



**Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores
Zaragoza**

**El Sistema Bancubi como una Herramienta Útil
en el Proceso Enseñanza – Aprendizaje en Niños de Nivel
Preescolar.**

T e s i n a

Para obtener el título de:

Licenciado en Psicología

P r e s e n t a:

Torres Salas Elsy Margarita

Director:

Alfonso Sergio Correa Reyes



Universidad Nacional
Autónoma de México

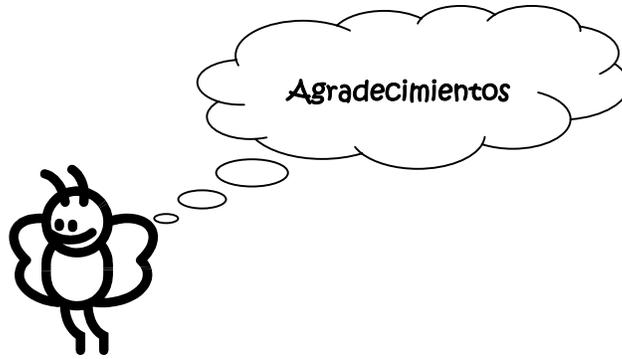


UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



A mi mamá: que con tu amor, enseñanza, confianza has forjado las bases para lograr lo que soy ahora, y sobre todo por ser mi mejor amiga sé que este logro es parte de tu éxito como mama. Te Amo.

A Miguel: por siempre creer en mí, por el amor que me demuestras con tu paciencia y apoyo en las decisiones que tomo, por estar en los momentos más felices, tristes y difíciles de mi vida. Sé que este éxito es también tuyo. Eres un maravilloso compañero y sé que estando juntos construiremos muchas realidades como esta.

Te Amo infinitamente.

A Laura: hermanita, gracias por compartir noches de historias y juegos, gracias por las cosas que descubro de mi cuando estoy contigo. Te puedo decir que siempre contarás conmigo, te quiero mucho.

A mi papa: por ser la persona que me impulsa a ser mejor cada día.

A la familia Ruiz González: Soco, Miguel (Grande), Rebe y Sergio: por ser un gran apoyo y demostrar un cariño incondicional todo este tiempo. Gracias por hacerme sentir parte de su familia.

A Mi buen amigo y Director de Tesina Sergio Alfonso Correa por tu vocación de enseñarme y ser mi guía en este proyecto. Deseando que Tú y Cuqui compartan otras dichas en mi vida.

A mis sinodales Cuqui, Eliezer, Gerardo y Margaita: por su tiempo y enseñanza para formarme como una Psicóloga con valores y ética profesional y sobre todo tener siempre actitudes positivas hacia la vida.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme formarme como profesional, y aunque nunca podré pagar todo lo que me ha dado, iré por la vida orgullosa de ser parte de ella.

A la Facultad de Estudios Superiores Zaragoza por haberme recibido con los brazos abiertos en una aventura y un sueño que hoy gracias a mi esfuerzo veo realizado.

A todos y cada uno de mis amigos que han estado a lo largo de mi vida, Hugo, Lucy, Paco, Juan José y Edith; porque sé son como las estrellas, a veces no logras verlas pero tienes la seguridad de que siempre están ahí.

Y por supuesto a todos los niños con los que trabajo todos los días, porque con ustedes nunca se olvida la inocencia de la vida, la alegría de la gozar con sus maravillosas sonrisas y seguir teniendo las ganas de aprender más para poder ofrecerles lo mejor de mis conocimientos.

Introducción

I Antecedentes

Corrientes Filosóficas

- 1.1 Empirismo
- 1.2 Racionalismo

II Teorías del Aprendizaje

2.1 Enfoques Conductistas

- 2.1.1 El aprendizaje de Thorndike
- 2.1.2 El aprendizaje de J. Watson
- 2.1.3 El Aprendizaje de F. Skinner

2.2 Enfoques Cognoscitivistas

- 2.2.1 Teoría de la Gestalt
- 2.2.2 El constructivismo
- 2.2.3 Modelo Constructivista de J. Piaget

2.3 Modelo Montessori

- 2.3.1 Breves Consideraciones Históricas
- 2.3.2 El Método de la Pedagogía Científica
- 2.3.3 Autonomía, Libertad y disciplina con base en la educación
- 2.3.4 La Maestra Montessoriana y la Pedagogía Materna
- 2.3.5 Los Materiales Didácticos
- 2.3.6 La propuesta Curricular de Montessori

III Las Matemáticas en el Preescolar

- 3.1 El Método Bancubi
- 3.2 Otros tipos de Métodos

IV Descripción de la Intervención

VI Resultados

VII Discusión

VIII Bibliografía

IX Anexos

INTRODUCCIÓN

En términos generales los profesionales de las Ciencias de la Conducta y en particular los Psicólogos se ocupan de la importante función de orientar y facilitar el crecimiento personal de la comunidad. Dentro de este contexto el Psicólogo identifica las variables que facilitan el aprendizaje significativo; del mismo analiza y enumera los principales problemas existentes en el proceso enseñanza–aprendizaje lo cual le permite asesorar en la planeación educativa y contribuir en la creación de programas de formación y entrenamiento, acordes a los recursos humanos y la realidad social y cultural del país.

Uno de esos problemas se refiere a la enseñanza y aprendizaje de las ciencias que, directa o indirectamente tienen que ver con las Matemáticas y, pese a que esta situación no es de ningún modo nueva, no existen estudios que permitan apreciar de una manera más clara la verdadera dimensión del problema. Según algunos datos estadísticos se afirma que la calificación promedio de Matemáticas en un examen es de 4.39 en primaria y de 3.47 en Secundaria (Guevara, 1991). Lo anterior sugiere que existen serias deficiencias en el proceso de enseñanza – aprendizaje del razonamiento Lógico matemático. Por consiguiente, resulta claro que es en los niveles educativos más elementales donde existe la posibilidad y necesidad de orientar esfuerzos para proponer soluciones creativas que se contrapongan a la enseñanza tradicional que, en cierto sentido, ha colaborado a perpetuar esta situación. Si se toma como base lo anteriormente señalado, es de suponer que las deficiencias en dichos proceso tienen una clara incidencia en el rechazo que el alumnado en general tiene hacia las Matemáticas. Campechano (2003) por ejemplo, indica que quizá esto pueda explicar por qué los alumnos universitarios tienden a escoger carreras en donde las matemáticas tienen un impacto relativamente corto, lo cual, a decir de este especialista, también explica el considerable rechazo a nivel nacional de las ciencias “duras” donde las Matemáticas son determinantes.

Si bien es cierto que los efectos más graves de esta problemática se distinguen a nivel Licenciatura, es en el preescolar, como ya se señaló, donde se encuentran sus orígenes. En este sentido, es importante señalar que los esfuerzos realizados en dichos niveles han demostrado ser de muy poca efectividad y a la postre han demostrado ser un auténtico lastre educativo. Como ejemplo se puede citar el plan de trabajo que sugiere la SEP a nivel preescolar para el área de las Matemáticas (Subsecretaría de Educación Elemental Orientaciones Pedagógicas para la Atención Educativa de niños y niñas de 3 a 6 años de la Ciudad de México 1991), dado que resulta deficiente, limitante y en muchas ocasiones nulo para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Cuando hablamos del aprendizaje formal de las matemáticas en preescolar, partimos del nivel de pensamiento en el que se encuentran los niños. Por ésto, es necesario que el trabajo se haga a partir de la experiencia con material concreto. De acuerdo con Piaget (1977) el niño de 2 a 7 años puede ir construyendo conocimientos matemáticos a partir de la información que recibe a través de los sentidos, puede ver y sentir la diferencia entre una unidad y un millar, puede comparar cuánto material quedó después de hacer una resta. De tal forma, un punto fundamental a considerar es aquel que se refiere a que la base del conocimiento lógico-matemático es el conocimiento físico; por ende, resulta de suma importancia la comparación que los niños hacen entre los elementos, la manera en que clasifican y establecen los criterios para la seriación. Montessori (1934) argumenta que es esencial para la práctica, la imitación, la repetición y ordenación, dado que permite al niño apropiarse de habilidades de tipo lógico y clasificadorio, esenciales para el posterior desarrollo de operaciones mentales de mayor complejidad. De tal suerte que, el aprendizaje formal del conocimiento lógico matemático, no es un proceso simple, sino por el contrario, como se señala en líneas superiores, incluye una serie de elementos de suma importancia que no son tomados en cuenta por los sistemas de enseñanza tradicional.

Por tanto, es lógico suponer que es a nivel preescolar donde es posible utilizar herramientas que faciliten y provean de un nuevo significado al proceso de enseñanza- aprendizaje de las Matemáticas. La idea central que sustenta lo anterior es que al tener el niño contacto con procedimientos novedosos que le permitan incorporar, mediante la asignación de nuevos significados, conceptos y principios propios del pensamiento lógico matemático, se sentarán las bases para el desarrollo de nuevas habilidades que le serán útiles en etapas posteriores de su desarrollo.

Una de las ideas, que por lo regular los procesos de enseñanza- aprendizaje en la educación tradicional han pasado por alto, es aquella que se refiere a la incorporación de conceptos lógico-matemáticos mediante la actividad lúdica natural en los niños. Particularmente para aquellos en edad preescolar, las matemáticas tienen que ver con lo que hacen, con sus juegos, con lo que ven, con lo que oyen de los adultos. Lo cual indica de forma clara que es ese el medio natural por medio del cual los infantes proveen de significado a su aprendizaje. De manera natural comparan, clasifican, hacen seriaciones, establecen jerarquías entre los objetos que los rodean, aprender a contar, a sumar a medir, etc. (Maurer, 2001).

Específicamente, el presente trabajo representa una propuesta que se orienta en este sentido, dado que tiene como propósito la elaboración de una propuesta, derivada del ejercicio profesional, que permita enriquecer la labor psico-educativa orientada a favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento Lógico-matemático, en niños a nivel preescolar.

Dicha propuesta se basa en la utilización del método Bancubi como un medio alternativo para hacer del proceso de adquisición del conocimiento en los niños una experiencia basada en su actividad lúdica y que, por tanto, resulta un facilitador para la asignación de nuevos significados, que a la postre, permitirá el contacto de los niños con las Matemáticas sin rechazarlas. De manera paralela, el presente estudio pretende ponderar los procesos de enseñanza-aprendizaje

activos, derivados de los conceptos de Montessori y Piaget, en contraposición a los métodos de enseñanza-aprendizaje tradicionales, propuesto por la SEP en donde el niño es concebido como un ente pasivo, receptor de conocimiento. Dado que el método Bancubi se refiere a un sistema para aprender matemáticas de forma concreta, donde es posible para el niño la utilización de material para realizar desde una simple suma hasta una raíz cúbica, dependiendo del nivel de desarrollo en que se encuentre, se pone de manifiesto la clara orientación hacia la acción como un medio natural para el aprendizaje, concibiendo así, al infante como un ser naturalmente activo en su forma de aprender e integrar nuevas experiencias en su vida.

Finalmente, es también, la intención de la presente documento el resaltar la importancia de la actividad lúdica como el medio idóneo para orientar al niño hacia el aprendizaje de conceptos derivados del área Lógico Matemática, por encima de la solemnidad que reviste usualmente a los sistemas de enseñanza tradicionales. En este sentido, se pretende investigar si, mediante el juego y la manipulación, el niño puede asignar un nuevo significado a todos los procesos Lógicos-matemáticos y con ello, facilitar la integración sistemática de conceptos que representan cierta complejidad.

Por tanto, el método Bancubi resulta ser un sistema de uso práctico que se basa en la utilización de material concreto que el niño puede manipular para aprender matemáticas de forma concreta. Con él, el niño puede utilizar material para realizar desde una simple suma hasta una raíz cúbica, dependiendo del nivel de desarrollo en que se encuentra, dándole sentido lógico a todos los procesos lógicos-matemáticos y promoviendo a la vez un proceso reflexivo y analítico sobre dichos procesos. Por tanto, no se exagera al afirmar que el método Bancubi es una forma divertida para aprender mediante el juego.

I. ANTECEDENTES.

Durante muchos siglos, la enseñanza ha sido exclusivamente pasiva, basada en la repetición de frases y en escuchar al profesor. Es a partir del siglo XVII cuando se empiezan a introducir imágenes en los libros de texto, al tiempo que se recomienda el contacto con la naturaleza y la observación de las cosas. Este método “sensual - intuitivo”, que hoy continúa empleándose junto al verbal, se apoya en el supuesto de que el conocimiento es copia de la realidad y que el sujeto tiene el papel de registrar pasivamente lo que viene del exterior. A principios del siglo XIX se inicia un movimiento de renovación pedagógica que tiende a valorar la actividad del niño y a cambiar su papel dentro de la escuela, en relación con sus compañeros y con el maestro. Ese movimiento va unido a un interés por el estudio del niño. (<http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo10.doc>)

Para estudiosos del comportamiento, pedagogos y académicos, el entender cómo se forman los conocimientos posee gran importancia, tema por cierto, que tradicionalmente ha pertenecido al ámbito de la filosofía; no obstante, dicho tema ha trascendido ya los límites de la filosofía, aunque hoy en día no se puede negar que cualquier estudio serio sobre el conocimiento, necesariamente tiene que remontarse a los antecedentes filosóficos como un punto de partida por demás útil. En este sentido, conviene señalar que dentro de la filosofía sobre el conocimiento han dominado dos posiciones, la empirista y la racionalista. Posiciones que a continuación se verán brevemente.

1.1 Empirismo

El empirismo constituye uno de los grandes movimientos dentro de la filosofía moderna, es una doctrina relativa a la naturaleza del conocimiento; históricamente, han existido dos aspectos en el empirismo. Uno de ellos, denominado empirismo psicológico, en el cual se niega la existencia de conocimientos innatos y defiende que todo conocimiento derivado de la experiencia procede de los sentidos. El otro, llamado epistemológico, establece que todo conocimiento debe ser justificado recurriendo a la aprobación de los sentidos, de modo que sólo se puede considerar como conocimiento, cuando lo que se afirma sea corroborado por los sentidos. (Hilgard y Bower 1973). En realidad, ambos aspectos de esta doctrina son inseparables el uno, del otro y actualmente pueden observarse los efectos que tienen en diversas corrientes filosóficas, psicológicas y epistemológicas.

Desde la antigüedad, muchos filósofos han mantenido la tesis de que el conocimiento se adquiere y se justifica mediante la experiencia y no hay otra realidad que la que nos proporcionan los sentidos o la que es accesible a éstos. Sin embargo, fue durante el siglo XVII cuando el empirismo nace como una incipiente alternativa epistemológica. El empirismo se desarrolló principalmente en Inglaterra, de tal manera que es muy común escuchar hablar del empirismo inglés, pues las ideas, que a la postre resultaron ser la piedra angular de esta corriente filosófica, fueron aportadas en gran parte por filósofos como Thomas Hobbes, John Locke, David Hume, James Mill y John Stuart Mill.

El empirismo, sostiene que la experiencia es la única fuente del conocimiento; es decir, que otorga un estatus especial a la experiencia sensorial, aunque se infiera algún conocimiento de las reflexiones intelectuales acerca de las relaciones entre las experiencias. Según esta teoría del conocimiento,

nuestras ideas provienen principalmente de impresiones sensoriales, ya sea como copias directas de ellas (ideas simples) o como combinaciones de diversas ideas simples (ideas complejas) (Hilgard y Bower 1973).

El empirismo considera dos mecanismos básicos de aprendizaje; el primero de ellos se refiere a la forma en que se configuran las representaciones internas de las ideas simples. Dichas ideas se originan por el solo hecho de copiar sus correspondientes impresiones sensoriales del almacén de la memoria y el segundo se refiere al hecho de que las ideas complejas se forman al conectar en la memoria ideas simples que se experimentan de modo contiguo y se vinculan por una relación asociativa. De tal forma, la experiencia del sujeto está basada en la impresión sensorial de elementos aislados (olores, colores, formas, sabores, texturas, etc.) considerados como ideas simples, las cuales al asociarse de forma mecánica, dada su continuidad en el tiempo y/o espacio, configuran las llamadas ideas complejas.

Un desarrollo de particular interés se refiere a las leyes de formación de la asociación, los empiristas proponían que el grado de asociación (o cantidad de memoria) varía en proporción directa a lo *vívido* de la experiencia, su *frecuencia*, su *duración* y su *recencia*. Tales conjeturas han dado lugar a muchas investigaciones experimentales acerca del aprendizaje y la memoria a principios del siglo XX, de un modo u otro, todas las teorías del aprendizaje manejan estos factores (Hilgard y Bower 1973).

1.2 Racionalismo

Si en el lenguaje ordinario se denomina racionalista a aquella persona que rehuye de toda creencia infundada o superstición y que no reconoce más evidencia que la aportada por la sola luz de la razón, en el contexto de la filosofía este término hace relación a una particular corriente filosófica surgida en el siglo XVII de manos de René Descartes y cuyos máximos exponentes fueron Baruch

Spinoza y Wilhelm Leibniz. Tradicionalmente, se suele contraponer el racionalismo al empirismo, movimiento que apareció paralelamente en Inglaterra, como ya se señaló con oportunidad.

El racionalismo corresponde a la posición filosófica que sostiene que la razón constituye la principal fuente de conocimiento; antes que los datos y los sentidos, la autoridad, la relevancia o la intuición, la razón es el único fundamento válido del conocimiento, la creencia y la acción. Los racionalistas tienen una perspectiva totalmente distinta acerca del papel que desempeñan los “datos sensibles” en nuestra construcción de la realidad, para el empirista nuestras ideas son copias pasivas de tales datos, para el racionalista, los datos sensibles son un caos no estructurado e indiferenciado, y sólo proporcionan material en bruto para un mecanismo interpretativo que los considera como indicios acerca de su fuente y significado probables. Los datos sólo pueden interpretarse de acuerdo con ciertas formas; más exactamente, con arreglo a ciertas clases de premisas perceptuales innatas con las cuales la mente comienza.

Una crítica general que los racionalistas han dirigido al empirismo clásico es que la teoría empírica de la percepción brinda una explicación inadecuada del carácter unitario de las percepciones. Los racionalistas afirman que las relaciones entre los puntos de sensación elemental son tan primarias y psicológicamente vívidas como los mismos puntos de sensación. Los racionalistas argumentaban que la “experiencia bruta”, junto con los principios del aprendizaje asociativo, no bastaban para prevenir la acumulación de una masa desorganizada de caprichos accidentales que se hundan en un caos de agobiantes aspectos particulares. Si no que deberían imponerse ciertas “restricciones” (como formas o principios innatos) a la interpretación de sucesos; la mente humana sólo acepta hipótesis de formas particulares (Hilgard y Bower 1973).

La filosofía racionalista ofrece una serie de características fundamentales, que la distinguen claramente de otras ideas que en su momento tuvieron una considerable presencia en los círculos intelectuales. La primera de ellas se refiere a la confianza que depositaba en la razón humana; en este sentido, los filósofos racionalistas le otorgan un valor extremo a la razón entendida como la única facultad susceptible de alcanzar la verdad. La oposición típica en la Edad Media entre razón y fe (Revelación) o entre filosofía y religión, es sustituida ahora por la contraposición entre las verdades racionales frente a los engaños o ilusiones de los sentidos. Otra característica de no menor importancia es aquella que se refiere a la existencia de ideas innatas, al estar las ideas de algún modo "presentes" en el alma humana, los racionalistas afirman que la conciencia posee ciertos contenidos o ideas en las que se encuentra asentada la verdad. La mente humana no es un receptáculo vacío, ni una "tabla rasa" como defendieron los empiristas, sino que posee naturalmente un número determinado de ideas innatas o naturalezas simples (como las denomina Descartes) a partir de las cuales se fundamenta deductivamente todo el edificio del conocimiento. La característica fundamental de tales ideas es su simplicidad, claridad y distinción, es decir, la evidencia. En Descartes las ideas innatas y en particular la idea de Dios garantizan y son los pilares desde los que se puede reconstruir con plena certeza todos los saberes, desde la física hasta la metafísica. En Leibniz, por otra parte, las mónadas que son una cierta energía, fuerza o entelequia (alma) que sigue el orden inexorable de una armonía preestablecida por Dios. Y contienen ("como semillas") una perspectiva parcial de la totalidad del universo, son un microcosmos en el que se refleja el macrocosmos.

En cuanto a la metodología los racionalistas tomaron como modelo el método utilizado por la matemática y la geometría: Descartes lo desarrolló en su obra "Reglas para la dirección del espíritu"; Spinoza en el *Tratado de la reforma del entendimiento* y Leibniz en su *De Arte combinatoria*. La utilidad del método estriba no sólo en escapar del error, sino que persigue una intención clara: la unificación de las ciencias e incluso la creación de una "Mathesis Universalis" o ciencia cierta de carácter universal que pudiera utilizar un lenguaje simbólico

matemático con el que analizar y reducir a lo simple (y cierto) toda proposición compleja de la ciencia.

El método es una propedéutica: sana, cura el entendimiento y lo orienta a la conquista de la verdad, reduciendo toda cuestión compleja a elementos simples, claros y distintos (evidentes) que son conocidos mediante una intuición intelectual, despojada de toda sensibilidad e independiente del ámbito de la experiencia (a priori). Finalmente, se encuentra la metafísica racionalista basada en la idea de sustancia, la cual desvía la atención del ser a la sustancia. Por sustancia, entienden los racionalistas, aquello que existe de tal manera que no necesita de ninguna otra cosa para existir. Ahora bien, no todos estos filósofos admitieron el mismo número de ellas ni le otorgaron las mismas características. Descartes afirmó la existencia de tres sustancias distintas (res infinita o Dios, res cogitans o pensamiento y res extensa o sustancias corpóreas), lo cual le condujo al establecimiento de un acusado dualismo que escindió la realidad en dos ámbitos heterogéneos (lo corporal o material y lo espiritual) irreconciliables entre sí y regidos por leyes absolutamente divergentes (leyes mecánicas para el mundo físico). Spinoza, por su parte, afirmó la existencia de una única sustancia, "Deus sive sustancia, sive natura", que le hizo desembocar en una postura panteísta, pensamiento y extensión son atributos de Dios, única sustancia existente, por lo que tanto el pensamiento (alma) como las cosas materiales no pueden ser consideradas sino como sus modos, no como entidades independientemente existentes. Leibniz, sin embargo, adoptó un pluralismo metafísico que afirmaba la existencia de infinitas sustancias simples o mónadas caracterizadas por ser inextensas, simples, impenetrables y dotadas de percepción.

