



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
DIRECCIÓN GENERAL DE ESTUDIOS DE POSGRADO

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA

1
10

ESTUDIO TEÓRICO EXPERIMENTAL DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA PLACA ABSORBEDORA DEL CALORÍMETRO QUE ACTÚA COMO RECEPTOR DEL DEFRAC (DISPOSITIVO PARA EL ESTUDIO DE FLUJOS RADIATIVOS CONCENTRADOS)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN ENERGÍA SOLAR
(OPCIÓN FOTOTÉRMICA)
P R E S E N T A:

ING. ROBERTO ACOSTA OLEA

DIRECTOR DE TESIS:
DR. CLAUDIO A. ESTRADA GASCA

2892300

FEBRERO 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicatoria

Dedico este trabajo:

A la memoria de mi padre Raúl

A la persona que más admiro y quiero: mi madre Violeta, porque siempre ha estado dispuesta a apoyarme con esto de la energía solar y porque ha sido un ejemplo de entrega y dedicación.

A mi adorada abuela Marina, gracias por todo tu apoyo moral y económico.

A todos mis hermanos y sobrinos, que juntos somos una gran familia.

A mis tíos Jesúst y Socorro por todo su apoyo y cariño durante mi estancia en Cuernavaca.

A MaryCarmen por ser parte importante de mi vida.

Agradecimientos

Especialmente quiero agradecer al Dr. Claudio A. Estrada, persona que admiro y respeto; por dirigir esta tesis, por toda su confianza, enseñanza, apoyo y amistad.

A los miembros del jurado revisor: Dr. Jaime Cervantes de Gortari, Dr. Roberto Best B., Dr. Ruben Dorantes R., y Dr. Sergio Cuevas G. Por la revisión del trabajo y sus comentarios del mismo, los cuales fueron de mucha utilidad. Especialmente al Dr. Sergio Cuevas por sus acertadas correcciones y sugerencias para enriquecer la tesis.

Al Centro de Investigación en Energía de la UNAM por brindarme el uso de sus instalaciones para el desarrollo de mi tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt) por la beca académica otorgada durante mis estudios de la maestría.

Al Ing. Israel Pérez por su valiosa ayuda durante la realización de los experimentos con el DEFRAC.

Al Ing. Juan Vázquez, persona que aprecio, que más que ser un amigo es un hermano.

A la Ing. Magdalena Morales y al M.I. Manuel Palacios por su sincera y valiosa amistad.

A mis amigos del posgrado: MES Luis Gerardo Arriaga, MES Tatiana Romero, MES Oscar Jaramillo, MES Ramón Tovar, MES Alma Delia Cota, MES Eduardo Hernández y a la M.I. María de Jesús Fontanelli, por todos los buenos ratos.

A Joy Mortgensten por aceptarme como su estudiante asistente en su investigación doctoral realizada en el mágico sureste mexicano.

RESUMEN

En el Centro de Investigación en Energía (CIE) de la UNAM se construyó un dispositivo concentrador de foco puntual [Estrada et. al., 1995] denominado DEFRAC (Dispositivo para el Estudio de Flujos Radiativos Concentrados) con el fin de estudiar este tipo de tecnologías y sus aplicaciones. El DEFRAC es un dispositivo de concentración solar de foco puntual con 18 facetas especulares (espejos), montadas sobre una estructura con dos grados de libertad (montura ecuatorial) que permite el seguimiento aparente del sol.

Se han realizado las caracterizaciones dinámica y óptica [Grajeda, 1997; Quiñones et. al., 1997] así como la térmica [Cruz et. al., 1997] del DEFRAC. En esta última, se determinó la potencia concentrada por el DEFRAC usando la técnica de calorimetría de agua fría; este método consiste en la medición experimental del calor que se absorbe en el receptor del sistema. Para ello se realiza un balance de energía sobre la superficie receptora del calorímetro, donde se toma en cuenta la energía solar absorbida por la placa, la energía transferida al fluido térmico y la energía perdida por convección y radiación hacia el medio ambiente. Estas últimas pérdidas se desprecian debido a que se considera que la temperatura de la placa está próxima a la del ambiente y a la temperatura del cielo¹ que también es próxima a la del ambiente. La temperatura de la placa receptora del calorímetro se puede controlar variando el caudal del fluido térmico que entra al calorímetro. La aplicación del método calorimétrico implica conocer las propiedades termofísicas y ópticas del sistema concentrador.

En este trabajo se presenta la evaluación teórica y experimental del comportamiento térmico de la placa receptora del calorímetro del DEFRAC con el fin de conocer las condiciones reales de operación de la placa. El estudio teórico comprende un modelo de conducción de calor bidimensional en estado transitorio con condiciones de frontera convectivas y radiativas. El estudio experimental permite validar el modelo matemático y comparar los resultados a diferentes condiciones de operación; esto implica el diseño de los experimentos, instrumentación de la placa receptora y de todo el sistema empleado, así como también la adquisición y procesamiento de datos. Cuando los resultados experimentales se compararon con los resultados del modelo teórico, se obtuvieron errores no mayores a 5 % para la región estacionaria.

La tesis consta de cinco capítulos. En el primer capítulo se presenta una introducción en la que se describe la importancia del Sol como una fuente de energía renovable, se da una explicación en forma general de los diferentes sistemas de concentración solar existentes para la generación de potencia; adicionalmente se presenta una breve descripción del DEFRAC y el calorímetro que actúa como receptor del mismo y por último se menciona la técnica de calorimetría de agua fría. En el segundo capítulo se describe el modelo teórico de difusión de calor que predice la distribución de temperaturas en la placa receptora del calorímetro, se presentan las condiciones de frontera y la técnica numérica de solución. En el tercer capítulo se

¹ Ver J. A. Duffie y W. A. Beckman, 1991, [pp 157-158].

describe la instrumentación y el diseño experimental para las mediciones en el calorímetro. El cuarto capítulo presenta un análisis de los resultados teóricos, así como de los experimentales obtenidos con el elemento calefactor y el DEFAC; se comparan los resultados experimentales y los teóricos y por último se realiza una comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente por Cruz Sesma [1997] y los resultados obtenidos experimentalmente en este trabajo. Finalmente, en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y recomendaciones del presente trabajo de investigación.

TABLA DE CONTENIDO

	Página
Lista de figuras	i
Lista de tablas	v
Nomenclatura	vi
1. INTRODUCCIÓN	
1.1 Energía solar	1
1.2 Sistemas de concentración solar	3
1.3 Descripción del DEFRAC	6
1.4 Descripción del calorímetro	9
1.5 Calorimetría de agua fría	12
1.6 Objetivo	13
2. MODELO TEÓRICO	
2.1 Problema físico	14
2.2 Modelo matemático	14
2.3 Solución numérica	18
2.4 Criterio de estabilidad	29
2.5 Algoritmo de solución	30
3. DISEÑO EXPERIMENTAL E INSTRUMENTACIÓN	
3.1 Montaje experimental e instrumentación	31
3.2 Elementos calefactores	35
3.3 Experimento con el elemento calefactor	37
3.4 Experimento con el DEFRAC	40
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.	
4.1 Resultados teóricos	44
4.2 Resultados experimentales obtenidos con el elemento calefactor	49
4.3 Resultados experimentales obtenidos con el DEFRAC	53
4.4 Comparación entre resultados experimentales y teóricos	66
4.5 Comparación entre resultados de Cruz Sesma [1997] y los obtenidos con el DEFRAC	71
4.6 Cálculo de la temperatura promedio de la placa receptora	73
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	81

Bibliografía General	83
APÉNDICE A Propiedades termofísicas de los materiales utilizados en esta tesis	86
APÉNDICE B Programa de cómputo (codificado en Fortran 77)	87
APÉNDICE C Cálculo del coeficiente de transferencia de calor convectivo interior (h_i)	96

LISTA DE FIGURAS

	Descripción	Página
Figura 1.1	Sistema concentrador de foco lineal (Planta termosolar en Kramer Junction, California, U.S.A.)	4
Figura 1.2	Sistema concentrador de receptor central (Planta termosolar de 10 MWe en Barstow, California, U.S.A.)	4
Figura 1.3	Sistema concentrador de foco puntual, de múltiples espejos (Golden, Colorado, U.S.A.)	5
Figura 1.4	Dispositivo para el estudio de flujos radiativos concentrados (DEFAC)	6
Figura 1.5	Fotografía del DEFAC (plataforma solar del CIE-UNAM)	7
Figura 1.6	Fotografía de la distribución de los grupos de espejos (A, B, y C) en el marco hexagonal del DEFAC	8
Figura 1.7	Fotografías del DEFAC	8
Figura 1.8	Distribución radial del flujo en el interior del calorímetro	10
Figura 1.9	Corte transversal del calorímetro	10
Figura 1.10	Fotografía del cuerpo principal del calorímetro	11
Figura 1.11	Fotografía del distribuidor de flujo	11
Figura 1.12	Fotografía de la placa receptora	12
Figura 2.1	Esquema del problema físico	14
Figura 2.2	Corte transversal de la placa receptora mostrando las condiciones de frontera, los ejes coordenados y el dominio de integración de la ecuación (2.2)	15
Figura 2.3	Red nodal de la placa receptora	18
Figura 2.4	Dominio de integración discretizado, se muestra la malla de la red nodal y los nodos frontera	19

Figura 2.5 Malla de la red nodal, en donde se muestra la ubicación de los nodos de las ecuaciones obtenidas	27
Figura 3.1 Distribución de los termopares sobre la placa receptora	32
Figura 3.2 Fotografía de la distribución de los termopares sobre la placa receptora	32
Figura 3.3 Fotografía de la tarjeta PCL-812 (derecha) y la tarjeta PCLD-789	33
Figura 3.4 Fotografía de la pantalla de la PC mostrando el diseño de conexiones con termopares en el programa GENIE	34
Figura 3.5 Fotografía del Pirheliómetro utilizado	35
Figura 3.6 Fotografía del elemento calefactor	36
Figura 3.7 Elemento calefactor montado sobre la caja aislante	36
Figura 3.8 Detalle del dispositivo calefactor en la placa receptora	37
Figura 3.9 Esquema general del arreglo experimental e instrumentación para las mediciones con el calorímetro en laboratorio	38
Figura 3.10 Fotografía del arreglo experimental del calorímetro en el Laboratorio	38
Figura 3.11 Fotografía del calorímetro montado en el DEFRAC	40
Figura 3.12 Esquema general del arreglo experimental e instrumentación para las mediciones con el calorímetro en el DEFRAC	42
Figura 3.13 Vista del arreglo experimental, destacándose el tanque de alimentación, las mangueras y la bomba	42
Figura 3.14 Otra vista del arreglo experimental, mostrándose en primer plano el "raquet" donde se aloja el sistema de adquisición de datos	43
Figura 4.1 Gráfica del comportamiento de la temperatura de la placa en seis puntos del eje vertical z ($z=0$, $z=1/2 z_0$ y $z=z_0$), para $r=0$ y $r=r_0$	45
Figura 4.2 Gráfica del comportamiento de la temperatura en $z=0$, para $0 \leq r \leq r_0$	46
Figura 4.3 Gráfica del comportamiento de la temperatura en $z=z_0$, para $0 \leq r \leq r_0$	46

Figura 4.4 Gráfica del comportamiento de la temperatura con respecto a r para distintas z	47
Figura 4.5 Gráfica del comportamiento de la temperatura en $z=0$, para $0 \leq r \leq r_0$, para diferente número de espejos	48
Figura 4.6 Resultados obtenidos del experimento 1	50
Figura 4.7 Resultados obtenidos del experimento 2	50
Figura 4.8 Resultados obtenidos del experimento 3	51
Figura 4.9 Resultados obtenidos del experimento 4	51
Figura 4.10 Resultados obtenidos del experimento 1	54
Figura 4.11 Resultados obtenidos del experimento 2	55
Figura 4.12 Resultados obtenidos del experimento 3	55
Figura 4.13 Resultados obtenidos del experimento 4	56
Figura 4.14 Resultados obtenidos del experimento 5	56
Figura 4.15 Resultados obtenidos del experimento 6	57
Figura 4.16 Resultados obtenidos del experimento 7	59
Figura 4.17 Resultados obtenidos del experimento 8	59
Figura 4.18 Resultados obtenidos del experimento 9	60
Figura 4.19 Resultados obtenidos del experimento 10	62
Figura 4.20 Resultados obtenidos del experimento 11	62
Figura 4.21 Resultados obtenidos del experimento 12	63
Figura 4.22 Resultados obtenidos del experimento 13	63
Figura 4.23 Resultados obtenidos del experimento 14	64
Figura 4.24 Fotografía del calorímetro donde se muestra la imagen solar concentrada formada al centro de la placa receptora	65

