficas muestran la variación de la función de impedancia global respecto a la frecuencia adimensional $a_0 = \omega d/V_s$.

Si no existieran los efectos de grupo, la impedancia global se calcularía simplemente como la suma de las impedancias individuales de los pilotes en el arreglo, y debido a la normalización mencionada las gráficas de impedancia de grupo coincidirían con la impedancia de un solo pilote. Sin embargo, debido a la existencia de los efectos de grupo, las gráficas de impedancia global normalizada difieren notablemente de la impedancia normalizada de un solo pilote.

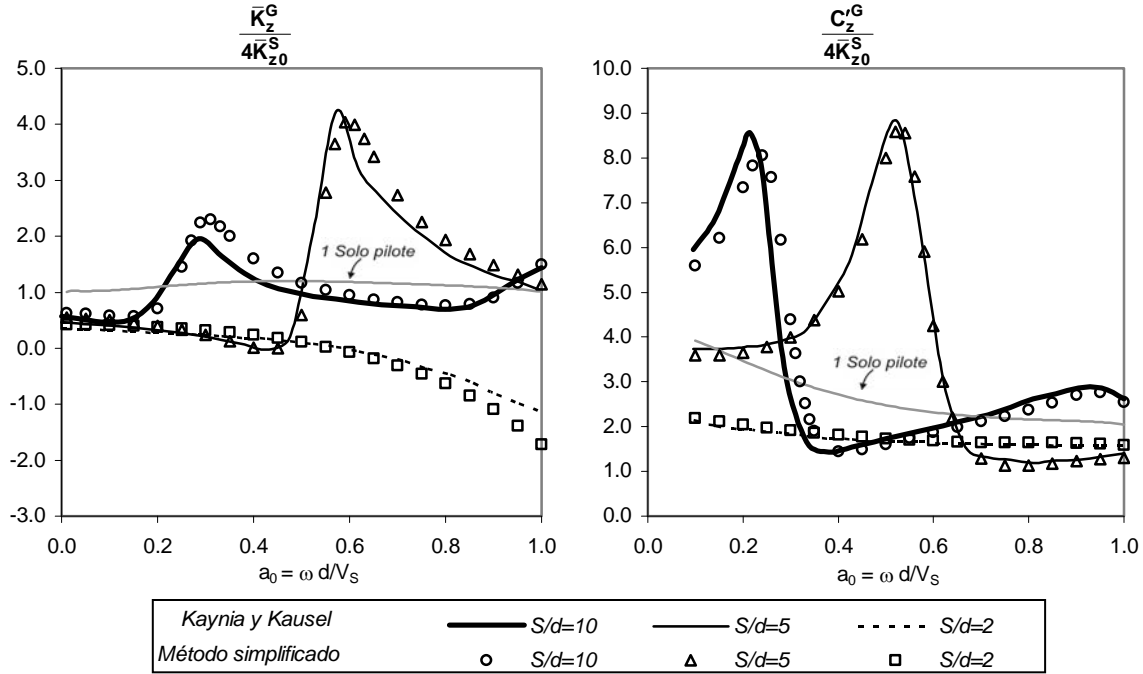


Figura 2.15 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 2x2 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$ y $L/d = 15$.

A partir de las figs 2.15 a 2.18 pueden realizarse varias observaciones importantes. Los resultados que ofrece la implementación del método simplificado en dirección vertical se ajustan muy bien a la solución rigurosa de Kaynia y Kausel. Para todos los grupos de pilotes considerados, en el caso estático ($a_0 = 0$), la rigidez del grupo es siempre menor que la suma de las rigideces individuales de los pilotes en el arreglo ($\bar{K}_z^G/n\bar{K}_z^S < 1$), lo cual se corresponde bien con las investigaciones de Poulos (1971b).

En grupos de pilotes con un espaciamiento reducido entre ellos ($S/d = 2$), el coeficiente de amortiguamiento se mantiene casi constante, en tanto que la rigidez dinámica disminuye paulatinamente con el aumento de la frecuencia, llegando a tener valores negativos para frecuencias altas. Dobry y Gazetas (1988) explican este comportamiento al compararlo con la respuesta de un oscilador de un solo grado de libertad con masa m , rigidez estática K_0 y coeficiente de amortiguamiento estático C_0 . La rigidez dinámica de este oscilador se comporta como una parábola decreciente con la frecuencia ($\bar{K} = K_0 - m\omega^2$), mientras que el amortiguamiento dinámico permanece constante. Para hacer uso de la analogía del oscilador de un grado de libertad, debe justificarse que la masa de suelo y los pilotes se mueven como un solo bloque. Esto puede explicarse mediante la ec 2.3, que indica que la longitud de onda mínima en el intervalo de frecuencias considerado ($0 \leq a_0 \leq 1$) es aproximadamente igual a $6d$. Esta longitud de onda es tres veces mayor que la separación entre pilotes en un grupo como el mencionado ($S = 2d$); de esta forma, puede considerarse que tanto los pilotes del arreglo como la masa de suelo que queda entre ellos vibran con un movimiento en fase, y por lo tanto su comportamiento es similar al de un oscilador de un grado de libertad.

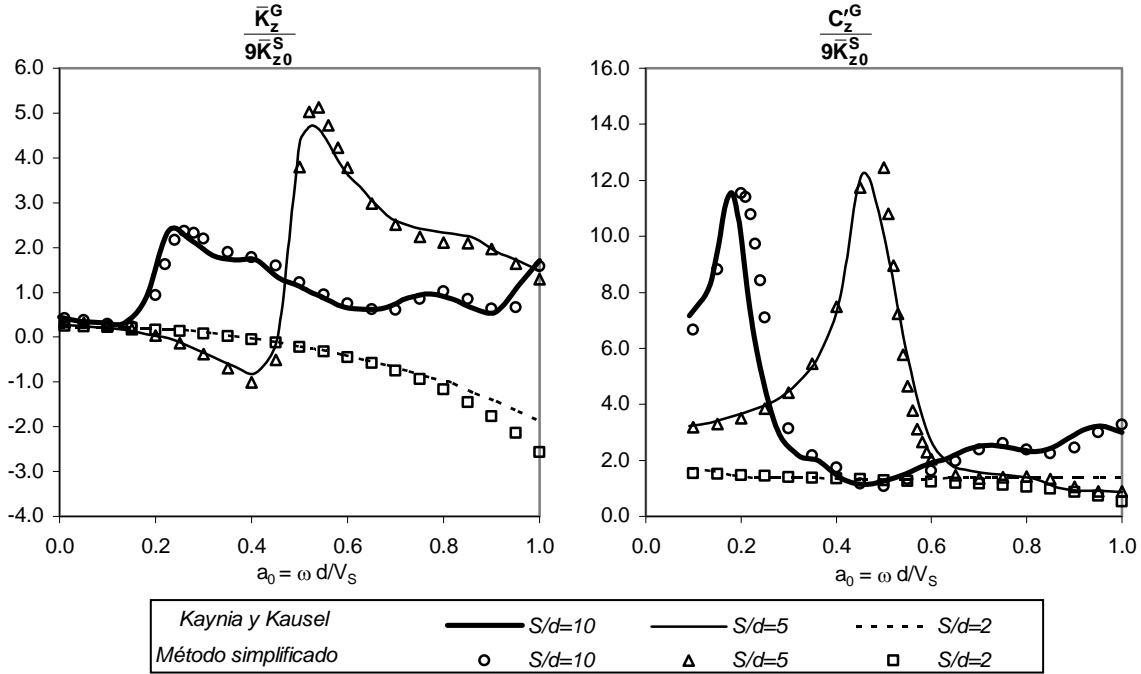


Figura 2.16 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 3x3 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), para un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

En grupos de pilotes con relaciones de espaciamiento mayores ($S/d = 5$ y $S/d = 10$), el comportamiento de la rigidez dinámica y el coeficiente de amortiguamiento es más complicado. Inicialmente, a frecuencias bajas, la rigidez dinámica decrece parabólicamente siguiendo la analogía con el oscilador de un grado de libertad. Como se ha mencionado, esto se debe a que para frecuencias bajas, las longitudes de onda son sensiblemente mayores que la separación entre pilotes, lo cual asegura una respuesta en fase entre éstos y el suelo. Sin embargo, después de una cierta frecuencia límite, la función de impedancia comienza a ser controlada por la interferencia constructiva y destructiva de las ondas emanadas por los pilotes. Esto puede conducir a eficiencias de grupo mayores o menores que la unidad, dependiendo del valor de la frecuencia de excitación.

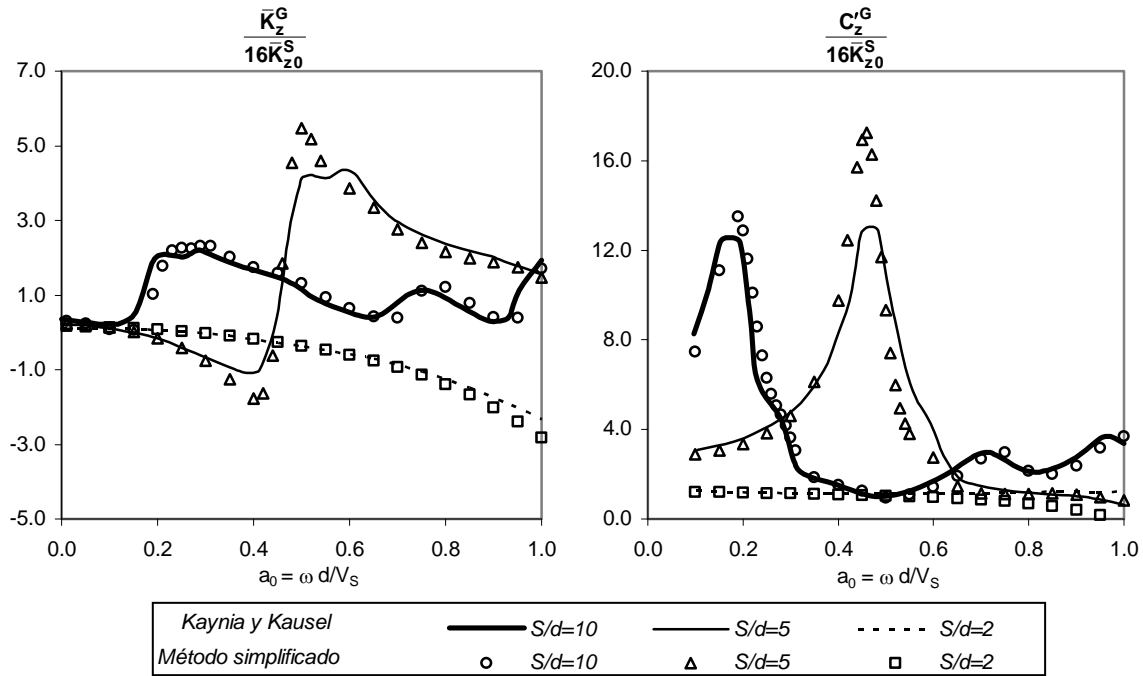


Figura 2.17 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 4x4 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), para un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

Para explicar una rigidez dinámica de grupo mayor que la suma de las rigideces dinámicas individuales ($\bar{K}_z^G/n\bar{K}_z^S > 1$), es conveniente considerar un grupo sencillo de dos pilotes idénticos. Al aplicar una fuerza armónica en dirección vertical al arreglo, el pilote 1 (activo) genera ondas cilíndricas que se extienden radialmente y provocan desplazamientos en el pilote 2 (pasivo). Cuando las ondas provenientes del pilote 1, originadas con una cierta fase, llegan al pilote 2 con una fase exactamente opuesta, le inducirán al pilote 2 un movimiento en sentido contrario al que tiene el pilote 1. El resultado entonces es un aumento de la rigidez dinámica global, ya que mientras la vibración del pilote 1 sigue la dirección de la fuerza, el pilote 2 se mueve en la dirección contraria y se “resiste” al desplazamiento. Como los dos pilotes están rígidamente conectados a una cubierta o losa que garantice la compatibilidad de deformaciones, se necesitará aplicar una fuerza mayor al arreglo para conseguir una misma amplitud de desplazamiento en ambos pilotes; dado que la fuerza es proporcional a la rigidez, se tendrá un aumento de ésta.

Por otro lado, una eficiencia de grupo menor que la unidad ($\bar{K}_z^G/n\bar{K}_z^S < 1$) puede explicarse con un razonamiento similar al anterior. La diferencia es que en este caso, el pilote 1 induce sobre el pilote 2 un movimiento en su misma dirección, con lo cual hace falta menos fuerza para lograr una misma amplitud de desplazamiento, ya que ambos pilotes se mueven en fase en el sentido de la fuerza aplicada.

A partir del factor de interacción vertical del método simplificado de Dobry-Gazetas (ec 2.21), se aprecia que la fase de las ondas generadas por los pilotes está controlada por la frecuencia de excitación ω , la separación entre pilotes S y la velocidad de onda de cortante del suelo V_s . Con base en esto, es posible predecir aproximadamente la frecuencia a la que se presenta la rigidez dinámica máxima en grupos reducidos de pilotes.

El procedimiento se basa en la observación de que cuando las ondas generadas por el pilote activo golpean con una fase exactamente opuesta al pilote pasivo y le inducen un movimiento en sentido contrario, el factor de interacción entre ambos pilotes es un número complejo con parte real negativa y parte imaginaria nula (ángulo de fase igual a 180°). En consecuencia, la frecuencia a la que se presenta la rigidez dinámica máxima puede obtenerse al igualar a cero la parte imaginaria del factor de interacción. Para este fin, es conveniente expresar dicho factor (ec 2.21) como

$$\alpha_v = A \cdot \exp\left(-\frac{i\omega S}{V_s}\right) = A \left[\cos\left(\frac{\omega S}{V_s}\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{\omega S}{V_s}\right) \right] \quad (2.56)$$

Donde $A = (S/2d)^{-1/2} \exp(-\beta\omega S/V_s)$, y representa la amplitud del factor de interacción vertical. Para que la parte imaginaria de la ec 2.56 se anule, hacemos

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\omega S}{V_s}\right) = 0 \quad (2.57)$$

Sustituyendo la frecuencia adimensional $a_0 = \omega d/V_s$ en la ec 2.57 y despejando a_0 ,

$$a_0 = \frac{d}{S} \arcsen(0) \quad (2.58)$$

En la ec 2.58, $\arcsen(0) = \sigma\pi$, con $\sigma = 0, 1, 2, \dots$; sólo los valores impares de σ conducen a una parte real negativa en el factor de interacción. Para $\sigma = 1$, $\arcsen(0) = \pi$. Tomando como ejemplo un arreglo cuadrado de pilotes de 2x2 pilotes con $S/d = 5$, de la ec 2.58 resulta $a_0 = 0.2\pi = 0.628$. En la fig 2.15 puede comprobarse que en este valor de a_0 se presenta la amplitud máxima de la rigidez dinámica para un arreglo con las características descritas.

Como se ha mencionado, este procedimiento solo es aproximado, ya que aunque se estudia un arreglo cuadrado de pilotes, la relación nominal de espaciamiento $S/d = 5$ solo es válida para los pilotes ortogonales. En los pilotes situados sobre las diagonales, la separación es $S/d = 5\sqrt{2}$, lo que produce ligera discrepancia entre el valor teórico dado por la ec 2.58 y los valores reales.

Es evidente que para un grupo con mayor número de pilotes, o con una configuración geométrica arbitraria, no puede aplicarse una expresión simplificada como la ec 2.58; sin embargo, dicha expresión es útil para mejorar la comprensión acerca de cómo la función de impedancia es controlada por la frecuencia de excitación.

Ya que el método simplificado de Dobry y Gazetas permite obtener explícitamente las fuerzas axiales en los pilotes del grupo, también pueden compararse con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982), como se muestra en la fig 2.18.

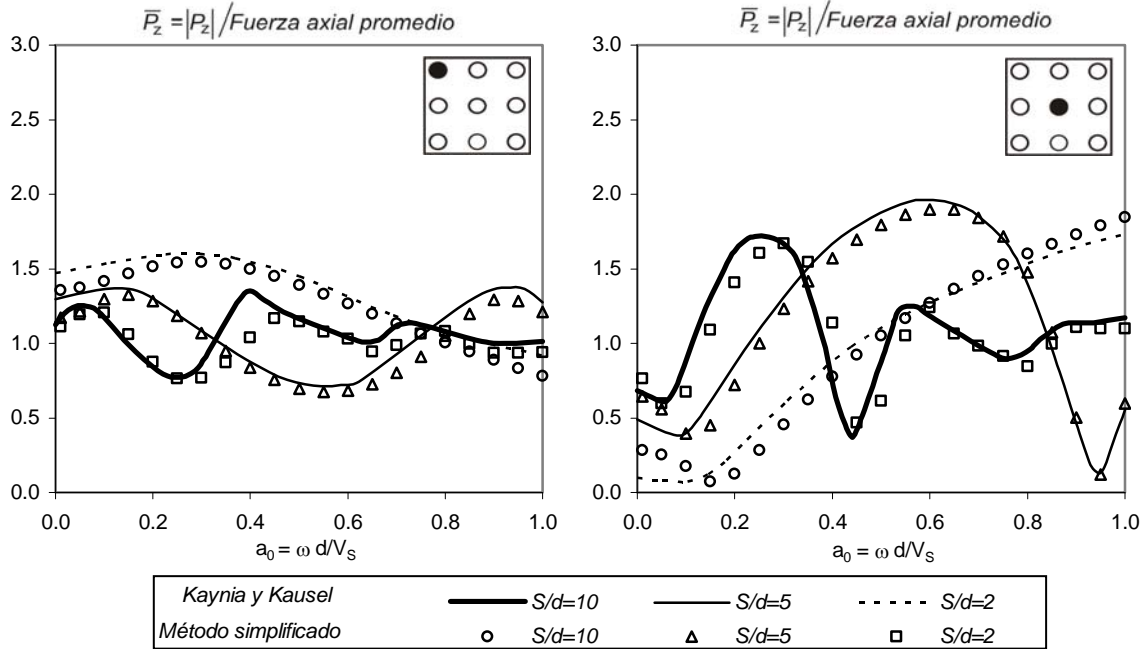


Figura 2.18 Fuerzas axiales correspondientes al pilote central y al pilote de esquina en un grupo de 3x3 pilotes enterrado en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s=1000$, $\rho_s / \rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d=15$.

En la fig 2.18 se advierte que, a frecuencia cero, el pilote de esquina toma mayor cantidad de fuerza axial que el pilote central; sin embargo, esta situación cambia cuando se incrementa la frecuencia. Como ejemplo, el pilote central, más susceptible a la interferencia destructiva y constructiva de las ondas generadas por los pilotes que le rodean, puede alcanzar fuerzas dos veces mayores que la fuerza promedio cuando $a_0 \approx 0.6$ y $S/d = 5$. La fig 2.18 muestra la importancia de realizar un análisis dinámico para determinar las fuerzas que debe resistir cada pilote en un grupo determinado.

Los resultados de la aplicación del programa también se compararon con la solución de Nogami (1983) para grupos de 2x1 y 2x2 pilotes enterrados en un estrato homogéneo de suelo, como se muestra en las figs 2.18 y 2.19.

La comparación entre los resultados es satisfactoria, aunque para pilotes infinitamente rígidos en la fig 2.19 la solución de Nogami conduce a una mayor rigidez dinámica comparada con los valores que ofrece el método simplificado de Dobry-Gazetas.

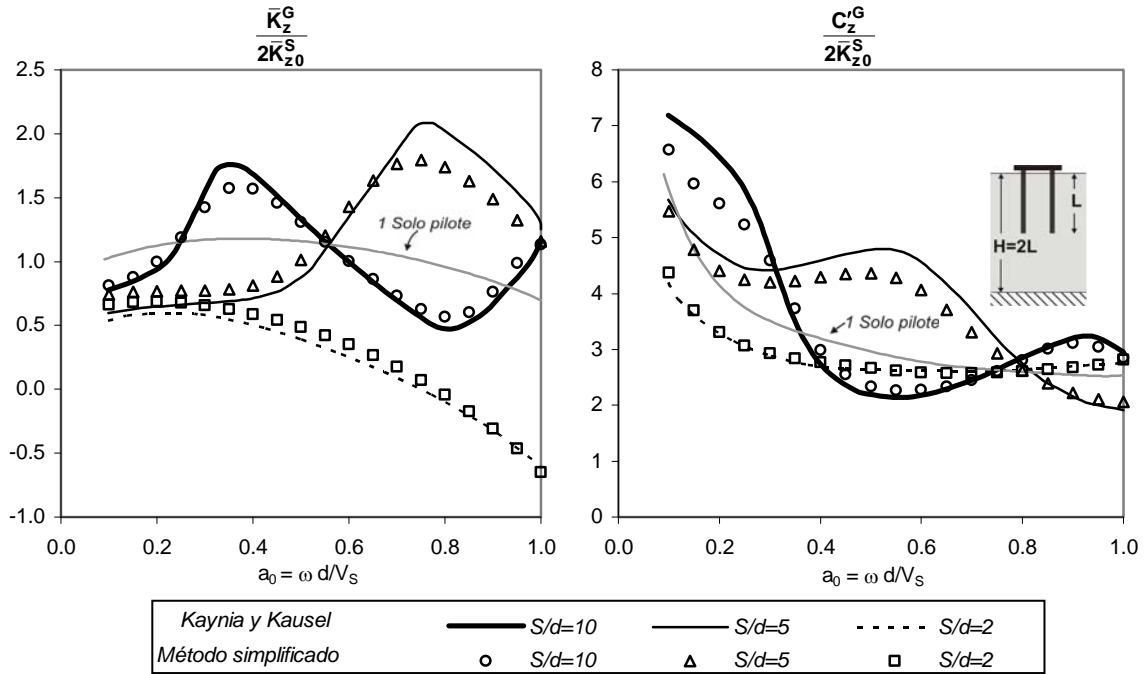


Figura 2.18 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 2x1 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución de Nogami (1983), para un estrato homogéneo: $E_p/E_s = \infty$, $\beta_s = 0.025$, $H=2L$ y $L/d = 37.5$.

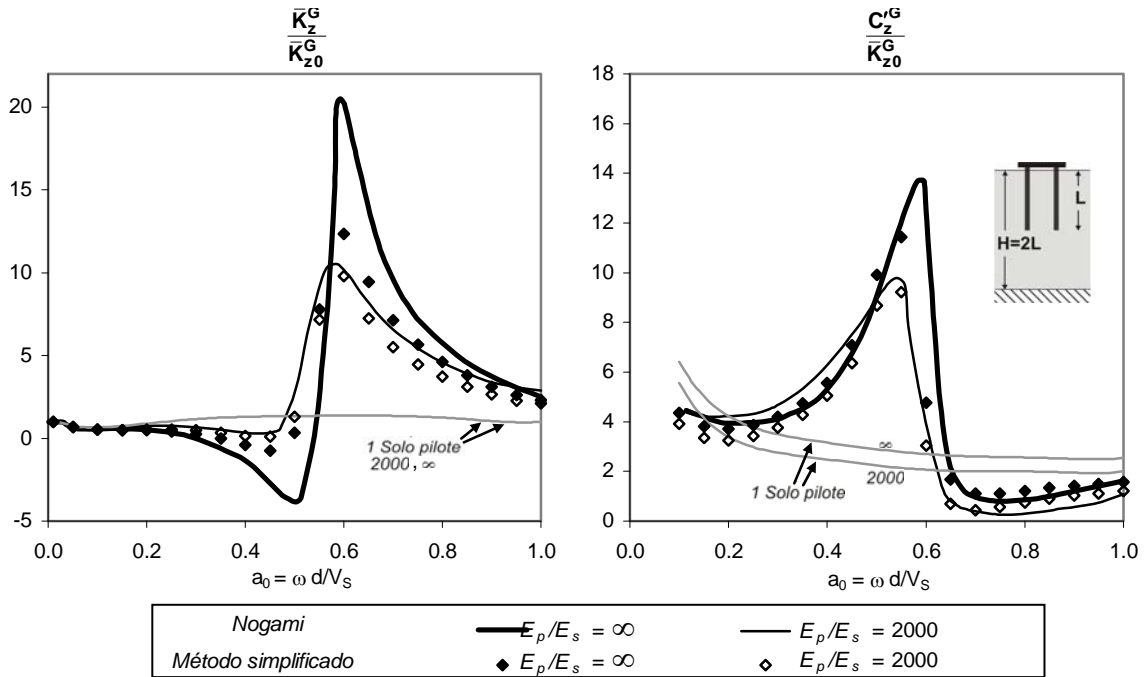


Figura 2.19 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 2x2 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución de Nogami (1983), para un estrato homogéneo: $\nu = 0.4$, $\beta_s = 0.025$, $S/d = 5$, $H=2L$ y $L/d = 37.5$.

Resulta conveniente estudiar el comportamiento de las funciones de impedancia dinámica en función de distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, por medio de las cuales se pretende considerar los casos de un suelo firme ($E_p/E_s = 100$), blando ($E_p/E_s = 1000$) y un suelo con características intermedias ($E_p/E_s = 550$).

Dado que no se cuenta con una solución rigurosa para el valor intermedio $E_p/E_s = 550$, se usará el programa comercial Dyna5 para obtener valores de referencia. Con fines de comparación, dicho programa también se aplicará en los casos cuando $E_p/E_s = 100$ y $E_p/E_s = 1000$.

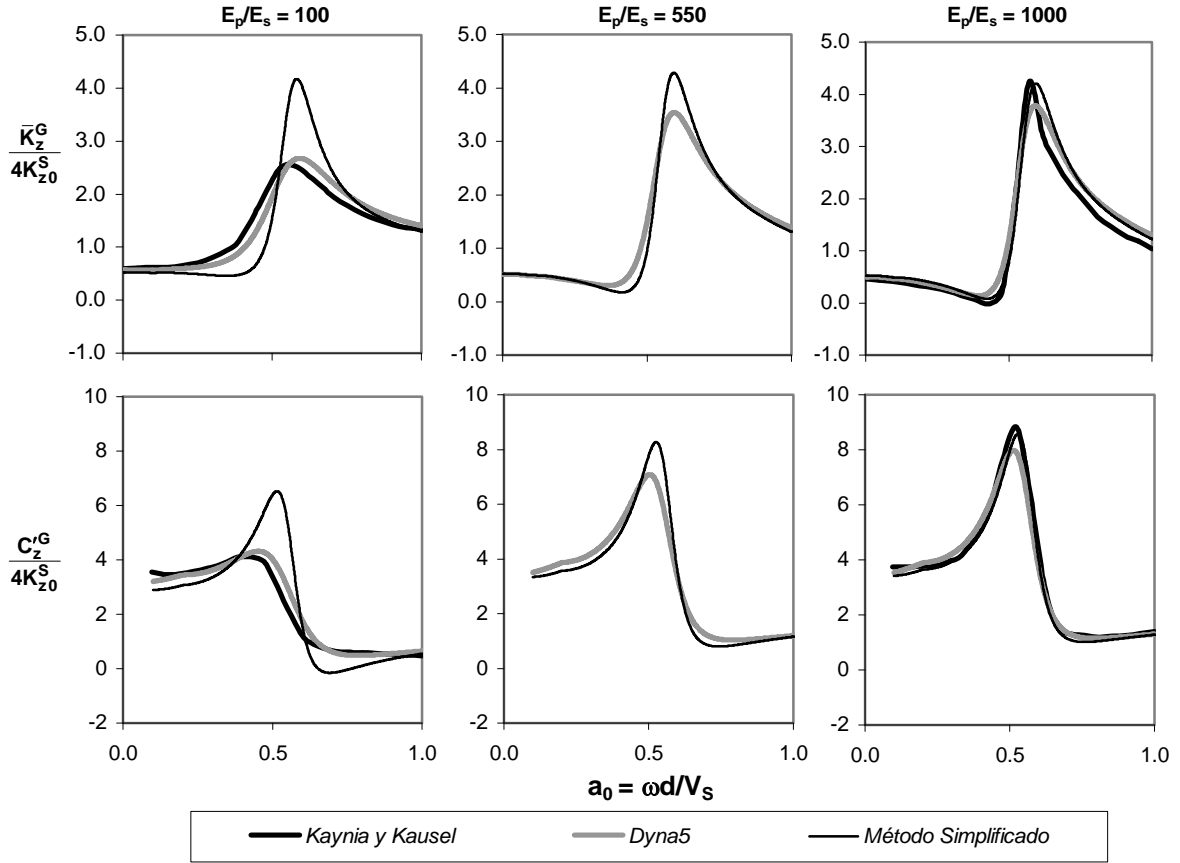


Figura 2.20 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 2x2 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y el programa comercial Dyna5, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

En la fig 2.20 se muestran las funciones de impedancia normalizada para un grupo de 2x2 pilotes con relación de espaciamiento $S/d = 5$, para las relaciones de rigidez pilote-suelo mencionadas. Para el caso cuando $E_p/E_s = 100$, el método simplificado sobrestima en forma importante tanto la rigidez (68%) como el amortiguamiento dinámico (86%) en la zona de amplitudes máximas; en tanto, el programa Dyna5 proporciona una aproximación muy cercana a la solución rigurosa (diferencias máximas de 11 y 10% en rigidez y amortiguamiento dinámico, respectivamente). Para $E_p/E_s = 1000$, el ajuste del método simplificado y el programa Dyna5, respecto a la solución rigurosa, es muy satisfactorio.

Para el valor intermedio de rigidez pilote-suelo, $E_p/E_s = 550$, sólo se compara el método simplificado y el programa Dyna5. Ya que los resultados obtenidos con el programa Dyna5 presentan un buen ajuste con la solución rigurosa en los valores extremos ($E_p/E_s = 100$ y $E_p/E_s = 1000$), se tienen bases para asumir que sus resultados también serán válidos para el caso intermedio, $E_p/E_s = 550$. Por lo tanto, los valores de referencia serán los que se obtienen con el programa Dyna5. El método simplificado sobrestima nuevamente tanto la rigidez como el amortiguamiento dinámico (diferencias máximas de 23 y 20%, respectivamente). Se observa que la solución obtenida con el método simplificado no depende de la relación E_p/E_s en forma lineal; de ser así, se habrían presentado diferencias más altas para el caso intermedio.

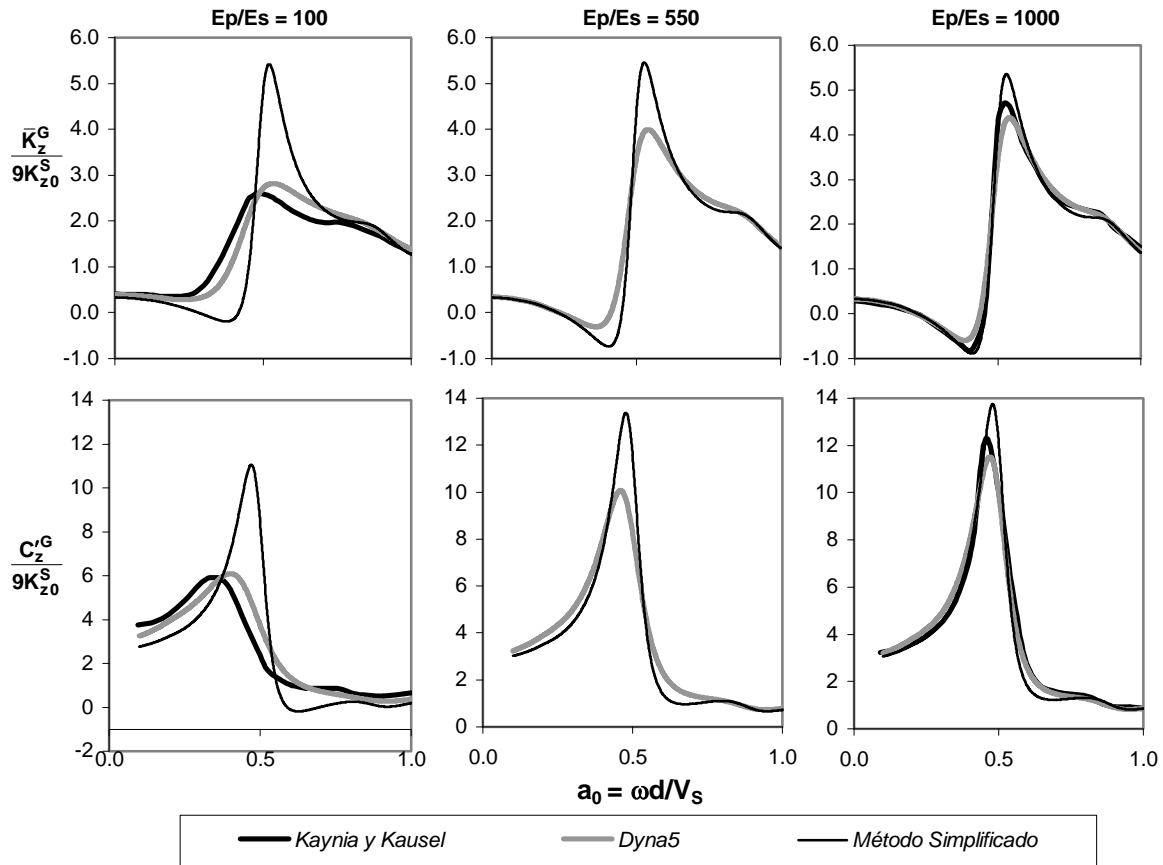


Figura 2.21 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 3x3 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y el programa comercial Dyna5, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

En la fig 2.21 se muestran las funciones de impedancia normalizadas para un grupo de 3x3 pilotes, para las relaciones de rigidez pilote-suelo mencionadas. Los resultados que se obtuvieron a partir del análisis de la fig 2.20 pueden aplicarse también a la fig 2.21; en suma, es posible advertir que la aplicación del método simplificado de Dobry-Gazetas cuando $E_p/E_s = 100$ tiene limitaciones importantes, al sobrestimar los efectos de interacción tanto en la rigidez como en el amortiguamiento dinámicos. Para $E_p/E_s = 1000$ y el valor intermedio, $E_p/E_s = 550$, se tiene un ajuste aceptable comparando el método simplificado con la solución rigurosa y el programa Dyna5.