Se ha criticado el idealismo subyacente a los postulados racionalistas, acusándolo de "petrificar" y "falsificar" la realidad en detrimento de "lo vital". Pese a ello, su mérito consistió en liberar e higienizar a la razón de todos los prejuicios heredados.

Muchos años pasaron antes de que cualquiera de estas dos posturas filosóficas reclamara su hegemonía epistemológica. Cuando en la segunda mitad del siglo XIX surge la Psicología como una disciplina independiente ésta hereda la problemática filosófica y la disputa entre las posiciones empiristas y racionalistas. Es necesario señalar que los primeros psicólogos provenían o bien de la fisiología y la medicina o de la filosofía y algunos tenían una formación en ambos campos; por tanto las formas de abordar el problema del aprendizaje y la formación de conocimientos se vieron así influidos por las posiciones filosóficas anteriores.

La novedad que introducen los psicólogos es que empiezan a estudiar experimentalmente el problema del aprendizaje. Parten de las concepciones filosóficas, pero desde ellas tratan de realizar experimentos sobre cómo se aprende y tratan de cuantificar los resultados. Así el problema del aprendizaje se convierte durante muchos años en uno de los temas centrales en la Psicología. Los psicólogos suelen definir el aprendizaje como un cambio de la capacidad o de la conducta que es relativamente permanente y que no puede atribuirse simplemente al proceso de desarrollo ([http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo 10.doc](http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo10.doc)).

De esta forma se diferencia el aprendizaje de los cambios momentáneos, señalando su permanencia de los cambios debidos al desarrollo o crecimiento. A continuación se resumen algunas de las investigaciones, que dentro del campo de la Psicología, definieron caminos importantes en la comprensión sobre la formación del conocimiento.

II. TEORIAS DEL APRENDIZAJE.

2.1 Enfoques Conductistas

2.1.1 El Aprendizaje de E. L.Thonrdike

En cierto sentido, Edward Lee Thorndike puede ser considerado como un pionero en la investigación sobre el aprendizaje, su teoría dominó casi medio siglo en Estados Unidos, sobre las demás ideas que del aprendizaje se tenían. Su conexionismo o teoría de los vínculos fundamenta el aprendizaje sobre los mismos, es decir, asociaciones entre las impresiones sensoriales y los impulsos de acción (Hilgard y Bower 1973).

Hacia finales del siglo XIX Thorndike, realizaba un estudio con animales, especialmente con gatos, ocupándose de cómo aprendían a salir de una caja en la que estaban encerrados. El gato hambriento trata de escaparse de la caja para conseguir comida. La caja se abría con un dispositivo, una cuerda de la que hay que tirar, el animal al ser introducido en la jaula se mueve, se agita, araña, muerde, hasta que por azar, abre la caja. Las veces siguientes que es encerrado va disminuyendo el tiempo que tarda en abrir la caja, “aprendiendo” a abrir la caja. Para Thorndike la explicación es que el gato aprende por tanteo, o ensayo y error, eliminando las respuestas incorrectas y manteniendo las correctas. El

aprendizaje se realiza por selección y conexión y obedece a varias leyes, la principal, la “ley del efecto” la cual afirma que las nuevas respuestas se fortalecen o se debilitan por sus consecuencias, de tal suerte que los movimientos del gato que le permiten abrir la caja aumentan la probabilidad de que vuelvan a realizarse porque han tenido éxito, mientras que los que no le permiten salir de ella tienden a disminuir, e incluso a desaparecer. ([http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo 10.doc](http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo10.doc)).

Así mediante asociaciones o conexiones el organismo va formando, o aprendiendo, nuevas respuestas que serán tanto más sólidas cuanto mejores consecuencias tengan. Un aspecto, por demás interesante, es que dicho principio no sólo puede ser aplicable en la vida de los animales filogenéticamente inferiores, sino que también explica el aprendizaje en los seres humanos. Por ejemplo, el niño aprende que cinco más siete es igual a doce, asociando la aparición del cinco y del siete unidos por el signo mas al doce. Si cuando el niño produce esa respuesta el maestro la aprueba o le pone buena nota o llega al resultado correcto del problema que está resolviendo, esa conexión se verá fijada y aumentará su probabilidad, mientras que la respuesta trece u once desaparecerá, al no tener consecuencias favorables.

De tal forma es posible observar la influencia que la filosofía empirista tuvo sobre las ideas de Thorndike; puesto que este principio de “ensayo y error” implica la asociación de elementos que configuran una respuesta con efecto positivo, las cuales, según Thorndike tienden a mantenerse y afianzarse, mientras que aquellas cuyas conexiones no resultaron correctas tienden a desaparecer.

La influencia de Thorndike en los contextos educativos es palpable aún en nuestros días, ya que imprimió un gran impulso al movimiento científico en este campo, al promulgar que las prácticas educativas se regularán de acuerdo con los resultados verificados en situaciones específicas. Particularmente, dichas ideas tuvieron un gran éxito entre los psicólogos y entre los educadores pues

explicaban, cómo mediante la repetición de las buenas respuestas, estas se aprendían y por qué desaparecían las malas. Su formidable estímulo dió lugar a una nutrida producción en áreas tan variadas como las escalas de escritura a mano, la redacción de diccionarios, los métodos para la enseñanza de la aritmética, de la ortografía y las pruebas de inteligencia y orientación vocacional (Hilgard y Bower 1973).

2.1.2 El Aprendizaje de J. B. Watson

Otra teoría con gran influencia empirista y asociacionista fue aquella que se refiere a la psicología conductista. En 1913 John B. Watson, en su Manifiesto Conductista, mostró que siguió en muchos aspectos los pasos de Thorndike pero precisó y desarrolló otras muchas cosas sobre cómo se aprende. Este Conductismo de Watson buscó diferenciarse de otros modelos teóricos que en aquellos momentos gozaban de gran popularidad como el Psicoanálisis y la misma Psicología Experimental de su antecesor Thorndike.

Algunas de las ideas novedosas que planteó el Conductismo se orientaron hacia aspectos metodológicos y en cuanto a su objeto de estudio. Dichas ideas formaron parte central de este modelo. En primera instancia, Watson planteó la necesidad de una metodología objetiva y un cambio del estudio hacia la conducta observable; por otro lado, en cuanto al objeto de estudio, Watson negó la existencia de métodos apropiados para el estudio de los fenómenos internos y por ende planteó una especie de reduccionismo antimentalista (Millán, 1996). De hecho, llegó a afirmar en su artículo “Psychology as the Behaviorist Views It”, anteriormente citado, que el concepto de conciencia, es una superstición, una reliquia de la Edad Media, que no es posible definirla ni tampoco localizarla; por tanto no puede ser objeto de estudio científico (Morris, 1987).

A manera de síntesis, Pozo (en: Millán, 1996), plantea que el Conductismo posee varios rasgos distintivos y que resultan característicos; por ejemplo, se deduce que el núcleo central de este modelo es el asociacionismo, además de la negación de los procesos mentales y su inherente dificultad para entenderlos. Otro rasgo de medular importancia es el que se refiere a que el principio motor del comportamiento es el medio, que inicia y controla el aprendizaje; pero quizá el rasgo más relevante dentro del Conductismo de Watson es el que postula que el aprendizaje es aplicable a todos los organismos, de forma que cualquier estímulo puede asociarse con cualquier otro estímulo o respuesta lo que se consideró como principio de equipotencialidad. Por último, el Conductismo se basa en la constatación de datos observables o comprobables a través de los sentidos; por lo tanto un resultado no puede ser valorado en tanto no exista un referente físico (respuesta). Pese a lo anterior, la concepción del aprendizaje defendida por Watson y otros conductistas posteriores, era difícil de aplicar a la escuela.

2.1.3 El Aprendizaje de F.B. Skinner

Pese a que Thorndike estableció las bases del famoso Condicionamiento Operante, es Skinner a quien se le considera como el responsable del desarrollo de dicho modelo de aprendizaje. Siguiendo este orden de ideas, pese a que Skinner prolonga los trabajos de Thorndike sobre la ley del efecto, argumentó que los principios del Condicionamiento Clásico sólo explicaban una pequeña parte de toda la gama de conductas que se aprenden; en otras palabras, el Condicionamiento Clásico explica cómo pueden aparearse las conductas existentes con estímulos nuevos, pero no cómo se adquieren nuevas conductas.

Skinner sostiene que un organismo produce continuamente respuestas al azar y que algunas de estas tienen un resultado que libera al sujeto de una situación de tensión, o sea que muchas conductas no son simples respuestas hacia los estímulos, sino acciones deliberadas u operantes; sin embargo, no fue esta idea lo que le dio particularidad al modelo operante de Skinner, sino el

hecho de que estos comportamientos operantes eran afectados por lo que sucede después (Woolfolk, 1990).

Para Skinner la conducta humana está determinada por tres elementos eslabonados entre sí, antecedente-conducta-consecuente; en otras palabras, la conducta siempre se encuentra bajo dos conjuntos de influencias ambientales, aquellas que la preceden y aquellas que la suceden. Estas últimas, fundamentales para Skinner ya que son las consecuencias las que determinan la permanencia o extinción de la conducta.

Según Skinner, estas consecuencias pueden ser placenteras o desagradables para la persona involucrada y observó que las variaciones en el tiempo de aparición de las consecuencias también pueden tener efecto. A estas consecuencias Skinner las denominó como reforzamiento dado que cualquier consecuencia es un reforzador si fortalece la conducta a la que sucede. El reforzamiento consolida la conducta, siempre que se encuentre una conducta que persista o que se incremente con el tiempo, (Woolfolk, 1990). Dentro del modelo de Condicionamiento Operante existen dos tipos de reforzamiento, principalmente: uno es el denominado reforzamiento positivo, el cual ocurre cuando un estímulo (por lo general placentero), se presenta después de una conducta particular; mientras que el reforzamiento negativo implica la supresión o evitación de un estímulo aversivo (desagradable).

Según Skinner otro tipo de aprendizaje, es reforzar las respuestas que se consideran deseables y no las que no se consideran así, de tal manera que terminan por extinguirse. Así por ejemplo, en la enseñanza de la aritmética sostiene que a la escuela primaria le toca impartir al niño la enseñanza de gran cantidad de respuestas de un tipo espacial. Son las respuestas verbales, consistentes en decir y escribir ciertos símbolos, palabras y números que se refieren a cantidades de operaciones aritméticas (http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo_10.doc). Se trata entonces, según él, de reforzar numerosas respuestas en el niño para que de ese modo

aprenda aritmética. El número de respuestas que deben reforzarse, para que sea eficaz la enseñanza, es muy alto y según él se situaría entre veinticinco mil y cincuenta mil contingencias de refuerzo.

Lo que sucede en el sistema tradicional, y de ahí el escaso rendimiento de este sistema, es que los reforzamientos positivos se mezclan con reforzamientos francamente aversivos y además no se establece un programa de reforzamientos conveniente; en muchos casos pasan minutos entre una respuesta del chico y el reforzamiento por parte de la profesora, y en otros casos transcurre incluso más tiempo. Según él, lo sorprendente es que tal sistema produzca efecto alguno (Skinner, 1954).

Es importante señalar que los modelos de aprendizaje señalados con anterioridad, han sido considerados tradicionalmente como distintos; es decir, como procesos adquisitivos muy diferentes. Pese a ello, muchas de las perspectivas contemporáneas sobre estos dos tipos de aprendizaje parecen coincidir en cuanto a que dichos modelos en realidad no son tan diferentes; de hecho hay quien piensa que se trata de la misma clase de aprendizaje, sólo que logrado de formas distintas (Schwartz, 1980 en: Morris, 1987).

2.2 Enfoques Cognoscitivistas

2.2.1 La Gestalt

Pero no todos los psicólogos estaban de acuerdo con las ideas sobre el aprendizaje de Thorndike y los conductistas. Algunos Psicólogos europeos, alemanes en su mayoría, que pertenecían a lo que se llamó la psicología de la forma (de la Gestalt) se opusieron vivamente a la concepción de que el aprendizaje era algo puramente repetitivo y producto del ensayo y error.

La Psicología de Gestalt fue desarrollada en Alemania por Max Wertheimer y sus asociados Kurt Koffka y Wolfgang Köhler. Estos autores enfatizaron que la percepción tiende a organizarse en patrones significativos que

incluyen relaciones entre los elementos, además de los elementos mismos. Gestalt significa forma o configuración en alemán; los psicólogos de la Gestalt mostraron que la percepción implica el reconocimiento instantáneo de patrones con significado, no inferencias construidas tomando fragmentos aislados de información (Good, 1995). Uno de estos psicólogos, Wolfgang Köhler, realizó (durante la primera Guerra Mundial) una serie de estudios, que pronto se hicieron famosos, sobre la inteligencia de los monos y observó que éstos podían aprender a resolver un problema y, una vez que habían encontrado la solución, eran capaces de producirla de nuevo sin tanteos y sin vacilaciones; es decir, sin necesidad de suprimir las respuestas incorrectas ([http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo 10.doc](http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo10.doc)).

Los gestaltistas son estructuralistas en el sentido que consideran que la unidad mínima de análisis es la globalidad y rechazan la naturaleza aumentativa y cuantitativa del conocimiento. Köhler menciona que la psicología debe estudiar el significado de las cosas, que son divisibles en elementos mas o menos simples. Enfatiza las totalidades donde existen partes en relación dinámica, de modo que el todo no es la simple suma de sus partes (Millán, 1996).

Los psicólogos de la Gestalt desarrollaron una serie de conceptos que ayudaron a ensamblar y dar coherencia a sus ideas con relación al aprendizaje, las denominaron leyes de la organización perceptual (Bower, 1989). Como ejemplos representativos están el de figura – fondo en donde ambos elementos se determinan en forma dinámica, lo que parece como figura en un momento puede dejar de serlo para formar el fondo, el cambio figura - fondo permite que tengamos mayor perspectiva en determinados momentos y conocimientos mas o menos acabados. El *insight*, que implica que el aprendizaje se produce de manera súbita junto con la sensación de que en ese momento acabamos de comprender el problema, no tiene que ver con repetir, sino con organizar los elementos en forma diferente, la persona que aprende por medio del *insight* ve la situación con una nueva óptica que implica las relaciones lógicas entre los elementos, la conexión entre medio y fines, la experiencia previa puede facilitar

o también dificultar el *insigth* en problemas estructuralmente similares o que tengan rasgos estructurales en común.

Otro concepto importante es el *pragnanz* que se refiere a que las percepciones tienden a ser buenas, simples, regulares, es decir, buscando una buena forma para el *insigth*; con relación al refuerzo, los gestaltistas mencionan que mientras una persona se esfuerza por resolver un problema su percepción de la situación es incompleta, lo que hace la recompensa es resolver el problema, entonces las partes que estaban separadas hasta el momento se constituyen en una figura perceptual cerrada (Gestalt) y por eso se logra comprender las relaciones determinadas (Millar, 1996).

Posteriormente, los psicólogos de la Forma, desarrollaron otros conceptos útiles para explicar distintas situaciones dentro del proceso de aprendizaje el primero se refiere al Aprendizaje Reproductivo el cual consiste en aplicar destrezas previamente adquiridas a un problema nuevo; y el segundo al Aprendizaje Productivo que implica una nueva organización perceptiva o perceptual y es mas bien un proceso(Millar, 1996).

2.2.2 El Constructivismo

Uno de los enfoque cognoscitivistas que más ha tenido auge en los últimos años es el constructivismo. Aquí analizaremos al constructivismo, así como algunas de las implicaciones que tiene en la educación matemática. El constructivismo es una posición epistemológica, una manera para explicar cómo el ser humano, a lo largo de su historia personal, va desarrollando lo que llamamos intelecto y va conformando sus conocimientos.

El constructivismo, según Kilpatrick (1995), basa sus resultados en dos premisas principales: uno, *que el conocimiento es activamente construido por el sujeto cognoscente, no pasivamente recibido del entorno* y dos, *llegar a*

conocer, es un proceso adaptativo que organiza el mundo experiencial; no se descubre un independiente y preexistente mundo fuera de la mente del conocedor.

Mas, como precisa Vergnaud (citado en Ontiveros, 1994), la segunda está compuesta por dos ideas independientes. Se coincide con este último autor en este sentido, pues una cosa es que durante el proceso del conocimiento el ser humano adapte sus estructuras mentales de acuerdo a los antecedentes de experiencia que tiene y otra cosa es afirmar que todo lo inventamos nosotros. El mundo existe aún sin el ser cognoscente; sólo que para el interés de este ser, sólo existirá el mundo cuando lo conozca. Pero ambas ideas no son equivalentes. Ciertamente se tiene el impedimento epistemológico de saber si lo que se cree conocer es realmente la realidad, mas se tiene la "ventaja" de que el contacto social y las consecuentes negociaciones en los significados nos permiten ponernos de acuerdo. Pero esto último no se tratará más a fondo, pues como dice Moreno: "el constructivismo no estudia 'la realidad' sino la construcción de la realidad" aunque sí aclara qué se está entendiendo por ella (Moreno, 1996).

Por otro lado, Gómez (1994) expone en las siguientes ideas que parecen ser comunes a los constructivistas y, que a la sazón, proporcionan algunas de las características de esta posición:

- 1) *Todo conocimiento es construido.* El conocimiento es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva.
- 2) *Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción.*
- 3) *Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo.* La actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes.
- 4) *Reconocer el constructivismo como una posición cognitiva, conduce a adoptar el constructivismo metodológico.*

Los tres primeros puntos que expone, constituyen un punto de inicio para exponer los elementos del constructivismo. Sin embargo, faltaría lo que Piaget considera como los dos poderosos motores que hacen que el ser humano mantenga ese desarrollo continuo de sus estructuras cognitivas: *la adaptación y el acomodamiento*. Estos dos procesos que Piaget toma del evolucionismo sirven para que el individuo continuamente esté obteniendo información a través de sus sentidos, gracias a la interacción activa que tiene con el objeto a conocer, y lo procese a fin de enriquecer y modificar las estructuras que ha ido conformando. Los nuevos conocimientos son asimilados de acuerdo a lo que ya existe en el individuo y se acomodan en las estructuras de éste, no sólo modificándose los conocimientos, sino también a las estructuras.

Por esta razón, resulta que el individuo cambia continuamente, en sus estructuras mentales, pero al mismo tiempo cambia al objeto en el plano del conocimiento. En posteriores acercamientos del sujeto al objeto ambos habrán cambiado desde el punto de vista del sujeto, pues éste modificó su estructuración interna, mientras que el objeto fue "modificado" para los ojos del mismo sujeto. Este proceso tiene como resultado una descentración progresiva del sujeto. En otras palabras, comienza a reconocer que no es el sujeto el centro del universo al tener la interacción con objetos ajenos a él. Interacción que al mismo tiempo le llevan a realizar abstracciones de los objetos. En este punto de la abstracción no hay un consenso general, pues para el mismo Piaget existen dos diferentes abstracciones: la física y la reflexiva. Sin embargo existe la dificultad de establecer una diferenciación si no tajante, sí bien diferenciada entre una y otra. Vergnaud(citado en Ontiveros,1994) opina ligeramente distinto y resulta más convincente: la abstracción de objetos físicos y de operaciones sobre objetos físicos resulta de la acción del sujeto, pues al abstraer los objetos físicos no se establece una "copia" del objeto, sino que se toman en cuenta las propiedades (que son los invariantes) del objeto. Ésto lleva también a considerar tres puntos interesantes que plantea el mismo Vergnaud sobre la abstracción:

- 1) *La invarianza de esquemas*, que se refiere al uso de un mismo esquema mental para diversas situaciones semejantes
- 2) *La dialéctica del objeto-herramienta*, que se refiere a que el uso proporcionado a aquello que abstrae inicialmente lo utiliza como herramienta para resolver algo en particular, pero posteriormente le da un papel de objeto al abstraer sus propiedades. Pero el proceso continúa, pues al obtener el sujeto un objeto a partir de una operación descubre nuevas cosas que, inicialmente, utilizará como herramientas para después abstraer sus propiedades y convertirlas en objetos, y así sucesivamente. De esta manera el individuo conceptualiza al mundo, y sus objetos, en diferentes niveles.
- 3) *El papel de los símbolos*, que simplifican y conceptualizan los objetos al obtener sus invariantes sin importar el contexto en el que se encuentren.

Cabe añadir que según Piaget, que se ocupó de la parte desarrollista, el ser humano presenta un desarrollo de tipo estructural. Esto quiere decir que se pasan por etapas que Piaget fija para aclarar la exposición, pero que en realidad el desarrollo es continuo y sin límites definidos nítidamente. Asimismo, resulta que aunque existen desfasamientos (horizontales y verticales) no hay regresiones a etapas anteriores, es decir, si un sujeto ha logrado llegar a una etapa en particular no regresa a la anterior eliminando todo lo logrado tras realizar su avance y antes de producirse la supuesta regresión (Piaget, 1975).

Toda esta manera de explicar cómo el sujeto desarrolla su intelecto, aprende al mundo y lo interioriza, ha sido utilizada para dar una orientación a la educación escolarizada. Kilpatrick (1995) menciona que "Como teoría de la adquisición del conocimiento, el constructivismo no es una teoría de la enseñanza o de la instrucción. No existe una conexión necesaria entre cómo concibe uno que el conocimiento se adquiere y qué procedimientos instrucciones ve uno como óptimos para lograr que esa adquisición ocurra. Las epistemologías son descriptivas, mientras que las teorías de la enseñanza o de la instrucción debe ser teorías de la práctica.

El individuo que aprende, desde un punto de vista constructivista, debe precisamente construir los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con los otros sujetos. Aunque esta interacción se puede presentar mermada con la tendencia existente que plantea que la enseñanza de las matemáticas se centre en una formalización de la disciplina dentro de las escuelas, lo cual estaría "dirigida a una reducida fracción de estudiantes que algún día serán matemáticos de profesión" ya que, como señala "a la escuela no le interesa, propiamente que los estudiantes resuelvan problemas (...) sino que aprendan un modo particular de resolverlos: los métodos matemáticos." Parece que para que el alumno pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la obligatoria interacción activa con los objetos matemáticos, incluyendo la reflexión que le permite abstraer estos objetos, es necesario que estos objetos se presenten inmersos en un problema y no en un ejercicio matemático; de hecho son estas situaciones problemáticas las que introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del alumno, que en su afán de equilibrarlas (un acomodamiento) se produce la construcción del conocimiento (Ontiveros, 1994).

