



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

TRANSITIVIDAD AXIOMÁTICA
EN ELECTROSTÁTICA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
F Í S I C O
P R E S E N T A :
GUSTAVO MAGALLANES GUIJÓN



DIRECTOR DE TESIS: DR. MARCO ANTONIO MARTÍNEZ NEGRETE

2007



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

FACULTAD DE CIENCIAS

División de Estudios Profesionales



ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ
Jefe de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:
"Transitividad axiomática en Electrostática"

realizado por Magallanes Guijón Gustavo

con número de cuenta 09332295-5 , quien cubrió los créditos de la licenciatura en Física.

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Tutor (a)
Propietario Dr. Marco Antonio Martínez Negrete

Propietario Fís. Luis Romilio Tambutti Retamales

Propietario Dr. José Ernesto Marquina Fábrega

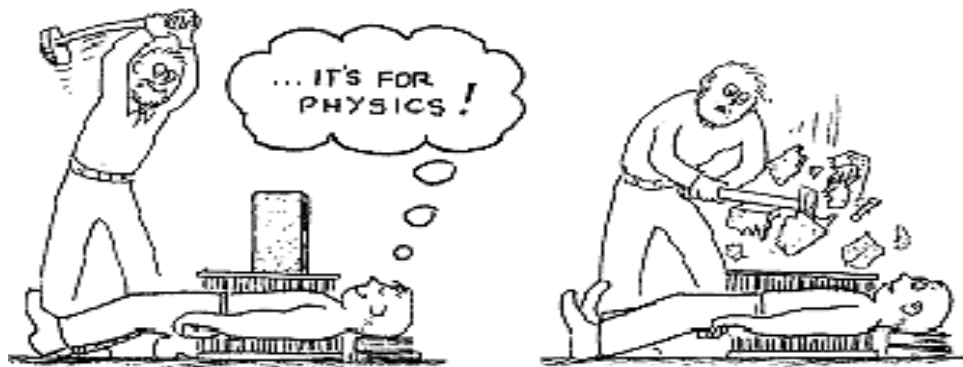
Suplente M. en C. José Luis Álvarez García

Suplente Dr. Julio Muñoz Rubio

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Ciudad Universitaria, D.F., a 24 de Mayo del 2006.
CONSEJO DEPARTAMENTAL DE FÍSICA



M. en C. Alicia Zarzosa Pérez
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA



Los filósofos se han limitado a interpretar el mundo de distintos modos; de lo que se trata es de transformarlo.

Karl Marx (1818-1833) Filósofo y economista alemán.

Es preciso que la filosofía sea un saber especial, de los primeros principios y de las primeras causas.

Aristóteles (384 AC-322 AC) Filósofo griego.

Las proposiciones matemáticas, en cuanto tienen que ver con la realidad, no son ciertas; y en cuanto que son ciertas, no tienen nada que ver con la realidad.

Albert Einstein (1879-1955) Científico estadounidense de origen alemán.

Las Matemáticas pueden ser definidas como aquel tema en el cual ni sabemos nunca lo que decimos, ni si lo que decimos es verdadero.

Bertrand Russell (1872-1970) Filósofo, matemático y escritor inglés.

A toda mi familia,
en especial a mi madre
por su apoyo en mis estudios
y su cariño.

Agradecimientos

Quiero agradecer a Marco Antonio Martínez Negrete, por ayudarme con su tiempo y paciencia en la realización de esta tesis.

Agradezco también a José Ernesto Marquina Fábrega, por el apoyo que me dio durante mi formación académica y por reafirmar mi gusto por la filosofía.

Así como a Romilio Tambutti Retamales, por las observaciones hechas a este trabajo, y por sus enseñanzas que aumentaron mi entusiasmo por la física.

A Julio Muñoz Rubio y a José Luis Álvarez García por aceptar revisar mi tesis.

A Pavel Real Pérez por su ayuda en el desarrollo de este trabajo.

Y a todos los que han compartido un trozo de su vida conmigo.

Índice general

Agradecimientos	VI
Introducción	1
1. Objeto físico	4
1.1. Definición general de objeto	4
1.2. Definición y características del objeto físico	5
2. Formato axiomático	10
2.1. Axioma de transitividad	12
2.2. Ventajas del formato axiomático	14
3. Transitividad axiomática y el objeto físico	19
3.1. Algunas características	20
3.2. Construcción	21
4. Transitividad axiomática en Electrostatica	23
4.1. Electrostatica	23
4.2. El objeto físico	26
4.3. Construcción	28
4.4. Axioma de transitividad	30
4.4.1. Axioma uno: <i>Fuerza de Coulomb o interacción coulombiana</i>	30
4.4.2. Axioma cero: <i>Carga electrostatica</i>	30
4.4.3. Axioma dos: <i>Superposición de la Fuerza Coulombiana</i>	36
5. Conclusiones	38
Bibliografía	41

Introducción

La historia de la humanidad está fuertemente ligada con acontecimientos físicos, que van desde la astronomía hasta el desarrollo de la mecánica cuántica. La correcta formulación y esquematización de los conceptos físicos, junto con la adecuada aplicación de las matemáticas, nos ayudan a entender y estructurar nuestro entorno físico.

El orden, y un buen desarrollo de los conceptos científicos ayudan, en gran medida al aprendizaje de aquellos conceptos abstractos y poco distinguibles. Algunos matemáticos y físicos han mostrado su interés por la simplicidad de las teorías físicas, y han dedicado parte de sus estudios a éstas. Es el caso, por ejemplo de David Hilbert¹, quien, se refiere al método axiomático como una mejor manera de organización de la teoría científica². Hilbert señala:

En mi opinión, la mejor manera de aclarar la naturaleza y el fundamento de estas fructíferas relaciones consiste en exponer el método general de investigación que parece imponerse cada vez más en las matemáticas modernas, el método axiomático.

[...]

Esta es precisamente la manera en la que se ordenan en la geometría los hechos geométricos, en la que se ordenan los hechos aritméticos en una teoría de los números, y los hechos estáticos, mecánicos y electrodinámicos en una teoría de la estática, en una teoría de la

¹Sin duda uno de los matemáticos más famosos del siglo XIX; se le atribuye de manera muy especial su aportación a la configuración de los métodos axiomáticos actuales y a sus profundos resultados en álgebra, teoría de números, geometría y teoría de funciones.

²HILBERT, David (1993) *Fundamentos de las matemáticas* México: Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

mecánica y en una de electrodinámica respectivamente. Y es así como una teoría de los gases impone un orden a los hechos de la física de los gases. Lo mismo ocurre en las esferas del conocimiento de la termodinámica, de la óptica geométrica, de la teoría elemental de la radiación, de la conducción del calor, o en el cálculo de probabilidad y en la teoría de conjuntos³.

Jean Cavaillès⁴, subraya⁵:

El método axiomático permite no sólo fundar las matemáticas, sino justificar su aplicación universal en las ciencias de la naturaleza. Gracias a ellas alcanzamos en efecto, “la esencia del pensamiento científico”. “Todo lo que puede ser, en general objeto del pensamiento científico, cae bajo el dominio del método axiomático y, por ahí, mediatamente pertenece a las matemáticas⁶”.

Mario Bunge⁷, por su parte, expone las conveniencias de la axiomatización en algunas teorías físicas⁸:

Las teorías científicas parten de la lógica, pero no nacen de ésta: éstas son concebidas por raros caminos, con la ayuda de analogías, indicios heurísticos, y principios metafísicos. Sus estructuras y contenidos emergen únicamente de la madurez. En este punto éstas recurren a la axiomatización y esto ocurre cuando el fondo y los componentes esenciales de la teoría han sido reorganizados⁹.

En esta tesis se aborda el formato axiomático, con el objetivo de mostrar una alternativa de reorganización de los conceptos fundamentales de la electrostática. El formato axiomático es un instrumento que permite tener una

³Ibid, p. 23.

⁴Matemático y filósofo francés. Profesor de lógica matemática en Estrasburgo y en la Sorbona. Como miembro de la Resistencia contra la Alemania fascista fue detenido en 1943 y ejecutado por los nazis. Entre sus obras destacan *Transfinito y continuo* (1947).

⁵CAVAILLÈS, Jean. (1992) *Método Axiomático y Formalismo*, México: Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.

⁶Ibid, p. 78.

⁷Filósofo y científico argentino. Fue profesor de física en varias universidades argentinas, entre ellas, la de Buenos Aires, y en México en la Universidad Nacional Autónoma de México.

⁸BUNGE, Mario Augusto. (1967) *Foundations of physics*, New York: Springer.

⁹Ibid, p. 61

visión global de la teoría [2], además de que evita ambigüedades e inconsistencias.

Para la elaboración de este trabajo, se partió de la construcción del objeto físico en la ciencia, en particular, en el campo de las ciencias físicas [14]. Se analizó la relación que existe entre el objeto y el sujeto, así como las características que esta relación debe cumplir en una comunidad científica, para esto se apoyó en algunas construcciones ya propuestas (probabilidad, termodinámica y gravitación [22]).