Figura 4.25 Representación esquemática de la posición de los nodos sobre la placa receptora del calorímetro	66
Figura 4.26 Comparación entre resultados experimentales (experimento 7 del DEFRAC) y resultados del modelo teórico	67
Figura 4.27 Comparación entre resultados experimentales (experimento 8 del DEFRAC) y resultados del modelo teórico	67
Figura 4.28 Comparación entre resultados experimentales (experimento 9 del DEFRAC) y resultados del modelo teórico	68
Figura 4.29 Gráfica de resultados teóricos de temperatura a lo largo del eje z	70
Figura 4.30 Gráfica de resultados teóricos de temperatura en toda la placa, a partir de datos del experimento 7	70
Figura 4.31 Resultados experimentales con seis espejos, grupo A (página 50, Cruz Sesma, 1997)	72
Figura 4.32 Resultados del experimento 7 con el DEFRAC, con seis espejos (Grupo A)	72
Figura 4.33 Placa receptora con los flujos de calor involucrados en el proceso.	73
Figura 4.34 Esquema del diferencial de volumen de la placa receptora.	74
Figura 4.35 Nodos de la malla de la placa receptora.	75
Figura 4.36 Vistas de corte transversal y superior de los nodos en la placa.	77
Figura 4.37 Gráfica de resultados teóricos de temperatura en toda la placa, suponiendo placa de cobre.	80

LISTA DE TABLAS

Descripción	Página
Tabla 3.1 Posiciones de los termopares (distancias desde el centro de la placa, con separación de ángulos de 45 °)	33
Tabla 4.1 Valores de los parámetros utilizados en el cálculo numérico	44
Tabla 4.2 Condiciones de los experimentos con el elemento calefactor	49
Tabla 4.3 Resultados experimentales con el elemento calefactor	49
Tabla 4.4 Condiciones de los experimentos en el DEFRAC con espejos del grupo "A"	53
Tabla 4.5 Resultados experimentales en el DEFRAC con espejos del grupo "A"	54
Tabla 4.6 Condiciones de los experimentos en el DEFRAC para los tres grupos de espejos A, B, y C.	58
Tabla 4.7 Condiciones de los experimentos en el DEFRAC	61
Tabla 4.8 Errores porcentuales máximos en la comparación teórico-experimental	69
Tabla 4.9 Valores promedios de las variables registradas	71
Tabla 4.10 Valores de los resultados del cálculo numérico	79

NOMENCLATURA

A_a	Área de aceptación del concentrador, m^2
A_r	Área del receptor, m^2
A_{is}	Área de imagen solar, m^2
C_p	Calor específico, $J/kg\cdot K$
C_g	Concentración geométrica, adimensional
D	Diámetro de la apertura, m
\dot{E}_{ent}	Potencia de entrada, W
\dot{E}_{gen}	Potencia generada, W
\dot{E}_{sal}	Potencia de salida, W
\dot{E}_{alm}	Potencia almacenada, W
F	Longitud focal, m
F_{1-2}	Factor de forma, adimensional
F_s	Factor de sombra, %
\dot{q}_g	Fuente de calor, W/m^3
G_b	Radiación solar directa, W/m^2
h_o	Coefficiente de convección exterior, $W/m^2\cdot K$
h_i	Coefficiente de convección interior, $W/m^2\cdot K$
k	Conductividad térmica, $W/m\cdot K$
\dot{m}	Flujo másico, kg/s
N	Número de espejos
\dot{Q}_o	Flujo de calor absorbido por la placa, W
\dot{Q}_c	Flujo de calor perdido por convección exterior, W
\dot{Q}_{ci}	Flujo de calor perdido por convección interior, W
\dot{Q}_r	Flujo de calor perdido por radiación, W
r_o	Radio exterior de la placa receptora, m
r_s	Radio de la mancha solar, m
r, θ, z	Coordenadas cilíndricas, (m , radianes, m)
T	Temperatura, C, K
T_s	Temperatura de salida, C
T_e	Temperatura de entrada, C
T_f	Temperatura del fluido, C
T_a	Temperatura ambiente, C
T_p	Temperatura promedio de la placa, C
T_{teo}	Temperatura teórica, C, K
T_{exp}	Temperatura experimental, C
t	Tiempo, s
V	Volumen, m^3
W_e	Watts eléctricos generados

Griegas

α	Difusividad térmica, m/s^2
δ	Incertidumbre
Δ	Incremento
ρ	Densidad, kg/m^3
ρ_e	Reflectancia de los espejos, adimensional
α_r	Absortancia de la placa receptora, adimensional
ε	Emitancia de la placa receptora, adimensional
σ	Constante de Stefan-Boltzmann= $5.667 \times 10^{-8} W/m^2-K^4$
γ_r, γ_z	Criterio de estabilidad, adimensional

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En los escenarios energéticos a nivel mundial se estima que la humanidad continuará con una fuerte dependencia de los combustibles fósiles. En el ámbito eléctrico se pronostica que para principios de este siglo se requerirán alrededor de 600 GWe adicionales a la capacidad mundial de generación instalada [Internacional Energy Agency, 1994]. Esta capacidad, según las previsiones; se mantendrá con un consumo de combustibles fósiles del 90 %, estimándose que las emisiones de bióxido de carbono a la atmósfera aumentaran casi 30 % en el año 2000. Esta elevada dependencia de los combustibles fósiles, agravada por su duración finita y los complejos problemas de contaminación derivados de su explotación y uso, hacen que se estén desarrollando tecnologías alternas y benignas al ambiente. En este contexto de búsqueda de energías renovables y limpias, la energía solar cumple ampliamente con estos requisitos.

Bajo este marco, en el Centro de Investigación en Energía (CIE) de la UNAM, se viene realizando investigación básica y aplicada y desarrollo tecnológico en la generación, transmisión, conversión, almacenamiento, utilización e impactos de la energía, en particular de las fuentes renovables. Específicamente en la Coordinación de Concentración Solar del CIE, se hace investigación aplicada y desarrollo tecnológico en las tecnologías de concentración solar, tanto en el desarrollo de los colectores de concentración solar, incluyendo la óptica de los sistemas de concentración, los estudios térmicos en los receptores y el desarrollo de materiales absorbedores y reflexivos, así como de los procesos físicos o químicos que utilizan la energía solar concentrada para obtener otras formas de energía o materia útiles para el ser humano.

La presente tesis es parte de los estudios térmicos en los receptores de los concentradores solares y este capítulo se inicia con una descripción general de la importancia de la energía solar; posteriormente se describe la clasificación de los sistemas de concentración solar, se presenta una descripción general y características principales del DEFRAC, así como la del calorímetro que se utilizó en este trabajo y por último se menciona la técnica de calorimetría de agua fría.

1.1 Energía solar.

Actualmente existe una gran variedad de aplicaciones en las que es posible utilizar la energía solar, como ejemplo están el calentamiento de agua para consumo doméstico, los procesos de secado de productos agrícolas, la destilación de agua, el bombeo de agua en áreas rurales, la generación de cantidades moderadas y en gran escala de energía eléctrica para áreas rurales, etc. Para fines prácticos la energía solar tiene la ventaja de ser limpia, segura, gratuita e inagotable.

De la cantidad de energía que emite el Sol a la órbita de la Tierra llegan 1353 W/m^2 ; cuando la atmósfera esta limpia, de estos la superficie de la tierra recibe

aproximadamente 1000 W/m^2 de potencia normal a los rayos del Sol [Estrada, 1994]. Por otro lado la situación geográfica de México se puede considerar de privilegio debido a que a la mitad del territorio atraviesa el paralelo $23^\circ 27'$ (trópico de cáncer) dividiendo la República Mexicana en dos partes; el norte de clima extremo y seco y la parte sur de características tropicales. En particular en la zona noroeste se registran insolaciones del orden de un kilowatt de potencia por cada metro cuadrado normal a los rayos del Sol durante la mayor parte del año; esto hace al país contar con un gran potencial solar.

Para lograr lo anterior, es necesario que se investiguen y desarrollen técnicas, metodologías y sistemas de punta que aprovechen el recurso solar con el que cuenta el país, así como también que se impulse el uso de tecnologías solares ya existentes. Para fines de aplicación práctica se pueden distinguir básicamente tres tecnologías solares: los sistemas fotovoltaicos, los sistemas fotoquímicos y los sistemas fototérmicos. A continuación se describen brevemente estos sistemas.

Sistemas fotovoltaicos.- Estos sistemas convierten directamente la energía solar a energía eléctrica mediante dispositivos denominados celdas solares, los que consisten en la unión de dos materiales semiconductores, uno de tipo n y otro de tipo p, los cuales al incidirles un flujo de radiación solar similar a sus anchos de banda, generan un flujo de electrones; este efecto es el fenómeno denominado fotovoltaico.

Sistemas fotoquímicos.- Estos sistemas convierten la radiación solar en energía química. Durante la década de los años ochenta, diversos grupos de investigación desarrollaron dispositivos que realizan este tipo de conversión, los cuales se denominan celdas fotoelectroquímicas. En estos dispositivos, la reacción de transformación se realiza en la interfase de un semiconductor y un electrolito, la cual se ilumina con un flujo de radiación solar.

Una de las principales utilidades de esta tecnología es la producción de hidrógeno y la degradación de sustancias orgánicas utilizando la radiación ultravioleta [Arriaga, 1998].

Sistemas fototérmicos.- Estos sistemas básicamente transforman la radiación solar a energía térmica, mediante el uso de un fluido de trabajo, empleando diversos tipos de dispositivos tales como colectores solares planos o concentradores solares. En este trabajo nos abocaremos precisamente a este tipo de sistemas.

Una de las principales características de los colectores solares planos es que operan a temperaturas menores a 100 C . Si quisiéramos obtener temperaturas mayores tendríamos que emplear dispositivos ópticos entre el sol y la superficie receptora de energía con el objeto de aumentar la densidad de flujo radiativo incidente en el receptor; estos dispositivos (sistema óptico-receptor) se denominan concentradores solares, los cuales se describen a continuación.

1.2 Sistemas de concentración solar.

El dispositivo encargado de realizar la concentración solar se conoce como concentrador solar, el cual permite incrementar la temperatura de trabajo, haciendo posible alcanzar temperaturas del orden de los 4000 K [Estrada, 1997]. Las altas temperaturas obtenidas con la concentración solar permiten diferentes aplicaciones, ejemplos de esta tecnología van desde dispositivos pequeños con concentraciones de unos cuantos soles², como las cocinas solares, hasta los hornos para química solar, que alcanzan miles de soles, pasando por las grandes plantas de canal parabólico y torre central para la generación de electricidad [Estrada y Arancibia, 2000].

De acuerdo a la temperatura de operación del fluido de trabajo y a la geometría del dispositivo concentrador, los sistemas termosolares de concentración se pueden dividir en [J. A. Duffie y W. A. Beckman, 1991]: concentrador de foco lineal, receptor central por punto focal y de foco puntual. A continuación se describirán brevemente estos sistemas.

Concentrador de foco lineal.- Este sistema concentra la energía solar sobre un receptor tubular ubicado en la línea focal de los colectores de canal parabólico (figura 1.1). Dichos sistemas tienen un ángulo de aceptación pequeño, concentración baja y diseño con base en alguna curvatura sencilla. Esta tecnología de concentración es la más probada y experimentada, se encuentra en fase de comercialización y sus componentes son modulares. El fluido de trabajo es generalmente aceite térmico el cual se calienta a temperaturas de 300 a 400 C en el receptor, antes de pasar a través del intercambiador de calor. El intercambiador de calor transfiere el calor del aceite caliente al agua que se calienta hasta obtener vapor, que es usado para accionar un generador de turbina con ciclo Rankine [Estrada, 1997].

² El grado de concentración de la radiación solar que puede alcanzar un dispositivo, se suele expresar en términos de números de soles; es decir, cuántas veces más intensa es la radiación en el receptor con respecto a la radiación solar sin concentrar.

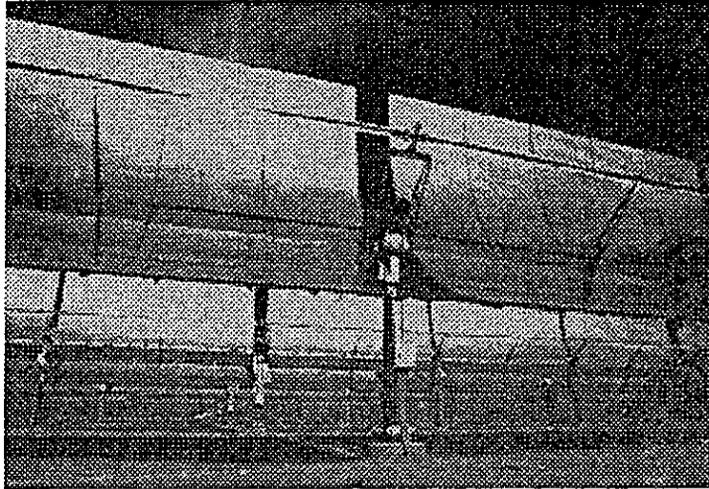


Figura 1.1 Sistema concentrador de foco lineal (Planta termosolar en Kramer Junction, California, U.S.A).

Concentrador de receptor central por punto focal.- Consiste de un campo de espejos montados sobre estructuras de seguimiento solar. A estos espejos se les denomina heliostatos, su función es concentrar la energía solar sobre el receptor montado en la parte superior de una torre, que esta localizada en el centro del campo de concentración (figura 1.2).

