

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA INSTITUTO DE GEOFÍSICA

# Tomografía Sísmica comparada de Guerrero, Kamchatka y Nicaragua.

PRESENTA JAIME DOMÍNGUEZ RIVAS

DOCTORADO EN GEOFÍSICA (SISMOLOGÍA Y FÍSICA DEL INTERIOR DE LA TIERRA)

Junio de 2006.



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor. A mi madre Marcela.

A mis sobrinos Mariana y José Eduardo.

A EMH.

A la memoria de Lautaro Ponce, quien me enseño el lado humano de la sismología y la ciencia.

### AGRADECIMIENTOS.

Este trabajo representa el punto final del camino andado en la sismología desde el mes de enero de 1988, cuando ingresé al Departamento de Sismología como estudiante de Servicio Social; en el proyecto, nuevo en aquel entonces, de la Red Telemétrica de Guerrero, a cargo de Gerardo Suárez Reynoso, entonces Jefe del Departamento. A él le debo mucho de lo que aprendí en la sismología, mucho de lo que aprendí del trabajo de campo, y por el que conocí casi todo el territorio nacional y algunos sitios de Latinoamérica. Le agradezco sus enseñanzas en lo que tiene que ver con la investigación científica, sin las cuales este trabajo no se hubiera realizado, pues fue mi tutor en la tesis de licenciatura, maestría y casi todo el doctorado. Gerardo, te agradezco todo lo que viví y aprendí en estos 9 años de mi vida en el Departamento de Sismología del Instituto de Geofísica de la UNAM.

A la Dirección General del Apoyo del Personal Académico (DGAPA), por su apoyo económico (beca) proporcionado durante los años escolares de 1994 y 1995. Y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por la beca proporcionada durante los años académicos 1996 y 1997.

A Luis Quintanar, por su apoyo y tutoría en el trabajo final de la tesis.

A Alexei Gorbatov y Diana Comte por su asesoría en el uso de los programas de cómputo, y sus sugerencias y comentarios durante el desarrollo el desarrollo de los trabajos de las unidades teóricas.

A los doctores Luis Quintanar, Vladimir Kostoglodov, Luca Ferrari, Francisco Sánchez Sesma, Raúl Valenzuela, Carlos Mendoza y Cecilio Rebollar, por sus sugerencias y comentarios al trabajo escrito, y por formar el jurado del examen de grado.

A Steve Roecker y Dapeng Zhao, por haber proporcionado los programas de fuentes que se utilizaron en este trabajo.

A Manuel Velásquez, por su apoyo en los asuntos relacionados con la sala de cómputo del Departamento de Sismología.

A Jesús Antonio Pérez y Jorge Estrada, por el mantenimiento técnico de la Red Telemétrica de Guerrero, durante 7 años de su funcionamiento.

A Fabio Segura, por proporcionarme los datos de la Red Sísmica de Nicaragua.

A Vladimir Kostoglodov, Luis Quintanar y Raúl Valenzuela, por sus alicientes para que se llevara a cabo la parte final del doctorado, sin este apoyo esto no habría llegado al fin.

A mis amigos Javier Pacheco, Dolores Maravilla, Norma Bravo, Enedina Martínez, por la motivación para terminar este trabajo.

6

A David Escobedo, Antonio Pérez, Xyoli Pérez, Guillermo González, Mario Islas, Carlos Fuentes, Caridad Cádenas, Miguel Ángel Santoyo, Alejandro Hurtado, Arturo Iglesias y Sara Ivonne Franco; por su compañerismo y los buenos momentos vividos en el Departamento de Sismología y durante el trabajo de campo de los diferentes proyectos.

# INDICE.

AGRADECIMIENTOS	
INTRODUCCIÓN	
1. TEORÍA DE INVERSIÓN APLICADA A LA TOMOGRAFÍA SÍSMICA.	
Introducción	11
I TEORÍA DE INVERSIÓN EN LAS MATEMÁTICAS	11
Generalidades de la teoría de inversión	
a) Promedios y promedios pesados.	
b) Solución del problema de inversión lineal.	
Problemas con determinación mixta	
a) Matriz de resolución de datos.	
b) Matriz de la resolución de resultados	
c) Matriz unitaria de covarianza	
Relación entre resolución y varianza	
II. TOMOGRAFÍA SÍSMICA	
Ajuste con la técnica de mínimos cuadrados amortiguados	
Método de retroproyección	
a) Teorema de las Rebanadas (The Central Slice Theorem)	
b) Rayos Pesados	
c) Filtración	
d) Iteración.	
Bibliografia.	
2. TOMOGRAPHIC IMAGING OF THE P-WAVE VELOCITY STRUCTU	RE BENEATH THE KAMCHATKA
PENINSULA	
SUMMARY	30
	30
	رو ۸1
2. DATA AND METHODS OF ANALISIS.	41 //1
2.1. Regional earliquake adia	۲۱ ۸۱
2.2. 1-D inversion with a laterally homogeneous starting model	
2.5. 5-D inversion with a laterally inhomogeneous starting model	
2.4. 5-D inversion with a talerally innomogeneous starting model	
5. RESOLUTION TEST	
4. DISCUSSION.	40
J. CUNCLUSIUNS.	
ACKNOWLEDGMENIS	
KEFEKENCES	
3. TOMOGRAFÍA SÍSMICA DE NICARAGUA	
Resumen	
Antecedentes.	
MODELO 1D DE VELOCIDADES SÍSMICAS.	
Tomografía en 3D.	
RESOLUCIÓN	63
DISCUSIÓN DE RESULTADOS.	65
CONCLUSIONES	68
RIBLIOGRAFÍA	69
4. SEISMIU VELUUITY STRUUTUKE OF THE GUERKERO GAP, MEXIO	
RESUMEN	
Abstract	
INTRODUCTION	
INVERSION THEORY.	
SEISMIC VELOCITY STRUCTURE INVERSION	
1. One-dimensional Inversion	
2. Three-dimensional Inversion.	
3. Two-dimensional Inversion	

CONCLUSIONES GENERALES DE LA TESIS	
FIGURE CAPTIONS.	
References.	
Aknowledgements	
Conclusions.	
Discussion	
4. Resolution of the Velocity Model	

## INTRODUCCIÓN.

A partir del trabajo realizado en la tesis de maestría, sobre la estructura de velocidades en la costa grande de Guerrero, y con el propósito de mejorar los resultados obtenidos, se decidió buscar otras técnicas de inversión tomográfica con el fin de mejorar la estructura de velocidades y determinar con mejor detalle la subducción de la placa de Cocos en Guerrero. Inicialmente se hizo contacto con el Dr. Dapeng Zhao, en aquel entonces en Carnegie Institution de Washington D. C., quien nos proporcionó asesoría y el software por él desarrollado, para aplicarlo a los datos de la Red Telemétrica de Guerrero. Sin embargo, los resultados fueron muy pobres debido al tamaño de esta red, y por consiguiente a un área muy pequeña cubierta por la sismicidad registrada, pues los programas de inversión fueron diseñados para analizar datos regionales. Poco tiempo después, fue posible disponer de datos regionales de la red permanente de la Península de Kamchatka, y más adelante de otras dos redes permanentes en Nicaragua y Guatemala.

Primero se analizaron los datos de Kamchatka, registrados por la Red Sísmica Regional de Kamchatka (KRSN), 50°–57° N, 150°–165° E, con 5270 eventos registrados y localizados en más de 4 estaciones. Se determinó inicialmente un modelo 1D de velocidades, con el que se relocalizó toda la sismicidad, con el fin de encontrar los sismos con localización más estable, (con error en la localización del hipocentro menor a 5 km), por lo que se obtuvieron 1657 eventos con estas características, y con ellos se obtuvo la estructura sísmica de velocidades en 3D, aquí presentada (Capítulo 2).

En seguida, se analizaron los datos de la Red Sísmica regional de Guatemala, de una base de eventos registrados en la década de los años 80's. Los primeros resultados mostraron una calidad muy baja en los tiempos de llegada de las ondas P y S, pues sólo muy pocos sismos presentaron localizaciones estables (con error en la localización del hipocentro menor a 5 km), por lo que no se pudo aplicar la técnica de inversión de Zhao para determinar la estructura de velocidades de la zona.

Por último, se analizaron 12500 sismos de la red sísmica de Nicaragua, registrados durante 7 años de funcionamiento de la red sísmica instalada por el USGS, de abril de 1975 a diciembre de 1982. Primero, se obtuvo el modelo 1D de velocidades sísmicas con datos de 3624 sismos, que presentaron errores hipocentrales menores a 2 km, y con este modelo se relocalizaron los 12500 eventos, de los cuales sólo 3655 mostraron errores de hipocentro menores a 5 km, que se utilizaron para determinar la estructura 3D de velocidades de la región (Capítulo 3).

También se invirtió de nuevo la estructura de velocidades de las costa grande de Guerrero, con el fin de utilizar todos los eventos registrados y localizados por la red telemétrica de Guerrero, durante el período de septiembre de 1987 a junio de 1995, (6955 sismos), y ver si existía algún cambio importante

con respecto a los resultados presentados en la tesis de maestría (Domínguez, 1994), donde sólo de usaron datos hasta diciembre de 1992 (4,725 sismos) (Capítulo 4). Los resultados de esta inversión muestran un ángulo de buzamiento de la placa de Cocos bajo la placa de Norteamérica de ~26°. El Moho en la litósfera continental se encuentra a una profundidad de ~32 km. La corteza continental está constituida por 5 bloques de capas planas que suman un espesor máximo de ~32 km. La placa de Cocos en subducción se compone de cuatro bloques con velocidades de P entre 7.45 y 7.87 km/s. La corteza oceánica se subduce hasta una profundidad de ~30 km; a mayor profundidad el gabro que la constituye se transforma aparentemente en eclogita formando una estructura de mayor velocidad. Bajo la corteza oceánica subducida se encuentra una zona de transición de corteza-manto con una velocidad de 7.87 km/s. El manto por debajo de la corteza oceánica tiene una velocidad de Vp=8.48 km/s.

Para fundamentar los resultados de los tres estudios presentados en esta tesis, en el capítulo 1 se incluyen los puntos más importantes de las dos técnicas de inversión tomográfica sísmica utilizadas en este trabajo: el método de mínimos cuadrados y el método de retroproyección sísmica.

Los resultados de estos tres trabajos se presentan en estructura de artículo. Uno de ellos ya fue publicado (Tomografía de Kamchatka), otro ya fue aceptado para su publicación (Tomografía de Guerrero), y el último trabajo (Tomografía de Nicaragua) se traducirá y someterá para publicación al final de este año.

#### **RESUMEN.**

El objetivo de este trabajo de tesis es determinar la estructura sísmica de velocidades en la costa de Guerrero, en Nicaragua y en Kamchatka.

Se utilizó el método de perturbación de nodos para analizar la sismicidad de Kamchatka. Se determinó un modelo 1D con las discontinuidades de Conrad a 15 km, y el Moho a 35 km de profundidad. La imagen 3D (onda P) muestra una anomalía de baja velocidad con una disminución en Vp de ~6 %, bajo una cadena volcánica activa a una profundidad de 30 km. A ~150 km se profundidad se observa una anomalía de baja velocidad en la cuña del manto, quizás asociada con la actividad volcánica. La placa Pacífico en subducción, presenta una Vp ~2-7 % más altas que el manto circundante y un espesor de aproximadamente 70 km.

Los resultados de la tomografía de Nicaragua (método de perturbación de nodos), muestran un modelo 1D con la discontinuidad de Conrad a 10 km, el Moho a 35 km y una capa de baja velocidad entre 85-150 km de profundidad. Las perturbaciones de Vp revelan 3 grandes estructuras: (A) Una zona de baja velocidad entre 100-160 km de profundidad, asociada a la fusión parcial del manto. (B) Una región de alta velocidad posiblemente asociada a la corteza oceánica, con un espesor de la placa de Cocos de ~40 km. (C) Una zona dispersa de baja velocidad debajo de la cadena volcánica a ~10 km de profundidad.

La tomografía de Guerrero se obtuvo aplicando el método de mínimos cuadrados amortiguados. Los resultados de esta inversión (3-D) muestran una estructura de Vp con valores de 5.4 a 8.2 km/s, y Vs entre 3.2 y 4.7 km/s, una corteza continental de ~32 km de espesor, compuesta de cuatro bloques planos con Vp entre de 5.4-7.1 km/s. El Moho está a ~32 km de profundidad, sobre una cuña del manto. La corteza oceánica subducente se compone de tres capas, que presentan un ángulo de buzamiento de 26°. Un cambio importante de velocidad, ~30 km de profundidad, hace pensar en un cambio de fase de basalto a eclogita. Para el manto la Vp=8.2 km/s.

#### **ABSTRACT.**

The objective of this thesis work is to determine the seismic structure of the Guerrero gap, in Nicaragua and in Kamchatka.

The inversion method of perturbation nodes was used to analyze Kamchatka's sesimicity. The resulting tomographic image has a low-velocity anomaly that shows a maximum decrease in P-wave velocity of  $\sim 6$  % at 30 km depth beneath a chain of active volcanoes. At depth, low-velocity anomalies are observed in the mantle wedge extending down to a depth of approximately 150 km. The subducted Pacific plate has P-wave velocities approximately 2–7 per cent higher than those of the surrounding mantle and a thickness of approximately 70 km.

The result of tomographic image of Nicaragua (method of method of perturbation nodes), show a model 1D with the discontinuity from Conrad to 10 km, the Moho to 35 km and a layer of low velocity among 85-150 km deep. Also reveal 3 big structures: (A) An area of low speed among 100-160 km deep, associated to the partial coalition of the mantel. (B) A high-speed region associated to the oceanic crust subduction that together with the distribution of the seismicity it allows to establish a thickness of the Cocos plate of 40 km. (C) A dispersed area of low speed under the volcanic chain to 10 km deep.

The velocity structure of the Guerrero gap was obtained by applying a damped least squares method A final inversion procedure yields P-wave velocity values ranging from 5.4 to 8.2 km/s, and S-wave values from 3.2 and 4.7 km/s, suggesting a continental crust with a thickness of ~32 km composed of four flat megablocks with a P-wave velocity interval of 5.4 to 7.1 km/s. The Moho interface lies at ~32 km depth and above a mantle wedge between continental and oceanic crust. The downgoing oceanic crust has three layers (7.2-7.7 km/s), dipping at an angle of ~26°. A sharp velocity change at a depth of ~30 km suggests a phase change from basalt to eclogite (7.2 to 7.6 km/s). The mantle has an average velocity of 8.2 km/s.

# 1. TEORÍA DE INVERSIÓN APLICADA A LA TOMOGRAFÍA SÍSMICA.

#### INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este capítulo es presentar brevemente las generalidades de las dos principales técnicas de inversión (matemática) aplicadas en los estudios de tomografía sísmica presentados en esta tesis. Estas técnicas son: Mínimos cuadrados amortiguadas y retroproyección sísmica, las cuales se aplicaron a datos de redes sismológicas permanentes de Kamchatka, Nicaragua y Guerrero.

En la primera parte se hace una exposición de las generalidades de la teoría de inversión, y se mencionan algunas de las características más importantes de esta teoría. En la segunda parte se presentan las generalidades de las técnicas de inversión de mínimos cuadrados amortiguados y retroproyección sísmica. Al final se presentan las características más importantes de variantes de estos dos métodos y los resultados obtenidos en dos estudios donde se aplican estas técnicas.

#### I. TEORÍA DE INVERSIÓN EN LAS MATEMÁTICAS.

#### GENERALIDADES DE LA TEORÍA DE INVERSIÓN.

Comúnmente resolvemos todo tipo de problemas relacionados con las ciencias naturales aplicando una serie de procedimientos y algoritmos a un conjunto de datos para obtener resultados que relacionan estos datos con la información del problema a resolver. Matemáticamente, estamos obteniendo resultados a partir de una serie de datos a los que se aplica una función. Si la función es lineal, el problema se expresa como:

# $\overline{\mathbf{G}}\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$

donde  $\overline{\mathbf{G}}$  es la matriz que relaciona el vector de parámetros del modelo (**m**) con el vector de datos (**d**). Por ejemplo, en un problema concreto, se hacen N medidas que podemos considerar como elementos del vector  $\overline{\mathbf{d}}$  de longitud N. De igual forma, los parámetros del modelo pueden ser representados como elementos del vector  $\mathbf{m}$  de longitud M:

$$\overline{\mathbf{d}} = (\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \mathbf{d}_3, ..., \mathbf{d}_N)^T$$
$$\overline{\mathbf{m}} = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_3, ..., \mathbf{m}_M)^T$$

El principio básico para un problema inverso es aquel en que sus parámetros y los datos están relacionados mediante una función matemática. Esta relación es llamada modelo. Comúnmente, el modelo tiene la forma de una o más fórmulas que establecen la relación entre los datos y los parámetros

del modelo. Por ejemplo, si intentamos determinar la densidad de un objeto midiendo su masa y su volumen  $(d_1, d_2)$ , el parámetro del modelo sería la densidad  $(m_1)$ .

El problema inverso más simple y que mejor se entiende es aquel que puede representarse como una ecuación lineal explícita,  $\overline{\mathbf{Gm}} = \overline{\mathbf{d}}$ , donde  $\overline{\mathbf{G}}$  es el Kernel de los datos, en analogía con la teoría de ecuaciones integrales,  $\overline{\mathbf{d}}$  es el vector que contiene los datos, y  $\overline{\mathbf{m}}$  representa el vector de los parámetros del modelo. Estas funciones son discretas y están relacionadas por la ecuación:

$$d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} m_j$$

#### a) Promedios y promedios pesados.

En muchos casos no se puede observar la calidad de las soluciones estimadas debido a la estructura del problema, lo cual puede amplificar los errores, o hacer que estos desaparezcan. En otros problemas pueden existir muchas soluciones, escoger arbitrariamente una de ellas como la solución estimada ( $\mathbf{m}_{est}$ ) daría la falsa impresión de haber obtenido una solución única.

Una forma de definir la calidad de los parámetros estimados es establecer condiciones absolutas o condiciones de probabilidad, es decir, definir intervalos de confianza o incertidumbre donde debe "caer" la solución. Por ejemplo, si obtuvimos la solución m<sub>1</sub> con un intervalo de confianza  $1.3 \le m_1 \le 1.5$ , y aceptamos las condiciones de probabilidad establecidas dentro del método que resuelve el problema, entonces los parámetros a estimar se encuentran dentro de un cierto intervalo, es decir, tiene una incertidumbre. Por ejemplo,  $m_{est}=1.4\pm0.1$ , significa que existe un 95 % de probabilidad de que el valor actual de m<sub>est</sub> se encuentre dentro del intervalo 1.3 a 1.5.

En muchos casos la mejor solución a un problema es una combinación de soluciones individuales. Por ejemplo, si tengo el conjunto de soluciones  $m=[m_1,m_2]^T$ , puede ser que la solución que mejor se ajuste a los datos es una combinación de todos los elementos de este conjunto, por ejemplo  $<m>=0.2m_1+0.8m_2$ . Hay que tener cuidado con este tipo "trucos" matemáticos, porque puede ocurrir que estas soluciones combinadas no tengan ningún significado físico. Si los pesos asignados a cada solución individual dentro de la solución ponderada son grandes con respecto a parámetros vecinos, se dice entonces que dicho promedio es localizado.

#### b) Solución del problema de inversión lineal.

El método más simple para resolver el problema de inversión lineal,  $\overline{\mathbf{G}} \,\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$ , se basa en las medidas del tamaño, o longitud de los parámetros del modelo ( $\mathbf{m}_{est}$ ) y los datos pronosticados,  $\mathbf{d}_{pro} = \overline{\mathbf{G}} \,\mathbf{m}_{est}$ , Para ejemplificar lo anterior, consideremos el ajuste de una línea recta a un conjunto de

datos utilizando el método de mínimos cuadrados. En este método se trata de elegir los parámetros (pendiente y ordenada al origen) de tal forma que los datos pronosticados por la curva de ajuste estén lo más cerca posible de los datos observados. Para cada observación se define un error pronosticado o desajuste,  $e_i=d_{iobs}-d_{ipro}$ . La mejor recta es aquella con parámetros que llevan al error total (E) más pequeño, definido como:

$$E = \sum_{i=1}^{2} e_i^2$$

El error total E (suma de los cuadrados de los errores individuales) es exactamente la norma euclidiana del vector  $\mathbf{\bar{e}}$ ,  $E = \mathbf{\bar{e}}^{T} \cdot \mathbf{\bar{e}}$ .

La generalización del método de mínimos cuadrados estima la solución a un problema inverso minimizando los errores entre los datos observados y los calculados a partir de las observaciones experimentales. Este método utiliza el tamaño de las medidas como guía en la solución del problema inverso. Esta técnica puede extenderse al problema general de inversión lineal de una manera muy sencilla. Se calcula la derivada del error con respecto a uno de los parámetros del modelo,  $m_q$ , y se iguala a cero:

$$E = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{e} = (\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m})^T (\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}) = \sum_{i=1}^N \left( d_i - \sum_{j=1}^M G_{ij} m_j \right) \left( d_i - \sum_{k=1}^M G_{ik} m_k \right)$$

Multiplicando los paréntesis y derivando con respecto a m<sub>q</sub>, obtenemos:

$$\frac{\partial E}{\partial m_q} = 2\sum_{k=1}^{M} m_k \sum_{i=1}^{N} G_{iq} G_{ik} - 2\sum_{i=1}^{N} G_{iq} d_i = 0$$

En notación matricial tenemos:

$$\overline{\mathbf{G}}^{\mathrm{T}}\overline{\mathbf{G}}\overline{\mathbf{m}} - \overline{\mathbf{G}}^{\mathrm{T}}\overline{\mathbf{d}} = 0$$

Despejando m, tenemos:

$$\mathbf{m}_{est} = \left( \overline{\mathbf{G}}^{\mathrm{T}} \overline{\mathbf{G}} \right)^{-1} \overline{\mathbf{G}}^{\mathrm{T}} \overline{\mathbf{d}}$$

siempre y cuando la matriz inversa,  $(\overline{\mathbf{G}}^{T}\mathbf{G})^{-1}$ , exista. m<sub>est</sub> es la solución por mínimos cuadrados al problema inverso  $\overline{\mathbf{G}}\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$  (Menke, 1984).

Cuando la ecuación  $\overline{\mathbf{Gm}} = \overline{\mathbf{d}}$  no proporciona información suficiente para encontrar alguna de sus soluciones, se dice que el problema es *indeterminado*. Del álgebra lineal elemental sabemos que los problemas *indeterminados* se presentan cuando existen más incógnitas que datos; es decir, cuando M>N. Se puede proponer una o varias soluciones parciales a dicho sistema, las cuales (si existen) tiene

asociados errores considerables. Sin embargo, no existe razón especial para que el error de la predicción deba ser cero para un problema *indeterminado*. En este tipo de problemas los datos sólo determinan algunos de los parámetros del modelo precisamente porque se tienen más parámetros (incógnitas) que datos. A los problemas *indeterminados* que tienen error de predicción distinta de cero los llamaremos *problemas con determinación mixta*, para distinguirlo de los problemas puramente indeterminados con predicción de error igual a cero.

En los *problemas regularmente determinados* existe exactamente la información necesaria para determinar los parámetros del modelo, los cuales presentan sólo una solución con error de predicción igual a cero.

Cuando existe mucha información contenida en la ecuación  $\overline{\mathbf{G}} \,\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$ , decimos que el problema está sobredeterminado. En este caso empleamos mínimos cuadrados para seleccionar "la mejor" solución. Los problemas típicos sobredeterminados tienen más datos que incógnitas (N>M). Aunque es posible tener problemas que estén en algún grado sobredeterminados (N<M), y tener problemas que en algún grado están indeterminados (M>N).

Para tener éxito con el intervalo completo del problema inverso, necesitamos ser capaces de señalar si un problema inverso está *indeterminado* o *sobredeterminado*, o alguna combinación de los dos.