Este camino también implica errores, y es por medio de éstos como el sujeto cognoscente busca la manera de encontrar el equilibrio que, con toda intención, el problema propuesto por el docente le hizo perder. Para lograrlo, y de paso construir su conocimiento el alumno debe "retroceder" para luego "avanzar" y "...re-construir un significado más profundo del conocimiento..." (Moreno, 1996). Se considera también como parte fundamental el trabajo en equipo, la interacción social del sujeto que aprende del mundo junto con otros sujetos que le permite avanzar más en grupo que individualmente. De hecho esta parte lo consideran muy importante algunos otros teóricos, como por ejemplo Vigotsky, que le proporciona mucho peso al lenguaje como medio no solo para comunicar los hallazgos propios, sino también para estructurar el pensamiento y el conocimiento generado por el sujeto. También Piaget, enfatiza este hecho varias veces, y una de ellas es "El conocimiento objetivo sólo es alcanzado cuando ha sido discutido y confirmado por otros". En el siguiente apartado se verá con más detenimiento el modelo constructivista de Piaget y como percibe al

sujeto en una permanente interacción con la realidad en la cual procura conocer y asegurar sus continuas adaptaciones para mantener un equilibrio en esos cambios.

2.2.3 Modelo Constructivista de J. Piaget

Uno de los herederos del pensamiento racionalista es el estructuralismo, aunque los modernos psicólogos educativos apegados a dicho pensamiento describen el aprendizaje no sólo como la mediación cognoscitiva de la adquisición del conocimiento sino como un proceso constructivo. Los constructivistas consideran que los modelos de aprendizaje deben poner énfasis en la propia construcción y organización del conocimiento (Good, 1995).

Uno de los personajes con más influencia en la psicología educativa fue el epistemólogo estructuralista Jean Piaget, célebre científico que trabajó durante muchos años en Francia. Doctorado en Filosofía y Psicología, ocupó la cátedra sobre tales especialidades en las Universidades de Neuchatel, Ginebra, Lausana y Sorbona. Fue durante muchos años director del Instituto Jean-Jaques Rousseau de Ginebra, cargo en el cual había sido designado en 1929. Aunque su influencia en el continente europeo fue muy grande, en el mundo psicológico anglosajón su repercusión no apareció hasta fines de la década de 1950, debido en parte a su insistencia en explorar el mundo interior infantil, lo cual chocaba con el conductismo de aquella época ([http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo 10.doc](http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo%2010.doc)).

Dedicó varios de sus trabajos al estudio de las matemáticas y por ende de la lógica. Tales estudios van siguiendo un fundamento teórico, el cual es parte de las investigaciones sobre el desarrollo de las estructuras cognoscitivas en el niño. Sin embargo, el alcance de las ideas de Piaget fue mucho mayor explico aspectos del pensamiento y también del comportamiento de los niños.

Al inicio Piaget se interesó en la adaptación humana mientras veía jugar a sus propios hijos; así, comenzó a considerar sus juegos como confrontaciones con el medio circundante. Observó además que su enfoque ante los problemas ambientales cambiaba de manera radical en distintas edades (Morris, 1987).

Piaget afirmaba que el pensamiento de los niños es de características muy diferentes al de los adultos. Con la maduración se producen una serie de cambios sustanciales en las modalidades de pensar, que Piaget llamaba metamorfosis, una transformación de las modalidades del pensamiento de los niños para convertirse en las propias de los adultos.

Para explorar los procesos de pensamiento, especialmente la atención y la inteligencia de los niños, Piaget recurrió al método fenomenológico. Este método es por naturaleza subjetivo y demanda una interpretación por parte del investigador. La exploración del desarrollo cognitivo era para Piaget el camino más provechoso para efectuar aportaciones a la epistemología. Este desarrollo representa el crecimiento que tiene el intelecto en el curso del tiempo, la maduración de los procesos superiores de pensamiento desde la infancia hasta la edad adulta (Mackay , 1978).

Como parte central de sus investigaciones, Piaget concluyó que los niños pasan por estadios definidos, cada uno de éstos representa un cambio a un nivel cualitativo de un tipo de pensamiento o de comportamiento a otro; como rasgo distintivo de las ideas de Piaget es que todos los individuos pasan por los mismos estadios, en el mismo orden aunque la regulación de tiempo varíe de una persona a otra haciendo que la edad de demarcación de cada estadio sea sólo aproximada. Cada estadio se construye con base en el anterior y a su vez se construye el fundamento para el siguiente y cada estadio tiene muchas facetas (Papalia , Wendkos y Duskin (2001).

Para Piaget el desarrollo cognoscitivo del niño comienza cuando va realizando un equilibrio interno entre la acomodación, el medio que lo rodea y la asimilación de esta misma realidad a sus estructuras. Este desarrollo sigue un

orden determinado, que él menciona como los periodos de desarrollo, llamándolos a estos; senso-motor, preoperacional, concreto, y formal, cada uno de estos periodos está constituido por estructuras originales, las cuales se irán construyendo a partir del paso de un periodo a otro. (Piaget, 1988).

Según Piaget, las etapas del desarrollo cognitivo son: etapa sensorio-motora (0-2 años) donde los niños muestran una vivaz e intensa curiosidad por el mundo que les rodea, su conducta está dominada por las respuestas a los estímulos; 2) etapa preoperacional (2-7 años) en la que el pensamiento del niño es mágico y egocéntrico, creen que la magia puede producir acontecimientos y los cuentos de hadas les resultan atractivos, además se cree el centro de todos los sucesos, que todas las cosas giran en torno a él, resultándole muy difícil ver las cosas desde otro punto de vista; 3) etapa de las operaciones concretas (7-11 años), el pensamiento del niño es literal y concreto, puede comprender que $8+11=19$, pero la formulación abstracta, como la de una ecuación algebraica, sobrepasa su captación, y 4) etapa de las operaciones formales en el nivel adulto, es capaz de realizar altas abstracciones y efectuar (11-15 años), aquí el niño ingresa inferencias, es la etapa correspondiente a las facultades superiores de los seres humanos ([http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo 10.doc](http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo%2010.doc)).

Piaget marcó el inicio de estas las etapas de desarrollo con el periodo sensorio-motriz. Cada periodo está dado por seis estadios. Cada uno de ellos consta de ciertas características las cuales se tornan cada vez más complejas. Por ejemplo; el niño pequeño desde que nace, mediante percepciones de movimientos, entra poco a poco a una asimilación sensorio-motriz. Cuando nace, el primer movimiento que enfrenta es el reflejo de succión, el cual presentará un avance progresivo, es decir, en los primeros días, cuando la madre comienza a darle pecho, él presentará pequeños problemas para succionar, sin embargo a través de algunos días irá asimilando dicha acción. Al llegar a las dos o tres semanas el niño comenzará a presentar lo que Piaget llamó “inteligencia práctica” que se hace exclusivamente en la manipulación de objetos. Esta manipulación le permitirá percibir movimientos, los que estarán organizados en esquemas de acción. Mientras que el niño siga manejando los objetos y

experimentando diversas conductas estos esquemas de acción se desarrollarán y multiplicarán, por lo que el niño los asimilará en el nivel sensorio-motriz.

En el transcurso del primer año, el niño presentará un marcado egocentrismo, esto provoca que la causalidad vaya implícita en su propia actividad, no hay relación entre un acontecimiento con otro; no obstante, con base en la experiencia, podría comprobar que existe una pausa para cada suceso. Hablando con respecto al nivel del niño, este se da cuenta de que cuando tira de un mantel y se encuentra algún objeto encima de éste, el objeto caerá al suelo o si jala un cordón cuyo extremo tiene una campana sabrá que la campana sonará. Por lo tanto, el niño reconoce las relaciones de causalidad ante el objetivo y localiza, las causas (Piaget, 1977). Un suceso importante en el desarrollo cognoscitivo del niño es la aparición del lenguaje, el niño utilizará la expresión verbal para poder relatar sus acciones, lo cual conlleva otros acontecimientos también importantes. Uno de ellos es el inicio de la socialización. Este es el momento en que el niño se relacionará con más cercanía con el medio social. Otro suceso interesante, presentado también en esta etapa, es la interiorización de la palabra, es decir, que el pequeño tendrá en la mente su propia interpretación de una palabra, hasta llegar a interiorizar acciones, lo cual hace que se generen en el pensamiento.

De los dos a los siete años de edad el niño entrará a la etapa pre-operacional concreta, presentando dos formas de pensamiento formadas por meras asimilaciones. Es decir, que su pensamiento percibirá acciones pero sin incorporarlas a nuevas estructuras y la siguiente forma será cuando su pensamiento forme esquemas, obtenidos a través de la incorporación de nuevas estructuras, de este modo el niño se irá adaptando a la realidad. Este último tipo de pensamiento se impondrá al pensamiento anterior y, de esta forma, poco a poco estructurará el pensamiento formal. A medida que el niño siga teniendo experiencias concretas y vaya manipulando su medio ambiente, presentará un comportamiento pre-lógico.

Piaget nos dice que “el niño utilizará la lógica por el mecanismo de la intuición, la simple interiorización de las percepciones y los movimientos en forma de imágenes representativas” (Piaget, 1977). A partir de los siete u ocho años de edad, el niño dejará de actuar impulsivamente ante los nuevos acontecimientos de creer indiscriminadamente todo relato, suplirá esta conducta por un acto de reflexión. El niño no quedará satisfecho ante respuestas recibidas contra cualquier pregunta que haga, es en este momento cuando el niño se detendrá a pensar antes de realizar cualquier acción. El niño realizará un diálogo interno consigo mismo y es precisamente lo que Piaget llama “reflexión”. Ahora bien, a partir de la edad anteriormente mencionada, también el niño se encuentra en pleno desarrollo de la sensibilización, dejando atrás el egocentrismo, esto permitirá que surja la capacidad para construir nuevos esquemas. El avance presenta el pensamiento, en relación con las etapas anteriores, es evidente. Sin embargo no surge simplemente por el hecho de pasar de un año a otro, sino que tiene que asimilar algunos conceptos básicos como son los de clasificación, relación y contaminación, las cuales se presentan en el momento en que el pensamiento puede deducir el punto de partida de una acción. Los demás conceptos también adquiere poco a poco manejando y, por ende, conociendo mejor su medio ambiente.

En el transcurso de los ocho a los diez años el niño entra a la etapa de las operaciones concretas, donde poco a poco presentará un desarrollo cognoscitivo cada vez más profundo, en el alcanza un nuevo nivel de pensamiento y es en este cuando el niño entra a un nivel operacional, donde adquiere la capacidad mental de ordenar y relacionar la experiencia como un todo organizado (Piaget, 1975).

Es importante destacar que el centro de la teoría piagetiana, es el concepto de que el pensamiento está compuesto por estructuras y éstas se encuentran determinadas por un orden rígido de solución, que empieza en un momento determinado y ocupa un periodo preciso en la vida del niño.

Piaget menciona que “cada etapa, por la que el ser humano pasa tiene distintas características, correspondientes al nivel de desarrollo” (Piaget, 1972). Desde los primeros años de edad del niño hasta los trece o catorce años se encontrará una transformación del pensamiento; por ejemplo al formularle una pregunta a dos niños, uno durante el periodo concreto, y otro durante el periodo formal, la comparación de sus respuestas será totalmente diferente, notaremos claramente un grado de maduración en el último niño. Ahora bien, al igual que las respuestas espontáneas de los más pequeños, también la resolución de diversos problemas dependerá de la edad.

Según lo anterior, el niño, desde que nace, desarrolla estructuras cognitivas que configuran por medio de las experiencias. El pensamiento del niño sigue su crecimiento, llevando a cabo varias funciones especiales de coherencia como son las de clasificación, asimilación, explicación y de relación. Sin embargo estas funciones se van rehaciendo conforme a las estructuras lógicas del pensamiento, las cuales siguen su desarrollo secuenciado, hasta llegar al punto de la abstracción. Es hasta este momento cuando el pensamiento del niño puede trabajar en el campo de las matemáticas y su estructura cognoscitiva llega a la comprensión de la naturaleza hipotética - deductiva.

Piaget concibe la inteligencia como adaptación al medio que los rodea. Esta adaptación consiste en un equilibrio entre los mecanismos indisociables: la acomodación y la asimilación (Piaget, 1988). El ser humano está siempre en constante desarrollo cognoscitivo, por lo tanto cada experiencia nueva consiste en restablecer un equilibrio, es decir, realizar un reajuste de estructuras.

El papel que juegan la acomodación y la asimilación para un estado de equilibrio es importante ya que el niño va relacionándose con su medio ambiente, irá incorporando las experiencias a su propia actividad, y es aquí donde interviene el mecanismo de la asimilación puesto que el niño asimilaría el medio externo a sus estructuras cognitivas y construidas, sin embargo las tendrá que reajustar con las experiencias ya obtenidas, lo que provoca una

transformación de estructuras, es decir, se dará el mecanismo de la acomodación.

No obstante para que el pensamiento pase a otros niveles de desarrollo, deberá presentarse un tercer mecanismo, se trata del “equilibrio”, el cual se da del balance que surge entre el medio externo y las estructuras internas del pensamiento. La asimilación de los objetos externos es progresiva y se realiza por medio de todas las funciones del pensamiento a saber: la percepción, la memoria, la inteligencia, práctica, el pensamiento intuitivo y la inteligencia lógica. Y todas estas asimilaciones, que implican una acomodación, generarán un equilibrio, lo cual conlleva una adaptación cada vez más adecuada al medio ambiente. Al conocer la evolución de las estructuras cognoscitivas se torna más fácil comprender el papel que juegan estos mecanismos de adaptación y acomodación en el desarrollo educativo.

2.3 Modelo Montessori

Ninguna metodología educativa es perfecta ni perdurable tal y como se presenta en sus inicios. El hombre, la sociedad, las escuelas, evolucionan, por lo que la metodología con la cual debe ser educado el individuo ha de ser flexible, cambiante, adaptable a las características específicas del mismo y del marco en el que está inserto. Sin embargo, el método de María Montessori, no ha sufrido grandes variaciones. Incluso, se puede afirmar que en estos tiempos de confusión, de cambios acelerados, de obsesión por el rendimiento y de la implantación indiscriminada de nuevas tecnologías en cualquier proceso, se rescata el espíritu humanista de María Montessori.

2.3.1 Breves Consideraciones Históricas.

Las aportaciones de cualquier investigador o intelectual no pueden deslindarse del contexto social, cultural y económico en el que surgen. Este es, también, el caso de María Montessori. El primer tercio de la vida de María Montessori coincide con el inicio de la segunda revolución industrial, momento en que el progreso está fundamentado en postulados económicos y tecnológicos, pese a la oposición de la Iglesia. Coincide también con un crecimiento de los Estados Unidos en detrimento de Europa. Respecto a educación, se asiste a un fortalecimiento de la educación pública (por el desarrollo normativo) y al aseguramiento del control estatal de la enseñanza. Nacen diversas experiencias encuadradas en la corriente de la “Escuela Nueva” en diferentes lugares de Europa. En España aparece en 1876 la Institución Libre de Enseñanza de la mano de Giner de los Ríos, enfatizándose la libertad de cátedra.

Nacida el 31 de agosto de 1870 en Chiaravelle Roma, fue la primera mujer en Italia que se doctoró en ciencias naturales y medicina por la Universidad de Roma. (Yaglis, 1989). Poco después fue elegida para representar a su país en dos conferencias internacionales de mujeres, en Berlín y en Londres. A través de su práctica profesional llegó a la conclusión de que los niños «se construyen a sí mismos» a partir de elementos del ambiente y, para comprobarlo, volvió a las aulas universitarias a estudiar psicología. Cuando tenía dieciocho años, en el Congreso Pedagógico de Turín, presentó un modelo pedagógico con un plan para la educación de niños deficientes, que incluía la creación de escuelas especiales. Montessori vio la necesidad de ayudar a estos niños deficientes fuera del marco estrictamente médico o terapéutico. Intentó, pues, hacer una orientación psicopedagógica de estos alumnos. (Molins, 2004).

Entre 1899 y 1900 dirigió la Escuela Magistrale Ortofrenica, donde se recogían niños que los maestros de las escuelas ordinarias consideraban ineducables a causa de su deficiencia mental. En esta escuela aplicó el material de los doctores Itard y Séguin, que conocía gracias a sus estudios en Inglaterra y Francia. Es entonces cuando empezó a darle una crucial importancia al material. En 1906, decidió hacerse cargo durante el día de sesenta niños de entre tres y

seis años, en un barrio marginal. De esta manera se ocupó de todo tipo de niños y fundó *la Casa dei Bambini*, desarrollando allí lo que se llamaría el “método Montessori de enseñanza”. Montessori estudió propuestas de diferentes autores, pero siempre que las retomó lo hizo adaptándolas a su pensamiento. Así, por ejemplo, de Rousseau tomó el individualismo —que no aislamiento— en el sentido de ocupación individual en provecho del espíritu. De Herbart adoptó la educación de las facultades perceptivas (o sea, la idea de que el niño se auto-educó a través de la manipulación y la experimentación con materiales y de que el maestro es tan sólo un facilitador externo) y de Pestalozzi recogió la noción de educación sensorial (esencial en Montessori). Montessori respetó su mismo espíritu: educar los sentidos de forma progresiva y racional, comenzando por ofrecer pocos objetos, opuestos entre sí en alguna cualidad, para llegar gradualmente a un gran número de ellos con diferencias imperceptibles. De hecho, es de Séguin, de quien Montessori tomó la idea de los tres tiempos de enseñanza. (Molins, 2004). Por todo ello, en el presente capítulo se abordarán, tras enmarcar la aportación de Montessori en su contexto histórico, los principios pedagógicos y las principales contribuciones metodológicas.

2.3.2 El Método de la Pedagogía Científica.

Al método Montessori también se le denomina Método de la Pedagogía Científica, por el camino y el método que inicia, no por el más o menos riguroso contenido científico que ofrece. Induce la observación y la experimentación, utiliza un ambiente cuidado y estímulos seleccionados, pero libremente ofrecidos; he aquí lo científico. Así mismo, esa observación y experimentación en la que pretendía educar Montessori, también era la base o las premisas de trabajo del docente: *“Si la Pedagogía ha de surgir del estudio individual de la escuela, el estudio ha de provenir de la observación de los niños libres, de los niños estudiados y vigilados, pero no oprimidos”*. (Standing, 1979).

El respeto a la vida infantil, en parte desconocida por los propios educadores, la libertad de los niños y su propia auto educación, para Montessori

son esenciales, el material y la disciplina aparecen después. La pedagogía científica o experimental consiste en hacer un experimento pedagógico con un material de enseñanza y esperar la reacción espontánea del niño. El Método de la Pedagogía Científica o experimental se basa en:

- 1) Preparar al niño para la vida, para enfrentarse al ambiente.
- 2) Facilitar un ambiente agradable a los niños en el aula.
- 3) No interferir en los esfuerzos del niño, en su propio aprendizaje.
- 4) Proporcionar unos materiales sensoriales que ejerciten los sentidos (tacto, olor, sabor, etc.) y desarrollen la voluntad.

El objetivo principal del método Montessori es que el niño desarrolle al máximo sus posibilidades dentro de un ambiente estructurado que le resulte atractivo y motivador: En el método de Montessori, la casa, el jardín, el mobiliario y el material constituyen un sistema completo de experimentos pedagógicos junto con el material de enseñanza para esperar la reacción espontánea del niño (Standing, 1979), adapta y resume en doce puntos los aspectos principales del Método de la Pedagogía Científica:

- 1) Está basado en años de paciente *observación de la naturaleza del niño*.
- 2) Ha demostrado tener una *aplicación universal en los niños de casi cualquier país civilizado*.
- 3) Ha revelado al niño pequeño como un amante del trabajo, del trabajo intelectual, escogido espontáneamente y llevado a cabo con una profunda alegría. *“Toda ayuda inútil que damos al niño detiene su desarrollo”* (Montessori, citado en Standing ,1979). El maestro que se basa en la psicopedagogía Montessori está ayudando al niño en todo momento; es decir, indirectamente, en tanto que le ha provisto todo el ambiente preparado, que incluye los medios que estimulen de inmediato y mantengan la actividad creadora del niño.
- 4) Está basado en la necesidad imperiosa del niño de aprender haciendo. En cada etapa del crecimiento mental del niño se proporcionan ocupaciones correspondientes gracias a las cuales desarrolla sus facultades.

- 5) Si bien ofrece al niño un máximo de espontaneidad, lo capacita para que alcance el mismo nivel o incluso uno superior de logro escolar que bajo los sistemas antiguos.
- 6) Aunque prescinde de la necesidad de coacción mediante recompensas y castigos, logra un gran nivel de disciplina. Se trata de una disciplina que tiene su origen dentro del niño, no es impuesta. *“El premio y el castigo van en contra de la libertad y de la espontaneidad del niño; si éstas no se respetan, no se puede educar. Para realizar una empresa humana se necesitan estímulos internos. Si no hay, aunque el joven consiga el título de doctor, más valdría que no lo obtuviera”* (Montessori, citado en Standing, 1979).
- 7) Está basado en un profundo respeto por la personalidad del niño y le quita la influencia preponderante del adulto, dejándole espacio para crecer en una independencia biológica. Se permite al niño un amplio margen de libertad (no licencia) que constituye la base de la disciplina real.
- 8) Permite al maestro tratar con cada niño individualmente en cada materia, y así le guía de acuerdo con sus necesidades individuales.
- 9) Respeta el ritmo interno del alma niño. De aquí que el niño rápido no se vea retenido por el lento, ni éste, al tratar de alcanzar al primero se vea obligado a dar tumbos sin esperanza para salir de su profundidad. Cada piedra del edificio mental esta bien colocada y con exactitud antes de que se coloque la siguiente.
- 10) Prescinde del espíritu de competencia y de su tren de resultados perniciosos. Es más, en cada momento les ofrece a los niños infinitas oportunidades para una ayuda mutua que es dada con alegría y recibida gustosamente.
- 11) Debido a que el niño trabaja partiendo de su libre elección, sin competencia ni coerción, está libre del daño de un exceso de tensión, de sentimientos de inferioridad y de otras experiencias que son capaces de ser la causa inconsciente de desórdenes mentales profundos más adelante en su vida.
- 12) Finalmente, el método Montessori desarrolla la totalidad de la personalidad del niño, no sólo sus facultades intelectuales sino también sus poderes de deliberación, iniciativa y elección independiente, junto con sus complementos emocionales. Al vivir como un miembro libre de una comunidad

social real, el niño se adiestra en esas cualidades sociales fundamentales que constituyen la base para la buena ciudadanía.