Este tipo de sistema termosolar de potencia utiliza comúnmente como fluido de trabajo sales fundidas (nitratos de sodio). La potencia eléctrica se produce cuando las sales fundidas al ser calentadas en el receptor del sistema (aproximadamente a 560 C) se transportan del tanque de almacenamiento térmico a un intercambiador de calor, produciendo vapor de agua y este a su vez es llevado al sistema turbina-generador, donde se genera electricidad [Rueda, 1996]. Actualmente esta tecnología se encuentra en etapa de investigación

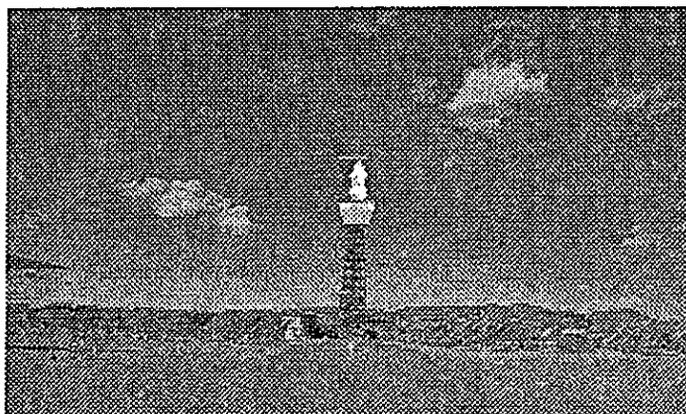


Figura 1.2 Sistema concentrador de receptor central (Planta termosolar de 10 MWe en Barstow, California, U.S.A.).

Concentradores de foco puntual.- En este sistema se utiliza uno ó más platos paraboloïdales para reflejar la radiación solar en un receptor localizado en el foco del sistema óptico (figura 1.3). Estos sistemas actualmente se consideran como tecnologías de punta, debido a que combinan colectores solares parabólicos de foco puntual y motores térmicos que emplean el ciclo termodinámico de Stirling. Este tipo de sistemas utiliza receptores de cavidad que están diseñados para desempeñar básicamente dos funciones: 1) captar y convertir en energía térmica, el calor de la radiación concentrada proveniente del colector y 2) transferir el calor al fluido de trabajo del motor Stirling. En este tipo de concentradores se pueden alcanzar concentraciones de 500 a 3600 soles.

Este tipo de tecnología está siendo desarrollada en pequeñas unidades autónomas con rangos de potencia entre 7.5 y 25 kWe, con lo cual se tiene una gran experiencia con plantas de pequeña escala de potencia [Stine and Diver, 1994]. Hoy en día se siguen realizando estudios con estos sistemas de concentración solar, principalmente en los concentradores, cavidades receptoras y máquinas térmicas.

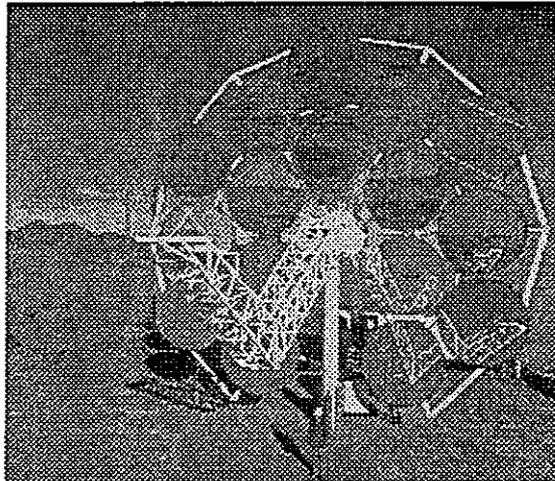


Figura 1.3 Sistema concentrador de foco puntual, de múltiples espejos (Golden, Colorado, U.S.A).

Dentro del esquema planteado anteriormente, en la Coordinación de Concentración Solar del Departamento de Sistemas Energéticos del Centro de Investigación en Energía (CIE-UNAM), localizado en Temixco, Morelos, se ha establecido como objetivo el hacer investigación aplicada y desarrollo tecnológico en las tecnologías de concentración solar, tanto en el desarrollo de los colectores, incluyendo la óptica de los sistemas de concentración, como los estudios térmicos de los receptores y el desarrollo de materiales absorbedores y reflejantes, así como de los procesos físicos o químicos que utilizan la energía solar concentrada para obtener otras formas de energía o materia útiles para el ser humano.

En particular y bajo la responsabilidad del Dr. Claudio A. Estrada se ha diseñado y construido un concentrador solar de foco puntual denominado DEFRAC

(Dispositivo para el Estudio de Flujos Radiativos Concentrados), cuyo propósito es realizar investigación con altas energías de flujo radiativo solar concentrado. En la siguiente sección se hace una descripción de las características principales del DEFAC.

1.3 Descripción del DEFAC.

El DEFAC es un concentrador solar de foco puntual, formado por un conjunto de 18 espejos múltiples de 30 cm de diámetro y 1.9 cm de espesor; éstos concentran la radiación solar en un plano focal cuya distancia equivalente es de 200 cm \pm 1% [Higuera, 1996]. La figura 1.4 muestra un esquema general donde se señalan las partes importantes del concentrador y en la figura 1.5 se muestra una fotografía del DEFAC.

El sistema cuenta con una montura de tipo ecuatorial que consiste de un marco principal y un marco hexagonal. El marco principal soportado en dos bases piramidales por medio de dos chumaceras, puede girar sobre ellas en un eje que es paralelo al eje terrestre. Soportado sobre éste marco, también con dos chumaceras, se encuentra el marco hexagonal que con un giro permite ajustar la altura solar.

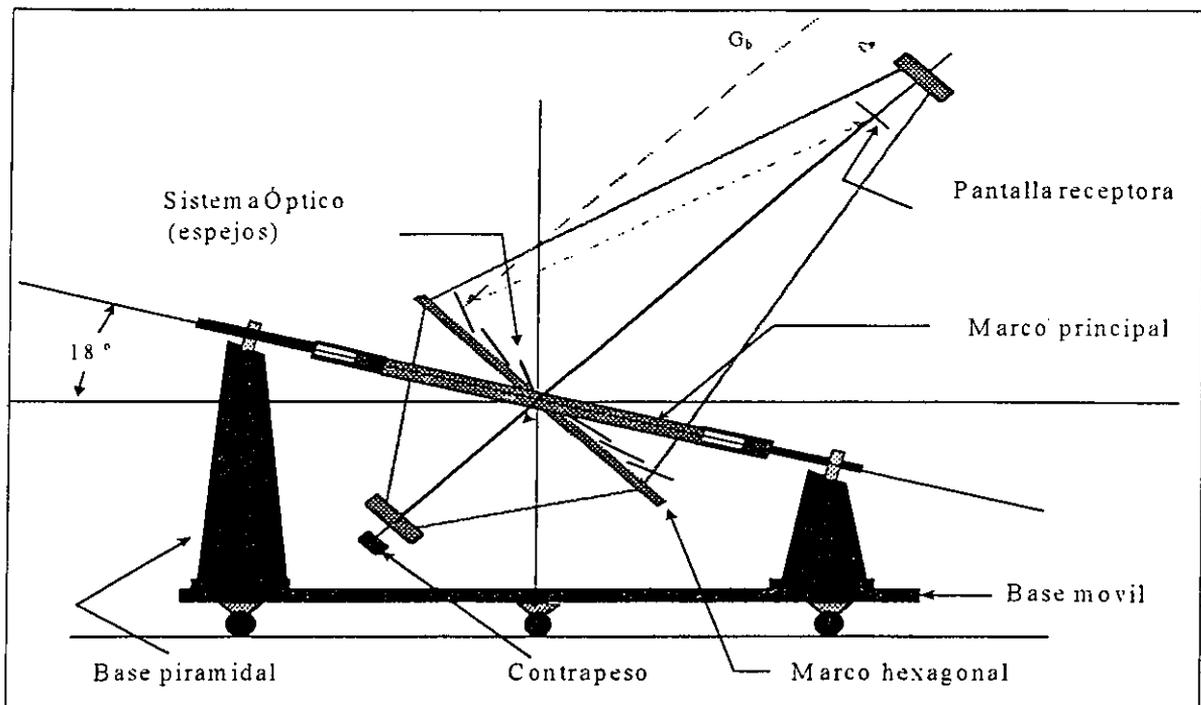


Figura 1.4 Dispositivo para el estudio de flujos radiativos concentrados (DEFAC).

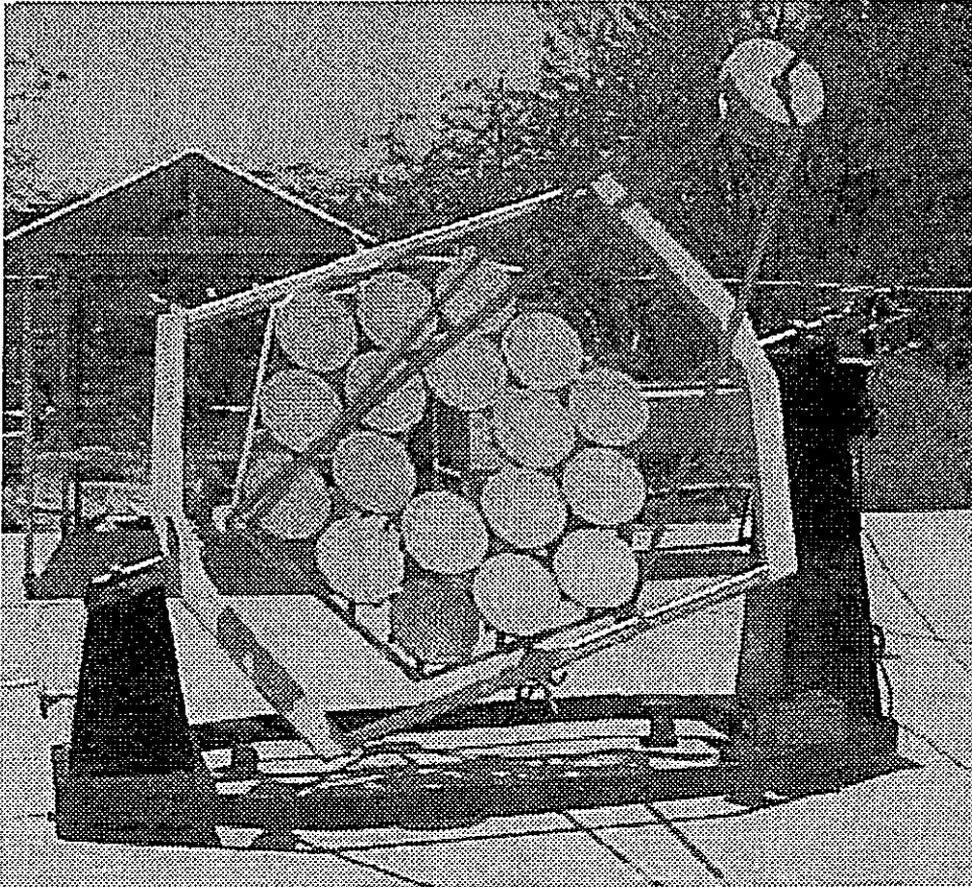


Figura 1.5 Fotografía del DEFAC (plataforma solar del CIE-UNAM).

El DEFAC está diseñado para operar en forma manual o automática siguiendo el movimiento aparente del sol. El sistema de control automático que mantiene al foco de concentración sin corrimiento, emplea un sensor de posición capaz de resolver las variaciones angulares de 0.1° [Grajeda, 1997]. La base móvil del DEFAC permite orientarlo de tal manera que el eje de giro del marco principal debe coincidir con la dirección del meridiano donde está ubicado el sistema, esto es en la dirección norte-sur geográfico.

La óptica del sistema concentrador consiste de 3 grupos (A, B y C) de 6 espejos parabólicos cada uno. Este sistema es un punto de enlace entre la transferencia de energía radiativa del Sol y el sistema concentrador. La figura 1.6, muestra la distribución de los espejos pertenecientes a los grupos A, B y C. La superficie parabólica de cada espejo está recubierta con aluminio (primera superficie), cuya elaboración consiste en la evaporación de aluminio al alto vacío, con una protección de monóxido de silicio [Higuera, 1996].

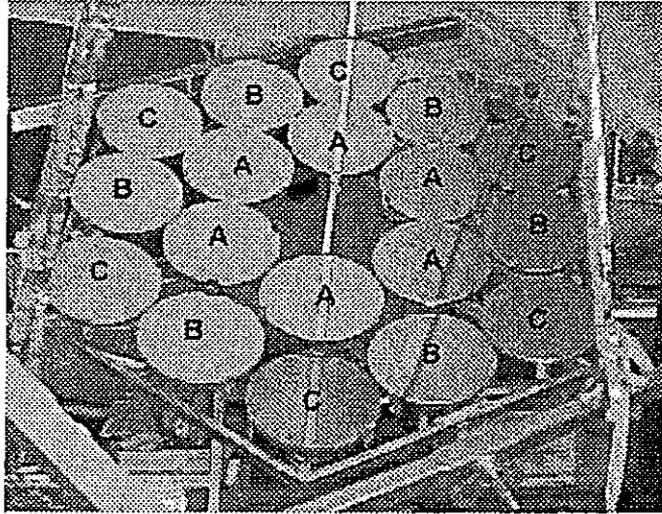


Figura 1.6 Fotografía de la distribución de los grupos de espejos (A, B y C) en el marco hexagonal del DEFRAC.

