

01190



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

SOBRE LA ESTABILIDAD DE CILINDROS CARGADOS
AXIALMENTE Y RODEADOS POR MATERIAL
GRANULAR

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERIA
P R E S E N T A :
M.I. RUBEN VASQUEZ LEON

DIRECTOR DE TESIS: DR. JOSE LUIS URRUTIA GALICIA



CIUDAD UNIVERSITARIA.

2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

En esta tesis se presenta la solución teórica y experimental del fenómeno de pandeo por carga axial en cilindros circulares confinados en arena. Se comprueba que el modo de pandeo, caracterizado por los números de ondas circunferenciales m y longitudinales n está relacionado con el parámetro de deformabilidad $K = \sqrt{l/a\sqrt{t/a}}$. Se comprueba experimentalmente que, si bien el suelo circundante previene la ocurrencia de pandeo tipo columna, su efecto es despreciable cuando el tubo falla por arrugamiento de la pared, que es la forma en que fallan las tuberías enterradas cuando se les aplica carga axial. Además se propone y se comprueba la hipótesis del módulo elástico instantáneo como una explicación para la notable discrepancia que existe entre las predicciones de la teoría clásica de cascarones y los valores que se obtienen experimentalmente.

ABSTRACT

The theoretical and experimental solution for the buckling phenomena of axially loaded circular cylinders, confined in sand, is presented in this thesis.

The relation between the buckling mode and the geometrical dimensions of the cylinder, defined by the deformability parameter, $K = \sqrt{l/a\sqrt{t/a}}$, is proved.

It is found in the experiments that the effect of the soil is not significant for the critical load when the buckling mechanism is wrinkling of the wall.

Finally, the hypothesis of the instantaneous elastic modulus is proposed and tested as an explanation for the discrepancy between the predictions of the classical shell theory and the experimental results.

Agradecimientos

Al Dr. José Luis Urrutia Galicia, cuya asesoría fue y es invaluable para la realización de este trabajo

Así mismo, quiero agradecer a todos ustedes, quienes han sido interrumpidos, interrogados y distraídos de otras responsabilidades por causa de este trabajo.

Soy hombre de pocas palabras y mala memoria y por eso no puedo nombrarlos a todos, pero quiero que conste mi compromiso de superación y mi gratitud hacia las siguientes personas: Josefa León Villasis, Mariana y Daniel Vázquez Payró, Francisco Vázquez Ramos, Manuel Fonz Ehuan, Alberto Mendoza de Elías, Salvador Echeverría Villagómez, Arturo Arias Roda, Asunción Ramírez Frías, Miguel y Concepción Hernández Rivera, Candelario Bolaina Torres, Federico Méndez Lavielle, Luis Ferrer Argote, Luis Reyes Avila, Martha Gutiérrez Alfaro, Ernesto Vázquez Fernández y Angel Rojas Salgado

Agradezco también a:

La Secretaría de Educación Pública, por PROMEP

A la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco,

y a la Universidad Nacional Autónoma de México.

Este trabajo no es sólo mío, sino la expresión quienes me aman, especialmente, de mi esposa, Candelaria Payró Colorado

INTRODUCCION

En esta tesis se estudia, teórica y experimentalmente, el fenómeno de pandeo por carga axial en cilindros circulares confinados en arena. Primero se discute cómo deben caracterizarse las tuberías enterradas de las dimensiones típicamente usadas. Se comprueba que el factor de deformabilidad $K = \sqrt{l/a\sqrt{t/a}}$, que caracteriza a la geometría de estas tuberías y las identifica como poco deformables, está relacionado con el modo de pandeo de las mismas. Establecido este hecho, se utiliza la teoría de Flügge para cuantificar el efecto del suelo, visto como una presión externa normal a la pared de la tubería, sobre el valor de la carga crítica de pandeo por carga axial. En el modelo se supone que no hay fricción entre el material granular y las paredes del cilindro. Los resultados se verifican experimentalmente: se aplica carga axial a un cilindro con la ayuda de las placas rígidas de una máquina universal. La carga crítica es el valor máximo registrado en la máquina. Los cilindros ensayados tienen diferentes longitudes, radios y espesores y su deformabilidad K varía desde 1.6 hasta 2.0. Se le da especial atención al caso $K = 1.6$ que es el valor promedio típico de la deformabilidad para el que ocurre el modo de falla reportado en las tuberías enterradas que sufrieron pandeo por carga axial durante ciertos eventos sísmicos. (Katayama, 1975; Ariman, 1971; Ayala, 1990) y en varios ensayos experimentales (Sobel, 1980) con cilindros que sufrieron pandeo en el rango plástico. Se comprueba que, si bien el suelo circundante previene la ocurrencia de pandeo tipo columna, su efecto es despreciable para el caso de falla por arrugamiento de la pared, que es la forma en que fallan las tuberías enterradas. Además, se propone y se comprueba la hipótesis del módulo elástico instantáneo para explicar la discrepancia entre

las predicciones de la teoría lineal para cascarones y los resultados experimentales. Se concluye que dicha teoría produce predicciones prácticamente exactas cuando se sustituye en las formulaciones matemáticas el valor del módulo elástico obtenido directamente de la curva esfuerzo deformación de un ensaye a compresión en la vecindad del esfuerzo último.

CONTENIDO

RESUMEN	ii
<i>Agradecimientos</i>	iii
INTRODUCCION	iv
CONTENIDO	vi
SIMBOLOGIA	viii
CAPÍTULO I. Modelado y Diseño de Tuberías Enterradas.	1
<i>I.1. Resumen</i>	
<i>I.2. Introducción</i>	1
<i>I.3. Estado del Arte</i>	2
<i>I.4. Puntos a destacar de este capítulo</i>	7
CAPÍTULO II. Implicaciones de la Teoría de Flügge	8
<i>II.1. Resumen</i>	8
<i>II.2.. Introducción</i>	8
<i>II.3. Teoría Lineal de Flügge</i>	10
<i>II.4. Discusión</i>	12
Ejemplo Numérico	21
<i>II.5. Puntos a destacar de este capítulo</i>	23
CAPÍTULO III. Diseño de los Experimentos	25
<i>III.1.. Resumen</i>	27
<i>III.2. Introducción</i>	25

<i>III.3. Geometría de las Probetas</i>	26
<i>III.4. Montaje del Experimento</i>	32
CAPÍTULO IV.1. Resultados experimentales y conclusiones	33
<i>IV.1 Resumen</i>	33
<i>IV.2 Pruebas de Caracterización</i>	34
ENSAYE DE TRACCIÓN	34
ENSAYE DE COMPRESIÓN	37
MÓDULO DE ELASTICIDAD	37
RELACIÓN DE POISSON	38
<i>IV.3. Dispositivo para Eliminar el Efecto de Poisson</i>	39
<i>IV.4. Cargas de Pandeo Experimentales</i>	44
<i>IV.5. Observaciones</i>	49
<i>IV.6. Módulo Elástico Instantáneo</i>	49
<i>IV.7. Conclusiones y Aportaciones</i>	52
<i>IV.8. Horizonte de Investigación</i>	52
APENDICE. Síntesis de la Teoría de Cascarones de Flügge	A.1
BIBLIOGRAFIA	B.1

SIMBOLOGIA

Símbolo	Significado
σ	Esfuerzo normal
ν	Relación de Poisson
ε_c	Defórmación unitaria en el umbral de pandeo de una tubería enterrada
ν_e	Relación de Poisson en el rango elástico del diagrama esfuerzo-deformación
ν_p	Relación de Poisson en el rango plástico del diagrama esfuerzo deformación
a	Radio medio de un cascarón cilíndrico circular
E	Módulo elástico de Young
E_{ff}	Módulo elástico efectivo
E_s	Módulo elástico secante
E_t	Módulo elástico tangente
K	Parámetro de deformabilidad, se define en términos de la longitud, el radio y el espesor de un cilindro.
l	Longitud efectiva de un cascarón cilíndrico circular
m	Número de ondas circunferenciales del modo de pandeo por carga axial de un cascarón cilíndrico circular
n	Número de ondas longitudinales del modo de pandeo por carga axial de un cascarón cilíndrico circular
p	Presión normal a la pared en un cascarón cilíndrico circular
P	Carga axial sobre un cascarón cilíndrico circular
r_s	Relación de esbeltez, definida en esta tesis como el cociente entre la longitud y el radio de un cascarón cilíndrico circular
r_t	Relación de espesor, definida en esta tesis como el cociente entre el espesor y el radio de un cascarón cilíndrico circular
t	Espesor de la pared de un cascarón cilíndrico circular

CAPÍTULO I

Modelado y Diseño de Tuberías Enterradas

1.1. Resumen

Una tubería enterrada que conduce fluido es un reto formidable para el modelado matemático. La investigación del estado del arte al respecto nos deja ver que, aunque la complejidad de los modelos se ha incrementado gradualmente, los modelos utilizados son todavía muy simples y desprecian casi todos los fenómenos presentes. A pesar de que hay trabajos publicados que tratan el pandeo de la pared debido a la acción de presión radial (sin carga axial) a través del terreno, el efecto del confinamiento sobre el valor de la carga crítica por compresión axial no ha sido estudiado. Además, encontramos que el criterio usual de diseño de tuberías enterradas se basa en el modelo de Southwell (1914) para cascarones de pared delgada no confinados. De la revisión bibliográfica se desprende que uno de los pasos a seguir en la búsqueda de la comprensión y del modelado matemático de los fenómenos presentes en las tuberías enterradas es estudiar el efecto que el medio confinante tiene sobre la carga crítica de pandeo por compresión axial.

1.2. Introducción

Existe un gran número de fenómenos estáticos y dinámicos asociados a las tuberías enterradas que conducen hidrocarburos. Las fuentes de excitación del sistema suelo-tubo-fluido abarcan desde el tránsito de vehículos cercano a la instalación hasta los movimientos

sísmicos en el exterior del tubo; desde los efectos de vibración inducida por el movimiento del fluido en el interior en estado estable, hasta los efectos del flujo multifásico y de los transitorios por maniobras; pasando por las pulsaciones del bombeo y por los asentamientos del terreno y las interacciones que se dan entre éste y el tubo mientras este último se dilata por efecto de la temperatura.

Bajo la acción de estas fuentes, el sistema suelo-tubo-fluido vibra y se deforma. Si el esfuerzo es suficientemente grande, entonces el tubo se pandea. La integración de estos elementos en un modelo teórico es un reto formidable. Más grande todavía es el reto de montar un experimento que reproduzca en algo la complejidad del fenómeno.

1.3. Estado del Arte

El modelo más simple para tuberías enterradas no considera interacción suelo estructura (Newmark y Hall, 1975). La tubería se modela como una viga que sigue fielmente las deformaciones del terreno.

Un modelo tipo viga sobre cimentación elástica fue utilizado por Wang (1978), para estimar las frecuencias naturales de una tubería enterrada. Híndy y Novak (1979), utilizaron este tipo de modelo para analizar tuberías segmentadas y continuas.

El modelo de la viga más la suposición de que la inercia del tubo es despreciable forman la base del método cuasiestático de Wang y Chen (1979) para el análisis simplificado de la propagación de ondas a lo largo de tuberías enterradas rectas.

Muleski y Ariman (1979) fueron los primeros en proponer un modelo de tubería basado en la teoría de cascarones.

Los efectos de interacción tubo suelo pueden dar origen al pandeo por inestabilidad en la pared del tubo. El pandeo por compresión radial estática directa sobre la pared del tubo fue estudiado por Luscher (1966) y Cheney (1971).

La literatura registra varios casos (Ariman, 1981; O'Rourke, 1990) en los que las tuberías enterradas han fallado tomando la configuración que resulta de la aplicación de compresión

axial. Sin embargo, los modelos matemáticos utilizados para el diseño se basan en la teoría lineal de cascarones cilíndricos circulares en aire. El efecto del suelo no se considera porque se supone que el suelo “estabiliza” a la tubería enterrada. Al respecto, cabe destacar sin que obste el gran número de publicaciones al respecto (Valid, 1995), lo elusiva que ha resultado la solución definitiva al problema de pandeo axial de cascarones cilíndricos circulares en aire: un esfuerzo particularmente importante, basado en diferentes teorías y con distintos niveles de aproximación, se ha realizado para explicar la gran discrepancia entre los resultados experimentales y la carga teórica de pandeo.

Como fuentes de las fuerzas que causan el pandeo axial en tuberías enterradas se mencionan los efectos de la dilatación y la fricción que restringe movimientos relativos en la dirección axial entre la tubería enterrada y el suelo. Otra posible causa del pandeo por compresión axial es, aparentemente, la propagación de ondas sísmicas en la superficie del suelo (Kubo, 1975; O’Rourke, 1990). El pandeo por compresión axial debida a esfuerzos térmicos se considera desde el diseño y se previene durante el transporte y la construcción.

El esfuerzo crítico de pandeo en cilindros bajo compresión axial depende, entre otros factores, de la geometría del cilindro, de las condiciones de frontera y de las propiedades del material constitutivo. Lorenz (1908) analizó este fenómeno en forma aproximada. Después, Timoshenko (1910) y Southwell (1914), obtuvieron teorías lineales geométricas más completas.

Actualmente, el Código Europeo (1993) y la ASCE (1984) recomiendan la fórmula de Southwell para el pandeo elástico:

$$\sigma = E \frac{1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{a} \quad (2.1)$$

De donde, tomando $\nu = 0.3$, es fácil concluir que, en el umbral de pandeo la deformación es, para tuberías de acero:

$$\varepsilon_c = 0.6 \cdot \left(\frac{t}{r} \right) \quad (2.2)$$

El mayor inconveniente de esta fórmula es que no incluye la relación de esbeltez (L/a) de la tubería ni los números de semionda circunferencial y longitudinal que definen el modo de pandeo y de los que, sin ninguna duda, depende la intensidad de la carga crítica, (Flügge 1932, Urrutia, 1998). Otro inconveniente, es que los valores de la carga crítica teórica predichos con ellas son hasta cinco veces mayores que los resultados experimentales.

En el caso de pandeo elástico en cascarones cuya relación de espesor (t/a) es menor que 0.1, Donnel (1934) atribuyó esta discrepancia a la existencia de desplazamientos incompatibles con la hipótesis de linealidad geométrica. Muchas teorías “no lineales” surgieron a partir de esta sugerencia. La primera teoría no lineal matemáticamente correcta es la de von Kármán y Tsien (1941).

Dependiendo de sus dimensiones, un tubo sometido a compresión axial puede pandearse como columna y como cascarón. Ambos modos de falla pueden ser o no ser elásticos. Si el pandeo es elástico, se acepta que el pandeo tipo columna depende de la relación de la longitud al radio de giro, L/a , y que el pandeo tipo cascarón depende de la relación del espesor de la pared al radio medio del cilindro, t/a .

Batdorf (1947) propuso varias fórmulas empíricas para calcular el esfuerzo según el tipo de pandeo. El rango de aplicación de cada fórmula fue delimitado por el parámetro de Batdorf. Como las discrepancias persistieron, Donnel (1950) sugirió, después de cierto trabajo experimental, que parte de las discrepancias provienen de imperfecciones de las probetas de laboratorio.

Para el caso de pandeo inelástico, los trabajos más citados son los de Gerard (1956) y Battermann (1965). Gerard propuso sustituir, en la fórmula clásica (1), el módulo elástico E del material por un módulo elástico efectivo, E_{ff} . Así, en el rango plástico:

$$\sigma = \frac{E_{ff}t}{a \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \quad (2.3)$$

Donde el módulo elástico efectivo se define en función de los módulos secante y tangente y de las relaciones de Poisson en el rango elástico y plástico, como sigue:

$$E_{ff} = \sqrt{E_s E_t} \sqrt{\frac{1 - \nu_e^2}{1 - \nu_p^2}} \quad (2.4)$$

Battermann propone la fórmula

$$\sigma = \frac{2E}{\sqrt{3[(5 - 4\nu)E / E_t - (1 - 2\nu)^2]}} \frac{t}{r} \quad (2.5)$$

Los módulos tangente E_t y secante E_s se estiman a partir de mediciones de laboratorio sobre probetas estándar en el ensaye de tracción.

Hoff (1966) revisó la formulación analítica de las diferentes teorías y además de hacer algunas contribuciones probó que la mayoría de las teorías son consistentes entre sí, pero no encontró explicación satisfactoria para las discrepancias.

Se han propuesto diversas fórmulas empíricas y semiempíricas para predecir la carga crítica. Se ha convenido para presentarlas el siguiente formato unificado (Miller, 1983):

$$F = \eta k \alpha \sigma \quad (2.6)$$

Donde, F es el esfuerzo crítico de pandeo para diseño; η , α , y k se conocen respectivamente como factor de plasticidad, factor de esbeltez y factor de reducción de capacidad (Estos tres factores son también conocidos como factores de abatimiento o factores “*knockdown*”). El factor σ es el esfuerzo de pandeo teórico. Los factores *knockdown* se determinan después de realizar numerosos experimentos para cada tipo de cilindro y son la cota inferior de los datos experimentales así obtenidos.

Existe un gran número de publicaciones relacionadas con el pandeo de cilindros. Nash (1957) menciona 2339 libros y artículos sobre el tema previos a 1956. Hutchinson y Koiter (1970) mencionan la existencia de “no menos de 1600 referencias” dedicadas en exclusiva al problema de pandeo axial de cilindros”.

El pandeo de cascarones cilíndricos circulares sometidos a carga axial ha sido atacado tradicionalmente de dos maneras diferentes (Brush, 1975):

- El análisis riguroso, geoméricamente no lineal con valores en la frontera, o análisis de pandeo no lineal, y
- El análisis clásico de pandeo por bifurcación o análisis de valores propios.

Lo común a ambos enfoques, es la falla en la predicción de la carga crítica. La discrepancia entre la teoría y los experimentos se atribuye a imperfecciones tanto geométricas como de la carga. Actualmente están en marcha programas experimentales que se dirigen a aclarar este problema. (Arbocz, 1991).

Aunque se acepta que los resultados experimentales son sensibles a las imperfecciones, la polémica no ha concluido. El comportamiento de cilindros delgados cargados axialmente es todavía considerado como paradójico. (Lancaster y Calladine, 2000).

La alternativa moderna, para atacar el problema es la correlación que existe entre vibración y pandeo. Urrutia y Arango (1989, 1990) reportan en diversos trabajos que la distribución de esfuerzos, las formas modales de vibración y los modos de pandeo son similares para todos los cilindros que comparten la misma relación de esbeltez L/r y el mismo valor del parámetro adimensional K , definido como: (Schörer, 1938)

$$K = \sqrt{\frac{L}{a}} \sqrt{\frac{t}{a}} \quad (2.7)$$

Donde, t y a , representan el espesor y el radio medio del cilindro, respectivamente. K es un indicador geométrico de la rigidez del cascarón. Estos investigadores demuestran en su artículo que el valor de K , permite acotar el rango de aplicabilidad de las teorías de cascarones y de vigas con relación a la predicción de la carga crítica.

Urrutia, Rothert y Jäppelt (1998) reportan que en el modo de pandeo asociado a la carga mínima el número de semiondas longitudinales es unitario. A partir de este resultado proponen un método para calcular la carga crítica. La validez del método propuesto fue comprobada para cilindros delgados reforzados con atiesadores cuyos valores de K hasta de 0.25 y con relaciones de esbeltez de hasta 17

1.4. Puntos a destacar de este capítulo

En una tubería enterrada que conduce fluido coexisten varios fenómenos, a saber, cargas estáticas debidas a la presión del fluido, al contacto del tubo con el suelo y a la dilatación o contracción por cambios en la temperatura; cargas dinámicas debidas al movimiento del fluido y a la acción de las bombas o compresores que lo impulsan, al movimiento del suelo debido al tránsito de vehículos o a explosiones, sismos o vibración de maquinaria en la vecindad. La integración de todos estos elementos en un solo modelo es un reto formidable.