2.3.3 Autonomía, Libertad y Disciplina con base en la Auto-educación.

En la época de Montessori el concepto de infancia y por ende el reconocimiento del niño no estaba establecido ni social ni culturalmente. La diferencia entre los niños y los adultos está en la base del método montessoriano continuamente. En sus conferencias hacía referencia al siguiente hecho: *“El niño se encuentra en un estado de transformación continua e intensa... mientras que el adulto ha alcanzado la norma de la especie”* (Standing, 1979). Por ello el reconocimiento de las diferencias individuales el respeto, por el ritmo de aprendizaje, junto con la idea de permitir y favorecer la libre actividad, la espontaneidad y la expresión de los niños está en la base del método Montessori.

Por ello se dice que el objetivo de la Pedagogía Científica es preparar a los niños para ser libres, para sentir, pensar, elegir, decidir y actuar; porque sólo de esta forma sabrá el niño obedecer a la guía interior que le hará avanzar por el camino de la mejora personal. En este sentido, la autonomía es la única vía para llegar a conseguir esta libertad. Dicha libertad no quiere decir movimiento desordenado o sin finalidad. La libertad es la elección de estímulos útiles e, incluso, puede ser pasividad voluntaria, que se tendrá que aceptar. Sin embargo, lo usual es que la avidez primera de estímulos haga elegir al niño cualquier tarea. Al respecto Montessori señala: *“Que no hayamos asimilado acabadamente el concepto de la palabra independencia se debe a que la forma social en la que vivimos todavía es servir. [...] Muy a menudo creemos ser independientes nada más que porque nadie nos manda, o porque mandamos a otros, pero el noble que necesita llamar a un sirviente en su ayuda, realmente es dependiente por causa de su propia inferioridad. [...] En realidad, el que es servido ve su independencia limitada. Este concepto debe ser el cimiento de la dignidad futura del hombre”* (Montessori, 1937).

Crear en la capacidad de cada uno de los niños es el primer paso para potenciar su crecimiento. Las diferencias individuales que se observan en el grupo no sólo no impiden un buen funcionamiento sino que, al fomentar el educador un clima de colaboración, enriquecen a todos sus componentes. Así pues, se respetan los distintos ritmos de desarrollo, lo cual permite integrar en un mismo grupo a niños con diferentes capacidades e intereses. Se puede afirmar que Montessori apuesta por una metodología individualizada en pos de lo colectivo, por el trabajo de cada niño a su ritmo y centrado en lo que le interesa. Por ello, inicialmente cada niño posee su espacio (mesa, silla, alfombrilla) donde los otros niños no pueden inmiscuirse sin permiso. Sin embargo, esta máxima se flexibiliza según las ocasiones. Dos niños pueden trabajar juntos o individualmente según sus apetencias en cada momento.

En esta misma línea, un aspecto que cabe resaltar de la pedagogía Montessori es la estimulación de la disciplina voluntaria en la realización de un trabajo manual o intelectual (en la medida en que crea una disciplina mental). Ello se materializa también en la lección del silencio. Consiste en guardar unos minutos de silencio, de concentración, de vigilancia de los movimientos y aguzamiento interior de los sentidos y de inhibición (para trabajar la renuncia voluntaria) frente a los estímulos externos. Esta lección, útil también desde el punto de vista sensorial, se desarrolla bajo una ceremonia pausada y repetitiva en la que se va dejando el aula en penumbra y la calma y el orden se va apropiando de ella. Se trata de ejercitar la voluntad y la concentración para poder lograr, bajo el desarrollo de la conciencia y la responsabilidad, lo que Montessori denomina la verdadera libertad. El secreto está en la actividad estructurada, ésta facilita la disciplina escolar y social y favorece la actividad mental y el aprendizaje.

Así mismo, en este contexto, los premios y los castigos, tan habituales en la escuela tradicional, en el método Montessori no tienen sentido alguno: “[...] *Quien ejecuta un trabajo verdaderamente humano, quien hace algo realmente grande y victorioso, nunca es alentado en su tarea por esas vanas atracciones*

que reciben el nombre de 'premios; ni por el miedo a esos minúsculos males que llamamos castigos'. Si en una guerra un ejército de gigantes pelease sin otra inspiración que no fuese el deseo de promoción, honores y medallas, o por miedo a ser heridos; si tales hombres se opusieran a un puñado de pigmeos inflamados de amor por su tierra, la victoria sería para estos últimos. Cuando el heroísmo ha muerto en un ejército, los premios y los castigos no logran sino completar el deterioro, trayendo corrupción y cobardía. Todas las victorias humanas, todo el humano progreso, se basan en lo fuerza interior". (Montessori, 1937).

2.3.4 La Maestra Montessoriana y la Pedagogía Materna.

La pieza clave de todo el engranaje educativo es el educador o la educadora. El protagonista es el niño, pero es el maestro o la maestra quien potencia el crecimiento, la autodisciplina y las sanas relaciones sociales dentro de un clima de libertad y respeto hacia la naturaleza del niño, hacia su forma de ser, sentir y pensar. El niño está lleno de posibilidades, pero el encargado de mostrar el camino que permita su desarrollo es el educador. María Montessori incide en los aspectos no sólo profesionales, sino también vocacionales y morales de la formación y el espíritu de un maestro, idea que con frecuencia, en los tiempos de incertidumbre y falta de compromiso se vuelve a retomar de cara al siglo XXI, *“Un maestro -sostenía Montessori— no debe imaginarse que puede prepararse para su vocación simplemente adquiriendo conocimientos y cultura. Por encima de todo lo demás debe cultivar dentro de sí mismo una actitud adecuada en el orden moral. De manera especial, debe limpiar su alma de esos dos pecados mortales a los que siempre están propensos los maestros: el orgullo y la ira”* (Montessori ,1937).

Los niños difícilmente mantienen la atención durante media hora, y en cambio se pasan horas y horas entretenidos en el material montessoriano u otro trabajo manual. El principal defecto de los educadores es su impaciencia por el

ritmo lento del niño, esto lleva a la incomprensión y a la falta de respeto por su proceso de maduración. Los educadores se han de limitar a preparar el ambiente, estimular los ejercicios de la vida práctica, seguir el método materno de la persuasión (convenciendo al niño de hacer alguna cosa correcta, haciendo creer que ha escogido él). Por todo ello, según Montessori, lo que es más urgente cambiar en la escuela es el papel de la maestra, llamada *guía* en este contexto. Al respecto Montessori afirmaba; *“Estimular la vida —dejándola libre para desarrollarse, para desenvolverse- he aquí la primera tarea del educador. En tan delicada empresa, un gran arte nos debe sugerir el momento y limitar nuestra intervención, de modo que no haya ninguna perturbación, no se cause ninguna desviación, sino que en cambio ayudemos al alma que surge a la plenitud de la vida, y que habrá de vivir por su propia fuerza”* (Montessori, citado en Molins, 2004).

Y así descubrimos que la educación no es algo que haga el maestro, sino que es un proceso natural que se desarrolla espontáneamente en el ser humano. No se adquiere escuchando palabras, sino en virtud de las experiencias que el niño realiza en su medio. La tarea del maestro no es hablar, sino preparar y organizar una serie de motivos para la actividad cultural en un ambiente especialmente preparado para el niño (Montessori, citado en Molins, 2004). Es necesario ayudar al niño a expresarse, pero no hace falta actuar sobre él (porque en este caso lo que hacemos es obstaculizar su expansión). De pequeño lo vestimos, lo sentamos, lo ponemos en la cama, etc. y de mayor lo mantenemos en su pupitre, atiborrándole de alimento intelectual. Todo esto le destroza la personalidad. Creemos que somos sus creadores y en verdad lo único que podemos hacer es ayudarle a liberarse de los obstáculos. Por tanto, es conveniente dejarle hacer todo lo que sea capaz de hacer por sí mismo. No obstante, es necesario realizar un seguimiento exhaustivo porque como el niño elige el material que desea, puede tender a trabajar más con un sólo juego o material y descuidar otros aspectos de su desarrollo.

No se trata tanto de dar un programa impuesto, como de que la maestra sea una persona observadora, tenaz, calmada, que quiera a los niños y, sobre todo, innovadora. A menudo la educación de los niños consiste en volcar en su inteligencia el contenido intelectual de los programas escolares. Y a menudo estos programas han sido compilados en el departamento oficial de educación y su uso es impuesto por ley sobre el maestro y el niño. (Montessori, citado en Molins, 2004).

2.3.5 Los Materiales Didácticos.

Montessori desarrolla una propuesta para el aprendizaje en la que considera esenciales la práctica, la imitación, la repetición y la ordenación y clasificación. Este proceder, en ocasiones tildado de poco creativo, permite al niño apropiarse de unas habilidades de tipo lógico y clasificatorio esenciales para el posterior desarrollo de operaciones mentales de mayor complejidad. Por otra parte, la repetición y la imitación son pasos previos a la copia y la creación, e imprescindibles en el desarrollo infantil, tal y como nos muestra el juego simbólico o el simple aprendizaje del habla. Esta pedagoga crea para ello una serie de materiales y ejercicios didácticos, que aún hoy en día se utilizan tal y como fueron concebidos pero que no pueden desprenderse de un modelo didáctico más amplio. Ligan con su propuesta curricular y son, como dice ella misma, materiales para la educación intelectual, motriz y sensorial. Los materiales no intentan ser una ayuda para el maestro, sino un medio para que el niño trabaje de forma autónoma e independiente.

Las principales características del material montessoriano son las siguientes:

1) *Aísla una sola cualidad física.* El material sensorial está constituido por un sistema de objetos agrupados según una determinada cualidad física de los cuerpos, como color, forma, dimensión, sonido, rugosidad, peso, temperatura, etc.» (Montessori, 1937). La característica esencial de este material reside en el hecho de que en cada elemento se aísla escrupulosamente una propiedad, la que

se pretenda que el alumno adquiriera. Así, para trabajar los sonidos, se utilizará una serie de campanillas idénticas, cuya única diferencia consiste en las notas que producen cuando son percutidas con un martillo. El principio es siempre el mismo: cualquier objeto presenta simultáneamente diversas propiedades; para la educación de los sentidos es necesario aislar cada vez una sola propiedad, que es la que variará gradualmente en una serie de objetos, por lo demás idénticos. Esta exigencia hace que el material propuesto por Montessori esté constituido en gran parte por figuras geométricas y abstractas. Ello permitirá en otro momento del progreso educativo la relación y comparación de formas concretas de una misma base abstracta.

2) *Autocorrector*. El niño podrá, al utilizar el material, comprobar la actividad realizada, darse cuenta de los errores y auto-educarse. Con este fin, el material es autocorrector: los ajustes o encajes de maderas, las planchitas de hierro, las barras y los cubos, etc. facilitan el autocontrol del error. Si, al manejar los encajes sólidos, se coloca un cilindro en un orificio que no le corresponde, al final del ejercicio sobrará un cilindro, con lo que el niño podrá constatar que se ha producido un error y podrá proceder a rectificarlo. Se propicia así, según Montessori, la concentración en el trabajo y la auto-educación.

3) *Realista*. Es un error dar al niño objetos como los que utilizamos cotidianamente pero en miniatura (material de guerra, soldados, casas de muñecas, etc.). Hay que darles objetos sencillos (tablillas, trozo de madera, botones, etc.), cotidianos y accesibles para todos.

4) *Accesible*. En el entorno del aula, el material se sitúa en un nivel donde el niño puede cogerlo y devolverlo después. Es necesario que el niño lo pueda ordenar en la caja o recipiente que lo contiene, así como que limpie lo que ha ensuciado al trabajar. Hay que aprovechar la energía de los niños en conservar las cosas que los rodean; eso se facilita, en parte, porque el ambiente es atractivo.

5) *Estético*. El material, como todo lo que rodea al niño en el método Montessori, es atractivo, pintado de brillantes colores, sobrio, simple, elaborado con materias primas de gran calidad para suscitar su interés. Pero no basta con

estética; en ese caso, el niño se limitaría a contemplarlo. Al contrario, debe ser susceptible de manipulación, debe prestarse a la actividad del alumno.

6) *Estructurado*. El material tiene mucho de mecánico. Se trata de una mecánica perfeccionada para entretener inteligente y gradualmente a los pequeños porque, a juicio de Montessori, la percepción infantil tiene también esa necesidad de medida interior, de ritmo, de ordenación del ambiente casi mecánica.

2.3.6 La Propuesta Curricular de Montessori.

El método Montessori alienta la espontaneidad del niño, dándole libertad para desarrollarse dentro de un ambiente que favorece su auto desarrollo, brindándole oportunidad para que él aprenda. Como se ha dicho ya, apuesta por una libertad dentro de un ambiente preparado, para la cual adopta un triple enfoque curricular: enfoque motor, sensorial e intelectual.

Montessori desarrolla, a partir de sus consideraciones acerca de la naturaleza del niño, de las características de los materiales y de la conveniencia de un diseño curricular integral, un proyecto de trabajo centrado en el desarrollo de la función motora, sensorial y el desarrollo de diferentes formas de lenguajes. Dicha propuesta bien podría ser comparada, con algunos matices, con las actuales tres áreas curriculares: identidad y autonomía personal, descubrimiento del medio físico y social y comunicación y representación. En el desarrollo de la función motora Montessori propone una serie de ejercicios individuales y colectivos tanto gimnásticos y psicomotrices (de entre los que destacan los ejercicios «sobre la raya») como relacionados con la vida práctica y con el ambiente, en los que los alumnos, a la vez que progresan en la adquisición de dominio psicomotriz, están desarrollando tareas útiles para resultar seres cada vez más autónomos y prepararse para la vida en sociedad. Así, los alumnos se abrochan las batas, se peinan, ponen la mesa, doblan las servilletas, limpian el aula, pulen objetos y anudan diferentes tipos de cierres en los bastidores, etc.

Montessori elabora una serie de materiales diseñados con esmero que, prestando gran atención a la estética, provocan la libre manipulación activa por parte de los niños y el aprendizaje individualizado. Con ellos pretende ejercitar los sentidos para que permanezcan atentos a los estímulos externos de los que nos proviene la información que genera el aprendizaje.

Los siguientes cuadros explican brevemente estos materiales:

PARA EL TACTO

a) *Reconocimiento de forma y calidad; también educa el movimiento*

. Pieza de madera o cartón sobre la cual hay pegados papeles de rugosidad diferente, desde el mas fino al papel de lija más áspero (son las llamadas tablas del tacto).

- Edad: utilizables desde los tres años.

- Utilidad: permiten hacer gradaciones.

. Maderas o cartones de la misma forma y dimensión. Encima, papeles pegados de diferente grado de rugosidad.

Dos de cada tipo.

- Edad: de los tres a los cinco años.

- Utilidad: emparejamiento.

b) *Impresiones de peso (sentido bórico)*

. Trozos de tela de materiales diferentes (lana, nylon, algodón, seda, pana, etc.). Dos de cada tipo.

- Edad: de los tres a los cinco años.

- Utilidad: emparejamientos.

• Maderas del mismo color y la misma medida (cedro, nogal, abeto, etc.).

Varia el peso.

- Edad: hacia los cuatro años.

Utilidad: gradaciones.

PARA LA VISTA

Apreciación de diferencias en tres direcciones: volúmenes, esfuerzo muscular y ejercicio de la memoria muscular

- La torre rosa: diez cubos de madera, todos del mismo color. El más grande es un cuadrado de diez centímetros de lado; hasta llegar al más pequeño, de un centímetro. La construcción con estos cubos ejercita también el equilibrio.

- Edad: a los tres años.

- Utilidad: gradaciones.

- Los encajes sólidos: soportes de madera maciza, de color natural, todos de la misma forma y dimensión. Cada uno tiene diez piezas de madera de forma cilíndrica, que han de encajar en los agujeros de soporte. Cada cilindro tiene encima un botón para cogerlo. Hay tres tipos de soportes:

- . Los cilindros son de sección igual, pero de altura diferente.

- . Los cilindros de altura igual pero la sección disminuye gradualmente (el más pequeño, un centímetro, aumentando cada uno mediocentímetro).

- . Los cilindros disminuyen en las dos dimensiones.

A veces, por la forma de los cilindros con el botón encima, se los denomina las pesas.

- Edad: utilizable desde los tres años

- Utilidad: gradaciones.

b) *Apreciación de diferencias en movimiento*

- . Prismas o bloques de la misma longitud. Cambia la sección cuadrada: va desde diez hasta un centímetro. Se le denomina *la escala verde* porque suelen pintarse de color verde.

- Edad: desde los tres años.

- Utilidad: gradaciones.

c) *Apreciación de diferencias en una sola dirección. También ejercita el movimiento*

- . Juego de barras de sección cuadrada (de trece milímetros de lado). Cambia la longitud. La más larga mide un metro y la más corta, diez centímetros. Suelen denominarse *las borras rojas* por el color en que se presentan.

- Edad: hacia los cuatro años.

- Utilidad: gradaciones.

d) *Percepción de formas y precisión de movimientos*

- . Los encajes planos: conjunto de maderas planos en los cuales se ha hecho unos agujeros de formas geométricas que no llegan al fondo de la madera, dentro de los cuales se encajan unas maderas de la misma forma y dimensión del agujero. Hay de diferentes grupos (círculos, cuadriláteros, figuras diferentes, etc.). La forma que se ha de encajar suele ser del mismo color que el fondo de la madera agujereada. Como complemento de los ejercicios que se pueden hacer con estos encajes, hay tres series de cartones, en los que se han dibujado las mismas formas geométricas:

- . Pintada toda entera.

- . Dibujado sólo el contorno (grueso y delgado).

- Edad: puede darse entre los tres, cuatro y cinco años.
- Utilidad: emparejamientos.

e) *Percepción de colores*

- . Formas iguales, que pueden ser de diferente materia (madera o cartón pintados o recubiertos de hilos de colores). De cada color, hay de diferentes tonos.
- Edad: hacia los tres años.
- Utilidad: gradaciones.

f) *Percepción de colores*

- . Formas iguales, como en el caso anterior, pero hay dos de cada color.
- Edad: hacia los tres o los cinco años.
- Utilidad: emparejamientos.

g) *Apreciación de volúmenes*

- . Cuerpos geométricos de madera (esfera, prisma, cono, cilindro, pirámide, etc.)
- Edad: a los tres años.
- Utilidad: emparejamientos.

PARA EL OIDO

Serie de campanillas, cada una con un sonido diferente, que corresponden a la escala musical.

- Edad: a los tres años.
- Utilidad: gradación

PARA EL OLFATO

Tubos de igual aspecto externo que contienen arroz, arena, piedras más o menos pequeñas y grandes.

- Edad: Hacia los tres años.
- Utilidad: gradación y emparejamientos.

Tubos iguales.

En su interior contienen materias de olores diferentes (café, laurel, chocolate, canela, etc.).

- Edad: hacia los cuatro años.
- Utilidad: emparejamientos.

Respecto a la educación en diversos lenguajes, Montessori desarrolla especialmente una propuesta para la profundización de la inteligencia, principalmente para la lengua y el cálculo. Es decir, se centra en las áreas de expresión del lenguaje oral y escrito y del lenguaje matemático. La filosofía de

María Montessori es vigente y ha influido en algunas tendencias actuales. Entre ellas está el Sistema Bancubi que forma parte de algunos sistemas educativos en México, como en el Colegio Interdisciplinario San Agustín, Los Cabos México, Centro Educativo EXEA, Universidad del Centro de México, Colegio Madrid Bachillerato CCH, Colegio Ciudad de México Plantel Contadero Colegio Ciudad de México, así como el Centro Educativo Tlalpan donde se contextualiza el presente trabajo, han bebido en las fuentes de la pedagogía Montessori para desarrollar sus metodologías y por ello su aportación sigue viva en la educación infantil. De hecho, el método Montessori no nació como un sistema cerrado descubierto de una vez y para siempre, con el fin de ser aplicado rutinariamente. Deseaba seguir creciendo como algo vivo, creciendo en profundidad, riqueza y variedad, no sólo en lo que se refiere a la aplicación más amplia de sus principios, sino también en cuanto a la profundidad de esos mismos principios. Montessori fue, en todos los sentidos, una persona avanzada a su tiempo: una feminista convencida, de personalidad fuerte, de mentalidad progresista y acciones consecuentes con su forma de pensar. Se adelantó a su tiempo y desarrolló una propuesta pedagógicamente bien diseñada y congruente con su pensamiento.

Ha pasado ya un siglo desde las primeras aportaciones de Montessori. En este momento, se destaca la calidad, el rigor y la innovación que supone la aportación de Montessori. Su científicidad combinada con el mismo esmero con el que cuida cada pequeño detalle, hace de su propuesta un referente actual y futuro para cualquier diseño educativo centrado en la etapa infantil. Tal y como señala Sizaire (1995) «la herencia legada por María Montessori ha sido desvirtuada, en tanto que se ha separado su metodología del espíritu que la fundamentaba». Pese a disponer en la actualidad de materiales inspirados en las ideas montessorianas, éstos no se utilizan ligados forzosamente a un verdadero respeto por el niño y sus estadios de desarrollo. Algunos aspectos de la propuesta montessoriana deberían tenerse presentes en nuestros días, tales como la idea de trabajo de los niños y niñas más pequeños, ausente en nuestra cultura —aunque no en todos los centros escolares y proyectos educativos— en la

que se les estimula para que jueguen todo el día. Los conceptos de actividad, trabajo, autodisciplina, auto-educación y perseverancia son ideas que deberían mantenerse en las propuestas educativas actuales y futuras.