Una de las razones por la cual se tiene un mejor ajuste entre el método simplificado de Dobry-Gazetas y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel, entre mayor es la relación de rigidez pilote-suelo, es la naturaleza de los factores de interacción simplificados. Como se ha mencionado, dichos factores se encuentran basados en la solución de propagación de ondas desde una superficie cilíndrica infinitamente rígida, mientras que el medio homogéneo circundante tiene una rigidez despreciable. En consecuencia, es de esperar que la aproximación mejore cada vez más con el incremento de la relación de rigidez pilote-suelo.

2.4.2. Componente horizontal

En su forma original, el método simplificado no considera la forma real del frente de ondas generado por la vibración lateral del pilote, con lo que la estimación de la impedancia de grupo es sólo aproximada. Para solventar esta limitante, varios investigadores han propuesto modificaciones al factor de interacción horizontal. Gazetas (1991a) planteó un sencillo ajuste, modificando las ecs 2.24 y 2.25 en la forma siguiente

$$\alpha_h(90^\circ) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{S}{d}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\beta\omega S}{V_s}\right) \exp\left(-\frac{i\omega S}{V_s}\right) \quad (2.60)$$

$$\alpha_h(0^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{S}{d}\right)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\beta\omega S}{V_{La}}\right) \exp\left(-\frac{i\omega S}{V_{La}}\right) \quad (2.61)$$

Otra corrección fue la de Makris y Gazetas (1992) que propusieron un ajuste de tipo analítico al factor de interacción horizontal. Ellos investigaron el problema de interacción entre pilotes mediante un modelo Winkler del suelo, y dividieron el problema en varias etapas. El pilote activo, sometido a excitación horizontal, produce ondas que se propagan por el suelo siguiendo una determinada ley de atenuación. Eventualmente estas ondas llegan al pilote pasivo, donde al chocar con él, producen un fenómeno de difracción y refracción de ondas. La interacción entre el suelo y el pilote pasivo ocasiona que el pilote experimente movimientos diferentes en distintos puntos de su longitud.

El método original de Dobry-Gazetas supone que el movimiento en el cabezal del pilote será igual al movimiento promedio en todos sus puntos; esta suposición, muy exacta para vibración vertical, presenta limitaciones para el caso de vibración horizontal. Makris y Gazetas conectaron resortes y amortiguadores entre el suelo y el pilote pasivo, en forma semejante a un modelo Winkler, y de esta forma consiguieron representar la interacción suelo-pilote de manera realista. En el cabezal del pilote, ellos encontraron que era necesario multiplicar el factor de interacción dado por la ec 2.26, por el factor correctivo Δ siguiente:

$$\Delta = \frac{3}{4} \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \quad (2.62)$$

El resorte k_x y el amortiguador c_x en representación del suelo están dados por las ecuaciones:

$$k_x \approx 1.2E_s \quad (2.63)$$

$$c_x = 6a_0^{-1/4} \rho_s V_s d + 2\beta \frac{k_x}{\omega} \quad (2.64)$$

En las ecs 2.62, 2.63 y 2.64, E_s es el módulo de elasticidad del suelo; ρ_s es su densidad, $m = \rho_p A_p$ es la masa específica por unidad de longitud del pilote, ρ_p y A_p son la densidad y el área transversal del pilote, respectivamente.

Dobry y Gazetas (1988) hicieron una comparación entre el método simplificado en su forma original y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982). Makris y Gazetas (1992) también compararon el método simplificado corregido según la ec 2.62, con la solución rigurosa mencionada. En ambos análisis, se estudió el caso cuando $E_p/E_s = 1000$. Al igual que para la impedancia vertical, también se dispone de soluciones rigurosas para $E_p/E_s = 100$; resulta deseable entonces hacer una comparación más completa entre el método simplificado y las dos correcciones propuestas, incluyendo la sugerida por Gazetas (1991a), para las distintas relaciones de rigidez pilote-suelo. El programa de cómputo permite realizar estos análisis de manera sencilla mediante la incorporación de los factores de interacción horizontales modificados.

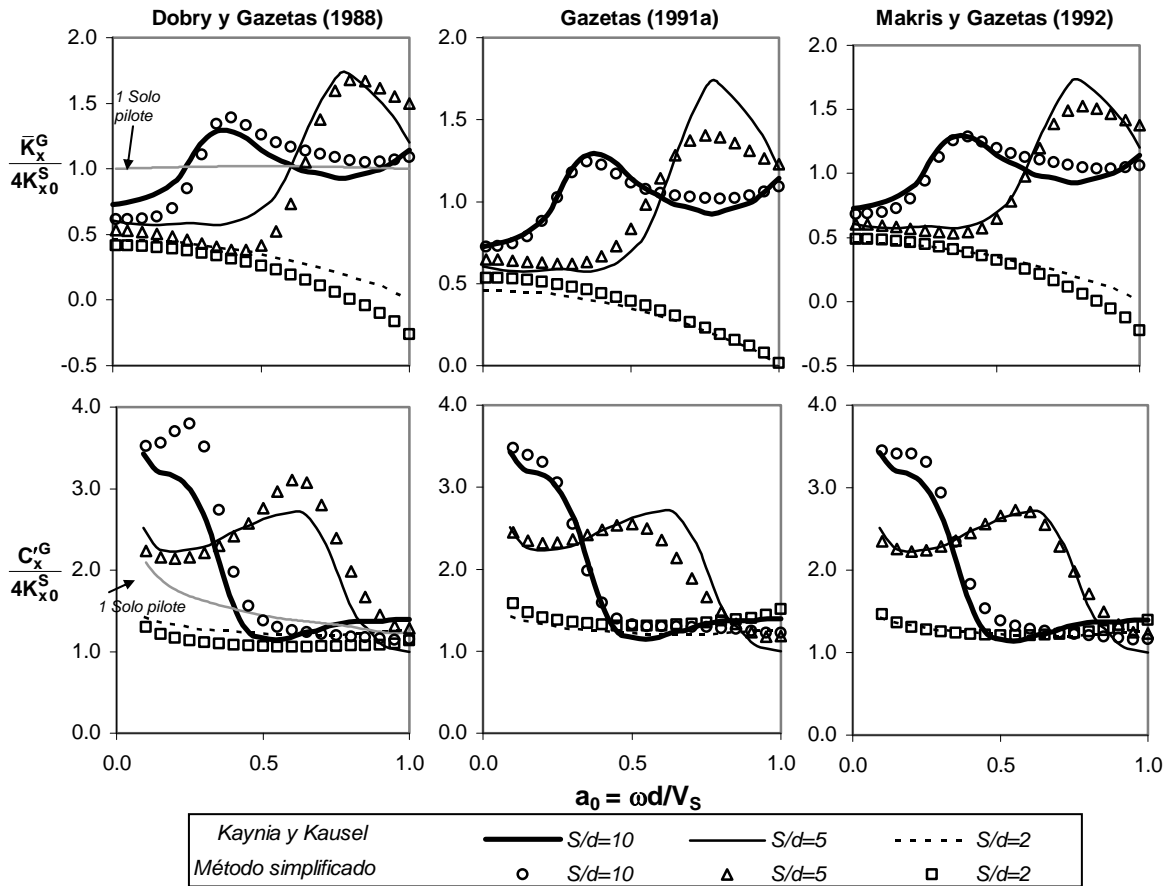


Figura 2.20 Impedancia horizontal normalizada para un grupo de 2x2 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas en su forma original (1988), la corrección de Gazetas (1991a) y la corrección de Makris y Gazetas (1992), con la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$ y $L/d=15$.

En las figs 2.20 y 2.21 se muestran las funciones de impedancia horizontal para grupos de 2x2 y 3x3 pilotes. Las tres formas del método simplificado se aproximan de manera cualitativa a la solución rigurosa. Sin embargo, en su forma original (Dobry y Gazetas, 1988) el método sobrestima en forma

importante los efectos de interacción, lo cual se aprecia sobre todo en el amortiguamiento dinámico de la fig 2.20 y en la rigidez y amortiguamientos dinámicos de la fig 2.21, para grupos con relaciones de espaciamiento $S/d = 5$ y 10 . Las dos correcciones propuestas al factor de interacción horizontal proporcionan mejores estimaciones de la función de impedancia horizontal, para los grupos de pilotes estudiados. En las figs 2.20 y 2.21 puede apreciarse que la corrección presentada por Makris y Gazetas (1992) tiene, en general, un mejor desempeño que la corrección propuesta por Gazetas (1991b), para el caso en que $E_p/E_s = 1000$.

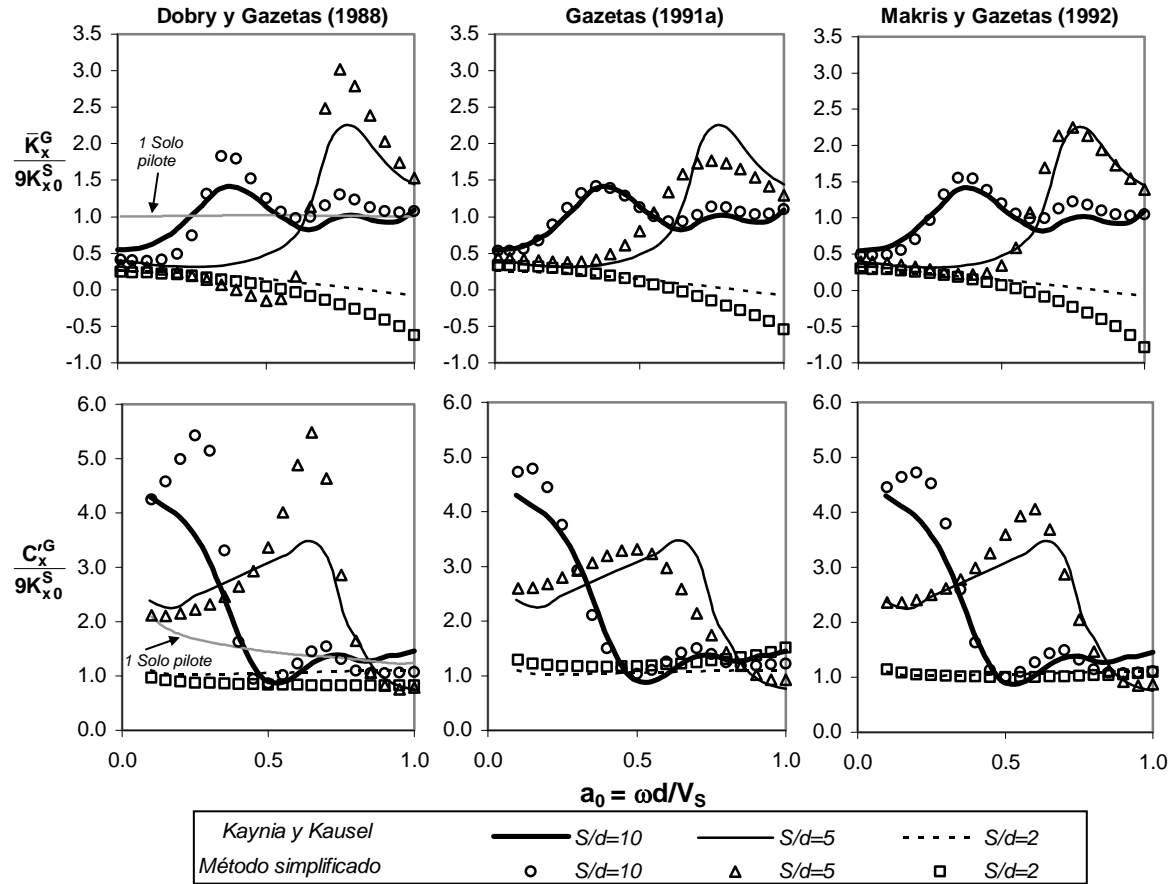


Figura 2.21 Impedancia horizontal normalizada para un grupo de 3x3 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas en su forma original (1988), la corrección de Gazetas (1991a) y la corrección de Makris y Gazetas (1992), con la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$.

En la fig 2.22a se muestran los resultados obtenidos al aplicar el método simplificado en su forma original y las dos correcciones, a grupos de 2x2, 3x3 y 4x4 pilotes con relación de espaciamiento $S/d = 5$. La diferencia respecto a los casos estudiados en las figs 2.20 y 2.21 es que en este análisis se considera una relación de rigidez pilote-suelo $E_p/E_s = 100$. Aunque el método simplificado captura la tendencia básica de la solución rigurosa, sobrestima en forma notable la interacción en la rigidez y amortiguamiento dinámicos en todos los casos, sobre todo en su forma original (Dobry y Gazetas, 1988). Debe notarse asimismo, que las gráficas correspondientes a la forma original del método tienen una escala diferente. La corrección propuesta por Gazetas (1991b) es la solución que muestra un ajuste más aceptable para este caso, aunque como se ha indicado, las diferencias siguen siendo importantes.

A partir de los resultados mostrados en las figs 2.20, 2.21 y 2.22a, podría considerarse como válida la corrección de Makris y Gazetas (1992) para el caso cuando $E_p/E_s = 1000$, y la corrección de Gazetas (1991b) cuando $E_p/E_s = 100$, ya que conducen a mejores aproximaciones con la solución rigurosas.

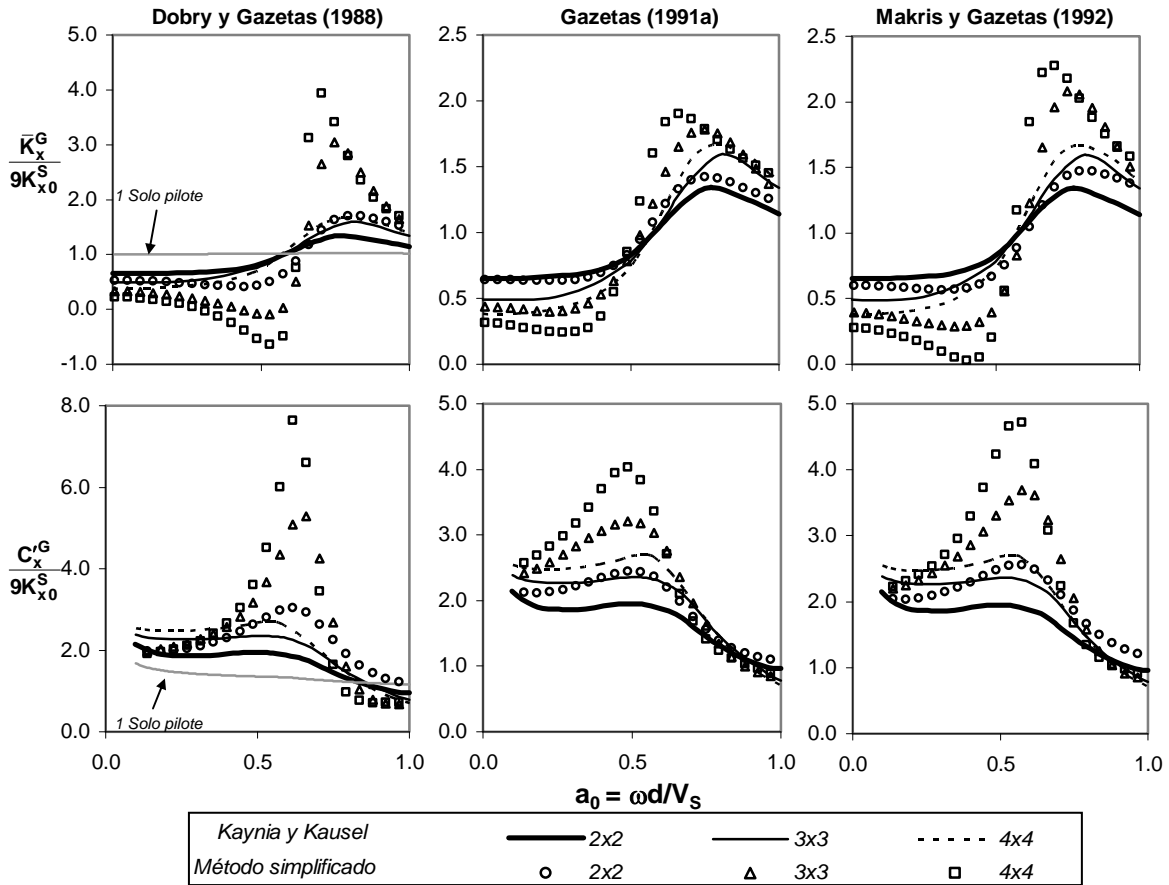


Figura 2.22a Impedancia horizontal normalizada para grupos de 2x2, 3x3 y 4x4 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas en su forma original (1988), la corrección de Gazetas (1991a) y la corrección de Makris y Gazetas (1992), con la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s=100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$.

Al igual que en el análisis de la impedancia vertical, el análisis de la impedancia horizontal para el caso intermedio, $E_p/E_s = 550$, se ve limitado ya que no se dispone de una solución rigurosa para la relación de rigidez pilote-suelo mencionada. En consecuencia, se usará el programa comercial Dyna5 como medida de comparación. En la fig 2.22b se muestra la impedancia horizontal de un grupo de 3x3 pilotes con relación de espaciamiento $S/d = 5$, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo.

Para $E_p/E_s = 100$ el ajuste del método simplificado y el programa Dyna5 con la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) es solo cualitativa, ya que tanto Dyna5 como el método simplificado sobrestiman la rigidez y el amortiguamiento dinámicos. Además, el método simplificado presenta los valores de amplitud máxima en frecuencias adimensionales ligeramente menores (7% en rigidez y 8% amortiguamiento dinámicos) comparado con la solución rigurosa. La corrección del factor de interacción horizontal usada para $E_p/E_s = 100$ es la propuesta por Gazetas (1991a).

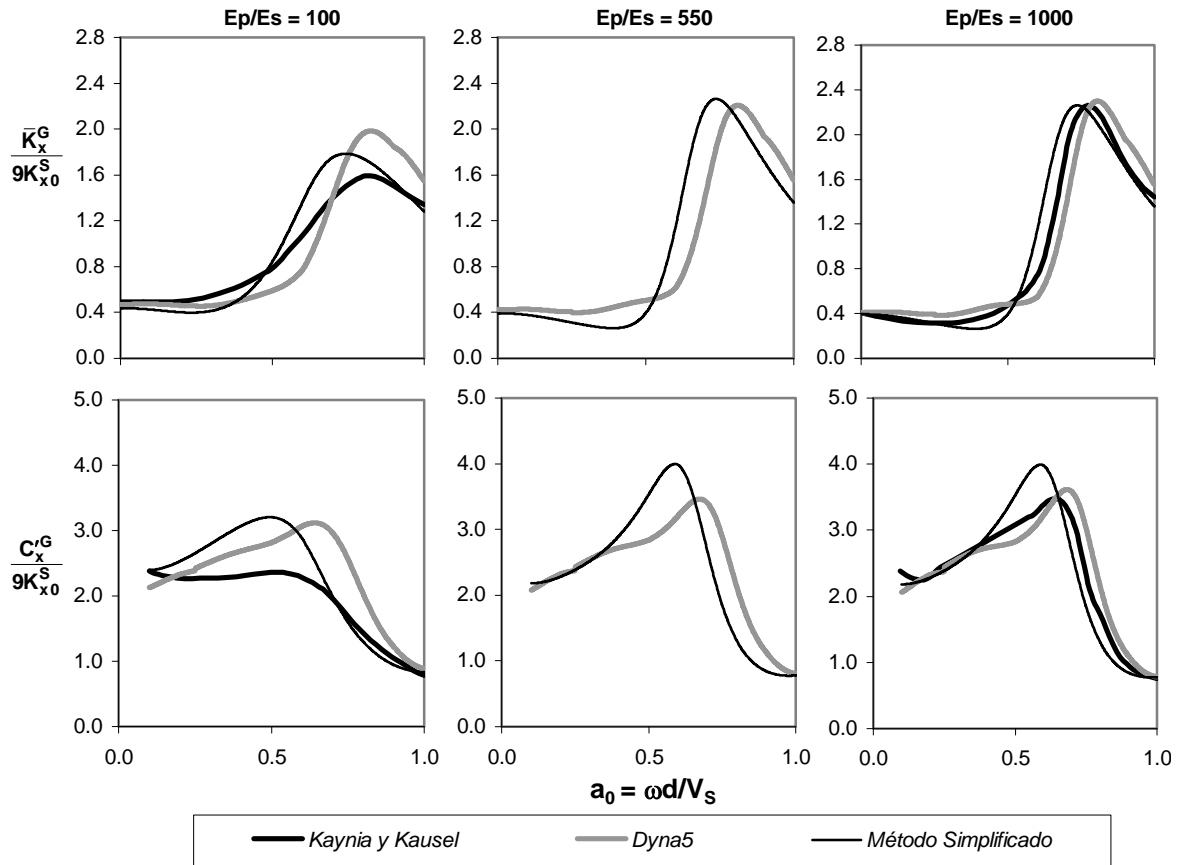


Figura 2.22b Impedancia horizontal normalizada para un grupo de 3x3 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y el programa comercial Dyna5, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

Para $E_p/E_s = 1000$, el ajuste del método simplificado y el programa Dyna, respecto de la solución rigurosa, mejora sobre todo en cuanto a la rigidez dinámica. En el amortiguamiento dinámico, el programa Dyna5 tiene un mejor desempeño para reproducir la tendencia de la solución rigurosa, mientras que el método simplificado tiene un corrimiento en la frecuencia a la que se presenta la amplitud máxima; además, sobrestima el amortiguamiento en cerca de 15%. Como se tiene una relación $E_p/E_s = 1000$, se ha usado la corrección propuesta por Makris y Gazetas (1992).

Para el valor intermedio de rigidez pilote-suelo, $E_p/E_s = 550$, tanto el programa Dyna5 como el método simplificado presentan un buen ajuste entre sí. Asumiendo que los resultados obtenidos con Dyna5 son los valores de referencia, para este caso el método simplificado tiene también un ligero desfase en las frecuencias donde se tienen las amplitudes máximas, además de sobrestimar el amortiguamiento en aproximadamente 18%. La corrección al factor de interacción horizontal que tuvo un mejor desempeño para el caso intermedio de rigidez pilote-suelo, fue la de Makris y Gazetas (1992); el método simplificado en su forma original, y la corrección de Gazetas (1991a), conducían a mayores errores en la aproximación. Puede concluirse que para el intervalo $550 \leq E_p/E_s \leq 1000$ es válido utilizar la corrección propuesta por Makris y Gazetas (1992) al coeficiente de interacción horizontal;

los resultados del método simplificado muestran un buen ajuste comparados con la solución rigurosa y el programa comercial de análisis de cimentaciones.

El mejoramiento del ajuste entre el método simplificado y la solución rigurosa, entre más alta es la relación de rigidez pilote-suelo, puede explicarse con argumentos similares a los mencionados en el caso de la vibración vertical (sección 2.4.1).

En forma similar al caso de impedancia vertical, con el método de Dobry-Gazetas es posible determinar en forma explícita las fuerzas cortantes que aparecen en los pilotes del grupo debidas a un desplazamiento global unitario. En la fig 2.23 se muestra la fuerza cortante en pilotes de centro y esquina pertenecientes a un grupo de 3x3, normalizada respecto a la fuerza cortante promedio de todos los pilotes. El análisis se realizó utilizando la corrección de Makris y Gazetas (1992). Estas fuerzas se comparan con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982), y puede apreciarse la buena correspondencia entre ambas soluciones.

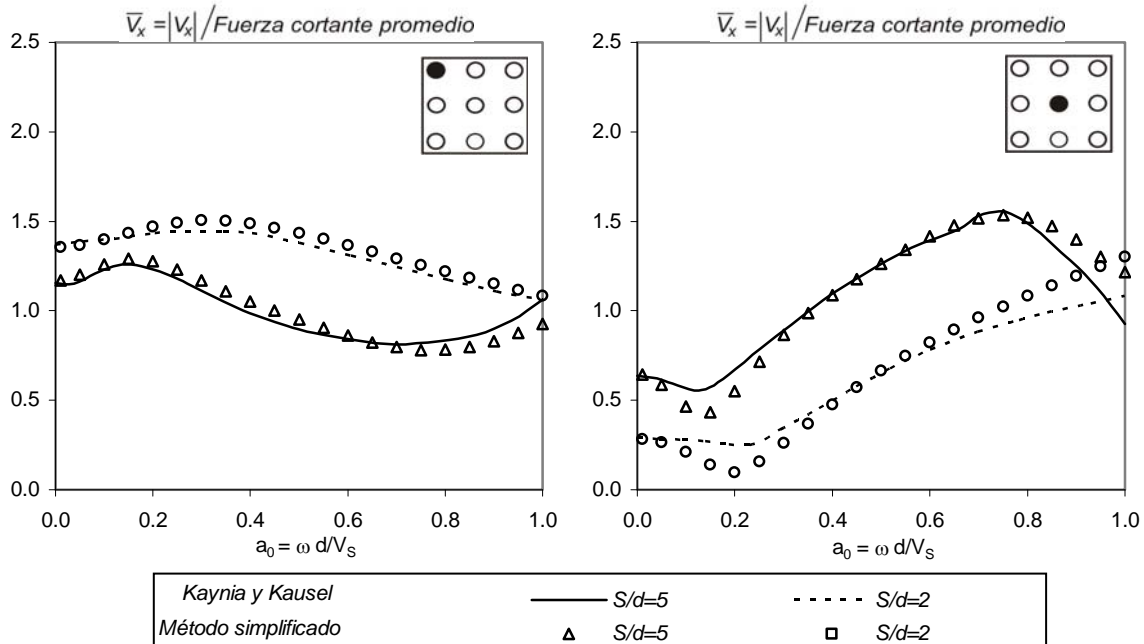


Figura 2.23 Fuerzas cortantes correspondientes al pilote central y al pilote de esquina en un grupo de 3x3 pilotes enterrado en un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$.

2.4.3. Componente de cabeceo

En las figs 2.24 y 2.25 se muestran las impedancias de cabeceo normalizado alrededor del eje x para grupos de 2x2 y 3x3 pilotes, obtenidas mediante el método simplificado de Dobry-Gazetas, y una comparación con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982). El factor de normalización es

$\sum_1^n y_i^2 K_z^s(a_0 = 0)$, que representa la contribución de las rigideces verticales estáticas en los pilotes al mecanismo de cabeceo.

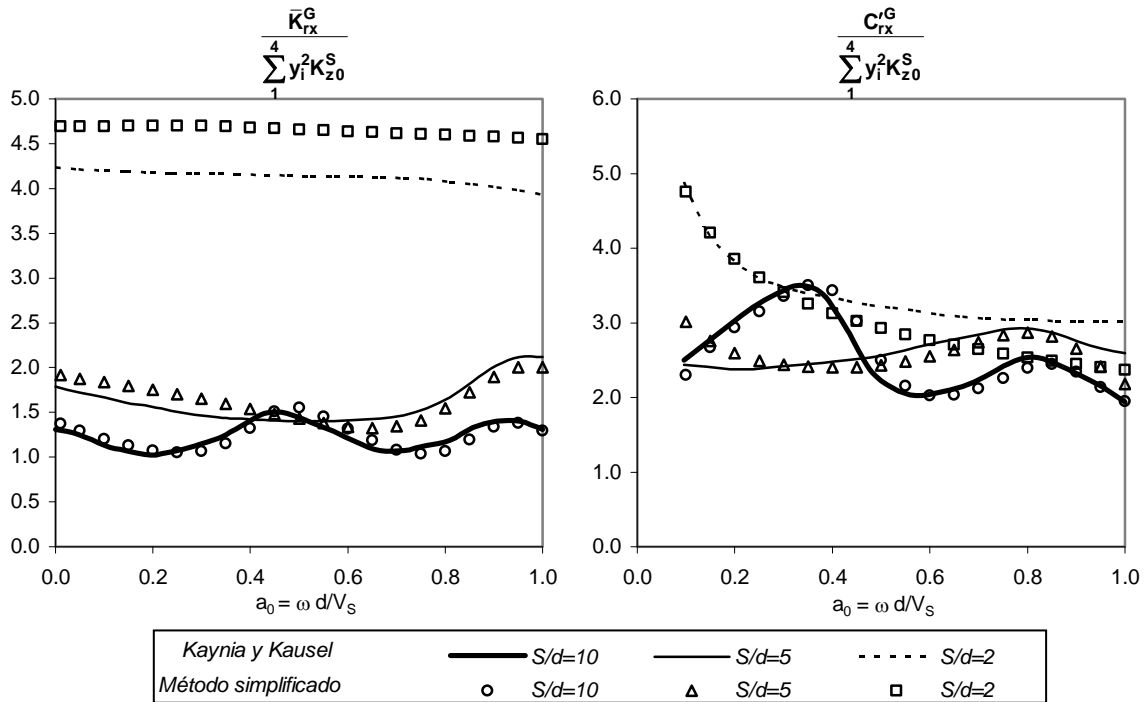


Figura 2.24 Impedancia de cabeceo normalizada para un grupo de 2x2 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$ y $L/d = 15$.

Para el grupo de 2x2 pilotes en la fig 2.24, se aprecia que la rigidez dinámica del grupo muestra, en general, poca variación con la frecuencia. Esto se debe a que que la interacción producida por la deformación rotacional en los cabezales de los pilotes es reducida, y a que los pilotes en cada lado del eje x se encuentren vibrando verticalmente fuera de fase, contrarrestando sus efectos entre sí (Dobry y Gazetas, 1988). A causa de este último hecho, la interferencia de ondas está controlada principalmente por la relación de espaciamiento entre los pilotes diagonales del grupo.

Para ilustrar el punto anterior, consideremos el grupo de 2x2 pilotes en la fig 2.25, sujeto a un giro alrededor del eje x . El pilote 1 será el pilote pasivo y los restantes serán los pilotes activos, que inducirán desplazamientos en el pilote 1 a causa de su vibración vertical. El pilote 2, vibrando verticalmente en el mismo lado del eje x que el pilote 1, le induce un desplazamiento en fase; pero el pilote 3, al otro lado del eje x , le induce un desplazamiento fuera de fase que anula el efecto del pilote 2. En consecuencia, sólo el pilote 4, ubicado diagonalmente respecto al pilote 1, produce interferencia de ondas sobre el pilote 1.

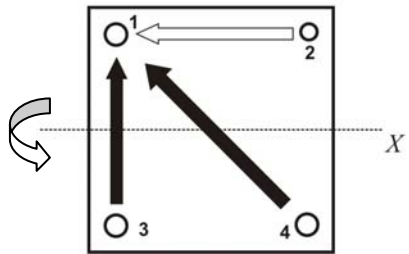


Figura 2.25 Interacción producida por el cabeceo alrededor del eje x en un grupo de 2x2 pilotes.

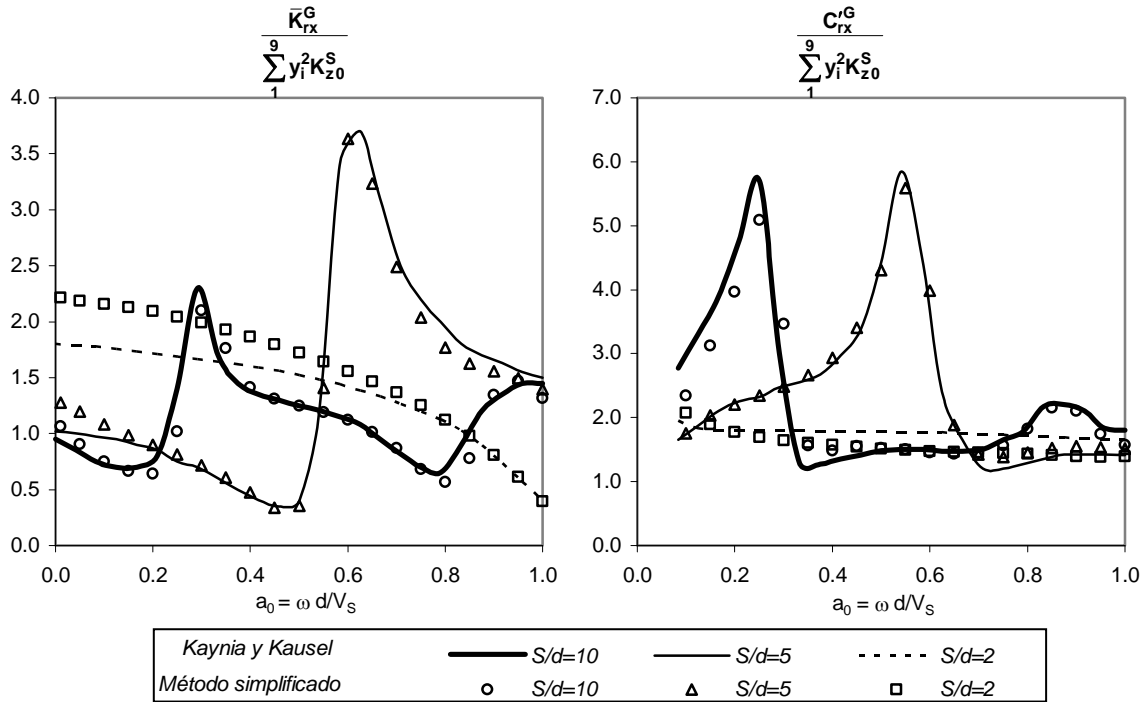


Figura 2.26 Impedancia de cabeceo normalizada para un grupo de 3x3 pilotes. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$ y $L/d = 15$.