Las contribuciones al estado del arte arriba citadas son teóricas en su mayoría y, en el caso de pandeo por compresión axial consideran únicamente carga estática. No hay reportes de experimentos para verificar el efecto confinante del suelo.

Los reportes de daño, mencionan que algunas tuberías enterradas han mostrado la falla característica de pandeo por aplicación de carga axial,

Lo anterior justifica el trabajo presentado en esta tesis, el cual se concentra en estudiar el efecto que el medio confinante tiene sobre la carga crítica de pandeo por compresión axial, lo que visualizamos como uno de los pasos a seguir en la búsqueda de la comprensión y del modelado matemático de los fenómenos presentes en las tuberías enterradas.

CAPÍTULO II

Implicaciones de la teoría de Flügge

II.1. Resumen

En este capítulo se discute la teoría de Flügge en lo que concierne a la estabilidad de cilindros presurizados y cargados axialmente. Se demuestra que la carga crítica se puede expresar en términos del parámetro adimensional I_r , que no depende del módulo elástico del material constitutivo y que permite agrupar en una familia a todos los cilindros que tienen la misma relación de Poisson y el mismo valor del parámetro de deformabilidad inversa K . Basados en este resultado se proponen ciertos nomogramas de aplicación general en diseño para cilindros sometidos a carga axial y se establecen las bases para el trabajo experimental realizado en los siguientes capítulos de esta tesis.

II.2. Introducción

Las teorías clásicas para el estudio de la estabilidad de cascarones han sido tradicionalmente acotadas por ciertas consideraciones geométricas. Por ejemplo, los cascarones cilíndricos han sido clasificados tomando como base los valores de la razón del espesor al radio, t/a (a la que nos referiremos desde ahora como relación de espesor); y la relación de esbeltez, l/a (razón de la longitud al radio). Según estos parámetros, un cilindro se considera como **de pared delgada** si su relación de espesor es menor que un décimo y se considera **corto** si su relación de esbeltez es menor o igual que la unidad. (Ugural, 1981).

Una clasificación más adecuada para los cascarones cilíndricos circulares es el parámetro adimensional:

$$K = \sqrt{\frac{L}{a}} \sqrt{\frac{t}{a}} = \sqrt{r_s} \sqrt{r_t} \quad (2.1)$$

que fue propuesto por Schöerer (1938). Este parámetro considera las tres magnitudes clave de la geometría de los cilindros circulares. Se ha comprobado que K es un indicador inverso de la habilidad del cilindro para cambiar la forma circular de su sección transversal mientras vibra o se pandea y actualmente se le conoce como “**parámetro de deformabilidad**”. El carácter inverso de K significa que es más fácil deformar la sección circular de cilindros cuyo parámetro K es pequeño .

Por otro lado, la predicción casi exacta de la carga crítica en columnas macizas es posible usando la teoría de Euler, aún cuando existan pequeñas imperfecciones. En cambio, el comportamiento de los cascarones cilíndricos ha sido calificado como **perplejante** (Hoff, 1966) ya que la carga crítica experimental es la mayoría de las veces mucho menor que la carga crítica teórica. Aunque la discrepancia se ha explicado aludiendo a las imperfecciones, aparentemente la presencia de éstas no implica necesariamente que la carga experimental sea menor que la teórica (Lancaster y Calladine, 2000).

En el caso de cascarones cilíndricos de pared delgada, el procedimiento de diseño resuelve esta falla de la teoría utilizando factores de abatimiento o factores *knockdown* que se obtienen eligiendo la cota inferior de los puntos experimentales obtenidos después de destruir muchos cilindros del tipo deseado.

Una opción más económica que el uso de factores *knockdown* es el procedimiento propuesto por Urrutia, Rothert y Jäppelt (1998), cuya confiabilidad ha sido verificada inclusive para la predicción de la carga crítica en cilindros reforzados con atiesadores, en los que los valores máximos del parámetro de deformabilidad inversa son del orden de 0.25.

Las tuberías para conducción de agua o de hidrocarburos se caracterizan por su gran longitud. Esto significa que su parámetro de deformabilidad es mayor que los valores

típicos analizados en la literatura. Además, muchas de ellas tienen relaciones de espesor que las deja fuera de la definición clásica de Cilindro de Pared Delgada y la mayoría son tuberías enterradas.

La gran longitud de las tuberías enterradas genera dudas sobre la aplicabilidad de la teoría clásica. El principal obstáculo es, aparentemente, la definición de las condiciones de frontera lo que ha dado típicamente origen a simplificaciones como las hipótesis de longitud infinita o de profundidad infinita que no son compatibles con la realidad física de las instalaciones.

Así, la primera cuestión a resolver es si los procedimientos publicados para cilindros muy deformables cargados axialmente en aire son aplicables para estudiar el pandeo por compresión axial de tuberías que por sus longitudes y relaciones de espesor son mucho menos deformables. La observación y el análisis del efecto del medio confinante es el siguiente paso hacia la comprensión del problema.

Para empezar, discutiremos las implicaciones de la teoría de cascarones de Flügge en lo que concierne a la estabilidad de cascarones cilíndricos circulares.

II.3. Teoría Lineal de Flügge

Los modelos de pandeo para cilindros circulares pueden obtenerse de varias fuentes. Si el análisis de estabilidad contempla un cilindro circular bajo esfuerzos variables previos al pandeo, entonces puede recurrirse al modelo de Bolotin (1967). Si los esfuerzos previos al pandeo son uniformes, la teoría de Flügge conduce a soluciones altamente convergentes (Urrutia, 1991). Bajo la acción simultánea de una presión normal a la pared, p , y una carga axial P , la condición de pandeo es la anulación del determinante de la matriz: (Flügge, 1973)*:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

* Un resumen de la teoría general de Flügge se incluye en el apéndice A.1.

donde las entradas k_{ij} se definen

$$k_{11} = \lambda^2 + \frac{(1-\nu)(1+k)}{2} m^2 - q_1 m^2 - q_2 \lambda^2 \quad (2.3)$$

$$k_{12} = k_{21} = -\frac{(1+\nu)\lambda}{2} m \quad (2.4)$$

$$k_{13} = k_{31} = -\nu\lambda - k \left[\lambda^3 - \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \lambda m^2 \right] - q_1 \lambda \quad (2.5)$$

$$k_{22} = m^2 + \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \lambda^2 (1+3k) - q_1 m^2 - q_2 \lambda^2 \quad (2.6)$$

$$k_{23} = k_{32} = m + \left(\frac{3-\nu}{2} \right) k \lambda^2 m - q_1 m \quad (2.7)$$

$$k_{33} = 1 + k \left[(\lambda^2 + m^2)^2 - 2m^2 + 1 \right] - q_1 m^2 - q_2 \lambda^2 \quad (2.8)$$

Simultáneamente se incluyen las siguientes definiciones:

$$\lambda = \frac{n\pi a}{L} \quad (2.9)$$

$$k = \frac{t^2}{12a^2} \quad (2.10)$$

$$q_1 = \frac{pa}{D} \quad (2.11)$$

$$q_2 = \frac{P}{D} \quad (2.12)$$

$$D = \frac{Et}{1-\nu^2} \quad (2.13)$$

L , a , y t , son la longitud, el radio y el espesor del cilindro, respectivamente.

E y ν son, respectivamente, el módulo de Young y la relación de Poisson del material constitutivo.

m es el número de semiondas axiales o longitudinales del modo de falla o forma modal del pandeo (**Figura 2.1**)

n es el número de semiondas circunferenciales en la forma modal (**Figura 2.1**)

p es la presión uniforme perpendicular a la superficie neutra del cilindro

P es la carga axial sobre el cilindro

II.4. Discusión

Aquí se presenta una manera original de interpretar los resultados de la teoría de Flügge. La formulación de Flügge considera condiciones de carga estática, linealidad geométrica, y pandeo en el rango elástico del material. La condición de pandeo sugiere una correlación entre la intensidad de la carga crítica y la configuración deformada del cilindro durante el pandeo, que está implícitamente definida por los números de ondas circunferenciales, m , y longitudinales, n .

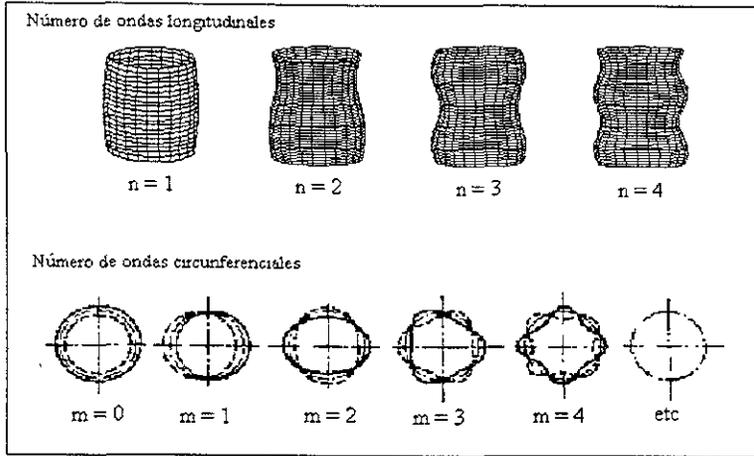


Figura 2.1 Formas modales de vibración y/o pandeo.

Evidentemente, el término $q_2 \lambda^2$, al que denotaremos V_p , es un eigen valor de una matriz modificada cuyas entradas son iguales a las de la matriz representada en la ecuación (2.2), a excepción de los términos de la diagonal principal que no contienen V_p . Después de sustituir las definiciones (2.9) a (2.13) y de alguna manipulación, las entradas de la matriz modificada se convierten en:

$$k_{11}^* = \left(\frac{n\pi}{r_s} \right)^2 + m^2 \left[\frac{1-\nu}{2} \left(1 + \frac{r_i^2}{12} \right) - \frac{r_p}{r_i} (1-\nu^2) \right] \quad (2.14)$$

$$k_{12}^* = k_{21}^* = -\frac{(1+\nu)}{2} \frac{mn\pi}{r_s} \quad (2.15)$$

$$k_{13}^* = k_{31}^* = \frac{n\pi}{r_s} \left[-\nu - \frac{r_i^2}{12} \left[\left(\frac{n\pi}{r_s} \right)^2 - \left(\frac{1-\nu}{2} \right) m^2 \right] - \frac{r_p}{r_i} (1-\nu^2) \right] \quad (2.16)$$

$$k_{22}^* = m^2 \left(1 - \frac{r_p}{r_i} (1-\nu)^2 \right) + \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \left(\frac{n\pi}{r_s} \right)^2 \left(1 + \frac{r_i^2}{4} \right) \quad (2.17)$$

$$k_{23}^* = k_{32}^* = m + \left(\frac{3-\nu}{2} \right) k \lambda^2 m - q_1 m \quad (2.18)$$

$$k_{33}^* = 1 + \frac{r_t^2}{12} \left[\left[\left(\frac{n\pi}{r_s} \right)^2 + m^2 \right]^2 - 2m^2 + 1 \right] - \frac{r_p}{r_t} (1 - \nu^2) m^2 \quad (2.19)$$

Estas expresiones (2.14) a (2.19) hacen evidente que las entradas de la matriz, sus valores propios y, por ende, el parámetro adimensional V_p son iguales para todos los cilindros del mismo material que tengan la misma relación de esbeltez r_s ; la misma relación de espesor, r_t y la misma relación de presión r_p , definidas como:

$$r_s = \frac{L}{a} \quad (2.20)$$

$$r_t = \frac{t}{a} \quad (2.21)$$

$$r_p = \frac{P}{E} \quad (2.22)$$

Está claro que estos cilindros también tienen el mismo valor de K , (ecuación 2.1)

El valor de la carga axial asociado a la condición de pandeo se puede obtener fácilmente si se conoce el eigenvalor V_p que, en términos de los parámetros de Flügge se expresa:

$$V_p = q_2 \lambda^2 = \frac{P}{D} \lambda^2 \quad (2.23)$$

Es decir,

$$P = \frac{D}{\lambda^2} V_p \quad (2.24)$$

Si se sustituyen las definiciones (2.9) y (2.13), y si se multiplica y divide el término derecho por a la expresión anterior cede la expresión para la carga crítica teórica:

$$P = \frac{Ea}{(\pi n)^2 (1 - \nu^2)} \frac{t}{a} \frac{L^2}{a^2} V_p = EaI_c V_p \quad (2.25)$$

De la cual se puede escribir la identidad adimensional:

$$\frac{P}{Ea} = I_c V_p \quad (2.26)$$

Donde

$$I_r = \frac{K^4}{(\pi n)^2(1-\nu^2)} \quad (2.27)$$

La identidad (2.26) se cumple para todos los cilindros de cualquier material siempre que tengan la misma relación de Poisson. La intensidad de la carga crítica de pandeo por compresión axial depende del producto adimensional $I_r V_p$ y éste a su vez depende de la relación de presiones (expresión 2.22). Dichas expresiones se utilizaron para construir las figuras 2.2 a 2.5.

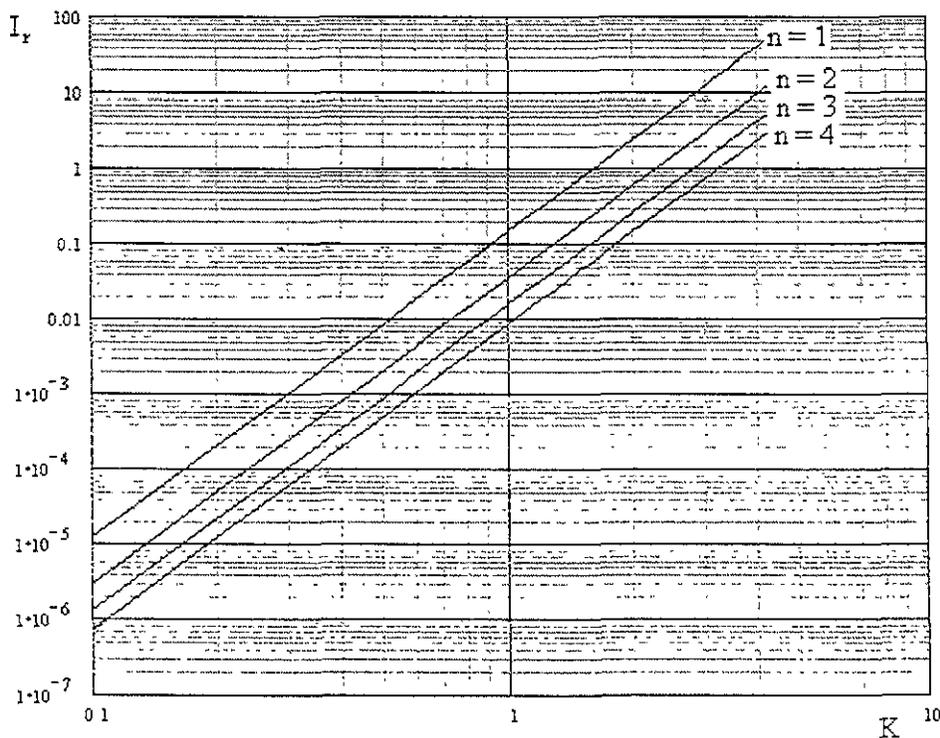


Figura 2.2. Variación del parámetro I_r con respecto al valor de K para varios números de semionda longitudinal n .

La variación del parámetro I_r para varios valores del número de ondas longitudinales (n), y un valor fijo de la relación de Poisson ($\nu = 0.3$) se representa como función del valor de deformabilidad K en la figura 2.2. Se observa que su valor máximo ocurre con $n = 1$. Todos los cilindros que comparten los valores de ν y K forman una familia cuyo parámetro es I_r . Además, como vimos antes, de todos los cilindros que tienen la misma deformabilidad K y la misma relación de presiones r_p se obtiene el mismo eigenvalor mínimo V_p . Esto sugiere que es posible representar el eigenvalor V_p como una función de K y superponer, en la misma gráfica, las dos curvas resultantes. Esto se hizo en la figura 2.3.

En la figura 2.3 se superponen la curva de la figura 2.2 y las curvas que representan la variación del eigen valor mínimo V_p para el caso en que sólo actúa carga axial ($r_p = 0$) sobre un cilindro de acero ($E = 210 \times 10^6$). La relación de espesor se ha hecho variar desde 0.01 hasta 0.2 con incrementos regulares de 0.01. Se observa que para un valor fijo de K el eigen valor crece cuando crece la relación de espesor.

En la figura 2.3 se pueden leer simultáneamente los valores de I_r y V_p entrando con valores de K y de la relación de espesor para después realizar manualmente el cálculo del producto $I_r \cdot V_p$.

La figura 2.4 muestra el efecto de una presión interna de 1 MPa (145 psi) sobre el eigen valor V_p para el mismo cilindro de acero (es decir, $r_p = 4.7619 \times 10^{-6}$). Note que los valores de V_p son mayores que los obtenidos para $r_p = 0$.

La figura 2.5 muestra el efecto de una presión externa de 1 MPa (145 psi) sobre el eigen valor V_p para el mismo cilindro de acero ($r_p = -4.7619 \times 10^{-6}$). Se obtuvieron valores de V_p menores que los obtenidos con $r_p = 0$.

Debe estar claro que la carga crítica es proporcional a $I_r V_p$, sobre todo si se supone que el radio del cilindro y el módulo elástico del material son constantes. En las figuras 2.3 a 2.5, se deben leer primero los valores de I_r y V_p posteriormente calcular el producto $I_r V_p$. Como ambos son funciones de K , es posible pensar en un nomograma donde se pueda leer directamente este producto. Tales nomogramas aparecen en las figuras 2.6, a 2.8.