En la figura 1.7 se muestran fotografías de algunos detalles de construcción del DEFRAC.

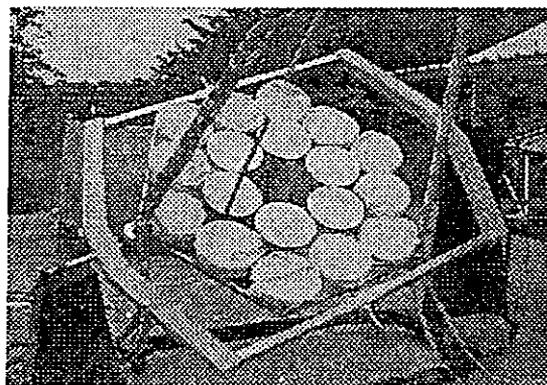
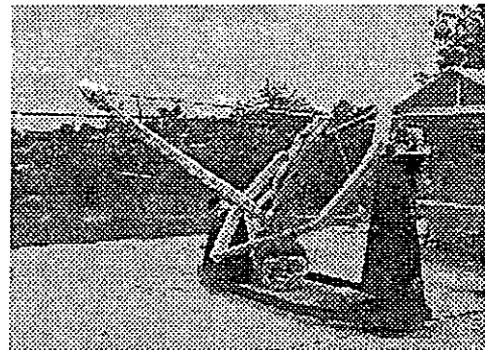
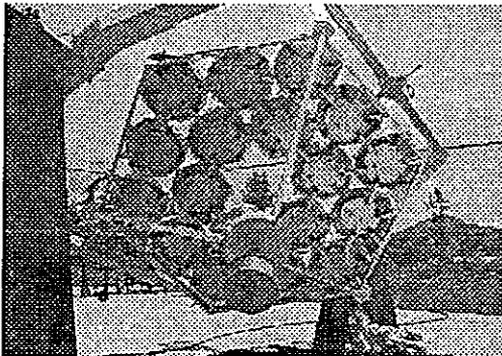


Figura 1.7 Fotografías del DEFRAC

Una caracterización completa de un sistema de concentración solar con seguimiento, implica un estudio del comportamiento dinámico del sistema, así como estudios ópticos y térmicos. Para el caso del DEFAC, previamente se han realizado las caracterizaciones dinámica, óptica y térmica.

En la caracterización dinámica [Grajeda, 1997] se diseñó y construyó el sistema electrónico y electromecánico que controla el movimiento del DEFAC, para que éste siga en forma precisa el movimiento aparente del sol en su trayectoria diaria.

Para realizar la caracterización óptica [Quiñones, 1997], que consiste en el estudio de la distribución de radiación solar concentrada que incide sobre la placa receptora del DEFAC, se utilizó un sistema de vídeo que permite registrar y analizar la imagen solar formada por cada uno de los 18 espejos en la placa receptora. El sistema de vídeo tiene una cámara CCD de estado sólido de cobertura en longitud de onda de 200-1000 nm del espectro solar. Se colocó una lente en la cámara con obturador de diafragma, acercamiento de imagen (zoom) y nitidez de imagen. Esto, con la finalidad de atenuar la intensidad de la imagen para no saturar la cámara CCD, así como enfocarla y aumentarla. La cámara de vídeo se conectó a su vez, mediante una tarjeta convertidora de señal A/D y una de soporte, a la computadora HP-VL2/450 que esta provista de un programa de computo (software) para el análisis y diagnóstico de imágenes llamado, BEAMCODE. De esta caracterización se encontraron densidades de flujo concentrado de 155 W/cm^2 (1.55 MW/m^2) que corresponden a una concentración de 1784 soles con una radiación solar directa de 867 W/m^2 para los seis espejos del grupo A. Como la distribución del flujo radiativo concentrado no es uniforme, existe una distribución de temperaturas dentro de la placa que es función tanto de la dirección radial como de la axial.

Para la caracterización térmica [Sesma, 1997], con el propósito de determinar la potencia de concentración del DEFAC, se utilizó la técnica de calorimetría de agua fría; este método consiste en la medición experimental del calor que se absorbe en el receptor del sistema, con este propósito se construyó un calorímetro (receptor), que es el que se describe a continuación.

1.4 Descripción del calorímetro.

Con base en los estudios realizados por Estrada et al [1994] y Rueda [1996], se diseñó y construyó [Sesma, 1997] el calorímetro que actúa como receptor de los flujos radiativos solares concentrados por el DEFAC. El calorímetro es de geometría cilíndrica, de acero inoxidable AISI316, y consiste básicamente de dos platos planos circulares de 11 cm de diámetro y espaciados 1 cm, con un fluido térmico que entra a través de la parte central del primer plato y se distribuye radialmente entre ambos platos (figura 1.8).

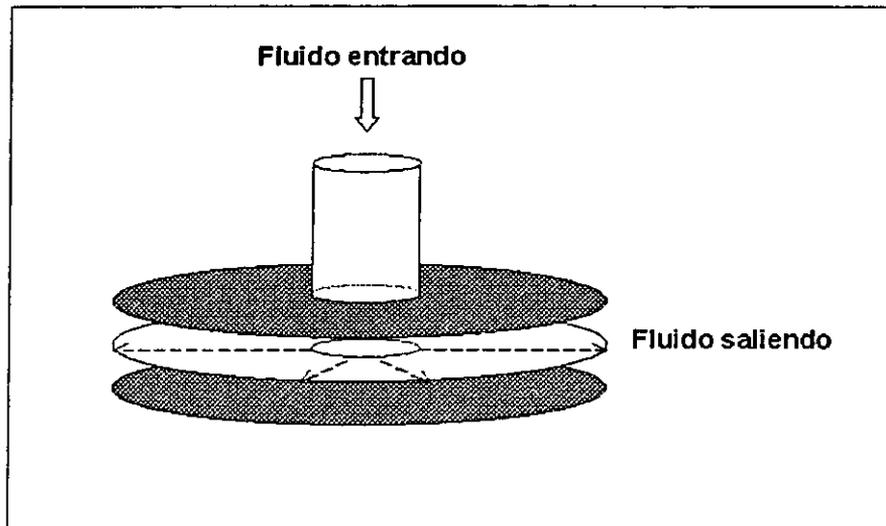


Figura 1.8 Distribución radial del flujo en el interior del calorímetro.

La figura 1.9 muestra un corte transversal del diseño del calorímetro donde se señalan la entrada y salida del fluido térmico, la mancha solar formada por la radiación concentrada y la cámara de transferencia. Las partes principales del calorímetro son: el cuerpo principal, el distribuidor de flujo y la placa receptora.

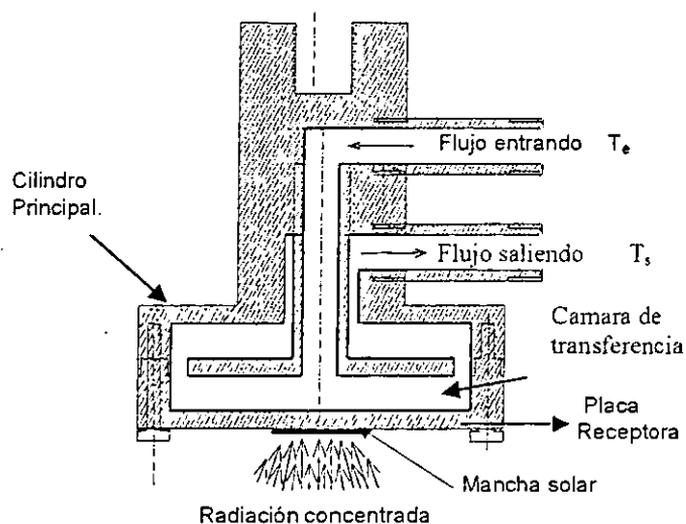


Figura 1.9 Corte transversal del calorímetro.

Cuerpo principal.- Consiste de un cilindro cuya forma es un hongo invertido de una sola pieza (figura 1.10). En la parte superior se encuentra un barreno roscado que permite realizar el montaje y desmontaje en el DEFRAC. En un costado del cilindro

se localizan dos orificios donde se conectan la entrada y salida del flujo de agua cuya función principal es el enfriamiento de la placa receptora del calorímetro. Dentro del cuerpo principal existe un roscado interior de 1.6 cm de diámetro que permite sujetar el distribuidor de flujo.

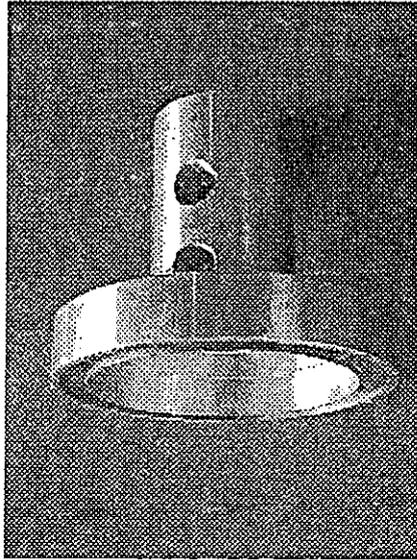


Figura 1.10 Fotografía del cuerpo principal del calorímetro.

Distribuidor de flujo.- Consiste en un acoplamiento de un disco de 0.5 cm de espesor y una barra hueca (figura 1.11). La barra tiene un roscado exterior cónico que permite acoplarla al cilindro principal. Su función principal es la de conducir el fluido de entrada a la cámara de transferencia y posteriormente conducir el fluido hacia el orificio de salida.

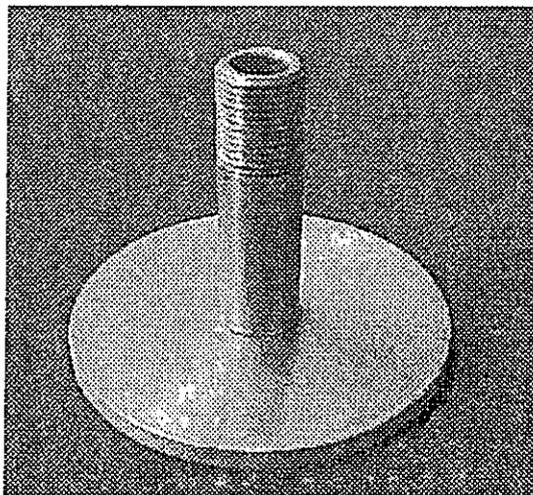


Figura 1.11 Fotografía del distribuidor de flujo.

Placa receptora.- Este elemento al acoplarse al cilindro principal forma en su interior una "cámara de transferencia". La placa receptora consiste de un cilindro con una cavidad de 1 cm de profundidad, 9 cm de diámetro interno y un espesor de 0.5 cm. Su diseño permite evitar posibles fugas del fluido a presiones elevadas (figura 1.12).

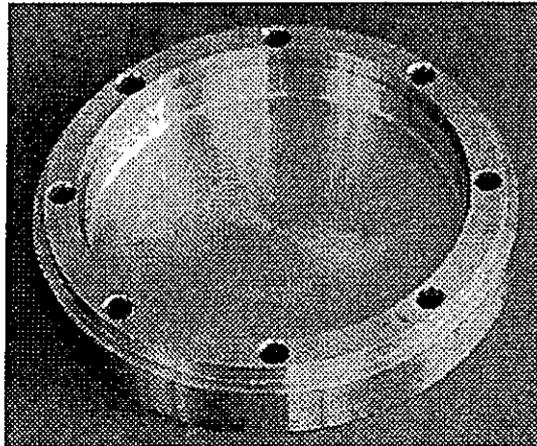


Figura 1.12 Fotografía de la placa receptora.

La función primordial del calorímetro, es la de recibir sobre su superficie el flujo radiativo solar concentrado que proviene de los 18 espejos parabólicos y transferir el calor absorbido al fluido térmico.

1.5 Calorimetría de agua fría.

Para determinar la potencia solar concentrada por el DEFAC en el receptor donde la radiación solar se absorbe y se transfiere como energía térmica, existen varios métodos:

1. Un primer método es el analítico, que consiste en evaluar la cantidad de radiación recibida con base en las relaciones geométricas entre los distintos componentes del concentrador.
2. Un segundo método, conocido como "trazado de rayos", consiste en una simulación numérica del comportamiento de los rayos solares al incidir en el sistema óptico del concentrador utilizando las leyes ópticas de reflexión y refracción.
3. Un tercer método es el calorimétrico, que consiste en la medición de calor que se recibe en el receptor del sistema. La aplicación de este método implica conocer las propiedades termofísicas y ópticas del concentrador.