La metodología que se siguió se basó en el estudio y comprensión del objeto físico, y del formato axiomático. Dicha metodología consiste en el estudio general del objeto (capítulo 1), luego se sigue este estudio en el campo de la física (analizando sus características y particularidades); se continúa con el análisis del formato axiomático (capítulo 2); se revisa la relación que hay entre la transitividad axiomática y el objeto físico (capítulo 3); y por último, se propone la transitividad axiomática en electrostática (capítulo 4).

La simplicidad y la científicidad, son algunas de las características de la transitividad axiomática [3]. La simplicidad le da cierta esteticidad a la construcción de la teoría electrostática aquí propuesta, mientras que la científicidad establece, la conjunción entre lo predicho y lo medido como consecuencia de la axiomatización.

El formato axiomático, permite una mejor exposición del discurso científico y de los contenidos académicos [24], esto gracias al surgimiento de propiedades invariantes y objetivas que son clave en algunas teorías científicas.

Sin lugar a dudas, la trascendencia que tiene el estudio de la transitividad axiomática y el objeto físico en la enseñanza de la física es de interés, ya que ayuda a la mejor comprensión de los conceptos y fundamentos que conllevan a mayor profundidad y grado de abstracción.

Capítulo 1

Objeto físico

1.1. Definición general de objeto

En nuestra actividad diaria, nos encontramos con objetos que nos rodean y que son parte de nuestro entorno; a muchos de estos los estudiamos. Sin embargo, la clase de objetos que se estudian en algunas disciplinas científicas, no son en general del tipo al que nos encontramos en la cotidianeidad.

En este estudio, por un lado, el *sujeto* se va a definir como el conjunto formado desde una persona, hasta un grupo de investigadores junto con sus aparatos de observación y medición (sean relojes, termómetros, etc), además de un marco de referencia. Por otro lado, al *objeto* lo vamos a interpretar como el ente a estudiar por un sujeto [14].

En esta definición, la construcción del *objeto* se hace frente a la del *sujeto*; o sea, la construcción y estudio del objeto se hace sólo posible con la observación de un sujeto. Y como las propiedades del objeto no varían para el sujeto, entonces, el objeto de estudio es *invariante-subjetivo*.

En todos los objetos a estudiar hay suposiciones hechas por los sujetos con respecto a los objetos, tales como la posición de una partícula, o la medida térmica de un sistema físico. Estos aspectos son percibidos de la misma manera tanto por el sujeto, como por una comunidad; las propiedades de los objetos de estudio, deben ser medidas eventuales que resultan aportar los mismos resultados cualitativos y cuantitativos para todo sujeto.

1.2. Definición y características del objeto físico

El objeto físico consta de atributos teóricos de los cuales una comunidad de físicos está de acuerdo con respecto a la observación y medición de sus propiedades [15]. Al objeto físico, junto con sus aspectos antes mencionados, podemos llamarlo *objeto preliminar* $O(p)$ —este objeto es el que se encuentra en las primeras páginas de los libros de texto, antes de establecer los axiomas y el aparato matemático¹ al que se sujetará—. También este objeto $O(p)$ es seleccionado socialmente de tal modo que su estudio no es ajeno a intereses dominantes o hegemónicos.

El objeto debe de satisfacer una concordancia entre las observaciones, las predicciones y el comportamiento experimental. Por esto, se puede considerar al objeto como un elemento básico de una teoría científica [21].

Es de notar que en el interior de una comunidad científica pueden haber conflictos en relación con la construcción de un determinado objeto. Estos conflictos se presentan desde el mero inicio sobre lo que es el objeto preliminar $O(p)$, los métodos matemáticos que debe satisfacer, los métodos de contrastación con el comportamiento experimental, y la manera de la aplicación de los resultados [17]; sin embargo, estos problemas pueden provocar un mayor refinamiento en las mediciones o una rediscusión del aparato matemático.

Resumiendo, para que un objeto sea definido como objeto físico [14] debe:

- Ser *invariante-subjetivo* —i. e., el objeto debe ser invariante con respecto a un sujeto o a una comunidad científica; además el sujeto debe estar compuesto desde cualquier investigador hasta una comunidad científica (con sus instrumentos de observación y medición, incluyendo un marco de referencia apropiado), y
- Ser susceptible de contrastación entre las predicciones teóricas de los procesos en que interviene el objeto y su comportamiento experimental.

El objeto físico, prácticamente lo encontramos en todos los campos de las ciencias físicas, que van desde la mecánica clásica hasta la física moderna.

¹El aparato matemático describe adecuadamente las interacciones con otros objetos a las que está sujeto el objeto científico.

A estos objetos se les atribuyen una serie de atributos teóricos, los cuales describen al objeto. Después de la asignación de atributos, lo que se tiene enfrente es un objeto sobre el cual todos los físicos están de acuerdo, respecto a la observación y medición de sus propiedades (como ya mencionamos, el objeto físico, a pesar de su esencia *invariante-subjetiva*, no deja de ser una construcción del sujeto).

A continuación, mostramos algunos ejemplos de objetos físicos [22] preliminares y su construcción:

1. Termodinámica.

- a) Primero, se escoge una escala de estudio. De las posibles escalas macro, meso o microscópica se escoge la mesoscópica.
- b) Se especifican las características de las fronteras de separación entre el objeto y los otros objetos referentes a intercambios de energía, masa, carga u otras propiedades relevantes; definiendo así las paredes adiabáticas, diatérmicas, permeables, impermeables, fijas o móviles.

Mediante estos dos pasos, el sujeto construye un objeto físico preliminar $O(p)$, que no es más que el sistema físico común que se define al inicio de los textos de termodinámica (por ejemplo el equilibrio diatérmico).

- c) Se postula un conjunto de axiomas que norman las interacciones entre los objetos.

La aplicación de los axiomas al $O(p)$, lo enriquece con nuevas propiedades intrínsecas, objetivas o absolutas.

2. Probabilidad.

En el caso de la probabilidad, primero se considera un sistema físico capaz de generar una secuencia masiva de eventos o datos experimentales. A tal sistema, podemos llamarlo Colectivo (C), luego:

- a) Se tira varias veces una moneda.

Esto es, la repetición de una operación o evento en un sistema físico, formado por una sola componente física.

- b) Se lanza un conjunto grande de monedas iguales.

Aquí, el sistema físico consta de muchas componentes iguales lanzadas a la vez.

Nótese que este objeto contiene las siguientes propiedades:

- 1) *Atributo observable*. Propiedad asociada a cada elemento de la secuencia de C; cara o cruz en el caso de una moneda.
- 2) *Frecuencia relativa de un atributo observable*. Proporción en que el atributo observable aparece en C.

3. Mecánica.

El objeto físico en la mecánica se define como un ente mesoscópico, describable por dimensiones puntiformes, si se trata de una partícula, o por dimensiones finitas, si es el caso de un cuerpo rígido. A cada una de estas partículas se les asocian posiciones y movimientos cuantificables vectorialmente, como velocidades y aceleraciones que varían en el tiempo.

Las posiciones, velocidades, aceleraciones y el tiempo, son cantidades determinadas por cada observador. Su significado físico cuantitativo, se adquiere de las medidas que se toman de un *marco de referencia espacial* y en un *marco temporal* (reglas y relojes son los instrumentos experimentales en cada caso).

Se construye un marco inercial de referencia que satisfaga las siguientes dos condiciones:

- a) En ausencia de interacción con el resto del universo la partícula se encuentra en estado de reposo o de velocidad constante.
- b) Cuando hay interacción, el objeto no depende de los orígenes espaciales y temporales del marco de referencia, pero sí de las posiciones y velocidades relativas de las partículas interactuantes.

4. Relatividad.

El objeto físico en Relatividad Especial, se puede construir por un conjunto de axiomas que postulan:

- a) Al menos la existencia de un Marco Inercial de Referencia (MIR), a partir del cual, todo observador (o sujeto) puede quedar en posesión de otro MIR.
- b) El comportamiento físico del objeto, es el mismo para todo MIR.
- c) La luz forma parte del objeto físico y, por tanto, su velocidad es invariante frente a todo MIR.

Como se sabe, de los axiomas del objeto relativista especial se deducen propiedades emergentes inimaginadas —e, g., la igualdad de la masa con la energía ($E = mc^2$).

Ejemplos de objetos físicos inexistentes [17].

1. Fusión en frío.

Hace muchos años, se pretendió el logro de la “fusión en frío”, es decir, la liberación de energía mediante la fusión de núcleos de hidrógeno en una mesa de laboratorio. El anuncio causó sorpresa e incredulidad, dado que la fusión se estaba buscando mediante enormes gastos en sofisticados procesos, en los que se había invertido un esfuerzo internacional.

Parte de la comunidad científica, reaccionó tratando de mostrar la inexistencia científica del objeto ‘fusión en frío’. Lo consiguió mostrando que los resultados no eran reproducibles, y que la explicación del fenómeno reportado desafiaba la mecánica cuántica aceptada por la comunidad científica, que hasta entonces, explicaba de manera excelente, el comportamiento experimental del objeto cuántico. Es decir, el objeto en cuestión no satisfizo dos de los requisitos de objetividad: la *invariante-subjetivo*, y el acuerdo de las mediciones con las predicciones de la teoría cuántica; por eso la fusión en frío no es más un objeto científico.