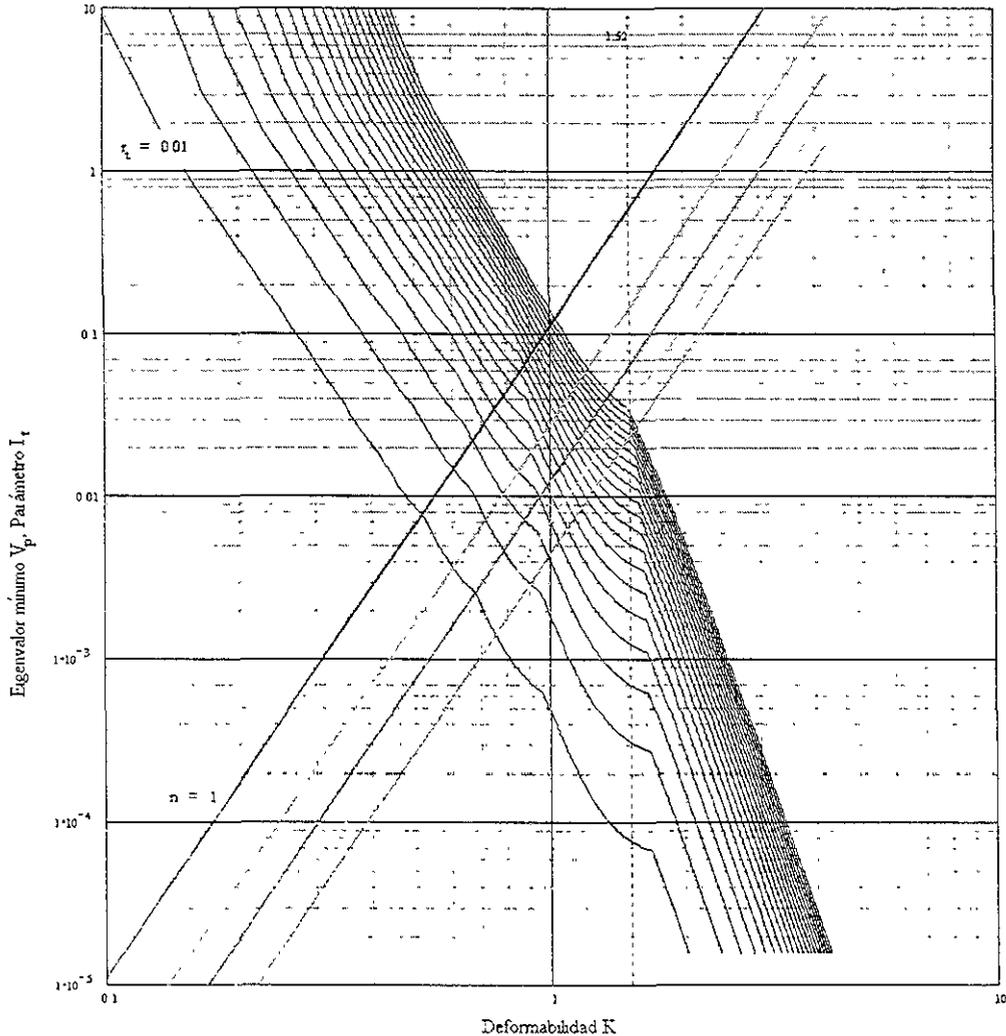


Figura 2.3. Variación del eigen valor mínimo V_p y del parámetro adimensional I_r en un cilindro de cualquier material con $\nu = 0.3$ y $p = 0$. Los valores del eigen valor no dependen de las propiedades del material en este caso y los del parámetro I_r dependen únicamente de la razón de Poisson. Por lo tanto, este nomograma es idéntico para cualquier cilindro construido con material elástico cuya relación de Poisson sea $\nu = 0.3$.

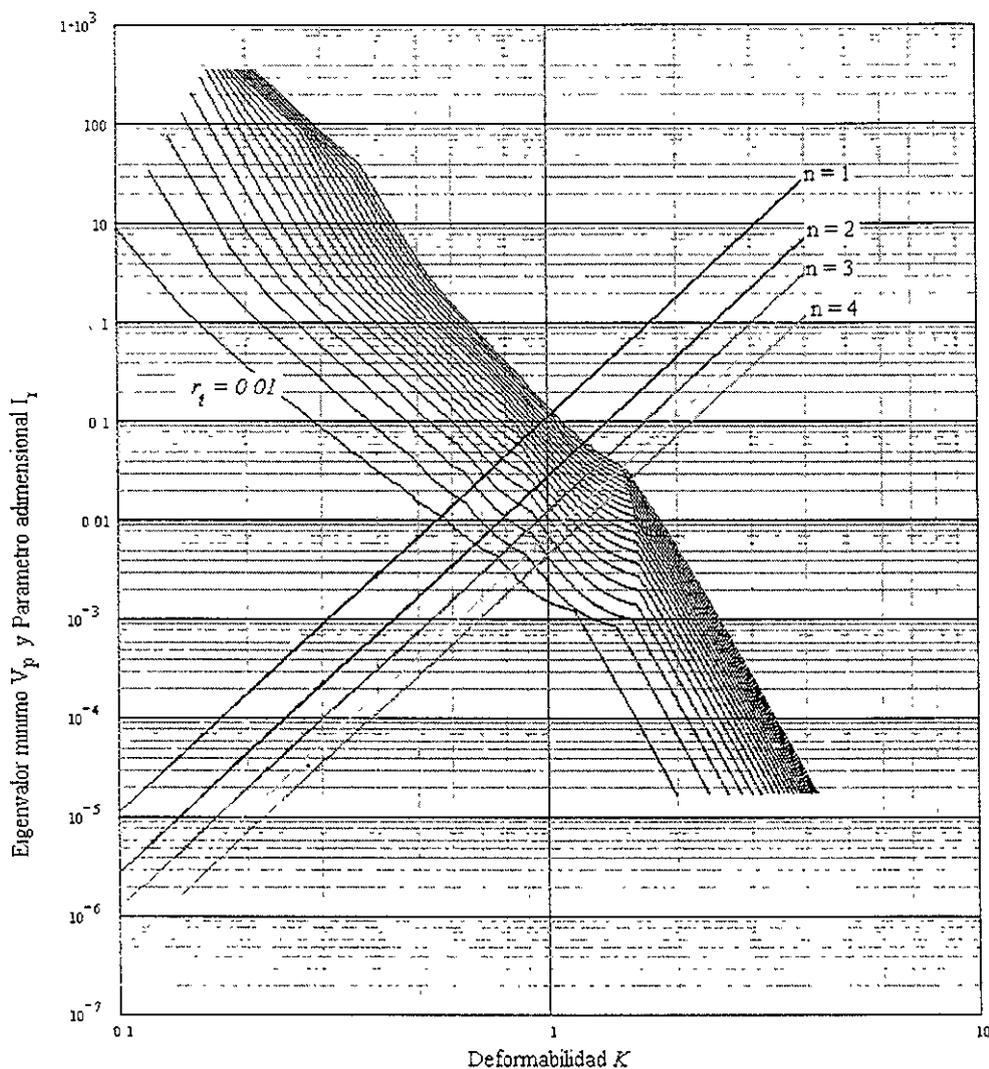


Figura. 2.4. Efectos de la presión radial interna (Acero, $\nu = 0.3$, $p=10^6$ Pa) sobre el eigen valor mínimo V_p y el parámetro I_r . Aunque los valores de este último no se alteran, se observa que los valores del eigen valor aumentan con la presión interior. Esto significa que los cilindros inflados son más estables, bajo la condición de carga axial, que los cilindros de las mismas dimensiones que reciben únicamente carga axial. Por otro lado, aunque aquí se especifican un material y un valor de presión determinados, el nomograma es aplicable en cilindros que tengan la misma relación de Poisson y para cualquier combinación de presión interior y módulo de elasticidad que produzcan una relación de presión $r_p = 4.7619$.

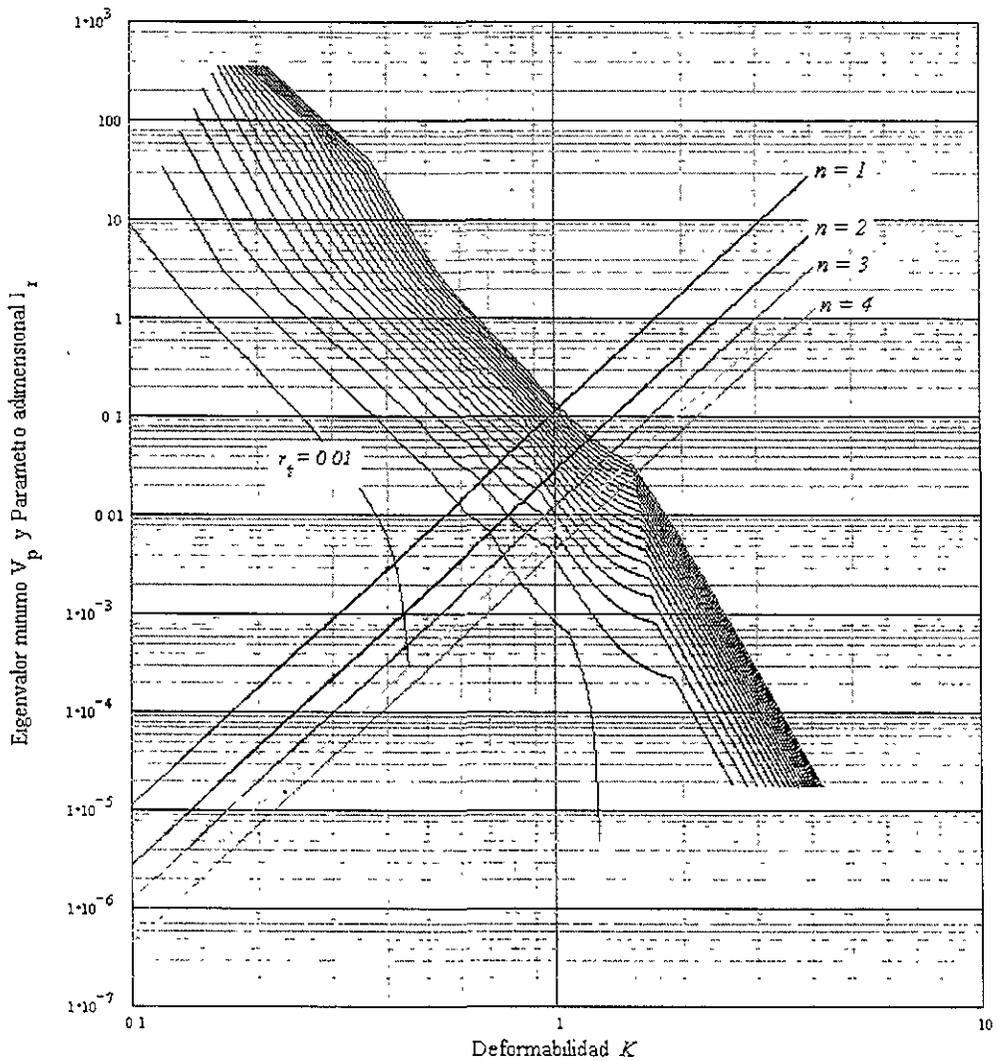


Figura. 2.5. Efectos de la presión radial externa (Cilindro de Acero, $\nu = 0.3$, $p = -10^{-6}$ Pa) sobre el eigen valor mínimo V_p y el parámetro I_r . El parámetro I_r no es afectado por la presión externa. El eigen valor V_p disminuye drásticamente en cilindros cuya relación de espesor es pequeña. En cambio, para cilindros que tienen relaciones de espesor por encima de 0.09 la sensibilidad es menor. Esto significa que, cuando se cargan axialmente, los cilindros que además reciben presión externa y tienen paredes muy delgadas son más inestables que los cilindros inflados y los no presurizados. Puede esperarse entonces, que el valor de carga crítica disminuya para estos cilindros. Sin embargo, la carga crítica para cilindros de pared más gruesa no es afectada, aparentemente por la presión externa.

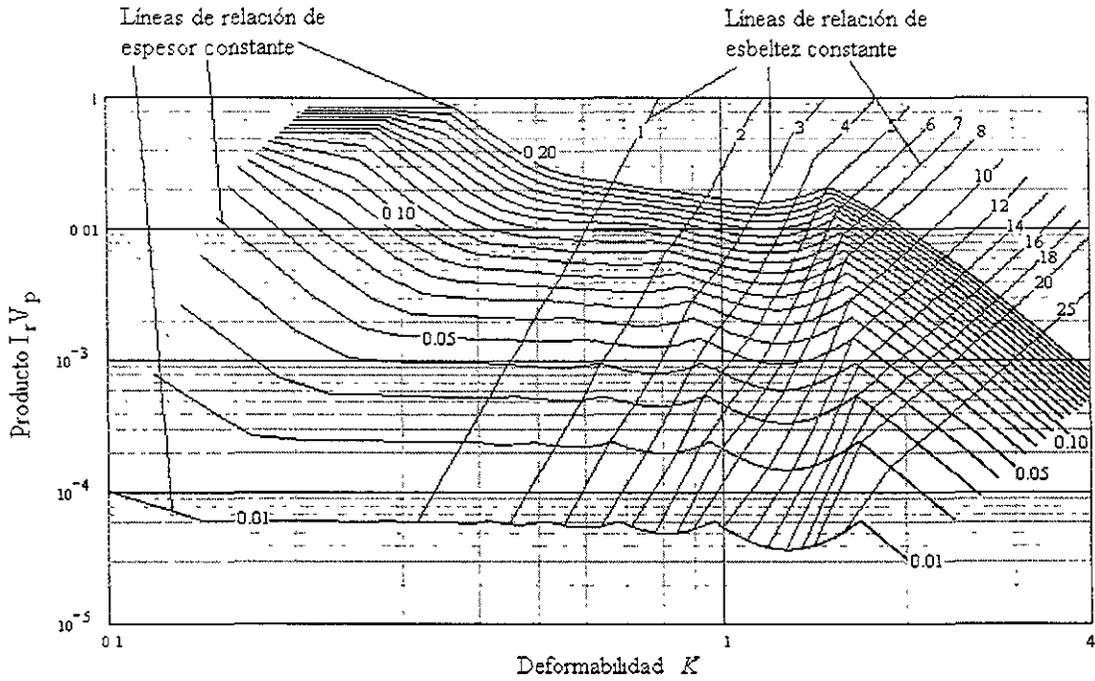


Figura 2.6. Nomograma general para determinar el producto $I_r V_p$ en el caso en que se aplica únicamente carga axial ($r_p = 0$) a un cilindro con $\nu = 0.3$.

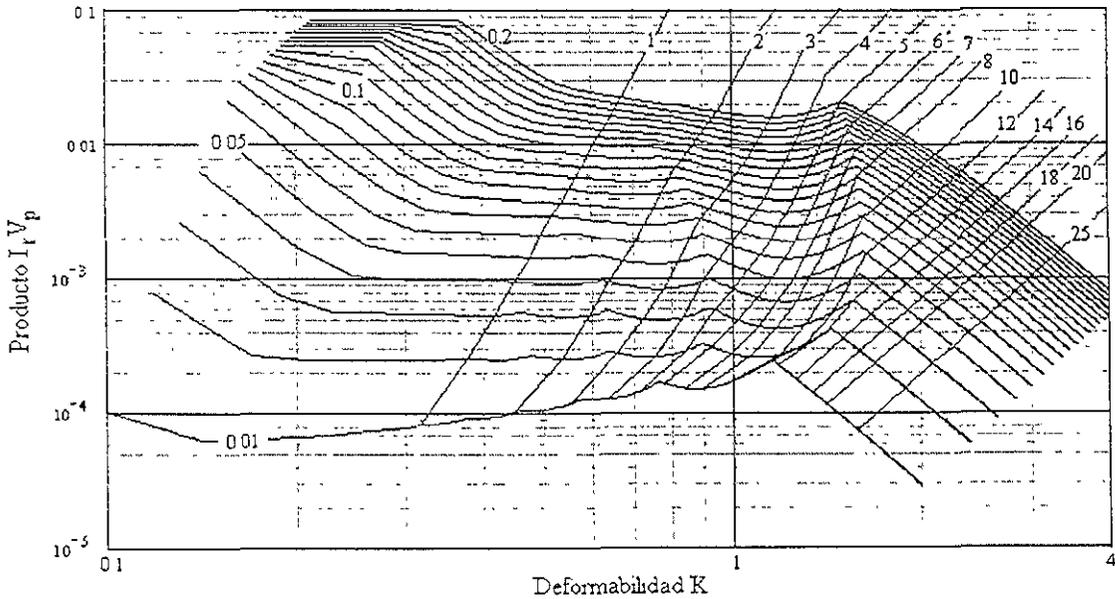


Figura 2.7. Nomograma general para determinar el producto $I_r V_p$ en el caso en que se aplica carga axial a un cilindro internamente presurizado con $r_p = 4.7619$ y $\nu = 0.3$

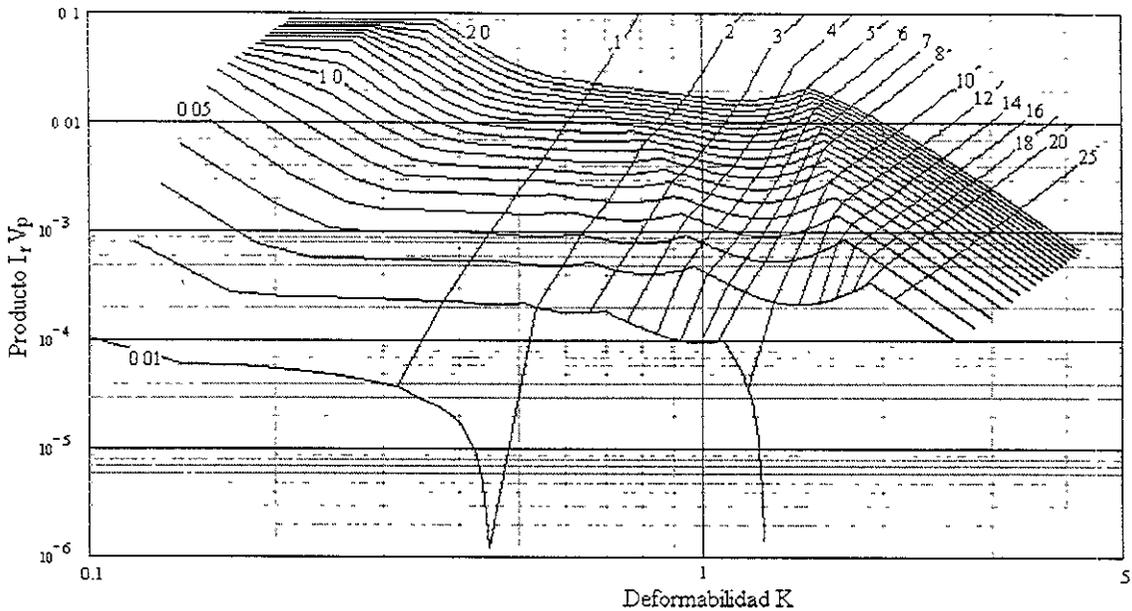


Figura 2.8. Nomograma general para determinar el producto $I_r V_p$ en el caso en que se aplica carga axial a un cilindro externamente presurizado con $r_p = -4.7619 \times 10^{-6}$ y $\nu = 0.3$

Las figuras 2.6, a 2.8, en las que el producto $I_r V_p$ se lee directamente son nomogramas de aplicación general. La única restricción a su aplicación son los valores de la relación de presión y los de la relación de Poisson. Técnicamente, es posible construir los nomogramas para el rango de valores de estas relaciones más usados en la práctica.