Cruz Sesma [1997] evaluó la potencia concentrada por el DEFRAC utilizando el método calorimétrico de agua fría. Esta potencia se determina a partir de un balance de energía sobre la superficie receptora del calorímetro, donde se toma en cuenta la energía solar absorbida por la placa, la energía transferida al fluido térmico y la energía perdida por convección y radiación con el medio ambiente. En el balance de energía realizado se hace la suposición de que si la temperatura de la placa está próxima a la temperatura ambiente y a la temperatura del cielo, que también es próxima a la del ambiente, entonces las pérdidas convectivas y radiativas se pueden despreciar, siendo esta una suposición muy fuerte que es necesario validar, ésta es la motivación principal del presente estudio. Entonces conociendo el calor ganado por el fluido térmico en el calorímetro y la absorptancia de la superficie receptora, se determina la potencia concentrada por el DEFRAC (Q_o), a partir de la siguiente ecuación:

$$Q_o = \frac{\dot{m} C_p (T_s - T_e)_f}{\alpha_r} \quad (1.1)$$

en donde \dot{m} es el flujo másico, C_p la capacidad calorífica del fluido térmico, T_s y T_e la temperatura de salida y entrada respectivamente del fluido (agua) y α_r la absorptancia de la superficie receptora.

El nombre de calorimetría de agua fría es debido a que el agua de entrada al calorímetro se encuentra muy próxima a la temperatura ambiente y el gradiente de temperatura del agua entre la entrada y la salida ($T_s - T_e$) es menor a 5 C; esta condición se obtiene variando el flujo másico; con esto se espera que la temperatura exterior de la placa sea próxima a la del ambiente.

1.6 Objetivo.

El objetivo principal de esta tesis fue la evaluación teórica y experimental del comportamiento térmico de la placa receptora del calorímetro del DEFRAC, con el fin de conocer las condiciones reales en que trabaja la placa bajo diferentes condiciones de operación (flujo radiativo solar concentrado, flujo másico, etc.).

Son objetivos particulares la instrumentación y acondicionamiento (incluyendo el sistema de adquisición y control de datos) de todo el sistema experimental que permite la evaluación del comportamiento térmico de la placa receptora. Así como también, desarrollar un modelo matemático de conducción de calor bidimensional en estado transitorio con condiciones de frontera convectivas y radiativas, que nos permitirá predecir la distribución de temperatura en toda la placa receptora. Como último objetivo esta la comparación entre los resultados teóricos y experimentales.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO

En este capítulo se describe el problema físico presente en la placa receptora del calorímetro del DEFRAC, se plantea el modelo matemático con sus condiciones de frontera y se resuelve numéricamente.

2.1 Problema físico.

El problema físico que se analiza y resuelve numéricamente en este capítulo es obtener la distribución de temperatura por conducción de calor en la placa receptora del calorímetro (figura 1.12) del DEFRAC. La superficie exterior de la placa se encuentra aislada térmicamente; en la parte superior (cara interior de la placa) se tiene un flujo de calor convectivo debido al flujo del fluido del calorímetro, y en la parte inferior (cara exterior) la placa se encuentra expuesta al flujo radiativo concentrado proveniente de los espejos del concentrador (DEFRAC). De este modo se forma una mancha solar en el centro de la parte inferior de la placa; asimismo se tienen pérdidas de calor por convección, debido al flujo de aire natural y pérdidas de calor por radiación, como se muestra en la figura 2.1

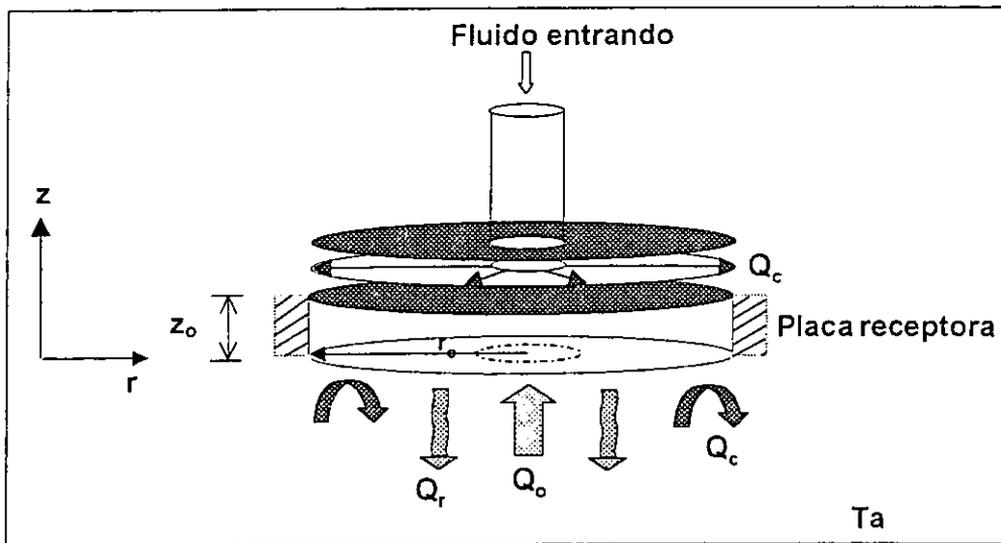


Figura 2.1 Esquema del problema físico.

2.2 Modelo matemático.

El modelo matemático que se presenta calcula la temperatura dentro del sólido (placa receptora) como función del espacio y del tiempo. Para tal efecto,

debemos resolver la ecuación general de conducción de calor, que en coordenadas cilíndricas y con propiedades constantes es:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.1)$$

donde α es la difusividad térmica, k la conductividad térmica, r y z son las coordenadas espaciales, t es la coordenada temporal, T es la temperatura de la placa y \dot{q}_g es la fuente de calor.

Considerando simetría con respecto a θ , y en ausencia de fuentes de calor, esto es $\dot{q}_g = 0$, la ecuación (2.1) se reduce a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.2)$$

Con estas simplificaciones el problema matemático queda esquematizado en la figura 2.2. Esta figura muestra un diagrama de la placa receptora indicando los ejes coordenados y las condiciones de frontera, así como el dominio de integración de la ecuación (2.2). Es claro que la temperatura es función sólo de r , z y t , esto es, $T=T(r,z,t)$.

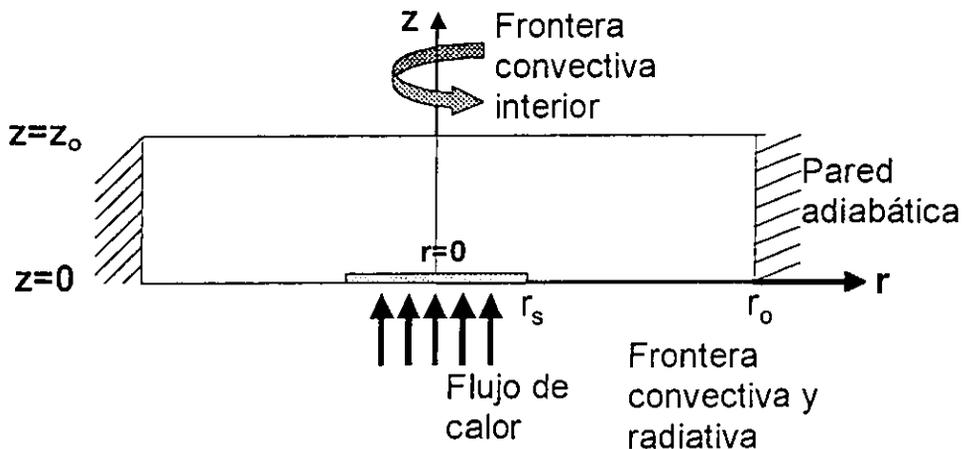


Figura 2.2 Corte transversal de la placa receptora indicando las condiciones de frontera, los ejes coordenados y el dominio de integración de la ecuación (2.2).

Dado que se tienen dos coordenadas espaciales (r y z) y una temporal (t), se necesitan tener cuatro condiciones de frontera y una condición inicial, se trata entonces de un problema bidimensional, transitorio en coordenadas cilíndricas.

-Condiciones de frontera para r

1. Superficie lateral sin flujo de calor (superficie aislada térmicamente), en $r=r_0$.

$$\frac{\partial T(r_0, z, t)}{\partial r} = 0. \quad (2.3)$$

2. Radio $r = 0$ (línea interior y central de la placa receptora, en donde la temperatura no puede tender al infinito y por simplificación en la implementación numérica se considera como una condición adiabática).

$$T(0, z, t) < \infty, \quad \frac{\partial T(0, z, t)}{\partial r} = 0. \quad (2.4)$$

-Condiciones de frontera para z

3. Superficie inferior en $z = 0$

a) Para $z = 0, 0 \leq r \leq r_s$

$$-k \frac{\partial T(r, 0, t)}{\partial z} = \dot{Q}_o - \dot{Q}_c - \dot{Q}_r,$$

donde \dot{Q}_o es el flujo de calor absorbido por la placa, \dot{Q}_c es el flujo de calor perdido por convección exterior y \dot{Q}_r es el flujo de calor perdido por radiación y se definen como:

$$\dot{Q}_o = G_b C_g \rho_e \alpha_r,$$

$$\dot{Q}_c = h_o [T(r, 0, t) - T_a],$$

$$\dot{Q}_r = \sigma F_{1-2} \varepsilon [T^4(r, 0, t) - T_a^4].$$

sustituyendo estos flujos de calor en la ecuación anterior, se tiene:

$$-k \frac{\partial T(r, 0, t)}{\partial z} = G_b C_g \rho_e \alpha_r - h_o [T(r, 0, t) - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon [T^4(r, 0, t) - T_a^4]. \quad (2.5 a)$$

Esta condición de frontera corresponde a la región que forma la mancha solar en la cara de la placa receptora expuesta al flujo radiativo solar concentrado, en donde la

mancha solar cubre el intervalo $0 \leq r \leq r_s$. Físicamente se tiene en esta condición de frontera que el flujo de calor conductivo en la placa es igual al flujo de calor absorbido por la placa menos las pérdidas convectivas y radiativas.

b) Para $z = 0$, $r_s \leq r \leq r_0$

$$-k \frac{\partial T(r,0,t)}{\partial z} = -\dot{Q}_c - \dot{Q}_r, \quad (2.5 b)$$

sustituyendo \dot{Q}_c y \dot{Q}_r se tiene:

$$-k \frac{\partial T(r,0,t)}{\partial z} = -h_o [T(r,0,t) - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon [T^4(r,0,t) - T_a^4].$$

La diferencia entre la condición a) y la b) es que en esta última, la región de la cara de la placa receptora no esta expuesta al flujo radiativo solar concentrado, por lo que no existe el termino Q_0 , por lo que el calor conductivo en la placa es igual a las pérdidas de calor convectivas y radiativas.

4. Superficie superior, en $z=z_0$

$$-k \frac{\partial T(r,z_0,t)}{\partial z} = h_i [T(r,z_0,t) - T_f]. \quad (2.6)$$

El flujo de calor conductivo es igual al flujo de calor convectivo interior. Esta condición de frontera corresponde a la cara de la placa expuesta al fluido térmico incompresible el cual en nuestro caso es agua.

5. Condición inicial, la temperatura de toda la placa al inicio del proceso, se encuentra a una temperatura inicial similar a la temperatura ambiente.

$$0 \leq r \leq r_0, 0 \leq z \leq z_0, \text{ en } t=0,$$

$$T(r,z,0) = T_a. \quad (2.7)$$

De esta manera, las ecuaciones (2.2) - (2.7), definen el problema térmico que se desea resolver. Debido a las condiciones de frontera, específicamente la condición de la superficie inferior (condiciones 3 y 4) que son condiciones no lineales, no es posible obtener una solución analítica para este problema, por lo que el problema térmico es resuelto por medio de un método numérico. El método empleado que se ha elegido por su sencillez, es el de diferencias finitas bajo un

esquema explícito. El esquema explícito es simple en su implementación y permite soluciones directas de las variables, ya que genera una ecuación algebraica con una incógnita para cada variable. Sin embargo, este esquema tiene la limitante de que el incremento en el tiempo fija el tamaño de malla o viceversa, para poder permanecer estables.