En la impedancia de cabeceo del grupo de 3x3 pilotes en la fig 2.26, tanto la rigidez como el amortiguamiento dinámicos muestran un comportamiento más dependiente de la frecuencia, debido a una mayor cantidad de pilotes interactuando entre sí y cuyos efectos no son contrarrestados por otros pilotes. En los grupos de 2x2 y 3x3, puede apreciarse el buen ajuste con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982), sobre todo en grupos con espaciamentos no tan cercanos ($S/d = 5$ y $S/d = 10$). Para $S/d = 2$, la comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas y la solución rigurosa presenta diferencias notables (cerca de 22% a frecuencia cero). Esto se debe a que en grupos de pilotes poco espaciados ($S/d = 2$), es necesario considerar en el análisis la contribución de la deformación rotacional; el método simplificado no toma en cuenta dicha contribución, como se ha indicado en la sección 2.1.3.3.

La sensibilidad de los resultados que proporciona el método simplificado en el componente de cabeceo, respecto a la relación de rigidez pilote-suelo, se investigó en forma similar al componente vertical; se compararon la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), el método simplificado y el programa comercial Dyna5. Se estudiaron los casos de $E_p/E_s = 100$, $E_p/E_s = 550$ y $E_p/E_s = 1000$.

En la fig 2.26 se muestra la impedancia normalizada de cabeceo de un grupo de 3x3 pilotes, con una relación de espaciamento $S/d = 5$, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo. Las conclusiones que se obtuvieron para en el análisis similar para la dirección vertical, resultan también válidas para el componente de cabeceo, ya que la impedancia vertical tiene un papel muy importante para el mecanismo de rotación. A partir de la fig 2.26, se advierte que el desempeño del método simplificado cuando $E_p/E_s = 100$ implica una sobrestimación de la rigidez y amortiguamientos dinámicos (diferencias máximas de 57 y 77%, respectivamente), mientras que el programa Dyna5 muestra un

buen ajuste con la solución rigurosa. Para $E_p/E_s = 1000$, existe un buen ajuste del método simplificado respecto a la solución rigurosa (diferencias máximas de 6 y 25% en rigidez y amortiguamiento dinámicos, respectivamente). Asumiendo que los valores obtenidos con el programa Dyna5 pueden usarse como parámetros de referencia en el caso intermedio de rigidez pilote-suelo ($E_p/E_s = 550$), el método simplificado presenta diferencias máximas del orden de 19% en la rigidez y 26% en el amortiguamiento dinámico, comparado con dicho programa.

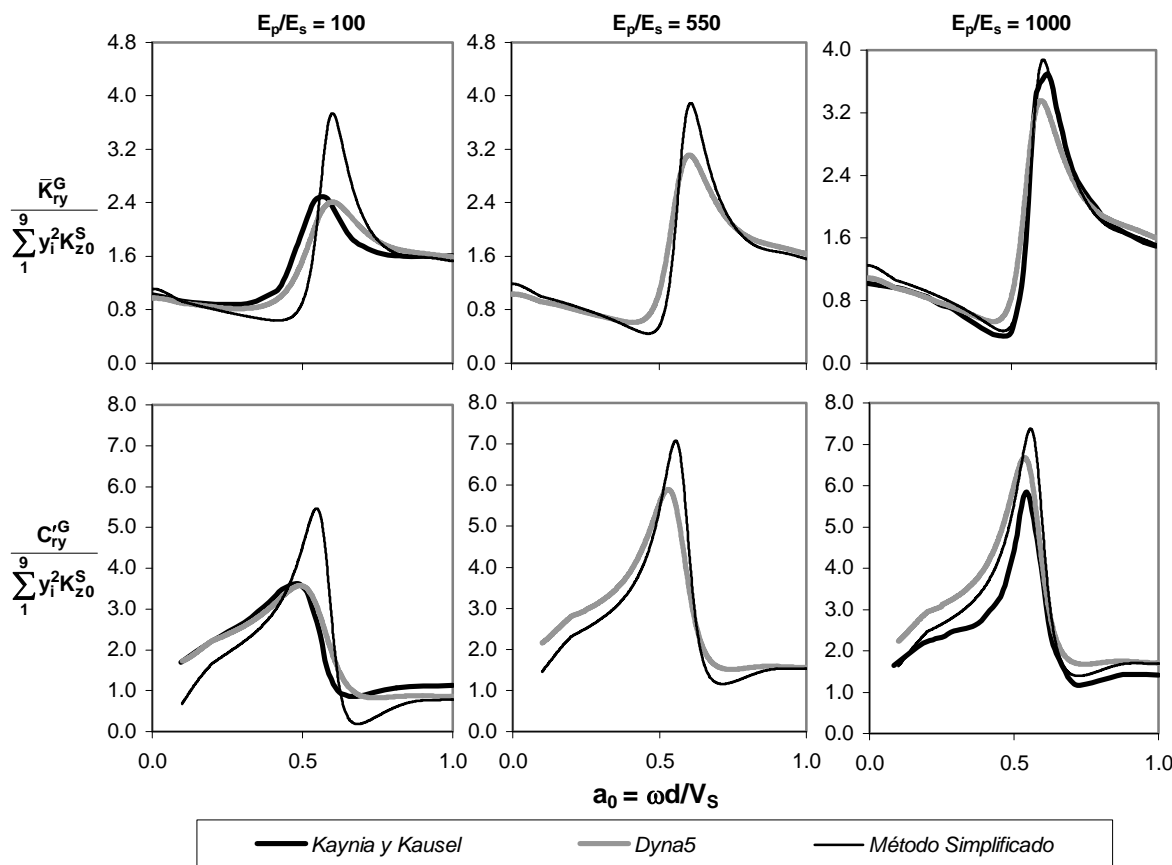


Figura 2.21 Impedancia de cabeceo normalizada para un grupo de 3x3 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y el programa comercial Dyna5, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

Un detalle importante a mencionar es que, al efectuar pruebas con el programa de cómputo para grupos de 5x5 pilotes en adelante, la aplicación del método simplificado de Dobry-Gazetas conduce a la estimación numérica de coeficientes de amortiguamiento dinámico negativos en el intervalo de bajas frecuencias. Dichos valores negativos no son admisibles. Dobry y Gazetas (1988) no reportaron este tipo de resultados, ya que sólo presentaron el análisis de grupos de 2x2 y 3x3 pilotes. Kaynia y Kausel (1982) no proporcionan valores de amortiguamiento dinámico para el intervalo de frecuencias bajas ($a_0 < 1$) para ningún componente de movimiento.

Una de las razones por las cuales el método simplificado podría conducir a la estimación de coeficientes de amortiguamiento negativos, sería la forma simplificada de los factores de interacción propuestos por Dobry y Gazetas (1988), combinada con el tipo de planteamiento necesario para estudiar la dirección de cabeceo (la definición de factores de interacción negativos para aquellos pilotes

en el arreglo que se mueven fuera de fase). Cabe mencionar, sin embargo, que no se realizó algún estudio exhaustivo de sensibilidad numérica que sustente esta afirmación.

En la fig 2.27 se muestran las funciones de impedancia normalizadas para un grupo de 5x5 pilotes para tres relaciones de espaciamiento diferentes. Al carecer de soluciones rigurosas para un grupo de 5x5 pilotes, el método simplificado de Dobry-Gazetas se compara con los resultados obtenidos al utilizar el programa comercial Dyna5.

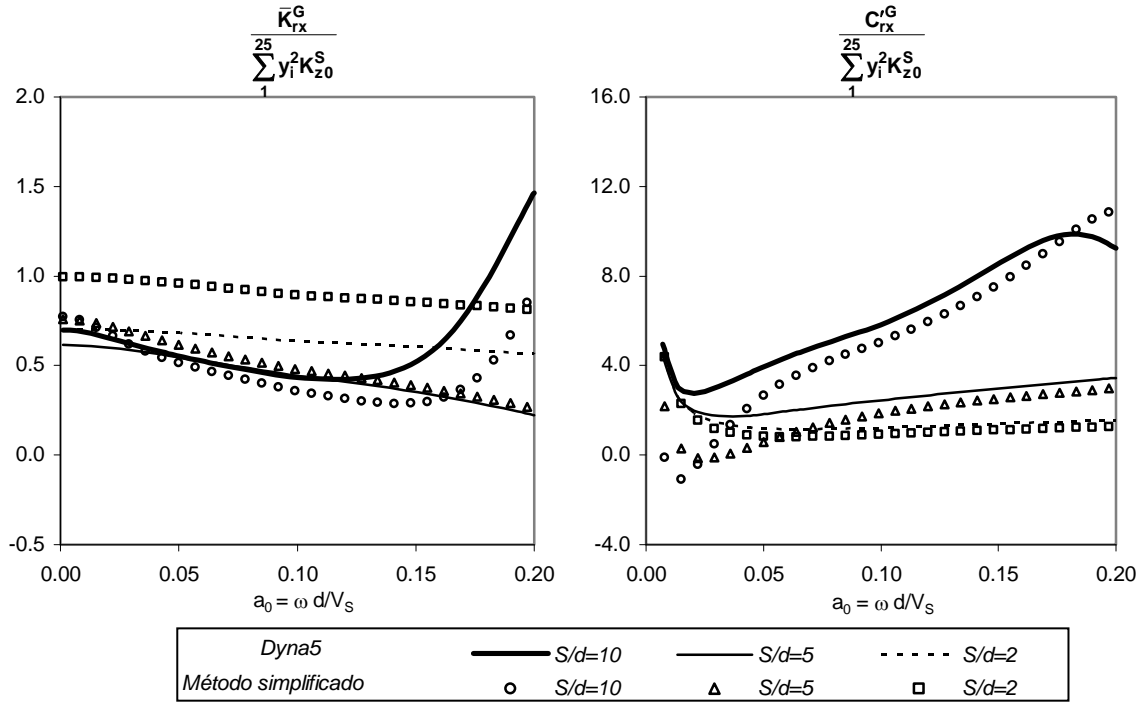


Figura 2.27 Impedancia de cabeceo normalizada para un grupo de 5x5 pilotes obtenida con el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y comparación con el programa Dyna5 para un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.7$ y $L/d = 15$.

Con respecto a las rigideces dinámicas en la fig 2.27, para el intervalo de frecuencias considerado, el mejor ajuste entre el método simplificado y el programa Dyna5 se presenta para la relación de espaciamiento $S/d = 5$ (diferencia máxima de 15% a frecuencia cero), mientras que se presentan diferencias mayores para $S/d = 2$ y $S/d = 10$ (diferencias máximas de 33 y 58%, respectivamente). En cuanto a los coeficientes de amortiguamiento del grupo de 5x5 pilotes, el ajuste entre Dyna5 y el método simplificado es notable para la relación de espaciamiento $S/d = 2$; mientras que para $S/d = 5$ y $S/d = 10$, el método simplificado conduce a la estimación de coeficientes de amortiguamiento dinámico negativos a bajas frecuencias ($0 \leq a_0 \leq 0.05$). Esto constituye una limitación del método simplificado cuando se aplica en grupos de 5x5 y mayores en el componente de cabeceo, pues no puede ser usado de manera confiable para determinar el coeficiente de amortiguamiento dinámico a frecuencias bajas.

Con el fin de solventar esta limitación, en este trabajo se propone un ajuste empírico sencillo con el cual sea posible estimar, aunque sea en forma aproximada, los valores de amortiguamiento en los intervalos de frecuencia mencionados, para el componente de cabeceo.

El ajuste propuesto se basa en el análisis de las ecuaciones necesarias para determinar la impedancia global. Consideremos la ec 2.49, que permite obtener la impedancia de cabeceo de grupo. Esta ecuación se puede escribir como

$$\mathcal{K}_{rx}^G = n\mathcal{K}_{rx}^S + \mathcal{K}_z^S \Gamma \quad (2.65)$$

El parámetro Γ es un factor complejo que representa la interacción de las fuerzas verticales para el mecanismo de cabeceo. El factor Γ se calcula, en forma de sumatoria, como

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n x_i \sum_{j=1}^n x_j v_{v(i,j)} \quad (2.66)$$

Donde $v_{v(i,j)}$ es un elemento de la inversa de la matriz $[\alpha_{v(i,j)}]$ en la ec 2.48. En la ec 2.59, tanto \mathcal{K}_{rx}^S como \mathcal{K}_z^S son números complejos con partes real e imaginaria positivas; por lo tanto es el parámetro Γ es quien determina la aparición del amortiguamiento negativo. Se observó que cuando la parte imaginaria de \mathcal{K}_{rx}^G era negativa, el parámetro Γ también tenía parte imaginaria negativa. Entonces, cuando en el análisis se presenta un valor de amortiguamiento menor que cero, la parte imaginaria de Γ , con valor negativo, se fija a cero a fin de evitar la inconsistencia numérica.

El uso de esta corrección se ve en la fig 2.28, para el mismo grupo de considerado anteriormente. En dicha figura puede verse que el problema numérico en el coeficiente de amortiguamiento dinámico para $S/d = 5$ y $S/d = 10$ ha sido corregido, aunque la comparación entre los resultados de Dyna5 y el método simplificado, a baja frecuencia, presenta un ajuste regular únicamente; el ajuste empírico que permite evitar la aparición de amortiguamientos negativos solo constituye una aproximación al problema.

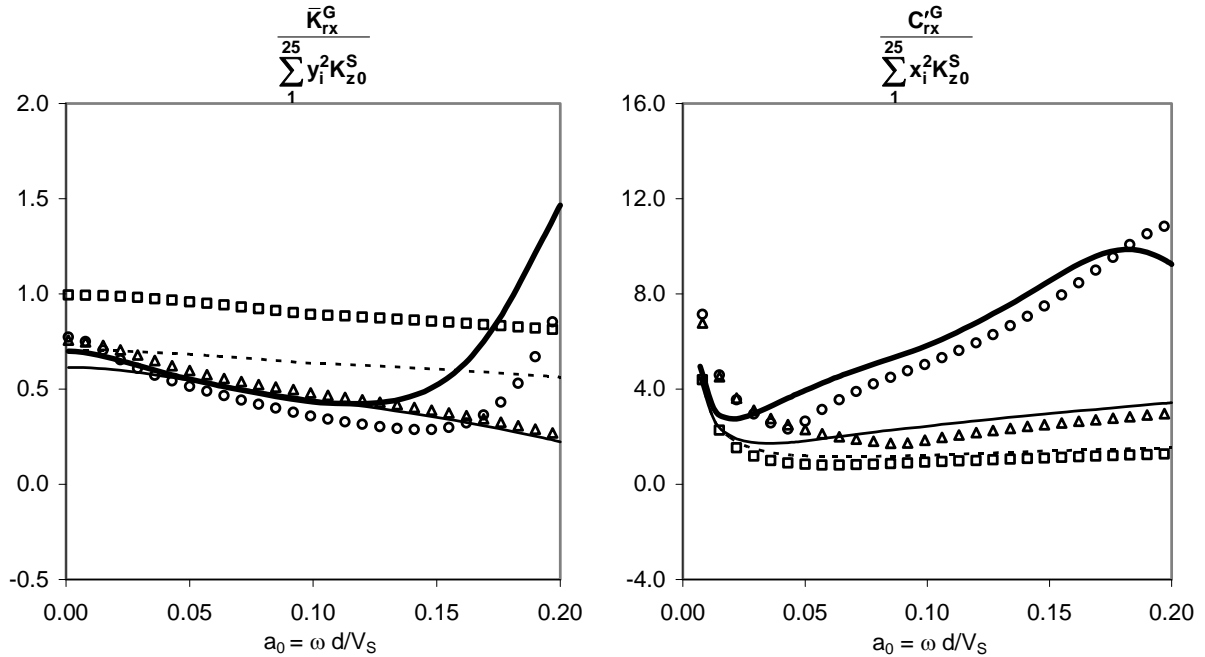


Figura 2.28 Impedancia de cabeceo normalizada para un grupo de 5x5 pilotes obtenida con el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), con corrección al amortiguamiento y comparación con el programa Dyna5 para un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.7$ y $L/d = 15$.

2.4.4. Componente de torsión

Las comparaciones entre las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982) y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), aplicado mediante el programa de cómputo, pueden dividirse en dos tipos principales. En el primero, se estudian grupos de pilotes con tamaños distintos (2x2, 3x3 y 4x4) con una relación de rigidez pilote-suelo de $E_p/E_s = 100$. En el segundo, se investiga un grupo de 4x4 pilotes con diferentes relaciones de espaciamiento y una relación de rigidez pilote-suelo de $E_p/E_s = 1000$.

Debido a que en el planteamiento de torsión se utiliza un procedimiento análogo al del componente horizontal, ya que se analiza la interacción de fuerzas laterales, es necesario definir qué tipo de corrección a los factores de interacción horizontal se utilizará. Con base en los resultados presentados anteriormente en la sección 2.4.2, se ha determinado que para $E_p/E_s = 100$ la corrección que proporciona mejores resultados es la de Gazetas (1991b) y para $E_p/E_s = 1000$ la corrección que conduce a mejores ajustes es la propuesta por Makris y Gazetas (1992).

En las figs 2.29 y 2.30 se muestran las impedancias de torsión de grupo, normalizadas respecto al factor $\sum r_i^2 K_x^S$ que representa la contribución de las rigideces horizontales estáticas de todos los pilotes al mecanismo de torsión.

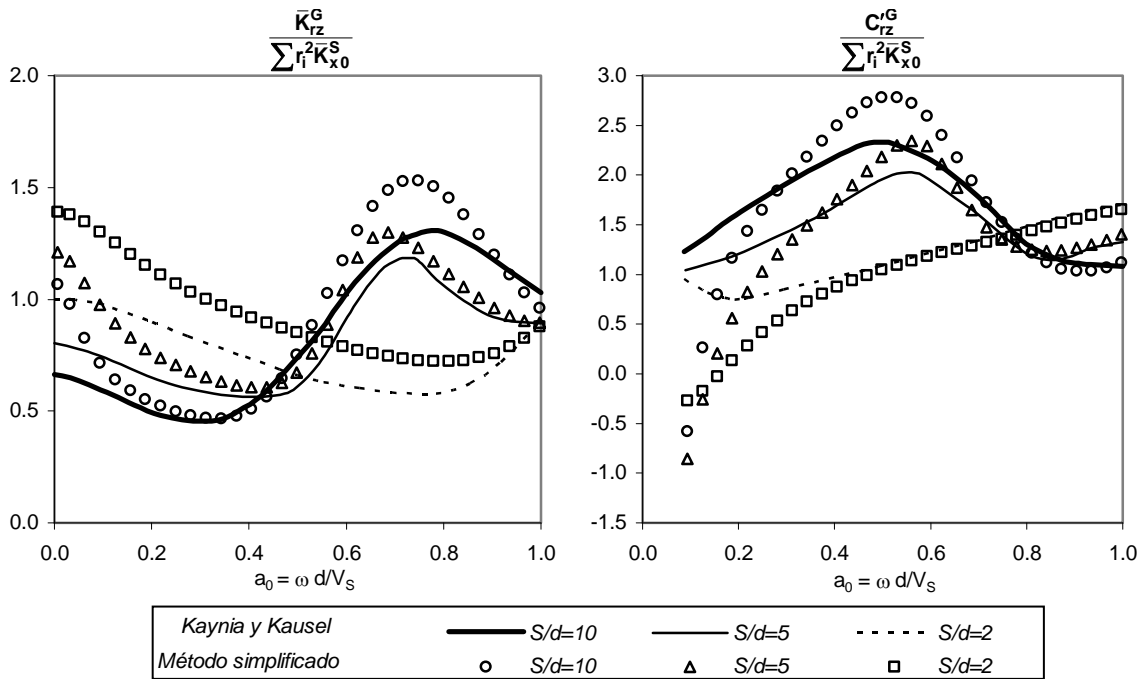


Figura 2.29 Impedancia de torsión normalizada para grupos de 2x2, 3x3 y 4x4 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas con la corrección de Gazetas (1991b) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$.

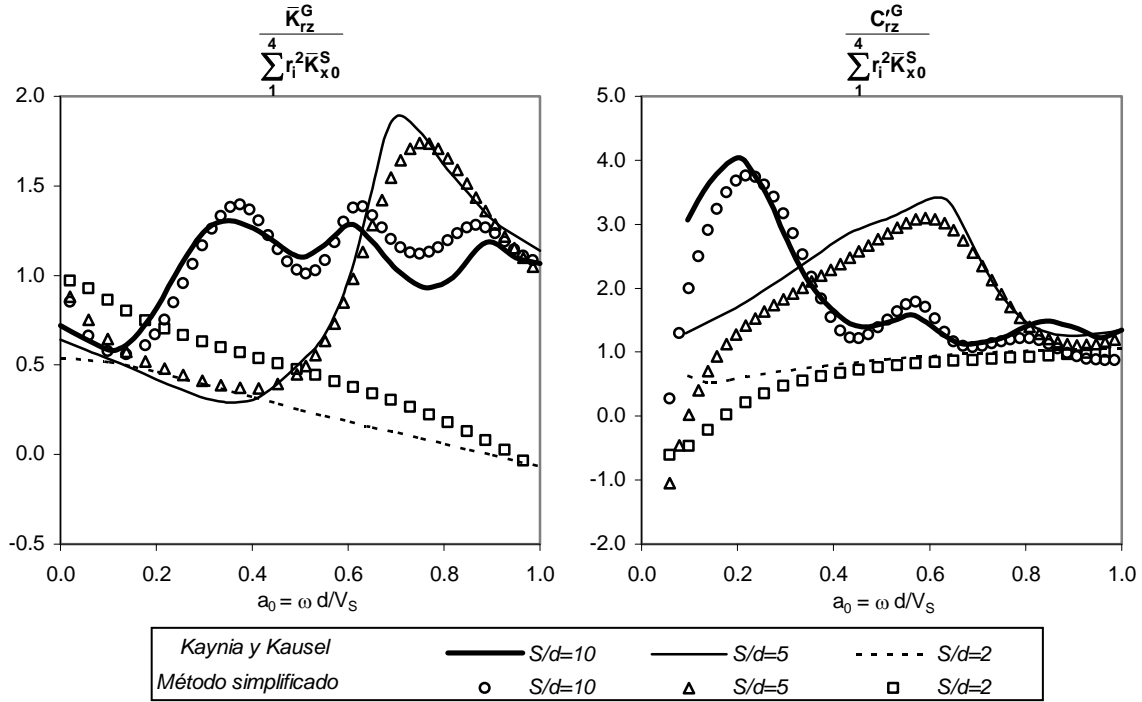


Figura 2.30 Impedancia de torsión normalizada para un grupo de 4x4 pilotes con $S/d=2$, $S/d=5$ y $S/d=10$. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas con la corrección de Makris y Gazetas (1992) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$.

A partir de las figs 2.29 y 2.30 pueden hacerse varias observaciones importantes. Aunque el método simplificado captura las formas básicas de las curvas rigurosas de Kaynia y Kausel (1982), existen diferencias significativas entre ambas soluciones. Esto conduce a pensar que en el fenómeno de torsión intervienen elementos que no pueden ser considerados totalmente por los factores de interacción lateral simplificados del método de Dobry-Gazetas.

En la fig 2.29 se advierte que el método simplificado sobrestima la rigidez dinámica para todas las relaciones de espaciamiento consideradas, en el intervalo ($0 \leq a_0 \leq 1$). Las diferencias máximas se presentan a frecuencia cero (70% para el grupo de 4x4 pilotes). En la fig 2.30, las estimaciones del método simplificado también conducen a la sobrestimación de la rigidez dinámica, sobre todo en el intervalo de bajas frecuencias (diferencia máxima de 82% para el grupo con $S/d = 2$).

Para el coeficiente de amortiguamiento dinámico, cuando $E_p/E_s = 100$ (fig 2.29), el método de Dobry-Gazetas sobrestima a C_{rz}^G en frecuencias intermedias ($0.4 \leq a_0 \leq 0.7$). Cuando $E_p/E_s = 1000$ (fig 2.30), la solución obtenida con el método simplificado se corresponde con la solución rigurosa para el intervalo ($a_0 > 0.3$). Es importante notar que, para ambos casos ($E_p/E_s = 100$ y $E_p/E_s = 1000$) se presentan coeficientes de amortiguamiento negativos para frecuencias bajas, en forma similar que en el componente de cabeceo. Los valores negativos de C_{rz}^G se presentaron para todos los tamaños de grupos de pilotes estudiados.

Para el componente de torsión, en este trabajo se proponen dos correcciones empíricas. La primera tiene que ver con la rigidez dinámica. Para solventar la sobrestimación de la rigidez dinámica a bajas frecuencias, se propone multiplicar la función de impedancia por un factor de corrección lineal de la forma siguiente:

$$\text{Factor correctivo} = \begin{cases} a_0 + 0.7; & \text{si } a_0 \leq 0.3 \\ 1; & \text{si } a_0 > 0.3 \end{cases} \quad (2.67)$$

La segunda corrección es análoga a la que se usó para el componente cabeceo, con el fin de evitar los amortiguamientos negativos. Los resultados de aplicar estas dos correcciones se muestran en las figs 2.31 y 2.32.

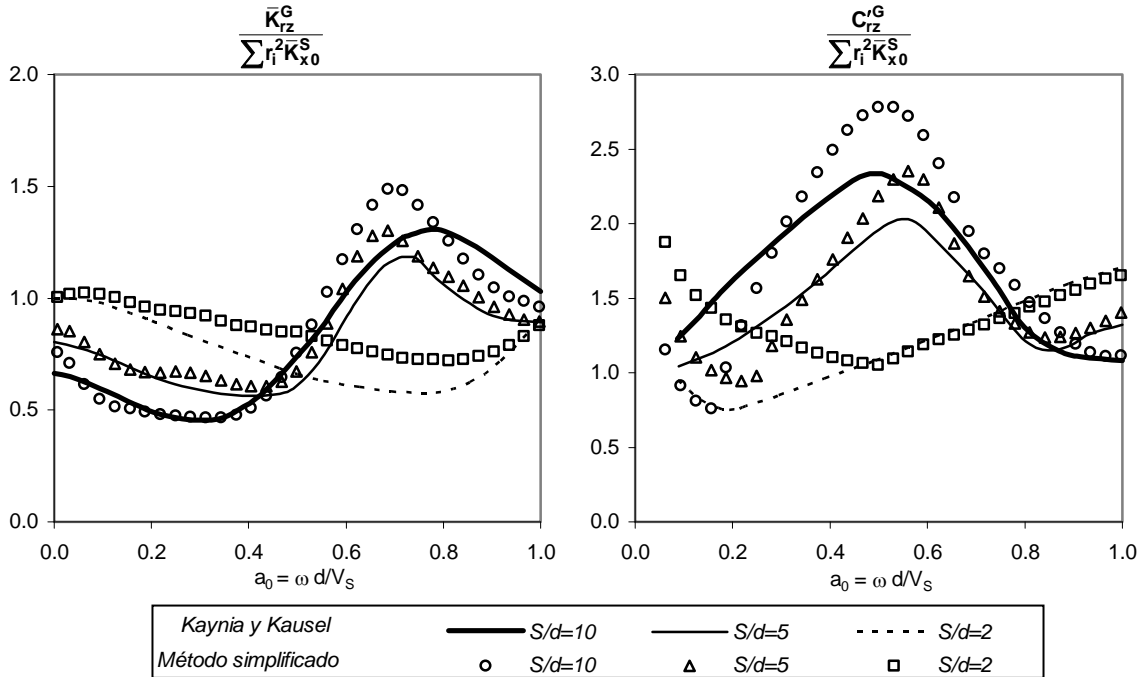


Figura 2.31 Impedancia de torsión normalizada para grupos de 2x2, 3x3 y 4x4 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas con la corrección de Gazetas (1991b) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$. Se ha corregido la rigidez y el amortiguamiento a bajas frecuencias.

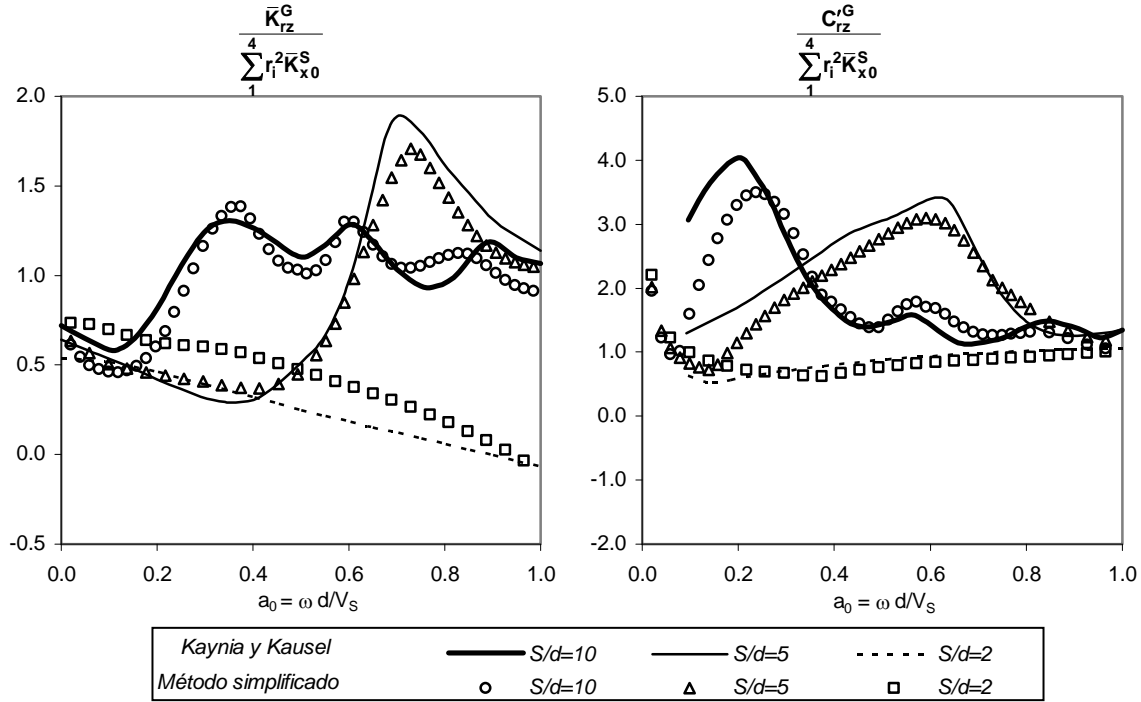


Figura 2.32 Impedancia de torsión normalizada para un grupo de 4x4 pilotes con S/d=2, S/d=5 y S/d=10. Comparación entre el método simplificado de Dobry-Gazetas con la corrección de Makris y Gazetas (1992) y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982) para un semiespacio homogéneo; $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\nu = 0.4$, $\beta = 0.05$ y $L/d = 15$. Se ha corregido la rigidez y el amortiguamiento a bajas frecuencias.

En lo que respecta a la rigidez dinámica, la corrección dada por la ec 2.67 conduce a resultados satisfactorios, sobre todo para el caso en que $E_p/E_s = 100$ (fig 2.31), donde la máxima diferencia entre el método simplificado y la solución rigurosa se reduce a 15% para el grupo de 4x4 pilotes, a frecuencia de excitación cero. Para el caso en que $E_p/E_s = 1000$ (fig 2.32) la máxima diferencia se ha reducido a 27% para el grupo con $S/d = 2$.

En cuanto al coeficiente de amortiguamiento dinámico corregido, no se ha conseguido una mejora notable comparado con las soluciones rigurosas; la mejor aproximación se tiene para el caso en que $E_p/E_s = 1000$ (fig 2.32). Por lo tanto, cuando el método simplificado sea aplicado al componente de torsión, puede utilizarse para determinar la rigidez dinámica de manera confiable, mientras que la estimación del amortiguamiento a bajas frecuencias presenta dispersiones importantes.

Para investigar el comportamiento de la solución obtenida con el método simplificado respecto a la relación de rigidez pilote-suelo, se hicieron pruebas comparando la solución rigurosa, el programa Dyna5 y el método simplificado, que se muestran en la fig 2.33.

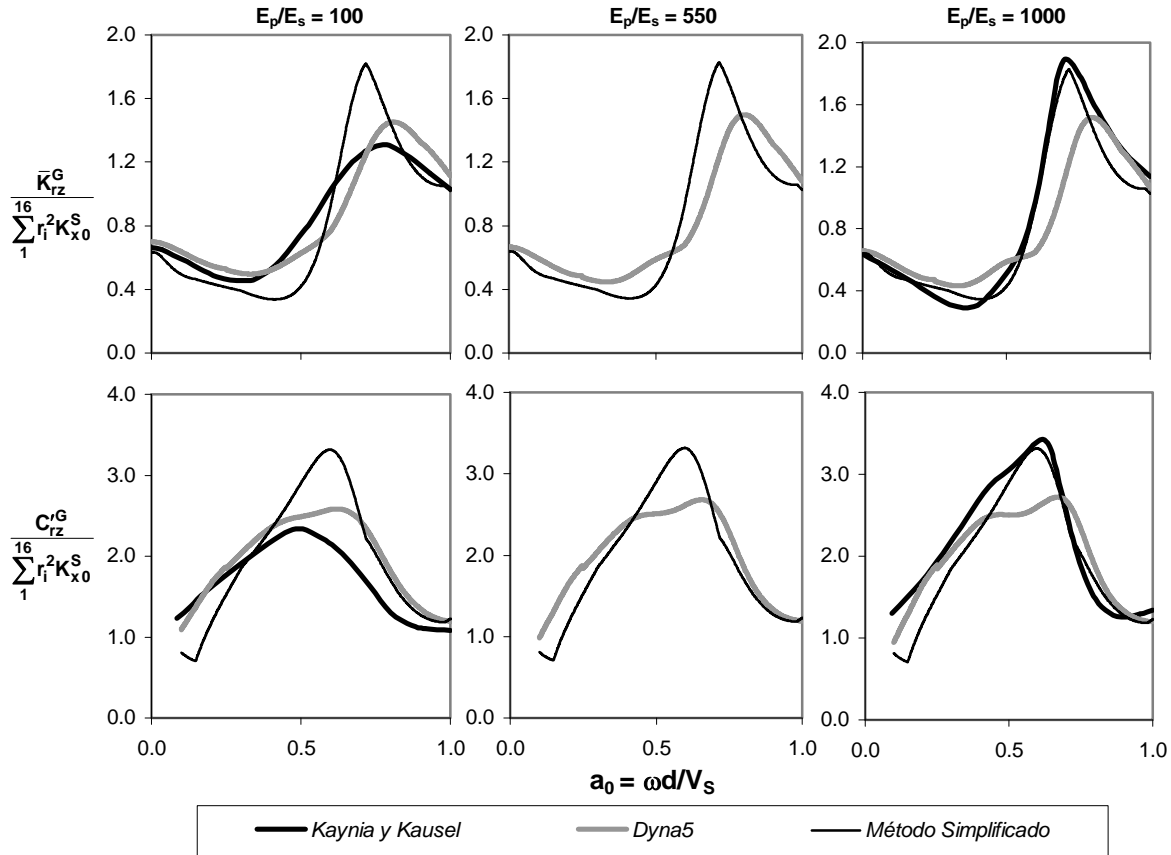


Figura 2.33 Impedancia de torsión normalizada para un grupo de 4x4 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982), el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) y el programa comercial Dyna5, para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

La fig 2.33 muestra la impedancia de torsión normalizada para un grupo de 4x4 pilotes para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo.