Ejemplo numérico

Para ilustrar la potencia de los nomogramas generales presentes, comparemos los resultados para dos cilindros cargados axialmente:

Cilindro No. 1	Cilindro No. 2
Longitud: 291.6 mm	Longitud: 3207.6 mm
Radio: 291.6 mm	Radio: 291.6 mm
Espesor: 0.81 mm	Espesor: 0.81 mm
Material: Acero ($E=210 \text{ KN/mm}^2$)	Material: Acero ($E=210 \text{ KN/mm}^2$)

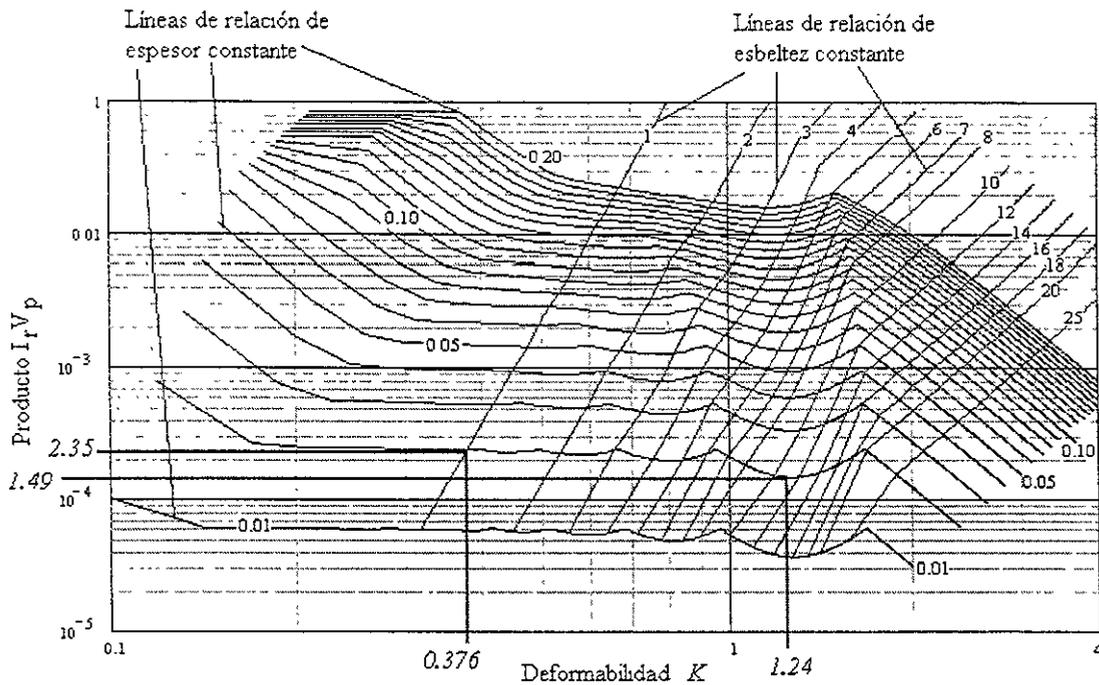


Figura 2.9. Aplicación del nomograma general en la solución de un ejemplo numérico.

Solución

En el nomograma de la figura 2.9 se han trazado las líneas que resuelven esta parte del problema para ambos cilindros.

Para el cilindro 1 las dimensiones anteriores implican,
 $K = 0.3766$ $r_i = 0.05$ $r_s = 1$ Además, $r_p = 0$

Dos de estos tres valores nos permiten entrar al nomograma y leer:
 $I_r V_p = 2.35 \times 10^{-4}$

Aplicando la ecuación 2.25 se obtiene la carga crítica:
 $P = E a I_r V_p = 14.42 \text{ kN/mm}$

El esfuerzo crítico de pandeo es: $\sigma = \frac{P}{t} = 2.4726 \text{ kN/mm}^2$

Para el cilindro 2 resultan
 $K = 1.2472$ $r_i = 0.05$ $r_s = 11$ Además, $r_p = 0$

Dos de estos tres valores nos permiten entrar al nomograma y leer:
 $I_r V_p = 1.45 \times 10^{-4}$

Aplicando la ecuación 2.25 se obtiene la carga crítica:

$$P = EaI_r V_p = 8.88 \text{ kN/mm}$$

El esfuerzo crítico de pandeo es: $\sigma = \frac{P}{t} = 1.5237 \text{ kN/mm}^2$

Comparación con las fórmulas clásicas:

La fórmula de Southwell (1914), que es la que se usa en diseño, nos da, para los dos casos:

$$\sigma = \frac{Et}{a\sqrt{3(1-\nu^2)}} = 2.5419 \text{ kN/mm}^2$$

Con esto queda claro el efecto de la longitud en el valor del esfuerzo de diseño.

II.5. Puntos a destacar de este capítulo

En las figuras 2.6 a 2.8 se presenta el valor del producto adimensional $I_r V_p$ en términos de K para $\nu = 0.3$ y tres valores de la relación de presiones. Puesto que se supone que el radio del cilindro y el módulo elástico son constantes, la ecuación (2.25) implica que la carga crítica es proporcional a $I_r V_p$, que se puede leer directamente en las figuras si se conocen K y el espesor o K y la relación de esbeltez del cilindro estudiado. Para mayor accesibilidad, se incluyen trazas con relación de espesor variando discretamente desde 0.01 hasta 0.2 y para relaciones de esbeltez variando discretamente desde 1 hasta 25.

De estas figuras son significativos los siguientes resultados:

- En ausencia de presión, la única propiedad del material que afecta al producto $I_r V_p$ es la relación de Poisson.
- Cuando existe presión interna o externa, intervienen el módulo elástico, la relación de Poisson y la relación de presiones.
- En los tres casos, la zona de convergencia aceptable de la teoría rebasa los límites clásicos, cuyo criterio se basa únicamente en la relación de espesor.
- Para relaciones de espesor grandes el producto $I_r V_p$ (y por ende, el de la carga crítica) no es muy sensible a cambios en la deformabilidad si la relación de espesor es constante, que es lo que usualmente ocurre.

- Para valores fijos de K , la carga crítica crece con la relación de espesor. Lo mismo ocurre para valores fijos de la relación de esbeltez.
- Para cualquier relación de espesor y con $r_p = 0$, la carga crítica mínima para que la falla por pandeo implique arrugamiento de la pared, ocurre para valores de K comprendidos entre $K=1.2$ y $K=1.5$. Más allá de esos valores de K es posible encontrar valores menores de la carga crítica, asociados con el pandeo lateral típico de la columna de Euler.
- En el caso de las tuberías enterradas, cuya longitud puede producir valores de K muy grandes, la conclusión anterior significa que, si bien el suelo sirve para prevenir el pandeo lateral, de ninguna manera evitará el arrugamiento de la pared. Por lo tanto, el criterio de diseño debe basarse en cargas de pandeo asociadas con el mencionado rango de valores de K . (Desde 1.2 hasta 1.5).
- El efecto de la presión (interna o externa) es notable en los valores pequeños de la relación de espesor. En cambio los cilindros de pared más gruesa no son muy sensibles a cambios en la presión.
- El eigënvalor V_p depende de K y de la relación de presión (r_p). Todos los cilindros que tengan los mismos valores de K y de r_p compartirán también el mismo valor de V_p . Si se fija el valor de K y se hace variar la relación de presiones, se observa que el valor de V_p crece cuando crece r_p .
- En ausencia de presión el eigën valor V_p depende únicamente de K . Todos los cilindros que tienen el mismo valor de K tendrán el mismo valor de V_p , sin importar el módulo elástico del material constitutivo.
- De cualquiera de las tres figuras es fácil estimar la carga axial crítica para los valores dados de r_p y ν . Este es el único requisito para la aplicación de los nomogramas. En el eje de las abscisas aparece el parámetro de deformabilidad K . En las ordenadas pueden leerse el producto adimensional $I_r \cdot V_p$. La carga crítica teórica de compresión axial se obtiene aplicando la ecuación (2.25).

CAPÍTULO III

Diseño de los experimentos

III.1. Resumen

En este capítulo se describen los criterios y procedimientos seguidos para el diseño de los experimentos, cuyo objetivo es comprobar que el modo de falla con $m=1$ y $n=1$ están asociados con el valor de la deformabilidad K . Se describen las probetas y las técnicas empleadas en el laboratorio para caracterizarlas, instrumentarlas y ensayarlas.

III.2. Introducción

Los nomogramas generales de las figuras 2.6 a la 2.8 del capítulo anterior definen una serie de predicciones teóricas a comprobar experimentalmente. En primer lugar, debe destacarse que tales resultados son adimensionales, lo cual es una ventaja en el laboratorio. Como vimos en el capítulo anterior, el factor I_r del producto $I_r V_p$ depende de la razón de Poisson y de la geometría del cilindro, mientras que el factor V_p depende de las relaciones de espesor r_t , de esbeltez r_s y de presión r_p . Si se aplica sólo carga axial, $r_p = 0$ y V_p depende únicamente de la geometría del cilindro. Esto significa que en el caso de carga axial, basta con determinar experimentalmente la relación de Poisson del cilindro para conocer el producto $I_r V_p$.

Ahora bien, para calcular la carga crítica debe aplicarse la ecuación (2.25):

$$P = EaI_r V_p \quad (2.25)$$

Lo que implica determinar experimentalmente el módulo elástico del cilindro.

III.3. Geometría de las probetas

La figura 3.1 es resultado de un trabajo numérico en el que se calcularon los valores del producto $I_r V_p$ y los modos de falla para varios valores de K . En la figura 3.1 se presentan tres trazas del producto $I_r V_p$ en función del parámetro K para $r_p = 0$ y tres relaciones de espesor diferentes, a saber: $r_t = 0.06$, $r_t = 0.015$, $r_t = 0.1$. El valor del producto $I_r V_p$ debe leerse en el eje vertical de la izquierda. Además, en la misma figura aparecen tres curvas escalonadas que representan el número de semiondas circunferenciales m variando con respecto de K . Las tres escalas de la derecha, graduadas con valores discretos en el rango desde 1 hasta 10 nos permiten saber el rango de valores de K que se asocia con cada valor de m .

Se observa que los valores de $I_r V_p$ para curvas de relación de espesor r_t constante son poco sensibles a la variación del parámetro K . Sin embargo se observan ciertas ondulaciones que, para valores pequeños de r_t , corresponden con los cambios de valor en las funciones escalonadas que representan el número de semiondas circunferenciales. Estas ondulaciones sugieren que, al menos teóricamente hay dos valores de K para el mismo valor del producto $I_r V_p$.

También se observa que el número de ondulaciones disminuye cuando crece la relación de espesor y de hecho también lo hace el número de semiondas circunferenciales. Este hecho se observa también en la Figura 2.6 y se ha destacado en la Figura 3.1, donde el número máximo de semiondas circunferenciales va desde 7, para $r_t = 0.015$; hasta 3, para $r_t = 0.1$.

La figura 3.1 también nos permite destacar que el valor de la carga crítica para una relación de espesor dada depende de K y, por ende, de la longitud del cilindro ensayado. Por la ecuación 2.25 sabemos que la carga crítica se obtiene multiplicando la constante Ea por el producto $I_r V_p$. La figura 3.1 nos permite postular que para cada relación de espesor existe un valor de K , al que llamaremos K_{crit} para el que la carga crítica es mínima y agregar que, aún cuando el cilindro sea muy largo, de manera que K alcance un valor mayor que K_{crit} , para una relación de espesor fijo, la carga crítica experimental mínima es la que corresponde a K_{crit} .

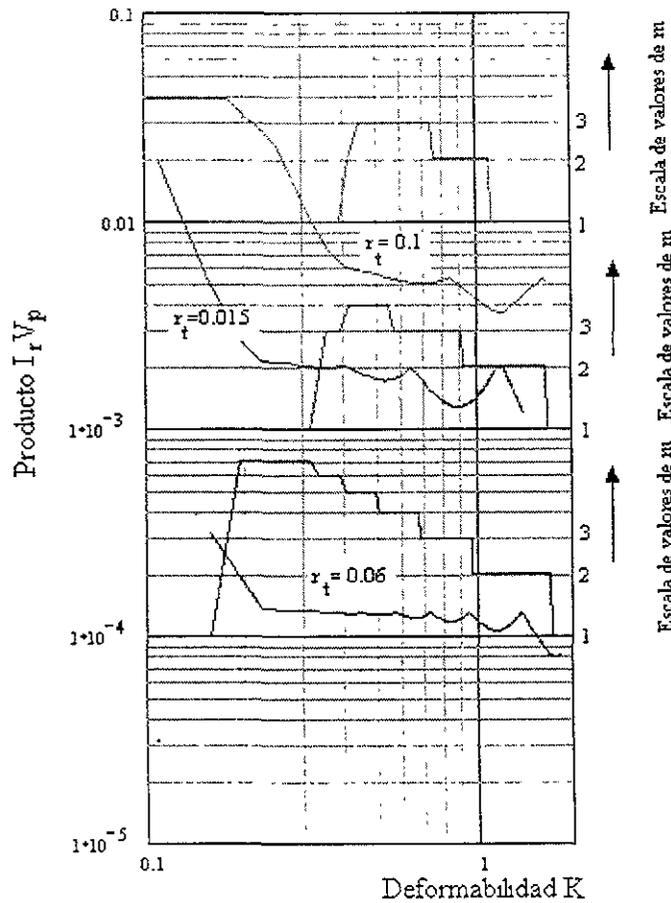


Figura 3.1 Número de semiondas circunferenciales

Lo anterior explica por qué el modo de falla observado en las tuberías enterradas tiene solo una semionda circunferencial y nos permite asegurar que, si una carga igual o mayor a la carga crítica mínima, asociada a K_{crit} , actúa sobre un tubo cuyas dimensiones resultan en valores de deformabilidad por encima de K_{crit} , el tubo tomará al pandearse el modo de falla con $m = n = 1$.

En otras palabras, si el cilindro es suficientemente largo, el modo de pandeo invariablemente tendrá una semionda longitudinal y una semionda circunferencial. Los valores aproximados de K_{crit} para varias relaciones de espesor se presentan en la tabla 3.1.

El modo de falla con $m=n=1$ aparece en las fotografías de pandeo por compresión axial en ambiente sísmico publicadas por Muleski y Ariman (1975) y por Ayala y O'Rourke (1990). El reporte de Ariman y Muleski (1975) no menciona el espesor del tubo, pero en el reporte de Ayala (1990), se trata de un tubo API 120 X-42 de acero, de 1.0 m (42 pulgadas) de

diámetro y espesor de pared de 7.9 mm (5/16 pulgadas), esto es, una relación de espesor de 0.0079, lo que significa $K_{crit} = 1.682709$. Es decir, la carga de pandeo actuó sobre un cilindro de, por lo menos 31.857 metros de largo.

Tabla 3.1. Valores críticos de K para diferentes relaciones de espesor.

r_t	K_{crit}
0.001	1.689308
0.002	1.688659
0.003	1.687422
0.004	1.687350
0.005	1.686182
0.006	1.685018
0.007	1.685050
0.008	1.684039
0.009	1.682118
0.010	1.681006
0.020	1.671801
0.030	1.662902
0.040	1.654052
0.050	1.644717
0.060	1.635536
0.070	1.626349
0.080	1.617085
0.090	1.607798
0.100	1.598426
0.110	1.589396
0.120	1.579900
0.130	1.569980
0.140	1.560556
0.150	1.550728
0.160	1.541075
0.170	1.530259
0.180	1.520531
0.190	1.509360
0.200	1.498991

En resumen, dada una tubería con radio y espesor conocidos, es posible determinar el valor de K para un determinado modo de falla. Esta es la idea básica en la selección de dimensiones de las probetas ensayadas, cuyas dimensiones garantizan que fallarán con $m=n=1$.

En la figura 3.2 se muestran los puntos elegidos para realizar los experimentos. Las líneas de relación de espesor constante corresponden a los espesores de las tuberías que se utilizaron para construir las probetas. Las líneas de K constante definen valores en los cuales se predice el modo de falla con $m=n=1$. Los puntos de interés son las intersecciones entre las dos familias de curvas. Lamentablemente, por razones de presupuesto, no fue posible ensayar todos los puntos.

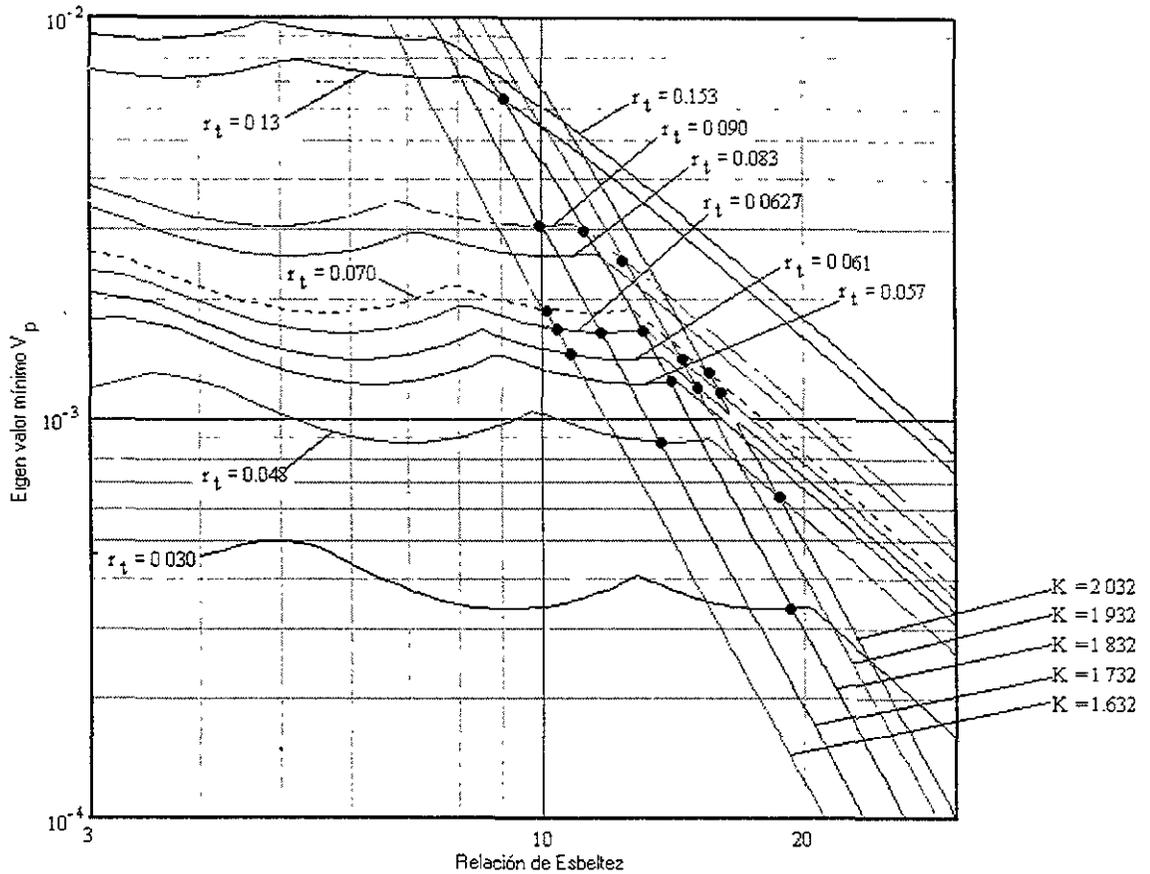


Figura 3.2. Puntos teóricos a verificar experimentalmente.