Así mismo, en una época como la nuestra en la que la familia es una institución que está cambiando, es necesario recuperar la idea de Montessori de que la familia ha de ser la unidad natural para la nutrición y protección del niño, al mismo tiempo que la escuela ha de facilitar los servicios y la coordinación necesaria para potenciar la función educativa de la familia. En este sentido, el diálogo y las reuniones frecuentes con los padres han de servir para establecer unos patrones educativos comunes y para tener un conocimiento más pertinente»- y profundo de los niños y niñas.

Montessori soñó con que su método se adaptase a los tiempos y las realidades cambiantes, se extrapolase o se extendiese a la escuela primaria y beneficiase a todos los niños, enfermos o sanos, pobres o ricos. Ninguno, de estos tres deseos se ha cumplido. Su método no sólo no ha evolucionado. Tampoco se ha extendido a las escuelas elementales por varios motivos: en primer lugar, por el alto costo que representa; en segundo lugar, por su desviación religiosa (la escuela pública laica no comparte el sesgo catolicista de su propuesta y por ello ni siquiera se ha extendido mucho en la etapa infantil); y en tercer lugar, en el momento que surgió la propuesta se valoró como progresivamente laxa en un contexto escolar tradicional y después, con los movimientos de renovación pedagógica surgidos después de mayo del 68 y presentes a lo largo de los setenta, se considera la propuesta montessoriana demasiado dirigida, en oposición con el activismo y la libertad propuesta por estos movimientos.

Para el Sistema Bacubi es muy importante implementar algunas de las bases que utiliza de María Montessori para un mejor resultado. Por nombrar algunos ejemplos:

- 1) Facilitar un ambiente agradable de los niños en el aula.

- 2) La posibilidad que el niño desarrolle al máximo sus posibilidades dentro de un ambiente estructurado que le resulte atractivo y motivador.
- 3) Proporcionar materiales sensoriales que ejerciten los sentidos.
- 4) No interferir en los esfuerzos del niño, en su propio aprendizaje.
- 5) En la necesidad imperiosa de que el niño aprenda haciendo. En cada etapa del crecimiento mental del niño se proporcionan ocupaciones correspondientes gracias a las cuales desarrolla sus facultades.
- 6) Ofrece al niño un máximo de espontaneidad, lo capacita para que alcance el mismo nivel o incluso uno superior de logro escolar que bajo los sistemas antiguos.

Debido a que el niño trabaja partiendo de su libre elección, sin competencia ni coerción, está libre del daño de un exceso de tensión, de sentimientos de inferioridad y de otras experiencias que son capaces de ser la causa inconsciente de desórdenes mentales profundos más adelante en su vida.

III. LAS MATEMÁTICAS EN EL PREESCOLAR CON EL SISTEMA BANCUBI

Para los niños en edad preescolar las matemáticas tienen que ver con lo que hacen durante el día. De manera natural comparan, clasifican, hacen seriaciones, establecen jerarquías entre los objetos que los rodean. Quieren aprender a contar, a sumar a medir.

Y cuando se habla del aprendizaje formal de las matemáticas en el preescolar se parte del nivel de pensamiento en el que se encuentran los niños. Éstos aún no tienen noción de número – o de cantidad. Por esto es necesario que el trabajo se haga a partir de la experiencia con material concreto. Como menciona Piaget (1984) el niño en esta etapa aún no puede abstraer los conceptos matemáticos, pero si los puede ir construyendo a partir de la información que recibe a través de los sentidos. Puede, ver y sentir la diferencia entre una unidad y un millar, puede comparar cuánto material quedó después de hacer una resta, qué figura se forma al hacer una multiplicación, puede construir a partir de cubos.

Se considera que la base del conocimiento lógico-matemático es el conocimiento físico, la comparación que los niños hacen entre los elementos, a la manera en que clasifican y establecen los criterios para la seriación. En él se procura que compartan con sus compañeros y maestros su punto de vista y que escuchen el de los demás. Así se procura que más que enseñar se ayude a que los niños aprendan a razonar.

Bancubi es una herramienta para los temas de matemáticas; sin embargo, la autora de este sistema recomienda que se complemente con otros materiales, comprados o elaborados a mano, para facilitar la generalización de conceptos (Maurer, 2001).

3.1 El Método Bancubi

El sistema Bancubi es una herramienta para aprender matemáticas de forma concreta, en la que el niño utiliza material físico, adecuado y manipulable para realizar sumas restas, divisiones y multiplicaciones, dándole sentido lógico a todos los procesos lógicos matemáticos y logrando que el niño reflexione y analice dichos procesos. Es un material -o materiales- para el trabajo de los niños de preescolar y primaria, pero sobre todo es una propuesta metodológica para el aprendizaje de las matemáticas.

El trabajo inicial surge de Tere Maurer (2001); de su experiencia con los niños, del estudio y reflexión constante que ha hecho sobre las propuestas de María Montessori y Jean Piaget. En el camino de su elaboración metodológica se han sumado otras personas que lo han enriquecido.

Este Sistema propone una serie de representaciones en las que la observación, el análisis y el trabajo de manipulación con el material llevan al alumno a descubrir por su propia cuenta la solución “a los acertijos de desequilibrio” o como se llaman en el sistema tradicional “problemas lógico-matemático” que se plantean. Una vez resueltos se presentan alternativas para que el alumno construya una conexión entre el material concreto y el símbolo de una forma efectiva y permanente (Maurer, 2001).

Promueve que la guía (o educadora) y los alumnos aprendan a preguntar para facilitar la construcción de un concepto, para adquirir seguridad en el cálculo aproximado, para aclarar dudas y ayudar a los demás integrantes del grupo a llegar a la respuesta correcta. La forma de trabajo de Bancubi proporciona al guía los espacios para poder dedicar el tiempo y la atención que los alumnos menos calificados necesitan, sin romper el ritmo de trabajo y el desarrollo de habilidades de los más avanzados. Esta dinámica permite que los alumnos adquieran seguridad e independencia en su trabajo. Es un medio de búsqueda constante para mejorar el modo de enseñar matemáticas mediante la

investigación personal de cada maestro (siendo el mediador entre el alumno y el material).

3.2 Otros Métodos.

Dentro del campo de la enseñanza de las Matemáticas, no solamente el sistema Bancubi, basado en el modelo Montessori tiene vigencia; de hecho, existen otros tipos de herramientas para el aprendizaje de las matemáticas, a continuación se mencionarán algunas de ellas brevemente:

Las regletas de Cuisenaire este material consta de una caja con 10 departamentos con regletas de plástico cortadas con diferentes tamaños y colores del 1 al 10. Proviene de en Bélgica 1950, creadas por un maestro rural y músico, George Cuisenaire. Este método se ha experimentado en España, Francia, Bélgica, Australia, Japón, Argentina, Estados Unidos y México. El propósito de las reglertas de Cuisenaire es: Revalorar el material existente en las aulas de preescolar, para elaborar estrategias didácticas que desarrollen las nociones matemáticas en los preescolares.

El Geoplano es un útil y atractivo recurso didáctico basado en el plano cartesiano que se utiliza con ligas de colores. Proviene de Grecia con el Historiador Herodoto y de Egipto con el Rey Sesotris y posteriormente se utiliza en los estudios con grandes matemáticos como Tales de Mileto, Pitágoras, Arquímedes, Euclides y Apolonio, en donde la geometría adquirió un carácter teórico.

El Tangrama es un rompecabezas geométrico que consta de 7 figuras, 2 triángulos grandes, 2 pequeños, 1 mediano, 1 cuadrado y 1 romboide. Se inventó hace mucho tiempo en China. Con este recurso pueden plantearse interesantes situaciones que lleven al análisis de algunas figuras geométricas; favorece a través de la reproducción de percepción geométrica, imágenes geométricas en la ubicación de un plano (Zarate, 2003).

Bajo el contexto anterior, el presente trabajo representa una propuesta para el establecimiento y desarrollo de técnicas y procedimientos que faciliten y provean de un nuevo significado al proceso de enseñanza- aprendizaje de las Matemáticas. Es decir, la elaboración de una propuesta, derivada del ejercicio profesional, que se considera, puede enriquecer la labor psico-educativa orientada a favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento Lógico-matemático, en niños a nivel preescolar. Dicha propuesta se basa en la utilización del método Bancubi como un medio alternativo para hacer del proceso de adquisición del conocimiento en los niños una experiencia basada en su actividad lúdica y que, por tanto, resulte un facilitador para la asignación de nuevos significados, que a la postre, permitirá el contacto de los niños con las Matemáticas sin rechazarlas.

El objetivo principal de este trabajo es saber si el método Bancubi es una herramienta útil en contraposición al sistema tradicional propuesto por la SEP para la adquisición de conceptos básicos del área lógico- matemática en los niños. La idea central que sustenta lo anterior es que al tener el niño contacto con procedimientos novedosos que le permitan incorporar, mediante la asignación de nuevos significados, conceptos y principios propios del pensamiento lógico matemático, se sentarán las bases para el desarrollo de nuevas habilidades que le serán útiles en etapas posteriores de su desarrollo. De manera paralela, se espera que el presente documento configure una guía útil para los profesionales en el área educativa, mediante la utilización de mejores herramientas de enseñanza para sus alumnos, logrando con ello, preparar al niño para un mejor rendimiento en los años escolares posteriores.

Finalmente, es también, la intención de la presente tesina el resaltar la importancia de la actividad lúdica como el medio idóneo para orientar al niño hacia el aprendizaje de conceptos derivados del área Lógico Matemática, por encima de la solemnidad que reviste usualmente a los sistemas de enseñanza tradicionales. En este sentido, se pretendió investigar si, mediante el juego y la manipulación, el niño puede asignar un nuevo significado a todos los procesos

Lógicos-matemáticos y con ello, facilitar la integración sistemática de conceptos que representan cierta complejidad.

IV. DESCRIPCIÓN DE LA INTERVENCIÓN

SUJETOS.

Se trabajó con un total de diez y siete niños a nivel preescolar, cuyas edades fluctuaban de entre los 3 a los 5 años de edad, en una escuela particular ubicada al sur de la ciudad de México; el trabajo se realizó con este grupo durante sus tres años de estancia en la escuela, desde Kinder I hasta Preprimaria, (cabe señalar que siete de los diez y siete niños, fueron constantes desde el inicio hasta el término del ejercicio profesional, mientras que los diez restantes tuvieron una permanencia relativa). El presente trabajo constituye una descripción de la experiencia laboral que se desprende del ejercicio profesional de la psicóloga que sustenta la presente tesina, en el centro de trabajo anteriormente señalado.

TIPO DE ESTUDIO

Dadas las características bajo las cuales se desarrolló el ejercicio profesional descrito en este apartado, es importante señalar que el presente reporte se refiere a un estudio de corte descriptivo (*no experimental post-hoc*).

ESCENARIO.

Se utilizaron los salones del colegio que tienen un tamaño aproximado de 4m x 4m, para trabajar con el método Bancubi. La duración de las sesiones de trabajo fue de 15 minutos máximo, según las indicaciones del manual. Los materiales que se utilizaron son los siguientes:

APARATOS Y MATERIALES.

Los señalados son herramienta del sistema Bancubi

- ✓ Banco de madera.
- ✓ Charola de madera.
- ✓ Tapete.
- ✓ Cubos de colores verde, azul y rojo.
- ✓ Tarjetas de visualización.
- ✓ Tela lisa de color claro, de aproximadamente 1 x 1m.
- ✓ Tarjetas de signos +, -, x
- ✓ Numerales (tarjetas con los números de 0 al 9, del 10 al 90, de 100 al 900 y del 1000 al 9000).

PROCEDIMIENTO.

Se aplicó un examen exploratorio; cada examen de acuerdo al nivel escolar en que se encontraba cada grupo (ver anexo 5) antes de la aplicación del método Bancubi (con el fin de saber qué conocimientos tenían los niños acerca de los números, sumas restas); posteriormente, se aplicó un examen de evaluación (para saber la efectividad del sistema en el aprendizaje de las matemáticas). Se trabajó en el horario establecido para cada grupo en su clase de Matemáticas, empleando las instrucciones y técnicas establecidas por el manual de dicho sistema (Maurer, 2001). El trabajo se desarrolló de la siguiente forma; en primera instancia éste se dividió en tres fases: 1) Reglas de Trabajo, 2) Forma de trabajo y 3) Técnicas de Trabajo.

En la primera fase, el trabajo consistió en lograr que los niños se sintieran cómodos con el sistema, además de conseguir que aprendieran a observar y respetar la forma de trabajo y/o proceso de aprendizaje de cada compañero; se procuró motivarlos para no desarrollar cierta inhibición al momento de realizar de manera incorrecta cualquier operación. Esta primera fase se llevó a cabo en 3 sesiones, de 15 minutos cada una, (ver anexo 5).

En las sesiones subsecuentes, en donde se abordó la segunda fase correspondiente a la forma de trabajo, se presentó la construcción de conceptos mediante la manipulación del material. Como primer punto de esta fase se presentó el material a los niños con la finalidad de que se familiarizaran con él: de manera paralela, esta fase permitió constatar el nivel en cuanto a las operaciones matemáticas, en que se encontraban cada uno de los niños que participaron en este estudio y lo que a la postre permitiría determinar la posible adquisición de nuevas habilidades en dicho sentido. Finalmente, una vez que al niño se le permitió cierta interacción con el material, se le permitió efectuar un registro por escrito sobre dichas acciones. El tiempo que se necesitó para cubrir esta segunda fase fue de 15 sesiones de 45 minutos cada una (ver anexo 5).

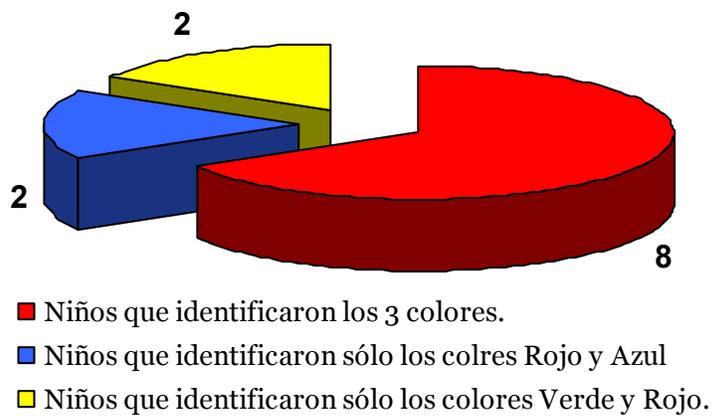
La tercera y última fase, se encuentra relacionada con las técnicas de trabajo. Una vez que el niño ya se familiarizó con el material y ya tuvo oportunidad de interactuar con él, se realizaron ejercicios orientados hacia la formación de operaciones matemáticas mediante la manipulación del material y la integración de nuevos conceptos derivados de sus observaciones, tales como el reconocimiento de unidades, decenas, centenas y unidad de millar. Posteriormente, se efectuaron ejercicios encaminados a realizar operaciones matemáticas con la ayuda del material del sistema Bancubi, tales como la formación de cantidades, cambios de cantidades, acertijos, sumas sin cambios, restas sin cambios, divisiones y multiplicaciones, (ver anexo 5).

Cabe señalar que los procedimientos variaron de acuerdo al grado escolar de cada uno de los niños que participaron en el estudio, no así las instrucciones y presentación del material; es decir, todos y cada uno de los niños recibieron las mismas indicaciones y se les presentó de igual forma cada uno de los elementos del material utilizado, independientemente de en qué momento se integraron a cada uno de los grupos y los grados. Sin embargo, los procedimientos para lograr construir nuevas operaciones matemáticas variaron de acuerdo al grado escolar en que se encontraba cada participante, debido a la extensión del sistema

Bancubi, el cual no podía ser cubierto en uno solo ciclo escolar. Dichas variaciones se presentaron fundamentalmente en la tercera etapa ya que las técnicas para construcción de conceptos matemáticos nuevos fueron distintas para cada grado escolar. Para el caso de Kinder I, las técnicas se orientaron específicamente a la formación de cantidades del 0 al 9 exclusivamente; en Kinder II se trabajó sobre cambios de cantidades, formación de cantidades del 0 al 20, acertijos, sumas, restas y construcción de edificios con tarjetas de visualización (ver anexo 5). En cuanto a lo que se trabajó en Preprimaria, abarcó los visto en los dos grado anteriores, añadiéndose la división y la formación de cantidades en unidades, decenas, centenas y unidad de millar.

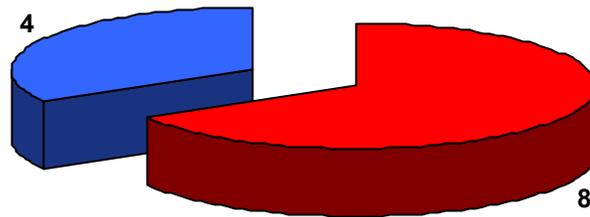
V. Resultados

Los resultados del examen exploratorio de Kinder I con un total de muestra de 12 niños fueron los siguientes: En el ítem colores, 8 niños supieron lo que son los tres colores rojo verde, azul; 2 niños identificaron solo los colores azul y rojo y por ultimo 2 niños supieron los colores rojo y verde.



Gráfica #1 muestra los resultados del examen exploratorio para Kinder I, relacionado con la identificación de colores en un total

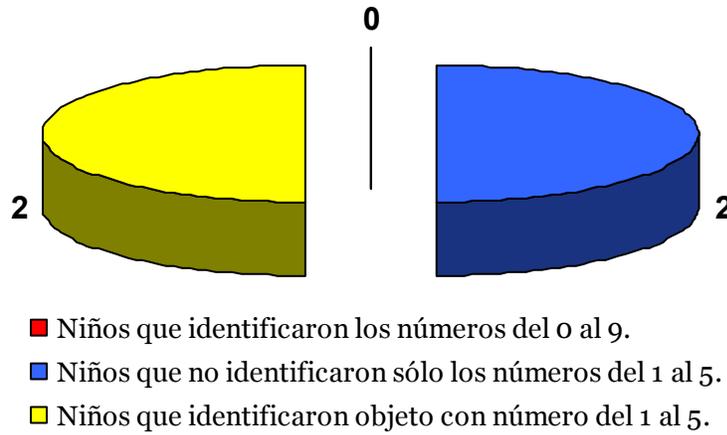
Para el caso de la identificación de las figuras geométricas, se encontró que 8 niños de los 12 que conformaron la muestra identificaron con éxito el cuadrado.



- Niños que identificaron la figura geométrica "Cuadrado".
- Niños que no identificaron la figura geométrica "Cuadrado".

Gráfica #2 muestra los resultados del examen exploratorio para Kinder I, relacionado con la identificación de figuras geométricas, (cuadrado).

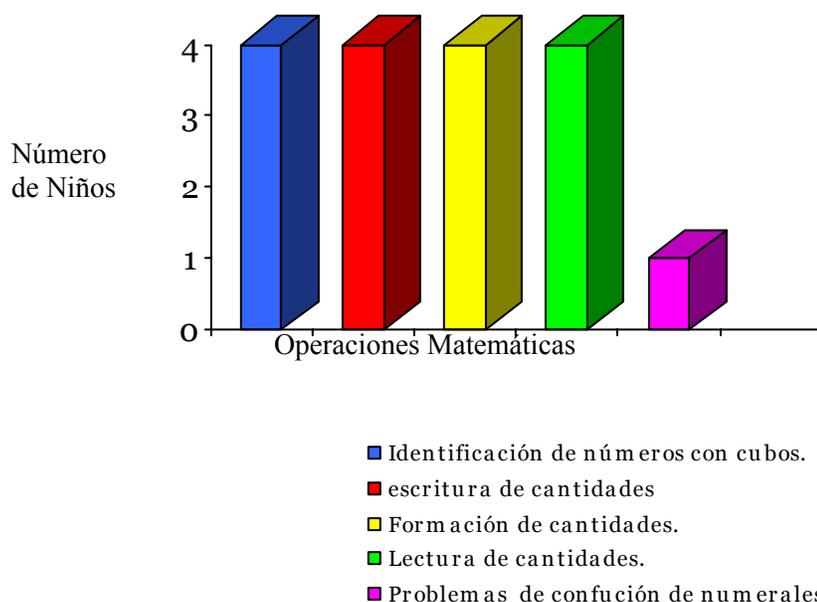
En cuanto a la identificación de los números del 0 al 9. 10 niños no identificaron los números del 0 al 9, 2 niños identificaron solo los números del 1 al 5 y estos mismos niños identificaron el objeto con el número.



Gráfica #3 muestra los resultados del examen exploratorio para Kinder I, relacionado con la identificación de números de 0 al 9 en un total de 12 niños.

En el examen de evaluación la muestra total de 12 niños aprendieron a formar cantidades del 0 al 9, leerlas escribirlas así como también, a identificarla los numerales de 0 al 9 con los cubos de colores y del banco del sistema.

Para el siguiente ciclo escolar, sólo 5 niños continuaron asistiendo a la escuela; a éstos niños también se les hizo el examen exploratorio, ya que era importante saber qué conocimientos matemáticos tenían después del periodo vacacional. 4 de ellos supieron formar cantidades, leerlas y escribirlas así como a identificar los numerales con los cubos del sistema Bancubi. Sólo hubo un niño que confundió los números 6 y 9.



Gráfica # 4 muestra el resultado del examen exploratorio para 5 niños que continuaron en el siguiente ciclo escolar (Kinder

La siguiente grafica muestra el conocimiento matemático de los 2 niños que ingresaron al grupo de Kinder II.