Supongamos que un problema inverso  $\overline{\mathbf{G}}\mathbf{m} = \overline{\mathbf{d}}$  ha sido identificado como *puramente indeterminado*, es decir, existen menos ecuaciones que incógnitas, M>N, y no existen inconsistencias en estas ecuaciones. Es posible encontrar más de una solución para la cual el error de predicción *E* sea cero. Aunque los datos proporcionan información de los parámetros del modelo, no proporcionan la información necesaria para determinar la unicidad de la solución, pues hay una cantidad considerable de soluciones que resuelven el sistema.

Para una solución  $\mathbf{m}_{est}$  del problema inverso, debemos de tener algún método que nos permita escoger uno de tantas soluciones con error de predicción (*E*) cercano a 0. Para encontrar dicha solución es posible agregar alguna información no contenida en la ecuación  $\overline{\mathbf{G}} \,\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$ . Esta información extra es llamada *información a priori*, con la cual se influye en la forma y la calidad de la posible solución.

En el caso del ajuste de una recta que pasa por un solo punto, una información adicional puede ser que la línea recta también pase por el origen. Esta *información a priori* proporciona información suficiente para determinar la unicidad del problema inverso.

Otro ejemplo de *información a priori* es aquel en donde los parámetros del modelo se encuentran dentro de un intervalo. Suponga que los parámetros del modelo representan la densidad en diferentes puntos de la Tierra. Sin hacer ninguna medida, uno puede afirmar con seguridad que la densidad es

positiva en cualquier parte del interior de la Tierra. Además, el interior de la Tierra puede suponerse hecho de rocas cuyas densidades están entre 2,500 y 11,000 kg/m<sup>3</sup> ( $\rho_{Media de la Tierra} = 5,577 \text{ kg/m}^3$ ). Si uno puede usar esta *información a priori* cuando se resuelve el problema inverso, se reduce el intervalo de las posibles soluciones.

#### PROBLEMAS CON DETERMINACIÓN MIXTA.

La mayoría de los problemas inversos que se presentan en la práctica no son, ni completamente sobredeterminados, ni completamente indeterminados. Por ejemplo, en el problema de tomografía con rayos X, en donde varios rayos pasan a través de una o varias cajas cuya opacidad a los rayos X está claramente sobredeterminada. Quizá algunas de las cajas no sean atravesadas por rayo alguno, por lo que estas cajas estarán completamente indeterminadas. O quizá suceda que las cajas no pueden resolverse individualmente porque muchos rayos que pasan a través de una caja también pasan por otras cajas que también están indeterminadas, por lo que sólo puede determinarse su opacidad media. Por lo anterior, necesitamos formar un nuevo conjunto de parámetros que sean una combinación lineal de los parámetros anteriores. En la tomografía, la opacidad promedio  $m_1'=(m_1+m_2)/2$  está completamente sobredeterminada, mientras la diferencia de opacidades está completamente indeterminada,  $m_2'=(m_1-m_2)/2$ , donde  $m_1$  y  $m_2$  son las opacidades determinadas por dos rayos diferentes e independientes. Efectuando esta partición en una ecuación arbitraria de  $\overline{Gm} = \overline{d}$  a  $\overline{G'm'} = \overline{d'}$ , dividiéndose en una parte superior  $m^s$ , sobredeterminada, y una parte inferior  $m^i$ , indeterminada:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}^{\mathbf{s}'} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}^{\mathbf{i}'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}^{\mathbf{s}'} \\ \mathbf{m}^{\mathbf{i}'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{\mathbf{0}'} \\ \mathbf{d}^{\mathbf{i}'} \end{bmatrix}$$

Con esta división podemos determinar los parámetros del modelo sobredeterminado resolviendo las ecuaciones de la parte superior por medio de mínimos cuadrados, después se determinarán los parámetros del modelo indeterminado, minimizando la norma cuadrada ( $L = \mathbf{m}^T \cdot \mathbf{m} = \sum m_i^2$ ) de la longitud de la solución.

Otra alternativa, en lugar de dividir **m**, es determinar una solución que minimiza alguna combinación ( $\Phi$ ) del error de predicción y la longitud de la solución para los parámetros del modelo sin dividir:

$$\phi(m) = E + \varepsilon^2 L = \overline{e}^T \cdot \overline{e} + \varepsilon^2 \overline{\mathbf{m}}^T \cdot \overline{\mathbf{m}}$$

donde el factor de peso  $\varepsilon^2$  determina la importancia relativa dada al error de predicción y a la longitud de la solución. Si  $\varepsilon$  es bastante grande, minimizará bastante la parte indeterminada de la solución. Lamentablemente, también tiende a minimizar la parte sobredeterminada de la solución. No existe un método simple para determinar cual es el mejor valor de  $\varepsilon^2$ , como no sea resolver el problema de la partición, por lo que debe ser determinada por prueba y error. Minimizando  $\Phi(m)$  con respecto a los parámetros del modelo en una manera exactamente similar a la derivación de los mínimos cuadrados, obtenemos:

$$\mathbf{m}_{est} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{G}} \overline{\mathbf{G}}^{\mathrm{T}} + {}^{2} \overline{\mathbf{I}} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \overline{\mathbf{d}}$$

Este método es llamado método de mínimos cuadrados amortiguados.

También es posible utilizar el *método de mínimos cuadrados amortiguados pesados* para minimizar el error de la predicción lo mejor posible, la solución está dada por (Menke, 1984):

$$\mathbf{m}_{est} = \langle \mathbf{m} \rangle + \left[ \mathbf{\overline{G}} \mathbf{W}_{e} \mathbf{\overline{G}}^{T} + {}^{2} \mathbf{W}_{m} \right]^{-1} \mathbf{G}^{T} \mathbf{W}_{e} \left[ \mathbf{\overline{d}} - \mathbf{\overline{G}} \langle \mathbf{\overline{m}} \rangle \right]$$

donde

 $\langle \mathbf{\overline{m}} \rangle$  Vector con los valores a priori de los parámetros del modelo.

 $\overline{\mathbf{W}}_{\mathbf{m}}$  Matriz, factor de peso para el cálculo de la longitud del vector  $\mathbf{m}$ .

 $\overline{\mathbf{W}}_{\mathbf{e}}$  Matriz, define la contribución relativa de cada uno de los errores individuales en el error total de la predicción.

#### a) Matriz de resolución de datos.

Supongamos que hemos encontrado una inversa generalizada  $\overline{\mathbf{G}}^{-g}$  que en algún sentido resuelve el problema inverso  $\overline{\mathbf{G}} \,\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$ , con la cual se puede estimar los parámetros del modelo,  $\mathbf{m}_{est} = \overline{\mathbf{G}}^{-g} \overline{\mathbf{d}}$ . Si introducimos los parámetros estimados en la ecuación  $\overline{\mathbf{G}} \,\overline{\mathbf{m}} = \overline{\mathbf{d}}$ , obtenemos:

$$\mathbf{d}_{\text{pre}} = \overline{\mathbf{G}}\mathbf{m}_{\text{est}} = \overline{\mathbf{G}}\left[\overline{\mathbf{G}}^{-g}\mathbf{d}_{\text{obs}}\right] = \left[\overline{\mathbf{G}}\overline{\mathbf{G}}^{-g}\mathbf{d}_{\text{obs}}\right] = \overline{\mathbf{N}}\mathbf{d}_{\text{obs}}$$

donde <u>obs</u> y <u>pre</u> significan datos observados y datos calculados, respectivamente. La matriz cuadrada (N×N)  $\overline{\mathbf{N}} = \overline{\mathbf{G}}\overline{\mathbf{G}}^{-g}$  es llamada matriz de resolución de los datos, la cual describe que tan bien se ajustan los datos sintéticos (datos calculados a partir del modelo estimado) a los datos observados, es decir, nos "dice" como están relacionados los datos calculados con los datos observados por medio del modelo. Si los elementos del vector de datos tienen un "orden natural", entonces la matriz de resolución de datos tiene una interpretación simple. Por ejemplo, si  $\overline{\mathbf{N}} = \overline{\mathbf{I}}$  entonces  $\mathbf{d}_{pre} = \mathbf{d}_{obs}$ , por lo que los errores en los datos predichos son cero. Si  $\overline{\mathbf{N}}$  no es la matriz identidad, pero cercana a ella (en el sentido de que sus

elementos más grandes están cerca de la diagonal principal), entonces sólo los datos cercanos a la diagonal pueden predecirse, mientras los datos individuales alejados de la diagonal no pueden predecirse.

#### b) Matriz de la resolución de resultados.

La matriz de resolución de datos señala si un dato puede predecirse independientemente de los demás. Para los parámetros del modelo sucede lo mismo. Supongamos que desconocemos los parámetros  $\mathbf{m}_{true}$  que resuelven la ecuación  $\overline{\mathbf{G}}\mathbf{m}_{true} = \mathbf{d}_{obs}$ . Entonces nos preguntamos que tan cerca están los valores de una solución particular de datos  $\mathbf{m}_{est}$ , de esta solución  $\mathbf{m}_{true}$ . Introduciendo la expresión de los datos observados  $\overline{\mathbf{G}}\mathbf{m}_{true} = \mathbf{d}_{obs}$  en la expresión del modelo estimado  $\mathbf{m}_{est} = \overline{\mathbf{G}}^{-g}\mathbf{d}_{obs}$ , tenemos:

$$\mathbf{m}_{\rm est} = \overline{\mathbf{G}}^{-g} \mathbf{d}_{\rm obs} = \overline{\mathbf{G}}^{-g} [\overline{\mathbf{G}} \mathbf{m}_{\rm true}] = [\overline{\mathbf{G}}^{-g} \overline{\mathbf{G}}] \mathbf{m}_{\rm true} = \overline{\mathbf{R}} \mathbf{m}_{\rm true}$$

donde  $\overline{\mathbf{R}}$  es la matriz de resolución de los parámetros calculados del modelo de M×M. Si  $\overline{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{I}}$  cada parámetro del modelo está unívocamente determinado. Si  $\overline{\mathbf{R}}$  no es la matriz identidad, las estimaciones de los parámetros son promedios pesados de  $\mathbf{m}_{true}$ .

Lo que podemos concluir de los dos incisos anteriores es que la matriz de resolución queda determinada por la matriz generalizada y su inversa, y nos permite saber cual es el coeficiente de correlación entre los parámetros reales del modelo ( $\mathbf{m}_{true}$ ) y los datos observados ( $\mathbf{d}_{obs}$ ) con los parámetros estimados del modelo ( $\mathbf{m}_{est}$ ) y los datos calculados ( $\mathbf{d}_{pre}$ ). En la práctica, existen varios factores que impiden obtener valores de la matriz de resolución que muestren que los resultados obtenidos son confiables, los más importantes en tomografía son: 1) Pocas estaciones sísmicas que registren los arribos de las diferentes fases involucradas en la tomografía. 2) Mala distribución de las estaciones sísmicas, y 3) Mala distribución hipocentral de los sismos empleados en el estudio, principalmente en estudios regionales y locales.

#### c) Matriz unitaria de covarianza.

Casi siempre los datos con los que se efectúan las inversiones contienen ruido que causa errores en los resultados (parámetros del modelo). Si suponemos que estos datos tienen una distribución de probabilidad caracterizada por la matriz de covarianza **cov d** (matriz de covarianza de los datos, definida por el producto de las desviaciones estándar de cada uno de los parámetros de estos datos), y que los parámetros estimados del modelo tienen errores caracterizados por la matriz de covarianza **cov m** (matriz de covarianza del modelo obtenido, definida por el producto de las desviaciones estándar de los parámetros de las desviaciones estándar de los parámetros de las desviaciones estándar de los parámetros del modelo obtenido, definida por el producto de las desviaciones estándar de los parámetros del modelo obtenido, definida por el producto de las desviaciones estándar de los parámetros del modelo obtenido).

La covarianza de los parámetros del modelo depende de la covarianza de los datos, de tal manera que los errores son mapeados de los datos a los parámetros. Este mapeo es una función del Kernel de los datos y de la inversa generalizada, y no de los datos *per se*. La relación entre unos y otros se define por una matriz unitaria de covarianza que señala el grado de amplificación de errores durante el mapeo. Si suponemos que los datos no tienen ninguna correlación y todos tienen la misma varianza  $\sigma^2$ , entonces la *matriz unitaria de covarianza* asociada a los parámetros del modelo resultante está dada por:

$$\operatorname{cov}_{u} \mathbf{m} = \sigma^{2} \overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{g}} [\operatorname{cov} \mathbf{d}] \overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{gT}} = \overline{\mathbf{G}}^{-g} \overline{\mathbf{G}}^{-gT}$$

Incluso, si los datos están correlacionados, se puede encontrar alguna normalización de la *matriz unitaria de covarianza de los datos* [ $cov_u$  d], y relacionarla con la *matriz unitaria de covarianza del modelo*:

$$\left[\operatorname{cov}_{u}\mathbf{m}\right] = \overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{g}}\left[\operatorname{cov}_{u}\mathbf{d}\right]\mathbf{G}^{\mathbf{gT}}$$

Esta matriz de covarianza es independiente de los valores y de la varianza de los datos, y es una herramienta útil en el diseño experimental en el cual se pretenda aplicar alguna técnica de inversión. Por ejemplo, consideremos, otra vez, el ajuste de una línea recta a un conjunto de pares de datos (z, d). La matriz unitaria de covarianza de la ordenada al origen  $(m_1)$  y la pendiente  $(m_2)$  está dada por:

$$\begin{bmatrix} \operatorname{cov}_{u} \mathbf{m} \end{bmatrix} = \frac{1}{\left( N \sum z_{i}^{2} - \left( \sum z_{i} \right)^{2} \right)} \begin{bmatrix} N & -\sum z_{i} \\ -\sum z_{i} & \sum z_{i}^{2} \end{bmatrix}$$

En la ecuación anterior se puede establecer que las ordenadas al origen y las pendientes estimadas están correlacionadas sólo cuando los datos están centrados alrededor de *z*=0. El tamaño de la varianza está controlado por el valor del denominador de la fracción  $(N\sum_{z_i}^2 - (\sum_{z_i})^2)$ . Si todos los valores de *z* son casi iguales, el denominador de la fracción es pequeño y la varianza de la ordenada y la pendiente es grande (Figura 1a). Por otro lado, si los valores de *z* tienen una dispersión muy grande, el valor del denominador de la fracción ( $N\sum_{z_i}^2 - (\sum_{z_i})^2$ ) es grande y la varianza es pequeña (Figura 1b).



Figura 1. Método de mínimos cuadrados aplicado a un conjunto de datos no correlacionados y con una varianza pequeña, para ajustar una línea recta. Las **barras verticales** son una medida del error en estos datos. (a) Si los datos no están muy separados en *z*, la varianza en la pendiente y la ordenada es muy grande, como lo muestran las dos rectas ajustadas. (b) Si los datos están muy separados en z, aunque la varianza en los datos es la misma que en (a), la varianza de la pendiente y la ordenada es mucho más pequeña (Menke, 1984).

#### **RELACIÓN ENTRE RESOLUCIÓN Y VARIANZA.**

Supongamos que intentamos determinar un conjunto de parámetros del modelo que representan una versión discretizada de una función continua, por ejemplo, la opacidad de los rayos X en tomografía médica. Si se discretiza la región estudio con una malla extremadamente fina, los rayos X no harán un muestreo de todas las cajas, por lo cual el problema se indeterminará. Si tratamos de determinar la opacidad en cada una de las cajas que componen la malla, las estimaciones de la opacidad serán de varianza grande. Si pocas cajas son atravesadas por muchos rayos, el promedio de estas cajas producirá errores pequeños. Las cajas muy pequeñas, detectarán características muy débiles, pero tendrán resoluciones muy buenas. Los valores en la varianza grandes pueden ser reducidos si se incrementa el tamaño de las cajas. Como cada región es atravesada por muchos rayos, el error es muy pequeño. Para regiones muy grandes, los detalles no pueden ser detectados y la resolución de la opacidad de los rayos X será muy pobre.

El ejemplo anterior muestra una interrelación entre la resolución del modelo y el tamaño de la varianza (o covarianza, según el caso) de los parámetros de los resultados. Como la resolución mejora cuando las matrices de resolución son iguales a la matriz identidad, una posible medida de resolución se basa en el tamaño o *dispersión* de los elementos fuera de la diagonal.

disp
$$(\mathbf{N}) = \|\mathbf{N} - \mathbf{I}\|_2^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [N_{ij} - I_{ij}]^2$$
 disp $(\mathbf{R}) = \|\mathbf{R} - \mathbf{I}\|_2^2 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M [R_{ij} - I_{ij}]^2$ 

Estas medidas de dispersión de la resolución se basan en la norma L<sub>2</sub> ( $L_2 = \sqrt[2]{(x^2 + y^2 + z^2)}$ , para el caso de un vector en un espacio de **R**<sup>3</sup>) de la diferencia entre la matriz de resolución y la matriz identidad, y se conocen como funciones de dispersión de Dirichlet.

La unidad de desviación estándar de los parámetros del modelo es una medida de que tanto se amplifica el error al mapear los datos a los parámetros del modelo. Esta cantidad puede usarse para estimar el tamaño de la matriz de covarianza unitaria, como:

$$\operatorname{tam}([\operatorname{cov}_{\mathrm{u}}\mathbf{m}]) = \left\| [\operatorname{var}_{\mathrm{u}}\mathbf{m}]^{\frac{1}{2}} \right\|^{\frac{2}{2}}$$

donde la raíz cuadrada se obtiene componente a componente. Nótese que en la medida del tamaño de la covarianza no se toman en cuenta los elementos fuera de la diagonal en la matriz de covarianza unitaria.

Si se busca la inversa generalizada,  $\overline{\mathbf{G}}^{-g}$ , es deseable que se minimice la suma de las funciones de Dirichlet de la resolución con el tamaño de la matriz de covarianza unitaria

$$\alpha_1 \operatorname{disp}(\overline{\mathbf{N}}) + \alpha_2 \operatorname{disp}(\overline{\mathbf{R}}) + \alpha_3 \operatorname{tam}([\operatorname{cov}_{\mathrm{u}}\mathbf{m}])$$

donde las alfas son factores de peso arbitrarios. Haciendo álgebra matricial en la ecuación anterior, es posible obtener la siguiente ecuación en función de la inversa generalizada

$$\alpha_1 \left[ \overline{\mathbf{G}}^T \overline{\mathbf{G}} \right] \overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{g}} + \overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{g}} \left[ \alpha_2 \overline{\mathbf{G}} \overline{\mathbf{G}}^T + \alpha_3 \left[ \operatorname{cov}_{u} \mathbf{d} \right] \right] = \left[ \alpha_1 + \alpha_2 \right] \overline{\mathbf{G}}^T$$

Esta ecuación no tiene una solución explícita para  $\overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{g}}$  en términos de una función algebraica de varias matrices. Sin embargo, pueden escribirse soluciones explícitas a partir de valores particulares de los factores de peso. La solución en mínimos cuadrados se obtiene sí  $\alpha_1=1$  y  $\alpha_2=\alpha_3=0$ . La solución de longitud mínima se consigue cuando  $\alpha_1=0$ ,  $\alpha_2=1$  y  $\alpha_3=0$ . Si  $\alpha_1=1$ ,  $\alpha_2=0$  y  $\alpha_3$  es igual a una constante ( $\varepsilon^2$ ) y [cov<sub>u</sub>d] =  $\mathbf{I}$ , entonces la inversa generalizada esta dada por:

$$\overline{\mathbf{G}}^{-\mathbf{g}} = \left[\overline{\mathbf{G}}^T \overline{\mathbf{G}} + \varepsilon^2 \overline{\mathbf{I}}\right]^{-1} \overline{\mathbf{G}}^T$$

Esta fórmula es precisamente la inversa del método de mínimos cuadrados amortiguados, derivada con anterioridad. A partir de esta ecuación es posible interpretar la inversa del método de mínimos cuadrados amortiguados como la inversa que minimiza una combinación pesada de la resolución de datos y el tamaño de la covarianza.

$$(1-\alpha) \operatorname{tam}([\operatorname{cov}_{u}\mathbf{m}]) = \alpha \operatorname{disp}(\mathbf{R})$$

Si  $\alpha$  está cerca de 1, entonces la matriz de resolución del modelo de la inversa generalizada tendrá una dispersión pequeña, pero los parámetros del modelo tendrán una varianza grande. Si  $\alpha$  tiende a cero, los parámetros del modelo tendrán una varianza pequeña relativamente, pero la dispersión de la resolución del modelo será muy grande. Variando  $\alpha$  dentro del intervalo [0,1], se puede definir una curva de relación entre la dispersión de la resolución de los parámetros del modelo y el tamaño de la covarianza. Este tipo de curvas son útiles para escoger la inversa generalizada que relacione adecuadamente la resolución del modelo y la varianza de los parámetros resultantes, considerando criterios adecuados al problema de que se trata.

La resolución y varianza, y en realidad la solución por sí misma, son dependientes de la parametrización que se utiliza, siendo difícil hacer alguna afirmación definitiva en cuanto a las propiedades de la curva. Sin embargo, si la discretización es suficientemente fina, la curva de interrelación discreta es cercana a la que uno obtiene con el uso de la teoría inversa continua. Y entonces, la discretización siempre debe hacerse tan fina como los recursos de computo y los datos lo permitan.

#### II. TOMOGRAFÍA SÍSMICA.

Dentro de las técnicas de inversión, existen las técnicas de inversión tomográfica aplicadas en técnicas médicas y geofísicas. Estas técnicas consisten en determinar las propiedades del medio que atraviesan los rayos generados por alguna fuente (emisores de rayos X, ondas electromagnéticas o focos sísmicos), los cuales son registrados por detectores colocados en el extremo opuesto de los emisores.

El término tomografía proviene del griego *tomos=sección* y *graphos=descripción*, por lo que tomografía significa descripción por secciones de un volumen de masa cualquiera. La tomografía también puede ser considerada como la reconstrucción de las propiedades internas de un objeto a partir de un conjunto de rayos u ondas, con una cobertura angular completa. Sin embargo, hoy este término se usa de forma más general como aquel procedimiento matemático que se utiliza para reconstruir las propiedades internas de un objeto, por medio de los datos provenientes de las ondas que han atravesado dicho objeto.

La tomografía sísmica usa datos de refracción y datos de reflexión de gran ángulo, que involucran fuentes dispersas en el interior de la Tierra y receptores localizados en la superficie del planeta. Los datos sísmicos pueden ser de varios tipos: formas de onda, tiempo de viaje o amplitudes de una o varias fases. Si se habla de la tomografía de refracción, ésta depende implícitamente de las heterogeneidades del medio, las cuales transforman o convierten la energía de las ondas sísmicas antes de llegar a los receptores, en ondas que "transportan" la información del medio que atraviesan.

En medicina, la tomografía ha tenido mucho éxito porque ha permitido detectar anomalías en los órganos internos de cuerpo humano, sin la necesidad de que los médicos hagan incisiones que destruyen infinidad de tejidos, y que muchas veces perjudican más al paciente. El éxito de la tomografía en la medicina se debe a que se tiene un control estricto en los emisores y receptores, tanto en su funcionamiento como en su distribución.

En la sismología, desde finales de la década de los 60's, se han venido aplicando las técnicas de la tomografía médica a datos de la Red Sísmica Mundial. Estas aplicaciones permitieron determinar el primer modelo de velocidades y las interfaces más importantes del interior de la Tierra. En la década de los 70's, Aki et al. (1976, 1977 y 1980) propusieron una técnica de tomografía sísmica aplicada a datos sísmicos locales y regionales. Algunos de los colaboradores de Aki (Roecker, 1981 y 1982, y Thurber, 1983) adaptaron y perfeccionaron ésta técnica, y la aplicaron a datos sísmicos de diferentes regiones del mundo. Posteriormente se desarrolló una técnica variante de la retroproyección, por Zhao et al. (1992), basada en el trazado de rayos *pseudobending* de Um y Thurber (1987).

Se pueden usar muchas distribuciones geométricas en los experimentos de tomografía, y tres tipos de fuente (Figura 2): a) Ondas sísmicas de fuentes distantes, b) Ondas sísmicas de fuentes cercanas predeterminadas (explosiones) con cobertura angular limitada, y c) Ondas refractadas y reflejadas de gran ángulo con amplia cobertura de rayos; ésta última distribución puede utilizar múltiples fuentes sísmicas naturales o artificiales, lo que puede producir un incremento en las resoluciones de la estructura de velocidades. Sin embargo, para poder identificar y correlacionar datos de refracción y reflexión de gran ángulo es necesario contar con una red sísmica muy densa, del orden de  $0.1\lambda$  ( $\lambda$  es la longitud de onda sísmica), especialmente si se realizan estudios en zonas cercanas a la fuente (Iyer y Hirahara, 1993).