En el caso cuando $E_p/E_s = 100$, la solución de Dyna5 presenta un mejor ajuste con la solución rigurosa, mientras que el método simplificado sobrestima tanto la rigidez como el amortiguamiento dinámico en cerca de 44 y 56%, respectivamente, en la zona de amplitudes máximas. De acuerdo con los resultados que se obtuvieron en el análisis horizontal del punto 2.4.2, se ha usado para esta relación de rigidez pilote-suelo la corrección propuesta por Gazetas (1991a).

En el caso intermedio, $E_p/E_s = 550$, la corrección al factor de interacción horizontal utilizada fue la de Makris y Gazetas (1992), ya que dicha corrección fue la que mostró un mejor desempeño al ser comparada la solución del método simplificado con el programa Dyna5.

Cuando $E_p/E_s = 1000$, el ajuste más satisfactorio con la solución rigurosa es el obtenido con el método simplificado, sobre todo en cuanto a la rigidez dinámica.

2.4.5. Grupos grandes de pilotes

En la literatura sólo se tienen resultados rigurosos para grupos reducidos de pilotes (de 2 a 16 pilotes), mientras que la cimentación de una estructura real puede tener de 30 a 350. Para solventar esta limitante y disponer de resultados útiles para grupos con un número variable de pilotes, como los que pueden encontrarse en un caso real, se estudiaron arreglos cuadrados de 7x7, 10x10, 15x15 y 18x18 pilotes, así como grupos de arreglos rectangulares de 2x4, 4x8 y 8x16 pilotes.

En esta sección se presentan los resultados correspondientes al grupo de 18x18 pilotes, dado que el comportamiento de las funciones de impedancia para dicho arreglo es representativo de los grupos con un menor número de pilotes. La información completa sobre los grupos con arreglo cuadrado y rectangular puede consultarse en el anexo B.

Las funciones de impedancia del grupo de 18x18 se determinaron mediante el programa Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas. Los resultados obtenidos con el programa Dyna5 se tomaron como los valores de referencia, puesto que con dicho programa se logra una concordancia aceptable con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel para grupos reducidos de pilotes (sección 2.4).

En la fig 2.34 se comparan las impedancias verticales normalizadas para el grupo de 18x18 pilotes (con relación de espaciamento $S/d = 5$ y distintas relaciones de rigidez pilote-suelo), obtenidas con ambos métodos.

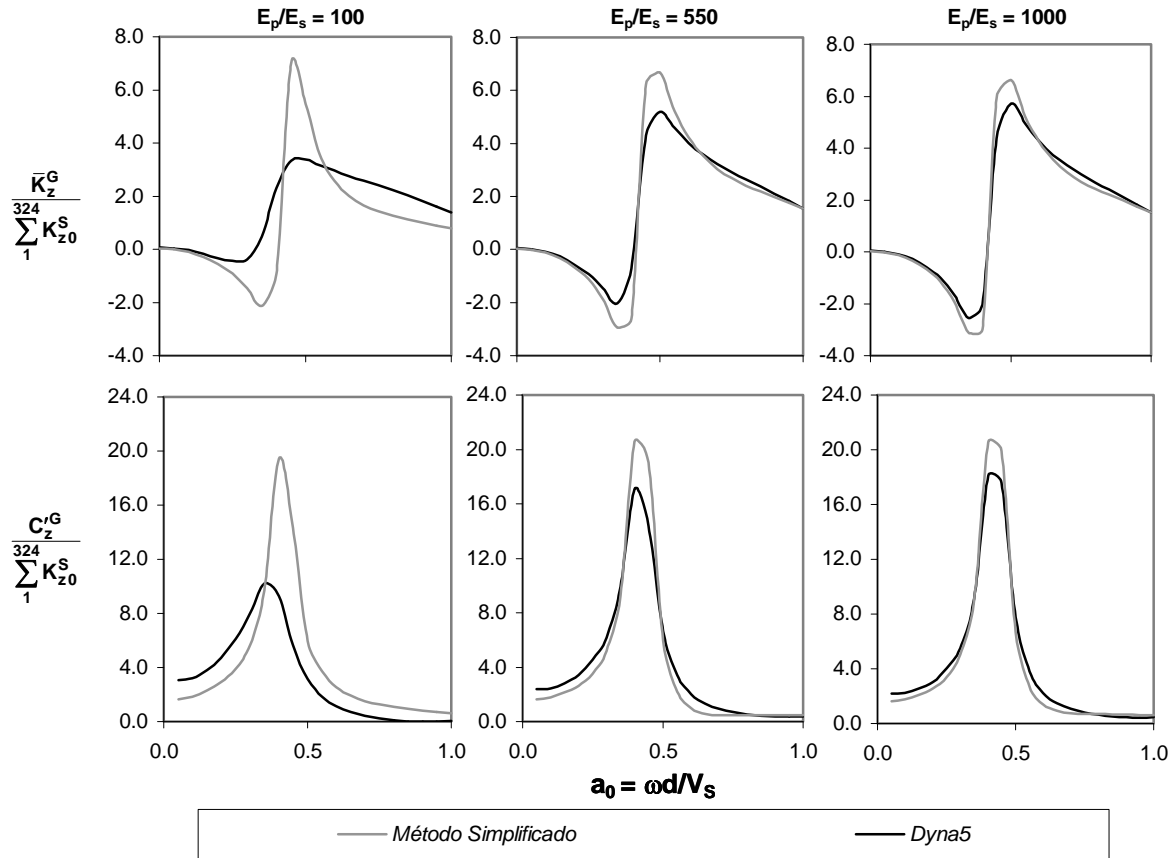


Figura 2.34 Impedancia vertical normalizada para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

En dicha figura se observa que la correspondencia entre el método simplificado y la solución obtenida con el programa Dyna5 aumenta con el incremento de la relación de rigidez pilote-suelo, como se observó para los grupos de menor tamaño estudiados con anterioridad. Para $E_p/E_s > 500$, el ajuste entre ambas soluciones es satisfactorio. Sólo en las zonas de amplitudes máximas y mínimas se aprecia una ligera diferencia entre el método simplificado y el programa Dyna5.

Asimismo, se aprecia que la solución obtenida con el método simplificado y los resultados del programa Dyna5 presentan un buen ajuste en el intervalo de frecuencias estudiado ($0 \leq a_0 \leq 1$), tanto en las gráficas de rigidez dinámica como en las de coeficiente de amortiguamiento dinámico. Por consiguiente, para la dirección vertical de movimiento, puede utilizarse el método simplificado en el intervalo de frecuencia adimensional mencionado, el cual representa la mayoría de casos prácticos en edificios.

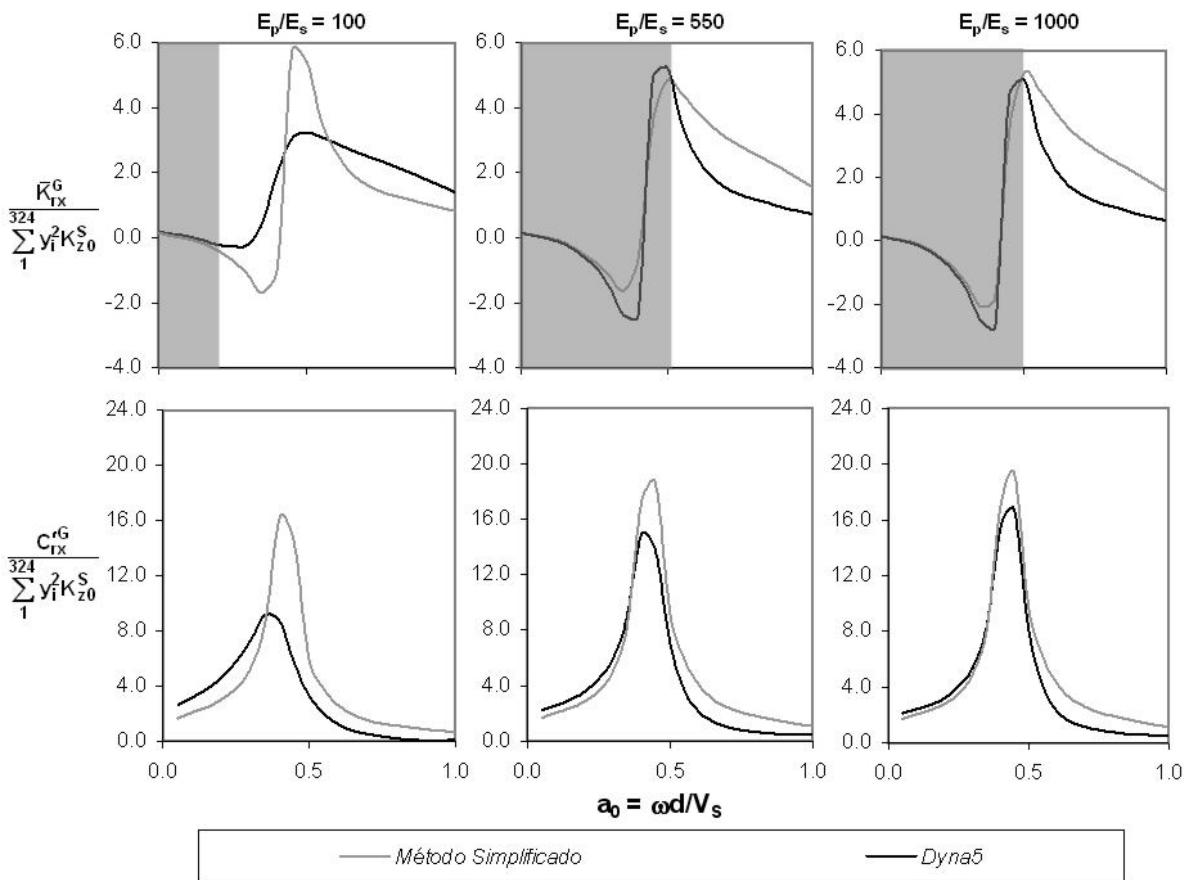


Figura 2.35 Impedancia de cabeceo normalizada para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

En las gráficas de cabeceo (fig 2.35) se advierte, en forma similar que en el caso vertical, que el ajuste entre los dos procedimientos mejora entre más elevada es la relación E_p/E_s . Los resultados del método simplificado son similares a los obtenidos con el programa Dyna5 para relaciones $E_p/E_s > 500$, mientras que para $E_p/E_s = 100$ se tiene un menor ajuste entre ambas soluciones. Debe notarse, sin embargo, que para $E_p/E_s > 500$ el método simplificado sobrestima la rigidez dinámica para valores

$a_0 > 0.5$. Los intervalos de frecuencia adimensional donde la rigidez dinámica calculada con el método simplificado presenta un ajuste satisfactorio con los valores de referencia se muestran sombreados en la fig 2.35.

Para el conjunto de estructuras donde sería factible aplicar el método simplificado (edificios de entre 5 y 20 niveles), se tienen frecuencias adimensionales menores que 0.18 para el caso más crítico (edificios de mampostería de 5 niveles). Sin embargo, en edificios de 5 niveles y más, con estructuración a base de marcos y marcos y muros de concreto reforzado, el parámetro a_0 en general es menor que 0.10. Por lo tanto, se tiene una amplia variedad de casos en donde es posible usar el método simplificado, en cuanto al componente de cabeceo se refiere.

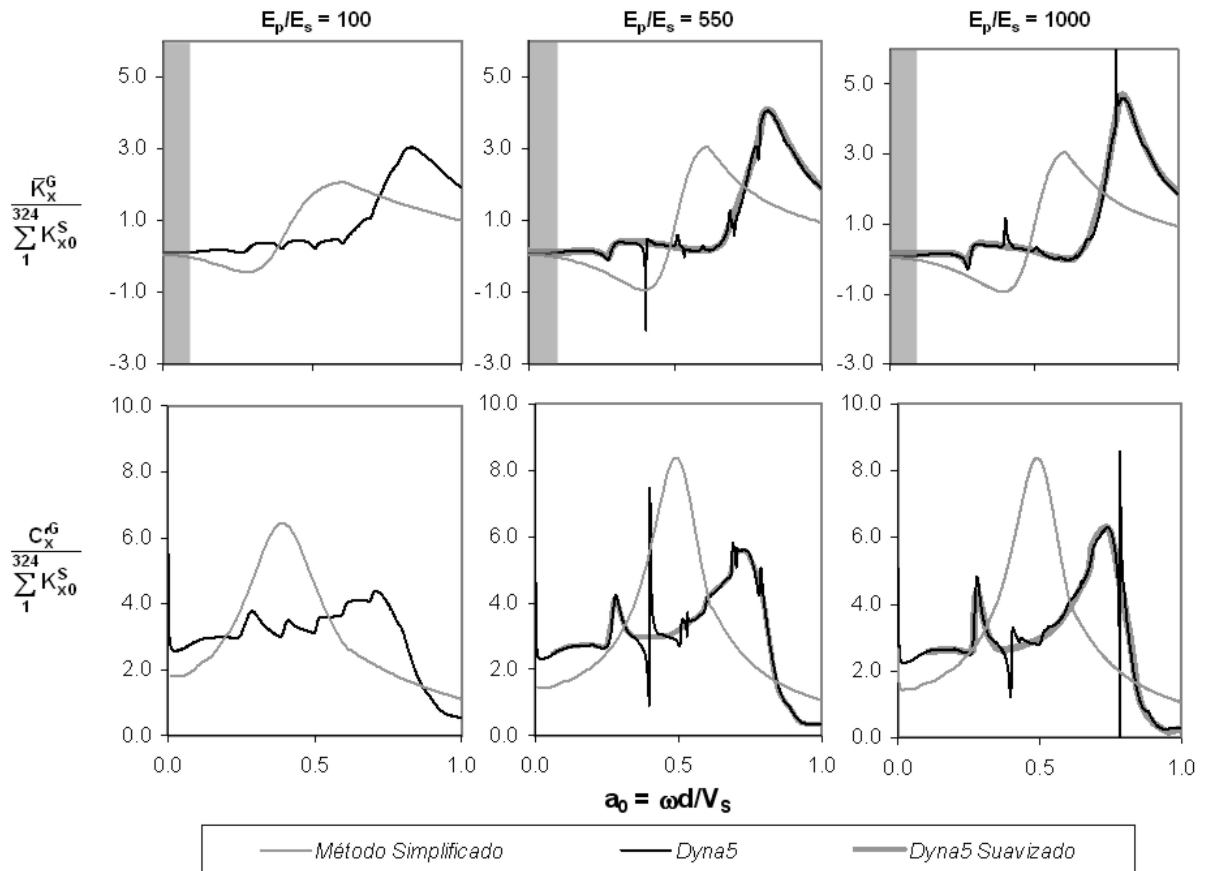


Figura 2.36 Impedancia horizontal normalizada para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

La fig 2.36 muestra las gráficas de impedancia horizontal normalizada. Se ve que el ajuste entre el método simplificado y el programa Dyna5 no es favorable para grupos con un número grande de pilotes. El método simplificado predice las amplitudes máximas en la respuesta de grupo a frecuencias menores que el programa Dyna5, lo que conduce a diferencias notables en la forma de las gráficas.

Los resultados obtenidos con el método simplificado y con el programa Dyna5, en lo que respecta a la rigidez dinámica, presentan una concordancia aceptable en el intervalo de bajas frecuencias ($a_0 \leq 0.1$), que se muestra sombreado en la fig 2.36. Este intervalo es notablemente más reducido que en los componentes de movimiento vertical y de cabeceo.

En cuanto al amortiguamiento dinámico, el método simplificado y el programa Dyna5 no presentan una correspondencia satisfactoria en el intervalo de frecuencias en análisis ($a_0 < 1$) con diferencias que van del 50 al 65% en el caso estático.

Un dato importante a resaltar es que en el análisis de grupos con tamaño variable (7x7, 10x10, 15x15 y 18x18 pilotes) se detectó que en el cálculo de funciones de impedancia con el programa Dyna5 se originan inconsistencias numéricas para algunas frecuencias puntuales, como las que aparecen en la fig 2.36. Dichas inconsistencias aparecieron a partir del grupo de 10x10 pilotes, para relaciones de rigidez pilote-suelo mayores a 500.

El análisis de grupos rectangulares (2x4, 4x8 y 8x16 pilotes) mostró que la forma del arreglo no parece ser un factor que origine las inconsistencias numéricas. Los problemas numéricos aparecieron en el grupo de 8x16 pilotes, lo cual podría evidenciar que en grupos grandes (más de 100 pilotes) es posible que aparezcan singularidades numéricas si se usa el programa Dyna5. En los grupos rectangulares de pilotes las funciones de impedancia presentaron un comportamiento similar que en grupos cuadrados, ya que las zonas de amplitudes máximas y mínimas en las gráficas de rigidez y amortiguamiento se presentaron aproximadamente a las mismas frecuencias que en los grupos de forma cuadrada.

Las singularidades numéricas, en los análisis realizados con el programa Dyna5, podrían conducir a problemas en la estimación de las rigideces dinámicas en un grupo grande de pilotes. Para solventar esta limitante, en la fig 2.36 se ha graficado una curva suavizada en la que se han eliminado las inconsistencias numéricas del programa Dyna5, permitiendo una estimación más confiable de las rigideces dinámicas.

En el intervalo de baja frecuencia, donde el programa Dyna5 y el método simplificado tienen una concordancia aceptable, el programa Dyna5 no presenta singularidades numéricas, por lo que en dicho intervalo ambas soluciones conducen a resultados similares.

Para el componente de torsión, cuyas gráficas de impedancia se muestran en la fig 2.37, ocurre algo similar que con la dirección horizontal de movimiento. Existen diferencias importantes en las funciones de impedancia calculadas con el método simplificado y el programa Dyna5, además de que nuevamente el cálculo con dicho programa produce irregularidades numéricas que afectan la forma de las curvas.

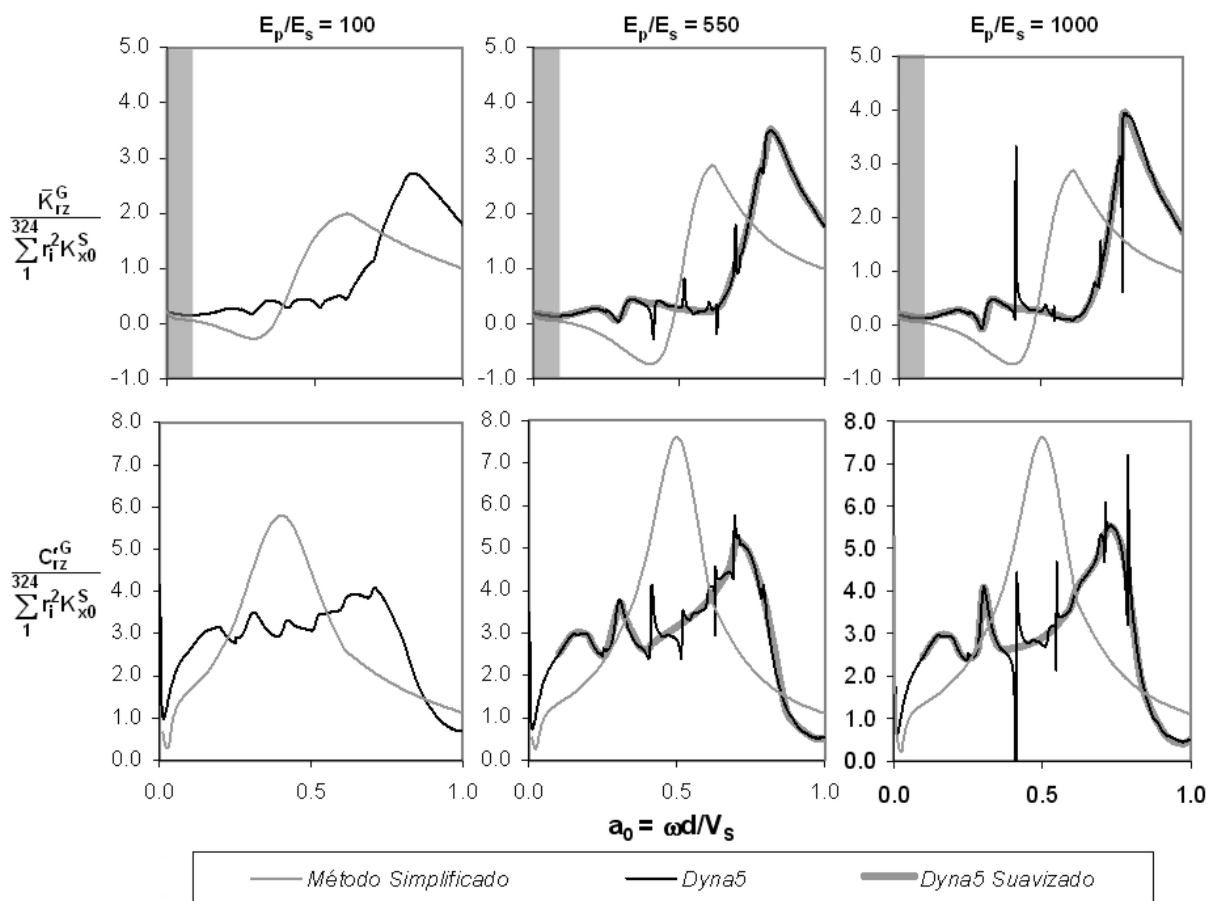


Figura 2.37 Impedancia de torsión normalizada para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988) para distintas relaciones de rigidez pilote-suelo, en un semiespacio homogéneo: $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

Para el componente de torsión también se ha definido un intervalo de frecuencia adimensional $0 \leq a_0 \leq 0.1$, en donde el método simplificado presenta un ajuste aceptable con el programa Dyna5 en cuanto a la rigidez dinámica. Dado que las curvas de impedancia dinámica dependen también de la relación de espaciamiento S/d , en el anexo B de este trabajo se encuentran análisis para el grupo grande de pilotes (18x18) para diferentes relaciones de espaciamiento ($S/d = 2, 3, 4, 6$ y 10). Los resultados de tales estudios son congruentes con lo que se ha expuesto aquí para $S/d = 5$. En el análisis de los componentes vertical y de cabeceo, los resultados obtenidos con el programa Dyna5 y el método simplificado presentan una buena concordancia entre sí, mientras que para los componentes de traslación y torsión, los dos procedimientos tienen un buen ajuste solamente en el intervalo de bajas frecuencias.

La causa de las diferencias entre el programa Dyna5 y el método simplificado (figs 2.36 y 2.37) podría radicar en la naturaleza de los factores de interacción utilizados en ambos planteamientos. Mientras que en el método simplificado dichos factores de interacción se obtienen con expresiones analíticas sencillas (ecs 2.21, 2.24, 2.25 y 2.26), el programa Dyna5 utiliza factores de interacción interpolados de gráficas obtenidas mediante la solución rigurosa de Kaynia y Kausel (1982). Para la vibración vertical, los factores de interacción obtenidos con ambos métodos tienen valores muy similares. Sin embargo, para vibración horizontal existen ciertas diferencias, que dependen de varios factores (ángulo entre el pilote activo y el pilote pasivo y relación de rigidez pilote-suelo, entre otros). En grupos

reducidos de pilotes (2x2, 3x3 ó 4x4), la diferencia entre usar el factor de interacción simplificado y el interpolado de gráficas rigurosas es pequeña, y ambos métodos proporcionan impedancias horizontales semejantes. Para grupos de pilotes mayores, aumenta la cantidad de cálculos relacionados con los factores de interacción γ , en consecuencia, se hacen cada vez más visibles las diferencias entre ambos planteamientos. Esto también explicaría, posiblemente, la aparición de las singularidades numéricas en el programa Dyna5 para los grupos grandes de pilotes, ya que el procesamiento intensivo de factores de interacción interpolados de gráficas podría conducir a los problemas numéricos mencionados.

2.5. APLICABILIDAD DEL MÉTODO SIMPLIFICADO

Los análisis presentados anteriormente han mostrado que la concordancia entre el método simplificado de Dobry-Gazetas, con respecto a la solución rigurosa de Kaynia y Kausel y el programa Dyna5, depende principalmente de dos factores relacionados con las características estructurales del edificio. En primer lugar, entre mayor es la relación de rigidez pilote-suelo, mejor es el ajuste entre las soluciones rigurosas y el método simplificado. En segundo lugar, los valores de la función de impedancia dependen significativamente del valor de frecuencia adimensional $a_0 = \omega d/V_s$, que engloba tanto las características dinámicas de la estructura, como las propiedades de los pilotes y el suelo.

Por lo anterior, es útil presentar un análisis en el que se estudia la relación de rigidez pilote-suelo y el parámetro adimensional a_0 para edificios de México, con la finalidad de conocer los alcances y limitaciones del método simplificado para estructuras en nuestro medio.

En cuanto a la relación de rigidez pilote-suelo, deben considerarse las características de suelos blandos en sitios representativos de nuestro país, así como las propiedades de los pilotes utilizados en dichos sitios. En la tabla 2.1 se presenta información geotécnica de tres ciudades de México (NTCDS-RCDF, 2004; Botero, 2000; Murià Vila *et al*, 2004; Avilés *et al*, 1997)

Tabla 2.1 Propiedades geotécnicas representativas de suelos blandos en tres ciudades de México

Ciudad	V_s (m/s)	γ (kN/m ³)	ν	G_s (MPa)	E_s (MPa)
México (Zona lacustre)	80	12.3	0.49	8	24
México (Zona de transición)	100	12.8	0.45	13	38
Acapulco (Suelo blando)	150	17.7	0.35	41	109
Manzanillo (Suelo blando)	370	17.7	0.33	246	655

En México pueden encontrarse pilotes construidos con diversos materiales, como acero, concreto y madera. Dado que los pilotes de concreto son los más comúnmente utilizados, este estudio se centrará en las propiedades del concreto, específicamente su módulo de elasticidad. Las propiedades del concreto varían según el tipo de materiales pétreos usados en su fabricación. Por ello, en México se tienen concretos de distintas características según la clase de agregados disponibles en cada zona del país. Como referencia, consideraremos aquí las propiedades de los concretos en las ciudades de México, Acapulco y Manzanillo, con lo que se pretende cubrir un intervalo amplio de casos prácticos.

Las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del RCDF (2004) consideran dos tipos de concreto: concreto clase 1 y concreto clase 2. En dichas Normas se especifica que el módulo de elasticidad (en MPa) del concreto clase 1 se calculará como

$$E_p = 4400\sqrt{f_c'} \quad (2.68)$$

Para el concreto clase 2,

$$E_p = 2500\sqrt{f_c'} \quad (2.69)$$

Donde f_c' es el esfuerzo de resistencia a compresión del concreto. Para el concreto clase 1 consideraremos dos valores de f_c' : 24.5 MPa (250 kg/cm²) y 39.2 MPa (400 kg/cm²), mientras que para el concreto clase 2 tomaremos 19.6 MPa (200 kg/cm²).

El Reglamento de Construcciones de la ciudad de Acapulco (2002), en sus Normas Técnicas correspondientes, señala que el módulo de elasticidad del concreto (en kg/cm²) se calculará como

$$E_c = 0.14w_c^{1.5}\sqrt{f_c'} \quad (2.70)$$

Donde w_c es el peso volumétrico seco del concreto en kg/m³ y f_c' es la resistencia a compresión del concreto en dada en kg/cm². Para el peso volumétrico de los concretos en Acapulco se tomará un valor representativo de 21.6 kN/m³ (2200 kg/m³) y se considerarán tres diferentes resistencias a compresión: 19.6 MPa (200 kg/cm²), 24.5 MPa (250 kg/cm²) y 39.2 MPa (400 kg/cm²).

Por su parte, el Reglamento de Construcciones de la ciudad de Manzanillo (2000) estipula que el módulo de elasticidad del concreto se calculará en base a lo establecido en el código ACI 318. En dichas reglamento la expresión para calcular E_c (en kg/cm²) es

$$E_c = 15100\sqrt{f_c'} \quad (2.71)$$

La cual lleva a resultados similares a la expresión (2.7) del reglamento de la ciudad de Acapulco (con una diferencia de 4.5%), si se acepta un peso volumétrico del concreto de 21.6 kN/m³ (2200 kg/m³).

En la tabla 2.2 se presentan los valores para el módulo de elasticidad del concreto obtenido mediante los reglamentos del Distrito Federal y la ciudad de Acapulco.

Tabla 2.2 Propiedades representativas de los concretos en el Distrito Federal y la ciudad de Acapulco

Parámetro	REGLAMENTO						
	DISTRITO FEDERAL				ACAPULCO		
	Clase 2	Clase 1					
Clave	DF1	DF2	DF3	DF4	A1	A2	A3
f _c ' (MPa)	19.6	19.6	24.5	39.2	19.6	24.5	39.2
E _c (MPa)	11,099	19,423	21,715	27,468	20,042	22,408	28,344

Como se aprecia en la tabla 2.2, las propiedades del concreto clase 1 en la ciudad de México son muy similares a las del concreto en la ciudad de Acapulco. Las relaciones de rigidez pilote-suelo E_p/E_s máximas y mínimas, para los sitios de la tabla 2.1 en relación con los concretos de distinto módulo de elasticidad, se presentan en la tabla 2.3.

Tabla 2.3 Relaciones de rigidez pilote-suelo

Ciudad	Relación E_p/E_s	
	DF1	A3
México (Zona lacustre)	471	1189
México (Zona de transición)	298	752
Acapulco (Suelo blando)	102	259
Manzanillo (Suelo blando)	17	43

En la tabla 2.3 se advierte que, para los dos tipos de suelo considerados en la ciudad de México, en general se tienen relaciones de E_p/E_s mayores a 500, aproximadamente. Sin embargo, esto no ocurre en los suelos blandos de las ciudades de Acapulco y Manzanillo, que son sensiblemente más rígidos que el suelo de la ciudad de México. En el suelo blando de la ciudad de Acapulco, las relaciones E_p/E_s se encuentran aproximadamente entre los valores de 100 y 250, dependiendo el tipo de concreto considerado, mientras que en la ciudad de Manzanillo se tienen valores de E_p/E_s notablemente más reducidos (menores a 50).

Los análisis para determinar la influencia de la relación E_p/E_s en el valor de las funciones de impedancia, presentados en la sección 2.2, mostraron que para valores de E_p/E_s mayores a 500 se obtienen resultados que tienen una concordancia aceptable entre el método simplificado y los valores de referencia (la solución rigurosa de Kaynia y Kausel y el programa Dyna5) en todo el intervalo de frecuencias estudiado ($0 \leq a_0 \leq 1$). Para relaciones de rigidez E_p/E_s menores a 500, el ajuste fue satisfactorio sólo en el intervalo de bajas frecuencias, y se tuvieron diferencias significativas (mayores a 100%) en la zona de amplitudes máximas de las curvas de rigidez y amortiguamiento, para frecuencias intermedias y altas. En consecuencia, en suelos blandos como los existentes en la ciudad de México puede esperarse una correspondencia satisfactoria entre el método simplificado y los valores de referencia para $0 \leq a_0 \leq 1$, mientras que para suelos blandos similares a los de Acapulco y Manzanillo, el método simplificado presentará un ajuste aceptable con los valores de referencia a bajas frecuencias.

En lo que respecta a la frecuencia adimensional $a_0 = \omega d/V_s$, este parámetro influye significativamente en la variación y el comportamiento de las funciones de rigidez y amortiguamiento dinámicos. Por ello resulta conveniente conocer, en forma aproximada, el intervalo en el que se encuentran las frecuencias adimensionales de aquellos edificios donde pueda utilizarse el método simplificado. Esto puede hacerse si se analizan los periodos fundamentales de vibración de tales estructuras.

En zona de suelo blando de la ciudad de México es común que los edificios de 5 a 20 niveles estén apoyados sobre cimentaciones mixtas, formadas por un cajón de cimentación y un grupo de pilotes de fricción. En estas estructuras es factible utilizar el método simplificado de Dobry-Gazetas, ya que en edificios con una mayor cantidad de niveles se emplean generalmente pilotes de punta, mientras que en estructuras de menor altura suele bastar con un cajón o losa de cimentación. En consecuencia, el estudio de la variación de los periodos fundamentales se enfocará en los edificios de 5 a 20 niveles.

En la tabla 2.4 se muestran los valores representativos del periodo fundamental para edificios con distinto tipo de estructuración, considerando 5, 10 y 20 niveles (Murià Vila y González, 1995). En dicha tabla se distingue también entre estructuras construidas antes y después de 1985.