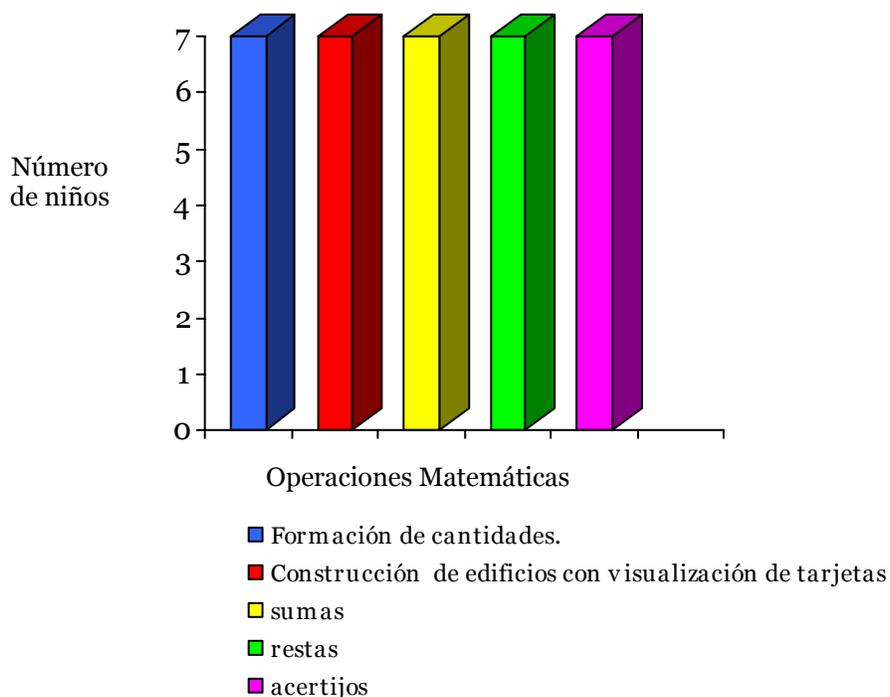
0
|

- identificación de números con cubos para los niños que ingresaron
- escritura de cantidades a 2 niños que ingresarón
- formación de cantidades 2 niños que ingresarón
- lectura de cantidades 2 niños que ingresarón
-

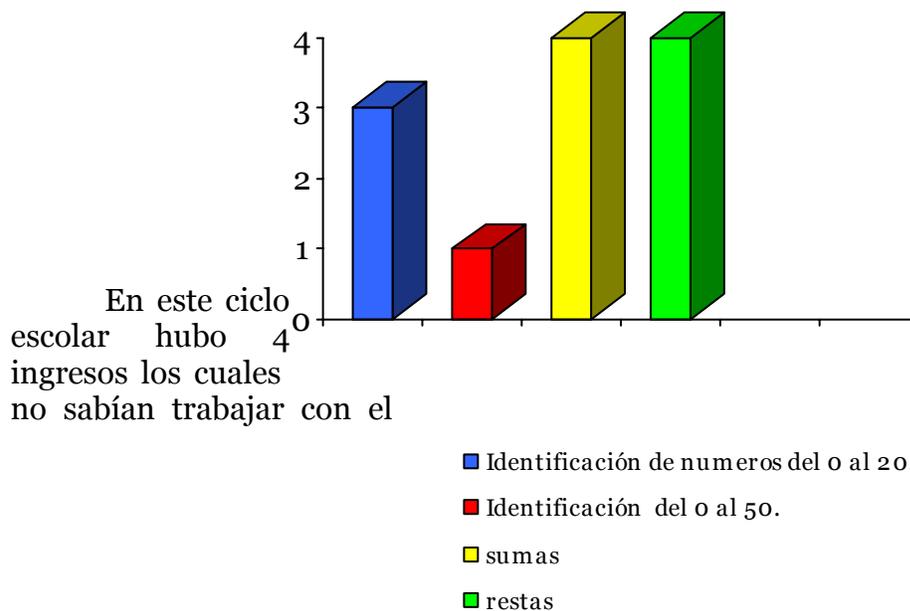
Gráfica # 5 muestra el resultado del examen exploratorio para 2 niños que ingresaron al siguiente ciclo escolar Kinder II .

Al final del ciclo escolar los 7 niños (muestra total) manejaron lo que fueron cambios, formación de cantidades, acertijos construcción de edificios con visualización de tarjetas sumas y restas con el sistema Bancubi.

La siguiente gráfica muestra el examen exploratorio de los 7 niños que continuaron en el estuvieron en el ciclo anterior, en ella se puede observar que no tuvieron problemas para resolver el examen después del periodo vacacional.



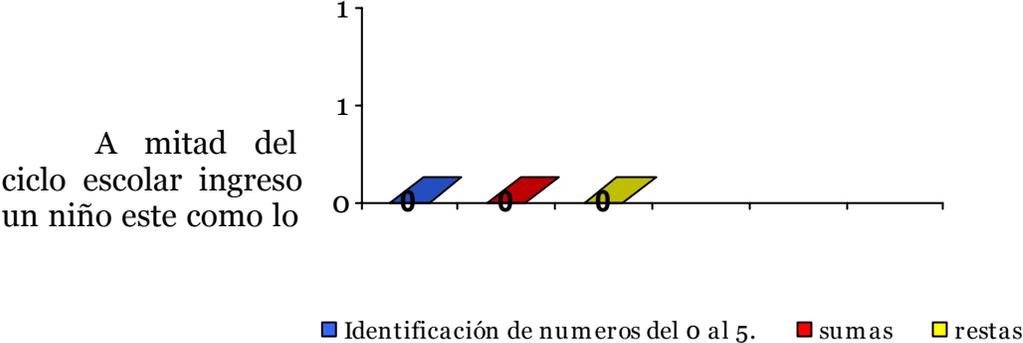
Gráfica # 6 muestra el resultado del examen exploratorio para 7 niños que continuaron en el siguiente ciclo escolar



sistema Bancubi, 3 tenían conocimientos de numerales del 1 al 20. 1 niño tenía conocimientos del 0 al 5 y 4 niños sabían hacer pequeñas sumas y restas.

Número de niños

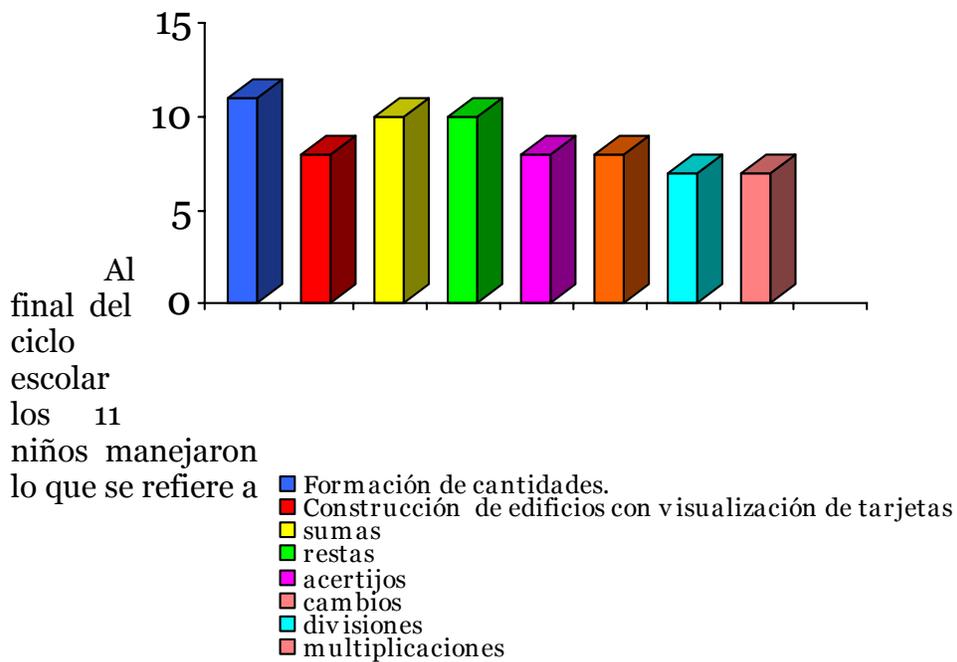
Operaciones Matemáticas



muestra la gráfica no tenía ningún conocimiento de números, sumas o restas.

Niño que entro a
mitad de ciclo
escolar

Operaciones Matemáticas



formación de cantidades, 8 de ellos acertijos, 8 más, la construcción de edificios, 8 también, cambios; 10 niños manejaron sumas y restas, 7 niños divisiones y 7 niños multiplicaciones con el sistema Bancubi.

Número
de Niños

Operaciones Matemáticas

Gráfica # 9 muestra el resultado del examen de evaluación para el grupo de Preprimaria derivado del sistema Bancubi con una muestra de 12 niños.

Para el niño que entró a mitad del ciclo escolar sólo le fue útil el sistema Bancubi para aprender los numerales del 1 al 20.

VI. Discusión

Los resultados derivados de la experiencia profesional reportada en este documento, sugieren que el sistema Bancubi puede ser una herramienta útil para el aprendizaje de las matemáticas con niños de edad preescolar. Ya que, con base en los tres años de experiencia laboral y según lo describen las gráficas del capítulo de resultados, los niños que trabajaron con el sistema Bancubi desde el inicio de su formación preescolar,-desde Kinder I hasta Preprimaria-, les fue posible asignar un sentido lógico a la formación de conceptos matemáticos, promoviendo a su vez los procesos reflexivos y analíticos.

De acuerdo con lo expresado, es posible afirmar que un elemento de suma importancia para el aprendizaje fue la promoción de la actividad lúdica para orientar al niño hacia el aprendizaje matemático y la provechosa manipulación de los materiales. Otro elemento que sugiere la conveniencia de la utilización del método Bancubi como un auxiliar en el aprendizaje de las matemáticas, es que los niños que se incorporaron en los subsecuentes ciclos como Kinder II no presentaron problemas significativos para adaptarse a dicho sistema, además de que fue claro que aprendieron los significados rápidamente.

Se observaron algunas situaciones especiales como en el caso del grupo de Preprimaria, donde la mayoría de los niños tenían conocimientos como formación de cantidades y acertijos, conocimientos que los nuevos integrantes del grupo no tenían. En el caso de los cuatro niños que ingresaron posteriormente, sólo uno de ellos se adaptó con facilidad al sistema y le fue posible continuar con el trabajo sistemático programado para este grupo en particular, el cual consistió en multiplicaciones y divisiones. Es posible que hayan existido variables que en ciertos casos facilitaron o bien dificultaron la rápida integración de algunos niños al sistema, como el hecho de que contara

con conocimientos previos sobre las matemáticas (conocimiento de números del 0 al 50 y sumas y restas), derivados de su aprendizaje en su anterior plantel. Y por último se tiene un caso especial, el cual se refiere a un niño que entró a mitad de ciclo escolar, quien no tenía conocimiento alguno de los números y que con el sistema Bancubi aprendió a reconocer los numerales del 0 al 20.

Al hablar del aprendizaje formal de las matemáticas en esta experiencia profesional con los niños de preescolar, se consideró el nivel de pensamiento en el que se encontraban los niños. Debido a ello, fue necesario que el trabajo se hiciera a partir de la experiencia con material concreto tal y como lo señala el sistema Bancubi. Por otro lado, es importante mencionar que de acuerdo con Piaget (1977) el niño de 2 a 7 años de edad se encuentra en un nivel de desarrollo donde utilizará la lógica por medio de mecanismos de intuición y de esta forma estructurará sus esquemas de conocimiento; es este sentido los hallazgos de este reporte de experiencia profesional sugieren que, efectivamente el niño puede construir progresivamente sus esquemas de conocimiento a partir de la información que recibe a través de los sentidos, puede ver y sentir la diferencia entre una unidad y un millar, puede comparar cuánto material quedó después de hacer una resta y construir a partir de material concreto. De tal forma, un punto fundamental a considerar en la base del conocimiento lógico-matemático es el conocimiento físico; por ende, resultó de suma importancia la comparación que los niños realizaron entre los elementos, la manera en que clasificaron y establecieron los criterios para la seriación. Posteriormente, se presentaron alternativas para que el niño construyera una conexión entre el material concreto y el símbolo de una forma efectiva y permanente.

Por otro lado, los modelos Constructivistas (Ontiveros, 1994) menciona que para que los niños puedan construir su conocimiento matemático, llevar a cabo un proceso de reflexión y esto a su vez les permita abstraer objetos, es necesario que se les presente un problema en lugar de un simple ejercicio matemático convencional para que éstas situaciones problemáticas provoquen un desequilibrio en las estructuras mentales del niño, quien en su afán por

requilibrarlas (acomodamiento) se produce la construcción de conocimientos. Dicho procedimiento se efectuó durante las sesiones de trabajo con el sistema Bancubi; los niños al cometer errores buscaron la manera de encontrar el equilibrio, y al “retroceder” para luego “avanzar” y “reconstruir” obtuvieron un significado más profundo de su conocimiento.

Otra aspecto derivado del modelo Constructivista (Ontiveros, 1994) y que fue parte fundamental del los ejercicios realizados con el sistema Bancubi es el que se refiere a que el conocimiento se forma también a partir de la interacción social del niño con los demás; es decir, que el aprendizaje tiene lugar en un ambiente social, en donde al niño se le permite avanzar más trabajando en equipo que de manera individual. Según las observaciones realizadas durante el trabajo con los niños, se puede afirmar que el trabajo en grupos pequeños fue un elemento fundamental para la construcción de nuevos conocimientos, ya que durante las sesiones de trabajo, se efectuaron preguntas dentro del grupo, lo que resultó ser una invitación a los niños para pensar la manera de resolver ya sea acertijos o construcción de edificios; cabe señalar que la interacción no solo se realizó con las educadoras sino también con los demás compañeros lo que muy probablemente estimuló aún más el proceso de aprendizaje de la matemáticas.

Por otro lado, Montessori (1934) argumenta que es esencial para la práctica, la imitación, la repetición y ordenación, dado que permite al niño apropiarse de habilidades de tipo lógico y clasificatorio, esenciales para el posterior desarrollo de operaciones mentales de mayor complejidad. Y en el caso específico de la experiencia laboral, los niños efectuaron diversas repeticiones de los ejercicios; es decir, que se les permitió trabajar, en equipo, individualmente y además repetir cada ejercicio tantas veces como lo desearon. Se permitió que los niños trabajaran a su propio ritmo, aunque unos trabajaron con más ejercicios y otros con menos.

Si bien es claro que el presente documento no representa una investigación formal en torno al método Bancubi, también lo es el hecho de que

representa una propuesta de la cual se pueden desprender diversas líneas de investigación que permitan enriquecer la labor psico-educativa orientada a favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del pensamiento lógico-matemático en niños de nivel preescolar. La utilización de el sistema Bancubi puede resultar un medio alternativo para hacer del proceso de adquisición del conocimiento en los niños una experiencia basada en su actividad lúdica y que, por tanto, resulte un facilitador para la asignación de nuevos significados, que a la postre permitirán que el contacto con las matemáticas sea desprovisto del aburrimiento y el tedio; por ejemplo, los procesos de enseñanza-aprendizaje activos, derivados de los conceptos de Montessori y Piaget, en contraposición a los métodos de enseñanza-aprendizaje tradicionales, propuesto por la SEP. Dado que Bancubi se refiere a un sistema para aprender matemáticas de forma concreta, donde es posible para el niño la utilización de material para realizar desde una simple suma hasta una división, dependiendo del nivel de desarrollo en que se encuentre, se pone de manifiesto la clara orientación hacia la acción como un medio natural para el aprendizaje, concibiendo así, al infante como un ser naturalmente activo en su forma de aprender e integrar nuevas experiencias en su vida.

Es importante añadir, que a partir de este ejercicio profesional también fue posible observar ciertas dificultades derivadas de la aplicación del método Bancubi y que sin duda puede ser de gran utilidad tomarlas en cuenta para posteriores investigaciones. En primera instancia, debido a que no se pretendió hacer de esta experiencia una investigación formal, no hubo un control adecuado y sistemático sobre las variables que se encontraron en acción al momento de llevarse a cabo los ejercicios, tales como la emoción de los niños, la capacitación y entrenamiento de las educadoras con la finalidad de proporcionar lineamientos homogéneos a todos y cada uno de los niños, el grado de estimulación a la que cada uno de los participantes estuvo sujeto en casa, el control sobre la integración de los niños de nuevo ingreso a cada uno de los grupos observados y sus respectivos antecedentes en cuanto a conocimientos.

Por tales motivos, se sugiere que para estudios posteriores será necesario contar con una muestra adecuada (representativa y seleccionada por medio de un muestreo probabilístico) que permita validar o invalidar las sugerencias que se plantean en el presente documento, un cuidadoso control de las variables y sobre todo de aquellas que según los conceptos teóricos, se encuentran directamente implicadas en el proceso de aprendizaje como son la emoción, el ambiente y material físico, etc. Particularmente, en este último punto que se refiere al ambiente, conviene establecer control dado que según lo expresado por Montessori, la necesidad de formar un ambiente atractivo y motivador donde el niño este libre de exceso de tensión, de sentimientos de inferioridad y de otras experiencias que sean capaces de ser la causa inconsciente de desórdenes mentales profundos más adelante en su vida, resulta de suma importancia. Conviene también, tomar en cuenta que puede ser necesario un entrenamiento y adiestramiento previos a la aplicación del sistema Bancubi por parte de las educadoras, con la finalidad de controlar las instrucciones y lineamientos que se proporcionan a los niños.

Pareciera ser que este sistema es complicado; sin embargo, por la experiencia de la Psicóloga que elaboró la presente tesina, resultó ser un sistema sencillo, de fácil manejo, tanto para las educadoras como para los niños, además de contar con material fácilmente manipulable y accesible. Finalmente, resultó ser una experiencia sumamente gratificante para las educadoras pero ante todo para los niños, quienes disfrutaron trabajar y aprender con el sistema en cada sesión.

VII. Bibliografía

- Guevara, N (1991) México un país de reprobados en revista nexos, pp.33-34
- Good, T (1995) Psicología Educativa Contemporánea. Ed. MC Graw Hill, México.
- Harrech, C (1992) El psicólogo ¿Qué hace? Ed. Alhambra México.
- Hilgard, E. y Bower G. (1973) Teorías del Aprendizaje. Ed .trillas, México.
- Kilpatrick, J. Gómez, P. Rico, L. (1995). Educación matemática. Ed. Iberoamérica, México.
- Mackay, K. (1978) Psicología Básica. Publicaciones Cultural S.A. México
- Maurer, T. (2001) Manual de Bancubi Curso Preescolar México D.F
No. de registro 03-2000-102512480500-01
- Molins, M. (2004) María Montesoori y el Método de la Pedagogía Científica.
Depto. de Didáctica y Organización Educativa. Universidad de Barcelona.
- Montessori, M. (1937) El Método de la Pedagogía Científica. Barcelona, Ed. Ataluce
- Moreno, L. (1996). "La epistemología genética: una interpretación". Educación matemática, Ed. Iberoamérica. México.
- Morris, C. (1987) Psicología. Un Nuevo Enfoque. Ed. Prentice-Hall, México.
- Ontiveros, S. (1994). El fracaso en la enseñanza de las matemáticas en bachillerato.
Universidad Autónoma de Querétaro: México.
- Papalia, D. y Wendkos, S. y Duskin, R. (2001) Psicología Del Desarrollo. Ed. Mac Gaw Hill, México.
- Piaget, J. (1988) Seis estudios de Psicología. Ed. Ariel, Barcelona.
- Piaget, J. (1972) Psicología y Pedagogía. Ed. Ariel Barcelona.
- Piaget, J. (1975) Psicología del niño. Ed. Morata Madrid.
- Piaget, J. (1984) Psicología de la inteligencia. Ed. Psique Buenos Aires.

Serrano, L (1961): El Método Montessori en: Métodos de la Nueva Educación. Buenos Aires, Ed. Losada.

Sinclair, Hermine. "Constructivismo y la psicología de las matemáticas".

Contenido en: Ontiveros Quiroz, Sofía Josefina (comp.) Antología. Aspectos epistemológicos de la educación matemática. Centro de Investigación en Ciencias Básicas, Universidad Autónoma de Querétaro: México.

Sizaire, A. (1995): María Montessori. La educación Liberadora. Bilbao. Desclée De Brouwer.

Standing, E. M. (1979): La Revolución Montessori en la Educación. México, Siglo XXI.

Schwartz, J. (1980) The Transport of Substances in the Nerv Cells. Scientific American. En: Morris, C. (1987) Psicología. Un Nuevo Enfoque. Ed. Prentice-Hall, México.

SEP Subsecretaria de Educación Elemental Dirección General de Educación Preescolar Manual de actividades Gráfico Plástica Orientaciones Pedagógicas para la Atención Educativa de niños y niñas de 3 a 6 años de la Ciudad de México 1991.

Woolfolk, A. E. (1990) Psicología Educativa. Ed. Prentice Hall México.

Yaglis, D. (1989) Montessori. México, Ed. Trillas.

Zarate, S. (2003) Estrategias Didácticas para favorecer el aprendizaje de las nociones matemáticas.

Dolmen, S. L. (2001, 8 de Febrero) La Historia y sus Protagonistas
Disponible en: <http://artemtoria.com/historia/contextos/1999>.