2. Ondas gravitatorias.

Las ondas gravitatorias, están predichas en las ecuaciones de Einstein de la relatividad general, y a su comprobación experimental se han dirigido algunos experimentos de laboratorio, notablemente los de Joseph Weber en la década de los 60. Sin embargo, y aunque Weber afirmó haber notado su presencia, experimentos realizados por otros investigadores, no pudieron corroborar la existencia objetiva de tales ondas. Cuando se logre, los físicos dirán, que las ondas gravitatorias existen.

Capítulo 2

Formato axiomático

El estudio y la enseñanza de la física, están íntimamente ligados con el análisis y la abstracción de problemas teóricos y conceptuales. En esta ciencia, como en muchas otras disciplinas, hay un interés por la organización de los tópicos científicos y por la enseñanza de los mismos. El orden y la esquematización de los temas, es importante para el aprendizaje de las ciencias en todos los niveles, pues incide de manera directa en la enseñanza de éstas [24].

El formato axiomático, nos permite precisamente organizar y esquematizar de una manera económica y simple los conceptos clásicos y modernos de la física (y de otras ciencias) [1], pues esta axiomatización, además de poner orden, nos permite detectar las variables relevantes y definir los objetos físicos presentes.

La axiomatización ha sido abordada por diversos autores en el campo de la matemáticas y la filosofía de la ciencia.

David Hilbert, por ejemplo expresa:

Me gustaría, por otra parte, mientras insisto sobre el rigor en el razonamiento como una condición necesaria para la solución completa de un problema, presentar mi desacuerdo con la opinión de que los conceptos del análisis, o los de la aritmética, son los únicos susceptibles de un tratamiento completamente riguroso. Esta opinión, que, ocasionalmente, ha sido sostenida por hombres eminentes, la considero completamente errónea. Tal interpretación unilateral de la exigencia de rigor nos conduciría, rápidamente, a ignorar los conceptos que sur-

gen de la geometría, la mecánica o la física, hasta llegar a paralizar el flujo de nuevo material proveniente del mundo exterior, y finalmente, como última consecuencia, al rechazo de las ideas del continuo y de los números irracionales. ¡Ignorar la fuente de la geometría y la física matemática, sería como extirpar un nervio vital para la ciencia matemática! Por el contrario, yo creo que cualquiera que sea la fuente de donde provienen las ideas matemáticas, ya sea de la teoría del conocimiento o de la geometría, o de las teorías de las ciencias físicas y naturales, el problema matemático consistirá en investigar los principios fundamentales que subyacen a estas ideas para establecerlos en un sistema simple y completo de axiomas, de tal forma que la exactitud y rigor de las nuevas ideas y su susceptibilidad de deducción no sea inferior de los antiguos conceptos aritméticos¹.

Por otro lado, Mario Bunge expone²:

Si lo que se busca es una formulación más precisa y, por consiguiente, una comprensión más plena y profunda de la teoría científica, bien sea por motivos pedagógicos o con la mira puesta a mejorar la teoría —o simplemente para el propio deleite intelectual personal— entonces se preferirá el enfoque axiomático. En efecto, es el único que ofrece la versión global de una teoría y el único que se centra en sus ingredientes esenciales en lugar de distraerse con derivaciones, aplicaciones, o zig-zags históricos y psicológicos. El enfoque axiomático va directo al corazón de la teoría. Más aún, por su misma naturaleza, un sistema de axiomas no puede cargar con detalles: éstos se dejan para las aplicaciones³.

¹Esta traducción es una versión de la conferencia original dada por el Prof. David Hilbert en el Segundo Congreso Internacional de Matemática realizado en París del 6 al 12 de Agosto de 1900. La versión original fue publicada, en alemán, en el *Göttinger Nachrichten*, en 1900, y un año más tarde, en 1901, en el *Archiv der Mathematik und Physik*, 3d ser., vol 1. Hay una versión en francés publicada en *L'enseignement mathématique*, vol.2, 1900. En 1902 fue publicada una traducción en inglés realizada por Dr. Mary Winston Newton, refrendada por el propio Hilbert, en el *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 8, 1902. Traducción en español por José Ramón Ortiz.

²BUNGE, Mario Augusto. (1978) *Filosofía de la física*, Barcelona, México: Ariel.

³Ibid, p. 156.

En este sentido Robert Blanché⁴ señala⁵:

Para la reflexión, las ventajas del método axiomático son manifiestas. Es un precioso instrumento de abstracción y análisis.

...Por otro lado, ante el tratamiento axiomático, las nociones fundamentales de una teoría quedan con frecuencia confusas, tienen comprensiones que son a la vez demasiado ricas e insuficientemente explicadas. Nada garantiza entonces que estos elementos diversos continuarán siendo siempre compatibles, y nada nos precave en contra del peligro de resbalar de forma inconsciente en nuestros razonamientos de uno a otro. El método axiomático prosigue el análisis de las nociones primeras, obligando a aislar ciertas propiedades enunciadas expresamente en los axiomas y a usar únicamente a ellas o lo que se haya deducido de ellas⁶.

Este formato axiomático, como señalan nuestros autores, es un instrumento que ofrece una visión global de la teoría y muy eficiente para la organización de la misma.

2.1. Axioma de transitividad

Una rama de la física que alcanzó su pleno desarrollo en el siglo XIX, fue la termodinámica. Aclaró los conceptos de calor y temperatura, proporcionando definiciones coherentes y demostrando cómo podían relacionarse éstas con los conceptos de trabajo y energía [28], que hasta entonces tenían un carácter puramente mecánico.

En la termodinámica, la ley cero fue una consecuencia tardía, salió a la luz en la década de 1930, mucho tiempo después de que la primera y la segunda leyes de la termodinámica hubieran sido propuestas y aceptadas.

⁴Filósofo y científico francés. Entre sus títulos publicados se encuentran *La axiomática* y *El método experimental y la filosofía de la física*.

⁵BLANCHÉ, Robert (2002) *La axiomática*, México: Fondo de Cultura Económica.

⁶Ibid, p. 76.

La postulación de la ley cero (ó axioma cero) en la termodinámica, definió un elemento importante en el estudio y desarrollo de esta importante rama de la física.

El axioma cero, también ha sido tema de estudio en otras áreas de la física, como por ejemplo, la probabilidad, la mecánica newtoniana y la gravitación [22].

La transitividad axiomática pretende, a partir del estudio y comprensión plena del *objeto físico*, esquematizar y organizar de una manera lógica precisa y universal una parte esencial de las teorías científicas.

En esta sección, vamos a estudiar el axioma de transitividad (o axioma cero), y para ello vamos a definir el principio de transitividad de acuerdo con el cuerpo lógico-matemático de las teorías axiomatizadas del siguiente modo:

Si todos los a son b y todos los b son c , entonces todos los a son c , para cualesquiera tres variables a , b y c .

A este principio de transitividad, también lo podemos entender por medio de la regla lógica del encadenamiento.

(En la teoría de clases [7], en las relaciones transitivas, se dice que una relación R , es transitiva de clase K , si para cualesquiera tres elementos u, v , y w de la clase K , las condiciones: uRv y vRw siempre implican que uRw .)

Pensemos ahora en el objeto O_1 de una teoría física, estudiado por un sujeto S , y pensemos en el símbolo \sim como la relación especial en la que se encuentran dos objetos con las mismas características físicas O_2 y O_3 . El axioma de transitividad (A0) se postula de la siguiente manera:

Axioma cero (A0). *Si $O_1 \sim O_2$ y $O_2 \sim O_3$, entonces $O_1 \sim O_3$, para cualesquiera tres objetos O_1 , O_2 y O_3 .*

Observese que, dado que existe la relación de transitividad en los tres objetos O_1 , O_2 y O_3 , entonces podemos deducir que hay una característica física particular de los tres objetos, como —v. g., la temperatura en termodinámica (siendo \sim la relación de equilibrio térmico).

Ahora bien, si a cada objeto preliminar O_i se le asocia un sujeto S_j , entonces el $A0$ será automáticamente un enunciado de objetividad, pues cumple con la definición de *invariante-subjetiva* antes propuesta. Por lo mismo, la propiedad que generalmente se deduce del $A0$ será objetiva, —h. e., será una propiedad intrínseca común de todos los objetos de la teoría física en consideración.

Observemos que en el $A0$ hay una invariancia frente a la relación: \sim , que es consecuencia de la existencia de una propiedad participativa de los objetos considerados⁷. Es decir, del $A0$ se puede deducir la existencia de una propiedad común para los objetos y, como estos son cualesquiera, la propiedad es característica de todos los objetos de la teoría física. Puede pensarse a la inversa, que la existencia de una propiedad común de los objetos de la teoría garantiza la satisfacción del $A0$ [14]. En el caso de la termodinámica, la doble implicación se presenta cuando del $A0$ se deduce la existencia de la temperatura como propiedad general de todos los sistemas termodinámicos en equilibrio diatérmico. De manera análoga, en el caso de la mecánica newtoniana, la masa es una propiedad de todo objeto de la teoría [22].

Entonces, por lo anterior, se dice que el $A0$ es un enunciado de objetividad, puesto que se postula válido para el sujeto.