Tabla 2.4 Periodos fundamentales para edificios en suelo blando, en función del número de niveles

TIPO DE ESTRUCTURACIÓN		PERIODO FUNDAMENTAL (s)		
		5N	10N	20N
Marcos	Antes de 1985	0.63	1.26	2.52
	Después de 1985	0.50	1.00	2.00
Marcos y muros	Antes de 1985	0.35	0.70	1.39
	Después de 1985	---	---	1.86
Acero	Después de 1985	0.37	---	---

Antes de 1985: Edificios construidos bajo reglamentos de construcción previos al sismo de 1985.

Después de 1985: Edificios construidos bajo reglamentos de construcción posteriores al sismo de 1985.

Con base en los resultados de la tabla 2.4, en la fig 2.38 se muestra la variación del parámetro $a_0 = \omega d/V_s$ para edificios con distinto tipo de estructuración y número de niveles, en función del periodo dominante del suelo en la ciudad de México. En esta figura se presenta en forma general el intervalo de frecuencias adimensionales en el que se encuentran las estructuras en análisis.

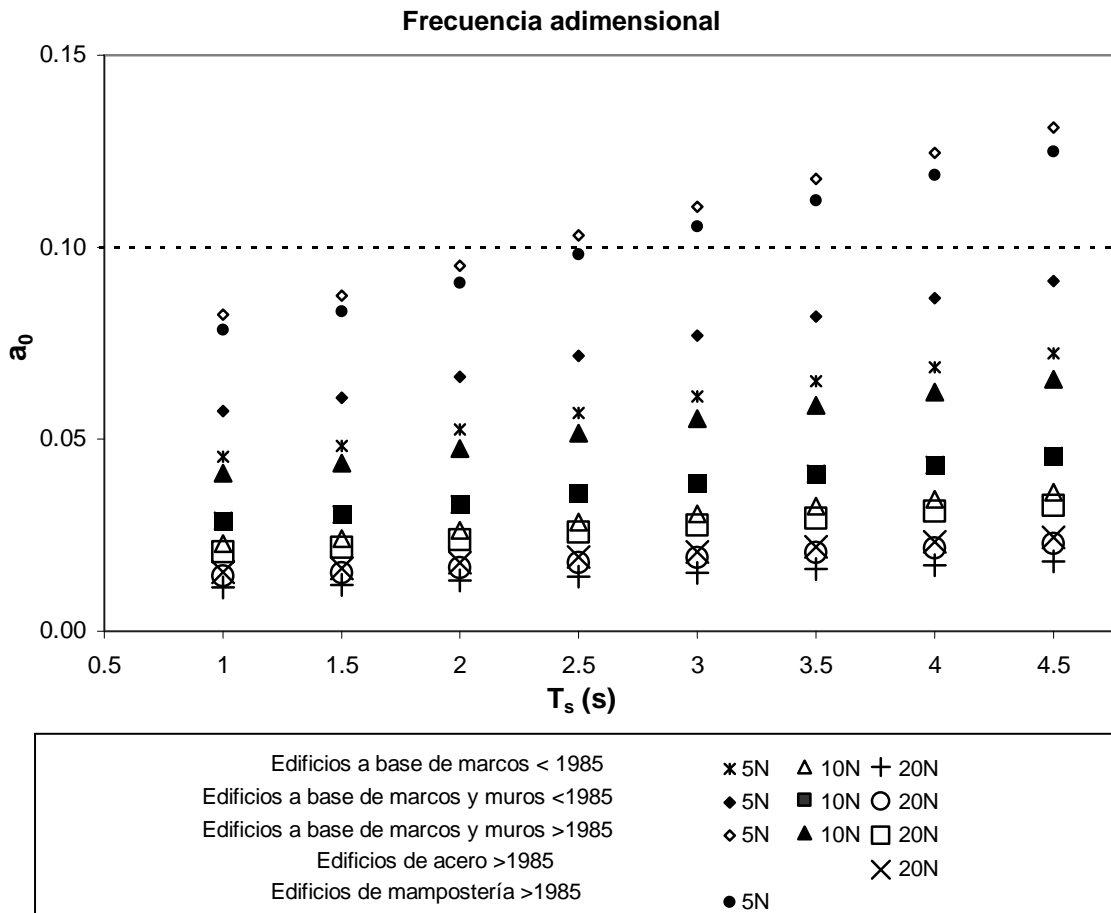


Figura 2.38 Valores de frecuencia adimensional para edificios en suelo blando, en función del periodo dominante del suelo; diámetro de pilote = 0.40 m

La mayor parte de las estructuras estudiadas tienen frecuencias adimensionales reducidas, menores que 0.10. El parámetro a_0 es inversamente proporcional al número de niveles; para los edificios de 20 niveles, el valor de a_0 oscila entre 0.01 y 0.03. Los valores más altos de frecuencia adimensional corresponden a edificios de 5 niveles, donde el parámetro adimensional a_0 es menor que 0.15. En la

figura también se observa que el valor del parámetro a_0 se incrementa en el caso de suelos más flexibles (periodos más largos de vibración). Por otro lado, el valor del diámetro del pilote es directamente proporcional al parámetro a_0 ; para un incremento de 5 cm en el diámetro, el valor de a_0 aumenta en 12.5%.

En México se dispone de información detallada acerca de la respuesta estructural y de los efectos de interacción suelo-estructura de varios edificios instrumentados. Con el fin de ilustrar los parámetros de frecuencia adimensional a_0 y la relación de rigideces pilote-suelo E_p/E_s , se muestran las características de cuatro de estos edificios en la tabla 2.5 (Murià Vila *et al*, 1997, Murià Vila *et al*, 2004), que tienen cimentaciones a base de cajón y pilotes de fricción.

Tabla 2.5 Tabla de parámetros de 4 edificios instrumentados

Edificio	Ciudad	Niveles	Periodo fundamental (s)			No. de pilotes	d (m)	V_s (m/s)	E_p (MPa)	E_s (MPa)	Frecuencia adimensional a_0			E_p/E_s
			L	T	R						L	T	R	
TC	México	18	2.56	2.94	1.89	323	0.45	81	13100	17.1	0.01	0.01	0.02	768
PC	México	16	2.78	2.94	2.22	266	0.48	74	19600	19.1	0.01	0.01	0.02	1026
JAL	México	14	1.72	2.70	1.75	54	0.46	68	19600	18.7	0.02	0.02	0.02	1051
SIS	Acapulco	16	0.96	1.22	0.73	30	1.20	148	19600	106.2	0.05	0.04	0.07	185

L: Traslación en dirección longitudinal
 T : Traslación en dirección transversal
 R: Torsión

Como se advierte en la tabla 2.5, los cuatro edificios presentados tienen frecuencias adimensionales reducidas (los valores oscilan entre 0.01 y 0.02 para las estructuras ubicadas en la ciudad de México, y para el edificio situado en la ciudad de Acapulco, el parámetro adimensional a_0 tiene un valor promedio de 0.05). Esto confirma las tendencias generales obtenidas en esta sección, que mostraban que para edificios de más de 5 niveles se tienen frecuencias adimensionales reducidas.

En cuanto a los límites de relación de rigidez pilote-suelo, los tres edificios ubicados en la ciudad de México, desplantados en suelo blando, satisfacen la relación $E_p/E_s > 500$. Solamente el edificio SIS, ubicado en terreno arenoso en la ciudad de Acapulco, tiene una relación de rigidez pilote-suelo menor a 500. Esto indica que se tendrían limitaciones en la determinación de las funciones de impedancia a frecuencias intermedias y altas. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el parámetro a_0 correspondiente al edificio SIS tiene un valor reducido, lo cual lo ubica en el intervalo de baja frecuencia donde el ajuste entre los valores de referencia y el método simplificado sigue siendo satisfactorio.

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN A UN EDIFICIO INSTRUMENTADO

3.1. UBICACIÓN DEL EDIFICIO

El edificio está desplantado sobre suelo blando en la ciudad de México. De acuerdo con la zonificación propuesta en las NTCDS-RCDF (2004), la estructura se ubica en la zona IIIc. Se construyó en 1967, y el diseño de la estructura se hizo conforme al RDF en su versión de 1966. Este edificio se encuentra instrumentado desde abril de 2004. La instrumentación sísmica instalada actualmente en el edificio permite que además del estudio de la respuesta dinámica del sistema estructural, también sea posible la caracterización de los efectos ISE y la determinación de su influencia en la respuesta total del sistema suelo-estructura.

3.2. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA

El edificio es de concreto reforzado colado *in situ*, con estructuración a base de trabes, columnas y muros de concreto, sistemas de piso de losa plana aligerada, y muros de mampostería. Los sistemas trabe-columna forman marcos que trabajan en direcciones ortogonales, en cada una de las plantas del edificio. La edificación está compuesta por un cajón de cimentación, un sótano y 16 niveles. El cajón de cimentación mide 46.8 m en la dirección que se ha denominado como longitudinal (L) y 35.0 m en la dirección que se reconocerá como transversal (T). El sótano y la planta baja tienen dimensiones similares a la del cajón de cimentación, mientras que las plantas de los niveles 2 a 16 miden 36.0 m en L y 30.0 m en T.

La cimentación del edificio (fig 3.1) consiste en un cajón de cimentación semicompensado con un desplante de 6.5 m, además de 323 pilotes hincados hasta 33.0 m de profundidad. Estos pilotes son de concreto y tienen una longitud total de 26.5 m, con sección transversal cuadrada de 40x40 cm.

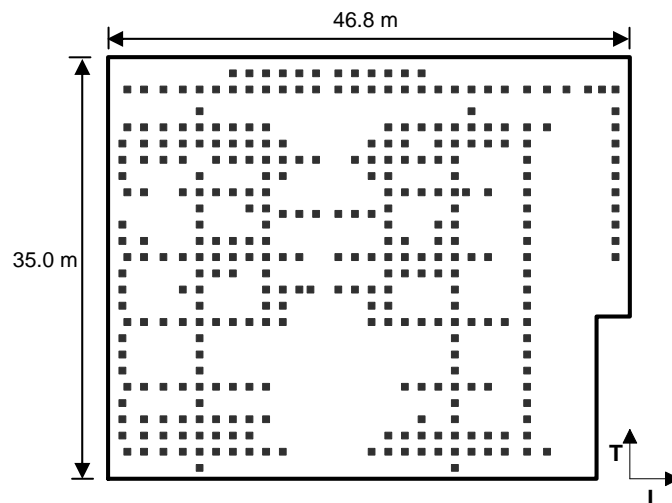


Figura 3.1 Planta de cimentación y distribución de los pilotes en el edificio

3.3. DESCRIPCIÓN DEL SUELO DE CIMENTACIÓN

El suelo sobre el cual se apoya el edificio pertenece a la zona de depósitos arcillosos de la cuenca del valle de México. Mediante el estudio de mecánica de suelos fue posible determinar la estratigrafía del sitio hasta una profundidad de 40 m. Asimismo, el perfil de resistencia de punta q_c se determinó a partir de una medición usando como sísmico.

La estratigrafía describe inicialmente un relleno con espesor de 3.5 m. Subyaciendo al relleno, existe una costra de desecación de 2.7 m de espesor, bajo la cual hay un depósito de arcilla blanda, con lentes de arena intercalados, hasta los 29.0 m de profundidad. A este depósito de arcilla le sigue una capa dura de 5.4 m de espesor, formada por arcillas limo-arenosas. La segunda capa blanda se extiende desde los 34.4 hasta 37.7 m de profundidad; debajo de dicha capa se encontraron los depósitos profundos firmes.

El perfil de velocidad de onda de corte V_s se obtuvo a partir de los valores de q_c mediante las siguientes expresiones, válidas para la ciudad de México (Ovando y Romo, 1991)

$$V_s = \eta \sqrt{\frac{q_c}{N_{kh} \gamma_s}} \quad (3.1)$$

Donde V_s es la velocidad de onda de corte dada en m/s; q_c resistencia de punta del cono de penetración, dada en t/m^2 ; γ_s es el peso volumétrico del suelo dado en t/m^3 ; N_{kh} y η son un factor de correlación y una constante, respectivamente, que dependen del tipo de suelo. El valor de η se obtiene como

$$\eta = \sqrt{\frac{g}{\gamma_r}} \quad (3.2)$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y γ_r una deformación de referencia. Las expresiones anteriores fueron aplicadas usando los valores medios sugeridos en la tabla 4.1.

Tabla 3.1 Valores sugeridos de N_{kh} y γ_r (Ovando y Romo, 1991)

Tipo de suelo	N_{kh}			γ_r (%)
	Máximo	Medio	Mínimo	
Arcillas del lago de Texcoco preconsolidado y virgen	10.0	9.5	9.0	1.5
Suelos areno-limosos de las capas duras de todo el valle	11.3	11.1	10.2	0.37

Cabe advertir que el perfil de resistencia de punta obtenido en el sitio del edificio está limitado a valores de $q_c \leq 100 \text{ kg/cm}^2$, debido a las características del instrumental empleado. Por lo anterior, no se puede determinar la velocidad de onda de corte correspondiente a los estratos donde se rebasa dicho límite (en la primera capa dura y los depósitos profundos), ya que no se conoce el valor real de q_c . Para completar la información de V_s en dichas zonas, se usó un perfil completo de velocidad de onda de cortante (Ovando, 2005) correspondiente al sitio SCT, ubicado en las cercanías del edificio.

El perfil de V_s así obtenido fue simplificado para facilitar su análisis. Las zonas con velocidades de onda de corte similares fueron agrupadas en estratos promedio (tabla 3.2). Los perfiles de q_c y V_s se muestran en la fig 3.2.

Tabla 3.2 Características del suelo de cimentación

Estrato	Profundidad inferior (m)	Vs (m/s)	Tipo de suelo
9	3.5	100	Relleno
8	6.2	150	Costra de desecación
7	14.0	54	Primera formación arcillosa
6	18.5	71	
5	24.9	77	
4	25.7	196	
3	29.0	94	
2	34.6	352	Primera Capa Dura
1	37.7	110	Segunda formación arcillosa
	h > 37.7 m	> 900	Depósitos profundos

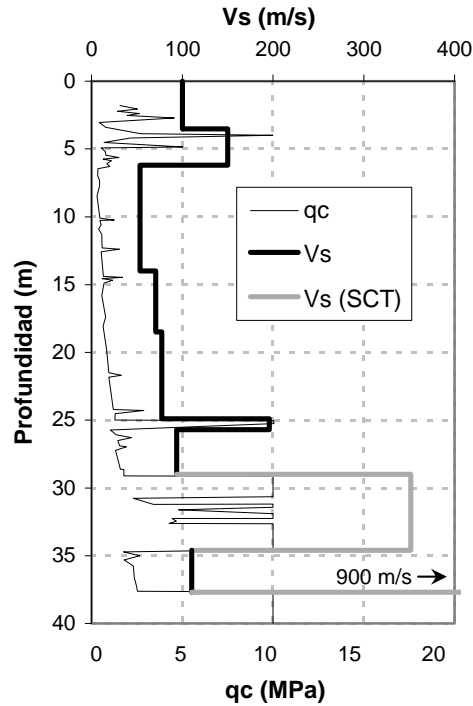


Figura 3.2 Perfil de velocidades de onda de corte para el sitio del edificio

Una vez obtenido el perfil simplificado de V_s , el periodo dominante del suelo T_s se calculó mediante la expresión (Gómez, 2000)

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{G_i} \right) \left[\sum_{i=1}^N \gamma_i h_i (W_i^2 + W_i W_{i-1} + W_{i-1}^2) \right]} \quad (3.3)$$

Donde h_i , G_i y γ_i son el espesor, módulo de rigidez a cortante y el peso volumétrico del i -ésimo estrato, respectivamente; N es el número total de estratos.

El parámetro W_i se define como

$$W_i = \frac{\sum_{j=1}^i h_j / G_j}{\sum_{j=1}^N h_j / G_j}; \quad W_0 = 0 \quad (3.4)$$

Mientras que el valor de G_i se relaciona con la velocidad de corte característica del estrato V_{si} mediante

$$G_i = \frac{\gamma_i}{g} V_{si}^2 \quad (3.5)$$

El procedimiento para calcular el periodo T_s de un depósito estratificado de suelo, dado por la ec 3.3, está basado en el método de Rayleigh-Timoshenko. Con este criterio se subsanan las deficiencias de los métodos tradicionales basados en el concepto de promedio de velocidades o lentitudes (Rosenblueth y Reséndiz, 1988), los cuales no consideran la distribución de los estratos de suelo.

La aplicación de la ec 3.3 a los datos del suelo de cimentación del edificio resulta en $T_s = 1.802$ s. Este valor concuerda con el valor experimental de T_s (1.8 s) obtenido por Camargo (2007) a partir de análisis espectrales de señales de aceleración medidas en el terreno.

La velocidad media de onda de corte \bar{V}_s del suelo puede determinarse mediante la teoría unidimensional de las vibraciones en un manto homogéneo (Newmark y Rosenblueth, 1971), con la expresión

$$\bar{V}_s = \frac{4H_s}{T_s} \quad (3.6)$$

Donde H_s es la profundidad a la que se encuentran los depósitos profundos, más allá de la cual se considera un suelo infinitamente rígido. Sustituyendo $H_s = 37.7$ m y $T_s = 1.802$ s en la ec 3.6, se obtiene $\bar{V}_s = 83.7$ m/s.

3.4. CÁLCULO DE LAS RIGIDECES DE LA CIMENTACIÓN

Las rigideces de la cimentación están asociadas a la magnitud de los efectos de interacción suelo-estructura (ISE) en el edificio, por lo cual resulta conveniente evaluar la importancia de dichos efectos. En el Apéndice A de las NTCDS-RCDF (2004) se indica que los efectos ISE deberán tomarse en cuenta cuando se cumpla la relación dada por

$$\frac{T_e}{H_s} \frac{T_s}{H_e} < 2.5 \quad (3.7)$$

Donde H_e es la altura efectiva de la estructura y T_e es su periodo fundamental, suponiendo una base indeformable. El parámetro H_e se calcula como

$$H_e = \frac{\sum W_i \phi_i h_i}{\sum W_i \phi_i} \quad (3.8)$$

Donde W_i y ϕ_i son el peso y la amplitud del desplazamiento modal del i -ésimo nivel sobre el desplante. Los parámetros H_e y T_s fueron estimados con base en los datos obtenidos por Camargo (2007) y Ferretiz (2007), y se resumen en la tabla 3.3.

Tabla 3.3 Parámetros para evaluar la importancia de los efectos ISE en el edificio

Dirección	T_e (s)	H_e (m)	$T_e H_s / T_s H_e$
T	2.028	54.17	0.78
L	2.398	59.68	0.84

Como puede verse en la tabla 3.3, los valores de la ec 3.7 correspondientes al edificio indican que, según el Apéndice A de las NTCDS-RCDF (2004), es necesario considerar los efectos de interacción suelo-estructura.

Por otro lado, los valores de frecuencia adimensional a_0 y relación de rigideces pilote-suelo para el edificio se encuentran en la tabla 3.4.

Tabla 3.4 Parámetros representativos del edificio

Periodo fundamental (s)			Frecuencia adimensional (a_0)			E_p/E_s
L	T	R	L	T	R	
2.56	2.94	1.89	0.01	0.01	0.02	768

L: Traslación en dirección longitudinal
 T: Traslación en dirección transversal
 R: Torsión

En el cálculo de las rigideces de la cimentación se emplearon tres métodos analíticos y uno semi-empírico. Los métodos analíticos se refieren al procedimiento del apéndice A de las NTCDS-RCDF (2004), al programa comercial Dyna5 y al método simplificado propuesto en este trabajo. El método del apéndice A de las Normas no incluye la consideración de los efectos de grupo de pilotes, mientras que con el programa Dyna5 fue posible modelar las dos opciones, con y sin efectos de grupo. El método semi-empírico utilizado fue el propuesto por Luco (1980), con el cual es posible obtener las rigideces experimentales de la cimentación.

Las fórmulas para determinar las rigideces del cajón y pilotes planteadas en el apéndice A de las NDS-RCDF (2004) se basan en las expresiones presentadas en el manual que elaboró Gazetas (1991). Debido que el apéndice A no incluye la manera de calcular la rigidez asociada a la torsión de la base, esta se calculó con la expresión propuesta en dicho manual. El programa Dyna5 permite la evaluación de la rigidez del cajón mediante las expresiones de Novak y Beredugo (1972), Beredugo y Novak (1972) y Kausel y Ushijima (1979). Para el análisis de los efectos de grupo, el programa Dyna5 utiliza los factores de interacción estáticos de Poulos y Davis (1980), y los factores dinámicos de Kaynia y Kausel (1982), interpolando y extrapolando a partir de gráficas publicadas por estos autores.

En el método de Luco se utilizan como datos de entrada señales de aceleración o desplazamiento, medidas en puntos seleccionados de la estructura y la cimentación. El método de Luco ha sido aplicado en varios trabajos en los que se estudian los efectos ISE de estructuras instrumentadas en México (Murià Vila y Rodríguez, 2002; Murià Vila *et al*, 2004; Correa y Murià Vila, 2005).

Como en este edificio se han registrado en diversos puntos las aceleraciones de 4 eventos sísmicos de pequeña intensidad, se seleccionó el evento del 28 de agosto de 2004, que corresponde a un sismo cuyo epicentro se localizó en las costas de Oaxaca con una magnitud de 5.7 grados. La intensidad de Arias de los componentes horizontales fue de 0.08 cm/s, calculada con los registros del terreno.

Las rigideces de la cimentación, mostradas en la tabla 4.5 y la Figura 3.3, corresponden a los componentes de traslación y cabeceo en dirección longitudinal (L), además del componente de torsión. En la dirección transversal (T), se tuvieron algunas incertidumbres en cuanto a la determinación de las

rigideces experimentales. Dado que los valores experimentales se toman como referencia, no se presentan los resultados asociados a dicho componente de movimiento.

Las rigideces de la cimentación se presentan para los casos estático y dinámico. La estimación de rigideces experimentales con el método de Luco la realizaron Cruz *et al* (2006) y Camargo (2007). Para la aplicación del método simplificado se utilizó el programa de cómputo descrito en la sección 2.3.

Tabla 3.5 Rigideces de la cimentación en el edificio

Parámetro		Caso estático				Caso dinámico				Luco
		NTC	Dyna	Dyna (EG)	DG	NTC	Dyna	Dyna (EG)	DG	
K_{hL} (N/m x 10 ⁹)	Cajón	1.86 (14%)	2.08 (13%)	2.08 (64%)	2.08 (81%)	1.85 (14%)	1.92 (12%)	1.92 (62%)	1.92 (81%)	
	Pilotes	11.64 (86%)	13.77 (87%)	1.18 (36%)	0.49 (19%)	11.64 (86%)	13.77 (88%)	1.19 (38%)	0.46 (19%)	
	Total	13.5	15.85	3.25	2.56	13.5	15.69	3.11	2.38	
K_{cL} (N·m/rad x 10 ¹²)	Cajón	1.19 (9%)	1.12 (14%)	1.12 (54%)	1.12 (52%)	0.99 (7%)	0.99 (13%)	0.99 (55%)	0.99 (60%)	
	Pilotes	11.73 (91%)	6.89 (86%)	0.97 (46%)	1.03 (48%)	13.16 (93%)	6.89 (87%)	0.8 (45%)	0.66 (40%)	
	Total	12.92	8.01	2.08	2.15	14.15	7.88	1.78	1.64	
K_{Tor} (N·m/rad x 10 ¹²)	Cajón	1.3 (29%)	1.59 (29%)	1.59 (69%)	1.59 (76%)	1.19 (27%)	1.45 (28%)	1.45 (69%)	1.45 (83%)	
	Pilotes	3.22 (71%)	3.8 (71%)	0.72 (31%)	0.5 (24%)	3.22 (73%)	3.8 (72%)	0.64 (31%)	0.31 (17%)	
	Total	4.52	5.39	2.31	2.09	4.41	5.26	2.1	1.76	

NTC: Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo

Dyna: Programa Dyna5 sin considerar efectos de grupo

Dyna (EG): Programa Dyna5 considerando efectos de grupo

DG: Método Simplificado de Dobry-Gazetas

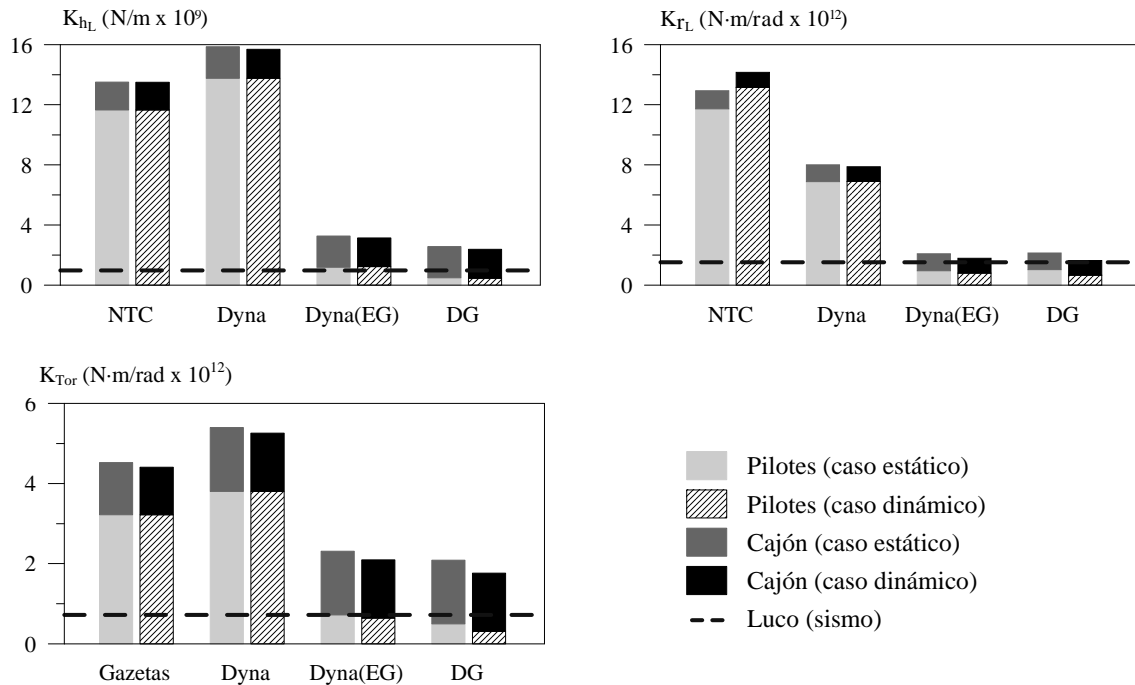


Figura 3.3 Rigideces de la cimentación en el edificio

En la tabla 3.5 y en la fig 3.3 se ha agregado la aportación del cajón, calculada con Dyna5, a los valores del método simplificado, para dar una idea de la rigidez total de la cimentación.

Cuando se tienen en cuenta los efectos de grupo en el sistema de pilotes, se obtienen reducciones significativas en las rigideces totales de la cimentación (80% en traslación, 77% en cabeceo y 60% en torsión), respecto a aquellas obtenidas sin considerarlos. Estos resultados resultan congruentes con

ensayos experimentales realizados por Novak y El Sharnouby (1984) en los que para un sistema a escala reducida de 1/15 con 102 pilotes y una relación de espaciamiento $S/d = 3$, se encontró una reducción en la rigidez de traslación de 70%. En el edificio en estudio, se tiene una mayor cantidad de pilotes y la relación de espaciamiento es de cerca de 3.4. Aunque para pilotes más separados debería esperarse una reducción de los efectos de grupo, el mayor número de pilotes en la cimentación del edificio produce un incremento en dichos efectos, lo que conduce a valores congruentes con los encontrados por Novak y El Sharnouby. Resultados similares se obtuvieron del estudio de otro edificio alto de la ciudad de México (Correa y Murià Vila, 2005).

Las rigideces experimentales calculadas con el método de Luco (1980), consideradas como los valores de referencia, se aproximan más al modelo Dyna (EG) y al método simplificado (DG), que a los modelos de la cimentación donde no se consideran los efectos de grupo. El método simplificado y el modelo Dyna (EG) proporcionan resultados similares en el componente de cabeceo, mientras que en traslación y torsión presentan diferencias significativas.

El hecho de considerar o no los efectos de grupo de pilotes, produce diferencias notables en la estimación de la rigidez de la cimentación, así como en la participación del cajón y los pilotes en la rigidez total. Cuando no se consideran los efectos de grupo, el aporte del cajón a la rigidez total es reducido (14% en traslación y cabeceo, y 29% en torsión), mientras que si en el análisis se toman en cuenta los efectos de grupo, la participación del cajón en la rigidez total es mayor (62% en traslación, 55% en cabeceo y 69% en torsión). Un dato interesante a resaltar es que la fig 3.3 sugiere que la contribución del cajón se desprece en los componentes de traslación en dirección L y torsión, mientras que debe tomarse en cuenta en el componente de cabeceo en la dirección L.

En conclusión, el método simplificado proporciona resultados que se corresponden bien con el modelo que considera efectos de grupo, realizado con el programa Dyna5, y con los valores experimentales obtenidos con el método de Luco. La comparación con el procedimiento del apéndice A de las NTCDS-RCDF, que no considera los efectos de grupo, y con el modelo de las mismas características del programa Dyna5, resalta la importancia de considerar los efectos de grupo, puesto que las rigideces de la cimentación obtenidas mediante los dos tipos de modelos presentan diferencias importantes entre ellos.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado una metodología sencilla que permite estimar las funciones de impedancia en cimentaciones a base de pilotes de fricción, considerando los efectos de grupo, mediante factores de interacción simplificados. Con este procedimiento, pueden obtenerse las constantes de rigidez y amortiguamiento dinámicos en los componentes de movimiento vertical, horizontal, de cabeceo y de torsión.

Para determinar la impedancia global, se utilizaron los factores de interacción propuestos por Dobry y Gazetas (1988). El método se implementó en un programa de cómputo, cuyos resultados fueron validados con las soluciones rigurosas de Kaynia y Kausel (1982) y el programa comercial Dyna5 (Novak *et al*, 1995), para grupos de pilotes de tamaño variable. Dado que no se dispone de soluciones rigurosas en la literatura para grupos mayores a 4x4, los resultados obtenidos con el programa Dyna5 se tomaron como valores de referencia en el análisis de grupos grandes de pilotes, ya que con dicho programa se obtienen ajustes muy satisfactorios con la solución rigurosa en grupos más reducidos.

En grupos pequeños de pilotes (menores de 25 pilotes), se encontró que la correspondencia entre el método simplificado propuesto y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel es aceptable. Se observó que los mejores ajustes se presentan en los componentes de movimiento vertical y de cabeceo, tanto en las constantes de rigidez como en las de amortiguamiento dinámico.

En cuanto al planteamiento presentado en este trabajo para determinar la impedancia de torsión, se obtuvo una correspondencia satisfactoria con la solución rigurosa de Kaynia y Kausel para grupos de tamaño variable y diferentes relaciones de rigidez pilote-suelo, validándose en esta forma el procedimiento propuesto.

En análisis de grupos con un mayor número de pilotes (7x7, 10x10, 15x15 y 18x18) se encontró que, para las curvas de rigidez dinámica correspondientes a los componentes vertical y de cabeceo, se tuvo un ajuste satisfactorio entre el método simplificado y el programa Dyna5 en un intervalo amplio de frecuencia ($0 \leq a_0 \leq 1$ para el componente vertical y $0 \leq a_0 \leq 0.5$ para el componente de cabeceo), mientras que para los componentes horizontal y de torsión se presenta un ajuste aceptable en un intervalo de frecuencia más reducido ($0 \leq a_0 \leq 0.1$ para ambos casos). En cuanto al coeficiente de amortiguamiento dinámico, no se consiguió una correspondencia satisfactoria entre los resultados obtenidos con el método simplificado y el programa Dyna5, en todo el intervalo de frecuencias de interés.

En la aplicación del método simplificado en los componentes de cabeceo y de torsión, se detectó una limitante relacionada con el amortiguamiento. Se encontró que el método simplificado conduce a la estimación numérica de coeficientes de amortiguamientos negativos en el intervalo de bajas frecuencias, por razones aún no bien determinadas. El problema se presentó en arreglos mayores a 20 pilotes en el componente de cabeceo y para grupos con cualquier número de pilotes en el componente de torsión. La corrección numérica propuesta para solventar esta limitación permitió evitar la aparición de amortiguamientos negativos y proporcionar un valor aproximado para el coeficiente de amortiguamiento dinámico.

Se realizaron pruebas para evaluar la influencia de la relación de rigidez pilote-suelo, E_p/E_s , en el comportamiento de las funciones de impedancia en grupos de pilotes, dado que en la literatura sólo se disponía de comparaciones entre el método simplificado y la solución rigurosa de Kaynia y Kausel para una sola relación de rigidez pilote-suelo, $E_p/E_s = 1000$. Los análisis mostraron que el ajuste entre el método simplificado y la solución rigurosa mejora cuanto más elevada es la relación de rigideces pilote-suelo. A partir de las pruebas realizados, se observó que para relaciones E_p/E_s mayores a 500, como las que se presentan en los suelos blandos del valle de México, se tiene una correspondencia aceptable entre los resultados obtenidos con el método simplificado y los valores de referencia (solución rigurosa de Kaynia y Kausel, programa comercial Dyna5) en todo el intervalo de frecuencias de interés ($0 \leq a_0 \leq 1$). En cambio, para suelos más firmes, donde la relación de rigideces E_p/E_s es menor que 500, únicamente se tuvieron ajustes aceptables entre el método simplificado y las soluciones de referencia en el intervalo de baja frecuencia (aproximadamente $0 \leq a_0 \leq 0.1$).

Dado que la mayoría de los edificios cimentados con pilotes de fricción tienen frecuencias adimensionales a_0 reducidas (menores que 0.1), es factible la aplicación del método simplificado, ya que en el intervalo de baja frecuencia dicho método presenta una correspondencia aceptable con los valores de referencia para los grupos de pilotes y relaciones E_p/E_s estudiadas en este trabajo.