2.3 Solución numérica.

A diferencia de las soluciones analíticas, que determinan la temperatura en cualquier punto en la región a estudiar, las soluciones numéricas determinan la temperatura solamente en puntos discretos. Por tal motivo primero se determinan los puntos discretos de trabajo, llamados puntos nodales; el conjunto de éstos se llama red nodal. Además, es necesario determinar el dominio de integración de la placa receptora del DEFRAC, así como discretizar las ecuaciones obtenidas en la sección anterior. Se considera que la placa receptora tiene simetría axial, por lo que solamente se analizó el dominio de integración que se muestra cuadrículado en la figura 2.3

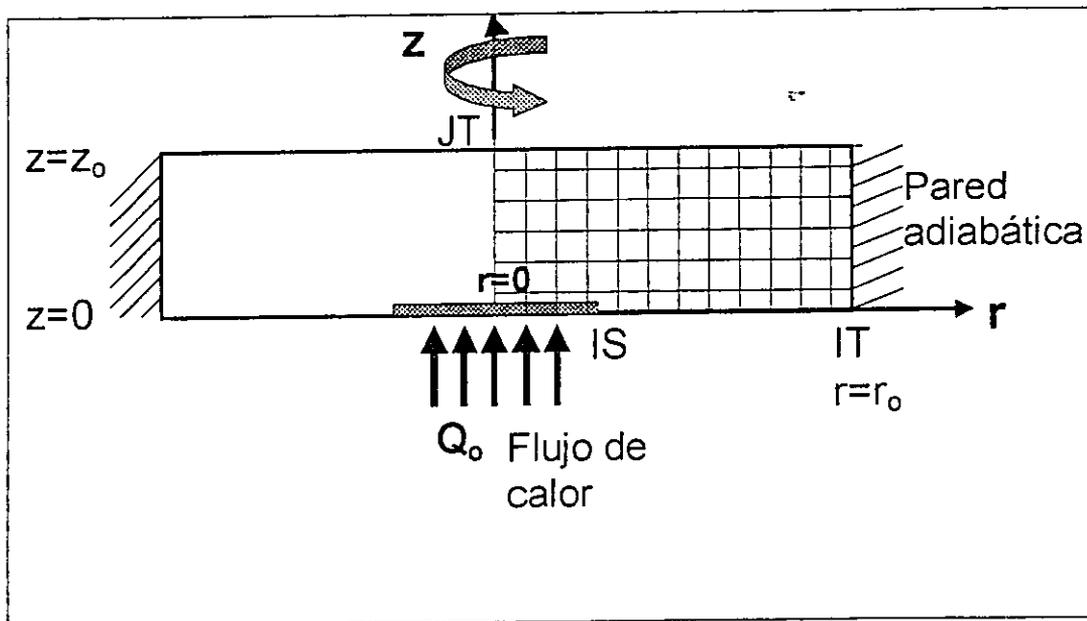


Figura 2.3 Red nodal de la placa receptora.

Se discretiza el dominio de integración de la ecuación (2.2) con la siguiente notación:

$r = i\Delta r$, $z = j\Delta z$ y $t = n\Delta t$, donde:

$i = 0, 1, \dots, IT$, $j = 0, 1, \dots, JT$ y $n = 0, 1, 2, \dots$

entonces $T = T(r, z, t) = T(i\Delta r, j\Delta z, n\Delta t) = T_{ij}^n$ (2.8)

donde:

$T_{i,j}^n$ = temperatura en el nodo i, j en el tiempo n

Δr = incremento en r ,

Δz = incremento en z ,

Δt = incremento en t ,

IT y JT son los valores máximos que pueden tomar i y j .

En la figura 2.4 se muestra el dominio de integración discretizado del problema matemático definido por las ecuaciones 2.2 a la 2.7. Por conveniencia se ha nombrado a las fronteras como izquierda, derecha, inferior y superior. Lo que sigue es encontrar las ecuaciones nodales para cada grupo de nodos.

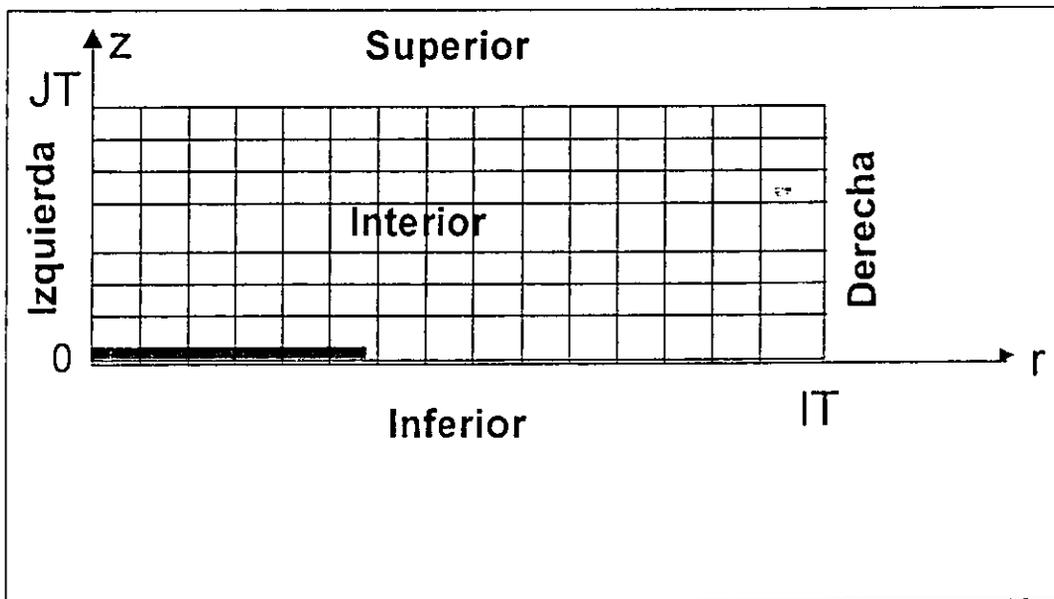


Figura 2.4 Dominio de integración discretizado, se muestra la malla de la red nodal y los nodos frontera.

-Ecuación gobernante, nodos interiores.

Aproximando las derivadas de la temperatura por la expansión en series de Taylor alrededor de un punto nodal y utilizando aproximaciones de diferencias finitas centrales y adelantadas para las derivadas de la temperatura con respecto a la posición y el tiempo se obtiene:

diferencia finita centrada

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2\Delta r}; \quad (2.9)$$

diferencia finita centrada

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta r^2}; \quad (2.10)$$

diferencia finita centrada

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta z^2}; \quad (2.11)$$

diferencia finita adelantada

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}. \quad (2.12)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.9) - (2.12) en la ecuación (2.2) se obtiene:

$$\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta r^2} + \frac{1}{i\Delta r} \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2\Delta r} + \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t}; \quad (2.13)$$

despejando $T_{i,j}^{n+1}$ de la ecuación (2.13), se tiene:

$$T_{i,j}^{n+1} = T_{i,j}^n + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2} \left[T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n + \frac{1}{2i} (T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n) \right] + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2} [T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n].$$

Haciendo $\gamma_r = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}$, $\gamma_z = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2}$ y reordenando, se tiene:

$$T_{i,j}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i} \right) T_{i+1,j}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i} \right) T_{i-1,j}^n + \gamma_z T_{i,j+1}^n + \gamma_z T_{i,j-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,j}^n. \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) es la ecuación para nodos interiores y es valida para:

$$1 \leq i \leq IT-1, \quad 1 \leq j \leq JT-1$$

A continuación se discretizan las condiciones de frontera y la condición inicial.

-Condición de frontera 1) Nodos frontera derecha, $r = r_0$, $i = IT$

Se tiene la ecuación (2.3) en notación nodal

$$\frac{\partial T(r_o, z, t)}{\partial r} = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{T_{IT+1,j}^n - T_{IT-1,j}^n}{2\Delta_r} = 0 \quad \longrightarrow \quad T_{IT+1,j}^n = T_{IT-1,j}^n$$

evaluando en la ecuación (2.14), $i = IT$

$$T_{IT,j}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{IT+1,j}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{IT-1,j}^n + \gamma_z T_{IT,j+1}^n + \gamma_z T_{IT,j-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{IT,j}^n$$

se tiene un nodo imaginario $T_{IT+1,j}^n$ en la ecuación evaluada en $i = IT$, por lo tanto se sustituye $T_{IT+1,j}^n$ por $T_{IT-1,j}^n$ y se obtiene:

$$T_{IT,j}^{n+1} = 2\gamma_r T_{IT-1,j}^n + \gamma_z T_{IT,j+1}^n + \gamma_z T_{IT,j-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{IT,j}^n \quad (2.15)$$

La ecuación nodal (2.15) es para la parte aislada de la placa y es válida para:

$$i = IT, \quad 1 \leq j \leq JT-1.$$

-Condición de frontera 2) Nodos frontera izquierda, $r = 0$, $i = 0$

De la ecuación (2.2) para el eje central en $r = 0$, donde se tiene una singularidad, se considera la siguiente aproximación:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2},$$

por lo tanto la ecuación (2.2) queda como sigue:

$$2 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Aplicando diferencias finitas a la ecuación anterior, se tiene:

$$2 \left(\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta r^2} \right) + \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t},$$

usando γ_r y γ_z y despejando $T_{i,j}^{n+1}$ de la ecuación anterior, se tiene:

$$T_{i,j}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,j}^n + 2\gamma_r T_{i+1,j}^n + 2\gamma_r T_{i-1,j}^n + \gamma_z T_{i,j+1}^n + \gamma_z T_{i,j-1}^n,$$

evaluando esta ecuación para cuando $i=0$, se tiene:

$$T_{0,j}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z]T_{0,j}^n + 2\gamma_r T_{1,j}^n + 2\gamma_r T_{-1,j}^n + \gamma_z T_{0,j+1}^n + \gamma_z T_{0,j-1}^n,$$

donde los nodos $(-1, j)$ son nodos imaginarios,

por lo que de la condición de frontera en $r=0$, ecuación (2.4) se tiene:

$$\frac{\partial T(0,z,t)}{\partial r} = 0 \longrightarrow \frac{T_{1,j}^n - T_{-1,j}^n}{2\Delta r} = 0 \longrightarrow T_{1,j}^n = T_{-1,j}^n,$$

donde aparecen los nodos imaginarios $T_{-1,j}^n$ en la ecuación evaluada en $i=0$, por lo que se sustituye $T_{-1,j}^n$ por $T_{1,j}^n$, y se obtiene:

$$T_{0,j}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z]T_{0,j}^n + 4\gamma_r T_{1,j}^n + \gamma_z T_{0,j+1}^n + \gamma_z T_{0,j-1}^n, \quad (2.16)$$

esta ecuación nodal corresponde al eje central de la placa o nodos de la frontera izquierda y es válida en el intervalo:

$$i=0, \quad 1 \leq j \leq JT-1$$

-Condición de frontera 3.a) Nodos frontera (zona inferior remarcada), $z=0, 0 \leq r \leq r_s, j=0$

Aplicando $j=0$ en la ecuación (2.14) obtenemos:

$$T_{i,0}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,0}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,0}^n + \gamma_z T_{i,1}^n + \gamma_z T_{i,-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,0}^n. \quad (2.17a)$$

Ahora se pasa a notación nodal la ecuación (2.5 a), con $j=0$

$$-k \frac{T_{i,1}^n - T_{i,-1}^n}{2\Delta z} = C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{i,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \epsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right];$$

despejando $T_{i,-1}^n$, se tiene:

$$T_{i,-1}^n = \frac{2\Delta z}{k} \left\{ C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{i,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \epsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} + T_{i,1}^n. \quad (2.17b)$$

Esta expresión se sustituye en la ecuación (2.17a), obteniendo

$$T_{i,0}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,0}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,0}^n + \gamma_z \left[T_{i,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left[C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o (T_{i,0}^n - T_a) - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right] + T_{i,1}^n \right] + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,0}^n$$

y reduciendo términos se tiene

$$T_{i,0}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,0}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,0}^n + 2\gamma_z T_{i,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left[C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{i,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right] \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,0}^n \quad (2.18)$$

La ecuación nodal (2.18) corresponde a la parte de la placa receptora expuesta al flujo radiativo solar concentrado y es válida para el intervalo:

$$j=0, 1 \leq i \leq IS$$

-Condición de frontera 3.b) Nodos frontera inferior (zona no remarcada), $r_s \leq r \leq r_o$, $z=0, j=0$

La ecuación correspondiente para este parte de la placa es casi igual a la anterior con la única diferencia que el término $Q_o = C_g G_b \rho_e \alpha_r$ (flujo radiativo solar concentrado) es cero (dado que en esta parte de la placa receptora no está expuesta al flujo radiativo solar concentrado), por lo que la ecuación queda:

$$T_{i,0}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,0}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,0}^n + 2\gamma_z T_{i,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left\{ 0 - h_o [T_{i,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,0}^n \quad (2.19)$$

esta ecuación es valida para:

$$j=0; IS \leq i \leq IT-1$$

-Condición de frontera 4) Nodos frontera superior, $0 \leq r \leq r_o$, $z=z_o$, $j=JT$

Evaluando $j = JT$ en la ecuación (2.14), obtenemos:

$$T_{i,JT}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,JT}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,JT}^n + \gamma_z T_{i,JT+1}^n + \gamma_z T_{i,JT-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,JT}^n$$

Pasando a notación nodal la ecuación (2.6) queda

$$-k \left[\frac{T_{i,JT+1}^n - T_{i,JT-1}^n}{2\Delta z} \right] = h_i [T_{i,JT}^n - T_f].$$

Se tienen nodos imaginarios $T_{i,JT+1}^n$, por lo que despejando dicho término obtenemos:

$$T_{i,JT+1}^n = -\frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{i,JT}^n - T_f] + T_{i,JT-1}^n. \quad (2.19a)$$

Entonces, sustituyendo en la ecuación evaluada en $j=JT$, se llega a:

$$T_{i,JT}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i} \right) T_{i+1,JT}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i} \right) T_{i-1,JT}^n + \gamma_z \left[-\frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{i,JT}^n - T_f] + T_{i,JT-1}^n + T_{i,JT-1}^n \right] + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,JT}^n$$

La ecuación nodal (2.19a) corresponde a la parte de la placa receptora expuesta al flujo de fluido o frontera superior. Reduciendo términos, se obtiene:

$$T_{i,JT}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i} \right) T_{i+1,JT}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i} \right) T_{i-1,JT}^n + 2\gamma_z T_{i,JT-1}^n - \frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{i,JT}^n - T_f] \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,JT}^n. \quad (2.20)$$

Esta ecuación es válida para:

$$j = JT ; 1 \leq i \leq IT-1.$$

-Condición inicial para: $0 \leq r \leq r_0, 0 \leq z \leq z_0, t = 0$

La condición inicial se reduce simplemente a

$$T_{i,j}^0 = T_a. \quad (2.21)$$

-Ecuaciones nodales para los nodos esquinas

Como se puede observar, las ecuaciones obtenidas no incluyen los nodos esquina de la malla, por lo que se tienen que derivar las ecuaciones especiales para cada nodo esquina.