Figura 2. Diagrama esquemático de diferentes geometrías experimentales para realizar estudios de tomografía sísmica. a) Ondas de fuentes distantes, registradas por sismómetros en la superficie. b) Ondas provenientes de fuentes cercanas, reflejadas y registradas por sismómetros en la superficie. c) Ondas refractadas y reflejadas de gran ángulo con amplia cobertura angular en el interior de la Tierra (i es el ángulo con que inciden los rayos en la interfase) (lyer y Hirahara, 1993).

A continuación se presentan las características más sobresalientes de cada una de las técnicas de inversión tomográfica mencionadas.

#### AJUSTE CON LA TÉCNICA DE MÍNIMOS CUADRADOS AMORTIGUADOS.

La técnica utilizada para calcular los valores teóricos de los tiempos de llegadas de las fases P y S es la técnica del "trazado de rayos" desde la fuente (hipocentro) a cada una de las estaciones. Este método evalúa la trayectoria de tiempo mínimo de los rayos sísmicos a través de cada uno de los bloques en que se divide el interior de la Tierra, utilizando el Principio de Fermat. Los bloques quedan definidos por una malla o partición, que puede ser de capas planas, cubos, bandas o megabloques de cualquier forma, definidos en un sistema cartesiano de coordenadas. Los programas de inversión de estructura fueron elaborados Roecker (1981).

La ecuación que calcula los tiempos de llegadas de onda P, utiliza la expansión en series de Taylor, tomando sólo la aproximación de primer orden (Aki y Lee, 1976), y se puede definir como:

$$\mathbf{T}_{0} - \mathbf{T}(\mathbf{x}_{0}) = \nabla \mathbf{T}(\mathbf{x}) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{0}) + \mathbf{e}$$

donde  $\mathbf{T}_{\mathbf{0}}$  (la matriz de los tiempos observados de llegada de P y S) contiene los **m** tiempos de llegada observados, **T** (la matriz de los tiempos de llegada teóricos de P y S) ajusta **n** parámetros discretos contenidos en el vector **x** (parámetros del modelo) con el vector **x**<sub>0</sub> (conjunto de valores prueba de los parámetros del modelo). En forma matricial tenemos:

# $\mathbf{d} = \mathbf{A}\mathbf{m} + \mathbf{e}$

Donde **d** es el vector de diferencias de los tiempos de viaje observados y calculados; la matriz **m** contiene los residuales de los parámetros del modelo,  $\mathbf{m}=(\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}_0)$ , y representa una corrección que se determina por la minimización de la matriz de error de los parámetros del modelo,  $E = \overline{e}^T \cdot \overline{e}$ . El vector **e** representa el error gaussiano en la determinación de los parámetros estimados del modelo. **A** es una matriz de m×n de derivadas parciales que relaciona los tiempos de llegada de P y S con los parámetros del modelo.

La solución inversa generalizada a esta ecuación es (Aki y Richards, 1980):

$$\hat{\mathbf{m}} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\right)^{-\mathrm{g}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{d}$$

donde  $\hat{m}$  es la aproximación por *mínimos cuadrados* a **m**. Utilizando *mínimos cuadrados amortiguados*, caso especial de inversión estocástica amortiguada, tenemos:

# $\hat{\mathbf{m}} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} + \theta^{2}\mathbf{I}\right)^{\cdot 1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{m}$

donde  $\theta^2$  es la razón de la varianza de los datos ( $\sigma^2$ ) y la varianza del modelo ( $\sigma_m^2$ ), similar a  $\epsilon^2$ , mencionada en la primera parte de este capítulo. I es la matriz identidad.

La estimación convencional de confiabilidad de los datos se hace usando la matriz de resolución  $\mathbf{R}$ , y la matriz de covarianza  $\mathbf{C}$ . La matriz de resolución expresa la relación entre la solución por mínimos cuadrados y la solución por mínimos cuadrados amortiguados:

$$\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{R}\mathbf{m} = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} + \theta^{2}\mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\mathbf{m}$$

Si  $\mathbf{R}=\mathbf{I}$ , entonces  $\hat{\mathbf{m}}=\mathbf{m}$  y la solución es única. Por otro lado, si la diagonal de  $\mathbf{R}$  es cero, no existe solución del sistema de ecuaciones planteado. En la mayoría de los casos, las soluciones caen dentro de estos dos extremos.

La matriz de covarianza estima el error estándar de la solución:

$$\mathbf{C} = \left\langle \Delta \mathbf{m} \cdot \Delta \mathbf{m}^{\mathrm{T}} \right\rangle + \sigma^{2} \left( \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} + \theta^{2} \right)^{-1} \mathbf{R}$$

Para esta expresión suponemos que todos los datos tienen la misma varianza ( $\sigma^2$ ) y que la relación entre los parámetros del modelo y los datos es lineal. La desviación estándar de cualquier parámetro es la raíz cuadrada de la diagonal de C.

Las inversiones se resuelven simultáneamente perturbando los parámetros iniciales del hipocentro, las velocidades de los bloques usados en la parametrización de la zona de estudio y las correcciones de las estaciones. Suponemos que las soluciones de las velocidades y de los hipocentros no están acopladas, y por tanto se efectúan por separado. Primero, se determina la solución de los hipocentros y después se efectúa una clasificación de estos hipocentros para después eliminar aquellos que rebasan los criterios preestablecidos. Posteriormente, se minimizan las diferencias entre los valores de los datos observados y los datos calculados. Matemáticamente hablando, este procedimiento no es una inversión sino un ajuste de la matriz de los datos calculados a la matriz de los datos observados, utilizando la técnica de descomposición en valores singulares (Aki y Lee, 1976; Aki y Richards, 1980; Menke, 1984; Press et al., 1986).

Un ejemplo de aplicación del método de mínimos cuadrados amortiguados a datos de sismicidad local, es el estudio que se hizo en la Costa Grande de Guerrero (Figura 3), donde se obtuvo la estructura bidimensional de velocidades sísmicas (P y S) para esta zona.





Figura 3. Perfil que muestra la estructura de velocidades sísmicas (P) de la Costa Grande de Guerrero, el cual se obtuvo aplicando el método de mínimos cuadrados amortiguados a sismicidad local (puntos blancos) (Domínguez, 1994).

#### MÉTODO DE RETROPROYECCIÓN.

Las bases teóricas de la tomografía pueden ser atribuidas a Johann Radon (1917), quien formuló una transformación biunívoca, directa o indirecta, llamada teorema de la rebanada central (*the central slice theorem*), que ahora lleva su nombre. Este teorema establece la posibilidad de reconstruir una imagen en 2D usando integrales de línea en 1D, por lo cual una imagen en 3D puede reconstruirse sumando rebanadas del objeto en 2D. El teorema de Radon se relaciona frecuentemente con la proyección de un campo escalar en 2D; por ejemplo, la proyección de un campo de lentitudes (vectorial) sobre un conjunto de rayos paralelos para producir retardos en los tiempos de viaje asociados a sus trayectorias.

Fue en la medicina donde primero se aplicó con éxito esta transformación y se acuño la frase *TOMOGRAFÍA DE ALTA RESOLUCIÓN*, como la descripción de una sección a detalle, la cual consiste en la discretización del espacio estudiado con células o regiones muy pequeñas. La clave del éxito de este algoritmo de inversión está en el empleo del método de retroproyección, en el cual cada rayo se traza individualmente y la señal asociada a él es distribuida a lo largo de la trayectoria. El algoritmo de retroproyección depende de la cantidad de rayos y de la superposición de aquellos rayos asociados con la imagen reconstruida. Cuando hablamos de retroproyección simple, la imagen resultante es algo borrosa. Sin embargo, la tomografía de retroproyección tiene la capacidad de formar una imagen nítida del objeto estudiado, lo cual es muy atractivo para la sismología. Para poder aplicarla es necesario manejar una gran cantidad de rayos sísmicos con una buena distribución dentro de la región de estudio.

En 1963 Allen Cormack propuso un método para resolver el problema que se tenía con imágenes de rayos X (Cormack, 1963), este trabajo permitió a Cormack ganar el Premio Nobel de Medicina y Fisiología de 1979. La idea que se plantea en el artículo es muy simple, tenemos una fuente de rayos X y un objeto del cual queremos su "imagen", o queremos "ver" su interior. El objeto se debe caracterizar por una función g(s), donde *s* es una porción de la trayectoria de uno de los rayos X. Esta función depende de la posición del objeto. Debemos suponer que la intensidad de los rayos X en la fuente es  $I_o$ , y la intensidad de los rayos en el receptor es I. La pregunta es, ¿si conocemos  $I_o$  e I, podemos determinar g(s)?. La respuesta es sí, por medio de la ecuación:

$$I = I_o e^{-\int_{\mathsf{L}}^{\mathsf{g}(s)ds}}$$

donde *ds* es un elemento pequeño a lo largo de la trayectoria de rayo L, sobre la cual se hace la integración. La atenuación de la amplitud de los rayos X se expresa por un término exponencial, el cual se obtiene a partir de la ecuación anterior:

$$\ln(I_o/I) = \int_{L} g(s) ds$$

Podemos definir  $\ln(\mathbf{I_0/I})=f_L$ , como una función de proyección, ya que con ella se puede medir la intensidad de los rayos X en la fuente y también en el receptor. Entonces

$$f_{L} = \int_{L} g(s) ds$$

¿Es posible determinar la integral de g(s) si contamos con muchos datos de  $I_o$  e I?; si, con el método de Radon, que nos permite resolver este problema en 2D, para después reconstruir la función en 3D a partir de la solución en 2D. En otras palabras, si conocemos "rebanadas" en 2D entonces podemos reconstruir una imagen en 3D. Este fue el mérito de Cormack, encontrar una aplicación práctica al Teorema de Radon, aunque la parte matemática fue planteada por Radon en 1917.

En 1971, un ingeniero británico, Geoffrey Hounsfield, obtuvo un método de tomografía que usa la combinación de un analizador de rayos X y una computadora (Hounsfield, 1973). Este fue el origen de la "tomografía computarizada", la cual ha sido una herramienta importante en los hospitales. La resolución que se tiene ahora para este tipo de tomografía es de 1 mm, muy adecuado para usos médicos. También a Hounsfield, junto con Cormack, se le otorgó el Premio Nobel en 1979.

#### a) Teorema de las Rebanadas (The Central Slice Theorem).

Ya se mencionó que es posible caracterizar un objeto interpuesto en la trayectoria de un rayo por una función *g* con una variable independiente *s* (o **r**), que determina la posición del objeto y especifica un segmento de la trayectoria de rayo. Si tenemos un objeto inmerso en un sistema coordenado de referencia en 2D, el cual se puede rotar para facilitar el planteamiento matemático del problema (Figura 4), los rayos sísmicos incidentes son paralelos al eje *y*', para lo cual se tuvo que rotar el sistema de referencia *xy* un ángulo  $\phi$ . A cualquier punto dentro del objeto se le puede asignar un vector de posición  $\mathbf{r} = (\mathbf{x}, \mathbf{y})^t$ , por lo que se puede caracterizar al objeto con  $g(\mathbf{r})$ .

Si se envía un haz paralelo de rayos sísmicos para incidir en el objeto con una intensidad  $I_0$ , y podemos grabar las intensidades de estos rayos después de haber pasado por el objeto, utilizando un arreglo de estaciones sismológicas, y después se grafican los valores de ( $I/I_0$ ) como función de la posición a lo largo del eje *x*', es posible obtener una función de proyección:

$$f_{\phi}(x') = -ln(I/I_{o}) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\mathbf{r}) dy' \quad (\mathbf{A})$$



Figura 4. Diagrama esquemático de la imagen de un objeto usando rayos sísmicos.

Si aplicamos la Transformada de Fourier en 1D a esta función, obtenemos:

$$F_{1}\left[f_{\phi}(x')\right] = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\phi}(x')e^{i2\pi\xi'x'}dx' \qquad (\mathbf{B})$$

Sustituimos (A) en (B) y reacomodamos los términos, para obtener:

$$F_{1}\left[f_{\phi}(x')\right] = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' g(\mathbf{r}) e^{i2\pi\xi'x'}$$
$$= \left[\int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} dy' g(\mathbf{r}) e^{i2\pi(\xi'x'+\eta'y')}\right]_{\eta'=0}$$

La segunda expresión de la ecuación anterior es simplemente la transformada de Fourier en 2D,  $F_2=[g(\mathbf{r})]$ , evaluada a lo largo de la línea  $\eta'=0$  sobre el plano onda-vector en 2D. Como se cambio el ángulo de proyección  $\phi$ , también se roto la línea  $\eta'=0$  para que la variables del número de onda ( $\xi'$ ,  $\eta'$ ) sean siempre conjugadas a las variables espaciales (x', y'). Para determinar  $F_2=[g(\mathbf{r})]$ , es suficiente con un conjunto de proyección, con una cobertura de un rango de 180° para  $\phi$ , lo que posibilita efectuar una inversión para obtener  $g(\mathbf{r})$  en todos los puntos ( $\mathbf{r}$ ).

Las aplicaciones que ha tenido este teorema han sido muy importantes para la ciencia, principalmente para la Astronomía y la Geofísica, donde es imposible obtener mediciones directas de los materiales que componen los cuerpos celestes, y en especial el interior de la Tierra.

La Tabla 1 muestra las diferencias que existen entre la tomografía médica y la tomografía sísmica en términos del teorema de las rebanadas. Aunque las ecuaciones son similares, las cantidades físicas que se determinan son diferentes: En radiología se estudian los coeficientes de absorción a lo largo de varias líneas. En sismología, comúnmente tenemos tiempos de viaje de las ondas sísmicas como función de las lentitudes a lo largo de las trayectorias de los rayos. En radiología las trayectorias de rayo son líneas rectas, mientras en sismología generalmente las trayectorias de rayo son curvas. En el caso médico, la localización y la intensidad de la fuente son conocidas de antemano, mientras en sismología, usualmente no se conocen muy bien las propiedades de la fuente, en ambos casos la localización de los detectores es bien conocida. Sin embargo, en sismología, el número de detectores es limitado. Además, en muchos casos médicos, se puede verificar lo que se ve en la imagen tomográfica con la autopsia u otro tipo de estudios (resonancia magnética o ultrasonido). En sismología, muy pocas veces se pueden verificar los resultados de la tomografía, principalmente porque perforar pozos con profundidades cercanas a 10 Km es muy caro, y no existe la tecnología para hacerlo a profundidades mayores a 20 Km.

COMPARACIÓN DE LAS TOMOGRAFÍAS MÉDICA Y SISMOLÓGICA				
	TOMOGRAFÍA MÉDICA	TOMOGRAFÍA SÍSMICA		
Ecuación	$f_{\rm L} = \int_{\rm L} g(s) ds$	$T = \int_{\Gamma} u(s) ds$		
	donde <i>s</i> es un elemento a lo largo de L	donde <i>s</i> es un elemento a lo largo de Γ		
Incógnitas	g(s) es el coeficiente de absorción	u(s) es la lentitud=1/velocidad		
Trayectoria de rayo	L es una línea recta	Γ usualmente no es una línea recta		
Fuente	Localización conocida	Usualmente desconocida e incontrolable		

TABLA NO.1

Detectores	Muchos y controlables	Pocos y no localizados
		óptimamente

Un problema común en la sismología es la determinación de la estructura de velocidades de una región atravesada por un conjunto de rayos sísmicos. Una primera aproximación en la solución de este problema es la formulación del problema inverso dividiendo la región en un conjunto de bloques, se supone una estructura inicial de velocidades y se invierten los tiempos de viaje esperados para obtener una perturbación de lentitudes en cada bloque. En la práctica, la estructura inicial de velocidades sólo se utiliza como una guía en la trayectoria de los rayos sísmicos con el fin de producir una solución aproximada, pero no única, en la que la distribución de las lentitudes no depende de sí misma.

El problema directo discreto en tomografía puede escribirse como:

$$t_{r} = \sum_{b} l_{rb} s_{b}$$

donde  $t_r$  es el tiempo de retardo asociado con el *r*-ésimo rayo,  $s_b$  es la perturbación de la lentitud del *b*ésimo bloque, y  $l_{rb}$  es la longitud del segmento del *r*-ésimo rayo en el *b*-ésimo bloque. En notación matricial podemos escribir **t=Ls**, donde **L** es una matriz de N×M, N es el número de tiempos de viaje y M es el número de bloques del modelo. Como algunos bloques no son atravesados por ningún rayo, la mayoría de los elementos de **L** son cero. Si utilizamos mínimos cuadrados (Aki et al., 1977), la solución del problema es **L**<sup>T</sup>**Ls=L**<sup>T</sup>t.

Como del producto  $\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}$  resulta una matriz demasiado grande; su construcción, almacenamiento e inversión pueden ser bastante difíciles y tediosos. El problema se puede evitar si utilizamos el método de retroproyección. En la aproximación más sencilla de este método de inversión podemos usar sólo la diagonal de la matriz  $\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}$  para calcular mucho más rápido y de una manera fácil las lentitudes del *b*-ésimo bloque, como:

$$s_{b} = \sum_{r} t_{r} l_{rb} / \sum_{r} l_{rb}^{2} , \text{ en general } \mathbf{s} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \mathbf{t}$$
(I)

donde **D**=diag(**L**<sup>T</sup>**L**) y **D**<sup>T</sup>**L**<sup>T</sup> es el operador de la retroproyección. Cada rayo es retroproyectado desde cada receptor, es decir, se supone que el origen del rayo esta en los receptores con dirección al foco, tomando en cuenta el tiempo de retardo y la longitud de la trayectoria en el *b*-ésimo bloque para cada uno de los rayos, podemos formar las sumatorias  $\sum t_r l_{rb}$  y  $\sum l_{rb}^2$ , haciendo el cociente de ambas podemos calcular la lentitud del *b*-ésimo bloque, y en general, para todos los bloques que son atravesados por uno o más rayos sísmicos. Este simple esquemático es llamado reconstrucción básica con retroproyección, es rápido y requiere de pocos recursos en cómputo. Sin embargo, el modelo resultante es muy burdo, poco claro, especialmente a lo largo de las trayectorias de los rayos. Para corregir este problema se han desarrollado dos algoritmos: Iteración y filtrado (Natterer, 1986), que toman en cuenta todas las componentes de la matriz  $\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}$  y no sólo la diagonal. En principio, el filtrado es una deconvolución hecha en el espacio del número de onda ( $K_r$ ).

La iteración es un algoritmo para resolver el problema de la precisión, o claridad, en nuestra inversión, en la cual se iteran los residuales de los tiempos de viaje (el residual es la diferencia entre el retardo actual y el retardo calculado para cada rayo con respecto al modelo calculado).

#### b) Rayos Pesados.

En sismología, la distribución de los rayos no es adecuada, por lo que es conveniente asignar pesos a los rayos que atraviesan la región de estudio, de acuerdo a su distribución y densidad. Cuando se tiene una distribución ideal de rayos, la reconstrucción de un bloque anómalo es inversamente proporcional a la distancia con respecto a la anomalía en el dominio de las lentitudes. En la realidad, la distribución no-uniforme de rayos produce frecuentemente rayas o bandas que se extienden desde los bloques anómalos en direcciones tales que a veces se confunden con rayos que atraviesan estos bloques anómalos. La anomalía mencionada puede ser una anisotropía, que al ser atravesada por un conjunto de rayos producirá una función puntual de dispersión.

Podemos reducir la influencia de aquellos rayos con la misma dirección, rayos alineados, pesándolos de acuerdo a su distribución y cantidad, con lo cual se caracteriza mejor la función puntual de dispersión. Cada rayo es pesado en proporción inversa a la densidad de rayos con la misma dirección. El cálculo de las lentitudes con rayos pesados está dada por:

$$S_{b} = \sum_{r} W_{rb} t_{r} l_{rb} \left/ \sum_{r} W_{rb} l_{rb}^{2} \right.$$

donde  $w_{rb}$  es el peso asignada a cada rayo (*r*) que atraviesa el bloque (*b*). Los pesos son determinados por un procedimiento de tres pasos: 1) Los retardos asociados con el muestreo de los rayos en cada bloque están divididos en varios subconjuntos arbitrariamente orientados, 2) se encuentra el promedio de cada subconjunto, y 3) se obtiene la media de promedios de los subconjuntos, para llegar a una estimación del bloque en cuestión. En otras palabras, el peso de cada rayo se establece en razón inversa al número y dirección de los rayos que atraviesa el bloque en cuestión. Con esta aproximación, un rayo tendrá un peso inversamente proporcional a la cantidad de rayos del subconjunto a que pertenece. La homogeneidad del subconjunto de rayos es menos crítica y el peso de cada rayo variará a lo largo de la trayectoria fuente-receptor.

#### c) Filtración.

La naturaleza lineal de la fórmula para estimar las lentitudes implica que la reconstrucción de una estructura compleja sea la superposición lineal de cada uno de los bloques que la componen. Esta linealidad es útil si se usa en el siguiente algoritmo de filtrado.

Cuando uno trata con un problema en 2D que tiene una cobertura homogénea e isotrópica de rayos, la reconstrucción de un bloque anómalo aislado aplicando la fórmula (I), producirá una función de dispersión puntual, en función de 1/r, centrada en el bloque anómalo, donde r es la distancia desde el centro del bloque anómalo a un bloque cualquiera de la región de estudio. En este caso se multiplica la transformada de Fourier de las lentitudes modeladas por el factor  $|k_r|$  (Número de onda de las ondas sísmicas involucradas en la tomografía), y después se aplica la transformada inversa en el dominio del espacio para compensar la perdida de resolución por el factor 1/r. Al hacer el producto, la función  $|k_r|$  debe ser truncada para números de onda mayores a los números de onda involucrados en el estudio, porque de lo contrario la solución converge en otra dirección. Esto puede verse con la transformada de Fourier de  $r^{-2}$ , si consideramos simetría esférica obtenemos:

$$f(k_r) = 4\pi \int_0^\infty (r^{-2}) \sec(k_r r / \pi) r^2 dr = (2\pi^3 |k_r|)^{-1}$$

En el dominio del espacio existe una aproximación alterna a la deconvolución que permite el uso directo de la transformada de Fourier. El filtro en el dominio del espacio es la inversa de Fourier de

 $|k_r|$ , en el dominio del número de onda esta transformada puede encontrarse escribiendo  $|k_r|$  como

 $(-i |k_r|/k_r)(ik_r)$ . Esta es la aplicación de la transformada de Hilbert y la primera derivada (hd). En el dominio del espacio la convolución de estos dos operadores genera un filtro con un pico central ancho (Figura 5). Para el caso en 3D, la función puntual de dispersión en un bloque anómalo es  $1/r^2$ , que al multiplicarse por el factor  $|k_r|$ , corrige la dispersión radial. La aplicación de  $|k_r|$  puede verse como un factor que amplifica los números de onda grandes, aunque la respuesta se desfasa por la aplicación de la transformada de Hilbert.

Para relacionar la formulación matricial del problema, multiplicamos la ecuación normal por  $\mathbf{D}^{-1}$  para obtener  $\mathbf{D}^{-1}[\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}]\mathbf{s}=\mathbf{D}^{-1}\mathbf{L}^{T}\mathbf{t}$ . Suponiendo que el producto  $\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}$  es una matriz diagonal, la *j*-ésima columna de  $\mathbf{D}^{-1}[\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}]$ , se puede ver como la función de dispersión del *j*-ésimo punto, los elementos fuera de la diagonal representan lentitudes igual a cero. El lado izquierdo de la igualdad es el *j*-ésimo renglón de  $\mathbf{D}^{-1}[\mathbf{L}^{T}\mathbf{L}]$ , mientras el lado derecho es la función inversa de la retroproyección (I).