Para cada punto se prepararon 4 probetas, dos de las cuales se ensayaron en aire y dos se ensayaron confinadas en arena para registrar si la carga crítica es afectada significativamente por el confinamiento. Las características de las probetas aparecen en las tablas 3.2 a la 3.10

Tabla 3.2. Características de probetas de cobre (Radio = 14.35 mm, Espesor 0.9 mm, $t/r = 0.0627$)				
Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
1	148.5	10.348	1.609	23190
2	167.3	11.658	1.708	22410
3	187.1	13.038	1.807	22520
4	208.1	14.501	1.905	20090
5	230.2	16.041	2.004	16770

NOTA Los valores de carga critica teorica se calcularon con $E = 117$ Gpa

Tabla 3.3. Características de probetas de cobre
(Radio = 27.7 mm, Espesor 1.6 mm, $t/r = 0.0577$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
6	387.8	14.0	1.83	71640

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 117$ Gpa

Tabla 3.4. Características de probetas de aluminio
(Radio = 11.0 mm, Espesor 1.0 mm, $t/r = 0.0909$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
7	110	10	1.736	28570
8	122.1	11.1	1.829	27960
9	137.0	12.45	1.937	23060

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 120.9$ Gpa

Tabla 3.5. Características de probetas de aluminio
(Radio = 14.1 mm, Espesor 1.0 mm, $t/r = 0.0709$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
10	140.3	9.95	1.6227	41040
11	217.1	15.4	2.025	28650

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 120.9$ Gpa

Tabla 3.6. Características de probetas de acero con costura
(Radio = 19.55 mm, Espesor 2.7 mm, $t/r = 0.1381$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
12	184.9	9.457	1.874	287500

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ Gpa

Tabla 3.7. Características de probetas de acero con costura
(Radio = 34.35 mm, Espesor 2.3 mm, $t/r = 0.0669$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
13	397.4	11.569	1.730	

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ Gpa

Tabla 3.8. Características de probetas de acero con costura
(Radio = 24.2 mm, Espesor 1.5 mm, $t/r = 0.0619$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
14	258.9	10.698	1.632	108900
15	369.0	15.247	1.948	88280

NOTA Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ GPa

Tabla 3.9. Características de probetas de acero con costura
(Radio = 49.85 mm, Espesor 1.5 mm, $t/r = 0.030$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
16	962.1	19.299	1.829	100700

NOTA Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ GPa

Tabla 3.10. Características de probetas de acero sin costura
(Radio = 16.4 mm, Espesor 0.8 mm, $t/r = 0.0487$)

Codificación	L (mm)	L/r (mm)	K	Carga Crítica Teórica (Kg)
17	22.3	13.59	1.732	31370
18	30.7	18.70	2.03	21940

NOTA Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ GPa

Las probetas se fabricaron de cuatro materiales diferentes disponibles comercialmente: cobre, aluminio, tubería de acero sin costura, tubería de acero con costura longitudinal. Para determinar los valores del módulo elástico y de la relación de Poisson de estos materiales se realizó el ensaye de tracción conforme al Suplemento II al estándar ASTM A 370 para ensaye mecánico de productos de acero. El comportamiento de estas propiedades también fue registrado durante los ensayes a compresión axial mediante mediciones realizadas con extensómetros.

Las probetas se instrumentaron con extensómetros para obtener el diagrama esfuerzo deformación durante la compresión, así como estimar la relación de Poisson. En cada probeta se utilizaron dos extensómetros en dirección longitudinal y dos extensómetros en dirección transversal pegados a la misma altura en posiciones diametralmente opuestas. Las curvas y los valores obtenidos se presentan y discuten en el Capítulo 4.

III.4. Montaje del experimento

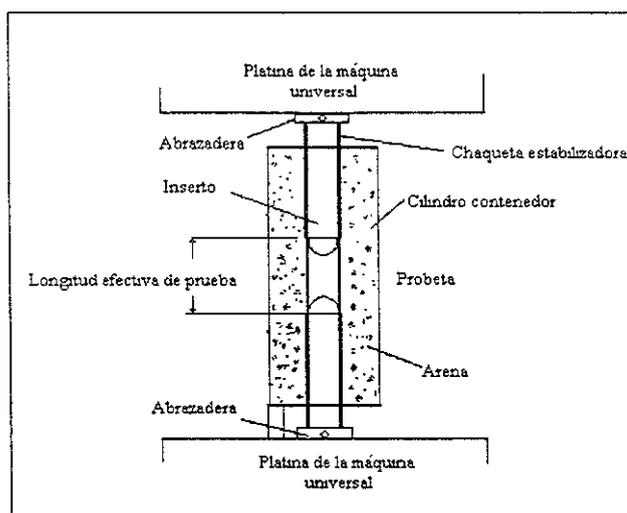


Figura 3.3. Esquema del experimento propuesto para provocar el pandeo por carga axial en un cilindro rodeado por arena. Un montaje similar en el que el cilindro contenedor se ha retirado se utiliza para probar el cilindro en aire.

En la Figura 3.3 se muestra, en un corte esquemático, el dispositivo ideado para provocar el pandeo por compresión axial de un cilindro metálico rodeado por arena.

El arreglo muestra un tubo central (rotulado como probeta en la figura) en cuyo interior se encuentran dos insertos macizos, de forma cilíndrica escalonada, uno de los cuales tiene una perforación central para permitir la salida (o la entrada) de fluido del interior del espécimen. En los extremos de la probeta, por el lado exterior, aparecen dos tubos (chaquetas estabilizadoras) que ajustan libremente sobre el espécimen.

Las finalidades de este arreglo son dos: (1) Aislar la porción del espécimen en el que se desea que ocurra el pandeo para garantizar que el mismo ocurrirá en la zona del espécimen que está confinada por la arena, y (2) Prevenir la falla en los puntos de contacto del espécimen con las platinas de la máquina universal que podría resultar por el efecto de Poisson (Flügge, 1973). La longitud efectiva de la probeta es la separación de los puntos de tangencia entre los insertos sólidos y la tubería.

Materiales y equipo utilizados

Se utilizaron las probetas de tubería de acero, cobre y aluminio descritas en las tablas 3.1 a 3.10. Los insertos normalizados para la caracterización de materiales se fabricaron de acero rolado en frío y de acuerdo a las especificaciones de la Norma ASTM A370.

Los experimentos se realizaron en una Máquina Universal marca SATEC Systems modelo 500WHVL número de serie 1006 con capacidad de 250 toneladas, del Instituto de Ingeniería de la UNAM

Equipo de cómputo

Marco de Cargas

Extensómetros, Celda de Carga y transductores.

Capítulo 4

Resultados Experimentales y Conclusiones

IV.1. Resumen

En este capítulo se presentan, se analizan y se interpretan las mediciones obtenidas de los experimentos. Se reseñan, en primer lugar, los experimentos para determinar el módulo de elasticidad y la relación de Poisson de los materiales utilizados. En segundo lugar, los experimentos y valores de carga de pandeo para cilindros confinados y no confinados. Después del análisis, se postula y se prueba la posibilidad de considerar las variaciones instantáneas del módulo elástico para explicar la notable discrepancia que existe entre las predicciones teóricas y las mediciones experimentales y se describe un experimento diseñado y desarrollado para verificar esa hipótesis. Una de las conclusiones más importantes es que, si bien el medio confinante previene la falla por pandeo lateralizado típico de las columnas en aire, su efecto sobre la carga necesaria para provocar el arrugamiento en la pared de un cascarón cilíndrico es despreciable.

IV.2. Pruebas de caracterización

ENSAYE DE TRACCIÓN. El ensaye de tracción se realizó tomando como base la práctica estándar, recomendada en el Suplemento II del Procedimiento para Ensaye Mecánico de Productos Tubulares ASTM A370, de donde se reproduce lo siguiente:

“Deben utilizarse especímenes de prueba de tamaño natural siempre que esto sea posible. El límite es la capacidad de la mordaza del equipo de ensaye.

Siempre que se utilicen probetas de tamaño natural se deben introducir insertos metálicos bien ajustados en los extremos del tubo, para permitir que las mordazas de la máquina lo sujeten sin aplastarlo. El diseño de los insertos es simple: consiste de un cilindro que tiene un extremo ahusado. El inserto debe colocarse suficientemente lejos del extremo del tramo de probeta que se utilizará para las mediciones. El extremo ahusado debe apuntar hacia el tramo del que se obtendrán las mediciones. Normalmente la longitud del tramo para mediciones es de 8 pulgadas (20 cm), excepto para tamaños nominales pequeños.

Para tubos sin costura o tubos electrosoldados, la longitud debe ser de 2 pulgadas (5 cm). Sin embargo, para tubería cuyo diámetro es de 3/8 de pulgada (9.5 mm) o menor, la práctica acostumbrada es usar una longitud igual a cuatro veces el diámetro exterior”.

Además, las probetas fueron instrumentadas con extensómetros EA-06-125BT-120. Se instalaron cuatro extensómetros en posiciones diametralmente opuestas del círculo que delimita la sección transversal en el punto medio de la probeta. Una pareja de extensómetros se orientó para medir deformaciones axiales y la otra para medir deformaciones circunferenciales. La rapidez de aplicación de carga fue de 250 kgf/min (2.452 kN/min) y se tomaron mediciones cada dos segundos, mediante un colector

electrónico de datos. El equipo utilizado aparece en la Figura 4.1. El detalle de instrumentación en una probeta se muestra en la Figura 4.2.

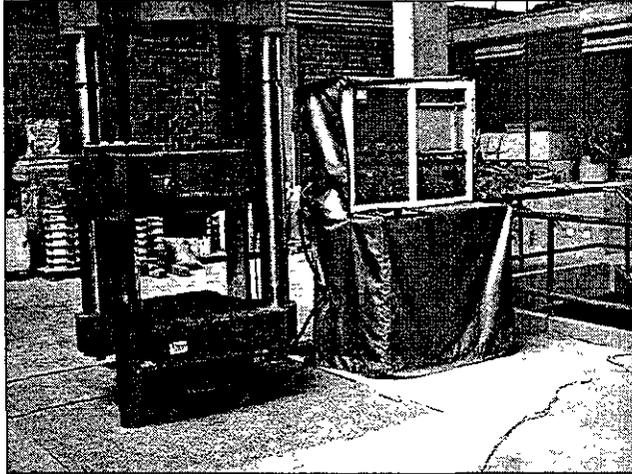


Figura 4.1. Máquina Universal y Colector de Datos

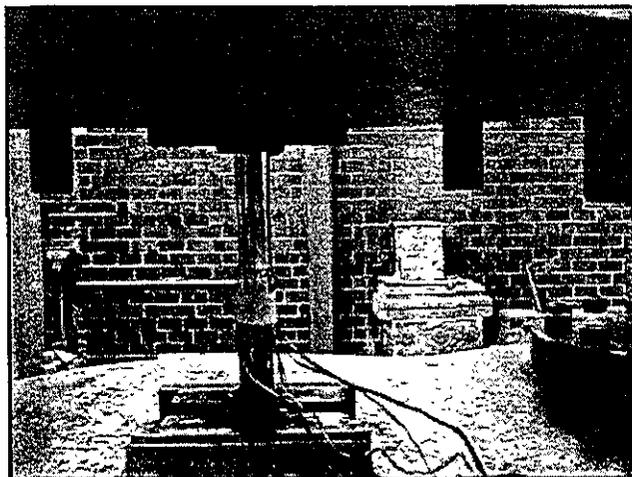


Figura 4.2. Detalle de instrumentación con extensómetros. Una pareja de extensómetros mide la deformación longitudinal. La otra pareja mide la deformación circunferencial.

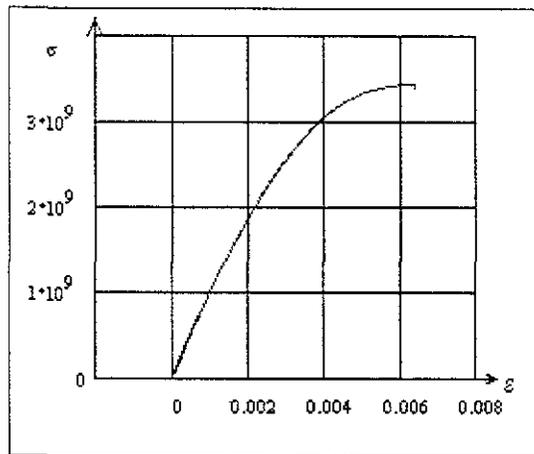


Figura 4.3. Diagrama esfuerzo-deformación resultado del ensayo de tracción.



Figura 4.4. Falla típica al final del ensayo de tracción.

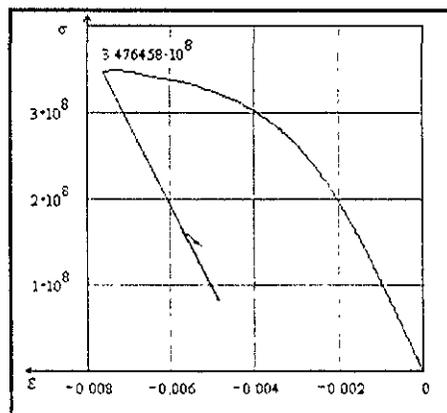


Figura 4.5 Diagrama esfuerzo-deformación resultado del ensayo de Compresión.

ENSAYE DE COMPRESIÓN. Una instrumentación similar a la descrita se utilizó para observar el comportamiento de probetas de las mismas dimensiones y material en condiciones de compresión axial. Los registros experimentales se utilizaron para construir los diagramas esfuerzo-deformación de las figuras 4.3 y 4.5. En seguida se destacará la diferencia en la magnitud del módulo elástico en los dos ensayos.

MODULO DE ELASTICIDAD. El módulo de elasticidad es la pendiente del diagrama esfuerzo-deformación antes de que se observe comportamiento no lineal. Para determinar el módulo elástico a partir de los datos experimentales, se calculó la pendiente cada dos mediciones. Las Figuras 4.6 y 4.7 muestran las variaciones de la pendiente de los diagramas esfuerzo-deformación resultado de ambos ensayos. Las porciones horizontales de estas figuras corresponden a la región elástica lineal de los diagramas correspondientes, donde es aplicable la definición clásica de módulo elástico. Los valores del módulo obtenidos son 103.7 GPa en el ensaye de tensión y 104.82 GPa en el ensaye de compresión. Estos valores son algo menores que los valores típicos reportados (117 GPa). En ambos diagramas se presenta la cota correspondiente al punto de falla.

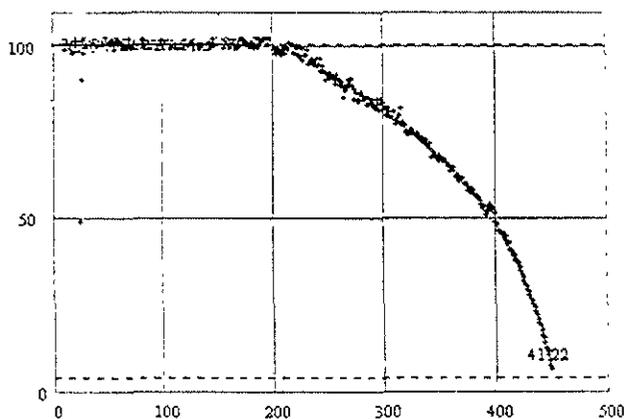


Figura No. 4.6. Valores instantáneos de la pendiente del diagrama en el ensaye a tensión de una probeta de cobre.

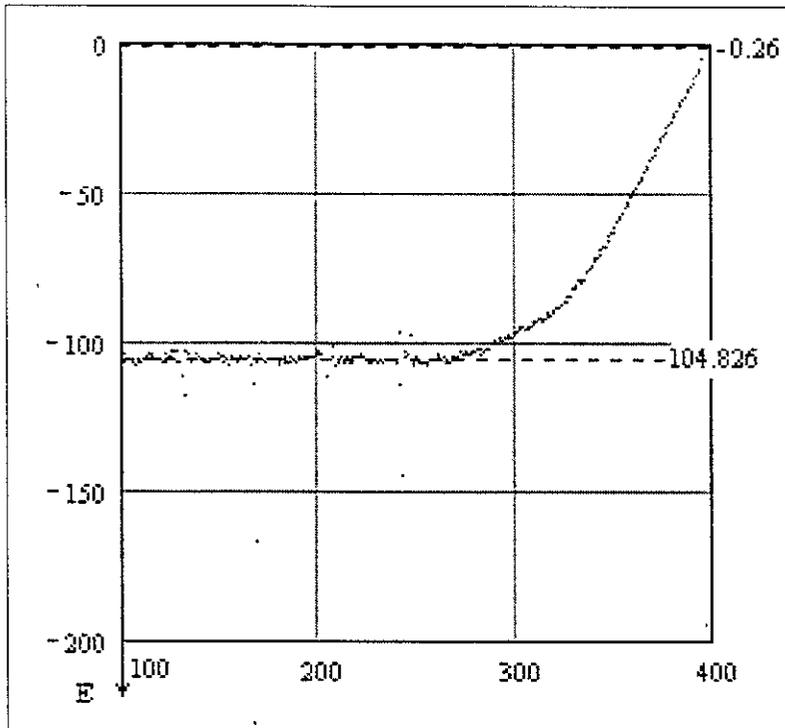


Figura No. 4.7. Valores instantáneos de la pendiente del diagrama esfuerzo-deformación en el ensayo a compresión de una probeta de cobre.

RELACION DE POISSON. En todas las probetas ensayadas, el procedimiento para determinar la relación de Poisson que utilizamos consiste en determinar un coeficiente (la relación de Poisson) que hace que la curva de los valores de la deformación unitaria longitudinal se ajuste a la curva de los valores correspondientes de la deformación unitaria circunferencial. Ambas curvas aparecen, antes y después del ajuste en las Figuras 4.8 (a) y (b). para una de las probetas de cobre. El resultado del ajuste (que para este caso particular consistió en multiplicar por 0.355 cada uno de los valores) se muestra en la figura 4.8. (b).

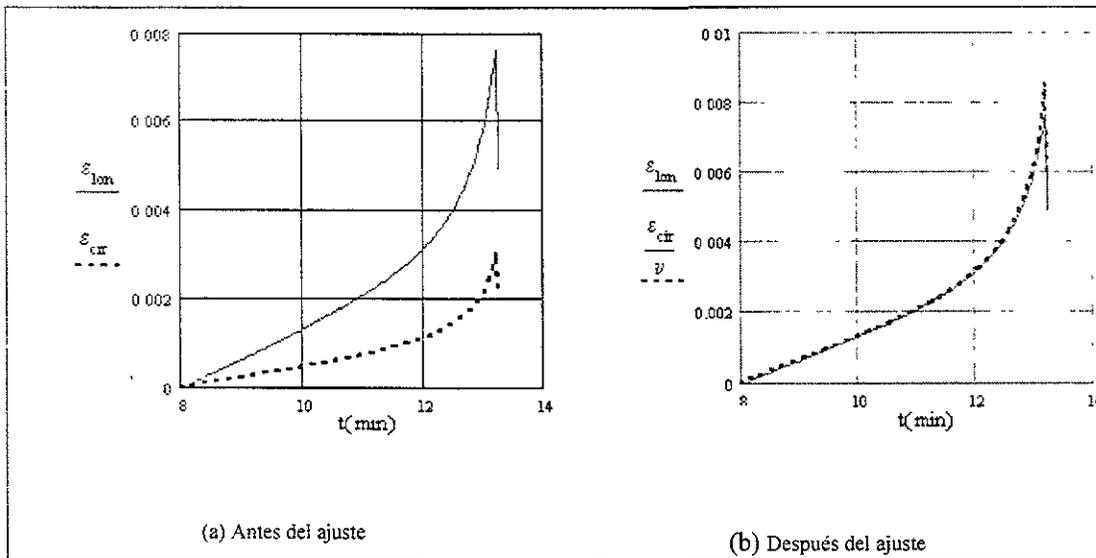


Fig. 4.8. Ajuste de las curvas de deformación unitaria mediante la relación de Poisson para los resultados del ensaye de tracción en una probeta de cobre ($K=1.69$). El valor de la relación de Poisson utilizado fue $\nu = 0.355$

La relación de Poisson resultó $\nu = 0.355$. Este valor es cercano al valor típico ($\nu = 0.35$) comúnmente utilizado en diseño de tuberías.

El hecho a destacar de estas pruebas es que el módulo de elasticidad obtenido del ensaye de tracción no es de la misma magnitud que el obtenido en el ensaye de compresión. En otras palabras, las condiciones de servicio de un tubo sometido a compresión axial son muy diferentes que las de un tubo sometido a tensión axial. De ninguna manera se justifica utilizar el módulo elástico en tracción para tubos cargados a compresión.