-Nodo inferior izquierdo, esquina $i = j = 0, (r=0, z=0)$

Haciendo $j=0$ en la ecuación (2.16) se obtiene

$$T_{0,0}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,0}^n + 4\gamma_r T_{1,0}^n + \gamma_z T_{0,1}^n + \gamma_z T_{0,j-1}^n.$$

Se tiene un nodo imaginario $T_{0,-1}^n$ en la ecuación evaluada en $j=0$; de la ecuación (2.17b) con $i=0$

$$T_{0,-1}^n = \frac{2\Delta z}{k} \left\{ C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{0,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{0,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} + T_{0,1}^n;$$

sustituyendo en la ecuación anterior

$$T_{0,0}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,0}^n + 4\gamma_r T_{1,0}^n + 2\gamma_z T_{0,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left\{ C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{0,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{0,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} \gamma_z; \quad (2.22)$$

que es la ecuación correspondiente al nodo de la esquina (0,0).

-Nodo superior izquierdo, esquina $i=0, j=JT, (r=0, z=z_o)$

Haciendo $j=JT$ en la ecuación (2.16)

$$T_{0,JT}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,JT}^n + 4\gamma_r T_{1,JT}^n + \gamma_z T_{0,JT+1}^n + \gamma_z T_{0,JT-1}^n.$$

Se tiene un nodo imaginario en $T_{0,JT+1}^n$, de la ecuación (2.19a) con $i=0$

$$T_{0,JT+1}^n = -\frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{0,JT}^n - T_f] + T_{0,JT-1}^n.$$

Se sustituye esta ecuación en la anterior

$$T_{0,JT}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,JT}^n + 4\gamma_r T_{1,JT}^n + 2\gamma_z T_{0,JT-1}^n - \frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{0,JT}^n - T_f] \gamma_z \quad (2.23)$$

que es una ecuación válida para la esquina (0,JT).

-Nodo inferior derecho, esquina $i=IT, j=0, (r=r_o, z=0)$

Para $j=0$ en la ecuación (2.15) tenemos

$$T_{iT,0}^{n+1} = 2\gamma_r T_{iT-1,0}^n + \gamma_z T_{iT,1}^n + \gamma_z T_{iT,-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{iT,0}^n.$$

Se tiene un nodo imaginario en $T_{iT,-1}^n$, de la ecuación (2.17b) con $i = IT$,

$$Q_o = C_g G_b \rho_e \alpha_r = 0,$$

$$T_{iT,-1}^n = \frac{2\Delta z}{k} \left\{ 0 - h_o [T_{iT,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{iT,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} + T_{iT,1}^n.$$

Sustituyendo en la ecuación anterior obtenemos

$$T_{iT,0}^{n+1} = 2\gamma_r T_{iT-1,0}^n + 2\gamma_z T_{iT,1}^n - \frac{2\Delta z}{k} \left\{ h_o [T_{iT,0}^n - T_a] + \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{iT,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{iT,0}^n \quad (2.24)$$

que es una ecuación válida en la esquina $(IT, 0)$.

-Nodo superior derecho, esquina $i = IT, j = JT, (r = r_o, z = z_o)$

Para $j = JT$, ecuación (2.15) tenemos

$$T_{iT,JT}^{n+1} = 2\gamma_r T_{iT-1,JT}^n + \gamma_z T_{iT,JT+1}^n + \gamma_z T_{iT,JT-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{iT,JT}^n.$$

Se tiene un nodo imaginario en $T_{iT,JT+1}^n$, de la ecuación (2.19a) con $i = IT$

$$T_{iT,JT+1}^n = -\frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{iT,JT}^n - T_f] + T_{iT,JT-1}^n.$$

Sustituyendo en la ecuación anterior se obtiene

$$T_{iT,JT}^{n+1} = 2\gamma_r T_{iT-1,JT}^n - \frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{iT,JT}^n - T_f] \gamma_z + 2\gamma_z T_{iT,JT-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{iT,JT}^n \quad (2.25)$$

En la figura 2.5 se muestra la red nodal con sus ecuaciones correspondientes.

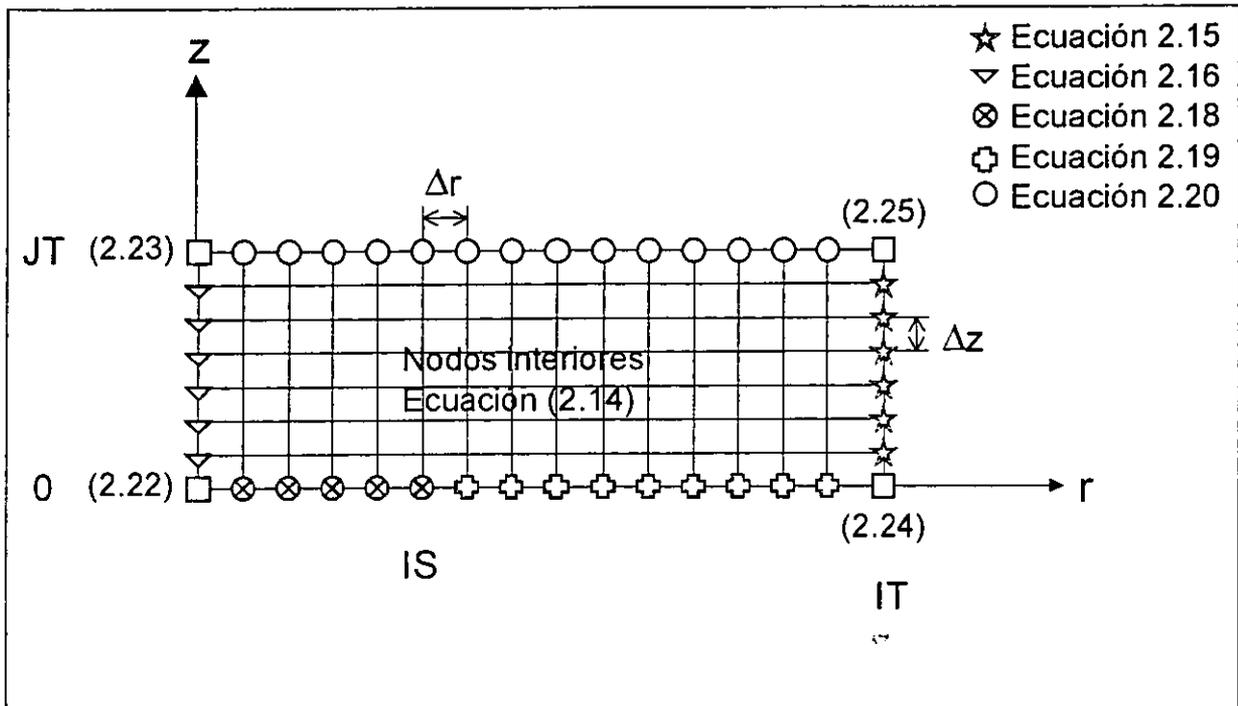


Figura 2.5 Malla de la red nodal, en donde se muestra la ubicación de los nodos de las ecuaciones obtenidas.

Resumen de las ecuaciones nodales

De acuerdo a la malla mostrada en la figura 2.5, se tienen las siguientes ecuaciones para las condiciones de frontera.

Ecuación (2.21) para todo i, j (Condición inicial)

$$T_{i,j}^0 = T_a.$$

-Nodos interiores

Ecuación (2.14), $i = 1, 2, \dots, IT-1$; $j = 1, 2, \dots, JT-1$

$$T_{i,j}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i} \right) T_{i+1,j}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i} \right) T_{i-1,j}^n + \gamma_z T_{i,j+1}^n + \gamma_z T_{i,j-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,j}^n.$$

-Nodos frontera

Ecuación (2.15), $i = IT; j = 1, 2, \dots, JT-1$

$$T_{IT,j}^{n+1} = 2\gamma_r T_{IT-1,j}^n + \gamma_z T_{IT,j+1}^n + \gamma_z T_{IT,j-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{IT,j}^n.$$

Ecuación (2.16), $i=0; j=1, 2, \dots, JT-1$

$$T_{0,j}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,j}^n + 4\gamma_r T_{1,j}^n + \gamma_z T_{0,j+1}^n + \gamma_z T_{0,j-1}^n.$$

Ecuación (2.18) $i=1, 2, \dots, IS; j = 0$

$$T_{i,0}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,0}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,0}^n + 2\gamma_z T_{i,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left[C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{i,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right] \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,0}^n$$

Si $r > r_s$, entonces: $Q_0 = C_g G_b \rho_e \alpha_r = 0$

Ecuación (2.19), $i = IS+1, IS+2, \dots, IT-1; j = 0$

$$T_{i,0}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,0}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,0}^n + 2\gamma_z T_{i,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left\{ 0 - h_o [T_{i,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,0}^n$$

Ecuación (2.20), $i=1, 2, \dots, IT-1; j=0$

$$T_{i,JT}^{n+1} = \gamma_r \left(1 + \frac{1}{2i}\right) T_{i+1,JT}^n + \gamma_r \left(1 - \frac{1}{2i}\right) T_{i-1,JT}^n + 2\gamma_z T_{i,JT-1}^n - \frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{i,JT}^n - T_f] \gamma_z + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{i,JT}^n$$

-Nodos esquina

Ecuación (2.22), $i = j = 0$

$$T_{0,0}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,0}^n + 4\gamma_r T_{1,0}^n + 2\gamma_z T_{0,1}^n + \frac{2\Delta z}{k} \left\{ C_g G_b \rho_e \alpha_r - h_o [T_{0,0}^n - T_a] - \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{0,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} \gamma_z$$

Ecuación (2.23), $i=0, j=JT$

$$T_{0,JT}^{n+1} = [1 - 4\gamma_r - 2\gamma_z] T_{0,JT}^n + 4\gamma_r T_{1,JT}^n + 2\gamma_z T_{0,JT-1}^n - \frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{0,JT}^n - T_f] \gamma_z$$

Ecuación (2.24), $i=IT, j=0$

$$T_{IT,0}^{n+1} = 2\gamma_r T_{IT-1,0}^n + 2\gamma_z T_{IT,1}^n - \frac{2\Delta z}{k} \left\{ h_o [T_{IT,0}^n - T_a] + \sigma F_{1-2} \varepsilon \left[(T_{IT,0}^n)^4 - (T_a)^4 \right] \right\} \gamma_z + T_{IT,1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{IT,0}^n$$

Ecuación (2.25), $i=0, j=JT$

$$T_{IT,JT}^{n+1} = 2\gamma_r T_{IT-1,JT}^n - \frac{h_i 2\Delta z}{k} [T_{IT,JT}^n - T_f] \gamma_z + 2\gamma_z T_{IT,JT-1}^n + [1 - 2\gamma_r - 2\gamma_z] T_{IT,JT}^n$$

2.4 Criterio de estabilidad.

Una característica inconveniente del método explícito es que no es incondicionalmente estable. En un problema transitorio, la solución para las temperaturas nodales debe aproximarse de forma continua a los valores finales (de estado estable) al aumentar el tiempo. Sin embargo, con el método explícito, la solución se caracteriza por oscilaciones numéricas inducidas, que son físicamente imposibles. Las oscilaciones se vuelven inestables, lo que ocasiona que la solución difiera de las condiciones de estado estable reales. Para evitar este tipo de resultados erróneos, el valor establecido de Δt debe mantenerse por debajo de cierto límite, el cual depende de Δz , Δr y otros parámetros del sistema. Esta dependencia se denomina criterio de estabilidad [Chapra, 1987]. Es importante que el método numérico sea estable, dado que la exactitud de los resultados debe ser confiable. Por lo que se asegura que el error disminuya en los cálculos computacionales haciendo uso del siguiente criterio de estabilidad, que para un nodo bidimensional establece que [Holman, 1990]:

$$\frac{\alpha \Delta t}{\Delta r^2}, \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2} \leq 0.25. \quad (2.26)$$

Estas expresiones aparecen en las ecuaciones nodales a resolver; se designaron como γ_r y γ_z , respectivamente, y son una forma en diferencias finitas del número de Fourier.