Cuando la cobertura de rayos sísmicos no es isotrópica y homogénea, la formulación anterior sólo es una aproximación. Si la cobertura varía de punto a punto, la función de dispersión puntual es

diferente para cada bloque, y es difícil aplicar la deconvolución en el dominio del número de onda. Si la cobertura no es totalmente heterogénea es posible aplicar la deconvolución para encontrar una función de dispersión puntual promedio.



Figura 5. La convolución del operador transformada de Hilbert y el operador primera derivada (hd). Este es el operador deconvolución en el dominio del espacio que corregirá el modelo "confuso" que resulta de la retroproyección básica de un conjunto isotrópico de rayos.

Cuando los rayos cubren casi homogéneamente al nodo, es más útil aplicar el filtro en el dominio del espacio. Aunque sólo se pueden definir los valores de velocidad sísmica en la vecindad de los nodos, la aplicación del filtro es muy fácil en este caso y minimiza los problemas en la frontera de la región de estudio. Por ejemplo, un filtro **f** de longitud arbitraria puede ser construido para obtener un efecto similar a **hd** (en el sentido de mínimos cuadrados) cuando se aplica a una distribución de lentitudes **s**; es decir, el filtro minimiza la energía de ((**f** - **hd**)\***s**, aplicado a una **s** cualquiera. Con el uso rutinario de este filtro, es posible mejorarlo cada vez que se aplica por medio de la combinación lineal de un resultado previo con las lentitudes nuevas:

$$a(\mathbf{s}_{old}) + b(\mathbf{f} * \mathbf{s}_{old}) = \mathbf{s}_{nev}$$

donde *a* y *b* son constantes determinadas con el método de mínimos cuadrados aplicado a las diferencias entre los actuales retardos y los cálculos con el modelo obtenido.

#### d) Iteración.

En el realce de una imagen también se puede utilizar la técnica de la iteración. A veces es posible hacer varias aproximaciones, incluyendo el método de retroproyección estacionaria, la técnica de reconstrucción algebraica, la técnica de reconstrucción simultánea iterativa y el método de gradiente conjugado. En este caso empleamos la técnica de reconstrucción simultánea iterativa (TRSI). Este

método itera las diferencias entre los retardos observados de las velocidades sísmicas y los predichos por el último modelo, se retroproyectan estas diferencias y se suman al modelo existente para formar una versión actualizada de estructura de velocidades. El proceso se repite varias veces.

Con respecto a la formulación del problema matricial, cada iteración es equivalente a una iteración sencilla de Jacobi. Para aplicar este método reescribimos la ecuación normal  $[D - (D - L^T L)]s=L^T t$ , acomodando términos tenemos  $s=D^{-1}L^T t + (I - L^T L)s$ , donde D es otra vez la diagonal de  $L^T L$ . Dado que  $D^{-1}L^T$  es el operador de retroproyección, la iteración que suma los resultados de la retroproyección al modelo existente, podemos escribir:

$$\mathbf{s}^{(k+1)} = \mathbf{s}^{(k)} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}^{k})$$

Donde *k* se refiere a la *k*-ésima aproximación de la solución y  $\mathbf{t}^{(k)}$  representa los retardos predichos por la *k*-ésima distribución de lentitudes:  $\mathbf{t}^{(k)} = \mathbf{L}\mathbf{s}^{(k)}$ . Las iteraciones pueden iniciarse suponiendo que  $\mathbf{s}^{(0)}$  es cero, por lo que el resultado de la primera iteración es  $\mathbf{s}^{(1)} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}\mathbf{t}$ .

En general, los tipos de series similares a la mostrada arriba son divergentes a menos que se escalen; si este escalamiento es apropiado el problema se transforma en un problema de mínimos cuadrados. El escalamiento más simple consiste en multiplicar el modelo actual por una constante (escalar) bastante pequeña, con lo cual aseguramos la convergencia de la serie. La solución obtenida se divide por el mismo factor para obtener la solución del sistema original. También podemos impedir la divergencia combinando linealmente las lentitudes existentes con los retardos predichos determinando las constantes a y b, y minimizando los residuales al cuadrado de los modelos base y predicho, (t -  $t^{(k+1)})^2$ .

$$\mathbf{s}^{(k+1)} = a\mathbf{s}^{(k)} + b\mathbf{D}^{-1}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}(\mathbf{t} - \mathbf{t}^{(k)})$$

Se puede garantizar la convergencia de la serie si incluimos una matriz diagonal N de N×N:

$$\mathbf{s}^{(k+1)} = \mathbf{s}^{(k)} + \mathbf{D}^{-1}\mathbf{L}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}^{-1}(\mathbf{t} - \mathbf{t}^{(k)})$$
(II)

Esta relación es una solución iterativa para:

$$\left[\mathbf{N}^{-1/2}\mathbf{L}\right]^{\mathrm{T}}\left[\mathbf{N}^{-1/2}\mathbf{L}\right]\mathbf{s} = \left[\mathbf{N}^{-1/2}\mathbf{L}\right]^{\mathrm{T}}\left[\mathbf{N}^{-1/2}\mathbf{t}\right]$$

Esto nos lleva al problema de "máxima probabilidad" (Aki y Richards, 1980). Si (II) converge, converge a una solución de máxima probabilidad. Si todos los segmentos de rayo a lo largo de la trayectoria de un rayo individual son de igual longitud, entonces podemos garantizar la convergencia de las iteraciones, escogiendo  $N_{rr} = n_r$ , donde  $n_r$  es el número de bloques atravesados por el *r*-ésimo rayo. Si los segmentos de rayo son de diferente longitud, la convergencia puede garantizarse cuando  $N_{rr} = n_r \times [l_{rb_{max}} / l_{rb_{min}}]$ , usando los segmentos máximo y mínimo del *r*-ésimo rayo. El escalamiento por N disminuye la amplitud de la dispersión del último modelo determinado y pone mayor énfasis en aquellos rayos que atraviesan un número reducido de bloques. Si  $\lambda_i$  es el *i*-ésimo eigenvalor de  $A=D^{-1}L^{t}N^{-1}L$ , la serie generada puede verse como un "aumento" sucesivo de eigenvalores de  $A^{-1}$ . Para que exista convergencia es necesario que la magnitud de todos los eigenvalores sea menor a 2. Si se desea que los eigenvalores mejor resueltos influyan más en nuestra solución, es necesario que la magnitud de todos los eigenvalores sea menor a 1. Es claro que si deseamos que los eigenvalores más pequeños sean representativos en la solución final, se requiere de un número grande de iteraciones, aunque en casi todos los casos un número muy grande de iteraciones causa problemas, principalmente porque demanda muchos recursos de cómputo.

En la Figura 6 se presentan resultados parciales de la tomografía sísmica de Nicaragua obtenida a partir de datos locales analizados con la técnica de Zhao (1992), la cual está basada en el método de perturbación de los valores de las velocidades sísmicas de un modelo inicial en 1D (Para mayor detalle del este modelo inicial revisar los capítulos 2 y 3 de esta tesis), en puntos [nodos] de una malla que parametriza la zona de estudio, y con base en la técnica de *pseudobendig* de Um y Thurber (1987). Este método utiliza la técnica de retroproyección con rayos pesados. Estos resultados se obtuvieron al aplicar un caso particular de la técnica de retroproyección. En la Figura 6a se muestran las perturbaciones porcentuales de los valores iniciales de velocidad de onda P, donde se destacan 3 estructuras tectónicas: 1) Una zona de baja de velocidad bajo la cadena volcánica entre 90 y 150 km de profundidad (Figura 6b). 2) Una zona de alta velocidad, posiblemente asociada a la placa oceánica, debajo de la costa y a una profundidad de ~65 km. Y 3) Una zona de baja velocidad, pobremente determinada, debajo de la cadena volcánica y a una profundidad de ~20 km. Para ver los detalles de este trabajo revisar el capítulo 3.

Por último, la Tabla No. 2 muestra la descripción de los principales métodos de inversión utilizados en tomografía sísmica. Se presenta las principales características de cada método, un esquema que ejemplifica las suposiciones que se hacen en cada método y las fases observadas.



Figura 6. a) Resultados de la tomografía 3D a 10 km, 25 km, 40 km, 65 km, 90 km y 115 km de profundidad. Se muestran los porcentajes de las perturbaciones de las velocidades de onda P (Vp) en los nodos de una malla que cubre la región de estudio. L a escala de perturbación de velocidades está desde -7.0 % (blanco) hasta 7 % (Negro). Los volcanes activos se indican con triángulos negros. Las estructuras más visibles son: La zona de baja velocidad debajo del arco volcánico (a 10 km), slab en subducción (perturbación de alta velocidad 25 km de profundidad, lado izquierdo de la figura), y la zona de baja velocidad debida a la fusión parcial de la placa (90 km, 115 km y 140 km de profundidad). b) Perturbaciones de Vp en el perfil A-A' (ancho 50 km). Se grafican los sismos relocalizados con la estructura en 3D obtenida en la inversión.

Método / Parametrización	DIMENSIÓN	Ilustración del Modelo	DATOS OBSERVADOS (FASES)
<b>A.</b> Inversión. Capas Homogéneas	1D	x $v_1$ $v_2$ $v_3$	Arribos refractados y reflejados.
<b>B.</b> Inversión Extrema con sesgo. Inversión de velocidad, V(z).	1D	Z V Fronteras Extremas (Incestidumbre en V)	Refracciones (reflexiones de gran ángulo).
C. Trazado Iterativo de Rayos. V(x, z), Polinomial.	2D	x x y y y y y y y y	Refracciones.
<b>D.</b> Trazado Iterativo de Rayos. Velocidad definida en los puntos nodales (V(i, j). Se pueden incluir las interfaces.	2D	x z y y y y y y y y	Refracciones y reflexiones.
<b>E.</b> Trazado Iterativo de Rayos. Modelo de velocidades definido por bloques e interfaces. V(z) sin bloques	2D	$X = \frac{1}{2} \frac{V_{2}(x, z)}{V_{3}(x, z)} \frac{V_{2}(x, z)}{V_{6}(x, z)}$	Refracciones y reflexiones.
<b>F.</b> Trazado Iterativo de Rayos. Bloques con velocidades homogéneas o interpoladas desde los nodos V( i, j, k).	3D	$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \\ \end{array} \\ $	Fuentes controladas. Tiempos de arribo de sismicidad natural. Tiempos de retardo de telesismos.

### TABLA NO. 2.

MÉTODOS DE INVERSIÓN SÍSMICA, MODELOS DE PARAMETRIZACIÓN Y OBSERVACIONES TÍPICAS.
**BIBLIOGRAFÍA.** 

- Aki, K. & Lee, W.H.K., Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquake, a homogeneous initial model; J. Geophys. Res., Vol. 81, No. 23, 1976.
- Aki, K., A. Christoffersson & E. S. Husebye, *Determination of the tree-dimensional seismic structure of the lithosphere*, J. Geophys. Res., Vol. 82, No. 2, 1977.
- Aki, K. & P. Richards, *Quantitative seismology: Theory and methods*; W.H. Freeman, 1980.
- Cormack, A. M., *Representation of a function by its line integrals with some radiological applications*;J. Appl. Phys., Vol. 34, 2722-2727, 1963.
- Domínguez R., J., Determinación de la estructura de velocidades en la costa de guerrero utilizando sismicidad local, Tesis de Maestría, UACPyP-UNAM, 1994.
- Humphreys, E. & R. W. Clayton, Adaptation of back projection tomography to seismic travel time problems, J. Geophys. Res., Vol. 93, No. B2, 1072-1085, 1988.
- Houndsfield, G. N., Computerized transverse axial scanning tomography: Part I. Description of the system; Br. J. Radiol., Vol. 46, 1016-1022, 1973.
- Iyer, H. M. y K. Hirahara, *Seismic Tomography: Theory and Practice*; Chapman & Hall, University Press, Cambridge, Gran Bretaña, 814 pp, 1993.
- Menke, W., Geophysical data analysis: Discrete theory; Academic Press Inc. 1984.
- Menke, W. & D. Abbott, Geophysical theory; Columbia University Press, 1990.
- Natterer, F., The mathematics of computerized tomography; John Wiley, New York, 1986.
- Parker, Robert L, Geophysical Inverse Theory; Princeton University Press, 1994.
- Press, W.H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky & W. T. Vetterling, *Numerical Recipes*; Cambridge University Press, pp 52-64, 1986.
- Radon, J., Uber die bestimmung von funktionen durch ihre integralwerte langs gewisser mannigfaltigkeiten; Ber. Sachsische Akad. Wiss. Leipzig, Math. Phys. Kl., 69, 262-267, 1917.
- Roecker, S.W., Seismicity and tectonics of the Pamir-Hindu Kush region of Central Asia; Tesis doctoral Ph.D., MIT, Cambridge, USA, 1981.
- Roecker, S.W., Velocity structure of the Pamir-Hindu Kush region: Possible evidence of subducted crust; J. Geophys. Res., Vol. 87, No.B2, 945-959, 1982.
- Roecker, S.W., Sphypit90 Manual; Versión 2.10, 1992.

- 28
- Thurber, C., *Earthquake locations and three-dimensional crustal structure in the Coyote Lake area*, Central California; J. Geophys. Res., Vol. 88, pp. 8226-8236, 1983.
- Um, J. y C. H. Thurber, A fast algorithm for two-point seismic ray tracing; Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 77, 972-986, 1987.
- Zhao, D. A., A. Hasegawa y S. Horiuchi, *Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan;* J. Geophys. Res., Vol. 97, 19,909-19,928, 1992.

# 2. TOMOGRAPHIC IMAGING OF THE P-WAVE VELOCITY STRUCTURE BENEATH THE KAMCHATKA PENINSULA.\*

A. Gorbatov<sup>1</sup>\*, J. Domínguez<sup>1</sup>, G. Suárez<sup>1</sup>, V. Kostoglodov<sup>1</sup>, D. Zhao<sup>2</sup> and E. Gordeev<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Geofisica, Universidad Nacional Autónoma de México, Del. Coyoacán, 04510, México D.F., México.

<sup>2</sup> Department of Earth Sciences, School of Science, Ehime University, Bunkyo-cho 2–5, Matsuyama 790–8577, Japan.

<sup>3</sup> Geophysical Service, Academy of Sciences of Russia, Piip Avenue 9, Petropavlovsk-Kamchatsky, 683006, Russia.

\* Now at: Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Yayoi 1-1-1, Bunkyo-ku, Tokyo 113-0032, Japan. E-mail: alexei@eri.u-tokyo.ac.jp

Accepted 1998 October 31. Received 1998 October 15; in original form 1998 May 15.

## SUMMARY.

A total of 5270 shallow and intermediate-depth earthquakes recorded by the 32 stations of the regional seismic network of the Geophysical Service of Russia are used to assess the P-wave velocity structure beneath the Kamchatka peninsula in the Western Pacific. The tomographic inversion is carried out in three steps. First, a 1-D tomographic problem is solved in order to obtain an initial velocity model. Based on the 1-D velocity model, 3-D tomographic inversions with homogeneous and heterogeneous starting models are obtained. The Conrad (15 km depth) and Moho (35 km depth) discontinuities determined from the 1-D tomographic inversion, and the upper boundary of the subducting slab are taken into account in the heterogeneous starting model for the traveltimes and raypath determinations. Both velocity structure and hypocentral locations are determined simultaneously in the inversion. The spacing of the grid nodes is a half-degree in the horizontal direction and 20-50 km in the vertical direction. A detailed P-wave tomographic image is determined down to a depth of 200 km. The resulting tomographic image has a prominent low-velocity anomaly that shows a maximum decrease in P-wave velocity of approximately 6 per cent at 30 km depth beneath a chain of active volcanoes. At depth, low-velocity anomalies are also observed in the mantle wedge extending down to a depth of approximately 150 km. These anomalies are apparently associated with the volcanic activity. The sedimentary basin of the Central Kamchatsky graben, to the west of the volcanic front, and the accretionary prism at the trench correlate with shallow low-velocity anomalies. Highvelocity anomalies observed at a depth of 10 km may be associated with the location of metamorphic basements in the Ganalsky-Valaginskoe uplift and upper crust of Shipunsky cape. The results also suggest that the subducted Pacific plate has P-wave velocities approximately 2–7 per cent higher than those of the surrounding mantle and a thickness of approximately 70 km.

Key words: Kamchatka subduction zone, tomography, volcanic activity.

### **1. INTRODUCTION.**

The Pacific plate subducts westwards beneath the Kamchatka peninsula at a rate of  $\approx$ 8cm yr<sup>-1</sup>, with a dip angle of about 55° from  $\approx$ 50°N to  $\approx$ 54°N. A Wadati–Benioff seismic zone defines the downgoing slab to a maximum depth of  $\approx$ 500 km in the southern part of the Kamchatka subduction zone (KSZ); this depth shallows gradually to  $\approx$ 300 km towards the north. North of  $\approx$ 54°N, the subducted lithosphere is sharply deformed and the subducted slab becomes shallower (Gorbatov *et al.* 1997). These drastic changes in dip angle are reminiscent of those occurring in younger subduction environments such as Peru (Cahill & Isacks 1992) and Mexico (Pardo & Suárez, 1995). In Kamchatka, however, they take place in one of the oldest ( $\approx$ 80 Ma) (Rea *et al.* 1993) subducted slabs in the world. This abrupt shallowing of the subducted slab produces a sudden offset of the volcanic front (Kliuchevskoi and Sheveluch volcanoes) to the northwest. This complexity of the subducted slab and the sharp offset of the volcanic front has prompted several authors (e.g. Tatsumi *et al.* 1994) to suggest that Kliuchevskoi and Sheveluch are not typical subduction-related volcanoes, but that instead they originated from back-arc volcanic activity and are part of a second volcanic arc.

The seismic velocity structure of the Kamchatka subduction zone is very complex due to the presence of an active volcanic belt, a deep trench and thick sedimentary basins located in the Central Kamchatsky graben (Fig. 1). Also, the subducted lithosphere and the abundant volcanic activity could cause large seismic velocity heterogeneities within the crust and upper mantle. Many of these tectonic features of the Kamchatka subduction zone should be visible as seismic velocity anomalies. However, detailed regional studies of the seismic velocity structure such as a 3-D tomographic inversion for the whole Kamchatka subduction zone, including inland and offshore regions, have not been carried out to date.

Several studies have proposed 2-D crustal velocity models beneath Kamchatka using arrival times observed from seismic explosions on

<sup>\*</sup> Artículo publicado en Geophys. J. Int. (1999) 137, 269-279.

land and in the ocean (e.g. Anosov *et al.* 1978; Selivestrov 1983; Balesta & Gontovaya 1985). These studies suggest that the oceanic lithosphere has higher P-wave velocities ( $\approx$ 7 per cent) than the continental crust located near the trench. At these shallow depths, the estimated value of P-wave velocity decreases down to  $\sim$ -4 per cent beneath the volcanic front in the central part of the Kamchatka peninsula.

Arrival times from regional earthquakes were also used to study the crustal structure of Kamchatka by Gorshkov (1958) and Slavina & Fedotov (1974). Although studies using refraction methods exist for limited zones such as several individual volcanoes (Gorshkov 1958) or the crust covered by the regional seismic network (Slavina & Fedotov 1974), their results consistently show relatively low seismic velocities beneath the volcanic front at the apparent crust–mantle boundary ( $\approx$ 7.5 km s<sup>-1</sup>), and relatively high velocities ( $\approx$ 7.9 km s<sup>-1</sup>) related to the subducted slab.

A 3-D tomographic inversion for the area between the coast and trench was performed by Slavina & Pivovarova (1992). Although the results are restricted by the limited area of their study, the data suggest that the P-wave velocity values are  $\approx 8.2$  km s<sup>-1</sup> in the oceanic plate and  $\approx 7.6$  km s<sup>-1</sup> in the lower continental crust.

The extensive Kamchatka Regional Seismic Network (KRSN) has operated since 1962, reporting about 600 earthquakes each year. The abundant seismic activity and the relatively dense seismic station coverage (Fig. 2) provide the opportunity to determine in detail the tomographic images of the crust and upper mantle beneath the Kamchatka peninsula. The purpose of the present study is to infer the 3-D velocity structure of the crust and upper mantle in the KSZ, applying a 3-D tomographic inversion to the regional seismic data. This information may help to improve our understanding of the dynamic processes that control the subduction regime and the complex volcanic activity in the region.



**Figure 1.** Tectonic framework of the Kamchatka subduction zone. Triangles are volcanoes and the arrows represent the relative plate motion in mm  $yr^{-1}$ . The Meiji seamounts are delineated by the -4000 and -5000 m bathymetric contours. Lower-case bold letters denote the location of the 40 km wide cross-sections used in this study. Characters B, K and S are the Bakening, Kliuchevskoi and Sheveluch volcanoes, respectively.



# 2. DATA AND METHODS OF ANALYSIS.

#### **2.1. REGIONAL EARTHQUAKE DATA.**

The arrival times recorded by the KRSN from January 1985 to December 1992 were used in this study (Fig. 2). The network consists of 32 three-component seismic stations covering half of the Kamchatka peninsula. The majority of the stations are located in the central part of Kamchatka and along the coast (Fig. 2). A total of 5270 events occurring in the area  $50-57^{\circ}N$ ,  $150-165^{\circ}E$  and registered by more than four seismic stations with a formal error of hypocentral determination of less than 10 km (Gorbatov *et al.* 1997) were selected for the analysis. The distribution of the number of earthquakes versus focal depth shows that most earthquakes occurred at estimated depths shallower than  $\approx 200$  km; a relatively small number of events are deeper than  $\approx 200$  km (Fig. 3).

To obtain a tomographic image of the Kamchatka subduction zone, three inversions were carried out sequentially. First, a 1-D tomographic inversion (Roecker 1981, 1982) was applied in order to obtain a starting 1-D velocity model for the subsequent 3-D inversions. Then, a 3-D tomographic problem with a laterally homogeneous starting model was resolved using the technique developed by Zhao (1991) and Zhao *et al.* (1992). Finally, using the same method, a 3-D inversion with a laterally heterogeneous starting model was conducted.

#### **2.2. 1-D INVERSION.**

Although several studies have suggested velocity models for the KSZ (e.g. Gorshkov 1958; Slavina & Fedotov 1974; Anosov *et al.* 1978; Selivestrov 1983; Balesta *et al.* 1985; Slavina & Pivovarova 1992), there are differences amongst them. To obtain the initial 1-D velocity model, the method proposed by Roecker (1981, 1982) was used. The initial homogeneous medium was divided into 19 flat layers (each 5 km thick) down to a depth of 95 km. Layers with a thickness of 25 km were then used for the depth range 95–300 km. The solution for hypocentres and velocities was obtained by a two-part iterative procedure. The first part was the separated solution of Vp and Vs velocities and station corrections. The singular value decomposition (SVD) method was applied to resolve the damped least-squares problem. The second part was the relocation of the hypocentres using the 1-D velocity model obtained and station corrections.



Figure 3. Number of earthquakes as a function of focal depth. Notice that most of the events are located at depths shallower than 50 km.

For the inversions, only 1657 events with estimated errors in hypocentral determination of less than 5 km were used. The thickness of the layers down to a depth of 40 km was changed slightly (in 1 km steps) in order to refine the resulting model. In order to regularize the inversion problem neighboring layers with differences between velocity values smaller than 0.15 km s<sup>-1</sup> were merged into thicker layers, and the inversion was performed again using the modified model as the initial model. The value of the damping parameter was varied and accepted at its lowest level when the average root mean square (rms) traveltime residual started to decrease continuously during the inversions. After six inversions, the velocity variance in the inversion scheme reached 0.1 per cent and the inversion process was stopped.