Los análisis anteriores indican que el método simplificado constituye una herramienta útil, de uso sencillo, que permite obtener valores de rigidez dinámica apegados a los valores rigurosos, aunque presenta ciertas limitaciones en cuanto a la estimación de los valores de amortiguamiento dinámico. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que la rigidez de la cimentación, en edificios con pilotes de fricción (de entre 5 y 20 niveles y desplantados en suelo blando), es uno de los parámetros más significativos que controlan en general la respuesta estructural. En consecuencia, la metodología simplificada presentada en este trabajo puede utilizarse con buenos resultados en la práctica profesional, y de esta manera el método será una alternativa sencilla y eficiente para la estimación de funciones de impedancia en cimentaciones a base de pilotes de fricción.

ANEXO A

FACTOR DE INTERACCIÓN ENTRE PILOTES

A.1. MODO VERTICAL

El factor de interacción vertical entre pilotes utilizado en el método simplificado de Dobry-Gazetas proviene de expresión asintótica que modela el movimiento de las ondas generadas por una superficie cilíndrica en un medio homogéneo (fig A.1).

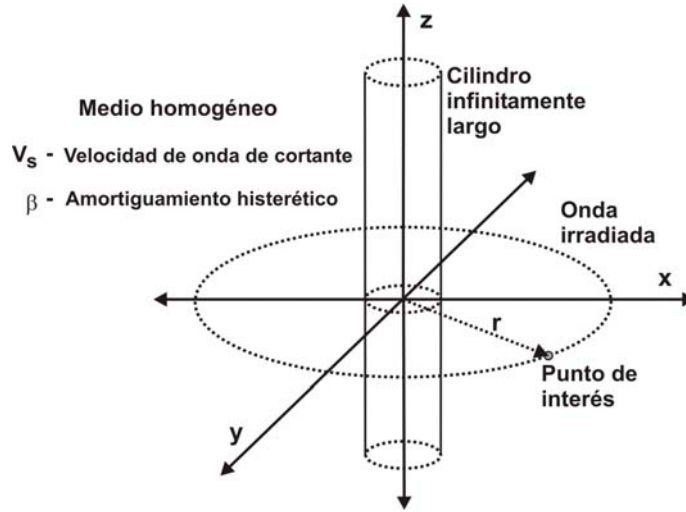


Figura A.1. Onda irradiada desde una superficie cilíndrica en un medio homogéneo

Morse e Ingard (1968) desarrollaron una solución, en términos de funciones de Bessel, para el campo de presión acústica alrededor de un cilindro. Utilizando un enfoque similar, Dowling y Ffowcs (1983) presentaron la expresión que gobierna el campo de desplazamiento originado por la radiación de las ondas acústicas desde una superficie cilíndrica. Asumiendo radiación uniforme, en un medio con amortiguamiento hysterético β , esta última solución es:

$$w = A \left[J_0 \left(\frac{\omega r}{V_s^*} \right) - i Y_0 \left(\frac{\omega r}{V_s^*} \right) \right] \exp(i\omega t) \quad (\text{A.1})$$

Donde w es el campo de desplazamiento, r la distancia horizontal medida desde el eje del cilindro al punto de interés, ω es la frecuencia circular de excitación, t es el tiempo, i es la unidad imaginaria y A es una constante de amplitud, cuyo valor depende de las características del medio, el diámetro del cilindro y las condiciones iniciales de vibración. La velocidad compleja de onda V_s^* se define como

$$V_s^* = V_s \sqrt{1 + 2i\beta} \quad (\text{A.2})$$

Donde V_s es la velocidad de onda de cortante en el medio homogéneo y β la fracción de amortiguamiento hysterético. Considerando un valor reducido del amortiguamiento y despreciando sus productos de segundo orden, la ec A.2 puede escribirse aproximadamente como

$$V_s^* \approx V_s (1 + i\beta) \quad (\text{A.3})$$

Por otro lado, J_0 y Y_0 son las funciones de Bessel de primera y segunda especie, respectivamente, de orden 0, definidas en forma discreta como (Abramowitz y Stegun, 1972)

$$J_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n! \Gamma(n+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n} \quad (A.4)$$

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi} \left[\ln\left(\frac{x}{2}\right) + \gamma \right] J_0(x)$$

En la ec A.4, $\Gamma(m)$ se define como $\Gamma(m) = \Gamma(m-1)!$ con $m = 1, 2, 3, \dots$, y γ es la constante de Euler,

$$\gamma = \lim_{m \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m} - \ln m \right] \approx 0.5772.$$

A una combinación lineal de funciones de Bessel, como la que aparece en la ec A.1, se le conoce como función de Hankel. Se denominan funciones de Hankel de orden cero, de primera y segunda especie respectivamente, a las expresiones

$$H_0^{(1)}(x) = J_0(x) + iY_0(x) \quad (A.5)$$

$$H_0^{(2)}(x) = J_0(x) - iY_0(x)$$

Basados en la definición anterior, la ec A.1 puede escribirse como

$$w = A \cdot H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right) \exp(i\omega t) \quad (A.6)$$

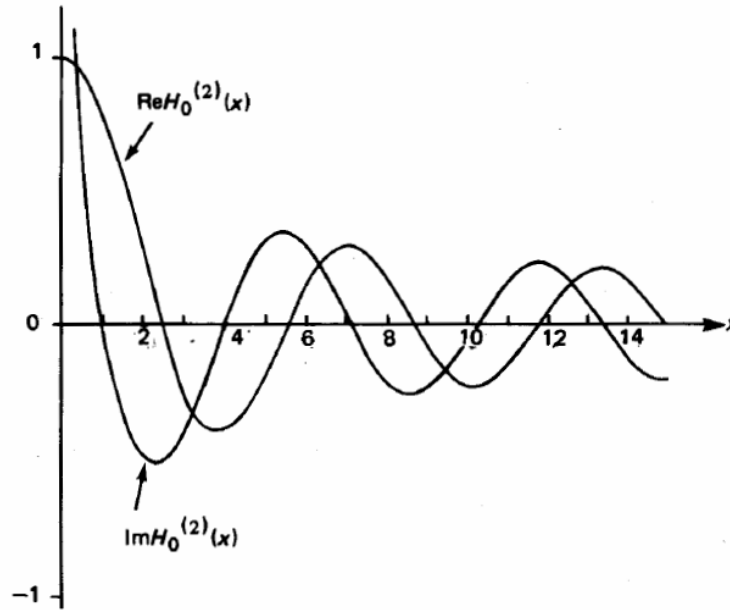


Figura A.2. Parte real e imaginaria de la función $H_0^{(2)}(x)$ [Dowling y Ffowcs, 1983]

En la fig A.2 se muestra la variación de la función de Hankel de segunda especie, orden cero. La magnitud del desplazamiento dinámico disminuye con la distancia radial. Es posible evaluar aproximadamente las funciones de Hankel mediante expansiones asintóticas, con lo cual se simplifica el trabajo numérico necesario para estimar su valor (considérese la ec A.4). La forma asintótica de la función de Hankel de segunda especie, orden cero es

$$H_0^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \exp\left[-i\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right] \quad (\text{A.7})$$

Usando la ec A.7, la expansión asintótica del término $H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right)$ de la ec A.6 es

$$H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{2V_s^*}{\pi\omega}} \exp\left[-i\left(\frac{\omega r}{V_s^*} - \frac{\pi}{4}\right)\right] \quad (\text{A.8})$$

Sustituyendo la ec A.8 en A.6, tenemos

$$w \approx A \frac{1}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{2V_s^*}{\pi\omega}} \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \exp\left[-\frac{i\omega r}{V_s^*} + i\omega t\right] \quad (\text{A.9})$$

Las variables en nuestro problema son el tiempo t y la distancia r medida desde el eje del cilindro al punto donde quiere conocerse la interacción dinámica, mientras que los otros valores son conocidos (velocidad de onda de cortante V_s , amortiguamiento histerético β , frecuencia circular de excitación ω).

Entonces el producto de los términos $\sqrt{\frac{2V_s^*}{\pi\omega}}$ y $\exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)$ es constante y puede escribirse

$$A' = A \cdot \sqrt{\frac{2V_s^*}{\pi\omega}} \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right) \quad (\text{A.10})$$

De esta manera, la ec A.9 puede expresarse, de forma simplificada, como

$$w \approx A' \frac{1}{\sqrt{r}} \exp\left[-\frac{i\omega r}{V_s^*} + i\omega t\right] \quad (\text{A.11})$$

Sustituyendo la ec A.3 en la ec A.11, y haciendo las simplificaciones debidas en los exponentes, tenemos

$$w \approx A' \frac{1}{\sqrt{r}} \exp\left[-\frac{i\omega r}{V_s} - \frac{\omega r \beta}{V_s} + i\omega t\right] \quad (\text{A.12})$$

Separando las partes exponencial real y compleja, podemos reescribir la ec A.12 como

$$w \approx A' \frac{1}{\sqrt{r}} \exp\left(-\frac{\omega r \beta}{V_s}\right) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{r}{V_s}\right)\right] \quad (\text{A.13})$$

La expresión anterior gobierna el desplazamiento dinámico producido por una superficie cilíndrica. A partir de la ec A.13 puede obtenerse el coeficiente de interacción entre dos pilotes, mediante un análisis geométrico e introduciendo ciertas simplificaciones. Para tal fin consideraremos un sistema de dos pilotes sometidos a carga dinámica vertical, enterrados en un semiespacio homogéneo con amortiguamiento histerético β y velocidad de onda de cortante V_s , como el que se muestra en la fig A.3.

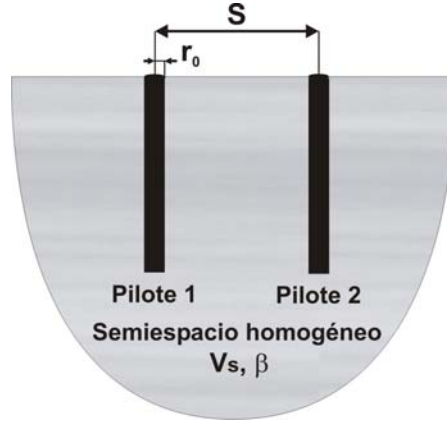


Figura A.3. Esquema para la derivación del coeficiente de interacción

El factor de interacción entre el pilote 1 y el pilote 2 se define como:

$$\alpha_{21} = \frac{\text{Desplazamiento adicional en el pilote 2 debido al pilote 1}}{\text{Desplazamiento en el pilote 2 bajo su propia carga}} = \frac{w_{21}}{w_{22}} \quad (\text{A.14})$$

El campo de desplazamiento que produce el pilote 1 en el pilote 2 se determina sustituyendo en la ec A.13, la distancia radial S que separa los ejes axiales de ambos pilotes:

$$w_{21} \approx A' \frac{1}{\sqrt{S}} \exp\left(-\frac{\omega S \beta}{V_s}\right) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{S}{V_s}\right)\right] \quad (\text{A.15})$$

El campo de desplazamiento que el pilote 2 induce en sí mismo como producto de su propia carga dinámica (w_{22}) se calcula también usando la ec A.13. En este punto del procedimiento se introducen varias simplificaciones. Para evitar la indeterminación numérica que supone el cálculo del efecto dinámico en el eje del pilote ($r=0$), determinaremos el desplazamiento en el perímetro del pilote ($r=r_0$), bajo la suposición de que los movimientos en el eje axial y en el perímetro del pilote son aproximadamente iguales. Adicionalmente, también se considera que el cociente $\frac{r_0}{V_s}$ es lo suficientemente pequeño, para valores típicos de radio de pilote y velocidad de onda de corte, como para poder considerarse muy cercano a cero.

Con las simplificaciones anteriores la ec A.13, evaluada para el movimiento del pilote 2 inducido por sí mismo, se escribe como:

$$w_{22} \approx A' \frac{1}{\sqrt{r_0}} \exp(i\omega t) \quad (\text{A.16})$$

Finalmente, el factor de interacción dado por la ec A.14 se determina dividiendo la ec A.15 entre la ec A.16

$$\alpha_{21} = \frac{w_{21}}{w_{22}} \approx \sqrt{\frac{r_0}{S}} \exp\left(-\frac{\beta \omega S}{V_s}\right) \exp\left(-\frac{i\omega S}{V_s}\right) \quad (\text{A.17})$$

La ec A.17 es el factor de interacción dinámico simplificado propuesto por Dobry y Gazetas (1988), el cual está en función de la frecuencia de excitación, la velocidad de onda de cortante del medio, la fracción de amortiguamiento histerético y la relación de espaciamiento entre pilotes.

A.2. MODO LATERAL

Se presenta aquí una nueva formulación para obtener el factor de interacción horizontal entre pilotes. A diferencia de los factores de interacción simplificados propuestos por Dobry y Gazetas (1988), se trata de un desarrollo matemáticamente exacto. Consideremos un sistema formado por dos cilindros infinitamente largos en un medio homogéneo, con dos ejes de referencia ortogonales i y j , cuya vista en planta se muestra en la fig A.4.

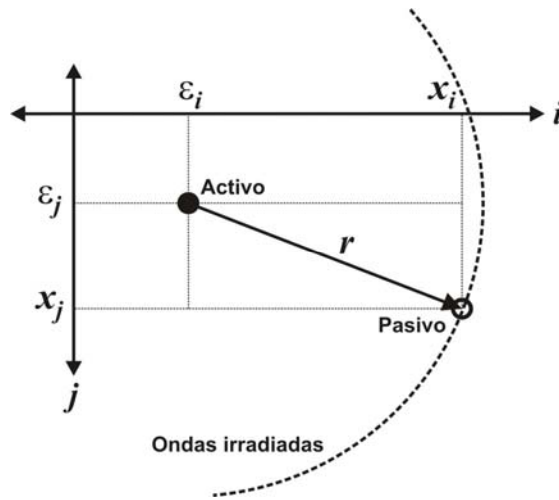


Figura A.4. Sistema de referencia para el caso en el plano

El campo de desplazamiento que el cilindro activo induce sobre el cilindro pasivo, debido a excitación horizontal en las condiciones mencionadas, viene dado por la siguiente expresión (Sánchez-Sesma y Campillo, 1991)

$$u = G_{ij} \exp(i\omega t) \quad (\text{A.18})$$

G_{ij} es el desplazamiento (en el cilindro pasivo) en la dirección del eje i , debido a una fuerza horizontal (aplicada en el cilindro activo) en la dirección del eje j . Se define como

$$G_{ij} = \frac{1}{i8\rho} \left[\delta_{ij} A - (2\gamma_i \gamma_j - \delta_{ij}) B \right] \quad (\text{A.19})$$

$$A = \frac{H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_{La}^*}\right)}{(V_{La}^*)^2} + \frac{H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right)}{(V_s^*)^2} \quad (\text{A.20})$$

$$B = \frac{H_2^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_{La}^*}\right)}{(V_{La}^*)^2} - \frac{H_2^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right)}{(V_s^*)^2} \quad (\text{A.21})$$

$H_2^{(2)}$ es la función de Hankel de segunda especie de orden 2, δ_{ij} es la función delta de Kronecker, ρ es la densidad de masa del medio, $V_{La}^* = V_{La} \sqrt{1 + 2i\beta}$, $r = \sqrt{(x_i - \varepsilon_i)^2 + (x_j - \varepsilon_j)^2}$, $\gamma_i = (x_i - \varepsilon_i)/r$ y $\gamma_j = (x_j - \varepsilon_j)/r$.

Reorganizando la ec A.19

$$G_{ij} = \frac{-i}{8\rho} \left[(A-B)\gamma_i\gamma_j + (A+B)(\delta_{ij} - \gamma_i\gamma_j) \right] \quad (\text{A.22})$$

Si se considera un argumento grande en las funciones de Hankel (distancias relativamente alejadas del eje del cilindro), la ec A.22 puede escribirse aproximadamente como

$$G_{ij} \approx \frac{1}{4i\rho} \left\{ \frac{H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_{La}^*}\right)}{(V_{La}^*)^2} \gamma_i\gamma_j + \frac{H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right)}{(V_s^*)^2} (\delta_{ij} - \gamma_i\gamma_j) \right\} \quad (\text{A.23})$$

Sustituyendo la ec A.23 en A.18

$$u \approx \frac{1}{4i\rho} \left\{ \frac{H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_{La}^*}\right)}{(V_{La}^*)^2} \gamma_i\gamma_j + \frac{H_0^{(2)}\left(\frac{\omega r}{V_s^*}\right)}{(V_s^*)^2} (\delta_{ij} - \gamma_i\gamma_j) \right\} \exp(i\omega t) \quad (\text{A.24})$$

La expresión anterior, en función de la densidad del medio, las velocidades de onda de cortante y de Lysmer, el amortiguamiento histerético del medio, y la geometría del sistema, puede ser usada entonces para generar en forma rigurosa el factor de interacción horizontal, para cualquier posición arbitraria de los pilotes activo y pasivo.

En un primer paso, debe considerarse que para el análisis de traslación, se analizarían únicamente las fuerzas inducidas en la misma dirección que la fuerza aplicada, por lo que la función delta de Kronecker siempre tendría valor unitario. Posteriormente, si consideramos un sistema formado por dos pilotes, 1 y 2, con posición arbitraria, se evalúa el desplazamiento inducido en 2 (pasivo) debido a 1 (activo), u_{21} . De manera similar que con el caso vertical, la misma ec A.24 se utiliza para calcular el efecto que el pilote 2 induce en sí mismo, u_{22} . Finalmente, el factor de interacción horizontal entre el pilote 1 y el pilote 2 se calcula como

$$u_{21} = \frac{u_{21}}{u_{22}} \quad (\text{A.25})$$

ANEXO B

GRÁFICAS DE IMPEDANCIA PARA GRUPOS DE PILOTES

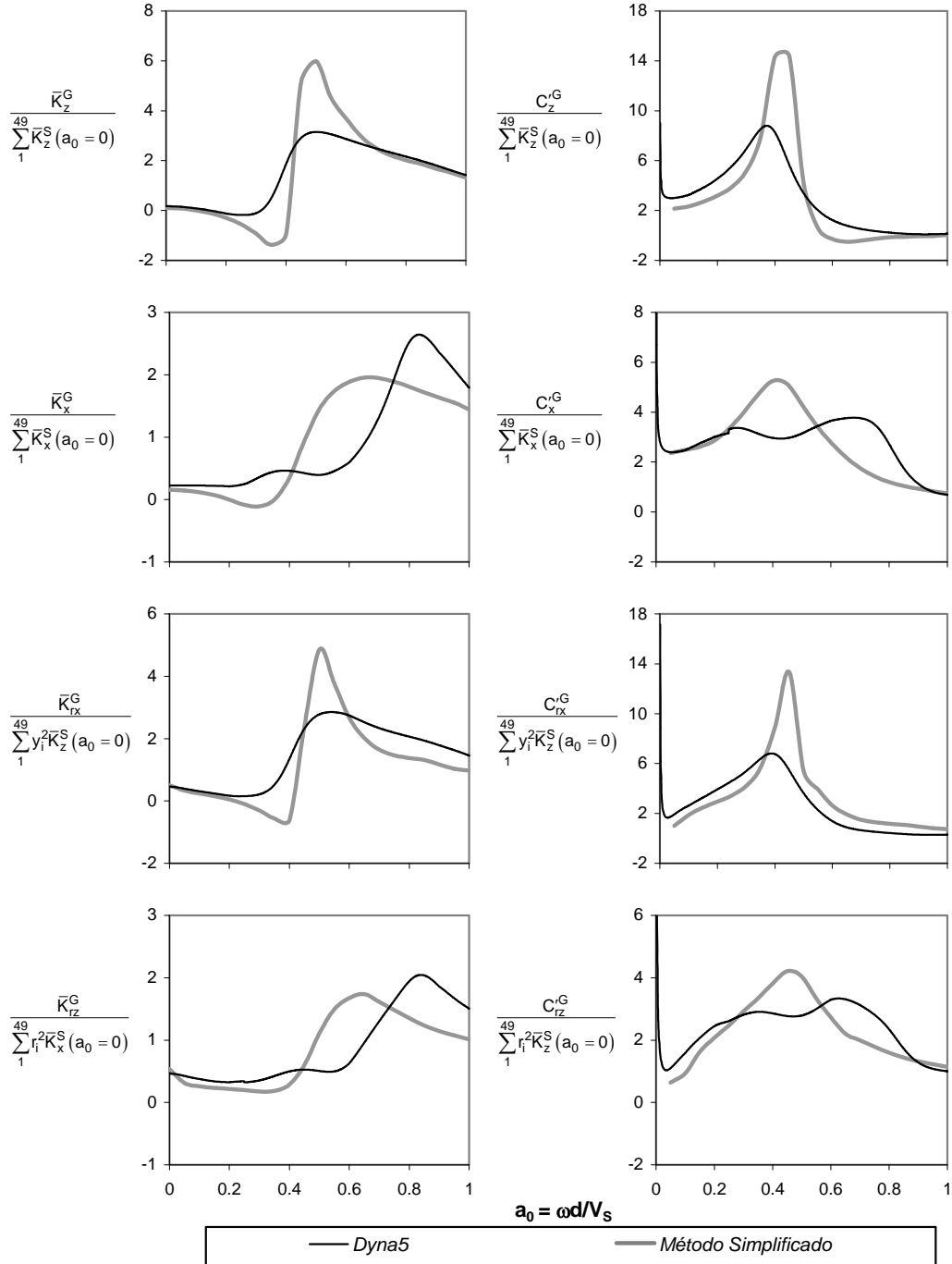


Figura B.1 Impedancias normalizadas para un grupo de 7x7 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

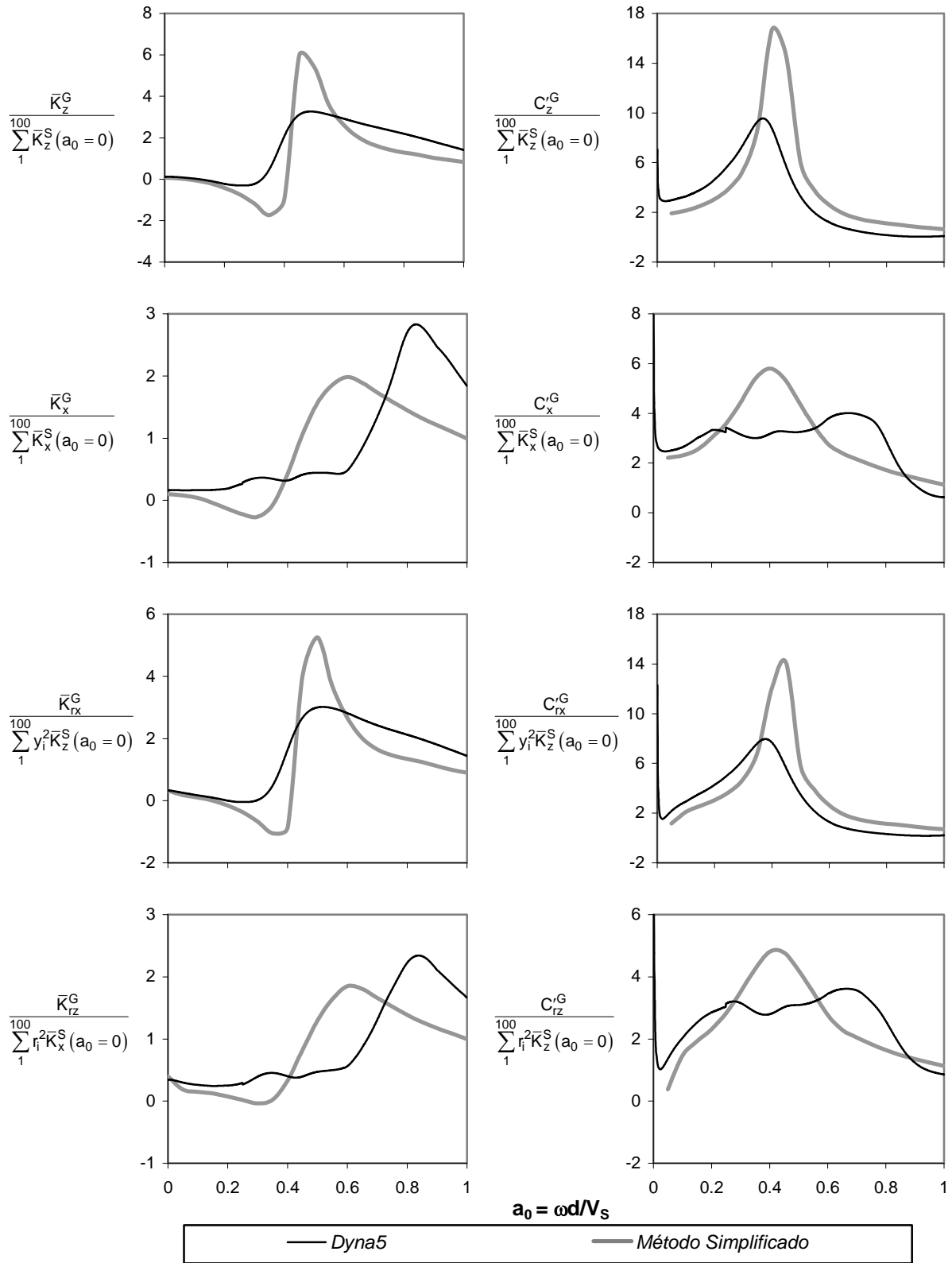


Figura B.2 Impedancias normalizadas para un grupo de 10x10 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

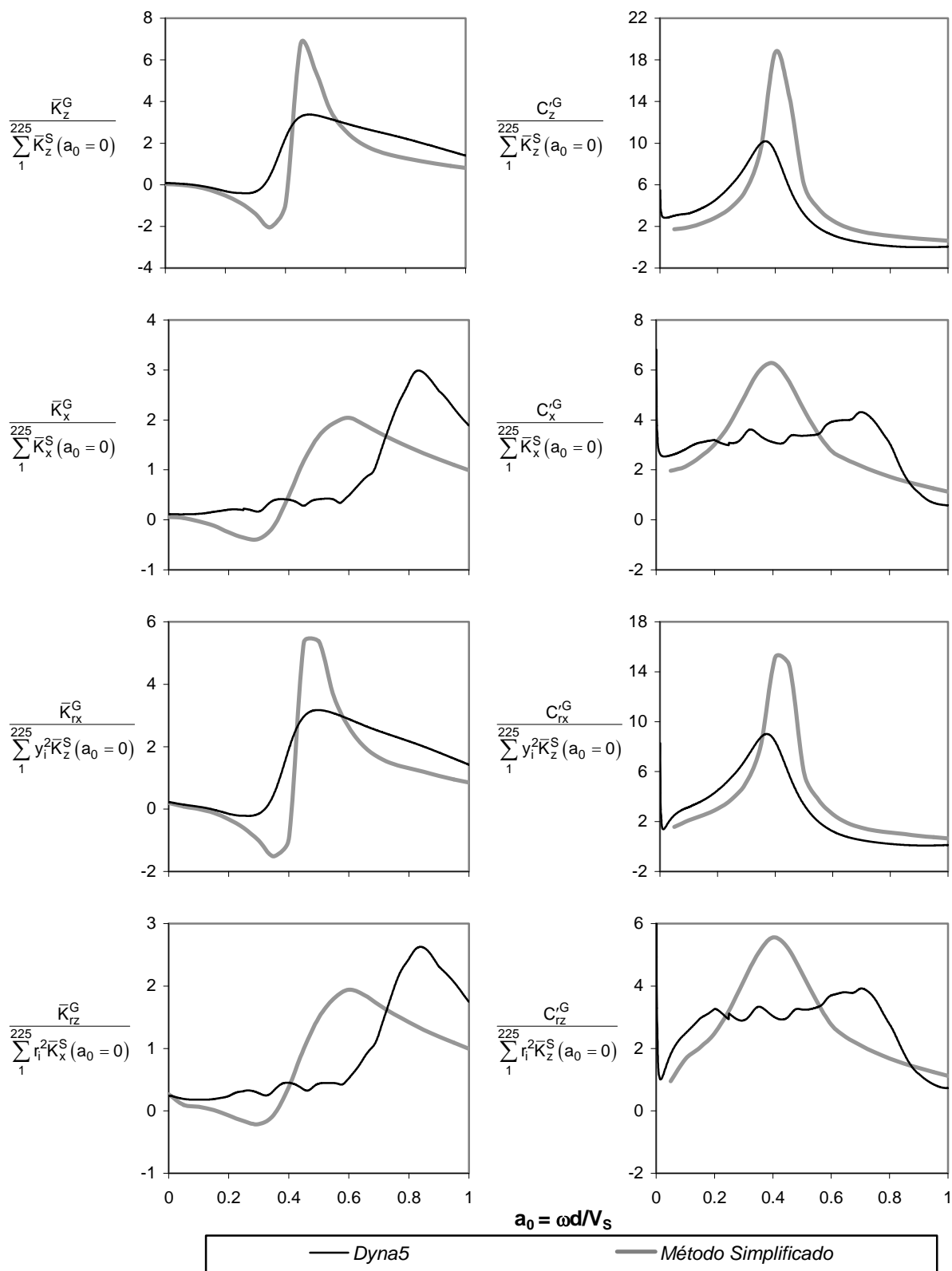


Figura B.3 Impedancias normalizadas para un grupo de 15x15 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

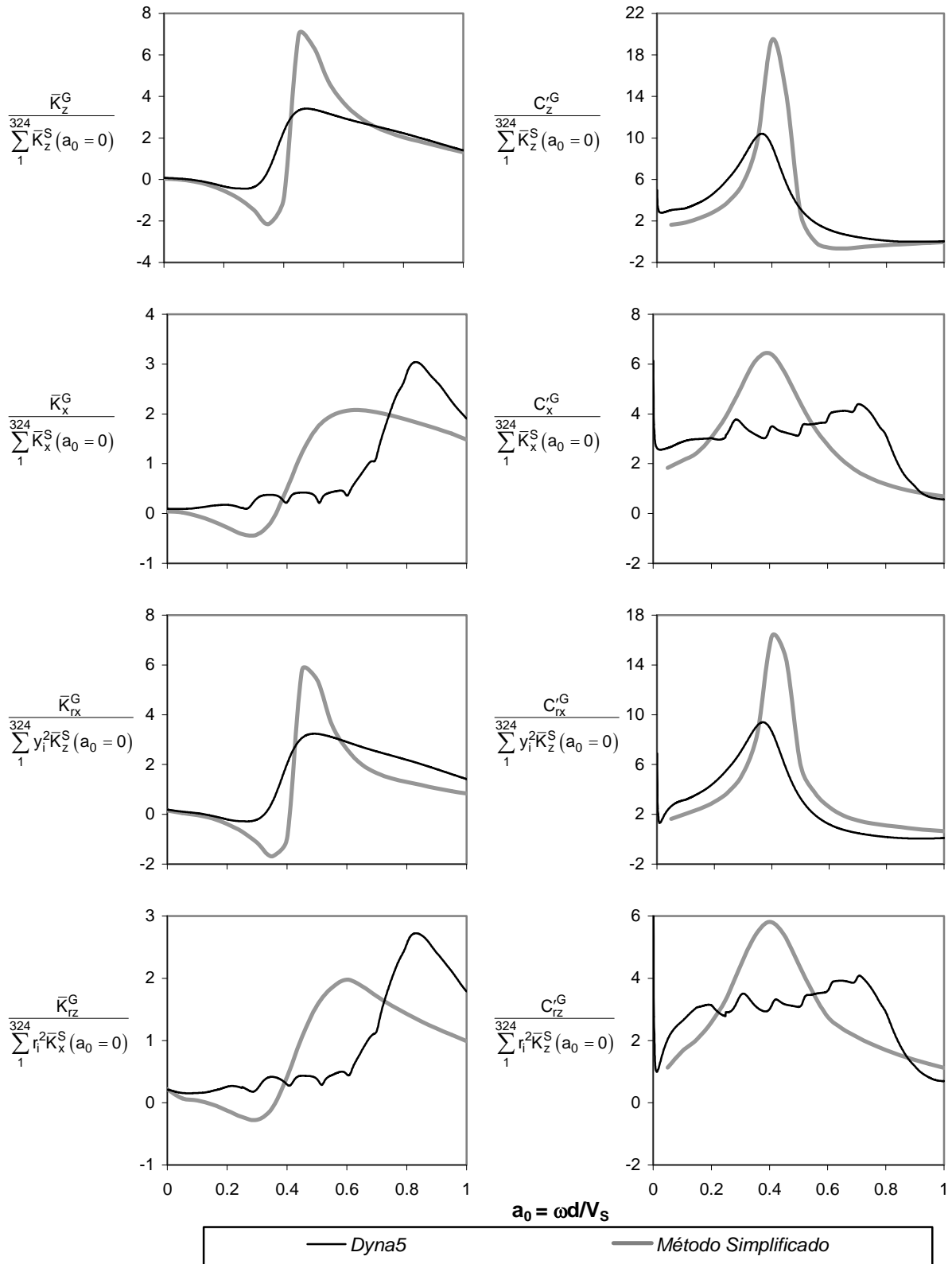


Figura B.4 Impedancias normalizadas para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 100$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