2.2. Ventajas del formato axiomático

Sin duda, son muchas las ventajas que ofrece el formato axiomático, algunas de ellas van desde la simplicidad de la teoría, hasta su incidencia en la enseñanza [3], [5]. A continuación se enumeran algunas de estas:

1. El transfondo de una teoría se exhibe en primer lugar, de suerte que pueden tenerse presentes para su eventual crítica o corrección. Las presuposiciones se reconocen y se mantienen bajo control.
2. Los axiomas enuncian explícitamente cuáles son todos los argumentos de las funciones que figuran en los enunciados.

⁷En el caso de la gravitación es la masa gravitacional, y en el caso de la electrostática nosotros proponemos a la carga eléctrica

3. Toda proposición formulable bajo la teoría es, o demostrable o refutable.
4. Se evitan ambigüedades e inconsistencias.
5. Pueden descubrirse otros teoremas.
6. Las pruebas inválidas se reducen a un mínimo. La teoría en cuestión es claramente definida, esto es, debe formularse axiomáticamente.
7. Se evitan pruebas irrelevantes.
8. Se potencializa su generalización.
9. Se facilita el análisis.
10. Se hacen posibles las pruebas matemáticas.
11. Se facilita la memorización.

Es interesante la observación de algunos filósofos de la ciencia, en torno al sistema axiomático como teoría científica, un ejemplo, es el punto de vista de Karl Popper⁸, quien plantea [19] que una característica esencial de las teorías es que deben ser *falseables*⁹, O sea que deben existir una o más circunstancias lógicas incompatibles con ellas y por tanto la teoría debe someterse a prueba para su constante rectificación.

Otro interesante punto de vista es el de Mario Bunge, quien sostiene que el formato es conveniente, y óptimo, contribuye al conocimiento de las teorías

⁸Popper, Karl Raimund (1902–1994) Filósofo británico de origen austríaco. Estudió en la Universidad de Viena. Se preocupó en especial por temas relativos a la teoría del conocimiento y por la filosofía de la ciencia en diálogo, en cierta manera, con el Círculo de Viena.

⁹La *falseabilidad* es una característica positiva de las hipótesis que se da en distintos grados cuantitativos, es decir, que entre dos hipótesis la más falseable será la mejor [19], en otras palabras, mientras mayor sea el contenido de afirmaciones de una hipótesis mayor será el número de oportunidades potenciales para demostrar que es falsa. Por ejemplo, la hipótesis: “*en esta cuadra, perro que ladra no muerde*”, es menos amplia que la hipótesis “*en esta ciudad, perro que ladra no muerde*”; la segunda hipótesis es preferible a la primera porque se refiere a un universo mucho más amplio, pero también tiene muchas más oportunidades de ser falsa, ya que puede someterse a muchas más pruebas

y permite debatir y evaluar. Es decir, invita a la crítica, al escrutinio y al diálogo [3].

Por otro lado, Jean Cavaillès propone [5] que el método axiomático es preferible para una representación definitiva, y para una consolidación lógica y completa del contenido de nuestro conocimiento.

En este sentido, se puede decir que la axiomatización no reemplaza la creación de teorías ni compite con éstas, sino que, por el contrario, las reafirma. Axiomatizar es un trabajo de recomposición y contiene las ideas esenciales y las relaciones lógicas de una teoría [30]. Esclarece ideas implicadas y facilita desarrollo de ideas, además de que puede ayudar a la maduración de las ciencias más que su mero desarrollo en volumen.

Es importante señalar, que la axiomatización no retrata el proceso actual de la construcción de una teoría, no nos enseña a construir teorías. La axiomatización, nos ayuda a organizar las teorías para su fácil comprensión y análisis.

En el campo de la física, además de las características antes señaladas, el formato axiomático cumple con condiciones que permiten una mejor construcción [3], [18], [5]:

1. El sistema de axiomas debe estar libre de contradicciones —de lo contrario, podría ser usado para “probar” cualquier cosa—.
2. Los axiomas que no son suposiciones físicas, deberían establecer las condiciones necesarias y suficientes para cada uno de los conceptos básicos de la teoría, de suerte que estos conceptos tengan a la vez sentido matemático y físico.
3. Los conceptos básicos de un sistema de axiomas deberían ser mutuamente independientes, —i. e., no deberían ser interdefinibles— si cualquiera de éstos fuese, de hecho, definible en términos de otros conceptos básicos, entonces no sería un concepto primitivo—.
4. Los diferentes axiomas de una teoría científica, no deberían ser interdeducibles —si uno de éstos fuese derivable de algunos otros axiomas de la teoría, entonces sería un teorema de la misma—.

5. El sistema de axiomas, como sistema empírico (o no) debe satisfacer el requisito de *compatibilidad* o *coherencia*, es decir debe de ser capaz de efectuar discriminación entre enunciados cualesquiera que componen el sistema empírico.
6. Además de ser compatible, el sistema debe de satisfacer la condición de ser *falsable*, lo que quiere decir, que el sistema axiomático puede quedar lógicamente referido a uno o varios enunciados básicos.

Como ejemplo importante del formato axiomático, y para mostrar el lugar que juega la axiomatización en la construcción de una teoría física, describamos el planteamiento que formuló Albert Einstein en 1951.

En una carta a su amigo Solovine [12], Einstein detalla y da su descripción de como se crea una teoría física, tratando en ella de expresar los elementos fundamentales que aparecen en el desarrollo de toda construcción teórica en física.

Einstein resalta el papel que juega la intuición como aspecto no racional en el proceso, él lo describe en dos etapas:

i) Como la formulación de los axiomas $\{A_i\}$, como “*actos libres de la mente*”.

ii) El aterrizaje de sus consecuencias (deducidas de la aplicación del aparato matemático a los axiomas) en el campo de la experiencia. Se trata de un esquema simple que concentra en unas cuantas líneas una rica información (fig 2.1). El diagrama presenta un proceso esencialmente cíclico, y Einstein inicia su discusión exponiendo la etapa en el que el proceso debe comenzar y finalizar. Einstein señala:

1. Se nos dan las **E** (experiencias). Esto se refiere a la línea horizontal que se muestra en la parte inferior de la figura, marcada con una **E** y a la que acompaña el título: *Multiplidad o variedad de experiencias*.
2. Desde el punto de vista psicológico, los axiomas **A**, de los que deducimos consecuencias, se basan en los **E**. No hay, sin embargo, un camino lógico que lleve de **E** a **A**, sino solamente una conexión intuitiva (psicológica), que siempre está sujeta a revisión.

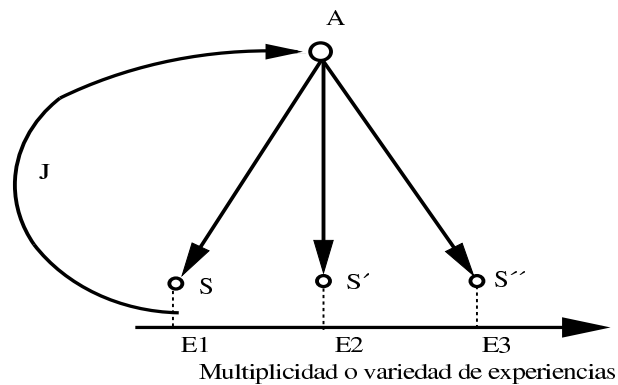


Figura 2.1: Diagrama de construcción de teorías físicas de Einstein [12].

3. Desde **A**, siguiendo un camino lógico, se deducen afirmaciones concretas, deducciones que pueden aspirar a ser verdaderas.
4. Las (**S**, **S'**, **S''**, ...) están referidas a (relacionadas con) las (**E**, **E'**, **E''**, ...).

Continúa la fase del esquema: desde las predicciones y demás consecuencias **S** que aparecen en el esquema, presentado en parte como hipótesis y en parte deducido, miramos hacia abajo para averiguar si las observaciones correspondientes existen de hecho en el campo de la experiencia **E**. Si se encuentran, podemos decir que nuestras diferentes predicciones han sido confirmadas por la observación y que, por tanto, tenemos derecho a mirar con mayor confianza los pasos previos que nos han llevado a este último: el salto **J** de **E** a **A**, la postulación de **A**, y la deducción de **S**. Se completa así el ciclo implícito en el esquema $\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{E}$ (EJASE, o esquema de construcción de las teorías científicas de Einstein).

Capítulo 3

Transitividad axiomática y el objeto físico

Al parecer, algunas teorías científicas requieren de un postulado de transitividad, referente a la relación primaria y fundamental que hay entre todos los objetos físicos de la teoría en cuestión, la cual, refleja que hay una propiedad invariante común a todos estos objetos. Así, en la mecánica clásica, la transitividad de la relación *interacción inercial* entre partículas, permite deducir la existencia *invariante-subjetiva* de la masa, como propiedad de todas las partículas newtonianas [16]; en la termodinámica, conduce a la existencia objetiva de la temperatura; y en la teoría de la relatividad especial, se relaciona con la constancia de la velocidad de la luz, (*invariante-subjetiva*, respecto a la dirección espacial).