Table 1 shows the final 1-D velocity model consisting of eight layers where the average Poisson ratio is 1.71. The standard errors of velocity estimates (Table 1) are determined from the covariance matrix. The resolution coefficient, estimated from the resolution matrix, is approximately 1 for the depth range 15–200 km; however, the resolution coefficient is not good for the first two shallow layers, for which it is 0.28 (0–5 km) and 0.56 (5–15 km). The layers deeper than 200 km do not have sufficient resolution (the resolution coefficient is  $\approx 0.1$ ) due to a limited number of earthquakes located beneath that depth. Three layers are distinguished in the crust (Table 1). The upper (5 km) low-velocity layer is apparently associated with large sedimentary basins and volcanic ash deposits. Although the resolution is relatively poor for that layer (Table 1), the presence of the low-velocity upper layer in the 1-D model gives a smaller rms than in the model lacking that layer. The average rms traveltime residual is 0.62 s for the final 1-D velocity model when the upper low-velocity layer is included. The rms traveltime residual increases to 0.67 s in the case when that layer is not included. Several other studies (e.g. Slavina & Fedotov 1974; Balesta *et al.* 1985) also suggest the presence of a low-velocity layer. The velocity discontinuities at depths of  $\approx 15$  and  $\approx 35$  km correspond apparently to the Conrad and Moho discontinuities, respectively.

	Table 1. 1-D P-wave velocity model.								
Depth (km)	V p ( km s <sup>-1</sup> )	Error ( km s <sup><math>-1</math></sup> )	Resolution						
0–5	3.65	0.13	0.28						
5-15	5.74	0.24	0.59						
15-35	6.74	0.05	0.99						
35-60	7.37	0.02	1.00						
60-75	7.64	0.03	1.00						
75-100	7.84	0.03	1.00						
100-160	8.00	0.06	0.99						
160-200	8.22	0.25	0.90						
200-250	8.30	0.79	0.08						

#### **2.3. 3-D** INVERSION WITH A LATERALLY HOMOGENEOUS STARTING MODEL.

The inversion scheme of Zhao (1991) and Zhao *et al.* (1992) is used to carry out the 3-D tomographic inversion. This method differs from other frequently used 3-D velocity inversion schemes. The main differences are as follows:

(a) a 3-D inhomogeneous velocity model with several velocity discontinuities of complex shape (such as the Conrad and Moho discontinuities, or the upper boundary of the subducted slab, for example) can be included in the inversion as initial a priori information;(b) the velocities at any point in the model are calculated by the linear interpolation of the velocities at eight grid nodes surrounding

that point;

(c) the ray tracing method of Zhao (1991) and Zhao *et al.* (1992) iteratively uses the pseudo-bending technique of Um & Thurber (1987) and Snell's law to determine the ray path;

(d) converted and refracted phases (such as Pn, P\*, PS, SP, SmP) can also be included in the inversion.

First, a 3-D tomographic inversion is carried out using a 1-D velocity starting model. Previously, a regional 1-D velocity model was determined in the depth range 0–200 km. Part of all the available seismic data to be used for the 3-D inversion extends down to a depth of 350 km, hence the earlier regional 1-D model cannot be applied down to this maximum depth. An appropriate starting 1-D model can be constructed as a combination of the regional 1-D model and one of the global mantle models such as the IASP91 earth model (Kennett & Engdahl 1991). Were we to merge formally these two models (regional 1-D model for 0–200 km depth and IASP91 for depths greater than 200 km), the resulting 1-D model would have an artificial sharp discontinuity at 200 km depth due to the inconsistency between the models. To avoid this feature, the starting 1-D model is comprised of only the crustal part (0–35 km) of the regional 1-D velocity model and the mantle part of the IASP91 earth model. This generic starting model better represent the details of the crustal structure in the KSZ and the unperturbed upper mantle.

In order to conduct the 3-D tomographic inversion with the initial laterally homogeneous starting model, the studied area was gridded in half-degree steps in the horizontal direction and at depth steps of 10, 30, 60, 100, 150, 200 and 350 km. The velocity structure, station corrections and hypocentral locations were determined simultaneously in each iteration. The conjugate gradient type solver, the LSQR algorithm of Paige & Saunders (1982), was used to solve the large and sparse system of observation equations. The rms traveltime residual, which was 0.625 s before the inversion, was reduced to 0.517 s after the inversion. Only grid nodes with more than 10 rays passing near each grid node (hit counts) were used in the inversion. A cross-section of the 3-D P-wave percentage perturbations estimated by the inversion is shown in Fig. 4. The perturbations vary between ~-7 and 7 per cent. A low-velocity perturbation is observed mainly beneath the active volcanoes. An inclined high-velocity zone dipping to the west is clearly observed in the upper mantle. This highvelocity zone has a P-wave velocity 2–7 per cent higher than 'normal' mantle velocities. This high-velocity structure reflects the highvelocity subducted slab.



**Figure 4.** Cross-section **b** (Fig. 1) of the fractional P-wave velocity perturbations resulting from the homogeneous 3-D velocity inversion. The scale relating the size of the symbols to the velocity perturbations is shown in the inset. Solid triangles are volcanoes.



Figure 5. Isodepth contours in km approximating the upper surface of the Pacific subducted slab (from Gorbatov *et al.* 1997). Other symbols are the same as in Fig. 1.

#### **2.4. 3-D** INVERSION WITH A LATERALLY INHOMOGENEOUS STARTING MODEL.

The Conrad, Moho and upper boundary of a subducted slab are sharp seismic velocity discontinuities (e.g. Fisher *et al.* 1983) which should be taken into account in the ray tracing scheme in order to improve the final tomographic image. When these discontinuities are included in the model, the hypocentres are better located and ray paths can be refined because ray trajectories are more accurately traced than under the assumption of a simple medium without the crustal reflectors and the subducted slab (Zhao 1991; Zhao *et al.* 1992, 1994; Zhao & Hasegawa 1993).

To refine the results obtained with the laterally homogeneous starting model, a tomographic inversion with a laterally inhomogeneous starting model was carried out. The study area was divided into three layers separated by the Conrad (15 km depth) and the Moho (35 km depth) discontinuities; these three layers correspond to the upper crust ( $Vp=5.74 \text{ km s}^{-1}$ ), lower crust ( $Vs=6.74 \text{ km s}^{-1}$ ), and upper mantle. The starting 1-D velocity model was the same as that used in the homogeneous tomographic inversion. The results of the homogeneous 3-D inversion suggest that the subducting Pacific plate has P-wave velocities 2–7 per cent higher than the normal IASP91 mantle. Therefore, for the following inversion a high-velocity zone with an average velocity 4 per cent higher than the surrounding mantle was introduced in the starting model as a priori information to represent the subducting Pacific plate. The configuration of the upper boundary of the subducted slab was taken from Gorbatov *et al.* (1997) (Fig. 5).

The hypocentral location of the earthquakes, station corrections and the P-wave velocity structure were estimated simultaneously. Several inversions were carried out, changing the initial thickness and the P-wave velocity of the subducted slab in the starting model. Although some variations occurred in the inversion residuals (Figs 6a and b) and in the magnitude of the velocity anomalies, the resulting tomographic images did not change appreciably when the initial slab thickness waschanged from 10 to 110 km, and the initial slab velocity perturbation was varied from 1 to 7 per cent. These tests indicate that the stability of the tomographic inversion does not depend strongly on the assumed initial model. However, the reduction in rms residuals shown in Fig. 6 indicates broad minima in both the definition of the slab thickness of 70 km and slab velocity 4 per cent higher than that of the normal mantle gives the minimum residuals in a rms sense. In this particular case, for example, the average rms traveltime residual was 0.602 s before the inversion and was reduced to 0.419 after three iterations (Fig. 7).

Although the rms residual of the inversion with a priori assumed information was reduced by 19 per cent compared to that of the inversion with a laterally homogeneous starting model, an *f*-test (Draper & Smith 1966; Zhao *et al.* 1994) was performed in order to evaluate the statistical significance of the rms residual reduction. The application of that test is valid because the arrival time residual distribution was close to Gaussian (Fig. 7). The *F* ratio is defined as  $F=[(SSR_1-SSR_2)DF_2]/[(DF_1-DF_2)SSR_2]$ , where SSR is the sum of the squared residuals and DF is the number of degrees of freedom for the inversion with homogeneous (subscript 1) and inhomogeneous (subscript 2) starting models. Taking into account that the number of P-wave arrivals is 60 935 and that the number of nodes with hit counts greater than 10 is 697 for the inversion with a homogeneous starting model, DF<sub>1</sub>=60935–(697+4×5270)=39158. For the inversion with an inhomogeneous starting model, DF<sub>2</sub>=60952–(985+4×5270) =38887. The other values are SSR\_1=12911.14 and SSR\_2=12153.73.

The resulting *F* ratio is 8.94. Considering that DF<sub>2</sub> is a very large number, a value of infinity is used to select the *F* ratio from the tables. The corresponding *F* ratio for the decrease of 271 degrees of freedom (DF<sub>1</sub>-DF<sub>2</sub>) is *F* (271,  $\infty$ , 0.99)<1.32 (Beyer 1991). The results of the *f*-test show that the *F* ratio obtained in the test is larger than the value given by the *F* probability distribution at the 1 per cent level. Therefore, the inversion with an inhomogeneous starting model significantly improves the final results at a 1 per cent significance level.



**Figure 6.** (a) Traveltime residuals of the inhomogeneous 3-D inversion in a rms sense versus initial slab thickness taken as a priori information in the inversion. The P-wave velocity of the slab is assumed to be 4 per cent higher than that of normal mantle. (b) Rms traveltime residuals versus initial fractional P-wave velocity perturbation for a 70 km thick subducted slab.

## **3. RESOLUTION TEST.**

It is commonly recognized that a solution of an inverse problem must be interpreted based on its resolution. The LSQR algorithm applied in this study does not estimate the resolution matrix during the inversion. Therefore, a checkerboard resolution test (CRT) (Humphreys & Clayton 1988; Zhao *et al.* 1992) was applied to evaluate the resolution of the tomographic results. A simple checkerboard synthetic structure with positive and negative perturbations of 3 and -3 per cent was applied to the starting 1-D model. Two tests were carried out: first with a grid interval of the medium of about 50 km and second with a grid interval of about 100 km. Sets of traveltime delays resulting from ray tracing through the synthetic test structures were determined. Random errors corresponding to a normal distribution with a standard deviation of 0.1 s were added to the arrival times calculated for the synthetic model. Finally, the synthetic inversion image and the source synthetic structure allows us to recognize the areas where good resolution exists for the spatial distribution of available earthquakes and seismic stations in Kamchatka. The resolution is good where inversion results have the same velocity amplitude and checkerboard pattern as those of the original synthetic structure. Conversely, in areas where the initial pattern and amplitude are distorted the resolution is poor.

The checkerboard tests show that adequate resolution is obtained when the node separation in plan view is greater than 50 km. Fig. 8(a) shows the result of a checkerboard resolution test with a grid separation of  $\approx$ 50 km. The resolution is good for most of the study area down to a depth of 60 km (Fig. 8a). In the case of the 100 km deep slice, the resolution is acceptable inland and only near the area where the subducted Pacific plate is located, decreasing to the north and south of the seismic network. For depths beneath 150 km the resolution is poor and a correct test pattern is retrieved only in the central part of the study area. Another checkerboard resolution test with a grid separation of about 100 km (Fig. 8b) shows better results. The checkerboard pattern and anomaly amplitude are correctly reconstructed for depths of 150 and 200 km in the central part of the KSZ. In conclusion, the resolution of the 3-D inversion is good for most of the study area and it is best in the central part of the KSZ where the correct test pattern is recovered down to a depth of 200 km with a spatial

resolution of 50–100 km.



Figure 7. Histograms of the P and S arrival-time residuals. Shaded bars denote the residuals of the starting model and open bars denote the residuals after the inversion. Dotted and dashed lines are the Gaussian approximations of the residuals for the starting model and the inversion, respectively.

## 4. DISCUSSION.

The results of the 3-D tomographic inversions (Figs 9 and 10) show a prominent high-velocity zone in the upper mantle dipping landwards, which may be associated with the subducted Pacific plate. The introduction of a subducted Pacific plate as a priori information in the initial model gives a final rms traveltime residual smaller than that of the inversion with a laterally homogeneous starting model. Therefore, the tomographic image obtained with the 3-D tomographic inversion using an inhomogeneous starting model was taken as the final result. The inversion suggests that the subducting Pacific plate has an average thickness of about 70 km and a P-wave velocity 2–7 per cent higher than that of normal mantle. The estimated average thickness of the subducted slab fits the results obtained from studies of Rayleigh-wave dispersion data (e.g. Leeds *et al.* 1974) of an oceanic lithosphere with an age of ≈80 Ma, similar to that of the Pacific plate in the KSZ (Rea *et al.* 1993). The Wadati–Benioff seismic zone is located near the upper surface of the subducted slab (Fig. 10). The lower plane of a double-planed seismic zone (Gorbatov *et al.* 1994), which can be seen in profiles (a) and (b), is traced approximately in the central part of the subducted slab. The Wadati–Benioff zone extends down to a maximum depth of ≈500 km in southern Kamchatka, and ≈300 km in the northern part of the peninsula (Gorbatov *et al.* 1997). Unfortunately, the regional seismic data used in the study allow us to image only structures shallower than ≈200 km. Regional and teleseismic data that trace rays to depths greater than 200 km would be necessary to determine the deeper structures in the KSZ.

A sharply defined feature is the broad low-velocity anomaly located beneath the volcanoes and apparently associated with the present volcanic activity in the peninsula (Fig. 9). The low-velocity zone is clearly defined beneath the volcanic front of Kamchatka, from the upper crust down to a depth of  $\approx 100-150$  km (Fig. 10). The largest negative velocity perturbations ( $\approx -6$  per cent) occur at a depth of  $\approx 30$  km and are observed along the whole volcanic front (Fig. 9). These low-velocity perturbations form a continuous belt that is almost linear beneath the volcanic front between 51°N and 55°N. North of 55°N, the low-velocity anomaly is shifted to the northwest following the location of the Kliuchevskoi and Sheveluch volcanoes. These results show that the Sheveluch and Kliuchevskoi volcanoes are part of the same subduction-induced volcanic process and not back-arc volcanoes as suggested by Tatsumi *et al.* (1994).

Fig. 10 shows that the low-velocity anomalies extend down to a depth of  $\approx$ 50 km in the southern part of the KSZ (profile a). To the north, the extent of the low-velocity anomalies increases, reaching a depth of  $\approx$ 150 km. Although the volcanic front coincides approximately throughout the KSZ with the depth of the subducted slab of  $\approx$ 100 km (Fig. 5), the low-velocity zones related to the active volcances extend to depths of  $\approx$ 150 km (Fig. 10). Unfortunately, the lack of resolution in the northern part of the KSZ (profiles e and f in Fig. 10) limits our observations to a depth of  $\approx$ 100 km.

The good resolution of the inversion for most of the study area down to a depth of 60 km (Fig. 8) provides the opportunity of correlating the resulting velocity heterogeneities, located at depths of about 10 km, with the upper crustal geology of the KSZ. For

example, a low-velocity band is spatially correlated with the Kamchatka trench (Fig. 9). Apparently, this low-velocity band is associated with the accretionary prism. In particular, the low-velocity zone ( $\approx$ -4 per cent) in Kamchatsky Bay correlates with the large sediment deposits located in that area (e.g. Dickinson 1978; Selivestrov 1983).



Figure 8. Result of the checkerboard resolution test. (a) The grid separation is  $\approx$ 50 km. (b) The grid separation is  $\approx$ 100 km. The depth of each layer is shown in the lower right corner of each map frame. Solid and open circles denote fast and slow velocities, respectively. The scale relating the size of the symbols to the velocity perturbations is shown at the bottom.

Other prominent and shallow low-velocity zones are observed in the Central Kamchatsky graben and probably correspond to the large sedimentary basins, which reach a thickness of up to  $\approx$ 5 km (e.g. Moroz 1984; Zinkevich 1993). Several local high-velocity structures

exist in the upper continental crust (10 km layer in Fig. 9). Most of these zones are located close to the volcanoes and probably correspond to intrusive bodies. On the other hand, one of these zones can be seen clearly about 25 km east of the Bakening volcano on profile (b) in Fig. 10. Apparently, this high-velocity zone is associated with the Ganalsky–Valaginskoe uplift, formed by metamorphic rocks and uplifted Cretaceous basement (Rikhter 1993; Konstantinovskaya *et al.* 1993; Zinkevich 1993). Shipunsky Cape (Fig. 1) is also characterized by the presence of high-velocity zones in the upper crust (Figs 8 and 9). The Cape is comprises uplifted exotic Cretaceous basement (Zinkevich 1993) which is apparently responsible for the high-velocity structures of that area.

# 5. CONCLUSIONS.

3-D body-wave tomography was used to study the seismic velocity structure beneath the Kamchatka peninsula. A total of 5270 regional earthquakes and 32 seismic stations were used to infer detailed P-wave tomographic images down to a depth of 200 km. The results suggest that the subducting Pacific plate has an average thickness of about 70 km. The P-wave velocities in the subducted plate are  $\approx 2-7$  per cent higher than that of normal mantle. Prominent low-velocity zones exist in the crust and in the upper mantle beneath the active volcanoes down to a depth of  $\approx 150$  km. The lowest values of these velocity anomalies lie at a depth of  $\approx 30$  km beneath the volcanic front. High-velocity zones were found in the upper crust that apparently correlate with the intrusive bodies, uplifted metamorphic rocks and Cretaceous basement that are observed in the local geology. The low-velocity zones in the upper crust are associated with the thick sedimentary basins of the Central Kamchatsky graben and with the accretionary prism of the Kamchatka trench.

## ACKNOWLEDGMENTS.

We thank H. Inoue for useful discussions and suggestions. We benefited from discussions with Yu. Taran, A. Gusev and N. Shapiro. U. Achauer and H. Bijwaard provided us with helpful comments and suggestions which improved the manuscript.

## REFERENCES.

- Anosov, G.I., Bikkenina, S.K., Popov, A.A., Sergeev, K.F., Utnasin, V.K. & Fedorchenko, V.I., 1978. Deep Seismic Sounding of Kamchatka, Nauka, Moscow.
- Balesta, S.T. & Gontovaya, L.I., 1985. The seismic model of the Earth's crust in the Asiatic-Pacific transition zone, Volc. Seism., **4**, 83–90 (in Russian).
- Beyer, W.H., 1991. Standard Mathematical T ables and Formulae, CRC Press, Boca Raton, FL.
- Cahill, T. & Isacks, B.L., 1992. Seismicity and shape of the subducted Nazca plate, J. geophys. Res., 97, 17 503–17 529.
- Dickinson, W.R., 1978. Plate tectonic evolution of north Pacific rim, in Geodynamics of the Western Pacific, pp. 1–19, ed. Ueda, S., Murphy, R.W. & Kobayashi, K., Japan Scientific Societies Press, Tokyo, Japan.
- Draper, N.R. & Smith, H., 1966. Applied Regression Analysis, John Wiley, New York.
- Fisher, M.A., van Huene, R., Smith, G.L. & Bruns, T.R., 1983. Possible seismic reflection from the downgoing Pacific plate, 275 kilometers arcward from the eastern Aleutian trench, J. geophys. Res., **88**, 5835–5849.
- Gorbatov, A., Kostoglodov, V., Suárez, G. & Gordeev, E., 1997. Seismicity and structure of the Kamchatka subduction zone, J. geophys. Res., 102, 17 883–17 898.
- Gorbatov, A., Suarez, G., Kostoglodov, V. & Gordeev, E., 1994. A double-planed seismic zone in Kamchatka from local and teleseismic data, Geophys. Res. L ett., 21, 1675–1678.
- Gorshkov, G.S., 1958. Some questions of theory of volcanology, Izv. Acad. Sci. USSR Geol, 11, 23–35 (in Russian).
- Humphreys, E. & Clayton, R.W., 1988. Adaptation of back projection tomography to seismic travel time problems, J. geophys. Res., 93, 1073–1085.
- Kennett, B.L.N. & Engdahl, E.R., 1991. Traveltimes for global earthquake location and phase identification, Geophys. J. Int., 105, 429– 465.
- Konstantinovskaya, Y.A., Zinkevich, V.P., Tsukanov, N.V. & Garanina, S.A., 1993. Composition and structure of the upper Cretaceous to lower Paleogene lithostructural complexes in the eastern ranges of Kamchatka and their belonging to certain formations, in Accretional T ectonics of Eastern Kamchatka, pp. 59–114, ed. Pusharovsky, Yu.M., Nauka, Moscow (in Russian).
- Leeds, A.R., Knopoff, L. & Kausel, E.G., 1974. Variations of upper mantle structure under the Pacific Ocean, Science, **186**, 141–143. Moroz, Yu. F., 1984. On deep structure of east Kamchatka according to magnetotelluric sounding, Volc. Seism., **5**, 85–90 (in Russian).
- Paige, C.C. & Saunders, M.A., 1982. LSQR: an algorithm for sparse linear equations and sparse last squares, ACM T rans. Math. Software, **8**, 43–71.
- Pardo, M. & Suárez, G., 1995. Shape of subducted Rivera and Cocos plates in southern Mexico: seismic and tectonic implications, J. geophys. Res., **100**, 12 357–12 373.
- Rea, D. et al., 1993. Paleoceanographic record of north Pacific quantified, EOS, T rans. Am. geophys. Un., 74(36), 406-411.



Fractional velocity perturbations, % &

9 0

N

N 9 9

**Figure 9.** Tomographic image of Kamchatka shown as fractional P-wave velocity perturbations for various depth slices. Red and blue shading shows slow and fast velocities, respectively, according to the scale shown on the right. The depth of each layer is shown in the lower right corner of each map frame. White triangles are volcanoes. Dashed lines mark the Kamchatka and Aleutian trenches.



Figure 10. Tomographic image of Kamchatka shown as fractional P-wave velocity perturbations project on 40 Km wide cross-section (Fig. 1). Red and blue shading reflects the slow and fast velocities, respectively, according to the scale shown at the bottom. Purple triangles are volcanoes and white dots are the earthquakes used in the inversion. A light-coloured mask covers the area where resolution is considered to be poor. Vertical black bars mark the location of the coastline and arrows indicate the location of the trench.

- Rikhter, A.V., 1993. Metamorphic formations of eastern Kamchatka, in Accretional T ectonics of Eastern Kamchatka, pp. 28–58, ed. Pusharovsky, Yu.M., Nauka, Moscow.
- Roecker, S.W., 1981. Seismicity and tectonics of Pamir-Hindu Kush region of central Asia, PhD T hesis, MIT, Cambridge.
- Roecker, S.W., 1982. Velocity structure of Pamir-Hindu Kush region: possibly evidence of subducted crust, J. geophys. Res., 87, 945–959.
- Selivestrov, N.I., 1983. Structure of the junction zone of the Kurile-Kamchatka and Aleutian island arcs according to data from continuous seismic profiling, Volc. Seism., **2**, 53–67 (in Russian).
- Slavina, L.B. & Fedotov, S.A., 1974. The velocities of longitudinal waves in the upper mantle beneath Kamchatka, in Seismicity and Earthquake Prediction, the Properties of the Upper Mantle and their Relation to Volcanism in Kamchatka, pp. 188–200, ed. Fedotov, S.A., Nauka, Moscow (in Russian).
- Slavina, L.B. & Pivovarova, N.B., 1992. Three-dimensional velocity models of focal zones and refinement of hypocentral parameters, Phys. Earth planet. Inter., **75**, 77–88.
- Tatsumi, Y., Furukawa, Y., Kogiso, T., Yamanaka, Y., Yokoyama, T. & Fedotov, S., 1994. A third volcanic chain in Kamchatka: thermal anomaly at transform/convergence plate boundary, Geophys. Res. L ett., **21**(7), 537–540.
- Um, J. & Thurber, C.H., 1987. A fast algorithm for two-point seismic ray tracing, Bull. seism. Soc. Am., 77, 972–986.
- Zhao, D., 1991. A tomographic study of seismic velocity structure in the Japan Islands, PhD T hesis, Tohoku University, Sendai, Japan.
- Zhao, D. & Hasegawa, A., 1993. P-wave tomographic imaging of the crust and upper mantle beneath the Japan Islands, J. geophys. Res., **98**, 4333–4353.
- Zhao, D., Hasegawa, A. & Horiuchi, S., 1992. Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan, J. geophys. Res., **97**, 19 909–19 928.
- Zhao, D., Hasegawa, A. & Kanamori, H., 1994. Deep structure of Japan subduction zone as derived from local, regional, and teleseismic events, J. geophys. Res., **99**, 22 313–22 329.
- Zinkevich, V.P., 1993. Structural zonation of eastern Kamchatka and characteristic features of its deep-seated structure, in Accretional T ectonics of Eastern Kamchatka, pp. 16–27, ed. Pusharovsky, Yu.M., Nauka, Moscow (in Russian).