IV.3. Dispositivo para eliminar el efecto de Poisson

Cuando se comprime axialmente una probeta tubular en la máquina universal, la fricción de las placas de la máquina en los puntos de apoyo se opone a cualquier variación de la sección transversal. Esta oposición produce fallas muy cercanas al punto de apoyo que se deben a la acción combinada de la carga axial y la fuerza de rozamiento. El fenómeno, conocido como efecto de la relación de Poisson ha sido mencionado por Flügge (1973) y confirmado en varios experimentos (Sobel, 1990).

La figura 4.9 muestra tres de cuatro probetas que se ensayaron en las pruebas preliminares del programa experimental donde se observa el efecto de Poisson.

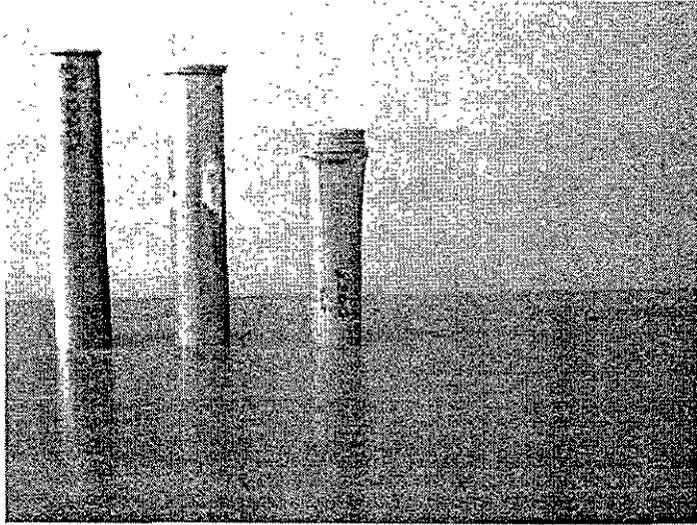


Figura 4.9. El efecto de la fricción de las placas de la máquina de pruebas produjo este tipo de fallas, conocido como efecto de la relación de Poisson.

Para descartar cualquier diferencia en el valor de la carga de pandeo que pudiera atribuirse a la combinación de cargas mencionada, se propuso, con éxito el dispositivo de la figura 3.3. La realización de este dispositivo requirió de la construcción de los elementos que aparecen en las figuras 4.10 y 4.11.

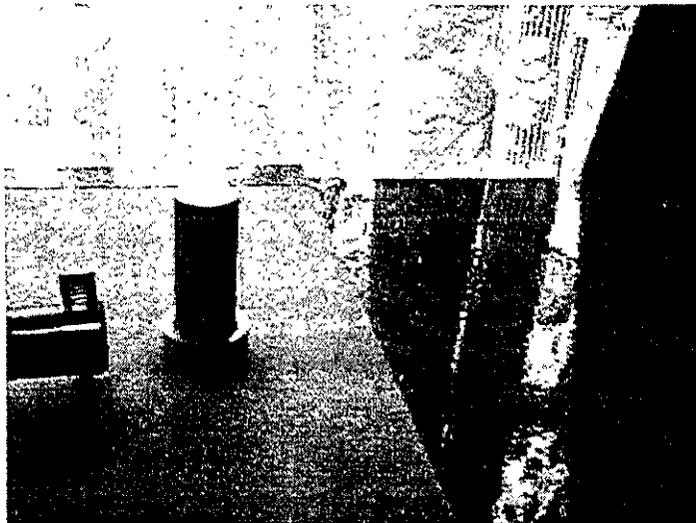


Figura 4.10. Inserto escalonado y abrazadera. El inserto se introduce en el tubo y la abrazadera sin fin evita la flexión en el borde del tubo.

En la Figura 4.10 aparece un inserto escalonado típico. La longitud de este inserto se diseña para que al introducirse en el tubo no se ocupe un tramo cuya longitud corresponde al valor de K de la probeta que se esté ensayando. En lugar de la chaqueta propuesta en la figura 3.3, se utilizaron cuatro abrazaderas sinfin: dos se instalaron exactamente en el extremo donde el tubo recibe la carga axial, las otras dos exactamente en la posición que corresponde en el exterior al extremo del inserto. La distancia entre las dos abrazadera del interior es la longitud efectiva de la probeta a ensayar. El montaje puede verse en la figura 4.11.



Figura 4.11. Montaje típico para ensaye en aire. Observe que la falla de pandeo ocurre lejos de los puntos de apoyo.

La Figura 4.11 muestra el montaje de un ensaye de compresión axial en aire. Observe que el pandeo ocurre en la parte media de la probeta. De esta manera se elimina cualquier contribución de la fuerza de fricción en el apoyo y por lo tanto, se descarta cualquier influencia que la fricción en los apoyos pudiese tener sobre el valor de la carga de pandeo experimental.

El efecto del confinamiento se agregó colocando a las probetas en medio de un tubo contenedor relleno con arena seca. La arena fue introducida en tres capas. Cada capa fue

compactada mediante golpes de pisón. El montaje previo al ensaye de compresión con confinamiento se muestra en la figura 4.12.

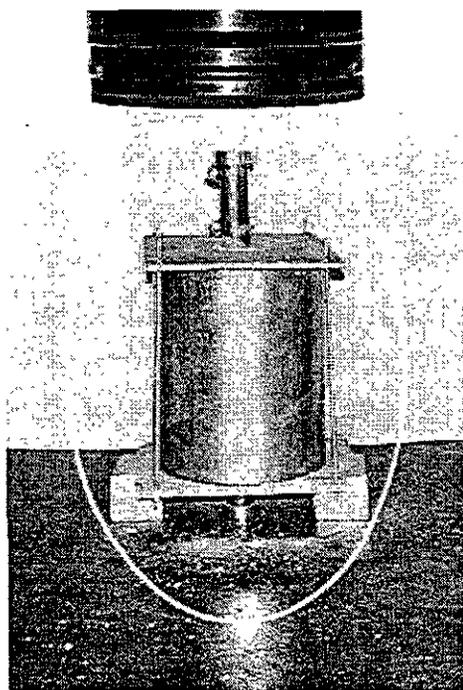


Figura 4.12. Montaje típico para ensaye de compresión con confinamiento. Las probetas se colocaron dentro de un contenedor cilíndrico lleno con arena.

En las Figura 4.13 y 4.14, se muestran, para su comparación dos probetas típicas que tienen aproximadamente las mismas dimensiones, tales que el parámetro de deformabilidad K es 2, para ambas. La primera falló por compresión axial sin confinamiento. La segunda lo hizo con confinamiento. En ambos casos la falla ocurre lejos del punto de apoyo y su geometría es muy similar. El modo de falla coincide con las predicciones teóricas para ese valor de K . La probeta de la izquierda sufrió mayor deformación debido a la imposibilidad de detectar visualmente y detener el proceso justo al inicio del pandeo. En ambos casos, las cargas máximas registradas por el equipo fueron idénticas.

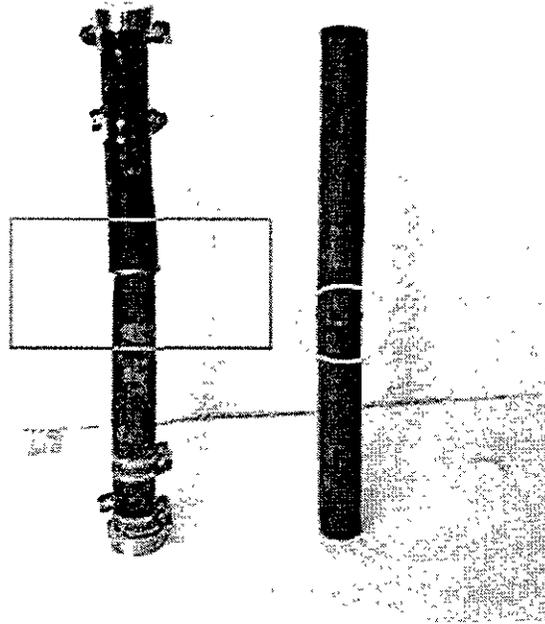


Figura 4.13. La probeta de la izquierda fue ensayada con confinamiento; la de la derecha, en aire. Se observó que la falla ocurrió lejos de los apoyos y que en ambos casos se obtuvo el mismo modo de falla.

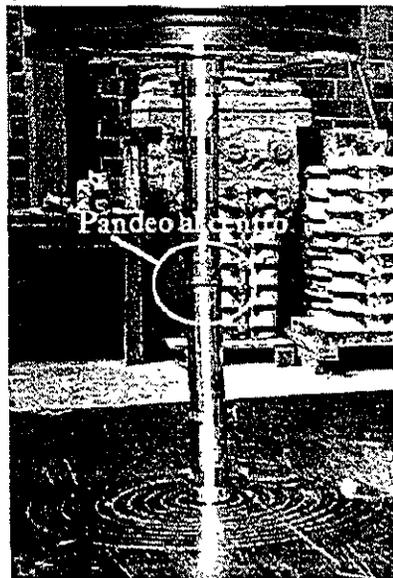


Figura 4.14. Ilustración del modo de falla de una probeta ensayada en aire. En esta se aprecia que el modo de falla es el mismo que el de la probeta similar de la izquierda de la Figura 4.13. En ambos casos la falla ocurrió lejos de los apoyos.

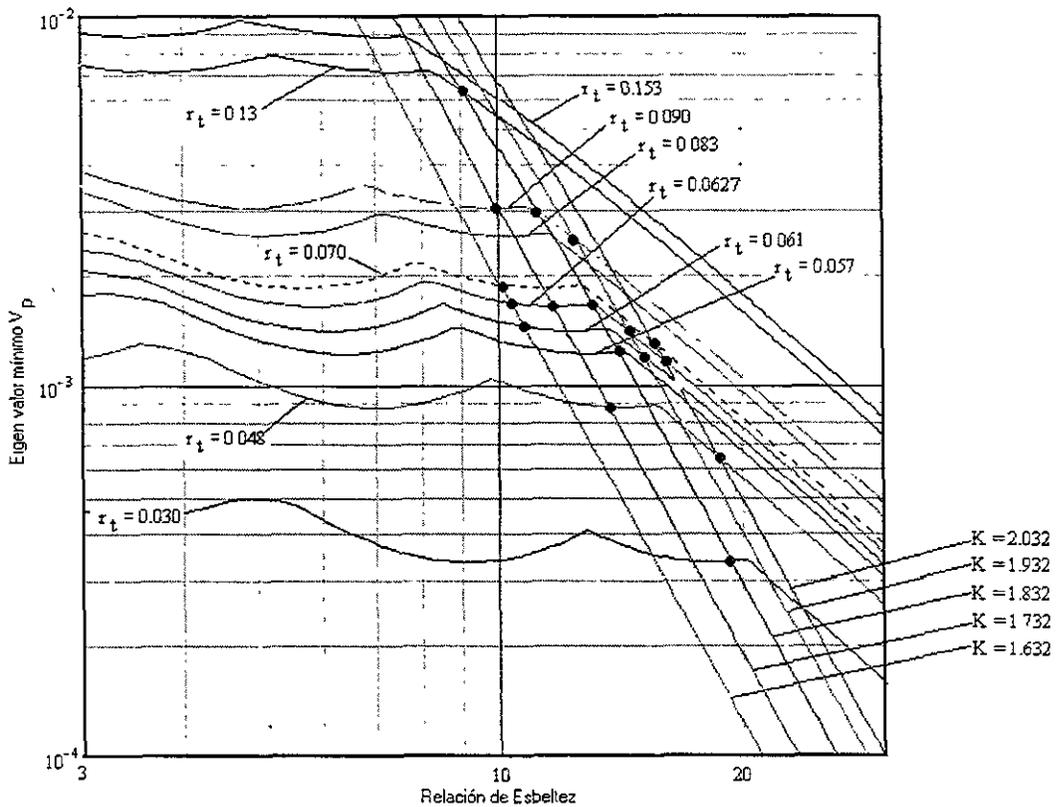


Figura 4.15. Puntos experimentales

IV: 4. Cargas de Pandeo Experimentales

El procedimiento descrito e ilustrado arriba para el caso de probetas de cobre, fue seguido para todos los materiales utilizados en el programa experimental. El programa consistió en preparar cuatro probetas para cada punto marcado en la Figura 4.15.

Dos de las probetas de cada grupo de cuatro fueron ensayadas en compresión axial con confinamiento conforme al arreglo de la Figura 3.3 y dos lo fueron sin confinamiento. Como carga de pandeo se tomó el máximo registrado por la máquina universal al ocurrir el pandeo. Los resultados se presentan en las siguientes tablas comparativas.

Capítulo IV. Resultados Experimentales y Conclusiones

En general, los valores de las cargas de pandeo experimentales discreparon de las predicciones teóricas. Como medida de la discrepancia se utilizó la relación porcentual simple

$$\% = \frac{C_{exp}}{C_{teorica}} * 100$$

Tabla 4.1. Cargas de pandeo experimentales para probetas de cobre (Radio = 14.35 mm, Espesor 0.9 mm, $t/r = 0.0627$)					
<i>Codificación</i>	<i>Probeta</i>	<i>Carga Crítica Teórica (kgf)</i>	<i>Carga Crítica Experimental en aire</i>	<i>Carga Crítica bajo confinamiento</i>	<i>Discrepancia (%)</i>
1 (K=1.609)	A	23190	2940	-	12.67
	B		2960	-	12.76
	C		-	2940	12.67
	D		-	2960	12.76
2 (K=1.708)	A	22410	2910	-	12.98
	B		2940	-	13.11
	C		-	2950	13.16
	D		-	2930	13.07
3 (K=1.807)	A	22520	2930	-	13.01
	B		2910	-	12.92
	C		-	2860	12.69
	D		-	2890	12.83
4 (K=1.905)	A	20090	2910	-	14.48
	B		2840	-	14.13
	C		-	2850	14.18
	D		-	2910	14.48
5 (K=2.00)	A	16770	2820	-	16.81
	B		2870	-	17.11
	C		-	2840	16.93
	D		-	2850	16.99

NOTA. Los valores de carga critica teórica se calcularon con E = 117 Gpa

Todas las probetas de cada clase (o valor de K) de la Tabla 4.1 tienen aproximadamente las mismas dimensiones y provienen del mismo lote de material. Por tanto, la variación del valor de K se debe únicamente a incrementos de longitud. Se observa que las cargas teóricas disminuyen cuando aumenta la longitud. La misma tendencia es aparente en la columna de cargas experimentales. El efecto del confinamiento no parece ser significativo.

Capítulo IV. Resultados Experimentales y Conclusiones

Tabla 4.2 Cargas de pandeo experimentales para probetas de cobre (Radio = 27.7 mm, Espesor 1.6 mm, $t/r = 0.0577$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.83)	A	71640	9980	-	13.93
	B		9680	-	13.51
	C		-	9700	13.53
	D		-	9960	13.90
NOTA Los valores de carga crítica teórica se calcularon con E = 117 Gpa					

En la Tabla 4.2 se puede observar que carga crítica experimental no es afectada sensiblemente por el confinamiento. En la última columna de las dos tablas anteriores se observa que la relación porcentual que hemos utilizado como indicador de la discrepancia entre la carga experimental y la teórica, para el caso de las probetas de cobre ensayadas tiene un valor que oscila alrededor de 13.7%.

Tabla 4.3 Cargas de pandeo experimentales para probetas de aluminio (Radio = 11.0 mm, Espesor 1.0 mm, $t/r = 0.0909$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.736)	A	28570	3957	-	13.85
	B	-	3859	-	13.51
	C	-	-	3865	13.53
	D	-	-	3971	13.90
(K=1.829)	A	27960	2940	-	10.51
	B	-	3873	-	13.85
	C	-	-	3890	13.91
	D	-	-	3850	13.76
(K=1.937)	A	23060	3194	-	13.85
	B	-	3200	-	13.87
	C	-	-	3200	13.87
	D	-	-	3160	13.70
NOTA Los valores de carga crítica teórica se calcularon con E = 120 9 Gpa					

En las tablas 4.3 y 4.4 se presentan los resultados para probetas de tubo de aluminio de dos diámetros diferentes. Nuevamente se observa que el confinamiento no tiene efectos sobre el valor de la carga crítica. Para este material la relación porcentual entre los valores experimentales y los teóricos es prácticamente constante, como puede verse en la última columna.

Capítulo IV. Resultados Experimentales y Conclusiones

Tabla 4.4 Cargas de pandeo experimentales para probetas de aluminio (Radio = 14.1 mm, Espesor 1.0 mm, $t/r = 0.0709$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.627)	A	41040	5760	-	14.03
	B	-	5740	-	13.96
	C	-	-	5750	14.01
	D	-	-	5760	14.03
(K=2.025)	A	28650	4030	-	14.06
	B	-	4050	-	14.13
	C	-	-	4030	14.06
	D	-	-	4040	14.10

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 120\ 9$ Gpa

Este comportamiento del indicador de discrepancia también se observó en las probetas de acero con costura, cuyos resultados se presentan en las tablas siguientes. La relación porcentual parece tener un valor definido para cada material.

Tabla 4.5 Cargas de pandeo experimentales para probetas acero con costura (Radio = 19.55 mm, Espesor 2.7 mm, $t/r = 0.1381$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica Bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.874)	A	287500	14950	-	5.20
	B	-	15200	-	5.28
	C	-	-	14700	5.11
	D	-	-	15260	5.30

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ Gpa

Tabla 4.6 Cargas de pandeo experimentales para probetas acero con costura (Radio = 34.35 mm, Espesor 2.3 mm, $t/r = 0.0669$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica Bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.730)	A	-	14950	-	5.20
	B	-	15200	-	5.28
	C	-	-	14700	5.11
	D	-	-	15260	5.30

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con $E = 200$ Gpa

Capítulo IV. Resultados Experimentales y Conclusiones

Tabla 4.7 Cargas de pandeo experimentales para probetas de acero con costura (Radio = 24.2 mm, Espesor 1.5 mm, $t/r = 0.0619$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.632)	A	108900	5240	-	4.81
	B	-	5270	-	4.83
	C	-	-	5270	4.83
	D	-	-	5300	4.86
(K=1.948)	A	88280	5050	-	5.72
	B	-	5190	-	5.87
	C	-	-	5130	5.81
	D	-	-	5200	5.89

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con E = 200 Gpa

Tabla 4.6 Cargas de pandeo experimentales para probetas acero con costura (Radio = 49.85 mm, Espesor 1.5 mm, $t/r = 0.030$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica Bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.829)	A	100700	10740	-	10.66
	B	-	10190	-	10.12
	C	-	-	10623	10.55
	D	-	-	10291	10.22

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con E = 200 Gpa

Tabla 4.7 Cargas de pandeo experimentales para probetas de acero sin costura (Radio = 16.4 mm, Espesor 0.8 mm, $t/r = 0.0487$)					
Codificación	Probeta	Carga Crítica Teórica (kgf)	Carga Crítica Experimental en aire	Carga Crítica bajo confinamiento	Discrepancia (%)
(K=1.732)	A	31370	8370	-	26.68
	B	-	7990	-	25.47
	C	-	-	7905	25.19
	D	-	-	8200	26.13
(K=2.03)	A	21940	7777	-	35.45
	B	-	7953	-	36.25
	C	-	-	7810	35.59
	D	-	-	7749	35.32

NOTA. Los valores de carga crítica teórica se calcularon con E = 200 Gpa

IV.5. Observaciones

1. El modo de falla de los experimentos coincide con la predicción teórica.
2. El modo de falla no es afectado por el confinamiento.
3. Los valores de carga de pandeo experimental no son afectados notablemente por el confinamiento.
4. En el rango de valores de K considerado, el valor de la carga de pandeo experimental no cambia sensiblemente cuando cambia el valor de K ; en cambio, es prácticamente la misma para cilindros del mismo material y que tengan la misma relación de espesor. Este resultado coincide con las predicciones teóricas.
5. Los valores experimentales de la relación de Poisson son muy similares a los valores típicamente usados en la práctica ($\nu = 0.35$).
6. Los valores de la carga de pandeo experimental discrepan notablemente de los valores teóricos predichos. Aparentemente, la discrepancia depende del tipo de material constitutivo.
7. El radio y el espesor de las probetas objeto de experimentación no se alteró visiblemente en los estados previos a la falla. Esto justifica la aplicación de la teoría lineal geométrica que se utilizó, la cual es válida hasta un instante previo al pandeo. Naturalmente, deberá utilizarse alguna otra teoría para explicar cualquier comportamiento durante el pandeo o posterior al pandeo.