La transitividad de una relación entre objetos, es la manifestación de una propiedad *invariante-subjetiva* de tales objetos [17]. Como la transitividad se postula para tres objetos cualesquiera de la teoría física, entonces vale para todos ellos. Por ello, el axioma o postulado de transitividad es básico en cualquier teoría, pues establece la propiedad que es común y específica de tal objeto o teoría; la masa en la mecánica, la temperatura en la termodinámica, el tiempo en cada punto de un sistema inercial [22] (hay que señalar que el objeto es físico si, además de la propiedad *invariante-subjetiva*, exhibe una contrastación adecuada entre las consecuencias deducidas de la satisfacción de los axiomas que se postulan, y, satisface el comportamiento experimental observado).

3.1. Algunas características

En el capítulo anterior se presentaron algunas características y condiciones del formato axiomático, aquí se muestran algunas características importantes la axiomatización y su relación con el objeto científico en su construcción [3], [18]:

i) *Relación con la experiencia*: Los axiomas son enunciados que se refieren a situaciones experimentales, como cuando se postula que una determinada relación objetivamente existente entre los objetos físicos es transitiva. La definición misma de la relación entre los objetos (por ejemplo el equilibrio diatérmico en la termodinámica), se da en términos experimentales y empíricos. Los axiomas, sin embargo, surgen necesariamente de la experiencia, aunque sean expresiones libres de la mente, como dice Einstein.

ii) *Exento de contradicción*: El sistema axiomático debe estar libre de contradicción, ya sea contradicción interna de sus enunciados, o ya sea de unos con otros; lo cual equivale a que no es deducible un sistema enunciado arbitrario cualquiera.

iii) *Independiente*: Los axiomas deben de ser independientes, es decir, no deben contener ningún axioma deducible de los restantes (o sea, que solamente se llamará axioma a un enunciado, si no es posible deducirle del resto del sistema).

Las condiciones siguientes se refieren al sistema axiomático y al objeto científico en relación con el conjunto de la teoría:

iv) *Suficientes*: Los enunciados pertenecientes a la teoría que se trata de axiomatizar deben ser mínimos.

v) *Necesarios*: Los postulados deben ser sólo los necesarios, lo cual quiere decir que los axiomas no deben contener supuestos superfluos.

vii) *Simplicidad*: Según la mayoría de los físicos creadores de teorías u objetos físicos, los axiomas deben respetar la regla de la simplicidad. Tiene conexión también con la esteticidad normativa en la construcción de toda teoría, al asumirse que lo bello es generalmente lo sencillo o simple.

viii) *Cientificidad*: La axiomatización es consecuencia de la correcta formulación del aparato matemático y la teoría científica.

3.2. Construcción

La construcción de la axiomatización propuesta en este trabajo se desarrolla del modo siguiente:

1. Se parte de un *objeto preliminar* $O(p)$, que es una focalización y simplificación de alguna parte de la naturaleza. Esto, nos lleva a la separación abstracta de un sinnúmero de relaciones entre el objeto preliminar $O(p)$ y otros objetos. Las variables de descripción, se cuantifican con respecto a un marco de referencia, utilizando para esto aparatos de medición.
2. Se postula que el objeto preliminar $O(p)$ está bien caracterizado matemáticamente y su comportamiento, satisface un conjunto de axiomas $\{A_i\}$.
3. Con este conjunto de axiomas $\{A_i\}$ y cierto aparato matemático, se establecen relaciones con otras propiedades objetivas o variables adicionales del objeto preliminar $O(p)$ que enriquecen y transforman al objeto preliminar en un nuevo objeto $O(p\{i\})$. Este nuevo objeto conlleva, además del objeto experimental que inició con el $O(p)$, amplias posibilidades de comportamiento experimental deducibles de la aplicación del aparato matemático.

Cuando nuestro objeto físico satisface los puntos (1) y (2) se debe entender que nuestro objeto tiene la propiedad de ser *invariante-subjetivo*.

Es importante distinguir lo objetivo de lo “real” —h. e., lo “real” es algo sujeto a continua exploración y no a algo dado. Además, lo “real” se le suele definir como ‘lo que es independiente del sujeto’, en tanto que objetivo es lo que es subjetivamente invariante.

Es de notar, que por un lado el objeto científico no sólo está formado por ciertos entes tangibles que son captados de manera directa (por los sentidos) o indirecta (por los aparatos de observación) [23], sino que además, consta

de conceptos, aparato matemático, leyes... etc. Todos estos entes construyen un complejo concreto-abstracto con propiedades invariantes. Las propiedades invariantes-subjetivas del objeto físico deben mostrar una contrastación favorable con el experimento: las predicciones que resultan de la teoría deben manifestarse en los experimentos, y el comportamiento experimental debe explicarse de manera teórica.

Por otro lado, el sujeto está formado por el científico, sus aparatos experimentales de observación-medición, considerados éstos, como una extensión de sus sentidos que garantizan la universalidad de su percepción [17].

Sintetizando, la construcción del objeto físico presenta tres momentos:

1. El ente físico original en el que los sujetos fijaron su atención.
2. Los axiomas que se postulan válidos para el ente físico.
3. Un aparato matemático en que observaciones, mediciones y axiomas se expresan.

Capítulo 4

Transitividad axiomática en Electrostática

4.1. Electrostática

El estudio de la Electricidad es muy remoto, comienza desde los antiguos griegos en la isla Mileto, cuando Tales comenzó a estudiar las propiedades magnéticas de los materiales.

La Electricidad es un fenómeno físico que no se puede separar del Magnetismo y viceversa, éstas dos ramas en conjunto, forman lo que se conoce como Electromagnetismo [25].

En este apartado, estudiaremos sólo una parte de la Electricidad: *la Electrostática*.

Para entender el comportamiento de la Electrostática, hay que explicar y comprender cuatro conceptos básicos en la electricidad: *carga eléctrica, fuerza eléctrica, intensidad eléctrica y potencial eléctrico*.

Comencemos por analizar el concepto de carga eléctrica. La carga es la magnitud fundamental que está en todos los fenómenos eléctricos y se encuentra prácticamente en todos los cuerpos [27]. En la materia, las partículas de carga positiva se llaman *protones*, mientras que las partículas de carga negativa se llaman *electrones*.

Además, la carga eléctrica puede pasar de manera “total” o parcial de un objeto a otro sin tener problemas, pero siempre reteniendo su cantidad; es decir, *se conserva la cantidad de carga* (también a esto se le conoce como: El principio de conservación de la carga eléctrica).

Asimismo, la carga se puede cuantificar, ya que todas las cargas son múltiplos enteros de una carga eléctrica elemental. Las unidades de carga son el Franklin en el sistema electrostático [20] y el Coulomb en el internacional.

Por otro lado, la fuerza eléctrica que se ejerce entre cargas estacionarias depende de dos factores: la polaridad de las cargas y la distancia a la que están separadas. Si tenemos dos cargas q_1 y q_2 positivas (o negativas) van a ser repelidas, mientras que si las cargas son de polaridades diferentes van a ser atraídas. Ahora, como la fuerza que hay entre éstas también depende del cuadrado de la distancia, entonces, entre más alejados están nuestras cargas, más débil será la fuerza que hay entre sí; y de manera contraria, entre más cerca estén, más intensa será la fuerza que interactúa entre ambas.

La fuerza eléctrica fue analizada en el siglo XVIII por Charles Coulomb¹, quien dedujo el comportamiento de una carga estacionaria estando sometida a la acción de otra carga. Esta descripción quedó plasmada en la ley que lleva su apellido: Ley de Coulomb.

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

donde $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ en el sistema MKS y $k = 1$ en el sistema cgs; y r_{12} la distancia a la que están separadas las cargas con dirección

¹Charles Augustin Coulomb nació el 14 de junio de 1736 en Angulema, Francia. Tras licenciarse en 1761, compaginó sus deberes como ingeniero militar con sus investigaciones científicas no oficiales. Coulomb articuló y extendió la teoría newtoniana de las fuerzas a la electricidad y el magnetismo, para lo cual era necesaria una cuantificación exacta de las leyes de atracción y repulsión. En una primera etapa, revestía especial importancia derribar la teoría cartesiana de los vórtices, que había cobrado renovadas fuerzas con Leonhard Euler, Daniel y Johann Bernoulli II y François Dutour, quienes defendían la existencia de vórtices magnéticos. Por su parte, Franz Aepinus, John Michell y el propio Coulomb basaron la explicación de los fenómenos eléctricos y magnéticos en el concepto newtoniano de la acción a distancia. Coulomb murió el 23 de agosto de 1806 en París, Francia.

del punto 1 al punto 2.

La ley de Coulomb se lee de la siguiente manera: *La fuerza eléctrica que se ejerce sobre dos cargas q_1 y q_2 es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las une* [25]. Al ser esta relación directamente proporcional, quiere decir que existe un factor de proporcionalidad llamada k .

La existencia de fuerzas entre cuerpos cargados puede describirse, a partir de las ideas de acción por contacto de Faraday y Maxwell, interpretando cómo las cargas modifican las propiedades del espacio; se dice que una carga crea o produce un campo eléctrico. Ahora, si colocamos una carga en reposo q_1 y la sometemos a la acción de otra carga q_2 a una distancia r de ella, esta primera carga quedará sometida a una fuerza ejercida por el campo y no directamente por la carga que lo crea.