# 3. TOMOGRAFÍA SÍSMICA DE NICARAGUA.

#### Resumen.

Aplicando la técnica de retroproyección sísmica a 12,500 eventos localizados en la costa del Pacífico nicaragüense ( $85^{\circ}$ - $89^{\circ}$  W), con datos de la red local instalada por el USGS y el Instituto de Investigaciones Sísmicas de Nicaragua, se determinó la estructura tridimensional de velocidades sísmicas (3D) de la región. Primero, se obtuvo un modelo unidimensional de velocidades sísmicas (1D) con el fin de relocalizar toda la sismicidad y contar con un modelo de la corteza continental para iniciar la inversión en 3D, que se complemento con el modelo IASPEI91. El modelo 1D determinado contiene la discontinuidad de Conrad a 10 km, el Moho a 35 km y una capa de baja velocidad entre 85 km y 150 km de profundidad. En la tomografía en 3D se revelan perturbaciones de velocidad de onda P (V<sub>p</sub>) entre -7 % y 7 %, donde se distinguen 3 grandes estructuras: (A) Una zona de baja velocidad entre asociada a la fusión parcial del manto. (B) Una región de alta velocidad asociada a la corteza oceánica en subducción, que junto con la distribución de la sismicidad, permite establecer un espesor de la placa de Cocos de ~40 km. (C) Una zona dispersa de baja velocidad debajo de la cadena volcánica a ~10 km de profundidad.

### ANTECEDENTES.

La subducción de la placa de Cocos bajo la placa del Caribe, en América Central, se extiende desde la costa del Estado de Chiapas, en México, hasta la parte sur de Costa Rica, en la Península de Osa, donde subduce la dorsal sur de la placa de Cocos (Suárez et al., 1995). Esta subducción se caracteriza por actividad sísmica abundante a profundidades someras e intermedias, delineando una zona de Wadati-Benioff mucho más inclinada de lo que se observa en México, desde Jalisco hasta Oaxaca (Pardo y Suárez, 1995), alcanzando ~200 km de profundidad. Algunos autores atribuyen estas diferencias en la geometría de la subducción al aumento de la edad de la placa (Suárez y Dewey, 1991; Pardo y Suárez, 1995), y al incremento gradual, de norte a sur, de la velocidad de deslizamiento relativo entre Cocos-Norteamérica y Cocos-Caribe (DeMets et al, 1990).

Existe una serie de fallas activas en Centroamérica, paralelas a la línea de costa, asociadas a la depresión originada por un régimen extensivo imperante en la región, el cual está estrechamente relacionado con la cordillera volcánica que se despliega desde Chiapas hasta Costa Rica (Carr y Stoiber, 1977; White and Harlow, 1993). Estas fallas han originado sismos importantes que han dañado repetidamente algunas de las ciudades más importantes de la región: Guatemala, San Salvador y Managua (Carr y Stoiber, 1977). Este régimen extensivo originó el llamado graben de Nicaragua (en dirección noroeste) en el mioceno o plioceno, aún activo (Dewey and Alermissen, 1974).

Las fallas paralelas a la costa tienen fallas perpendiculares activas (fallas conjugadas) (Carr y Stoiber, 1977), con desplazamiento lateral izquierdo y dirección preferencial N30°-40°E. Las fallas

longitudinales (paralelas a la costa) presentan desplazamiento lateral derecho y dirección preferencial N50°- 60°W. También existen algunas fallas normales con grandes escarpes, con dirección preferencial N10°E - N10°W, y que posiblemente son el mecanismo que controla la salida del material volcánico.

La cadena volcánica tiene una longitud de 1,060 km desde el sur de México hasta el sur de Costa Rica, y es paralela a la línea de costa y a la trinchera. Se ubica a ~120 km por encima de la zona de Benioff, y a una distancia de 150 a 175 km de la trinchera (White y Harlow, 1993). Se caracteriza por ser una de las coordilleras más densas del mundo, con una distancia promedio de ~25 km entre cada volcán, la mayoría con actividad reciente, 42 tienen evidencias de actividad en el Holoceno (White y Harlow, 1993).

Las principales características tectónicas del occidente de Nicaragua son: (1) Zona de Wadati-Benioff delineada por sismos superficiales cerca de la trinchera, con mecanismos focales predominantemente de falla inversa, producto del contacto interplaca (Molnar y Sykes, 1969). (2) Sismos de profundidad intermedia (entre 50 y 200 km), con mecanismos de tensión de bajo ángulo (Isacks y Molnar, 1971). (3) Vulcanismo extensivo cuaternario andesítico, asociado al régimen tectónico extensivo en la corteza continental y sismicidad de profundidad somera (Dewey y Algermissen, 1974).

Para estudiar la actividad sísmica asociada con la interacción de las placas de Cocos y Caribe, y las fallas asociadas a la depresión volcánica de América Central, se instaló una Red Sismológica de 16 estaciones de período corto en la costa del Océano Pacífico de Nicaragua (Figuras 1a y 1b). Esta red estuvo a cargo del Servicio Geológico de los Estadios Unidos y el Instituto de Investigaciones Sísmicas (IIS), ahora Instituto Nicaragüense de Estudios Territoriales (INETER). Las estaciones estuvieron conectadas a una estación central en el IIS por medio de telemetría (Segura y Havskov, 1994). Tres estaciones eran de *tres componentes* y seis estaciones con *una componente horizontal* (sic, Segura y Havskov, 1994) y el resto de componente vertical. La mayoría de ellas empezó a registrar en película de 16 mm, que después se cambió a registro en papel. Dicha red funcionó desde enero de 1975 hasta diciembre 1982, cuando se agudizaron los problemas políticos y sociales del país, y se dejó de refaccionar y mantener las estaciones, lo que llevó a su total desmantelamiento en 1985 (Segura y Havskov, 1994). Durante los 8 años de funcionamiento (1 de abril de 1975 a 31 de diciembre de 1982), la red registro alrededor de 15000 sismos, de los cuales sólo se conservan 12500. Se perdió la información de los otros 2500 sismos

Para la localización de la sismicidad se utilizó el programa HYPO71PC (Lee y Valdés, 1985) y el modelo 1D de velocidades sísmicas de Segura y Havskov (1994), mostrado en la Tabla 1, del que no

existe referencia alguna del método que se utilizó para determinarlo. La calidad de las localizaciones no es la óptima, ya que la cobertura de la red es pobre, principalmente para la sismicidad ubicada entre la costa y la trinchera (Figuras 1a y 1b). Además, el funcionamiento de las estaciones no fue continuo, por lo que existen algunos huecos en tiempo que modificaron la cobertura de la red, y en consecuencia la localización de los sismos. Además, el número de tiempos de llegada de P es mayor a los tiempos de S, en una proporción de dos a uno, lo que impide tener un control adecuado de la profundidad de estos sismos.

velocidad de	Profundidad de			
Onda P (km/s)	interface superior de la			
	capa (km)			
3.5	0.0			
5.0	1.0			
6.0	6.0			
6.8	13.0			
8.0	35.0			
8.3	200.0			
8.5	300.0			

 TABLA 1. MODELO INICIAL 1D DE VELOCIDADES SÍSMICAS DE NICARAGUA

 Velocidad de

 Profundidad de

Para obtener la imagen tomográfica de Nicaragua, se aplicó la técnica de retroproyección sísmica de Zhao (1991) a los tiempos de llegada de P y S de los sismos registrados por la red mencionada. Este proceso consiste en perturbar los valores de las velocidades sísmicas de un modelo inicial en 1D, en los nodos de una malla que parametriza la zona de estudio, calculando las trayectorias camino-tiempo de los hipocentros a las estaciones a través de la malla con la técnica de *pseudobendig* de Um y Thurber (1987). Esta metodología ha sido aplicada con éxito en Japón (Zhao, 1991; Zhao et al., 1992; Zhao y Hasegawa, 1993 y 1994), Alaska (Zhao et al., 1995), California (Zhao, et al., 1996) y la península de Kamchatka, en Rusia (Gorbatov et al., 1997).

#### MODELO 1D DE VELOCIDADES SÍSMICAS.

El primer paso de la inversión es determinar un modelo unidimensional (1D) de velocidades con los tiempos de llegada de las ondas P y S. Este modelo se utilizará como referencia inicial de la tomografía en 3D. Los tiempos de P y S se analizaron con el método de mínimos cuadrados amortiguados de Roecker (1982 y 1987), y el modelo de velocidades presentado en la Tabla 1. Se usaron 3624 sismos con error hipocentral menor a 2 km, con 32101 tiempos de llegada de onda P, y 19192 tiempos de llegada de onda S. El modelo final resultante de esta inversión se presenta en la tabla 2.





Figura 1. A) Sismicidad registrada por la Red Sísmica del IIS y el USGS durante el período de enero de 1975 a diciembre de 1982, 15000 eventos localizados con el programa HYPO71PC y el modelo 1D de velocidad mostrado en la Tabla 1. En la figura se muestra la posición de los volcanes con actividad reciente (Triángulos negros), y las estaciones sismológicas que componen la red (Triángulos blancos). Las líneas punteadas muestran la ubicación de los perfiles A-A', B-B' y C-C'. B) Perfiles de la sismicidad de la figura A. En los 3 perfiles se observa una dispersión considerable de los hipocentros debajo y a la izquierda de la línea de costa (C), consecuencia de la distribución de las estaciones sísmicas.

La metodología utilizada para la tomografía 1D fue la siguiente: Se subdividieron las 7 capas del modelo inicial en 19 capas de diferente grosor, con el fin de determinar con más detalle las variaciones de velocidad en la estructura. Para las capas superficiales, donde se requiere mayor detalle en la variación de la estructura, se definieron capas con espesor variable de 3 a 5 km, y para el manto capas con espesor de 5 km a 40 km.

Los primeros resultados mostraron capas colindantes con diferencias en  $V_p$  y  $V_s$  no mayores a 0.4 km/s, por lo que se pudieron formar nuevas capas de mayor espesor, con lo que se disminuyeron los errores en las velocidades y se aumento la resolución en cada capa. Finalmente, se obtuvo un modelo 1D compuesto por 8 capas planas, utilizando un factor de amortiguamiento de  $\theta$ =5000 (Domínguez, 1998a).

La Figura 2 muestra las estructuras 1D para onda P ( $V_p$ ), se compara el modelo reportado por Segura y Havskov (1994) con el modelo obtenido en la inversión. El aspecto que más se destaca en la estructura obtenida es una capa de baja velocidad de 65 km de espesor, entre 85 y 150 km de profundidad. Los primeros resultados de la inversión nos hicieron pensar en la existencia de errores en el planteamiento del problema, ya que no había ningún antecedente de esta capa de baja velocidad. Sin embargo, aun que se efectuaron varias pruebas e inversiones con diferentes distribuciones de capas planas y diferentes valores iniciales de  $V_p$  y  $V_s$ , la capa persistió después de haber efectuado esta serie de pruebas (Tabla 2), como lo confirman los valores finales de resolución y los errores de  $V_p$  y  $V_s$ , confirman plenamente la existencia de esta zona de baja velocidad.



Figura 2. Modelo 1D de velocidades sísmicas para onda P y onda S (líneas continuas) determinado con el método de mínimos cuadrados amortiguados. La línea dentada representa el modelo de velocidad de onda P con el que se ha localizado rutinariamente la sismicidad de Nicaragua desde 1975. La diferencia de velocidades entre ambos modelos es considerable por debajo de los 85 km de profundidad, que como veremos más adelante se debe principalmente a la fusión parcial de la cuña del manto (Walker, 1981 y 1984). Por otro lado, no existen referencias de método utilizado para determinar el modelo de Segura y Havskov (1994) que nos permitan establecer otras causas de esta disparidad.

Profundidad de	Velocidad de	Resolución en	Error en la	Velocidad de	Resolución en	Error en la
interface	Onda P, V <sub>p</sub>	la capa para	velocidad de	Onda S, V <sub>s</sub>	la capa para	velocidad de
superior (km)	(km/s)	onda P	onda P (km/s)	(km/s)	onda S	onda S (km/s)
0.0	3.95	0.60	0.14	2.27	0.47	0.05
6.5	4.88	0.56	0.22	3.04	0.37	0.10
10	6.40	1.00	0.03	3.71	0.99	0.02
25	7.41	1.00	0.05	3.95	0.89	0.07
35	7.94	1.00	0.03	4.53	0.99	0.03
55	8.18	1.00	0.03	4.64	0.99	0.03
85	7.21	0.88	0.26	4.29	0.95	0.06
150	7.66	0.39	0.66	4.61	0.61	0.19

TABLA 2. INVERSIÓN SÍSMICA 1D DE VELOCIDADES EN NICARAGUA

Existe una diferencia apreciable entre el modelo determinado y el modelo inicial (Figura 2), por debajo de los 85 km, debido principalmente a la capa de baja velocidad, y a que a esta profundidad la técnica de mínimos cuadrados amortiguados depende enteramente de la ubicación de los eventos, por lo que no sabemos que ocurre con el modelo por debajo de 200 km. Como no existe referencia alguna del modelo de Segura y Havskov (1994) (Segura, comunicación personal), no podemos afirmar con certeza cuales son las causas de estas discrepancias.

Con este modelo 1D se relocalizaron todos eventos del catálogo (12,500 eventos). Se eliminaron aquellos que no mostraran estabilidad en su localización, es decir, los que presentaron una diferencia hipocentral mayor a 5 km, después de haber sido relocalizados. En total, quedaron 3,655 eventos (Figuras 3a y 3b), los cuales se utilizaron para efectuar la tomografía en 3D.

Durante la relocalización fue difícil controlar la posición de la sismicidad que se encuentra entre la trinchera y la línea de costa debido a la inapropiada ubicación de la red sísmica y a la complejidad geológica del prisma de acreción alrededor de la trinchera, lo que genera trayectorias curvas de rayos provenientes de los sismos ubicados en esta franja, trayectorias que no se apegan al proceso del trazado lineal de rayos que utiliza la técnica de Roecker, por lo que las localizaciones de los sismos entre la costa y la trinchera resultan ficticias, como se observa en los perfiles de las figuras 1b y 3b.

Los sismos de figura 3b muestran las siguientes características: a) Variaciones hipocentrales menores a 5 km. b) Reducción en la dispersión hipocentral con respecto a las localizaciones mostradas en las figura 1a y 1b. c) Se delinea claramente la geometría de la placa de Cocos subduciendo bajo la placa del Caribe. d) Se observa una franja de sismicidad asociada con la cadena volcánica.

#### Tomografía en 3D.

Se tomaron los valores de velocidad de las cuatro primeras capas del modelo 1D como valores de la corteza continental para el modelo inicial de la tomografía en 3D (Figuras 4), y se complementaron con

valores de velocidades para el manto tomados del modelo global de IASPEI91 (Kennett y Engdahl, 1991) (Figura 5), esto se hizo porque las capas superior cambian de acuerdo a la geología de la región, y las capas inferiores son casi homogéneas para cualquier perfil sísmico de la Tierra. Con este modelo "compuesto" de capas planas y los 3655 eventos (Figuras 3a y 3b), se efectúo la inversión en 3D.



Figura 3. a) Sismicidad relocalizada con el modelo 1D de velocidades presentado en la Tabla 2, de la cual se quitaron aquellos eventos con variaciones hipocentrales mayores a 5 km. b) Perfiles donde se muestran los eventos relocalizados con el modelo 1D de velocidades sísmicas. Estos sismos delinean claramente la placa de Cocos en subducción debajo de la corteza continental, a pesar de la pobre cobertura de la red para los sismos superficiales ubicados entre la costa (C) y la trinchera (T).

La zona de estudio se parametrizó con una malla cúbica de nodos en 3D separados por  $\sim \frac{1}{3}$  de grado, cerca de 37 km, en planos horizontales ubicados a profundidades de 10, 25, 40, 65, 90, 115, 140, 170 y 200 km. Se giró la malla 320° con respecto al norte, con el fin de poner sus límites paralelos y perpendiculares a la línea de costa. La malla se compone de  $10 \times 9 \times 11 = 990$  nodos (Figuras 4 y 5).

Los programas para efectuar la inversión (Zhao, 1991) se ejecutaron con 3 iteraciones y un valor del factor de amortiguamiento ( $\theta$ ) de 20, se seleccionó este valor porque con él se obtuvieron los mejores resultados, se obtuvo a partir ejecutando varias veces el programa, cada una con diferentes valores de de theta. Los resultados de la inversión tomográfica se presentan en las Figuras 6a y 6b, donde se muestran los porcentajes de perturbación de los valores iniciales de velocidad de la malla, en la escala de -7 % (Blanco) a 7 % (Negro) (Estas variaciones son con respecto al modelo (1D) inicial de velocidades). En la imagen tomográfica (Figuras 6a y 6b) se distinguen tres estructuras: (1) Una zona de baja velocidad paralela a la línea de costa a una profundidad promedio de 130 km (Figuras 6a y 6b). (2) Una zona de alta velocidad, alrededor de 50 km de profundidad y 150 km de distancia en los

perfiles A-A' y B-B' de la Figura 6b, visible en la figura 6a a 65 km de profundidad. (3) Y una zona de baja velocidad dispersa a 10 km de profundidad, alrededor de la cadena volcánica (Figura 6a y perfil A-A' de la Figura 6b). Las figuras 6b muestran las perturbaciones porcentuales de V<sub>p</sub> en cada uno de los nodos de la zona de estudio.



Figura 4. Modelo inicial 1D velocidades sísmicas, compuesto por 9 capas planas, utilizado en la tomografía sísmica en 3D de Nicaragua. Las cruces (+) señalan la posición de los nodos que componen la malla que parametriza la región de estudio, los cuales se encuentran a 10, 25, 40, 65, 90, 115, 140, 170 y 200 km de profundidad. Los puntos grises representan eventos relocalizados.



# **IASPEI91 Global Velocity Model**

Figura 5. Modelo global de IASPEI91para velocidad de onda P (Kennett y Engdahl, 1991).



**Figura 6a.** Resultados de la tomografía 3D a 10 km, 25 km, 40 km, 65 km, 90 km, 115 km, 140 km, 170 km y 200 km de profundidad. Las figuras muestran los porcentajes de perturbación de las velocidades de onda P ( $V_p$ ) en los nodos de la malla donde existe resolución, en escala de grises desde -7.0 % (blanco) hasta 7 % (Negro). Los volcanes activos se señalan con triángulos negros, los puntos grises representan las estaciones sísmicas. Las estructuras más visibles en la imagen tomográfica son: (1) Una zona de baja velocidad debajo del arco volcánico, a ~10 km de profundidad. (2) Una zona de baja velocidad debida a la fusión parcial del manto superior, que abarca los perfiles a 90 km, 115 km y 140 km de profundidad. Y (3) una zona de alta velocidad dispersa a 65 km de profundidad.

Los sectores donde no hay sombreado en las figuras 6a y 6b tiene resolución cero, es decir, que los nodos en estas zonas sólo son atravesados por pocos o ningún rayo sísmico, o los rayos que los atraviesan son paralelos, lo que impide obtener variación de velocidad en estas regiones. Por estas dos razones no se puedo resolver casi la mitad de la región de estudio.

#### Resolución.

Para evaluar la confiabilidad y robustez de los resultados de la tomografía, es necesario determinar la resolución de los valores de  $V_p$  obtenidos en cada nodo. Para ello se aplicó la prueba de verificación de resolución de la malla en 3D de Humphreys y Clayton (1988), Checkerboard Resolution Test (CRT). El método de verificación de resolución consiste en perturbar alternadamente un -5 % o 5 % los valores de  $V_p$  en cada uno de los nodos de la malla del modelo inicial de velocidades para crear una estructura sintética de prueba. Esta estructura sintética se utiliza para efectuar de nuevo la inversión tomográfica en 3D con el fin de recobrar los valores iniciales de perturbación de los nodos de la malla sintética, mientras mejor esté resuelto un nodo más cercano estará de su perturbación inicial. Un nodo recuperará el valor de perturbación cuando los rayos que lo atraviesan están en todas direcciones,

mientras que los nodos no resueltos no son atravesados por rayo alguno o los rayos que los cruzan tienen la misma dirección.



Figura 6b. Perfiles de la figura 6a, localizados en la misma posición de los perfiles de la figura 1a. En estos perfiles se distinguen dos estructuras: (1) Una región de baja velocidad debajo de la cadena volcánica, muy bien delimitada, entre 90 y 150 km de profundidad. (2) Una zona de alta velocidad localizada a la izquierda del perfil A-A' a una profundidad de ~50 km, posiblemente asociada a la placa en subducción. En ninguno de los tres perfiles es posible distinguir con precisión la zona dispensa de baja velocidad observada a 10 km de profundidad en la figura 6a. Los símbolos en estas tres figuras representan: Los hipocentros (puntos negros), volcanes (Triángulos), la trinchera (T), la costa (C) y la cobertura de la red (barra horizontal). La escala de perturbación es la misma de la figura 6a.

Los resultados del CRT se muestran en la Figura 7, donde el tamaño de los círculos denota el grado en que se recuperó la estructura sintética. Por ejemplo, los resultados a 10 km, 25 km, 40 km y 65 km de profundidad, muestran círculos grandes alternos en el centro de la malla, y círculos pequeños alternos en las orillas, lo que indica que la resolución de la tomografía mostrada en la Figura 4a es adecuada a esa profundidad. A profundidades entre los 90 km y 115 km, la tomografía sólo queda resuelta bajo la zona que cubre la red sísmica. Para profundidades mayores a 115 km, las perturbaciones recuperadas son casi nulas, debido a que la cantidad de eventos a estas profundidades es escasa, como lo muestran los perfiles de las Figuras 1b y 3b.



#### Result of a checkerboard resolution test

Fractional velocity perturbations (%)

Figura 7. Resultados de las pruebas de resolución (Checkerboard resolution test, CRT) de la tomografía 3D de Nicaragua. Los valores iniciales de perturbación de cada nodo son -5 % o 5 %, según el caso, de forma alternada, del modelo inicial de velocidades en 1D. La máxima resolución se obtiene entre 10 km y 65 km, por debajo de 115 km la resolución de la tomografía es casi nula.

#### DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

La imagen tomográfica en 3D de Nicaragua, permite distinguir 3 grandes estructuras relacionadas con la tectónica de la región: (1) Una zona de baja velocidad claramente definida entre 100 y 150 km de profundidad (Figuras 6a y 6b), pero pobremente resuelta, como lo muestran los resultados de resolución (Figura 7). (2) Una zona de alta velocidad a ~50 km de profundidad, localizada justo abajo de la interface superior de la placa de Cocos (Figura 8), debajo de la línea de costa en los perfiles A-A' y B-B', y debajo de la trinchera en el perfil C-C' de la figura 6b. (3) Una zona difusa de baja velocidad a 10 km de profundidad bajo la cadena volcánica (Figura 6a, Figura 6b, perfil A-A').



Figura 8. Localización del límite superior de la placa de Cocos (línea gris), tomando en cuenta que la imagen tomográfica 3D, que tiene mejor resolución, según los resultados del CRT, Figura 7, y la distribución de la sismicidad dentro del perfil B-B' (Figura 1b). La línea punteada muestra la posición de la base de la corteza oceánica.

La primera de estas estructuras está pobremente resuelta, como lo muestra la figura 7, pero es muy clara en las figuras 6a y 6b. Además, coincide en espesor y posición con la capa de baja velocidad encontrada en la inversión tomográfica 1D. Por lo que es posible que esta estructura se origine por la fusión parcial de la cuña del manto a ~110 km profundidad (Ringwood, 1981; Fowler, 1991; Walker, 1981 y 1983), debajo de la cadena volcánica de Nicaragua. Según Fowler (1991), a una profundidad de ~100 km se produce fusión parcial del manto, producida por adición de agua y otros compuestos volátiles procedentes de la placa subducida.