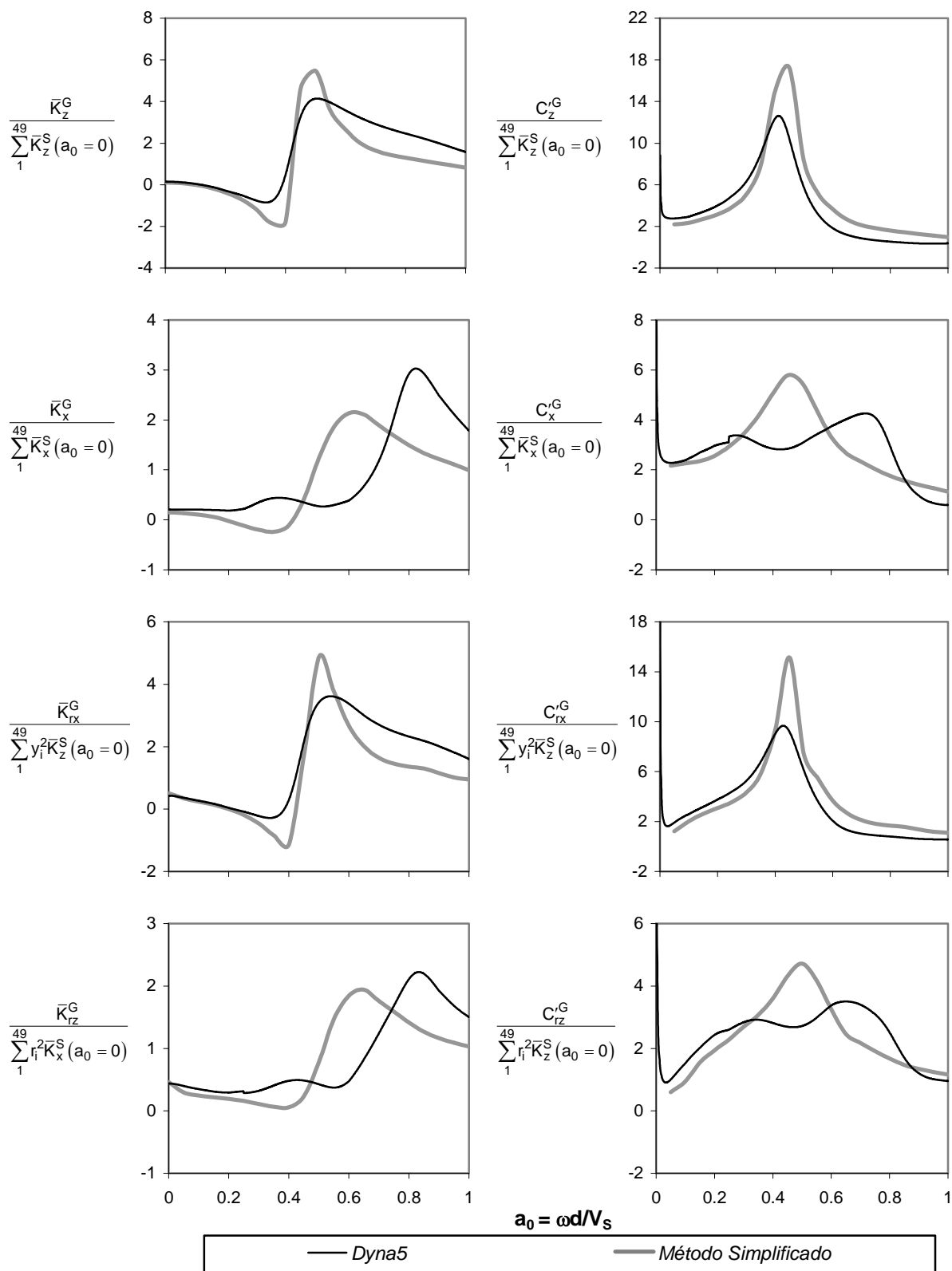


Figura B.5 Impedancias normalizadas para un grupo de 7x7 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 300$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

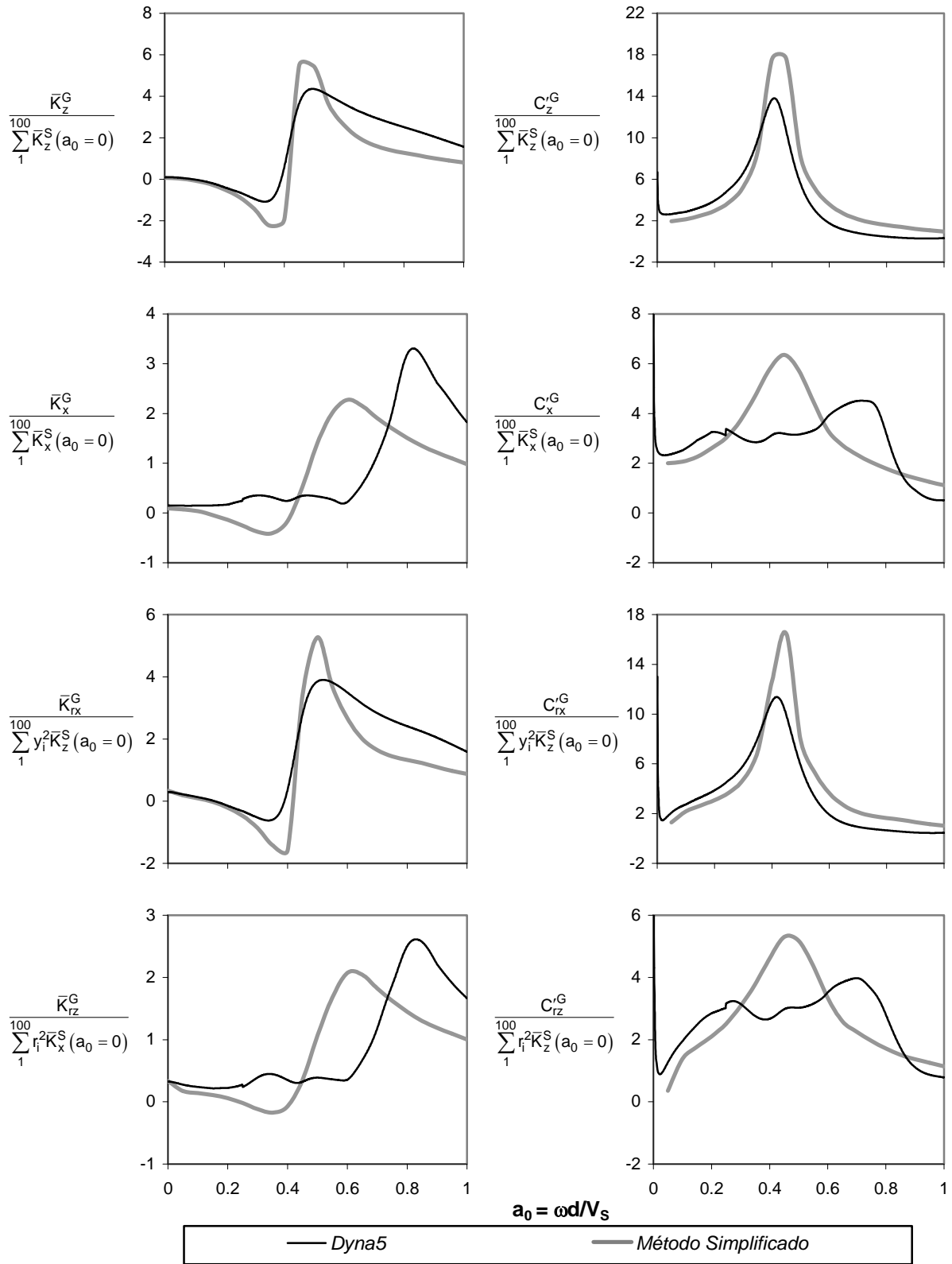


Figura B.6 Impedancias normalizadas para un grupo de 10x10 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 300$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

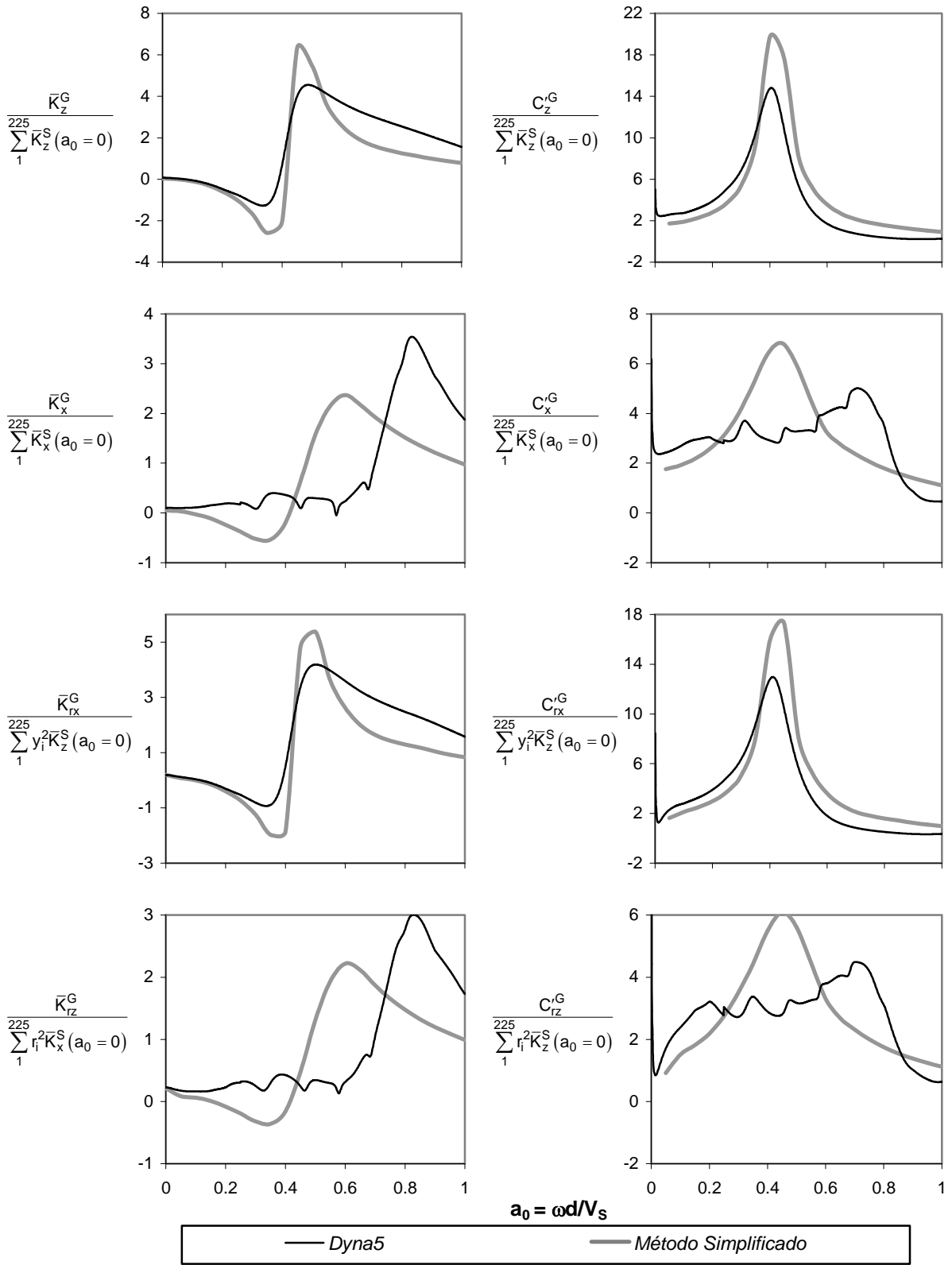


Figura B.7 Impedancias normalizadas para un grupo de 15x15 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 300$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

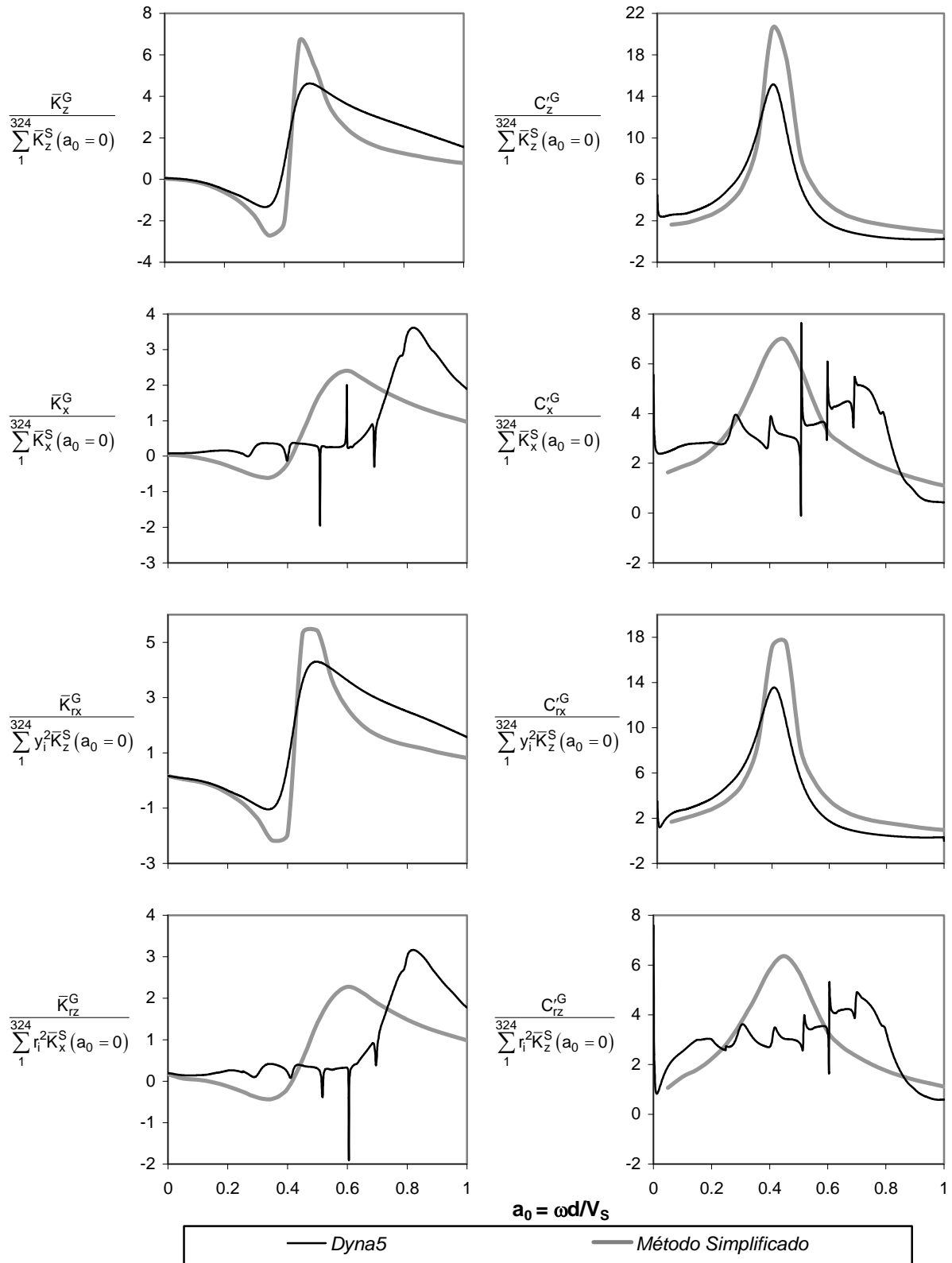


Figura B.8 Impedancias normalizadas para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 300$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

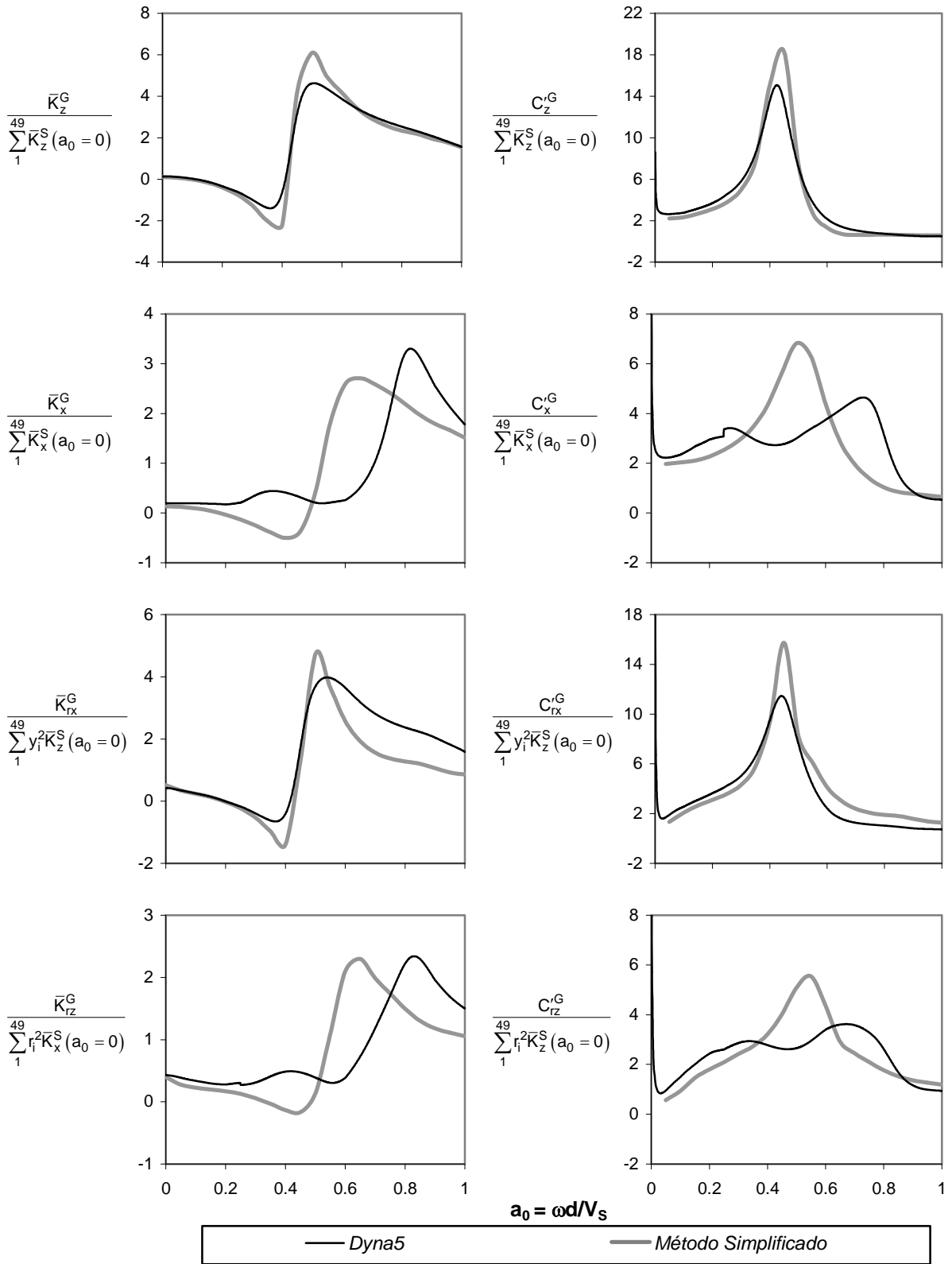


Figura B.9 Impedancias normalizadas para un grupo de 7x7 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 550$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

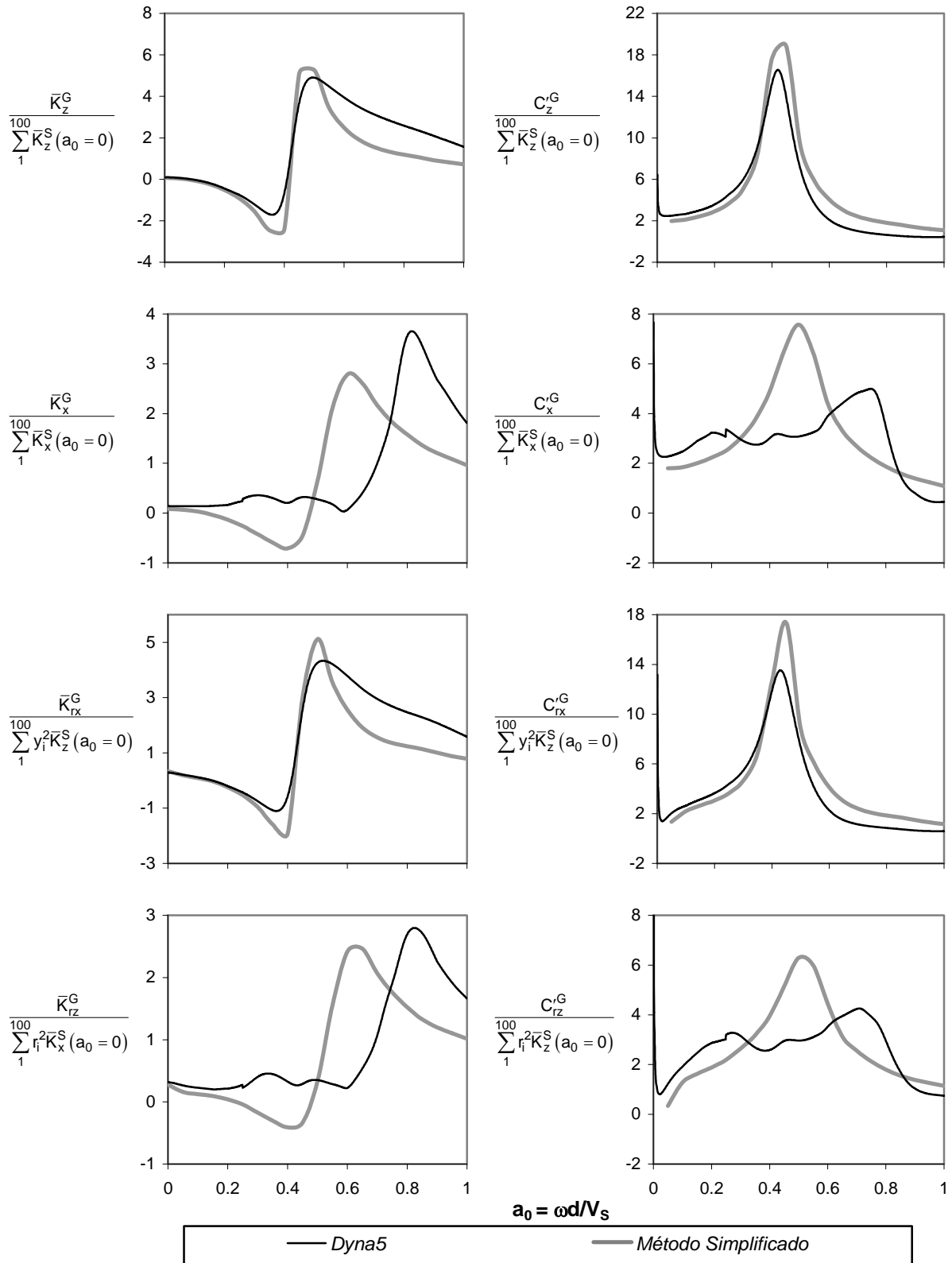


Figura B.10 Impedancias normalizadas para un grupo de 10x10 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 550$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

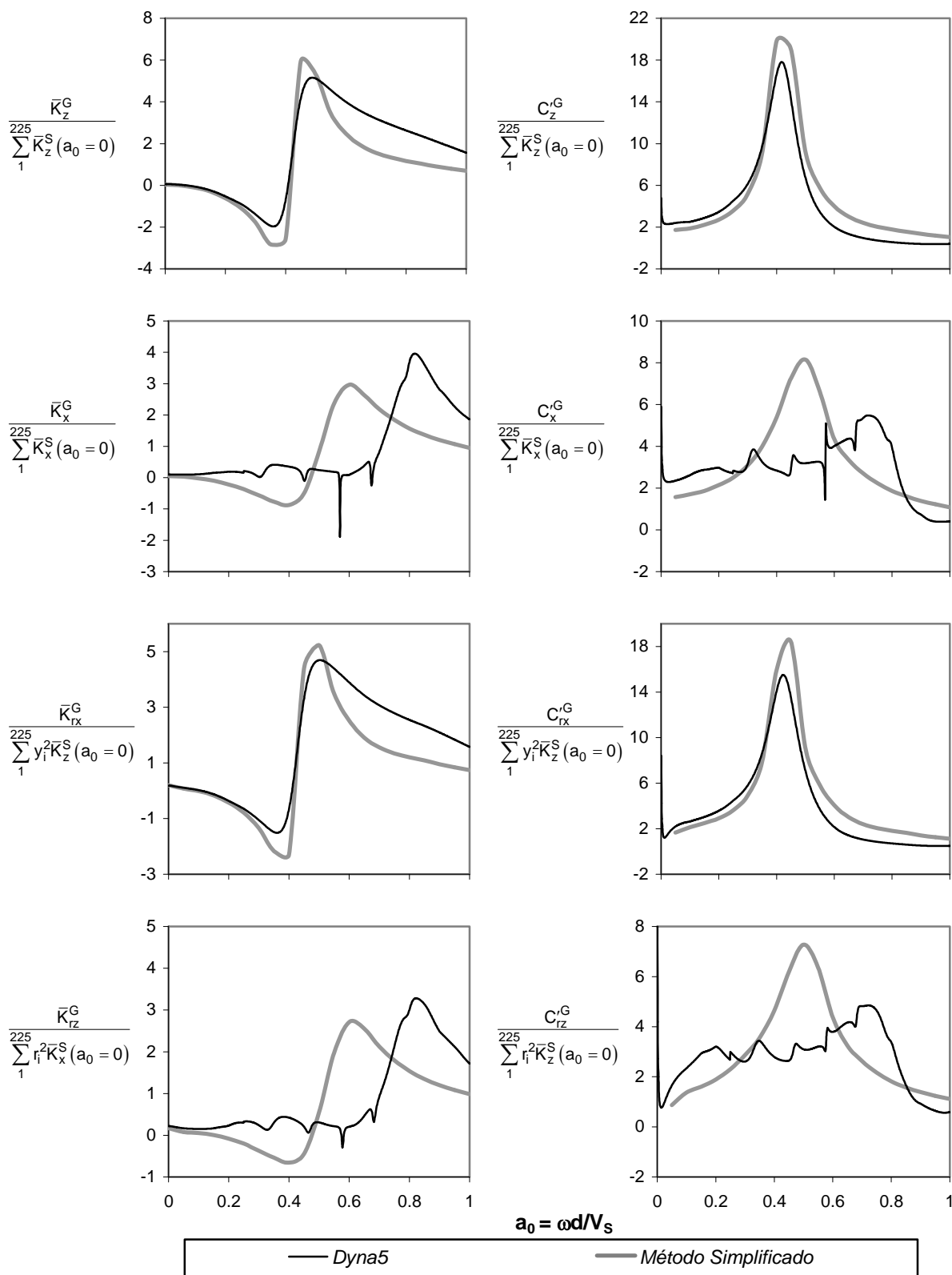


Figura B.11 Impedancias normalizadas para un grupo de 15x15 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 550$, $\rho_p/\rho_s = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

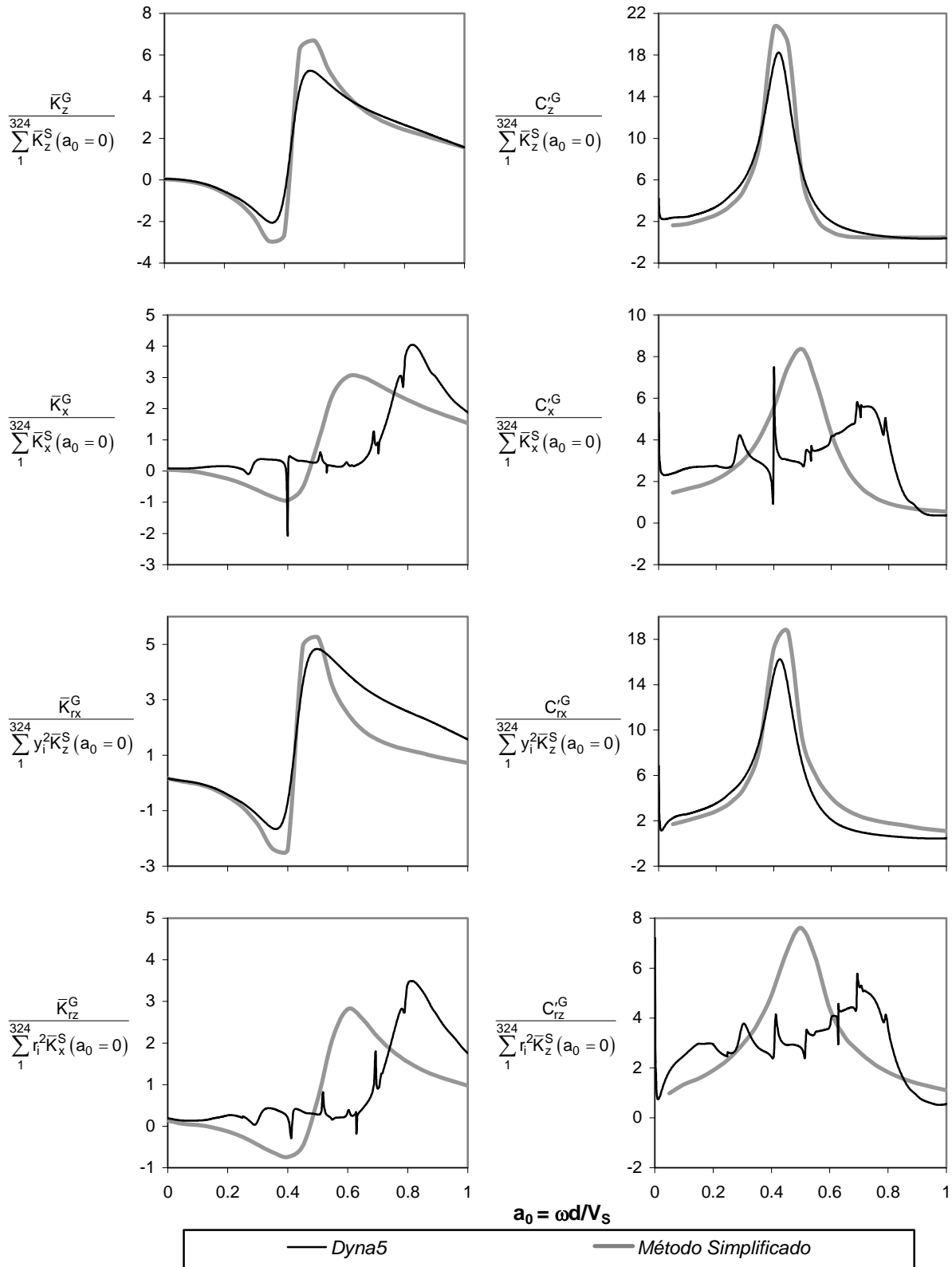


Figura B.12 Impedancias normalizadas para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 550$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

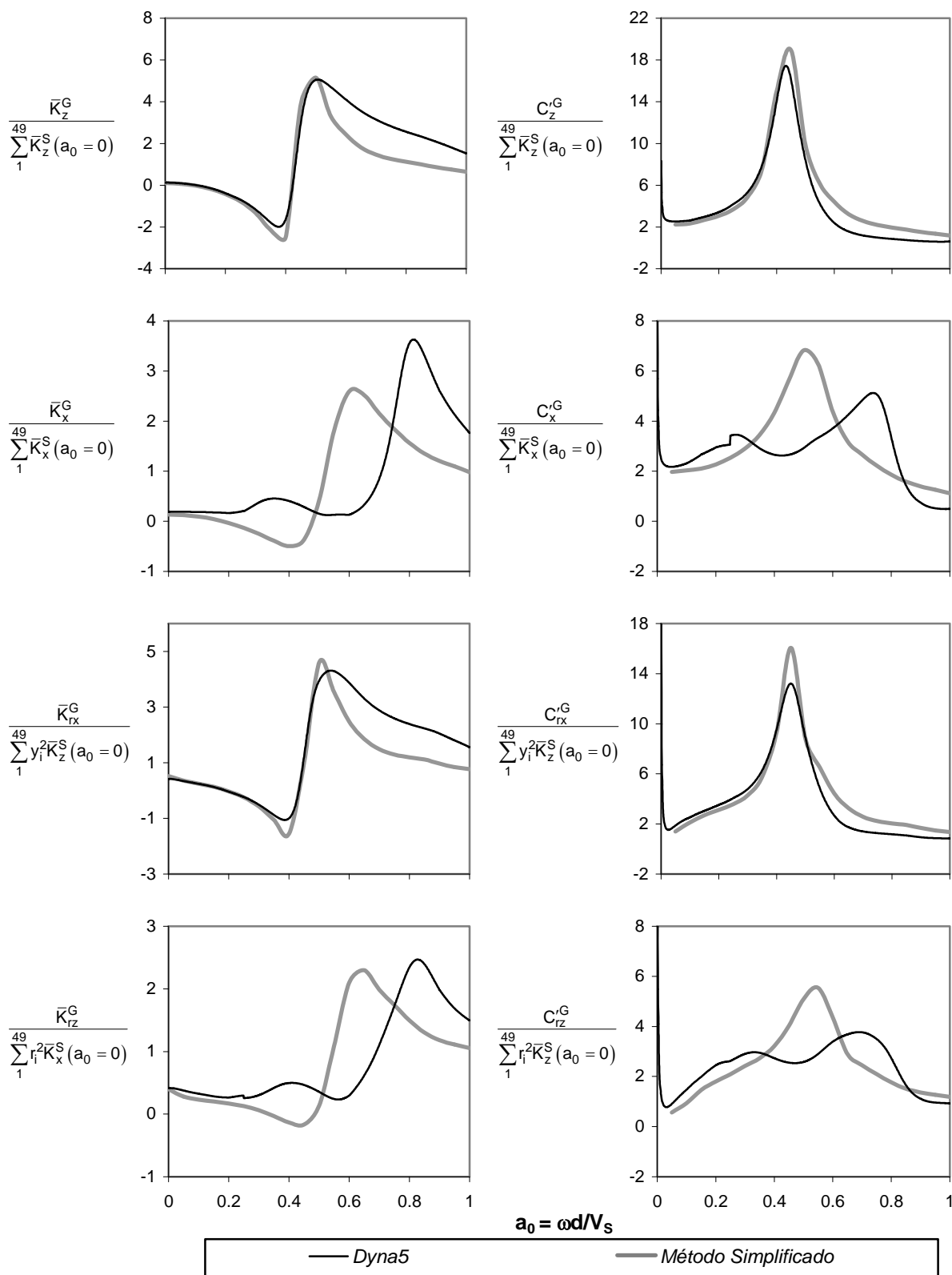


Figura B.13 Impedancias normalizadas para un grupo de 7x7 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