El valor del campo en un punto del espacio se define como la fuerza que actúa sobre la unidad de carga situada en ese punto. Algebraicamente el campo eléctrico se formula de la siguiente manera:

$$\mathbf{E}_{12} = \frac{\mathbf{F}_{12}}{q_1} = k \frac{q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

donde \mathbf{E}_{12} es el campo eléctrico aplicado, \mathbf{F}_{12} es la fuerza de Coulomb y q_2 es la carga que experimenta la acción de la fuerza.

4.2. El objeto físico en Electroestática

El objeto físico en la electrostática, ha sido abordado por varios autores en el campo de las ciencias físicas, algunos de ellos han descrito el número mínimo de cargas que se deben usar para mostrar las interacciones que existen entre dichas cargas. Igor' Evgen'evich Tamm muestra² como a partir de la fuerza coulombiana que existe entre cuatro cargas q_1 , q_2 , q_3 y q_4 podemos encontrar el valor de éstas. Tamm dice:

Cuando esas medidas son hechas, asumimos que por razones de simplicidad las cargas que han sido estudiadas son siempre colocadas a la misma distancia (las otras cargas son eliminadas)³.

Con esta condición observada, la expresión

$$\mathbf{F}_{ij} = k \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \hat{\mathbf{r}}_{ij}$$

nos da las relaciones:

$$F_{23} : F_{13} = q_2 : q_1$$

y

$$F_{24} : F_{14} = q_2 : q_1$$

Donde F_{ij} es la fuerza de interacción de las cargas q_i y q_j .

Así la razón q_2/q_1 (e incluso q_3/q_1 , q_4/q_1 etc.) puede ser determinada desde dos series de medidas *independientes*. Es la coincidencia de los resultados de esas medidas independientes la que nos da el derecho a asumir que cada carga puede ser caracterizada por un número constante q_i entonces la fuerza F_{ij} será proporcional al producto $q_i q_j$.

²TAMM, Igor' Evgen'evich, (1979) *Fundamentals of theory of electricity*, Moscow: Mir.

³Idem, p. 22.

Por otro lado, Edward Mills Purcell, aborda⁴ el objeto físico explicando la relación que hay entre el signo de las cargas. Él utiliza tres cargas para señalarnos como actúan las interacciones eléctricas de tres cuerpos cargados A , B y C .

...Si dos cuerpos pequeños A y B cargados eléctricamente, separados cierta distancia, se atraen entre sí, y si A atrae a un tercer cuerpo electrizado C , siempre encontraremos que B repele a C ...⁵

Como podemos apreciar, Purcell está contemplando tres cargas cómo mínimo para entender el comportamiento de éstas; a la vez que nos dice si dichas interacciones son de atracción o de repulsión.

Además Purcell nos indica en su libro, a partir de cuantas cargas se pueden generalizar las interacciones eléctricas:

...Así pues la física de las interacciones eléctricas se presenta en completa perspectiva solamente cuando tenemos *más* de dos cargas...⁶

Por su parte, Ronald K. Wangsness, analiza este objeto físico a partir de los tamaños relativos de las cargas eléctricas:

Para un mejor progreso uno tiene que ser capaz de comparar las magnitudes de dos cargas puntuales q_1 y q_2 . Esto puede ser hecho al introducir otra carga puntual a la carga q , colocando a una distancia fija R de q_1 , y midiendo la fuerza resultante de \mathbf{F}_1 sobre q ; Entonces q_1 es removida y remplazada por q_2 a la misma distancia R de q ; Dado que ambos q y R son lo mismo en los dos casos, la diferencia en las fuerzas sólo puede ser debido al gradiente de los valores numéricos de las cargas q_1 y q_2 . Entonces podemos definir la razón de sus magnitudes como igual a la razón de las magnitudes de las fuerzas que éstos producen sobre la carga arbitraria q ; Así tenemos

$$\frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{|\mathbf{F}_1|}{|\mathbf{F}_2|} \quad (4.1)$$

para q y R ambos constantes.

⁴PURCELL, Edward Mills (1994) *Electricidad y magnetismo*, Barcelona: Reverte.

⁵Ibid, p. 3.

⁶Ibid, p. 9.

Una vez que este procedimiento para comparar magnitudes ha sido establecido, uno puede proceder al estudio de cómo la fuerza entre dos cargas puntuales depende de sus tamaños relativos. En adición, uno puede asignar valores absolutos a las cargas al elegir una carga de magnitud unitaria en algún punto arbitrario, pero consistente con la ecuación (4.1) y con el valor numérico $|q_u| = 1$.

Es decir, se necesitan tres cargas: q_1 , q_2 y la considerada unitaria⁷ $|q_u| = 1$.

En esta tesis nosotros señalamos que para mostrar las interacciones eléctricas, no es necesario tener cuatro cargas electrostáticas como dice Tamm [25], además coincidimos con la tesis de Pursell [20] en que deben ser más de dos cargas. Nosotros mostramos que al parecer, de manera semejante a Wangsness, con tres es suficiente⁸ [27].

4.3. Construcción del objeto físico en Electroestática

Para construir el objeto físico en electroestática, el sujeto debe:

1. Considerar a las cargas q_i como partículas puntuales en posiciones fijas.
2. Las cargas q_i no interactúan con las cargas del entorno; están completamente aisladas de las cargas del universo.
3. Las posiciones de las cargas están determinadas por cada *sujeto*, y el significado cuantitativo es adquirido de las mediciones que se hacen en un marco de referencia en reposo.

Con estos tres pasos, el *sujeto* construye un *objeto preliminar* $O(p)$, que no varían para cada sujeto. Éstas características nos van a ayudar en la construcción de los axiomas y de los *objetos enriquecidos* por los axiomas $O(pi)$.

⁷Ibid, p. 41.

⁸*vid supra*

4. Postular un conjunto de axiomas *invariante-subjetivos* que rijan las interacciones entre los objetos. De este modo:

Postulamos como axioma uno ($A1$) a la fuerza coulombiana, y como una propiedad intrínseca de ésta, a la carga eléctrica, cuya determinación unívoca se logra mediante un axioma de transitividad $A0$. De este modo se construye el objeto enriquecido $O(p1)$.

En el axioma cero ($A0$) postulamos la transitividad de las interacciones eléctricas entre los cuerpos.

Nota. Hemos postulado primero a $A1$ y después a $A0$, ya que $A0$ es directamente dependiente de la construcción de $A1$, como veremos mas adelante, sin embargo la carga sigue siendo la característica principal de la construcción del axioma de transitividad.

Finalmente la superposición de las fuerzas queda postulada en el axioma dos ($A2$) con su respectivo objeto enriquecido $O(p2)$. Es de notar, que tanto la Fuerza Coulombiana, como la interacción eléctrica de las cargas, quedan como propiedades intrínsecas de este axioma.

Lo anterior se puede observar en el siguiente cuadro:

Axioma	Variable	Objeto enriquecido
	Carga electrostática	$O(p)$
$A1$	Fuerza Coulombiana	$O(p1)$
$A0$	Interacción entre las cargas	$O(p0)$
$A2$	Superposición de la fuerza	$O(p2)$

Cuadro 4.1: Construcción del objeto en la electrostática

4.4. Axioma de transitividad

4.4.1. Axioma uno: *Fuerza de Coulomb o interacción coulombiana*

Axioma uno (A1). *La fuerza eléctrica que existe entre dos cargas q_1 y q_2 es directamente proporcional al producto de las dos cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las une.*

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{\mathbf{r}}_{12}$$

Vemos que la ecuación de Coulomb muestra la interacción a distancia entre dos cargas separadas, y cómo el acercamiento (o distanciamiento) afecta a la fuerza que existe entre éstas.

4.4.2. Axioma cero: *Carga electrostática*

Antes de mostrar el axioma cero es conveniente usar la siguiente notación:

Sean q_1 y q_2 dos partículas con carga eléctrica, y sea \sim la interacción coulombiana que existe entre éstas dos; es decir, la interacción electrostática que hay entre q_1 y q_2 se designará con la siguiente relación: $q_1 \sim q_2$.

Axioma cero (A0). *Para cualesquiera tres partículas cargadas q_1 , q_2 y q_3 donde $q_1 \sim q_2$, $q_1 \sim q_3$, se cumplirá que $q_2 \sim q_3$.*

Para ilustrar el efecto de transitividad axiomática, tomemos en cuenta tres cargas q_1 , q_2 y q_3 , teniendo en cuenta que la medida individual de cada carga puede hacerse mediante la *balanza de torsión*⁹.

⁹Aparato utilizado para medir fuerzas; se basa en la acción de ejercer una fuerza sobre el extremo de una aguja horizontal suspendida por un hilo vertical; la aguja gira hasta que la fuerza de torsión del hilo neutraliza la fuerza exterior.