Existe incertidumbre del lugar exacto donde se genera la fusión, pero es posible que la mayor parte de la fusión de la cuña del manto ocurra inmediatamente arriba del sitio donde la placa alcanza los 100 km de profundidad. La fusión del manto también se puede producir a profundidades de 60-90 km, inducida por líquidos procedentes de la corteza oceánica que sirven como base para formar andesitas. Las andesitas no pueden producirse directamente por la fusión de la cuña del manto, sólo cuando se funde la peridotita muy húmeda (alrededor del 15 % de H<sub>2</sub>O) del manto a ~40 km de profundidad. Una vez que se funde la cuña del manto, el material liquido caliente asciende y da origen a la actividad de los arcos magmáticos (Fowler, 1991).

Existen evidencias de que el volcanismo activo de Nicaragua está asociado con la fusión del manto superior. Walker (1981) estudió las rocas basálticas de Centroamérica del frente volcánico y detrás de él. Los lugares de Nicaragua donde efectuó sus estudios se localizan en Estelí y en Acoyapa, las muestras se tomaron en volcanes monogenéticos y escudos volcánicos. Los resultados más importantes de este trabajo son: (1) Las lavas detrás del frente volcánico presentan alto contenido de MgO. (2) Lavas en el frente volcánico poseen andesitas con alto contenido de potasio. Según Walker (1981), la petrogénesis de las lavas indica fusión parcial del manto ubicado ligeramente arriba de la corteza oceánica.

En un segundo trabajo, Walker (1983) estudió los basaltos de Nejapa y Granada, y encontró que la composición de los magmas primarios de estos basaltos proviene de la cuña del manto, con cristalización fraccionada de olivino, plagioclasas y clinopiroxeno. Por la composición química de todos estos basaltos, Walker (1981 y 1983) propone que estas lavas se originaron en la cuña de manto. Por lo anterior, es posible que esta zona de baja velocidad esté asociada a la fusión parcial de la cuña del manto a ~110 km debajo de la cadena volcánica.

La segunda estructura se caracteriza por tener una zona de alta velocidad ubicada a ~50 km de profundidad, entre las líneas de la trinchera (T) y la costa (C). Los perfiles A-A' y B-B' (Figura 6b) muestran a esta zona dentro de la placa de Cocos (Figura 8), la cual es atravesada por rayos sísmicos provenientes de los eventos de entre 50 a 80 km de profundidad, ubicados justo detrás de la anomalía, dentro de la banda sísmica de bajo de la línea de costa en la figura 8. Detrás se encuentran otros eventos con localizaciones poco confiables, pegados en una profundidad de 50 km, en los cuales hay complicaciones en el trazado de rayos debido al prisma de acreción y al bajo ángulo de la placa de Cocos cerca de la trinchera. A pesar de estos inconvenientes, se puede ver esta estructura de alta velocidad a 65 km de profundidad (Figura 6a), como una franja con alta perturbación con dirección sureste-noroeste, compuesta por una región grande, en la esquina noroeste, y cuatro regiones pequeñas en el centro y sureste. La resolución del CRT, a esta profundidad, es alta (Figura 7); por lo que la estructura que se observa, exprese la ubicación de la corteza oceánica subduciendo de bajo de Nicaragua, como lo confirma la sismicidad localizada en esta zona. En lugares donde se ha hecho tomografía sísmica, se ha encontrado que la velocidad dentro de la placa en subducción es mayor que la velocidad sísmica de corteza continental y del manto que la rodea, como se observa en Kamchatka (Gorbatov et al., 1998), en Japón (Zhao, 1991; Zhao et al., 1992 y Zhao y Hasegawa, 1993), en Alaska (Zhao et al., 1995), en el norte de Chile (Comte et al., 1995) y en la Costa Grande de Guerrero (Domínguez, 1998b).

Existe una tercera estructura ubicada 10 km debajo de la cordillera volcánica, la cual se manifiesta como una banda heterogénea de ~100 km de ancho (Figura 6a), incrustada por 4 regiones pequeñas, 3 zonas con baja velocidad (-7 %) y 1 zona de alta velocidad (~ 5%). Los perfiles de la figura 6b no muestran con claridad esta estructura porque la malla que parametriza la región inicia justamente a 10 km de profundidad. Dentro de esta estructura se encuentra la franja de sismicidad asociada con el graben de Nicaragua (White y Harlow, 1993). A pesar de que los valores de perturbación están bien resueltos (figura 7), existen problemas en la distribución e incidencia de los rayos sísmicos que impide resolver con detalle esta estructura. Esta zona posiblemente refleja la ubicación de los depósitos de magma de los volcanes activos de Nicaragua.

Existen varios trabajos de tomografía de Norteamérica y Centroamérica que incluyen la región de Nicaragua (Grand, 1987 y 1994), y otros estudios de tomografía del manto debajo de la placa Caribe (Van der Hilst y Spakman; Van der Hilst, 1990; Van der Hilst y Engdhal, 1991), pero ninguno de los 5 trabajos se observan las 3 estructuras encontradas en este estudio, debido principalmente a que en estos trabajos se estudiaron regiones muy grandes con datos telesísmicos de período largo, lo que impide ver detalles de la corteza oceánica, la corteza continental, o el manto. Sólo en el trabajo de Van der Hilst (1990) (Figuras 6.3 b, c y d) es posible observar una anomalía de baja velocidad, con –3 % de perturbación y a 200 km de profundidad, la cual posiblemente sea la misma estructura de baja velocidad encontrada aquí, dado que no tenemos datos por debajo de 200 km, o quizá exprese la ubicación de la astenósfera debajo de Centroamérica.

Por último, si tomamos en cuenta la distribución de sismicidad relocalizada con el modelo 1D (tabla 2) debajo de la red sísmica y la ubicación de las anomalías de 50 y 110 km profundidad, es posible bosquejar la forma del límite superior de la placa de Cocos (Figura 8) y establecer un espesor de la placa de Cocos de ~40 km. Los eventos a la izquierda del perfil (Figura 8), alrededor de los 50 km de profundidad, no están localizados adecuadamente por la pobre cobertura de la red, por lo que si son eliminados del perfil el espesor de la corteza oceánica se reduce a ~33 km.

#### CONCLUSIONES.

Los resultados de la tomografía 3D de Nicaragua permiten identificar al menos tres características tectónicas en la costa sur occidental de Nicaragua: Una zona de baja velocidad sísmica entre 90 km y 150 km de profundidad, causada por la fusión parcial de la cuña del manto, inducida por alteraciones de la placa de Cocos a esta profundidad. Estos resultados se confirman con los obtenidos en la inversión de velocidades 1D. También se encontró una zona de baja velocidad paralela a la línea de

costa, entre 0 km y 20 km de profundidad, posiblemente asociada con la actividad de la cadena volcánica y a la cinemática de la depresión de América Central. Por último, se identificó una zona de alta velocidad, posiblemente asociada con la placa de Cocos (Corteza oceánica), subduciendo debajo de la placa del Caribe. Estas tres anomalías y la distribución de la sismicidad relocalizada con el modelo 1D de velocidades, permiten esquematizar un espesor para la placa de Cocos de ~33 km.

#### **BIBLIOGRAFÍA.**

- Carr, M. J. y R. E. Stoiber, *Geological setting of some destructive earthquakes in Central America;* Geol. Soc. Am. Bull. Vol. 88, 151-156, 1977.
- DeMets, C., R. G. Gordon, D. F. Argus y S. Stein, *Current plate motions*, Geophys. J. Int., Vol. 101, 425-478, 1990.
- Dewey, J. W., y S. T. Alermissen, Seismicity of the Middle America Arc-trench system near Managua, Nicaragua, Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 64, No. 4, 1033-1048, 1974.
- Dewey, J. W. y G. Suárez, Seismotectonics of Middle America; Slemmons, D.B., Engdahl, E.R., Zoback, M.D. and Blackwell, D.D., Eds, Neotectonics of North America: Boulder, Colorado, Geological Society of America, Decade Map, Vol. 1, 1991.
- Domínguez, J., Unidad Teórica I: Teoría de Inversión aplicada a la tomografía sísmica de datos locales; Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM, 1998a.
- Domínguez J., G. Suárez, & D. Comte, *Velocity structure in the Guerrero gap, Mexico*, Unidad de Investigación I, Posgrado en Ciencias de la Tierra, 1998b.
- Fowler, C. M. R., *The solid Earth: An introduction to global geophysics*, Cambridge University Press, 1990.
- Gorbatov A., J. Domínguez, G. Suárez, V. Kostoglodov y E. Gordeev, *Tomographic imaging of the P-wave velocity structure beneath the Kamchatka peninsula*, submitted to J. Geophys. Res., 1998.
- Grand, S. P., *Tomography inversion for shear velocity beneath the North American plate*, J. Geophys. Res., Vol. 92, No. B13, 14,065-14,090, 1987.
- Grand, S. P., *Mantle shear structure beneath the Americas and surrounding oceans*, J. Geophys. Res., Vol. 99, No. B6, 11,591-11,621, 1994.

- Humphreys, E., y R. W. Clayton, Adaptation of back projection tomography to seismic travel time problems, J. Geophys. Res., Vol. 93, 1073-1085, 1988.
- Isacks, B. y Molnar, P., Distribution of stresses in the descending lithosphere from a global survey of focal mechanism solution of mantle earthquakes, Rev. Geophys. Space Phys., Vol. 9, 103-174, 1971.
- Kennett, B. L. N., y E. R. Engdahl, *Travel times for global earthquake location and phase identification;* Geophys. J. Int., 105, 429-465, 1991.
- Lee, W.H.K y C. Valdés, *HYPO71PC: A personal computer version of the HYPO71 earthquake location program*, U. S. Geol. Surv. Open File Rep., 85-749, 1985.
- Molnar, P. y L. R. Sykes, *Tectonics of the Caribbean and Middle America regions from local mechanisms and seismicity*; Bull. Geol. Soc. Am., Vol. 80, 1639-1684, 1969.
- Ringwood, A. E., *Petrogenesis in island arc systems, Island Arcs deep sea trenches and back-arc basins;* Talwani, Manik y Pitman III, Walter C. editors, Maurice Ewing Series, American Geophysical Union, 1981.
- Roecker, S. W., Velocity structure of the Pamir-Hindu Kush region: Possible evidence of subducted crust; J. Geophys. Res., Vol. 87, No. B2, 945-959, 1982.
- Roecker, S. W., Y. Yeh, y Y. Tsai, Three-dimensional P and S wave velocity structure beneath Taiwan: Deep structure beneath and arc-continent collision; J. Geophys. Res., Vol. 92, 10547-10570, 1987.
- Roecker, S.W., Manual del programa de inversión SPHYPIT90; Version 2.10, edición del autor 1992.
- Segura, F. y J. Havskov, *The New Nicaraguan Seismic Network;* Geofis. Int. Vol. 33, Num. 2, 223-233, 1994.
- Suárez, G., M. Pardo, J. Domínguez, L. Ponce, W. Montero, I. Boschini y W. Rojas, *The Limón. Costa Rica earthquake of April 22, 1991: Back arc thrusting and collisional tectonics in a subduction environment*; Tectonics, Vol. 14, No. 2, 518-530, 1995.
- Um, J. y C. H. Thurber, A fast algorithm for two-point seismic ray tracing; Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 77, 972-986, 1987.

- Van der Hilst, R. D. and W. Spakman, Importance of reference model in linearized tomography and images of subduction below the Caribbean plate, Geophys. Res. Let., Vol. 16, No. 10, 1093-1096, 1989.
- Van der Hilst, R. D., *Tomography with P, PP and pP delay-time data and the three-dimensional mantle structure below the Caribbean region*, Tesis doctoral, Universidad de Utrecht, Holanda, 250 pp, 1990.
- Van der Hilst, R. D. and E. R. Engdhal, On ISC PP and pP data and their use in delay-time tomography of the Caribbean region, Geophys. J. Int., Vol. 106, 169-188, 1991.
- Walker, J. A., *Petrogenesis of lavas from cinder cone fields behind the volcanic front of Central America*, Journal of Geology, Vol. 89, 721-739, 1981.
- Walker, J. A., Volcanic rocks from Nejapa and Granada cinder cone alignments, Nicaragua, Central America; Journal of Petrology, Vol. 25, part 2, 299-342, 1984.
- White, R.A. y D. H. Harlow, Destructive Upper-Crustal earthquakes of Central America since 1900; Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 83-4, 1115-1142, 1993.
- Zhao, D., *A tomographic study of seismic velocity structure in the Japan Islands*; Ph.D. thesis, 301 pp., Tohoku Univ., Sendai, Japan, 1991.
- Zhao, D. A., A. Hasegawa y S. Horiuchi, *Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan;* J. Geophys. Res., Vol. 97, 19,909-19,928, 1992.
- Zhao, D. y A. Hasegawa, *P-wave tomographic imaging of the crust and upper mantle beneath the Japan Islands*; J. Geophys. Res., Vol. 98, 4333-4353, 1993.
- Zhao, D. y A. Hasegawa, *Deep structure of Japan subduction zone as derived from local, regional, and teleseismic events*; J. Geophys. Res., Vol. 99, 22313-22329, 1994.
- Zhao, D., D. Christensen y H. Pulpan, *Tomographic imaging of the Alaska subduction zone*; J. Geophys. Res., Vol. 100, B4, 6487-6504, 1995.
- Zhao, D., H. Kanamori y E. Humphreys, Simultaneous inversion of local and teleseismic data for the crust and mantle structure of southern California; Phys. of the Earth and Planet. Int., Vol. 93, 191-214, 1996.

# 4. SEISMIC VELOCITY STRUCTURE OF THE GUERRERO GAP, MEXICO.

Jaime Domínguez<sup>1</sup>, Gerardo Suárez<sup>2</sup>, Diana Comte<sup>3</sup> and Luis Quintanar<sup>2</sup>

(Aceptado en Geofísica Internacional en abril de 2006)

- 1. Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Sur, UNAM, México D. F.
- 2. Instituto de Geofísica, UNAM, México D. F., 04510.
- 3. Dept. de Geofísica. U. de Chile, Casilla 2777, Santiago, Chile.

#### Resumen.

Se obtiene la estructura bidimensional de velocidades sísmicas de la brecha de Guerrero aplicando el método de mínimos cuadrados amortiguados a los datos de la sismicidad local registrada por una red telemétrica situada en la costa, ubicada sobre de la zona de subducción de la placa de Cocos. La región se parametrizó con una malla de 64 cubos en seis capas, un total de 384 bloques. Los resultados de esta inversión tridimensional (3-D) mostraron una diferencia de velocidad de onda P, entre bloques adyacentes y paralelos a la costa, no mayor a 0.25 km/s, mostrando una simetría bidimensional. Se utilizó una segunda inversión bidimensional (2-D), que toma en cuenta la similitud de velocidad de onda P de bandas paralelas a la costa, para generar una estructura de megabloques. Una inversión final muestra una estructura de velocidades de onda P con valores de 5.4 a 8.2 km/s, y valores para onda S entre 3.2 y 4.7 km/s, con una corteza continental de ~32 km de espesor, compuesta de cuatro megabloques planos con un intervalo de velocidad de onda P de 5.4 a 7.1 km/s. El Moho se localiza a una profundidad de ~32 km sobre una cuña del manto entre la corteza continental y la corteza oceánica. La corteza oceánica subducente se compone de tres capas (7.2-7.7 km/s), que presentan un ángulo de buzamiento de 26°. Un cambio importante de velocidad (7.2 a 7.6 km/s) a una profundidad de 30 km hace pensar en un cambio de fase de basalto a eclogita. El manto tiene una velocidad media de 8.2 km/s. El nuevo modelo de velocidades redujo el error de localización de la sismicidad local, la cual se ajusta mejor a las características de la brecha de Guerrero.

PALABRAS CLAVE: Estructura de velocidades sísmicas, bloques de velocidad, inversión sísmica.

## Abstract.

The two-dimensional velocity structure of the Guerrero gap was obtained by applying a damped least squares method to hypocenters of local seismicity recorded by a telemetric network situated on the Guerrero coast, above of Cocos plate subduction zone. The region was parameterized by a mesh of 64 cubes in six layers, a total of 384 blocks. The results of 3-D inversion showed that differences of P-wave velocity values among blocks along the strike of the subduction zone were ~0.25 km/s, effectively showing a two-dimensional symmetry. A 2-D inversion taking into account velocity

similarities among the 2-D bands generated megablocks. A final inversion procedure yields P-wave velocity values ranging from 5.4 to 8.2 km/s, and S-wave values from 3.2 and 4.7 km/s, suggesting a continental crust with a thickness of ~32 km composed of four flat megablocks with a P-wave velocity interval of 5.4 to 7.1 km/s. The Moho interface lies at ~32 km depth and above a mantle wedge between continental and oceanic crust. The downgoing oceanic crust has three layers (7.2-7.7 km/s), dipping at an angle of ~26°. A sharp velocity change at a depth of ~30 km suggests a phase change from basalt to eclogite (7.2 to 7.6 km/s). The mantle has an average velocity of 8.2 km/s. The new velocity model reduced the error in locations and fits better the characteristics of the Guerrero gap.

KEY WORDS: Seismic velocity structure, velocity blocks, seismic inversion.

#### INTRODUCTION.

The tectonic regime in the coast of Guerrero in central Mexico is dominated by subduction of the Cocos plate beneath the North American plate. The subducted slab reaches a maximum seismic depth of about 60 km (Suárez et al., 1990). The Guerrero coast region is marked by a well-defined seismic gap in which no large earthquake have occurred since 1908 (Suárez et al., 1990). A large earthquake may take place here (e.g., Nishenko & Singh, 1987), which could seriously affect Mexico City. This region is seismically defined by an active thrust interface, which extends to an anomalously shallow depth of ~25 km (Nishenko & Singh, 1987; Dewey & Suárez, 1991; Suárez & Sánchez, 1996).

The Institute of Geophysics of the National Autonomous University of Mexico (UNAM), installed a telemetric seismic network composed of eight vertical-component seismometers of 1 Hz and one central station with three components (1 Hz), to monitor the seismic activity in the Guerrero gap before, during and after a large earthquake. This network spans an area between 100.24° and 101.38° W (Figure 1a). An average of five events was registered each day. Timing is controlled by a common GPS time base, P and S arrival times were read with a accuracy of one hundredth of a second. All events were routinely located using HYPO71PC (Lee & Valdés, 1985) with a flat-layer velocity model proposed by Suárez et al. (1992). A total of 6,900 events have been recorded from September 1987 to July 1995, with magnitudes ( $M_c$ ) ranging from 1.0 to 4.0. Along the coastline the distribution of earthquakes is concentrated along two seismic bands separated by 8 km (Figures 1a and 1b). The coastal band shows hypocenters with depths ranging between 10 and 25 km, dominated by thrust mechanisms with northeast dipping faults at an angle ~12° (Suárez et al., 1990). The second seismic band farther inland exhibits hypocentral depths ranging between 32 and 42 km, and shows a combination of reverse and normal faulting mechanisms (Suárez et al., 1990).

The geometry of the subducted slab in this region features a shallow dipping plate ( $\sim 12^{\circ}$ ) beneath North American reaching a depth of  $\sim 40$  km. The slab is then bent upward, and follows a subhorizontal trajectory that extends inland at a depth of  $\sim 50$  km (Suárez et al., 1990 and Domínguez, 1991). Pardo & Suárez (1995) constructed the 3-D geometry of the entire subducting Cocos plate along the Mexican coastline.

Various workers have studied the velocity structure of this region and adjacent areas. Lewis & Snydsman (1979), Núñez-Cornú et al. (1992), Valdés-González (1993) and Valdés-González & Meyer (1996) applied different refraction ray trace methods to seismic data to obtain seismic velocity structure of the oceanic crust, along and normal to the coastline. Suárez et al. (1990), Araujo (1991) and Domínguez (1991) determined the geometry of the 2-D subducting slab along the Guerrero coastline using local information. Suárez et al. (1992) determined a one-dimensional (1D) seismic velocity model. However, there are no specific studies within the Guerrero gap that study in detail the tectonic characteristics of this region. The purpose of this work is to define the structure of the oceanic and continental lithosphere beneath the Guerrero coastline, applying a damped least square method (e.g. Aki & Lee, 1976; Roecker, 1982). We use local telemetric data to obtain the seismic velocity structure across the Guerrero gap.

#### **INVERSION THEORY.**

The algorithm of the method proposed by Aki & Lee (1976) and Aki et at. (1977), as modified by Roecker (1982), is used to determine crustal velocity structure under the Guerrero coast. This method uses arrival times of P and S-waves of local and teleseismic events. A similar methodology has been used by several authors to study the structure of other tectonic environments (e.g., Roecker, 1982; Roecker, Yeh & Tsai, 1987; Aber & Roecker, 1991; Comte et al., 1994).

The inversion applies an iterative, non-linear formulation (Tarantola & Valette, 1982). Techniques of progressive inversion and parameter separation were also incorporated (Roecker, 1982). The earthquakes are relocated prior to perturbing the structure and the hypocentral parameters are decoupled from the velocity parameters when solving for structural perturbation. Intrinsic smoothing results from the use of several sizes blocks. The covariance matrix of the model is diagonal, and the size of this diagonal element had to be an order of magnitude larger than what might be presumed from considerations of a priori uncertainties, in order to be able to stabilize the solution.

To initiate the inversion process, the lithosphere beneath Guerrero gap was parameterized by a set of layers bound by horizontal interfaces, each of these horizontal layers is divided into a grid of rectangular prisms or blocks by two orthogonal sets of vertical interfaces. The one-dimensional or
three-dimensional velocity structure is determined through minimizing, in a damped least square sense, the travel time residual of P and S-waves from earthquakes by adjusting the Earth model and the hypocentral coordinates of the earthquake events. P and S-waves velocities are determined as independent parameters within each block. Approximate ray-tracing is used to provide a reasonable estimate of travel time through a laterally varying structure, thus reducing bias introduced and by non-linearity and the choice of a particular starting model (Thurber, 1983; Aki & Lee, 1976; Aki et al., 1977; Roecker, 1982).

### SEISMIC VELOCITY STRUCTURE INVERSION.

#### **1. ONE-DIMENSIONAL INVERSION.**

The first step in the inversion process is obtaining a one-dimensional seismic velocity model. An early velocity model in the area of the Guerrero coast was obtained by Suárez et al. (1992), applying the minimum apparent velocity of refracted waves (e.g. Matumoto, 1977). This model was used as the initial velocity model for one-dimensional inversion.

The results of one-dimensional velocity inversion show P-wave values similar to those obtained by Suárez et al. (1990), particularly for the intermediate layers (12.5-45 km) which have the best resolution (between 0.69-0.87), and where most of the seismicity is located. The resolution of deeper layers (40-50 km) is low (between 0.01 and 0.06). They also show the largest errors (0.47 km/s-0.48 km/s). This is due to the fact that few rays go through them. Similarly, the top layer (0.0-10.1 km) is poorly resolved (0.36) with a resulting error of 0.20 km/s. The resulting P-wave velocity model is similar to that obtained by Suárez et al. (1992, Figure 2), with a difference of not more that 0.4 km/s.

#### 2. THREE-DIMENSIONAL INVERSION.

The one-dimensional velocity structure is used as the initial model for the three-dimensional inversion process. A three-dimensional mesh is defined by 64 rectangular blocks in each one of the 6 layers. Each block has 10 km by side and a similar thickness to the one-dimensional velocity model (Figure 2). The mesh has a strike of ~340°. The resulting three-dimensional velocity structure is shown in the Figure 3; we observed no large differences among velocity values of horizontally adjacent blocks parallel to the coastline. In general, the differences of P-wave velocity values are equal or less to 0.25 km/s, and 0.11 km/s for S-waves. For example, in the third layer (18.4-23.4 km, figure 3), the difference between adjacent blocks is 0.06 to 0.18 km/s (P-wave), and 0.01 to 0.06 km/s for S-wave. The similarity of seismic velocities in Guerrero along the strike of the coastline suggest that the geological characteristics only change along the convergence between the Cocos and North America

plates, in agreement with previous studies (e.g., Suárez et al., 1990; Valdés, 1993; Valdés-González & Meyer, 1996; Kostoglodov et al., 1996).