ESTÁ BASADO EN
PRÁCTICA EXPERIMENTAL

IV.6. Módulo Elástico instantáneo

Se sabe que el valor del módulo elástico es afectado por la velocidad de carga y por el nivel de deformación que el material haya sufrido. Esto significa que los resultados de las pruebas de caracterización estándares, como el ensaye de tensión, son aplicables en diseño siempre que las condiciones de servicio sean muy similares a las condiciones en que se

realizaron dichos ensayos. Sin embargo, para fines prácticos se considera que el módulo de elasticidad es una constante y, se utilizan valores convencionales que se obtienen de tablas.

Por otro lado, el producto adimensional $I_r V_p$, que se obtuvo en el capítulo 2 como una forma de presentar la teoría de Flügge, nos permite generar, para el caso de carga axial sin presión externa ni interna, un nomograma (Figura 2.6) en el que la única propiedad importante del material constitutivo es la relación de Poisson. Particularmente, en ausencia de presión, el valor del parámetro V_p es el mismo para cualquier tubo de la misma deformabilidad y no importa el valor del módulo de elasticidad del material.

Si dicho parámetro se calcula a partir de los datos para las diferentes probetas que se reportan en este capítulo, la coincidencia con el valor teórico del parámetro es total. Sin embargo, las cargas experimentales discrepan con las predicciones teóricas. La única explicación posible para dicha discrepancia reside en el valor del módulo elástico.

En virtud de lo anterior, cuatro probetas de cobre cuyas dimensiones (Tabla 4.8) con $K=1.696$, valor que se asocia con el modo de falla $m = n = 1$, se instrumentaron con extensómetros para determinar sus propiedades elásticas y después fueron sometidas a compresión axial. Los diagramas obtenidos se presentaron en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5.

Tabla 4.8 Probetas de cobre instrumentadas para probar la hipótesis del módulo elástico instantáneo.					
Codifi- cación	Longitud (mm)	Radio (mm)	Espesor (mm)	Esbeltez L/r	Deformabilidad $K=\sqrt{[(L/r) \sqrt{(t/r)]}$
1	160.51	14.35	0.95	11.185	1.696
2	160.52	14.35	0.95	11.185	1.696
3	160.50	14.35	0.95	11.185	1.696
4	160.51	14.35	0.95	11.185	1.696

Nota. Las dimensiones de las probetas se diseñaron para "provocar" el modo de falla característico de acuerdo a la teoría presentada. Es decir:

$$m = n = 1$$
y fueron verificadas después de cortar y cear las probetas. El trabajo se realizó utilizando un torno paralelo sencillo.

La carga crítica teórica calculada con los valores experimentales de las constantes elásticas clásicas se contrasta con los valores experimentales en la Tabla 4.9.

Probeta No.	Esbeltez L/r	Carga crítica teórica (E=117 GPa)	Carga crítica Teórica (E=104.82 Gpa)	Carga crítica Experimental	Carga crítica Teórica E=11.44 GPa
1	11.185	326.107 kN	291.63 kN	30.763 kN	31.84 kN
2	11.185			31.381 kN	
3	11.185			30.341 kN	
4	11.185			31.435 kN	

Las cargas experimentales son del orden del 10 % de las predicciones teóricas realizadas con el valor clásico del módulo de Young. En cambio, la carga experimental es del 98.5 % del valor teórico predicho utilizando como módulo de elasticidad el valor de la pendiente del diagrama esfuerzo deformación dos segundos antes de la falla, esto es, el **módulo elástico instantáneo**.

En la Tabla 4.10 aparecen los módulos elásticos instantáneos de los materiales que se utilizaron en este programa de experimentos.

Material	Valor convencional del módulo elástico	Valor experimental del módulo elástico	Valor del módulo elástico instantáneo
Tubería de Cobre	117 GPa	104.8 GPa	11.44 GPa
Tubería de Aluminio	71.7 GPa	120.9 GPa	12.60 GPa
Tubería de Acero con costura	210 GPa	200.0 GPa	11.60 GPa
Tubería de Acero sin costura	210 GPa	200.0 GPa	16.13 GPa

IV.7. Conclusiones y Aportaciones

Al finalizar este trabajo podemos afirmar que:

1. Es interesante comparar el comportamiento bajo carga axial de una columna sólida enterrada y una tubería enterrada. En las columnas enterradas, el valor de la carga crítica aumenta con la compactación del medio circundante. En cambio, en los experimentos descritos, en los que la falla ocurre por arrugamiento de la pared, el valor de la carga crítica es prácticamente el mismo que para cilindros en aire. Esto significa que, bajo carga de compresión axial, la suposición práctica de que el suelo estabiliza al tubo es equivocada.
2. La teoría lineal, en conjunción con el módulo elástico instantáneo, es aplicable en la predicción de la falla por compresión axial en tuberías enterradas.
3. El modo de falla con número unitario de semiondas longitudinal y circunferencial está asociado con valores de K en el rango de 1.69 en adelante. Para un espesor dado, la falla se iniciará siempre con esta forma modal si la carga actúa sobre un cilindro que tenga la longitud mínima necesaria para alcanzar este valor del parámetro de deformabilidad.
4. Al introducir el concepto de módulo elástico instantáneo, este trabajo resuelve el problema de explicar el origen de la discrepancia entre las predicciones de la teoría lineal de cascarones y los resultados experimentales.
5. Los resultados experimentales de este trabajo son una llamada de atención a los diseñadores en relación con el uso de valores estándar de las propiedades elásticas de los materiales. **Es imperativo que las condiciones de servicio sean muy similares si no idénticas a las condiciones en que las dichas constantes elásticas utilizadas en diseño fueron determinadas.**

IV.8. Horizonte de Investigación

Como se mencionó en el capítulo 1, el problema del tubo enterrado que conduce fluido es complejo. Se requiere de una integración de los resultados teóricos y experimentales en materia de mecánica de suelos, mecánica de fluidos y teoría de cascarones para producir un modelo que integre todos los efectos presentes. Más importante todavía es la comprobación empírica de tal modelo.

Frente a este panorama, la contribución de esta tesis es más bien modesta: Hemos comprobado experimentalmente que el efecto del suelo que rodea al tubo no incrementa el valor de la carga de pandeo por compresión axial, lo cual era una suposición basada en la teoría de la viga columna en la que, efectivamente, una

cimentación elástica previene la ocurrencia de movimientos laterales e incrementa en algo el valor de la carga de pandeo. Dicha suposición no es aplicable en el caso de tuberías porque el pandeo de las tuberías se debe a inestabilidad de la pared de la misma.

El paso siguiente podría ser el análisis de compresión axial con carga súbita, como la que puede resultar en caso de incidencia de ondas sísmicas en la dirección del trazado de una línea de conducción. El análisis debe realizarse incluyendo los efectos de inercia que, en ese caso, se vuelven los más importantes.

Después, podría diseñarse un experimento para observar el comportamiento de las tuberías cuando hay propagación de ondas de superficie en el suelo. Este experimento permitiría comprobar algunas de las hipótesis que aparecen en la literatura relacionada.

El trabajo futuro requiere de la integración de los datos de desastre, la modelación teórica y las herramientas de simulación numérica. Sin embargo, nuestro punto de vista personal es que el trabajo empírico es fundamental para lograr aportaciones en este campo del conocimiento.

Por otro lado, a la luz de los resultados obtenidos, se hace necesaria la revisión, y tal vez el desarrollo, de los procedimientos estándar que se utilizan para caracterizar tuberías para conducción de hidrocarburos.

APENDICE A.

Síntesis de la Teoría de Cascarones de Flügge

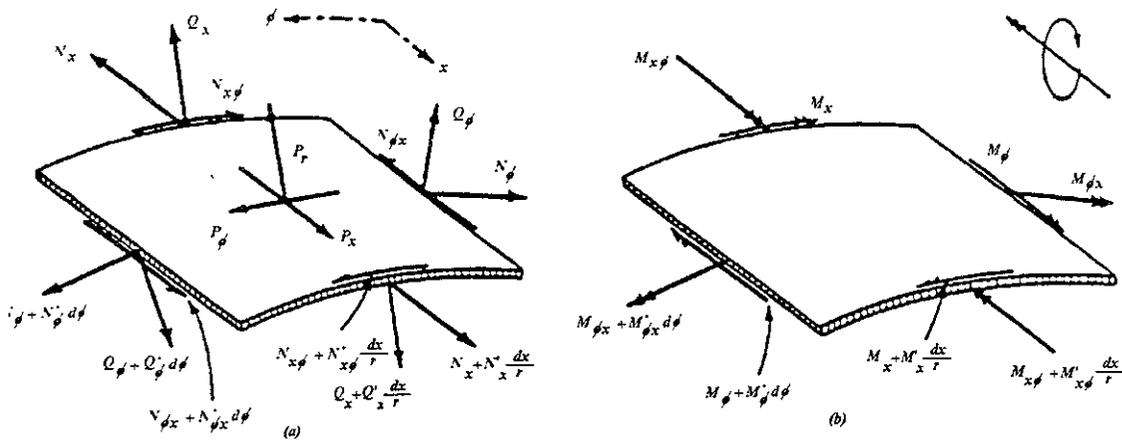


Figura A.1. Elemento diferencial tomado de un cascarón cilíndrico.

La formulación de Flügge empieza con el estudio del equilibrio de un elemento diferencial tomado de un cascarón cilíndrico. Tal elemento aparece en la Figura A1.1. Si se conocen los esfuerzos internos en el elemento, las tracciones de superficie se definen, para un cascarón cilíndrico

$$N_x = \int_{-1/2}^{1/2} \sigma_r \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \quad (\text{A.1})$$

$$N_\phi = \int_{-1/2}^{1/2} \sigma_\phi dz \quad (\text{A.2})$$

$$N_{x\phi} = \int_{-1/2}^{1/2} \tau_{r\phi} \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \quad (\text{A.3})$$

$$N_{\phi z} = \int_{-1/2}^{1/2} \tau_{\phi z} dz \quad (\text{A.4})$$

$$M_x = \int_{-1/2}^{1/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) z dz \quad (\text{A.5})$$

$$M_\phi = - \int_{-1/2}^{1/2} \sigma_\phi z dz \quad (\text{A.6})$$

$$M_{x\phi} = \int_{-1/2}^{1/2} \tau_{x\phi} \left(1 + \frac{z}{a}\right) z dz \quad (\text{A.7})$$

$$M_{\phi x} = - \int_{-1/2}^{1/2} \tau_{\phi x} z dz \quad (\text{A.8})$$

Ahora, analicemos un elemento de cascarón cilíndrico sobre el que actúa una carga local. Nos proponemos determinar los esfuerzos internos debidos a dicha carga. La carga se ha descompuesto según la dirección axial, x ; la circunferencial, ϕ ; y la radial r . Las fuerzas (internas y externas) se representan en la Figura A1.a. Los momentos se representan en la Figura A1.b, para mayor claridad.

Las derivadas direccionales respecto a las coordenadas adimensionales x/a y ϕ :

$$a \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} = (\cdot)', \quad \frac{\partial(\cdot)}{\partial \phi} = (\cdot)^*$$

El equilibrio estático del elemento lleva a seis ecuaciones, de las cuales es fácil eliminar las fuerzas cortantes Q_x y Q_y para obtener las ecuaciones:

$$N_x' + N_{\phi x}^* + p_x a = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$aN_\phi^* + aN_{x\phi}' - M_\phi^* - M_{x\phi}' + p_\phi a^2 = 0 \quad (\text{A.10})$$

$$M_\phi^{**} + M_{x\phi}'^* + M_{\phi x}^{**} + M_x'' + aN_\phi - p_r a^2 = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$aN_{x\phi} - aN_{\phi x} + M_{\phi x} = 0 \quad (\text{A.12})$$

De la inspección de las ecuaciones anteriores vemos que en las mismas hay 8 cantidades desconocidas: el problema es estáticamente indeterminado. Por lo tanto, debe estudiarse la cinemática de la deformación del cascarón y también debe introducirse alguna relación constitutiva.

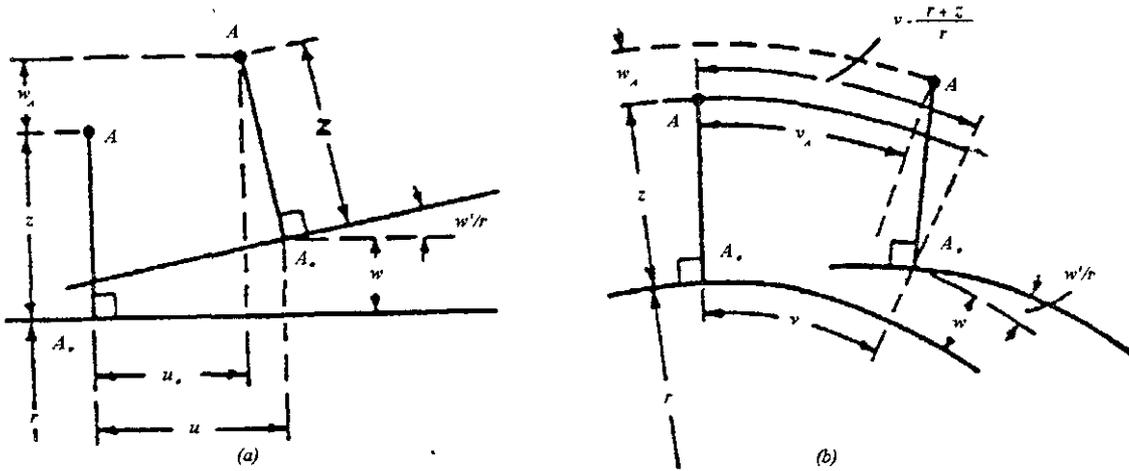


Figura A.2. Desplazamiento de los puntos \$A_0\$ y \$A\$.

Cinemática

Sea \$A\$ un punto arbitrario del cascarón con coordenadas \$x, \phi\$, y \$z\$ con respecto a la superficie media, Figura A1.2. Las funciones de desplazamiento de \$A\$ se denotan:

$u_A(x, \phi, z)$ = desplazamiento en la dirección axial \$x\$

$v_A(x, \phi, z)$ = desplazamiento en la dirección circunferencial \$\phi\$

$w_A(x, \phi, z)$ = desplazamiento en la dirección radial \$z\$

Para determinar el campo de desplazamientos se puede partir de las ecuaciones de la elasticidad tridimensional e investigar cuales términos son poco significativos cuando el espesor del cascarón se hace pequeño comparado con las dimensiones de las superficie media del mismo. Sin embargo, Flügge establece algunas relaciones cinemáticas simples

entre el desplazamiento de $A(x, \phi, z)$ y los de un punto de la superficie media que tiene las mismas coordenadas x y ϕ y se basa en las siguientes hipótesis:

- 1). Que todos los puntos de una línea recta normal a la superficie media no deformada, permanecen sobre la misma recta normal después de la deformación.
- 2). Que para todas las relaciones cinemáticas la distancia z , medida desde la superficie media hasta un punto arbitrario permanece constante durante la deformación pero, sin embargo, el esfuerzo en la dirección z es despreciable comparado con los esfuerzos en las otras dos direcciones.
- 3). Que todos los desplazamientos son pequeños si se comparan con el radio de curvatura de la superficie media y que sus primeras derivadas son pequeñas si se comparan con la unidad.

Las suposiciones 1) y 2) serían exactas si el cascarón se construyera de un material (inexistente) anisotrópico para el que el módulo elástico en la dirección z y el módulo de cortante para las relaciones γ_{xz} y $\gamma_{\phi z}$ son infinitos, mientras que las dos relaciones de Poisson involucradas son nulas. Para un cascarón real, la primera hipótesis significa que las deformaciones angulares debidas a Q_x y a Q_ϕ son despreciables. La segunda significa que, pase lo que pase en la dirección z , el esfuerzo o la deformación, son despreciables. Esta aproximación es buena si el cascarón es delgado.

Las relaciones cinemáticas de Flügge se pueden enunciar teniendo en mente las hipótesis anteriores. En la Figura A2.2a se muestra una sección a lo largo de un generador. En el punto A_0 la normal A_0A tiene la longitud $z < t/2$. Por la hipótesis (1), esta línea gira durante la deformación un ángulo igual al de la pendiente w'/a de la superficie media. Por tanto,

$$u_A = u - \frac{z}{a} w' \quad (\text{A.13})$$

En la Figura A2.2b se muestra una sección transversal al cascarón. El punto A_0 se desplaza v a lo largo de la superficie media. Como la normal A_0A permanece normal a esta superficie, el punto A se desplaza $v(a+z)/a$. La rotación de la normal que es ahora w^*/a , produce un desplazamiento adicional $-zw^*/a$.