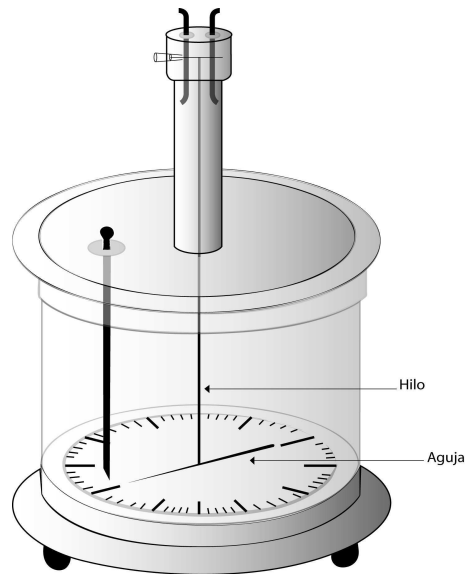


Figura 4.1: Balanza de torsión

Entonces, tomando en cuenta el axioma uno (A1), vemos que las interacciones que actúan sobre q_1 son: \mathbf{F}_{12} y \mathbf{F}_{13} , mientras que para q_2 y q_3 actúa \mathbf{F}_{23} .

$$\begin{array}{ccc}
 q_2 & \overset{\sim}{\longleftrightarrow} & q_3 \\
 \sim & \searrow & \swarrow \sim \\
 & q_1 &
 \end{array}$$

Para trabajar en la búsqueda de las cargas y a la par, simplificar los cálculos, podemos prescindir del carácter vectorial de la ecuación de la Ley de Coulomb.

$$F_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \quad (4.2)$$

En nuestra ecuación (4.2), escogemos un centímetro de longitud como la distancia de separación y a nuestra constante k en el sistema cgs —con el objetivo de simplificar los cálculos—, entonces la ecuación anterior adquiere la siguiente forma:

$$F_{12} = q_1 q_2 \quad (4.3)$$

y si consideramos una tercera carga q_3 equidistante a las otras dos cargas, y si además ésta interactúa con q_1 tenemos:

$$F_{13} = q_1 q_3 \tag{4.4}$$

y

$$F_{23} = q_2 q_3 \tag{4.5}$$

revisamos las ecuaciones (4.4) y (4.5) y las relacionamos:

$$\frac{F_{13}}{F_{23}} = \frac{q_1 q_3}{q_2 q_3} = \frac{q_1}{q_2} \tag{4.6}$$

entonces, de (4.3) y (4.6) tenemos

$$F_{12} = q_1 q_2 = X$$

y

$$\frac{F_{13}}{F_{23}} = Y$$

las cuales son dos ecuaciones con dos incógnitas,

$$q_1 q_2 = X$$

$$\frac{q_1}{q_2} = Y$$

de estas ecuaciones encontramos a q_1 y q_2 ;

$$q_1 = \pm \sqrt{XY} \tag{4.7}$$

$$q_2 = \pm \sqrt{\frac{X}{Y}} \tag{4.8}$$

Ahora de las ecuaciones (4.3) y (4.5) obtenemos la relación:

$$\frac{F_{12}}{F_{23}} = Z$$

En otros términos

$$\frac{q_1}{q_3} = Z$$

lo que implica

$$q_3 = \frac{q_1}{Z}$$

pero

$$q_1 = \pm\sqrt{XY}$$

entonces,

$$q_3 = \frac{\pm\sqrt{XY}}{Z} \tag{4.9}$$

Podemos determinar operacionalmente el valor de q_3 y generalizar para toda q_i .

Por lo tanto, teniendo (X, Y, Z) como variables medibles en la balanza de torsión podemos determinar (q_1, q_2, q_3) .

Nótese que este resultado es independiente del signo que porta cada una de las cargas q_1 y q_2 .

Si q_1 y q_2 son cargas positivas o q_1 y q_2 son cargas negativas, el producto de XY y el cociente X/Y siempre es mayor que cero.

Por otro lado, si q_1 es carga positiva y q_2 es carga negativa o q_1 es carga negativa y q_2 es carga positiva, también el producto XY y el cociente X/Y será mayor que cero, lo que lleva a la resolución de las ecuaciones (4.7), (4.8) y (4.9).

q_1	q_2	$q_1q_2 = X$	$q_1/q_2 = Y$	XY	X/Y
+	+	+	+	> 0	> 0
-	-	+	+	> 0	> 0
+	-	-	-	> 0	> 0
-	+	-	-	> 0	> 0

Cuadro 4.2: Los valores de las cargas q_1 , q_2 y q_3 se determinan independientemente del signo de éstas.

Observación. Es de resaltar que la construcción del axioma cero en Electroestática, es muy parecido a la construcción de el axioma cero la Gravitación newtoniana [22]. Veamos:

4.4 Axioma de transitividad *Transitividad axiomática en Electrostática*

La aceleración que produce un objeto de masa gravitacional m en otro objeto de distancia r es:

$$a = G \frac{m}{r^2}$$

Y con esta ecuación se define, una forma para medir la masa gravitacional m .

Ahora consideremos dos cuerpos de masa m_1 y m_2 ,

$$a_1 = G \frac{m_1}{r^2} \quad \text{aceleración causada por } m_1 \text{ en la posición de } m_2$$

$$a_2 = G \frac{m_2}{r^2} \quad \text{aceleración causada por } m_2 \text{ en la posición de } m_1$$

Entonces, la aceleración relativa de las dos masas será: $a = a_1 - a_2$, donde la cantidad medible es,

$$a_{12} = a_1 + a_2 = G \frac{m_1 + m_2}{r^2}$$

dicha ecuación nos provee información sobre $M_{12} = m_1 + m_2$, pero no sobre las masas individuales m_1 y m_2 .

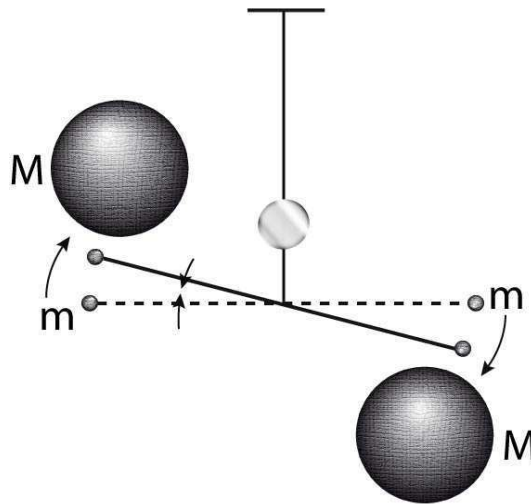


Figura 4.2: Diagrama de la balanza de Cavendish

Para tres masas m_1 , m_2 y m_3 , la medición individual de la masa podrá llevarse a cabo mediante la balanza de Cavendish¹⁰. Entonces, si $m_1 \sim m_2$ significa la interacción y medida de $a_{12} = a_1 + a_2$, entonces en un marco de referencia, tenemos que,

$$m_1 \sim m_2$$

proporciona la medida de

$$M_{12} = m_1 + m_2 \tag{4.10}$$

Y,

$$m_1 \sim m_3$$

proporciona la medida de

$$M_{13} = m_1 + m_3 \tag{4.11}$$

Para tres masas cualesquiera se requerirá la satisfacción de:

$$m_2 \sim m_3$$

proporciona la medida de

$$M_{23} = m_2 + m_3 \tag{4.12}$$

Ahora, si resolvemos las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12) se obtienen las masas individuales en términos de las interacciones respectivas:

$$m_1 = \frac{1}{2}(M_{12} + M_{13} - M_{23})$$

$$m_2 = \frac{1}{2}(M_{23} + M_{12} - M_{13})$$

$$m_3 = \frac{1}{2}(M_{13} + M_{23} - M_{12})$$

De este esquema, se puede afirmar que las masas m_i son cantidades objetivamente determinables.

¹⁰Aparato utilizado para medir fuerzas; se basa en la acción que ejerce una fuerza sobre el extremo de una aguja horizontal suspendida por un hilo vertical; la aguja gira hasta que la fuerza de torsión del hilo neutraliza la fuerza exterior. La balanza de Cavendish se debe al físico y químico británico de nombre Henry Cavendish. Henry en la Royal Society presentó varias memorias sobre química. En 1788 publicó sus trabajos sobre la densidad media de la Tierra, en los que hizo uso de la balanza de torsión que lleva su nombre.

4.4.3. Axioma dos: *Superposición de la Fuerza Coulombiana*

Axioma dos (A2). *La fuerza eléctrica neta que se aplica sobre una carga q_0 , es el resultado de la suma de fuerzas eléctricas que se ejercen sobre dicha carga.*

$$\mathbf{F}_0 = \mathbf{F}_{01} + \mathbf{F}_{02} + \mathbf{F}_{03} + \cdots + \mathbf{F}_{0i} + \cdots + \mathbf{F}_{0n} = \Sigma \mathbf{F}_i \quad (4.13)$$

con $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Para ejemplificar, tomemos tres cargas q_1 , q_2 y q_3 y midamos a partir de la fuerza de Coulomb cuál es la fuerza neta que se ejerce sobre la carga q_1 (ver figura 4.3).

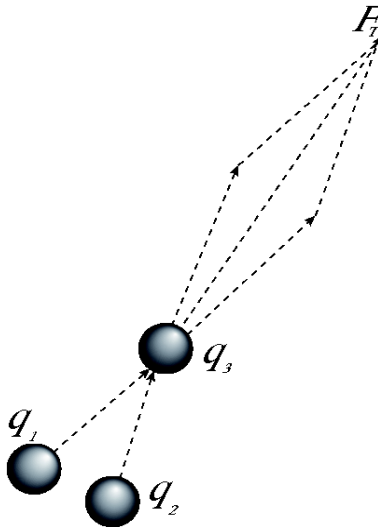


Figura 4.3: Superposición de fuerzas electrostáticas.