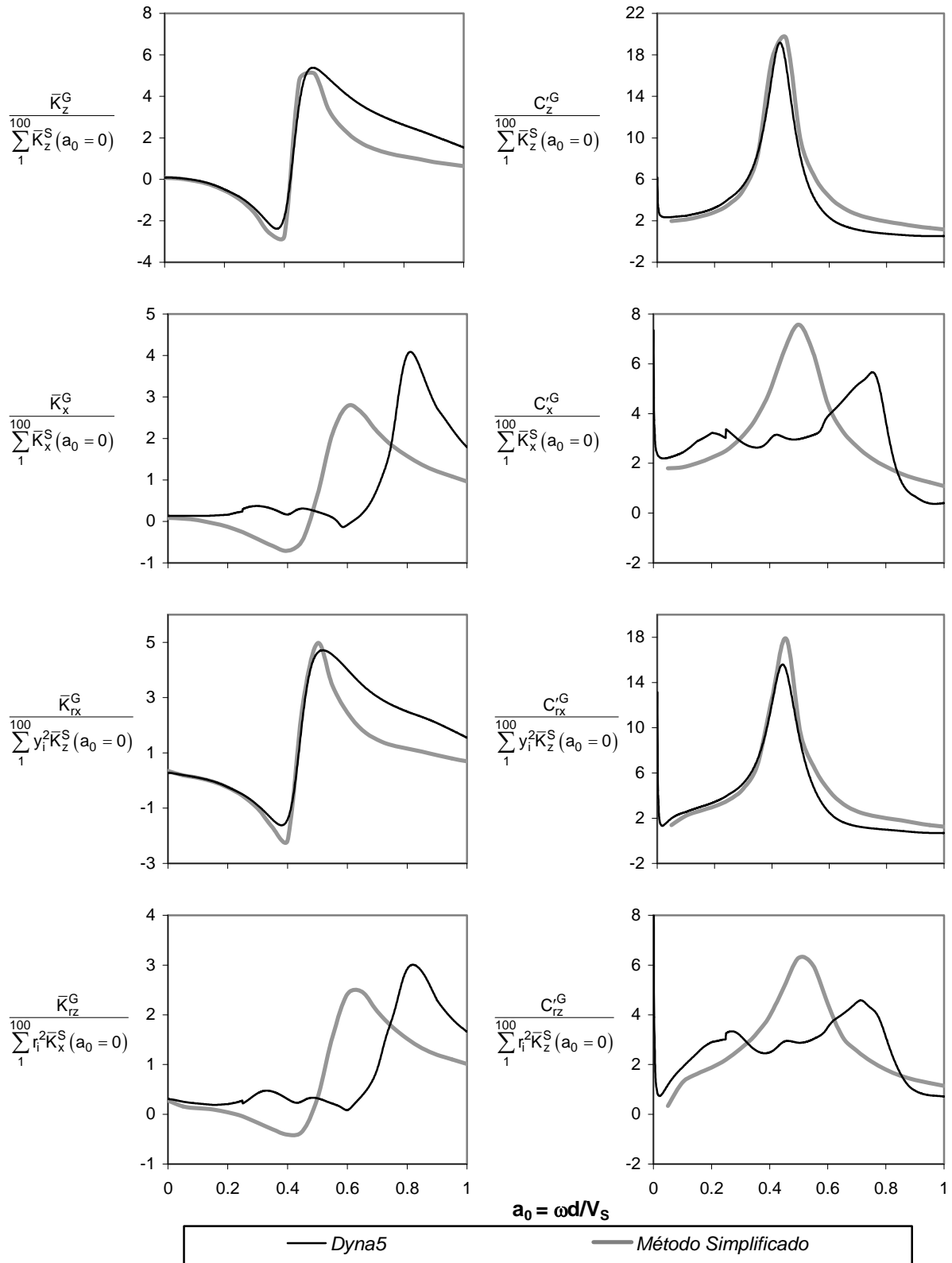


Figura B.14 Impedancias normalizadas para un grupo de 10x10 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_p/\rho_s = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

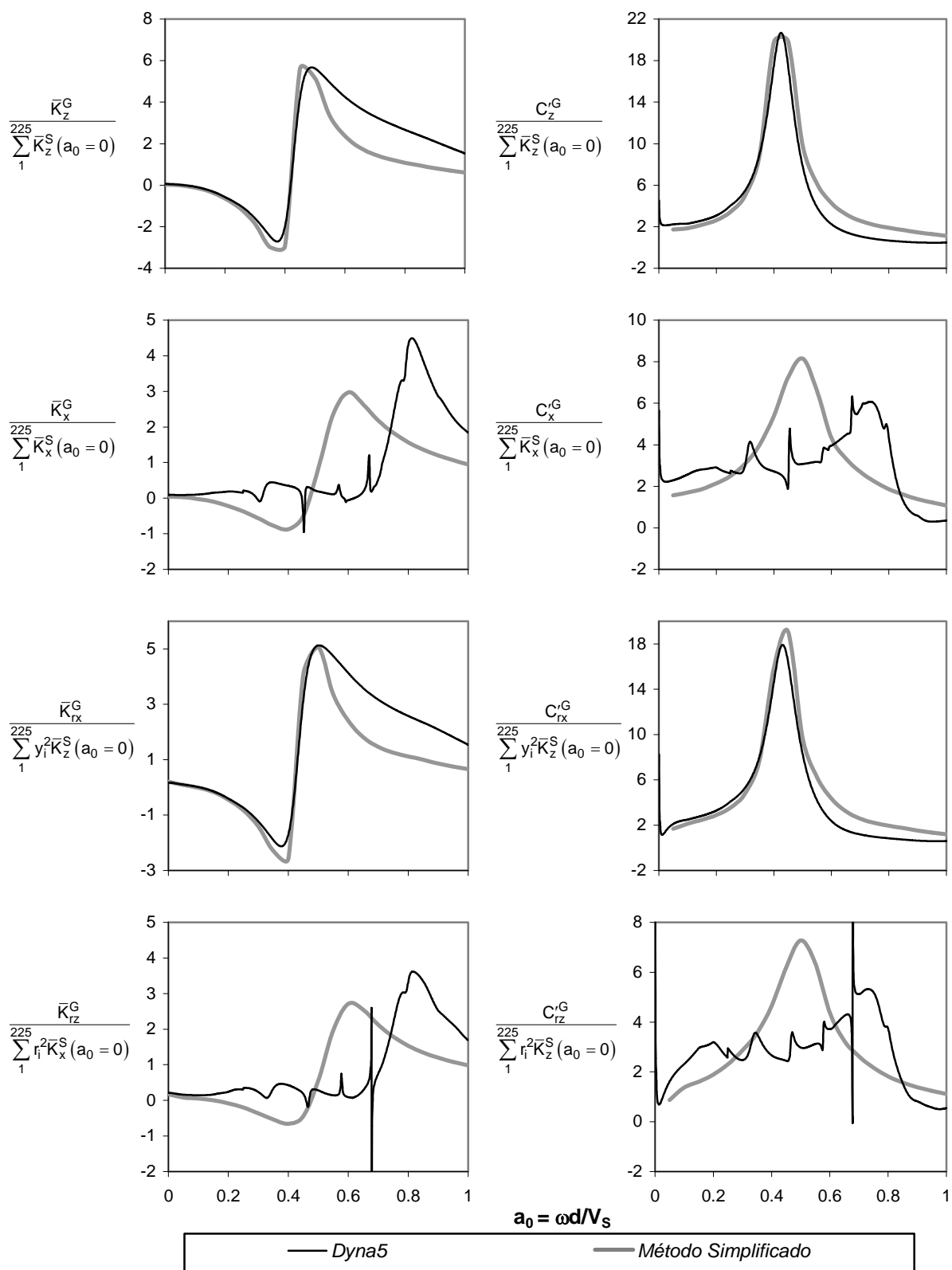


Figura B.15 Impedancias normalizadas para un grupo de 15x15 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

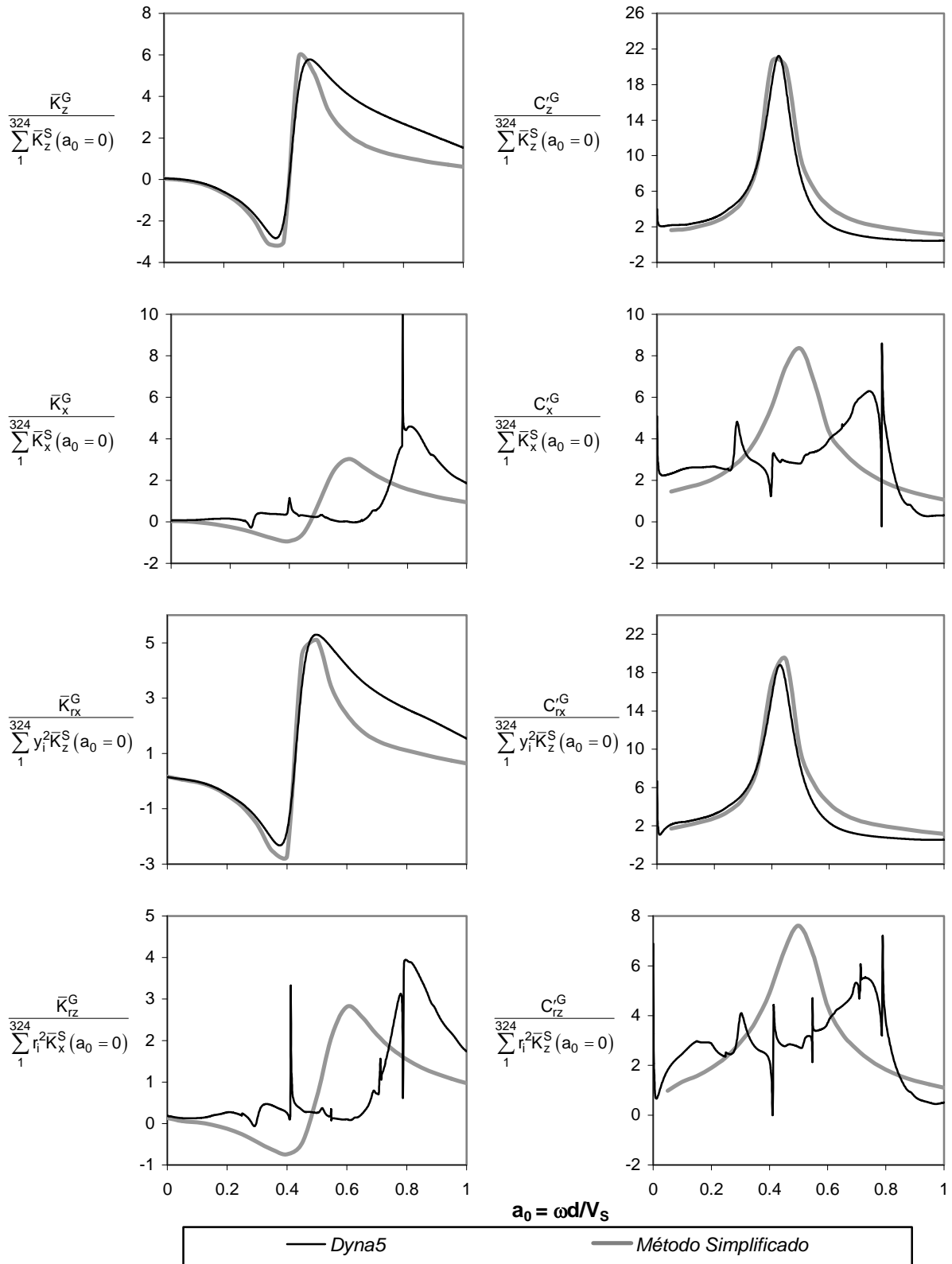


Figura B.16 Impedancias normalizadas para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 5$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

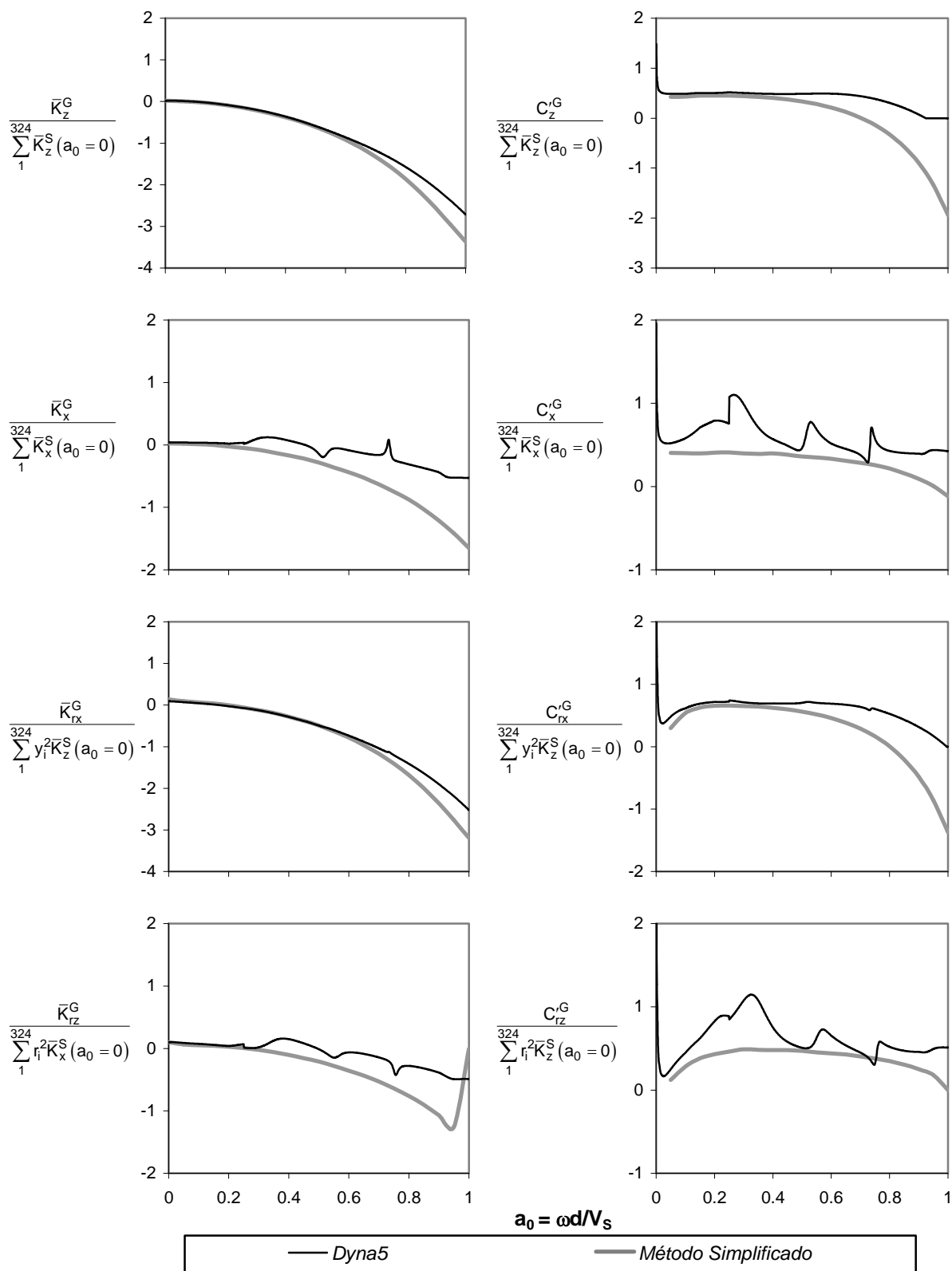


Figura B.17 Impedancias normalizadas para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 2$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d = 15$.

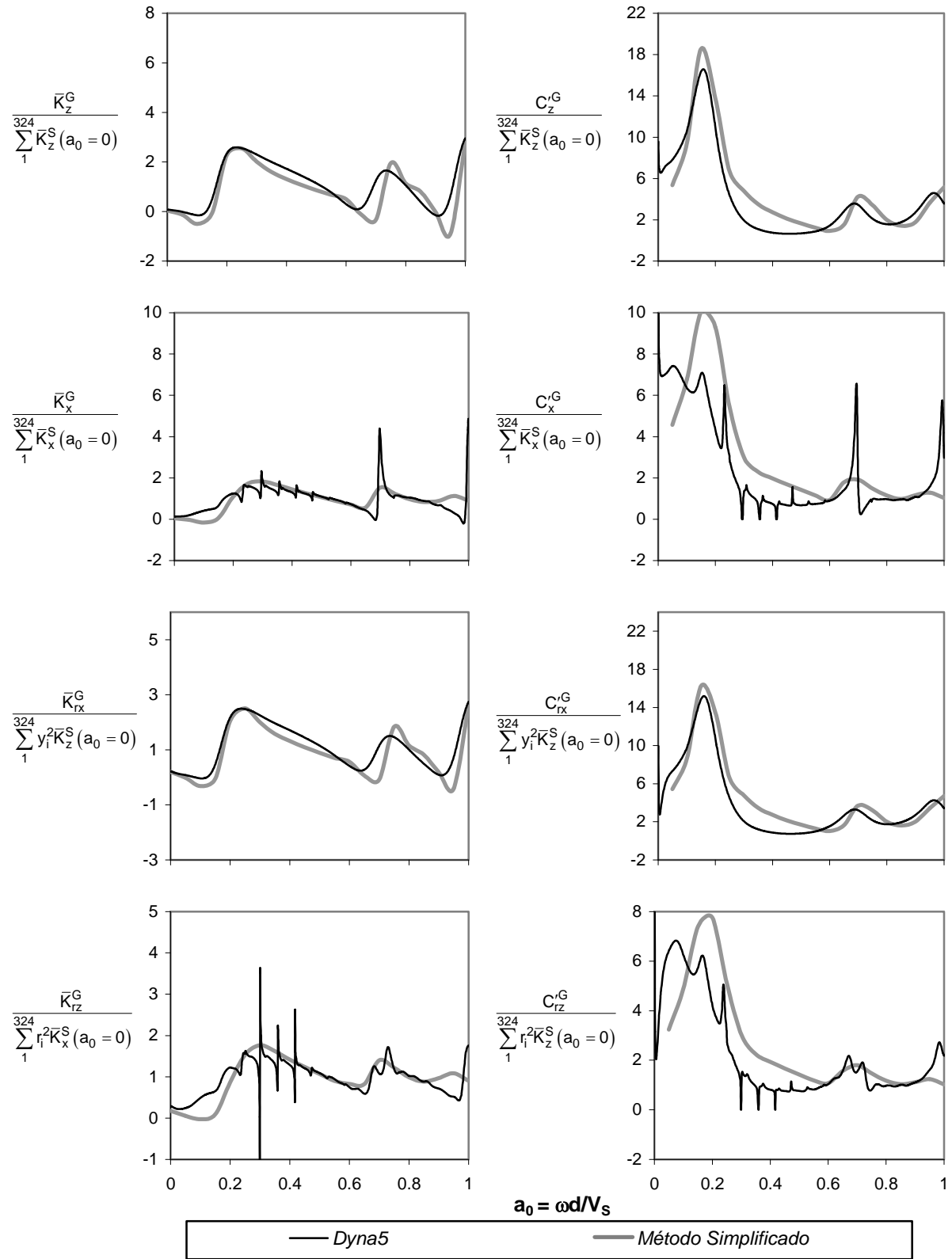


Figura B.18 Impedancias normalizadas para un grupo de 18x18 pilotes con $S/d = 10$. Comparación entre el programa comercial Dyna5 y el método simplificado de Dobry-Gazetas (1988), para un grupo de pilotes enterrados en un semiespacio homogéneo: $E_p/E_s = 1000$, $\rho_s/\rho_p = 0.70$, $\beta_s = 0.05$ y $L/d=15$.

REFERENCIAS

- Abramowitz M., Stegun I.A. (1972), "Handbook of mathematical functions", Dover Publications Inc.
- Avilés J. (2004), "Curso de interacción suelo-estructura", Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C., México D.F., marzo, 127 pp.
- Avilés J., Espinosa J.M., López A., Trueba V. (1997), "Instalaciones Industriales", Macrosismo de Manzanillo, Editor Arturo Tena Colunga, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica A.C., Universidad de Colima y Gobierno del Estado de Colima, Colima, Col., México, septiembre, pp. 172-196.
- Beredugo Y.O., y Novak, M. (1972), "Coupled horizontal and rocking vibration of embedded footings", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 9, No. 4, pp. 477-497.
- Blaney G., Kausel E., Roesset J. (1976), "Dynamic stiffness of piles", Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Vol. 2, Blacksburg, pp. 1001-1012.
- Botero, J.C. (2000), "Efectos de interacción suelo-estructura considerando la flexibilidad del suelo y el desprendimiento parcial de la cimentación", Tesis de Doctorado, Posgrado de Ingeniería de la UNAM, México.
- Camargo J. (2007), "Análisis de registros sísmicos en un edificio alto cercano a la estación SCT", Tesis de Maestría (en desarrollo), Posgrado de Ingeniería de la UNAM, México.
- Cruz C.A., Camargo J., Murià Vila D., Aldama B.D. (2006), "Método para calcular las rigideces y amortiguamientos asociados a los efectos de interacción suelo-estructura en construcciones cimentadas con pilotes de fricción", XV Congreso de Ingeniería Estructural, Puerto Vallarta Jal., México.
- Correa, V.M. (2005), "Respuesta dinámica y efectos de interacción suelo-estructura de tres edificios instrumentados en México", Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Correa V.M., Murià Vila D. (2005), "Efectos de interacción suelo-estructura de un edificio instrumentado con modos de vibración acoplados", XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Acapulco Gro., México.
- Dobry R., Gazetas G. (1988). "Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups", Geotechnique, Vol. 38 No. 4, pp. 557-574.
- Dowling A.P., Ffowcs J.E. (1983), "Sound and sources of sound", Ellis Howrwood Limited, 349 pp.
- El Naggar M., Novak M. (1995), "Effect of foundation nonlinearity on modal properties of offshore towers", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 120 No. 2, pp. 308-329.
- El Sharnouby B., Novak M. (1984), "Dynamic experiments with group of piles", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 110 No. 6, pp. 719-737.
- El Sharnouby B., Novak M. (1985), "Static and low frequency response of pile groups", Canadian Geotechnical Journal, vol. 22, no. 1, pp. 79-94.

- Gazetas G. (1991a), "Foundation vibrations", Foundation Engineering Handbook, Cap. 15, Van Nostrand Reinhold, pp. 553-593.
- Gazetas G. (1991b), "Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 9, septiembre.
- Gazetas G., Fan K., Kaynia A.M., Kausel E. (1990), "Dynamic interaction factors for floating pile groups", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, No. 10, octubre, pp. 1351-1548.
- Gazetas G., Hess P., Zinn R., Mylonakis G., Nikolau A. (1998), "Seismic response of a large pile group", 11th European Conference on Earthquake Engineering, Balkema, Rotterdam, 11 pp.
- Gazetas G., Dobry R. (1984), "Horizontal response of piles in layered soils", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 101, No. 1, pp. 20-40.
- Gazetas G., Makris N. (1991), "Dynamic pile-soil-pile interaction, part I: analysis of axial vibration", Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 20, No. 2, pp.1510-1519.
- Gómez A. (2000), "Presentación de un modelo matemático para el cálculo del periodo fundamental de vibración en suelos estratificados con capacidad de predecir efectos de amplificación o atenuación dinámica", XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, noviembre.
- Kausel E., Roesset J.M., Waas G. (1975), "Dynamic analysis of footings on layered media", Journal of the Engineering and Mechanics Division, ASCE, Vol. 101, No. EM5, pp. 679-693.
- Kausel E., Ushijima,R. (1979), "Vertical and torsional stiffness of cylindrical footing", Civil Eng. Dept. Report R79-6, MIT, Cambridge, Massachusetts.
- Kaynia A.M. (1982), "Dynamic stiffness and seismic response of pile groups", MIT Res. Rep., No. R82-03, Cambridge, Massachusetts.
- Kaynia A.M. (1988), "Characteristics of the dynamic response of pile groups in homogeneous and nonhomogeneous media", Proceedings of the 9th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. III, Tokio, Japón, agosto, pp. 575-580.
- Kaynia A.M., Kausel E. (1982), "Dynamic behavior of pile groups", Memorias de la 2nd International Conference on Numerical Methods in Offshore Piling, Austin, Texas, pp. 509-532.
- Kobori T., Nakazawa M., Hijikata, K., Kobayashi Y., Miura K., Miyamoto Y., Moroi T. (1991), "Study on dynamics characteristics of a pile group foundation", Proc. 2nd Intl. Conf. on Recent Advances in Geotechnical, Engineering and Soil Dynamics, St. Louis, Missouri, Vol. 1, pp. 853-860.
- Kuhlemeyer R. (1979a), "Static and dynamic laterally loaded floating piles", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 105, No. 2, pp. 289-304.
- Kuhlemeyer R. (1979b), "Vertical Vibration of Piles", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 105, No. 2, pp. 273-287.
- Luco J.E. (1980), "Soil-structure interaction and identification of structural models", Proceedings 2nd ASCE Conference on Civil Engineering and Nuclear Power, Knoxville, Tennessee, septiembre 15-17, Vol. III, Geotechnical Topics, No. 10-1, pp. 10.1-10.30.

- Luco J.E., Trifunac M.D., Wong H.L. (1987), "On the apparent change in dynamic behaviour of a nine story reinforced concrete building", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 77, No. 6, pp. 1961-1983.
- Makris N., Gazetas G. (1992), "Dynamic pile-soil-pile interaction – part II: lateral and seismic response", *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21 No. 2, pp. 145-162.
- Matlock H., y Foo S. (1980), "Axial analysis of piles using a hysteretic and degrading soil model", *Proc. 2nd Offshore Technology Conf.*, Vol. 1, No. OTC-1204, Houston, Texas, pp. 577-594.
- McClelland B., y Focht J. (1958), "Soil modulus for laterally loaded piles", *Transactions of the ASCE*, Vol. 123, No. 2954, pp. 1049-1086.
- Mendoza L., Reyes A., Luco J.E. (1991), "Ambient vibration tests of the Mexicali General Hospital", *Earthquake Spectra*, Vol. 7, No. 2, pp. 281-300.
- Meymand, J.P. (1998), "Shaking table scale model tests of nonlinear soil-pile-superstructure interaction in soft clay", *Tesis de Doctorado*, Universidad de California, Berkeley.
- Mokwa R.L. (1999), "Investigation of the resistance of pile caps to lateral loading", *Tesis de Doctorado*, Instituto Politécnico de Virginia, Universidad del Estado de Virginia.
- Morse P.M., Ingard K.U. (1968), "Theoretical acoustics", McGraw Hill, 949 pp.
- Murià Vila D., Alcántara L., Durán R., Macías M.A., Maldonado S.L., Pérez L.E., Tena, A., Vázquez R. (1997), "Edificios instrumentados", *Macrosismo de Manzanillo*, Editor Arturo Tena Colunga, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica A.C., Universidad de Colima y Gobierno del Estado de Colima, Colima, Col., México, septiembre, pp. 197-232.
- Murià Vila D., Fuentes L., González R. (2000), "Incertidumbres en la estimación de las frecuencias naturales de vibración de edificios", *Información Tecnológica*, Vol. 11, No. 3, Chile, pp.177-184.
- Murià Vila D., González R. (1995), "Propiedades dinámicas de edificios de la ciudad de México", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 51, ciudad de México, pp. 25-45.
- Murià Vila D., Rodríguez G., Palacios C., Macías M. (2001), "Estimación de los parámetros dinámicos del edificio PC", *Proyecto 1543 Instituto de Ingeniería, UNAM*, diciembre.
- Murià Vila D., Taborda R., Zapata A. (2004), "Soil-structure interaction effects in two instrumented tall buildings", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canadá, agosto.
- Mylonakis G., Syngros C., Price T.E. (2005), "Elastodynamic F.E. analysis of pile response for combined horizontal and vertical soil heterogeneity", *5th GRACM International Congress on Computational Mechanics*, Limassol, junio-julio, pp. 1-8.
- Nogami T. (1979), "Dynamic group effect of multiple piles under vertical vibration", *Proceedings ASCE Engineering Mechanics Specialty Conference*, Austin, Texas, pp. 750-754.
- Nogami T. (1983), "Dynamic group effect in axial responses of grouped piles", *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol 109, pp. 225-243.

- Nogami T., Novak M. (1976), "Soil-pile interaction in vertical direction", *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 4, pp.277-293.
- Novak M. (1974), "Dynamic stiffnesses and damping of piles", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 11, No. 4, pp. 574-598.
- Novak M. (1977), "Vertical vibration of floating piles", *Journal of the Engineering and Mechanics Division, ASCE*, Vol. 103, No. EM1, febrero, pp. 153-168.
- Novak M. (1991), "Piles under dynamic loads", *Second International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, St. Louis Missouri, No. SOA14, marzo.
- Novak M., Aboul-Ella F. (1978a), "Impedance functions of piles in layered media," *Journal of the Engineering and Mechanics Division, ASCE*, Vol. 104, No. EM6, artículo 13847, junio, pp. 643-661.
- Novak M., Aboul-Ella F. (1978b), "Stiffness and damping of piles in layered media", *Proc. Earth. Eng. Soil Dyn., ASCE Specialty Conf., Pasadena, California*, junio, pp. 704-719.
- Novak M., Beredugo Y. O. (1972), "Vertical vibration of embedded footings", *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division , ASCE , No. SM12*, diciembre, pp. 1291-1310.
- Novak M., El Sharnouby B. (1983), "Stiffness constants of single piles", *Journal of the Geotechnical and Engineering Division, ASCE*, Vol. 109, No. 7, pp. 961-974.
- Novak M., Howell J.F. (1977), "Torsional vibration of pile foundations", *Journal of the Geotechnical and Engineering Division, ASCE*, Vol. 103, No. GT4, pp. 271-285.
- Novak M., Howell J.F. (1978), "Dynamic response of pile foundations in torsion", *Journal of the Geotechnical and Engineering Division, ASCE*, Vol. 104, No. GT5, pp. 271-285.
- Novak M., Nogami T. (1977), "Soil-pile interaction in horizontal vibration", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 5, pp. 263-282.
- Novak M., Nogami T., Aboul-Ella F. (1978), "Dynamic soil reaction for plane strain case", *Journal of the Engineering and Mechanics Division, ASCE*, Vol. 104, No. 4, pp. 953-959.
- Novak M., Sheta M. (1982), "Dynamic response of piles and pile groups", *Proc. 2nd Int. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling, Universidad de Texas, Austin Texas*, abril, pp. 489-507.
- Novak M., Sheta M., El-Hifnawi L., El-Marsafawi H., El-Naggar H., Ramadan O., El-Sawy K. (1995), *Dyna5 para Windows 95*, Geotechnical Research Centre, University of Western Ontario.
- NTCDS-RCDF (2004), *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, México D.F.*
- Ovando E., Romo M. (1991), "Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la ciudad de México con ensayos de cono", *Sismodinámica*, pp. 107-123.
- Ovando E. (1995), *Comunicación personal, Instituto de Ingeniería, UNAM.*

- Pender M.J. (1993), "A seismic pile foundation design analysis", *Bulletin of the New Zealand National Society of Earthquake Engineering*, Vol. 26, No. 1, pp. 49-160.
- Penzien J., Scheffey C.F., Parmelee R.A. (1964), "Seismic analysis of bridges on long piles", *Journal of the Engineering and Mechanics Division, ASCE*, No. EM3, pp. 223-254.
- Poulos H. (1971a), "Behaviour of laterally loaded piles: part 1 – single piles", *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol. 97, No. 5, pp. 711-731.
- Poulos H. (1971b), "Behaviour of laterally loaded piles: part 2 – pile groups", *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, Vol. 97, No. 5, pp. 733-751.
- Poulos H., Davies E.H. (1980), "Pile foundations analysis and design", John Wiley and Sons, 397 pp.
- Randolph M. (1981), "Response of flexible piles to lateral loading", *Geotechnique*, Vol. 31, No. 2, pp. 247-259.
- Randolph M., Poulos H. (1982), "Estimating the flexibility of offshore pile groups", *Proc. 2nd Intl. Conf. on Numerical Methods in Offshore Piling, Austin*, pp. 313-328.
- Sánchez Sesma, F.J., Campillo, M. (1991), "Diffraction of P, SV, and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 81 No. 6, diciembre, pp. 2234-2253.
- Sheta M., Novak M. (1982), "Vertical vibration of pile groups", *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 108, No. GT4, abril, pp. 570-590.
- Taborda, R. (2003), "Respuesta dinámica y efectos de interacción suelo-estructura de un edificio instrumentado en Acapulco", Tesis de Maestría, División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Tajimi H. (1966), "Earthquake response of foundation structures", Report of the Faculty of Science and Engineering., Universidad Nihon, pp. 1.1-3.5
- Veletsos A.S., Wei Y.T. (1971), "Lateral and rocking vibration of footings", *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, Vol. 97 No. SM9, pp. 1227-1248.
- Waas G., Hartmann H. (1981), "Pile foundations subjected to dynamic horizontal loads" *European Simulation Meeting: Modeling and Simulation of Large Scale Structural Systems, Capri, Italia*, 17 pp.
- Waas G., Hartmann H. (1984), "Seismic analysis of pile foundations including pile-soil-pile interaction" *Proceedings of the 8th World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, California*, Vol. 5, pp. 55-62.
- Wolf J.P., von Arx G.A. (1978), "Impedance functions of a group of vertical piles", *Proceedings ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics, Pasadena, California*, vol. 2, pp. 1024-1041.