Art. 10 La formación de Conocimientos y el aprendizaje escolar
(2004, 23 de Abril) UNAM, Paidós
Disponible en: [http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo 10.doc](http://depa.pquim.unam.mx/~paidos/articulo%2010.doc)

Revista Psico Activa.com (2004, 5 de mayo) Bibliografías
Disponible en: <http://www.psicoactiva.com/bio/bio/6.htm>

Campechano, J (2003 28 de Diciembre) Sobre la enseñanza de las operaciones lógico-matemáticas en la revista de Educación y Cultura

Disponible en : <http://www.latarea.com.mx/articu/campechano1.num>

VIII Anexo # 1

Examen de exploración para Kinder I



Educativo Tlalpan
Cuaunacastla mz.8 Lt.13
Col Cantera Puente de Piedra
Delegación Tlalpan
Tel .:56-66-00-51

I

Fecha: _____

Nombre : _____

Calificación: _____

Observaciones:

⇒ Nota: se les preguntó a los niños estos colores ya que son necesarios para el trabajo con el sistema Bancubi

❖ Colorea los corazones según el color que se te pida



❖ Identifica los siguientes números (con la finalidad de saber hasta que numero conocían)

3	6	8	4	1
2	5	7	10	9
0				

❖ Relaciona el número con objeto(con la finalidad de saber si los niños tenían el concepto de numero con objeto)

3



1



2



4



6



8



⇒ Nota: de la misma manera se les preguntó a los niños de la identificación de la figura geométrica “**cuadrado**” ya que es importante para el trabajo con el sistema Bancubi

❖ Identifica las siguientes figuras geométricas el cuadrado



Anexo # 2

Examen de evaluación para Kinder I(niños de 3 años) y exploratorio para kII (niños de 4 años) con conocimientos del sistema bancubi



Educativo Tlalpan
Cuaunacastla mz.8 Lt.13
Col Cantera Puente de Piedra
Delegación Tlalpan
Tel .:56-66-00-51

Fecha: _____

Nombre : _____

Calificación: _____

Observaciones:

❖ **Formación de cantidades**

Saca tus cubos las siguientes unidades	Escribe el numero de cantidad que formaste
ocho unidades	
cinco unidades	

--	--

Saca con el banco y con tarjetas estas cantidades	Forma la cantidad, léela y escríbela aquí
nueve unidades	
tres unidades	

Saca con los cubos de colores	La cantidad que formaste es	Haz el dibujo
Seis unidades		
Una decena		

--	--	--

❖ **Colorea las unidades que se te piden (nota: las unidades las deben de colorear de verde)**

6=

7=

5=

2=

Anexo # 3

Examen de evaluación para Kinder II(niños de 4 años) y exploratorio para Preprimaria (niños de 5 años) con conocimientos del sistema bancubi



Educativo Tlalpan
Cuaunacastla mz.8 Lt.13
Cól Cantera Puente de Piedra
Delegación Tlalpan
Tel .:56-66-00-51

Fecha: _____

Nombre : _____

Calificación: _____

Observaciones:

❖ Cambios

Saca del banco	Haz los cambios y escribe la cantidad que formaste
Doce unidades	
Dieciséis unidades	

Con los cubos de colores saca:

2 decenas

11 unidades

haz los cambios necesarios

lee la cantidad y escríbela _____

Con los cubos de colores saca:

4 decenas

11 unidades

haz los cambios necesarios

lee la cantidad y escríbela _____

❖ Formación de cantidades

Saca tus cubos las siguientes unidades	Escribe el número de cantidad que formaste
--	--

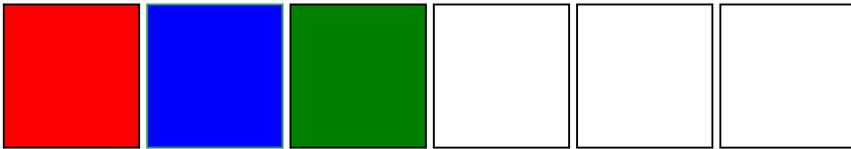
Seis decena cinco unidades	
Cinco decenas tres unidades	

Saca con el banco y con tarjetas estas cantidades	Forma la cantidad, léela y escríbela aquí
Tres decenas Cinco unidades	
Dos decenas Dos unidades	

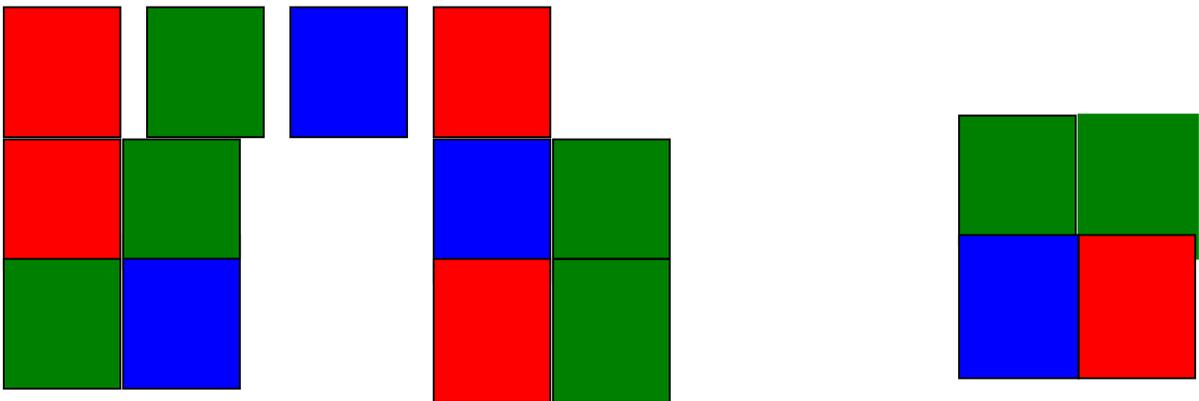
Saca con los cubos de colores	La cantidad que formaste es	Haz el dibujo
Seis decenas		

Cinco unidades		
Una decena Nueve unidades		

**❖ Acertijos
continua la serie**



❖ Construcción de edificios con tarjetas de visualización



Con los cubos verdes construye estos edificios

Frente	Fondo	Altura	Los cubos que necesito son
3	2	1	
2	3	1	

❖ Sumas

Saca con los cubos de colores	Ponle	El total es
6	3	
5	2	

Haz estas sumas con el banco y las tarjetas
Después anota el resultado

$$11 + 16 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Haz estas sumas con los cubos
Después anota el resultado

$$23 + 42 = \underline{\hspace{2cm}}$$

❖ Restas

Saca con los cubos de colores	Quitale	El total es
8	4	
9	2	

Haz la resta con el banco y las tarjetas
Después anota el resultado

$$\begin{array}{r} 743 \\ - \\ \hline 132 \end{array}$$

Haz estas restas con los cubos
Después anota el resultado

$$\begin{array}{r} 32 \\ - \\ \hline 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 44 \\ - \\ \hline 13 \end{array}$$

Anexo # 4

Examen de evaluación para Preprimaria (niños de 5 años) con conocimientos del sistema bancubi



Educativo Tlalpan
Cuaunacastla mz.8 Lt.13
Cól Cantera Puente de Piedra
Delegación Tlalpan
Tel .:56-66-00-51

Fecha: _____

Nombre: _____

Calificación: _____

Observaciones:

❖ Cambios

Saca del banco	Haz los cambios y escribe la cantidad que formaste
1 centena 5 decenas 11 unidades	

8 decenas 10 unidades	
--	--

Saca con los cubos de colores	Cámbialos y escribe la cantidad
19 decenas	
15 decenas	

❖ Formación de cantidades

Con los cubos de colores saca	Escribe el número de la cantidad que formaste
Cuatro centenas Tres decenas Seis unidades	
Un millar cinco centenas cuatro decenas siete unidades	

Saca con el banco y con tarjetas estas cantidades	La cantidad que formaste es
Un millar Una centena	

Tres decenas Cinco unidades	
Una centena Dos decenas Dos unidades	

Saca con los cubos de colores	Escribe el numero
Setecientos veintiuno	
Dos mil doscientos once	

Saca del banco	Las unidades son	Las centenas son	Las decenas son
748			
989			

Saca con				La cantidad que formaste es
El banco	3 unidades	2 decenas	5 centenas	
Las tarjetas	3 unidades	2 decenas	5 centenas	
Los cubos de colores	3 unidades	2 decenas	5 centenas	

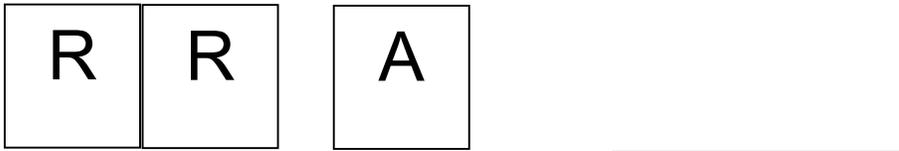
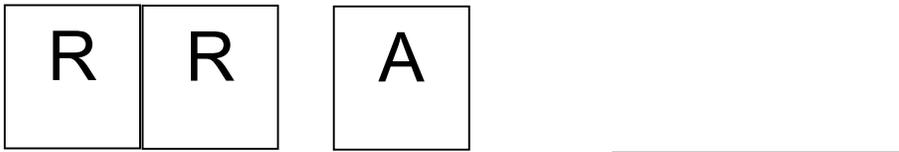
❖ Acertijos

R= cubo rojo A= cubo azul

Copia este modelo con los cubos:



continua la serie de dos maneras diferentes



❖ Construcción de edificios

Con los cubos verdes construye estos edificios

El frente es	El fondo es de	La altura es de	La multiplicación es
4	2	2	
2	2	3	

Con los cubos, construye estos edificios:

2x3x1	1x3x2	3x1x2	1x2x3
--------------	--------------	--------------	--------------

¿Cuál es el mas alto? _____

¿Cuál es el mas bajo? _____

¿Cuál tiene más cubitos? _____

Realiza los siguientes edificios

Frente	Fondo	Altura	Total
4	6	1	
4	7	1	
4	8	1	

❖ Sumas

Saca con los cubos de colores	Ponle	El total es
46	33	
11	72	

Haz estas sumas con el banco y las tarjetas
Después anota el resultado

$$72 + 11 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Haz estas sumas con los cubos
Después anota el resultado

$$\begin{array}{r} 1324 \\ + 462 \\ \hline \end{array}$$

❖ Restas

Forma con los cubos	Quítale	Te queda
236	25	
89	77	

Haz estas restas con los cubos
Después anota el resultado

$$\begin{array}{r} - \quad 782 \\ \quad 521 \\ \hline \end{array}$$

❖ División

Con los cubos de colores saca: 484
Repártela entre 4 personas. Dale a uno la misma cantidad. Empieza por las centenas



--	--	--	--

¿Cuánto le toco a cada uno? _____

Escribe la división _____

Saca	Divídelos entre	A cada quien le toca
8 verdes	2	
8 verdes	4	

Forma con los cubos	Repártelos entre	A cada quien le tocan
486	2	
369	3	

Haz con los cubos	Lo que le toca a cada quien es
$624 \div 2$	
$369 \div 3$	

Anexo #5

Manual de Bancubi Curso de Preescolar.

I Reglas de trabajo con Bancubi

1. Aquí nadie se equivoca, todos estamos buscando aprender.

Cada quien tiene su punto de vista distinto, una visión propia de las cosas. Al aprender, lo que estamos haciendo es poner “una pieza en el rompecabezas de nuestra mente”. Puede ser que la pieza coincida perfectamente con la que esta libre y que no tengamos problema alguno en colocarla. Pero puede ocurrir que la pieza no embone; entonces se producirá un desequilibrio. El desequilibrio es el responsable de que se eche andar el pensamiento para buscar más opciones y

mover la pieza hasta que encontramos la manera en que debe colocarse para que coincida con nuestro espacio. Así que aquí nadie se equivoca, simplemente está viendo otra cara, otro lado de la pieza que queremos colocar. A este respecto afirman Claparède y Piaget: “El individuo no actúa sino cuando experimenta una necesidad, es decir, cuando el equilibrio se halla momentáneamente roto entre el medio y el organismo. La acción tiende a restablecer ese equilibrio, a readaptar el organismo” (citado en Maurer, 2001).

2. Aquí respetamos el turno y proceso de cada quien.

La responsabilidad del aprendizaje es tripartita, ya que involucra:

- a) Al alumno, que “presta su mente” en este proceso. El alumno aprende y actúa desde sus propias hipótesis, a su propio ritmo.
- b) Al guía o educador, que actúa como mediador entre el material de Bancubi y la mente del alumno. Su tarea es presentar situaciones de “desequilibrio” orientadas a adquirir nuevas conductas para así construir la “mente matemática”.
- c) Al grupo, que “ayuda a pensar” al alumno a través de preguntas y comentarios. Cuando un concepto ha sido construido, el alumno puede verbalizarlo y hasta realizar preguntas que permitan que los compañeros lleguen a descubrir lo que el mismo ha construido.

3. Prohibida la palabra NO

El “NO” inhibe el pensamiento, lo elimina, hace que el alumno se aleje del proceso. La actitud de este método es la del “sí, arriésgate” es la actitud de crecer. En este sistema lo más importante es tomar el riesgo aunque no se llegue siempre a la respuesta exacta. Arriesgándose, en un ambiente de respeto, es como se logra la seguridad para pensar.

4. Cuando termino, veo las manos de los demás

María Montessori afirmaba que “las manos son el instrumento del cerebro”. Observar cómo trabaja una persona con el material, nos ayuda a explorar su pensamiento. El trabajo propuesto por Bancubi con las manos es el sustento para construir el concepto. Saber observar las manos del alumno será muy útil para que el educador y el grupo conozcan el nivel de conocimiento y la hipótesis que está siguiendo el alumno. Se podrán hacer las preguntas y comentarios adecuados para ayudar a pensar.

5. La única manera de conocer el manejo del material es practicando con él.

El educador debe manipular con destreza el material y conocer a profundidad los ejercicios de los cuadernos de trabajo para que pueda concentrarse en el proceso del alumno. Es necesario tomar un tiempo, después del curso, para trabajar de forma individual. Igualmente el maestro cuidará que los alumnos cuenten con este tiempo de práctica, para así permitir que corroboren sus hipótesis y lleguen a sus propias conclusiones.

6. Cuidamos el material entre todos.

Cada vez que se termine una sesión de trabajo se debe verificar que el material esté completo. Este material debe durar muchos años.

7. Aprendo a enseñar

Pongo mi conocimiento al servicio de otros.

Después de establecer las reglas se dio paso la forma de trabajo y esta se maneja conforme a las instrucciones del manual de dicho sistema.

II Forma de Trabajo

1. Explorar el Pensamiento:

Antes de hacer una presentación es necesario identificar el nivel de conocimiento del alumno, las hipótesis acerca del tema que se trata. Ésto lo logra el guía a través de preguntas acerca de lo que observa del material que en cada caso se presenta. Se muestra material relacionado con la presentación, se le pide al alumno que observe cuidadosamente el material, se avisa que cada uno tendrá que decir algo de lo observado, sin repetir lo dicho por su compañero. El educador retoma las observaciones que serán útiles para la presentación, de manera que todos estén “*viendo en la misma dirección*” al momento de iniciar la presentación.

2. *Presentar el concepto a construir con el material:*

Cada presentación sugerida por Bancubi está cuidadosamente diseñada para que el educador guíe al alumno, ayudado por el material, a la construcción de un nuevo concepto matemático. Cada paso de la presentación va llevando de la mano a las conclusiones que con la manipulación del material se hacen evidentes y claras.

Durante la presentación hay una constante invitación a que el alumno comparta sus conclusiones y descubrimientos, que los demuestre con el material y los verbalice. Se enuncian las conclusiones. Este es un medio para promover la mente matemática.

3. *Construir los conceptos:*

Con base en la interacción con el material y las conclusiones obtenidas en esta primera fase es indispensable que el alumno manipule y trabaje con el material,

Para que construya y descubra sus propias ideas y conceptos. Para lograrlo, después de cada presentación existe un tiempo de interacción individual con el material. Para esta fase el proceso Bancubi ha diseñado cuadernos de trabajo individual con ejercicios de acuerdo al grado escolar donde se encuentre el niño.

4. *Presentar la forma de realizar “El registro escrito” de las acciones realizadas:*

Normalmente son los mismos alumnos los que sugieren la manera de registrar la acción que realizaron. Se llega a ésta como un acuerdo, buscando la manera más práctica y eficiente de calcular el resultado de una acción. La diferencia con los métodos tradicionales es que el Bancubi propone llegar a este paso después de haber construido el concepto. En este sistema el cálculo y la mecanización no son el punto de partida.

Material Concreto	Conexión	Símbolo
<p>101010 Manipular los objetos y verbalizar acerca de los conceptos. No se utilizan los símbolos</p>  <p>a)</p>	<p>Establecer la relación entre el material concreto y los símbolos.</p> <p>10x10x10</p>  <p>b)</p>	<p>Sustituir el uso de materiales concretos o imágenes de dichos materiales por el símbolo</p>  <p>c)</p>

Figura # 1 en la cual se describe los estadios del aprendizaje

De acuerdo con el cuadro arriba descrito los niños trabajaron de la siguiente manera:

- a) Los niños en la primera etapa trabajan con material concreto (cubos de colores) visualizan y verbalizan.
- b) Posteriormente relacionan los cubos de colores con las tarjetas, en ellas están escritos los números y símbolos.
- c) Y una vez establecida la conexión sustituyen los materiales concretos por los símbolos.

5. Resolver acertijos (problemas Lógico- matemáticos):

Este sistema considera que los conceptos que se construyen se vuelven significativos para el alumno cuando los utiliza en la resolución de problemas

cercanos a su realidad, por esta razón ha planteado una sección de “acertijos” para cada concepto y grado escolar.

A lo que antes le llamábamos “problemas matemáticos” Bancubi le llama acertijos, retos o juegos de pensar.

6. Resolver el libro de texto:

Una vez contruidos los conceptos y comprendida la mecanización es muy sencillo para el alumno el resolver cualquier ejercicio propuesto en los libros de texto existentes, con la ventaja de que si algún niño necesita volver a apoyarse en el material, puede hacerlo.

III Técnicas de Trabajo

Juego de observaciones.

Es una de las técnicas que se utiliza para desarrollar la mente matemática.

1. Se presenta el material al alumno o al grupo
2. Cada alumno hace una observación acerca de lo que ve. La única regla es que no se vale repetir la observación de otro compañero.
3. El resto del grupo tiene que ver si su mente ya había pensado en esa observación.
4. Ésto favorece una actitud de respeto por lo que observa cada compañero, al mismo tiempo que se desarrolla la capacidad de ver y observar más cosas sobre un mismo material desde otro punto de vista.
5. Cuando se hace este juego se encontrará un cuadro con una guía de posibles observaciones.

Lección de tres periodos.

1º Periodo- Se muestra el material y se dice el nombre

-ésto es _____ (por ejemplo unidad)

-ésto es _____ (por ejemplo una decena)

(Esta técnica de María Montessori se usa en el sistema para enseñar nombres del material)

2° Periodo.-El alumno reconoce el objeto al escuchar el nombre.

Se le pide:

-pon aquí la decena _____ (se le muestra dónde ponerlo).

-pon aquí la unidad _____

-levanta la decena

-deja aquí la decena

-levanta la unidad.

3° Periodo.- El alumno dice el nombre de cada pieza.

¿Cómo se llama esto? (levantando la unidad)

¿Cómo se llama esto? (levantando la decena)

Pistas o ayuda para pensar

Cuando el alumno lo necesite es importante que se le dé la ayuda sin proporcionar la respuesta. Esto se consigue mediante pistas o preguntas adecuadas para dar información precisa (ni poca ni mucha), la ayuda exacta para que el alumno llegue por sí mismo a la respuesta.

Se tiene que pensar qué pregunta le podemos hacer al alumno para que él llegue a ver lo que yo quiero que vea. Todo el grupo se irá acostumbrando así a dar pistas, para ayudar a sus compañeros a pensar.

Descripción de la operación hecha previamente.

- Cuando se ha hecho una operación con el material el alumno describirá el proceso completo. Ésto es el principio de la abstracción del concepto.

Operaciones que se trabajaron con el sistema Bancubi

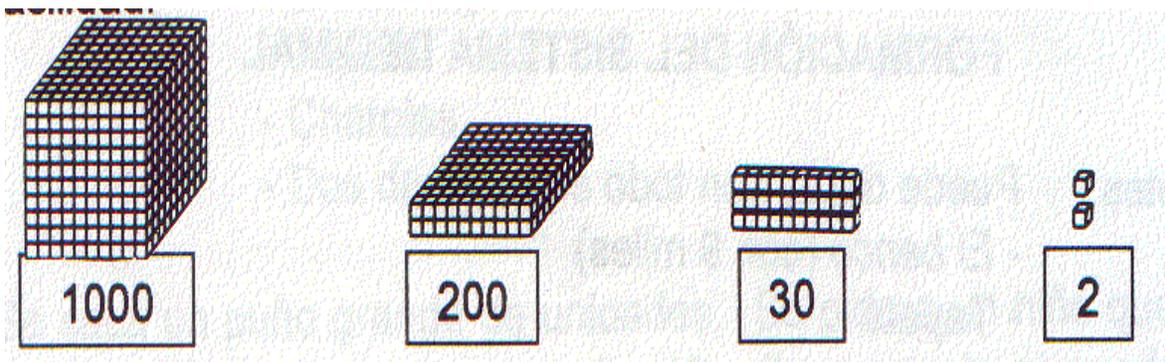
A continuación se describen las diferentes operaciones que se trabajaron con este sistema. Sistema decimal formación de cantidades, cambios.

Construcción de edificios. Operaciones básicas, sumas sin cambios, restas sin cambios, división y multiplicación sin cambios. Así como las indicaciones que se les da a los niños y la forma de trabajar en el cuadernillo de trabajo (los exámenes de exploración y evaluación se explicarán en el anexo):

Sistema decimal

Formación de cantidades

- 1) Se pide al niño una cantidad, por ejemplo, “trae, con cubos de colores y con tarjetas, dos unidades, tres decenas, doscientos y un mil”.
- 2) Se coloca el material de la manera acostumbrada, poniendo las tarjetas debajo del material al que representa.
- 3) Se le dice al niño: “ahora vamos a juntar las tarjetas para leer lo que trajiste como una sola cantidad:”
- 4) Toma la tarjeta de 1000 y di “traje 1000” y se pone encima la tarjeta de 1000 la de 200 “doscientos”, encima de él se coloca la tarjeta de 30 y por último la tarjeta de 2 “dos unidades” se le con el niño la formación de cantidad: mil doscientos treinta y dos.
- 5) Se señala después el material, haciendo la misma lectura de manera que el niño note que se puede leer tanto en el material como en los numerales.
- 6) Se invita al niño a decir el número compuesto mientras señala el numeral que va leyendo.



- 7) Estos ejercicios se repiten varias veces durante en las siguientes semanas para que los niños logren leer y escribir cantidades grandes con facilidad.
- 8) A sí como se trabaja con el banco de madera de la misma manera se trabaja con los cubos de colores.

Ejemplo de formación de cantidades en el cuadernillo de trabajo

Cabe mencionar que las unidades se manejan de color verde, las decenas y los cientos de color rojo.

Saca con el banco, y con tarjetas estas cantidades	Forma la cantidad, léela y escríbela aquí
Cinco unidades	5
Cuatro decenas Una unidad	41
Cinco cientos Dos decenas Tres unidades	523
Un mil Dos cientos Tres decenas Dos unidades	1232

Saca con los cubos de colores	La cantidad que formaste es	Haz el dibujo
Ocho unidades	8	□□□□□□□□
6 azules, 4 verdes	64	□□□□□□□□
Tres centenas Dos decenas Seis unidades	326	□□□□□□□□

Saca con los cubos	Escribe el número
Setecientos veintiuno	721
Dos mil doscientos once	2211

9) Conforme el niño avanza en la formación de cantidades se le pide que las forme ya sea sacando cubos de colores y tarjetas mencionándoles las centenas, las decenas y unidades; dictándole la cantidad o bien pidiéndoles un determinado numero de cubos rojos azules y verdes para que después formen la cantidad escribiendo con número y así como también hacer el dibujo de la cantidad que formaron.