Observemos que por un lado tenemos la fuerza que la carga q_2 ejerce sobre q_1 : \mathbf{F}_{21} , mientras que por otro lado, tenemos la fuerza que q_3 ejerce sobre q_1 : \mathbf{F}_{31} . Así, la fuerza neta que se ejerce sobre q_1 , seguida de la ecuación (4.13) está determinada por la siguiente relación:

$$\mathbf{F}_3 = \mathbf{F}_{23} + \mathbf{F}_{13} \quad (4.14)$$

con

$$\mathbf{F}_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13} \quad (4.15)$$

y

$$\mathbf{F}_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \hat{\mathbf{r}}_{23} \quad (4.16)$$

Sustituyendo (4.15) y (4.16) en (4.14) tenemos finalmente:

$$\mathbf{F}_3 = k \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{\mathbf{r}}_{13} + k \frac{q_2 q_3}{r_{23}^2} \hat{\mathbf{r}}_{23}$$

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo de tesis, se estudió el objeto físico, sus características y sus atributos teóricos, así como su relación con el sujeto. Se definió el objeto y se mostraron algunos ejemplos de objetos en el campo de las ciencias físicas [22]. También se ejemplificaron algunos objetos físicos inexistentes [17].

Asimismo, se abordó el formato axiomático revisando, sus ventajas y particularidades. Se analizaron algunos puntos de vista de importantes filósofos y matemáticos como, David Hilbert, Robert Blanché, Mario Bunge, Jean Cavaillès, Karl Popper, y Albert Einstein, entre otros. Se caracterizaron, las ventajas y condiciones que debe cumplir el formato axiomático [3], [5], [18], [11]. Dicho formato, resalta por estar libre de contradicciones, ser interdeducible, ser coherente, y tener sentido lógico matemático.

Son de resaltar las ventajas que ofrece el formato axiomático [10], tanto por su simplicidad, como por su carácter lúdico. Entre algunos de sus atributos encontrados están, la facilidad de análisis, la posibilidad de ejercer pruebas matemáticas, su potencial de generalización, y la facilidad de memorización de los conceptos poco distinguibles [19].

También se analizó el axioma de transitividad, y su relación con el objeto físico. Así pues, se muestra al axioma cero como un enunciado de objetividad.

Se revisó la construcción del objeto científico [14], concluyendo que éste presenta tres momentos importantes: la relación objeto-sujeto; los axiomas que se postulan válidos para el ente físico; y el aparato matemático que acom-

paña las observaciones, mediciones, y axiomas.

Se estudió el objeto físico en la electrostática, examinando las tesis de algunos autores importantes en esta rama de la de física (Tamm, Edward Purcell y Ronald K. Wangsness). Tras una breve discusión, contrastamos las posturas de los autores sobre el número de cargas necesarias para mostrar las interacciones eléctricas entre éstas.

De este modo se concluye que para mostrar las interacciones eléctricas, no es necesario tener cuatro cargas electrostáticas como dice Tamm [25], además se coincide con la tesis de Purcell [20], en que deben ser más de dos cargas. Aquí se muestra que con tres cargas es suficiente, como señala Wangsness [27].

Después pasamos a la construcción del objeto físico en electrostática. Para esto se construyó el objeto físico tomando en cuenta a las cargas como partículas puntuales con posiciones fijas; también se supuso que éstas no interactúan con el entorno (es decir, aisladas de las cargas del universo); asimismo, se consideró que las posiciones de las cargas están determinadas para cada sujeto; y finalmente, se estableció un conjunto de axiomas que rige las interacciones entre las cargas.

Bajo la construcción del objeto físico en electrostática, se postuló como axioma cero a la interacción entre las cargas; como axioma uno a la fuerza coulombiana; y como axioma dos a la superposición de las fuerzas.

Se esquematizó y organizó de una manera lógica y formal el estudio y comprensión del objeto físico en electrostática. El formato axiomático ha sido una herramienta útil para ordenarla. Se mostró la teoría electrostática como un sistema sólido, con sentido físico y matemático, y libre de contradicciones [7].

Sin duda, la transitividad axiomática permite una mejor exposición de las ideas abstractas y poco distinguibles [24], es en buena medida una herramienta de ayuda a la enseñanza de las disciplinas científicas.

La comprensión del elemento de transitividad axiomática (axioma cero) en la electrostática ayuda a interpretar de una manera simple esta rama de la física, ya que ésta estudia las propiedades invariantes y objetivas.

La transitividad axiomática se puede extender a ramas de la física teórica [16] como son, la Relatividad Especial y el Electromagnetismo.

Bibliografía

- [1] BLANCHÉ, Robert (2002) *La axiomática*, México: Fondo de Cultura Económica.
- [2] BLANCHÉ, Robert (1980) *El método experimental y la filosofía de la física*, México: Fondo de Cultura Económica. 578 p.
- [3] BUNGE, Mario Augusto. (1978) *Filosofía de la física*, Barcelona, México: Ariel.
- [4] BUNGE, Mario Augusto. (1967) *Foundations of physics*, New York: Springer.
- [5] CAVAILLÈS, Jean. (1992) *Método Axiomático y Formalismo*, México: Servicios Editoriales de la Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.
- [6] DANDCY, Jonathan (1985) *An Introduction to Contemporary Epistemology*, Madrid: Blackwell, Oxford.
- [7] DEAÑO, Alfredo. (1974) *Introducción a la lógica formal*, Madrid: Alianza Universidad. 195p.
- [8] GOLDSTEIN, Herbert. (1988) *Mecánica clásica*, Barcelona: Reverté. 793p.
- [9] HEMPEL, Carl G. (1989) “El dilema del teórico: un estudio sobre la lógica de la construcción de teorías”, OLIVÉ, León y PÉREZ RANSANZ, Ana Rosa (comp.) *Filosofía de la ciencia: teoría y observación*, México: Siglo XXI Editores.
- [10] HILBERT, David (1993) *Fundamentos de las matemáticas* México: Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México. 135p.

- [11] HOLTON, Gerard. (2001) *Introducción a los conceptos y teorías de las ciencias físicas*, Barcelona: Reverté. 851 p.
- [12] HOLTON, Gerard. (1978) *Ensayos sobre el pensamiento científico de Einstein*, Madrid: Alianza.
- [13] JEANS, Sir James. (1963) *The mathematical theory of Electricity and Magnetism*, Cambridge at University Press.
- [14] MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio. (1999) “La construcción del objeto físico en la enseñanza de la termodinámica y la mecánica” en *Revista Mexicana de Física*, Vol. 45 (4), agosto, p. 405-413.
- [15] MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio. (2000) “Probabilidad un enfoque epistemológico” en *Revista Mexicana de Física*, México: Sociedad Mexicana de Física. Vol. 46 (5), octubre, p. 490-495.
- [16] MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio, *et. al.*, (2002) “Acerca de la axiomatización de la Mecánica Newtoniana” en *Revista Española de Física*, Madrid: Unión Iberoamericana de Sociedades de Física. vol. 16, núm. 5, p. 36-40.
- [17] MARTÍNEZ NEGRETE, Marco Antonio, (2003) “Transitividad y objetividad en física” en *XLIV Congreso Nacional de Física. Programas y resúmenes*, México: Sociedad Mexicana de Física. p. 58.
- [18] POPPER, Karl R. (1994) *La lógica de la investigación científica*, Madrid: Tecnos.
- [19] POPPER, Karl R. (1994) *Conjeturas y refutaciones, el desarrollo del conocimiento científico*, Barcelona: Ediciones Paidós.
- [20] PURCELL, Edward Mills (1994) *Electricidad y magnetismo*, Barcelona: Reverte.
- [21] QUESADA, Daniel (1998) *Saber, opinión y ciencia*, Barcelona: Ariel.
- [22] REAL PÉREZ, Pável (2005) *Transitividad axiomática en algunas teorías físicas*, México: Universidad Nacional Autónoma de México. 42 p.

- [23] RUSELL, Bertrand (1959) *The problems of philosophy*, London: Oxford U. Pr.
- [24] SCHEFFLER, Israel (1973) *Las condiciones del conocimiento. Una introducción a la epistemología y la educación*, México: UNAM, IIF.
- [25] TAMM, Igor' Evgen'evich, (1979) *Fundamentals of the theory of electricity*, Moscow: Mir.
- [26] TARSKI, Alfred. (1946) *Introduction to logic and the methodology of deductive sciences*, New York: Oxford University Press. 239 p.
- [27] WANGSNESS, Ronald K. (1979) *Electromagnetic Fields*, John Wiley Sons, Inc.
- [28] ZEMANSKY, M. W, (1996) *Heat and Thermodynamics*: Mc Graw-Hill. 487p.
- [29] ZEPEDA PÉREZ, Guillermo Cesar A. (1987) *La relación sujeto-objeto en la física*, México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- [30] ZINOVIEV, Aleksandr (1922) *Logical physics*: Boston studies in the philosophy of science.