However, these results are not of uniform quality because resolution in some block is low, as they are sampled by not enough rays. To improve the resolution, we merged several cubes along the coastline to form bands. The results improved the resolution in each block or band by ~40 % and reduced the error values by ~10 % compared to the three-dimensional velocity structure (Figure 3). After join in blockbands parallel to the coast the cubes having the same speed values, we draw a vertical projection (following AA') which we present in the Figure 4. Grouping several blockbands from the "megastructure" shown on this figure, to define larger blocks (hereafter named "megablocks") of similar wave speed, we inverted again to get the final velocity model. In the next section we explain the results.

#### **3.** Two-dimensional Inversion.

Different two-dimensional distributions of megablocks were tested to determine the best model parameter fit, the resolution and the error in each megablock with special attention for the velocity structures of adjacent areas, e. g, Valdés-González & Meyer (1996) and Suárez et al. (1992).

Valdés-González & Meyer (1996) found a compressional and shear velocity structure of the subduction zone between Petatlán and Mexico City (length of ~450 km and depth of 110 km) and along the coast of the State of Guerrero. By applying a seismic refraction method to aftershock data of the  $M_s$ =7.6 Petatlán, Guerrero earthquake of March 14, 1979. This model consists of a two-dimensional ocean to continent structure featuring a continental block of three flat crustal layers (5.3 to 6.4 km/s V<sub>p</sub> values) with the Moho at 45 km depth. The oceanic crust is composed of two layers with 8 km total thickness dipping 10° (6.4 to 7.4 km/s V<sub>p</sub> values). The upper mantle-oceanic crust transition has a thickness of ~55 km (7.9-8.1 km/s V<sub>p</sub> values), and the oceanic upper mantle has a V<sub>p</sub> of ~8.2 (?).

Our best results are shown in figure 5. After establishing the final distribution of megablocks, the damping value was modified,  $\theta$  is a weight equal to  $\sqrt{\sigma^2 / \sigma_m^2}$ , where  $\sigma^2$  is the data variance and  $\sigma_m^2$  is the model variance. The best fit was obtained for  $\theta = 25,000$ .

The final seismic velocity structure (Figure 5) features a continental crust with four flat layers. The first has a thickness of 3 km (P1), which is poorly resolved (0.19) because the rays that cross it are perpendicular to the interface. The next layers (P2, P3 and P4) have a thickness of 10 km each and a resolution of between 0.84 and 0.93.

The Cocos plate is defined by three megablocks P6, P7 and P8, each with an average thickness of 5 km and resolution values of 0.83, 0.67 and 0.85 respectively. P9 is the deepest block with a poor

resolution of 0.53. The velocity uncertainties are between 0.07 to 0.29 km/s, if we neglect the blocks that have poor resolution (P1 and P9). The velocity uncertainty interval is 0.07-0.25 km/s. The results for S-wave velocity are similar to those for P-wave velocity, with a resolution values less that ~23 % and error values less ~68 %, in relation to those values obtained for the P-wave model. The difference is due to the fact that the inversion scheme uses the S wave velocity to refine the P-wave velocity model (Roecker, 1982).

#### 4. RESOLUTION OF THE VELOCITY MODEL.

In order to verify the robustness of the results, resolution and mean errors were tested using synthetic arrival time data of P and S-waves generated with the seismic velocity model, and the mesh of figure 5. The arrival times were perturbed with random noise (time delays with a mean of 0.1 s and a standard deviation of 0.2 s introduced in the observations on all P and S arrival times.

The inversion program was applied to these synthetic data and the seismic velocity structure was confirmed (Figure 6). In general, the resolution and errors observed were better for the original model of the figure 5, with an interval resolution for P-waves of (0.48 - 0.99), and (0.35 - 0.97) for S-waves, and an interval error for P-waves of (0.03 - 0.13) km/s, and (0.02 - 0.05) km/s for S-waves. The observed change in P and S wave velocity values as ~1 %, i.e. not more than 0.05 km/s for P-waves and 0.02 km/s for S-waves (Figure 6). These results show the robustness of the initial two-dimensional velocity structure obtained with local seismic data.

## DISCUSSION.

The distribution of seismicity relative to the network provides an adequate resolution of all megablocks in the structure. Often few seismic rays sample the blocks or cross them perpendicularly. Still, the results allow to distinguish some clearly defined tectonic structures (Figure 5): (1) The oceanic crust of the subducting Cocos plate (P6, P7 and P8 blocks), with a dip of ~26° as reported in large shallow thrust events by Pardo & Suárez (1995). (2) The Moho discontinuity (interface between P4 and P5) at a depth of ~32 km; (3) the upper mantle (P9).

The velocity structures shown on figure 5 agree with the distribution of megablocks for velocity structures in Oaxaca (Valdés et al., 1986) and Guerrero (Valdés-González & Meyer, 1996). The Oaxaca structure velocity is a seismic refraction and gravity model with 500 km length and 80 km in depth, composed by a continental crust (three layers with a thickness of ~45 km and  $V_p$  interval of 4.3-7.0 km/s), the Moho is located at depth of ~45 km. The oceanic crust is composed of two layer with a total thickness of 8 km, over a transitional layer with a variable thickness (from 13 to 20 km), dipping with an angle of ~10°. Under this structure there is the upper mantle megablock with  $V_p$  of 7.6 km/s.

There are dimensional and velocity differences between both models. The transitional layer is similar to P8 block from the figure 5. Only the distribution of the blocks is similar.

The Guerrero refraction model (Valdés-González & Meyer, 1996) is quite different. It does not provide enough detail in the contact zone beneath the Guerrero coastline. However, there are some similarities. Both models feature a continental crust of 4 flat layers and an oceanic crust of two thin layers over a high velocity block in the upper mantle.

Lewis & Snydsman (1979) defined two horizontal layers in the oceanic crust, south of Acapulco. The first layer has Vp between 4.2 and 6.2 km/s, and the second one has a Vp interval of 6.8-7.0 km/s. These two layers have a total thickness of 6 km, and may represent the upper layer of the oceanic crust (P6) shown in Figure 5. Its thickness and Vp are similar to those determined for the P6 block, which is possibly became of influence by sediments.

The velocity change in the upper oceanic layer is possibly due to a transitional zone caused by a phase change from gabbro to eclogite, from P6 to P7 blocks (Figure 7), as in Kirby et al. (1996), Hacker (1996) and Rushmer (1996). Eclogite formation induced by dehydration of a warm slab (Heat flow > 75 mW/m<sup>2</sup>), causes the slow young descending slab (age<15-25 Ma), to sink into the upper mantle. The age of the Cocos plate (Kostoglodov & Bandy, 1995) is of 13.5 Ma in the trench, and 17.0 Ma at the maximum depth seismicity. Convergence velocity between the Cocos and North America plates is 5.3 cm/yr (Bandy, 1992). A heat flow of ~135 mW/m<sup>2</sup> matches the requirements of Kirby et al. (1996) to form eclogite at shallow depths within the subducted plate.

Other authors have found a phase change in the upper oceanic crust. In the Pacific plate, Northeast Japan, Hurukawa & Imoto (1992) suggest a phase change from basalt to eclogite controlling the maximum depth of coupling. In the Philippine plate, SW Japan, Hori et al. (1985) and Hori, (1990) propose a wave guide layer and a phase change from gabbro to eclogite (12-22 Ma) which reaches a maximum depth of 60 km and a thickness of less than 10 km ( $V_p$ =7.0 km/s), though there is no evidences that theses changes occur below to 60 km of depth. In Central and North Chile, Comte et al. (1994), found a phase change at ~70 km of depth.

In the Mexican subduction zone, the seismogenic coupling area has a maximum depth of ~25 km depth (Suárez et al., 1990; Pardo & Suárez, 1995; Kostoglodov et al., 1996; Suárez & Sánchez, 1996 and Pacheco et al., 1993). Therefore, velocity differences between blocks P6 and P7 may be responsible for the changes related to the seismogenic coupling zone. The differences between both blocks match with the change in seismotectonic regime between both bands. The first band shows only shallow-thrust faulting mechanisms over the Cocos-North America interface; the second seismic band

is mainly within P7 block and shows thrust faulting for shallow seismicity and normal faulting for deep seismicity (Suárez et al., 1990; Araujo, 1991). After relocating the earthquakes, the first band shows an alignment that defines the coupling zone above the P6 block. The second seismicity band presents less dispersion in relation to hypo71 localization. The upper border of this seismicity coincides with the interface between both P6 and P7 blocks (Figure 7), after eclogite formation (Kirby et al., 1996; Figure 7).

The P8 block (Figure 7) seems to match to layer 3 of the oceanic lithosphere as proposed by Spudich & Orcutt (1980) which they defined a having average velocities between 7.2 and 7.8 km/s. This "basal layer" is defined as a transition zone between the crust and the oceanic upper mantle. Clague & Straley (1977) mention that serpentinized peridotite is commonly found to underlie the gabbro unit. Thus P8 block may represent a transitional layer between the Cocos plate (oceanic crust) and the upper mantle. The distribution of blocks of the continental crust, P1 to P4, in our model is in agreement with the continental arc tectonic province proposed by Christensen & Mooney (1995). This province is composed by three flat blocks. The first block has a thickness of 18 km and V<sub>p</sub> interval of 5.7-6.4 km/s, the second block has a thickness of 10 km and V<sub>p</sub> interval of 6.4-6.8 km/s, and the third block has a thickness of 10 km and V<sub>p</sub> interval of 5.7-6.4 km/s. The last block has a thickness of 18 km and the third block has a thickness of 18 km and V<sub>p</sub> interval of 5.7-6.4 km/s. The last block has a thickness of 18 km and V<sub>p</sub> interval of 5.7-6.4 km/s. The last block has a thickness of 18 km and V<sub>p</sub> >7.8.

### CONCLUSIONS.

A two-dimensional seismic velocity model for Guerrero gap was obtained using a linearized inversion scheme, the damped least square method (Roecker, 1981 and 1982). 6,955 micro-earthquakes were used. The proposed model is composed of four flat continental layers with  $V_p$  interval of 5.4 to 7.1 km/s and Vs (S-wave velocity values) interval of 3.2 to 4.0 km/s. The Moho interface is located at a depth of ~32 km on top of the upper continental mantle layer. The oceanic crust dips at an angle of ~26° and is composed of three megablocks. The two shallower blocks reflect the Cocos-North America plate interface and apparently show the presence of a phase change from basalt to eclogite at the bottom of the seismic coupling zone. The seismic velocity intervals from oceanic crust 7.2 to 7.7 km/s for P-wave and 4.0 to 4.2 km/s for S waves. An upper mantle block was defined with 8.2 km/s for P-wave and 4.7 km for S wave.

## AKNOWLEDGEMENTS.

We thank Steve Roecker for providing us his computer programs, Jorge Estrada and Jesús Antonio Pérez for their technical support to the Guerrero telemetric network. Shri Krishna Singh and an anonymous reviewer for their suggestions, comments and corrections to the paper.

# REFERENCES.

- Aki, K. & W. H. K. Lee, Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquake, a homogeneous initial model; J. Geophys. Res., Vol. 81, No. 23, 1976.
- Aki, K., A. Christoffersson & E. S. Husebye, *Determination of the three dimensional seismic structure of the lithosphere*; J. Geophys. Res., Vol. 82, No. 2, 1977.
- Aki, K. & P. G. Richards, Quantitative seismology: Theory and methods; W.H. Freeman, 916 pp, 1980.
- Araujo, A., Sismicidad y mecanismos focales en la brecha de Guerrero: Morfología de una placa *joven*, Tesis de Licenciatura, Fac. de Ingeniería, UNAM, 1991.
- Bandy, W., Geological and Geophysical investigation of the Rivera-Cocos plate boundary: Implications for plate fragmentation, Ph.D. thesis, Tex. A&M Univ., College Station, 1992.
- Clague. D. A. & P. F. Straley, Petrologic nature of the oceanic Moho, Geology, Vol. 5, 133-136, 1977.
- Comte D., S. W. Roecker & G. Suárez, Velocity structure in northern Chile: Evidence of subducted oceanic crust in the Nazca Plate; Geophys. J. Int, Vol. 117, 625-639, 1994.

- Christensen, N. I. & W. D. Mooney, Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view; J. Geophys. Res., Vol. 100, No. B7, 9761-9788, 1995.
- Dewey, J. W. & G. Suárez, *Seismotectonics of Middle America*, Open File Rep.: The Geology of North America, Decade Map Vol. 1, Chapter 17, 1991.
- Domínguez, J., *Geometría de la placa de Cocos en la región del Rio Balsas, Guerrero*; Tesis de Licenciatura, Fac. de Ciencias, UNAM, 1991.
- Hacker, B. R., *Eclogite formation and the rheology, buoyancy, seismicity, and H<sub>2</sub>O content of oceanic crust;* Subduction: Top to Bottom, Geophysical Monograph 96; G. R. Bebout, D. W. Scholl, S. H. Kirby and J. P. Platt, Editors, AGU, 1996.
- Hori, S., H. Inoue, Y. Fukao & M. Ukawa, Seismic detection of the untransformed 'basaltic' oceanic crust subducting into the mantle, Geophys. J. R. Astr. Soc., Vol. 83, 169-197, 1985.
- Hori, S., Seismic wave guided by untransformed oceanic crust subducting into the mantle: the case of the Kanto district, central Japan; Tectonophysics, Vol. 176, 355-376, 1990.
- Hurukama, N. & M. Imoto, Subducting oceanic crust of Philippine sea and Pacific Plate and weak zone normal compression in the Kanto district, Japan, Geophys. J. Int., Vol. 109, 639-652, 1992.
- Kelleher J., L. Sykes & J. Oliver, Possible criteria for predicting earthquake locations and their application to major boundaries of the Pacific and the Caribbean, J. Geophys. Res., Vol. 78, No. 14, 2584-2584, 1973.
- Kirby, S., E. R. Engdahl & R. Delinger, Intermediate-depth intraslab earthquakes and arc volcanism as physical expressions of crustal and uppermost mantle metamorphism in subducting slabs; Subduction: Top to Bottom, Geophysical Monograph 96; G. R. Bebout, D. W. Scholl, S. H. Kirby and J. P. Platt, Editors, AGU, 1996.
- Kostoglodov, V. & W. Bandy, Seismotectonic constraints on the convergence rate between the Rivera and North America plates, J. Geophys. Res., Vol. 100, No. B9, 17,977-17,989, 1995.
- Kostoglodov, V., W. Bandy, J. Domínguez & M. Mena, Gravity and Seismicity over the Guerrero Seismic Gap, Mexico, Geophys. Res. Lett., Vol. 23, No. 23, 3385-3388, November 15, 1996.
- Lee, W.H.K & C. Valdés, *HYPO71PC: A personal computer version of the HYPO71 earthquake location program*, U. S. Geol. Surv. Open File Rep., 85-749, 1985.
- Lewis, T. R. B. & W. E. Snydsman, *Fine structure of the lower oceanic crust on the Cocos plate*, J. Francheteu (Editor), Processes and Mid-ocean ridges; Tectonophysics, Vol. 55, 7-105, 1979.
- Nishenko, J. & S. K. Singh, Conditional probabilities for the recurrence of the large and great interplate earthquake along the Mexican subduction zone; Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 77-6, 2095-2114, 1987.

- Núñez-Cornú, F. J., D. Córdoba, A. Nava, L. González, A. González, G. Calderón, M. J. Blanco, J. Lermo, J. Yamamoto, F. Mendiola, G. Castellanos, R. Mota, E. Suriñach, M. Cruz, & C. Sánchez, *Estudio de la estructura de la litósfera en México 1992*; Boletín Informativo de la Unión Geofísica Mexicana, Época II, Vol. 12, No. 5, 1992.
- Pacheco, J. F., L. R. Sykes and C. H. Scholz, *Nature of seismic coupling along simple plate boundaries of subduction type*, J. Geophys. Res., Vol. 98, 14133-14159, 1993.
- Pardo, M., & G. Suárez, Shape of subducted Rivera and Cocos plates in southern Mexico: Seismic and tectonic implications, J. Geophys. Res., Vol. 100, 12357-12373, 1995.
- Roecker, S. W., *Seismicity and tectonics of the Pamir-Hindu Kush region of central Asia*; Ph.D. thesis, MIT, Cambridge, 1981.
- Roecker, S. W., Velocity structure of the Pamir-Hindu Kush region: Possible evidence of subducted crust, J. Geophys. Res., Vol. 87, B2, 945-959, 1982.
- Roecker, S. W., Y. Yeh, & Y. Tsai, Three-dimensional P and S wave velocity structure beneath Taiwan: Deep structure beneath and arc-continent collision; J. Geophys. Res., Vol. 92, 10547-10570, 1987.
- Rushmer, T., *The influence of dehydration and partial melting reactions on the seismicity and deformation in warm subducting crust;* Subduction: Top to Bottom, Geophysical Monograph 96; G.
  R. Bebout, D. W. Scholl, S. H. Kirby and J. P. Platt, Editors, AGU, 1996.
- Spudich, P. & J. Orcutt, A new look at the seismic velocity structure of the oceanic crust; Rev. Geophys. Space Phys., Vol. 18, No. 3, 627-645, 1980.
- Suárez, G., T. Monfret, G. Wittlinger & C. David, *Geometry of subduction and depth of the seismogenic zone in the Guerrero Gap, Mexico*; Nature, Vol. 345-6273, 336-338, 1990.
- Suárez, G., J. P. Ligorría & L. Ponce, Preliminary crustal structure of the coast of Guerrero, Mexico, using the minimum apparent velocity of refracted waves; Geofis. Int. Vol. 31, Num. 3, 247-252, 1992.
- Suárez, G. & O. Sánchez, Shallow depth of seismogenic coupling in southern Mexico: Implications for the maximum size of earthquakes in the subduction zone, Phys. of the Earth and Planet. Int., Vol. 93, 53-61, 1996.
- Tarantola, A. & B. Valette, *Inverse problem = Quest for information*, J. Geophys., Vol. 50, 159-170, 1982.
- Thurber, C., Earthquake locations and three dimensional crustal structure in the Coyote Lake area, central California; J. Geophys. Res., Vol. 88, 8226-8236, 1983.

- Valdés, C., W. D. Mooney, S. K. Singh, R. P. Meyer, C. Lomnitz, J. H. Luetgert, C. E. Helsley, T. R. Lewis & M. Mena, *Crustal structure of Oaxaca, Mexico. from seismic refraction measurements*; Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 76, No. 2, 547-563, 1986.
- Valdés-González, C., Seismic structure, scaling, seismic attenuation and gaps. using aftershocks from the major 1979 Petatlán (Surface-wave magnitude equal 7.6) earthquake; Ph. D. thesis, University of Wisconsin-Madison, 1993.
- Valdés-González, C & R. P. Meyer, Seismic structure between the Pacific coast and Mexico City, from Petatlán earthquake (M<sub>s</sub>=7.6) aftershocks, Geofis. Int. Vol. 35, Num. 4, 377-401, 1996.

FIGURE CAPTIONS.

- **Figure 1.** a) Seismicity recorded by the Guerrero seismic telemetric network, from September 1987 to August 1992. From a total of 6,900 micro-earthquakes, the figure only are shown the 2,350 events (dots) with hypocentral error less to 0.5 km, and coverage angle less 180°, distributed on two seismic bands along the coast. Triangles indicate the location of the seismic stations and the dashed line indicates the location of profile A-A' (Figure 1b). Mayor cities are shown as squares. The square around of seismicity indicates the area where inversion method is applied. b) Seismic profile along A-A' that shows a first seismic band along the coastline, reflecting the zone of seismogenic coupling, and a second and deeper band forms of intraplate events located a depth of 28 to 50 km. The C letter indicates the position of coastline, T indicates the position of the trench, and white triangles show the profile position of seismic stations.
- Figure 2. One-dimensional velocity models of the Guerrero Gap; the dashed line is the model of Suárez et al. (1992) and solid line is the model obtained in this study.
- **Figure 3.** Results of the three-dimensional inversion to P-wave velocity, using a mesh of 384 cubes with 10 kilometers long per side in plane and thickness like to the one-dimensional model from the Figure 2. Black little triangles are seismic stations.
- **Figure 4.** Resulting two-dimensional velocity structure parametrized using bands parallel to the coast. The gray scale indicate Vp values from 5.6 to 8.4 km/s. Symbols like before figures.
- **Figure 5.** Results of the inversion process for P-wave velocity using a megablocks distribution structure. Each block is labeled from P1 to P9 and for each megablock the P-wave velocity, resolution and mean error is shown.
- **Figure 6.** Results of the test of the inversion results for P-wave velocity using synthetic data from the perturbed arrival times. Both the resolution values and the estimated errors confirm that the data are adequate to resolve the structure (Figure 5). This figure only shows the results of P-wave velocity for each megablock (SD1 to SD9)
- **Figure 7.** Relocated seismicity with the final velocity model of the Guerrero gap. Four flat layers P1, P2, P3 and P4 form the continental crust from North America plate, P5 block may represents a mantle wedge. The Moho lies between blocks P4 and P5. The blocks P6 and P7 represent a transitional basaltic zone between Cocos and North America plates. The velocity of P6 suggests the presence of subducted oceanic crust which at a depth of ~30 km is transformed into a higher velocity layer (P7) suggesting a transitional zone. P8 is a transitional layer from upper mantle to oceanic crust. P9 is perhaps the upper mantle.

Figure 1a.



















# CONCLUSIONES GENERALES DE LA TESIS.

De las tres imágenes tomográficas obtenidas, podemos establecer las siguientes conclusiones:

1. En la península de Kamchatka se determinó la estructura de velocidades de ondas P, hasta una profundidad de 200 km. Los resultados muestran perturbaciones entre  $\sim 2 \%$  y  $\sim 7 \%$ , con respecto a un modelo inicial de velocidades, que delinean la placa del Pacífico subduciendo debajo de la península, con un espesor de  $\sim 70$  km. Además, se observan regiones de baja velocidad debajo de la cadena volcánica, entre 30 y 150 km de profundidad, más definidas a 30 km de profundidad, en el modelo 3D, y a 150 km en el modelo 1D.

2. En Nicaragua, se determinó la imagen tomográfica de la estructura de velocidades de ondas P, hasta una profundidad de 200 km. Se observan tres regiones importantes: Una región de baja velocidad debajo de la cadena volcánica, ubicada entre 10 y 25 km de profundidad. Otra región de baja velocidad, localizada entre 90 y 150 km de profundidad, y una región de perturbación alta, ~65 km de profundidad, probablemente asociada a la placa subducida de Cocos debajo de Nicaragua. Con la sismicidad relocalizada con la estructura de velocidades en 3D y esta perturbación de alta velocidad, se sugiere que la placa de Cocos tiene un espesor de ~45 km.

3. En Guerrero, se obtuvo un a imagen tomográfica de la zona en 2D, para ondas P y S, a una profundidad máxima de 50 km, y 70 km de ancho, compuesta por una corteza terrestre de cuatro capas planas ( $5.4 \le Vp \le 7.1$ ). La litósfera oceánica en subducción muestra que por arriba del manto (Vp=7.7 km/s) hay una capa de ~5 km de espesor con una velocidad Vp=7.2 km/s. Esta capa que alcanza una profundidad máxima de ~30 km, refleja corteza oceánica en subducción. La corteza oceánica sufre aparentemente un cambio de fase de basalto a eclogita (Vp=7.6 km/s). El ángulo de buzamiento de la corteza oceánica de la Cocos bajo la placa de Norteamérica, de ~26°. El manto presenta un valor para la onda P de 8.2 km/s. Esta estructura y la sismicidad relocalizada, permiten establecer una longitud de 30 km para la zona de contacto entre Cocos y Norteamérica.

4. En Kamchatka y Nicaragua, el período de registro de los datos, el tamaño de la red y la tectónica de cada región, permitieron encontrar algunas similitudes: a) Dos zonas de baja velocidad, una debajo de la cadena volcánica y otras alrededor de 110 km de profundidad, y b) una estructura de alta velocidad asociada a la corteza oceánica subducida. Las zonas de baja velocidad están asociadas a material fundido de la placa oceánica y la placa continental a una profundidad de ~110 km, que asciende hasta la superficie para dar origen a cadenas volcánicas. La estructura de alta velocidad se encuentra dentro de la corteza oceánica en subducción, y se origina por cambios de fase dentro de ella.