10) Otra manera de formación de cantidades es pidiéndoles a los niños que acomoden la cantidad por unidades, decenas, centenas y cientos

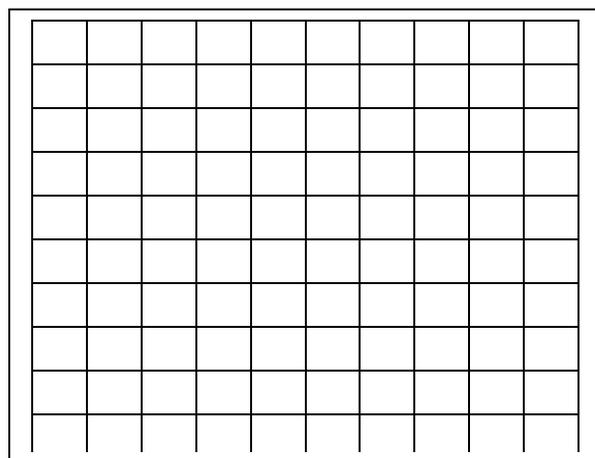
Saca con los cubos de colores:

Millares	Unidades	Centenas	Decenas	Cantidad
5	1	2	4	5241
3	2	7	9	3792
Saca con el banco	Las unidades son	Las centenas son	Las decenas son	
932	2	9	3	
512	2	5	1	
Saca con:				La cantidad que formaste es
El banco	3 unidades	2 decenas	5 centenas	523
Las tarjetas	3 unidades	2 decenas	5 centenas	523
Los cubos de colores	3 unidades	2 decenas	5 centenas	523

Cambios

En la parte de los cambios se pone sobre el tapete una unidad, una decena, una centena y un millar, se pregunta a los niños cuantas unidades se necesitan para formar una decena. Se comprueba sacando las 10 unidades y comparándolas con una decena, se afirma nuevamente, que se necesitan 10 unidades para formar una decena y se les dice a los niños “si tienes 10 unidades las cambias por una decena “se le menciona que no se puede tener 10 unidades sueltas en sistema decimal.

- 1) Se trabaja lo mismo con las decenas y las centenas.



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ejemplo de cambios en el cuadernillo de trabajo

Saca del banco	Haz los cambios y escribe la cantidad que formaste
Doce unidades	12
Dieciocho unidades	18
Quince unidades	15

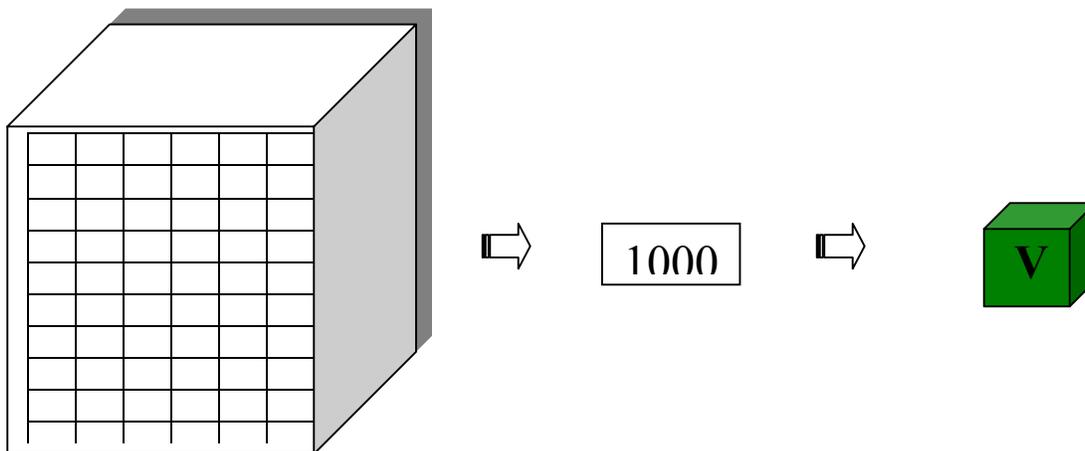
Con los cubos de colores saca:

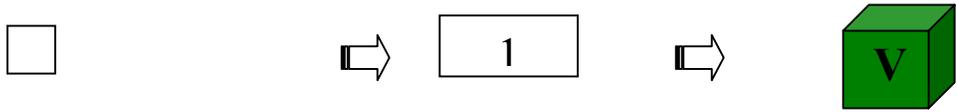
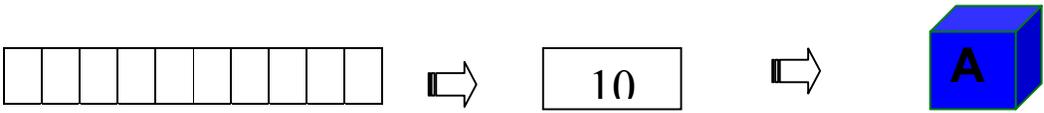
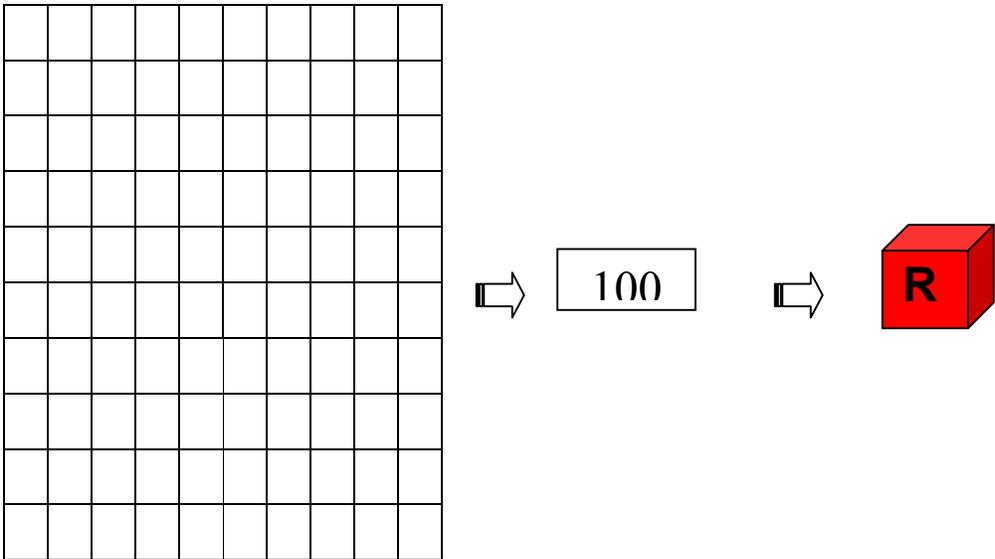
- 1 decena
- 11 unidades

Haz los cambios necesarios

Lee la cantidad y escríbela 21

Cambios de equivalencia con los cubos de colores





NOTA: Esta presentación se da hasta Preprimaria (5 años en adelante) ya que antes los niños están centrados en el valor de acuerdo al tamaño relativo de cada categoría.

Acertijos

En este apartado lo que el niño trabaja es la resolución de problemas, o como en el sistema lo llama retos o juegos de pensar.

V= cubo verde, R= cubo rojo, A = cubo azul

Copia este modelo:

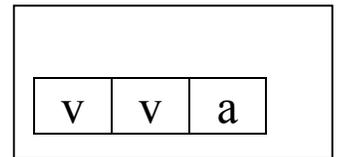
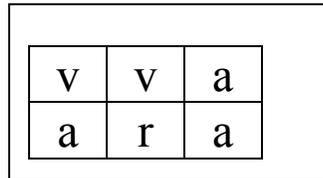
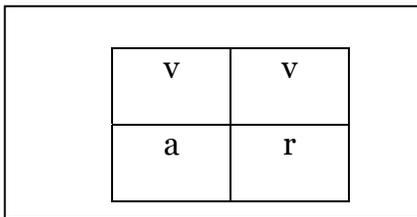
V, A, R

Observa los cubos y continua la serie

V, A, R

Tarjetas de visualización

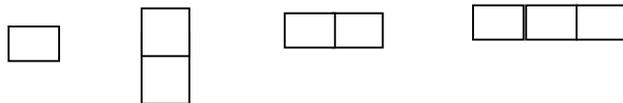
- 1) Para este apartado los niños llevan los cubos de colores y las tarjetas al tapete, se saca una tarjeta, se coloca sobre el tapete y se le indica al niño que utilizando el material, haga una construcción igual a la que ve en la tarjeta, el niño al principio construye encima de la tarjeta cubriendo el dibujo mas adelante se le sugiere que haga la construcción a un lado de la tarjeta.



Construcción de Edificios

NOTA: Antes de hacer este ejercicio se trabajó con los niños durante varias semanas, con las tarjetas de visualización, donde han construyeron edificios a partir de un dibujo.

- 1) Cada niño toma un listón o un dibujo de una calle y lo coloca horizontalmente, frente a él.



- 2) Cada niño saca 6 cubos verdes.

- 3) Se les pide que construyan, frente a la calle, un edificio usando todos los cubos y sin dejar huecos o escalones entre uno y otro.
- 4) Se cuentan los cubos que tiene en el frente, por ejemplo, dos: “este edificio tiene dos cubos de frente”, mientras se recorre el frente con el dedo.
- 5) Ahora se marca con el dedo el **fondo** del edificio.



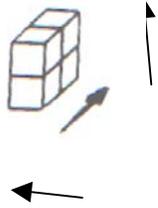
- 6) Se cuentan los cubos que tiene en el fondo, por ejemplo dos, “este edificio tiene dos cubos de fondo”, mientras se recorre el fondo con el dedo.
- 7) Cada niño reporta el frente y el fondo de su edificio, al tiempo que recorre con su dedo esa dimensión.



- 8) En otra ocasión se construye un edificio que tenga más de un piso de altura.
- 9) Ahora se marca con el dedo la **altura** del edificio



- 10) Se cuentan los cubos que tiene de altura, por ejemplo dos, “este edificio tiene dos cubos de altura.”
- 11) Cada niño reporta la altura de su edificio, al tiempo que pasa su dedo por esa dimensión.
- 12) Se reportan las tres dimensiones del edificio, “este edificio tiene dos cubos de **frente**, uno de **fondo** y tres de **altura**”.



13) Cuando el niño ya sabe lo que es frente, fondo, altura se les pide que construyan edificios sin dejar huecos o escalones entre uno y otro.

Ejemplo de construcción de edificios en el cuadernillo de trabajo

Con cubos verdes construye estos edificios

Frente	Fondo	Altura	Los cubos que necesito son
2	3	1	6
1	2	3	6
2	1	2	4
2	1	3	6
El frente es	El fondo es de	La altura es de	La multiplicación es
4	2	2	4x2x2

2	6	1	2X6X1
2	2	1	2X2X1

Con cuatro cubos juntos, construye todos los edificios diferentes que puedas

Frente	Fondo	Altura	Total de cubos
1	1	4	4
4	1	1	4

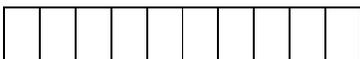
Haz un edificio de	Los pisos que tiene son	Los cubos que tiene cada piso son
3 2 2	2	6
2 2 1	1	4

Operaciones Básicas

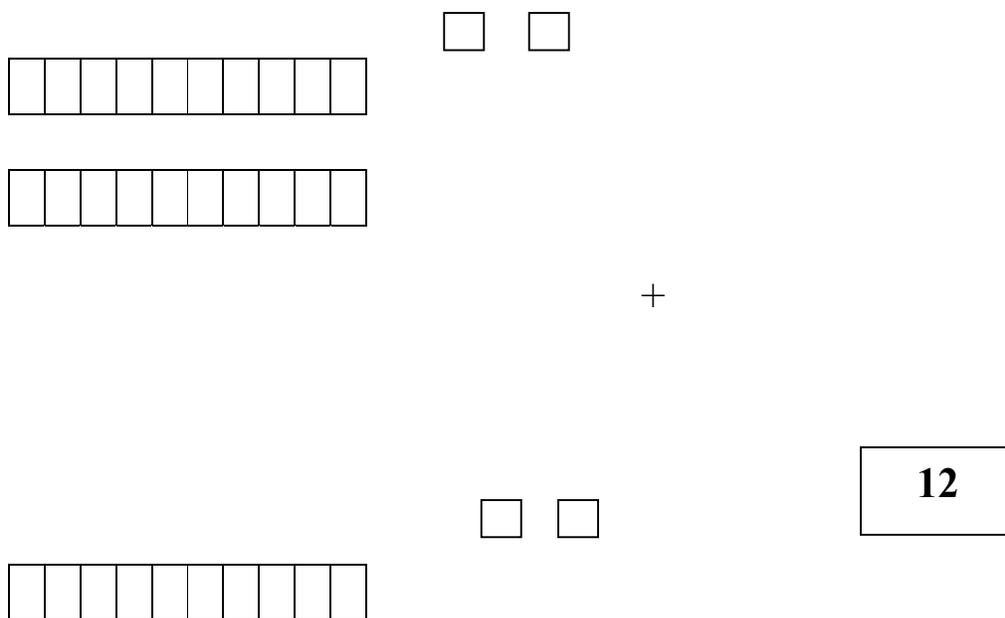
Sumas Sin Cambios

Nota: cabe señalar que a nivel preescolar se trabajaron sumas sin cambios, es decir sin que queden más de diez unidades sueltas

- 1) Se coloca la tela sobre el tapete, se pide a dos niños que formen, con material y con tarjetas de numerales, una cantidad diferente cada uno, por ejemplo 32 y 12



32



- 2) Se pone la primera cantidad sobre la tela, y a la derecha de la tela, sobre el tapete se colocan los numerales, se pone la segunda cantidad debajo de la primera, colocándola de la misma manera; es decir, el material sobre la tela y los numerales a la derecha, sobre el tapete.
- 3) Se pregunta a los niños si saben lo que significa sumar. Se anima a que den sus respuestas y se recuperan todas las palabras que se asemejen a sumar tales como agregar, tener mas, poner juntos, juntar. se concluye que sumar significa juntar.
- 4) Se muestra el signo de la suma y se les indica: este signo nos dice que vamos a sumar cantidades, que las vamos a juntar. Se llama el signo de más.
- 5) Se coloca el signo del lado izquierdo de los numerales y se enfatiza que el signo nos dice que sumemos, que juntemos estas cantidades
- 6) Se pide a uno de los niños que tome la tela por las cuatro esquinas y la levante. Se comenta que ya esta todo junto el material, por lo tanto ya esta hecha la suma.

- 7) Se coloca nuevamente sobre el tapete y se pregunta a los niños como podemos saber cuanto material nos quedó en total.
- 8) Se cuenta el material en forma jerárquica, comenzando por las unidades.
- 9) Se toman las tarjetas correspondientes a cada categoría y se lee la cantidad: 44 se colocan estos numerales a la derecha, debajo de las dos cantidades iniciales.

$$\begin{array}{r}
 32 \\
 + \\
 \mathbf{12} \\
 \hline
 44
 \end{array}$$

Ejemplo de sumas sin cambios en el cuadernillo de trabajo

Haz estas sumas con el banco, cubos de colores y las tarjetas

Después anota los resultados.

$$\begin{array}{r}
 642 \\
 + 24 \\
 \hline
 \mathbf{666}
 \end{array}$$

$$11 + 16 = \underline{\quad} \mathbf{27}$$

Saca con los cubos de colores	Ponle	El total es
----------------------------------	-------	-------------

3	2	5
6	3	9
8	1	9

Restas sin Cambios

Nota: cabe señalar que a nivel preescolar se trabajaron restas sin cambios, es decir sin que queden más de diez unidades sueltas

- 1) Se pide a un niño que forme una cantidad con material y con tarjetas de numerales, por ejemplo: 645.
- 2) Se pone la cantidad sobre el tapete en la forma acostumbrada (el millar a la izquierda después la centenas, decenas y unidades).A la derecha se colocan los numerales.
- 3) Se pide a otro niño, **únicamente con tarjetas**, otra cantidad; por ejemplo, 422. Se colocan estas tarjetas debajo de las primeras.

$$\begin{array}{r}
 \boxed{645} \\
 - \\
 \boxed{422}
 \end{array}$$

- 4) Se pregunta a los niños si saben lo que significa restar .Se les anima a que den sus respuestas y se recuperan todas las palabras que se asemejen, tales como separar, quitar. Se concluye que **restar** significa **quitar**.
- 5) Se muestra el signo de la resta y se les indica: este signo nos dice que vamos a **restar**, o sea que vamos a **quitar**. Se llama el signo **menos**.



- 6) Se coloca el signo del lado izquierdo de los numerales y se enfatiza que el signo nos dice que restemos, que le quitamos a la cantidad lo que dicen las tarjetas.
- 7) Se pide a uno de los niños que, comenzando por las unidades, vaya quitando lo que indican las tarjetas. A cinco unidades le quitamos dos unidades; a cuatro decenas le quitamos dos decenas; a seis centenas le quitamos cuatro centenas.
- 8) Se enfatiza que ya terminamos de quitar, por lo tanto ya está hecha la resta. Se pregunta cómo podemos saber cuánto material nos quedó en total.
- 9) Se cuenta el material en forma jerárquica, comenzando por las unidades.
- 10) Se toman las tarjetas correspondientes a cada categoría y se lee la cantidad: 223. Se colocan estos numerales a la derecha, debajo de las dos cantidades iniciales.

$$\begin{array}{r} 645 \quad 16-11=05 \\ - 422 \\ \hline 223 \end{array}$$

Ejemplo de restas sin cambios en el cuadernillo de trabajo

Saca con los cubos de colores	Quítale	El total es
9	5	4
9	2	7
Forma con los cubos	Quítale	Te queda
236	25	

		211
747	224	523

11) Finalmente se ayuda a los niños a recordar los pasos del proceso: al principio teníamos una cantidad, le quitamos lo que dicen las tarjetas porque el signo de menos nos lo indico. En total nos quedo una cantidad más pequeña.

División

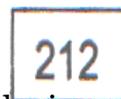
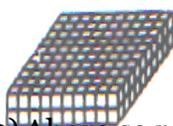
- 1) Se pide al niño que forme, con material y con tarjetas de numerales, una cantidad, por ejemplo, 636.
- 2) Se pone la cantidad sobre el tapete, en la forma acostumbrada (los cientos a la izquierda, después, las decenas, a la derecha las unidades).
- 3) Se pregunta a los niños si saben lo que significa **dividir**. Se anima a que den sus respuestas y se recuperan todas las palabras que se asemejen; tales como repartir, dar igual. Se concluye que **dividir** significa **repartir en partes iguales**.
- 4) Se muestra el signo de división y se les indica: este signo nos dice que vamos a **dividir** esta cantidad, que la vamos a **repartir**. Se llama el signo **entre**.
- 5) Vamos a repartir esta cantidad entre tres niños
- 6) Se coloca el signo del lado derecho de los numerales y más a la derecha, el numero tres.

636

÷

3

- 7) Se pide a tres niños que pasen al tapete para repartirles la cantidad. Otro niño pasa a repartir.
- 8) Se comienza por la categoría mayor, en este caso los cientos. Se da un ciento a cada niño, como sobran se da otro a cada niño. Ya no sobran cientos.
- 9) Se reparten ahora las decenas. Se da una a cada niño. Ya no sobran decenas.
- 10) Se reparten las unidades. Se da una a cada niño, como aún quedan unidades se da otra a cada niño, Ya no sobran unidades.
- 11) A cada niño le tocan dos cientos, una decena y dos unidades. Se toman los numerales correspondientes y se lee la cantidad. A cada uno le toco 212.



- 12) Ahora se reparte otra cantidad, por ejemplo, 848, siguiendo el mismo procedimiento, pero en lugar de repartirla a cuatro niños se entre los cuatro divisores de unidad, comentando que cada uno de ellos representa a una persona.

Ejemplo de división sin cambios en el cuadernillo de trabajo

Nota: las caritas felices representan las personas a las que se les tiene que repartir la cantidad

Con el banco forma esta cantidad: **846**

Repártela entre dos amigos. Dale a cada uno la misma cantidad

😊	😊

423	423
-----	-----

Anota la cantidad que le tocó a cada uno: 423

Con el banco forma esta cantidad: **484**

Repártela entre 4 amigos. Dale a cada uno la misma cantidad Empieza por las centenas.

			
121	121	121	121

¿Cuánto le tocó a cada uno? 121

Esta división se escribe así: $484 \div 4 = \underline{121}$

Multiplicación

- 1) Se pide a un niño que saque tres veces la misma cantidad del banco por ejemplo, 123
- 2) Se suma la cantidad y se coloca el resultado con las tarjetas: 369.

- 3) Se enfatiza que en esta suma las cantidades son iguales, así que le vamos a llamar **multiplicación**. Se saca el signo de **x**, diciendo que este signo es el que nos indica que vamos a **sumar varias veces la misma cantidad**, o sea que vamos a **multiplicar**. Este signo se llama **por** y quiere decir **veces**, o sea las veces que vamos a sumar la misma cantidad.
- 4) Si multiplicamos 123 por 3, sacamos el 123 por una vez, luego el 123 por dos veces y finalmente, el 123 por tres veces, contamos la cantidad y vemos que nos da 369.
- 5) Al multiplicar se forma un tapete; es decir, se rellena una superficie o se va construyendo un edificio que siempre tiene el mismo frente y va creciendo en el fondo.
- 6) La presentación puede dejarse aquí y otro día formar tapetes del 2, 3, 4... hasta 9.
- 7) Para formar el tapete del 2 se sacan los cubos verdes, se toman dos cubos juntos y se dice: “el dos por una vez (contando), dos, el dos por dos veces (contando), cuatro; el dos por tres veces (contando seis. Se continúa igual hasta llegar a veinte o hasta donde alcancen los cubos verdes.
- 8) En cada ocasión al decir “el dos” se señala el frente y al decir “por tres” se señala el fondo.

Ejemplo de multiplicación en el cuadernillo de trabajo

Haz un tapete de la tabla del 3

Frente	Fondo	Altura	Total
3	1	1	3
3	2	1	6
3	3	1	9