Por tanto,

$$v_A = \frac{a+z}{a} v - \frac{z}{a} w^* \quad (\text{A.14})$$

Finalmente, por la segunda hipótesis, la longitud A_0A no cambia. Por tanto, la diferencia de los desplazamientos normales w y w_A se debe únicamente a las rotaciones w'/a y w^*/a y es proporcional a $l\text{-cos}$ de dichas rotaciones. Por la tercera suposición, esta es despreciable y se tiene:

$$w_A = w \quad (\text{A.15})$$

Obtenidas las funciones de desplazamiento, lo que procede es encontrar las deformaciones unitarias ε_x , ε_ϕ , $\gamma_{x\phi}$ que describen el estado de deformaciones en un punto de la superficie cilíndrica que pasa por el punto A :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_A}{\partial x} = \frac{u'}{a} \quad (\text{A.16})$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{a+z} \left(\frac{\partial v_A}{\partial \phi} + w_A \right) = \frac{v_A^* + w_a}{a+z} \quad (\text{A.17})$$

$$\gamma_{x\phi} = \frac{\partial v_A}{\partial x} + \frac{1}{a+z} \frac{\partial u_A}{\partial \phi} = \frac{v_A'}{a} + \frac{u_A^*}{a+z} \quad (\text{A.18})$$

Y sustituyendo las expresiones 2.4-2.16 resulta:

$$\varepsilon_x = \frac{u'}{a} - z \frac{w''}{a^2} \quad (\text{A.19})$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{v^*}{a} - \frac{z}{a} \frac{w^{**}}{a+z} + \frac{w}{a+z} \quad (\text{A.20})$$

$$\gamma_{x\phi} = \frac{u^*}{a+z} + \frac{a+z}{a^2} v' - \frac{w'^*}{a} \left(\frac{z}{a} + \frac{z}{a+z} \right) \quad (\text{A.21})$$

Relación constitutiva

De acuerdo a la ley de Hooke es posible escribir:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_\phi) \quad (\text{A.22})$$

$$\sigma_\phi = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\phi + \nu\varepsilon_x) \quad (\text{A.23})$$

$$\tau_{x\phi} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{x\phi} \quad (\text{A.24})$$

Al sustituir en las expresiones 2.20-2.22 las 2.23-2.25, se obtienen los esfuerzos en A en función de los desplazamientos del punto A_0 de la superficie media y sus derivadas. El último paso es introducir estos resultados en las definiciones de las tracciones de superficie (Ecuaciones 2.2-2.9). De esta manera, para N_x resulta:

$$N_x = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-t/2}^{t/2} (\varepsilon_x + \nu\varepsilon_\phi) \frac{a+z}{a} dz = \frac{E}{a(1-\nu^2)} \left[u' + \nu w'' + \nu w \right] t - w'' \frac{t^3}{12a^2}$$

En este paso, Flügge define la rigidez extensional como:

$$D = \frac{Et}{(1-\nu^2)} \quad (\text{A.25})$$

Y la rigidez flexural como:

$$K_e = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{A.26})$$

Las demás integrales pueden resolverse de manera análoga, con algún artificio como el siguiente, que se utiliza para determinar la otra fuerza normal:

$$N_\phi = \frac{E}{1-\nu^2} \int_{-t/2}^{t/2} (\varepsilon_\phi + \nu\varepsilon_x) dz$$

$$N_\phi = \frac{E}{a(1-\nu^2)} \left[(\nu'' + \nu u') t - w'' (t - a \ln \frac{2a+t}{2a-t}) + a w \ln \frac{2a+t}{2a-t} \right]$$

Expandiendo los logaritmos en potencias de t/a y despreciando los términos a partir de la quinta potencia, se obtiene:

$$N_{\phi} = \frac{E}{a(1-\nu^2)} \left[(\nu^{\circ} + w + \nu u')t + (w^{\circ\circ} + w) \frac{t^3}{12a^2} \right]$$

Procediendo de manera similar con las otras definiciones, el resultado final es lo que Flügge llama la ley elástica del cascarón cilíndrico:

$$N_{\phi}^{\circ} = \frac{D}{a} (\nu^{\circ} + w + \nu u') + \frac{K_e}{a^3} (w + w^{\circ\circ}) \quad (\text{A.27})$$

$$N_x = \frac{D}{a} (u' + w^{\circ} + \nu w) - \frac{K_e}{a^3} w'' \quad (\text{A.28})$$

$$N_{\phi x} = \frac{D}{a} \frac{1-\nu}{a} (u^{\circ} + \nu') + \frac{K_e}{a^3} \frac{1-2\nu}{2} (u^{\circ} + w'^{\circ}) \quad (\text{A.29})$$

$$N_{x\phi} = \frac{D}{a} \frac{1-\nu}{2} (u^{\circ} + \nu') + \frac{K_e}{a^3} \frac{1-\nu}{2} (\nu' - w'^{\circ}) \quad (\text{A.30})$$

$$M_{\phi} = \frac{K_e}{a^2} (w + w^{\circ\circ} + \nu w'') \quad (\text{A.31})$$

$$M_x = \frac{K_e}{a^2} (w'' + \nu w^{\circ\circ} - u' - \nu \nu^{\circ}) \quad (\text{A.32})$$

$$M_{\phi x} = \frac{K_e}{a^2} (1-\nu)(w'^{\circ} + \frac{1}{2}u^{\circ} - \frac{1}{2}\nu') \quad (\text{A.33})$$

$$M_{x\phi} = \frac{K_e}{a^2} (1-\nu)(w'^{\circ} - \nu') \quad (\text{A.34})$$

Estabilidad

De los dos métodos estándar de la teoría de estabilidad elástica, Flügge elige el **método del equilibrio adyacente** para estudiar la estabilidad de un cascarón cilíndrico circular.

Como carga básica, se utilizan tres cargas simples: una presión normal a la pared, p ; una fuerza de compresión axial por unidad de longitud P , y un momento torsionante, T , cuya orientación coincide con la del eje del cilindro. Estas fuerzas inducen el estado de esfuerzos básico inicial, que se distinguirá en la notación con el subíndice I .

La presión radial es $p_r = -p$

El esfuerzo de zuncho debido a la presión es

$$N_{\phi I} = -pa \quad (\text{A.35})$$

La carga axial produce

$$N_{xI} = -P \quad (\text{A.36})$$

El momento de torsión produce a su vez:

$$N_{x\phi I} = N_{\phi x I} = -T \quad (\text{A.37})$$

La perturbación, descrita por las funciones de desplazamiento U , V y W , provocan esfuerzos resultantes adicionales, que deben superponerse a los del estado inicial, de donde el estado de esfuerzos, de acuerdo a la ley elástica, resulta:

$$\hat{N}_\phi = N_{\phi I} + N_\phi = -pa + N_\phi \quad (\text{A.38})$$

$$\hat{N}_x = N_{xI} + N_x = -P + N_x \quad (\text{A.39})$$

$$\hat{N}_{x\phi} = N_{\phi I} + N_{x\phi} = -T + N_{x\phi} \quad (\text{A.40})$$

$$\hat{N}_{\phi x} = N_{\phi x I} + N_{\phi x} = -T + N_{\phi x} \quad (\text{A.41})$$

Estas cantidades son fuerzas por unidad de longitud de ciertos elementos línea. Para resolver la cuestión de cual sistema de referencia debe elegirse (el deformado o el no deformado), Flügge propone un sistema de coordenadas oblicuas y demuestra que al hacerlo, se evita violar la ley de conservación de la energía. Después de esas consideraciones (que son distintivas de la Teoría de Flügge) las ecuaciones de equilibrio neutro son, después de alguna manipulación:

$$aN'_x + aN'_{\phi x} - pa(u'' - w') - Pu'' - 2Tu'' = 0$$

$$aN'_\phi + aN'_{x\phi} - M'_\phi - M'_{x\phi} - pa(v'' - w') - Pv'' - 2T(v'' + w') = 0$$

$$M''_\phi + M''_{x\phi} + M''_{\phi x} + M''_x + aN_\phi + pa(u' - v' + w'') - Pw'' - 2T(v' + w'') = 0$$

La sustitución en estas tres últimas expresiones de la ley elástica del cilindro (expresiones de la A.27 a la A.34) introduce las rigideces extensional y flexural de las expresiones A.25 y A.26. Flügge divide todo por D e introduce las siguientes definiciones:

$$k = \frac{t^2}{12a^2} \tag{A.42}$$

$$q_1 = \frac{pa}{D} \tag{A.43}$$

$$q_2 = \frac{P}{D} \tag{A.44}$$

$$q_3 = \frac{T}{D} \tag{A.45}$$

Las ecuaciones diferenciales para el problema de pandeo quedan en la siguiente forma:

$$u'' + \frac{1-\nu}{2}u'' + \frac{1+\nu}{2}v'' + \nu w + k\left(\frac{1-\nu}{2}u'' - w'' + \frac{1-\nu}{2}w''\right) - q_1(u'' - w') - q_2u'' - 2q_3u'' = 0$$

$$\frac{1+\nu}{2}u'' + v'' + \frac{1-\nu}{2}v'' + w'' + k\left(\frac{3}{2}(1-\nu)v'' - \frac{3-\nu}{2}w''\right) - q_1(v'' + w'')$$

$$- q_2v'' - 2q_3(v'' + w'') = 0$$

$$\nu u' + v' + w + k\left(\frac{(1-\nu)}{2}u''' - u''' - \frac{3-\nu}{2}v''' + w'''' + 2w'''' + 2w'''' + 2w'' + w\right) +$$

$$+ q_1(u' - v' + w'') + q_2w'' - 2q_3(v' - w'') = 0$$

Estas ecuaciones describen el pandeo de un cascarón cilíndrico bajo la condición de carga homogénea más general. Los parámetros adimensionales de las expresiones A.41 a A.45 son cantidades pequeñas. Los tres parámetros de carga q son aproximadamente las deformaciones unitarias causadas por las cargas básicas correspondientes.

Para resolver el problema se proponen funciones de desplazamiento de la forma:

$$u = A \cos m\phi \cos \frac{\lambda x}{a} \quad (\text{A.46})$$

$$v = B \sin m\phi \sin \frac{\lambda x}{a} \quad (\text{A.47})$$

$$w = C \cos m\phi \sin \frac{\lambda x}{a} \quad (\text{A.48})$$

Donde

$$\lambda = \frac{n\pi a}{L} \quad (\text{A.49})$$

m y n son los números de ondas circunferenciales y longitudinales, respectivamente.

Introduciendo estas funciones en las ecuaciones de pandeo y si se considera sólo la acción simultánea de una presión normal a la pared, p , y una carga axial, P ; la condición de pandeo es la anulación del determinante de la matriz:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.50})$$

BIBLIOGRAFIA

- 2000 LANCASTER, E.R., Calladine, C.R., S.C. Palmer, "Paradoxical behavior of a thin cylindrical shell under axial compression", *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 42, pp. 843-865, 2000.
- 1999 TORRES C., "Aplicación del análisis de vibraciones para la reducción de ruido en frenos", Tesis de Maestría presentada a la DEPMI-UNAM, 1999.
- 1999 BETTIN, I. "On the Analysis of Vertical Circular Cylindrical Tanks Under Earthquake Excitation at its Base", Thesis developed at the UNAM, supervised by Profr. J.L. Urrutia Galicia, and presented to the University of the Federal Armed Forces of Munich, 1999.
- 1998 URRUTIA, J.L., Rothert, H., "Stability analysis of Axially Compressed Circular Cylindrical Shells", *CSME Transactions*, September 1998.
- 1995 VALID, R., "The Nonlinear Theory of Shells Trough Variational Principles", p. 147, John Wiley and Sons Ltd., Baffins Lane, Chichester, 1995.
- 1993 EUROCODE 6.4: "Stress and strain verification for pipelines". 2nd Draft. December, 1993.
- 1991 ARBOCZ, J., Hol, M., "Collapse of Axially Compressed Cylindrical Shells with Random Imperfections", *AIAA Journal*, 29, December, 1991.
- 1991 SOUZA, M.A., "A new technique for the prediction of buckling loads from non-destructive vibration tests", *Experimental Mechanics*, v.31, pp. 93-97, 1991.
- 1991 URRUTIA, JL Arango, JL, "On the Fundamental Frequencies and Modes of Free Vibration of Cylindrical Shells", *Transactions of CSME*, v.15, n. 2, pp.147-159, 1991.
- 1990 PLAUT, R.H., and Virgin, L.N., "Use of frequency data to predict buckling," *Journal of Engineering Mechanics*, v.116, pp. 2330-2335, 1990.
- 1990 FU-LU, M., Xiaoming, Y. "Vibration of Fluid-Filled Pipeline Buried in Soil", *Transactions of the ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 112, November 1990.
- 1990 MISHRA, B.K., Uphaday, P.C., "Dynamic Response of Buried Pipelines- An Elasticity Solution". *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 112, August, 1990.
- 1990 O'ROURKE, M., Ayala, G. "Seismic Damage to Pipeline: Case Study", *ASCE Journal of Transportation Engineering*, 116, March/April 1990.

Bibliografía

- 1989 URRUTIA, J.L., "On the Fundamental Frequencies of thin simply supported cylindrical shells", Transactions of CSME, v.13. (Winner of the Duggan Medal for the Best Paper in the CSME Transactions). 1989.
- 1988 ZERVA, Ang, A.H., y Wen, Y.K. "Lifeline Response to Spatially Variable Ground Motions", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v.16, 361-379, 1988.
- 1988 O'ROURKE, M., El-Hmadhi, K., "Analysis of Continuous Buried Pipelines for Seismic Wave Effects", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 16, 1988.
- 1987 MISHRA, B.K., Uphaday, P.C: "On the Dynamic Response of Buried Pipelines", ASME Journal of Sound and Vibration, 117, 1987.
- 1984 ASCE, "Guidelines for the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems." Comitee on Gas and Liquid Fuel Lifelines. New York,.
- 1983 MILLER, C.D., (1983)"Research Related to Buckling of Nuclear Containment," 7th Int. Conf. Struct. Mech. Reactor Technology, Chicago, 1983
- 1983 SINGER, J., "Vibration and Buckling of imperfect stiffened shells," AIAA Journal, v.17, pp.762-769,1983.
- 1983 FU-LU, M., "Earthquake Response of Fluid-Filled Pipeline Buried in Soil", Earthquake Behaviour, Safety of Oil and Gas Storage Facilities, Buried Pipelines and Equipment, PVP,v.77, ASME, 1983.
- 1982 DATTA, S., Shah, A., El-Akili, N., "Dynamic Behavior of Buried Pipe in a Seismic Environment", ASME Journal of Applied Mechanics, 49, March, 1982.
- 1982 DATTA, T.K., Mashaly, E.A, "Pipeline Response to Random Ground Motion by Discrete Model"
- 1981 UGURAL, A.C.; Fenster, S.K. "Advanced Strength and Applied Elasticity", Elsevier North Holland, Inc. N.Y. 1985, p. 235.
- 1981 ARIMAN, T., Muleski, G., "A Review of the Response of Buried Pipelines Under Seismic Excitations", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 9, 1981.
- 1981 CHONAN, S., "Dynamic Response of a Cylindrical Shell Imperfectly Bounded to a Surrounding Continuum of Infinite Extent", ASME Journal of Sound ad Vibration, 78, 1981.
- 1980 SOBEL, L.H., Newman, S.Z. "Plastic Buckling of cilindrical shells under axial compression, Transactions of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology v. 102, pp, 40-44,1980.
- 1980 O'ROURKE, M., Castro, G. y Centola, "Effects of Seismic Wave Propagation Upon Buried Pipelines", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v.8, pp. 455-467, 1980.
- 1979 SINGER, J., Abramovich, H., "Vibration Techniques for Defintion of Practical Boundary Conditions in Stiffened shells," AIAA Journal, v.17, 1979.
- 1979 Hindy, A., Novak. "Earthquake response of underground pipelines. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v. 7, pp. 451-476, 1979.
- 1979 WANG, L., Chen, K., "Seismic Response behavior of buried pipelines", ASME Journal of Pressure Vessels Technology,101,1979.
- 1979 MULESKI, G., Ariman, T., Aumen, C. "A shell model of a buried pipe in a seismic environment". ASME Journal of Pressure Vessel Technology. 101, 1979.

Bibliografía

- 1979 CHEN, C., Ariman, T. y Katona, M., "A finite element analysis of buried pipelines under seismic excitations", *Lifeline Earthquake Engineering Buried Pipelines, Seismic Risk, and Instrumentation*, Edited by T. Ariman, S.C. Liu and R.E. Nickell, PVP-43, ASME, 133, 1979.
- 1978 WANG, L.R., "Vibration Frequencies of Buried Pipelines", *Journal of the Technical Council of ASCE, TCI*, November, 1978
- 1977 BLEVINS, Robert D., "Flow Induced Vibration", Van Nostrand Reinhold Company, San Francisco, 1977.
- 1975 KATAYAMA, T., Kubo, K., Sato, N., "Earthquake damage to water and gas distribution systems", *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, 396, EERI, Oakland, California, 1975.
- 1975 BRUSH, D.O., Almroth, B.O., "Buckling of Bars, Plates and Shells", McGraw-Hill, New York, 1975.
- 1975 NEWMARK, N., Hall, W. "Pipeline Design to Resist Large Fault Displacement", *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering*, 416, EERI, Oakland, California, 1975.
- 1973 FLÜGGE, W., "Stresses in Shells", Springer-Verlag, 2nd Ed. 1973, pp. 484-485.
- 1971 CHENEY, J.A., "Buckling of Soil Surrounded Tubes", *Proceedings of the ASCE, j. of the Engineering Mechanics Division, EM 4*, pp. 1121-1131, 1971.
- 1970 HUTCHINSON, J.W., Koiter, W.T., *Post-buckling Theory*, Applied Mechanics Review, 1970.
- 1969 SAKURAI, A., Takahashi, T., "Dynamic Stresses of underground pipelines during earthquakes". *Proc. 4th World Conference on Earthquake Engineering*, 81, Santiago, Chile, 1969.
- 1967 Bolotin, V.V., "The equations of the theory of stability of thin elastic shells", *Mekhanika Tverdogo Tela*, v.2. n.4, p. 117-123, 1967.
- 1966 HOFF, N.J., "The perplexing behavior of Thin Cylindrical Shells in Axial Compression", *Israel J. Tech.* 4, No.1. 1966.
- 1966 LUSCHER, U., "Buckling of Soil Surrounded Tubes", *Proceedings of the ASCE, J. of the Soil Mechanics and Foundations Division. SM 6*, pp.211-228, 1966.
- 1966 Humphreys, J.S. "A Note on the Adequacy of Energy Criteria for Dynamic Buckling of Arches," *AIAA Journal*, v. 4, No. 5, , pp. 921-923. 1966.
- 1965 BATTERMANN, S.Z. (1965), "Plastic Buckling of Axially Compressed Cylindrical Shells", *AIAA Journal*, v. 3, No. 2. 1965.
- 1965 SHILLING, C., "Buckling Strength of Circular Tubes", *ASCE Journal of Structures Division*, 91, 1965.
- 1957 NASH, W.A., "Buckling of Initially Imperfect Shells Subject to Torsion," *J. Appl. Mechanics*, v. 24, No.1, 1957.
- 1957 HERRMANN, G.H., Mirsky, I., "Three-dimensional and Shell Theory Analysis of Axially Symmetric Motion Cylinders". *Journal of the Acoustical Society of America*, v. 29, pp. 1116-1123, 1957.
- 1956 GERARD, G. "Compressive and Torsional Buckling of thin-wall Cylinders Subjected in Yield Region," *NACA Tech. Note 3726*. 1956.
- 1956 HERRMAN, G., Mirsky, I., "Three-dimensional and Shell Theory Analysis of Axially Symmetric Motions of Cylinders," *ASME Journal of Applied Mechanics*, 23, 1956.

Bibliografía

- 1950 DONNEL, L.H., y Wan, C.C "Effect of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders and Columns under Axial Compression," J. App. Mech., v.17, No. 1. 1950.
- 1947 BATDORF, S.B., Schildcrout, M., and Stein, M., "Critical Stresses of Thin-walled Cylinders in Axial Compression," NACA Tech. Note, 1343 (1947).
- 1941 VON KARMAN, T., y Tsien, H.S. (1941), "The buckling of Thin Cylindrical Shells under axial Compression," J. Aeronaut. Sci., v. 8, No.8. 1941.
- 1934 DONNEL, L.H., "A New Theory for the Buckling of Thin Cylinders under Axial Compression and Bending," Trans. ASME, v.56 (1934).
- 1933 SCHORER, H, "Design of Large Pipelines", Transactions of ASCE, p.101, 1933.
- 1932 FLÜGGE, W., (1932), "Die Stabilität Der Kreisxylinderschale," Ingen. Arch., v.3. citado por Flügge, W., "Stresses in Shells," Springer-Verlag, 2nd. Ed., 1973.
- 1914 SOUTHWELL, R.V. "Philosophical Transactions", Royal Society, London, Series A, v.213, p.187. Citado en "ASCE Guidelines for the Seismic Design of Oil and Gas Pipelines Systems", American Society of Civils Engineers, 1984.
- 1910 TIMOSHENKO, S. "Einige Stabilitäts-Probleme der Elastizitätts-Theorie," Z. Math. Phys., v. 58, No. 4. (1910)
- 1908 LORENZ, R., "Achsensymmetrische Verzerrungen im dünnwandigen Hohlzylinder," Z. Ver. Dsch. Ing., v. 52, No. 43. (1908)