2.5 Algoritmo de solución.

El problema matemático ha sido reducido a un sistema de ecuaciones algebraicas donde la temperatura T_{ij}^n en los nodos (i, j) y al tiempo n, es la incógnita. El método que se usó para la solución de las ecuaciones, como ya se menciona es el método de diferencias finitas bajo un esquema explícito. La solución de las ecuaciones se realizó con ayuda de un programa de computo codificado en lenguaje FORTRAN 77. El programa codificado aparece en el apéndice B.

La estructura básica del algoritmo de solución es la siguiente:

1. Definir parámetros
2. Verificar estabilidad
3. Construir vectores
4. Inicializar vectores (condición inicial)
5. Paso de tiempo 1
6. Cálculo de nodos frontera
7. Cálculo de nodos interiores
8. Cálculo de nodos esquina
9. Impresión de resultados
10. Incrementar paso de tiempo
11. Repetir pasos del 6 al 10
12. Condición de paro

CAPÍTULO 3

DISEÑO EXPERIMENTAL E INSTRUMENTACIÓN

En este capítulo se presenta y describe el equipo utilizado durante las series experimentales llevadas a cabo. Adicionalmente, se describen detalladamente los experimentos realizados con el elemento calefactor y con el DEFRAC.

3.1 Montaje experimental e instrumentación.

El equipo experimental consta de 12 elementos principales: una computadora personal, una tarjeta adquisidora de datos, una tarjeta multiplexora, termopares tipo "K" (ocho) y "T" (tres), mangueras aisladas de 0.0127 m de diámetro y 8 m de longitud (dos), un tanque aislado para alimentación de agua de 500 litros, una bomba de agua de ¼ HP, una válvula de compuerta, un Pirheliómetro, elementos calefactores (dos), un variac y el DEFRAC.

Se utilizó el mismo equipo experimental en todos los experimentos realizados en este trabajo, la única diferencia fue que se utilizaron dos diferentes fuentes de flujo de calor: el elemento calefactor y el DEFRAC.

Se conectaron las mangueras del agua a la entrada y salida del calorímetro. Las mangueras y el tanque de alimentación de agua se aislaron con fibra de vidrio de 2.5 cm de espesor y se cubrieron con papel aluminio.

Cuando el DEFRAC opera con 18 espejos las temperaturas registradas en la placa receptora son superiores a 1000 C, mientras que las temperaturas registradas a la entrada y salida del calorímetro, así como la temperatura ambiente son menores a 100 C. Por lo anterior, en la placa receptora se utilizaron termopares tipo "K" (cromel-alumel) calibre 22 (con un rango de error de 2.2 C) los cuales tienen un rango de medición de temperatura de -200 a 1200 C. Para las mediciones de temperatura del agua a la entrada y salida del calorímetro y temperatura ambiente, se usaron termopares tipo "T" (cobre-constantan), calibre 18 (con un rango de error de 0.8 C) y con rango de medición de -200 a 350 C, en total se utilizan once termopares, ocho tipo "K" y tres tipo "T".

Los termopares tipo "K" son colocados en la placa receptora (sobre ranuras radiales, figuras 3.1 y 3.2 y la tabla 3.1). El primer termopar tipo "T" se coloca en el tanque de almacenamiento de agua, el cual registra la temperatura del agua de entrada del calorímetro, el segundo termopar es colocado en la manguera de salida, esto con el objeto de registrar la temperatura de salida del calorímetro y el tercero es colocado abajo del marco que soporta el calorímetro, este termopar registra la temperatura ambiente.

Para el monitoreo de los termopares tipo "T", se utiliza un DORIC (medidor digital de temperatura).

Tanto los termopares tipo "K" como el tipo "T" se construyeron y verificaron en el CIE-UNAM.

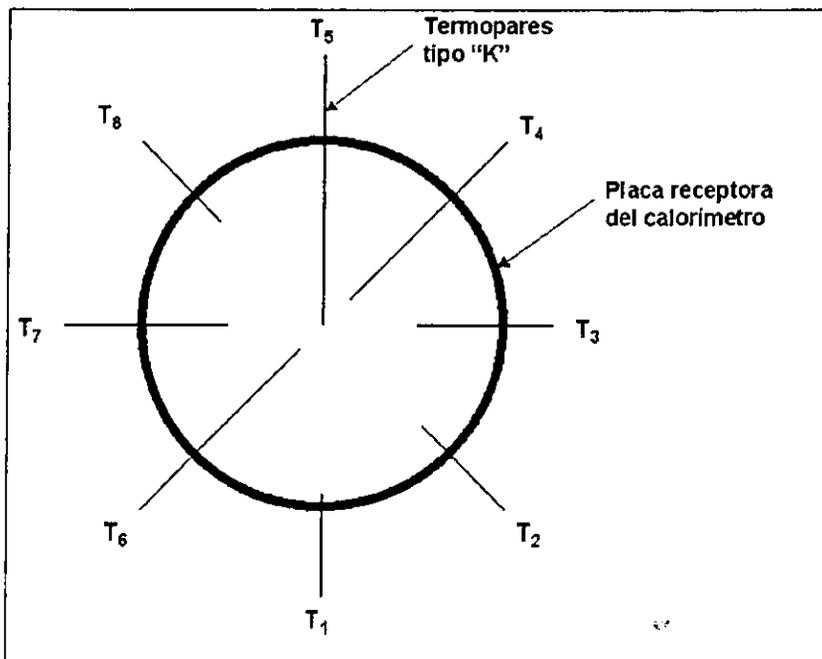


Figura 3.1 Distribución de los termopares sobre la placa receptora (ver tabla 3.1).

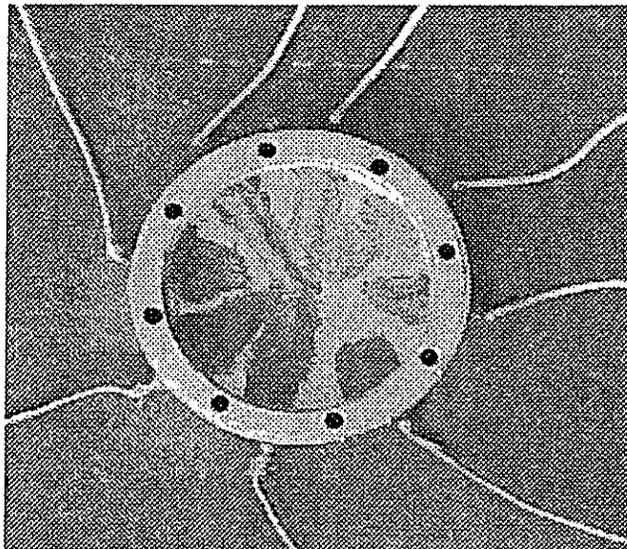


Figura 3.2 Fotografía de la distribución de los termopares sobre la placa receptora

Tabla 3.1 Posiciones de los termopares (distancias desde el centro de la placa, con separaciones de ángulos de 45°).

Número de termopar	Distancia desde el centro de la placa (cm)
T ₅	0
T ₄	1.10
T ₃	2.05
T ₂	3.05
T ₁	4.05
T ₆	1.10
T ₇	2.05
T ₈	3.05

Para el registro y control de los datos experimentales se utilizan, una tarjeta adquisidora de datos PCL-812 y una tarjeta multiplexora PCLD-789 (figura 3.3). La configuración tanto de la tarjeta adquisidora como de la tarjeta multiplexora se realizó con base en las especificaciones de sus respectivos manuales de operación y consiste básicamente en activar o desactivar interruptores, según las necesidades requeridas del experimento (tipo de señal, ganancia del termopar, etc.).

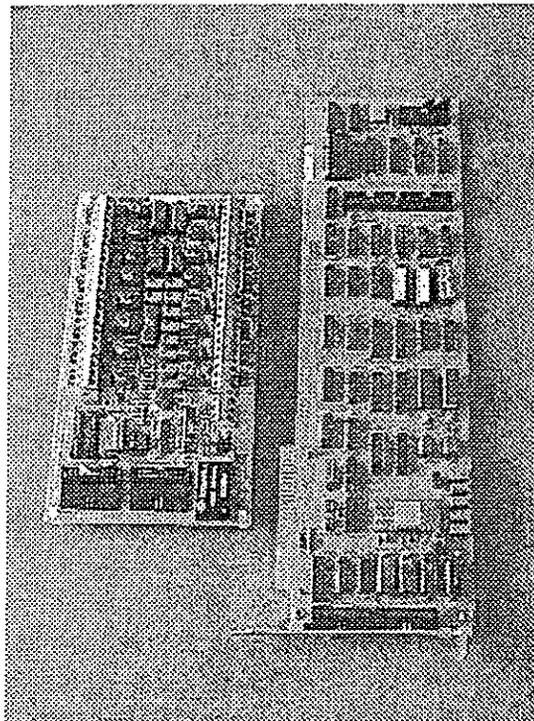


Figura 3.3 Fotografía de la tarjeta PCL-812 (derecha) y la tarjeta PCLD-789.

La tarjeta adquisidora PCL-812 se instaló dentro del CPU de la computadora, y la tarjeta multiplexora, en la cual se conectan directamente las puntas de los termopares, se montó sobre una base de madera (con el fin de poder instalarla sobre el DEFRAC y evitar posibles interferencias entre el DEFRAC y la tarjeta), ambas tarjetas se interconectan a través de cable telefónico de 20 hilos. La tarjeta multiplexora cuenta con 16 canales de operación, para nuestro caso se utilizaron 8; cada canal consta de dos entradas (positivo y negativo) y su sistema de tierra.

Se realizó un programa (figura 3.4) para el registro de temperaturas usando el paquete GENIE. El GENIE es un paquete de control de procesos basado en manejo de iconos diseñado para uso en una computadora PC o compatible, corriendo bajo ambiente Windows. Es una herramienta de diseño usado para crear gráficos, simulaciones, y ejecutar estrategias en tiempo real para control y adquisición de datos, elaborado por la compañía Advanced Technology de México S.A. de C.V. El programa tiene la capacidad de leer y desplegar en pantalla la lectura gráfica de la señal en milivolts (convirtiéndola a grados centígrados) proveniente de los termopares e ir haciendo al mismo tiempo un archivo de lecturas.

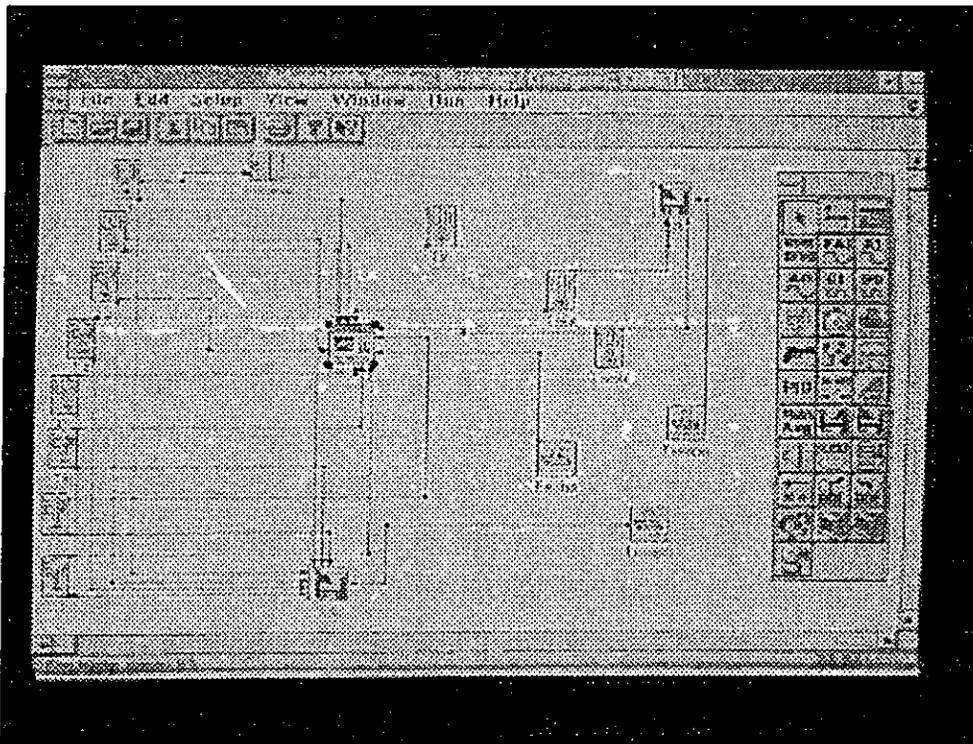


Figura 3.4 Fotografía de la pantalla de la PC mostrando el diseño de conexiones con termopares en el programa GENIE.

Para medir la radiación solar directa se utiliza un pirheliómetro marca EPPLEY (figura 3.5), el cual se coloca en una base rígida y colocada a una altura de 0.5 m. La señal dada por el pirheliómetro (en milivolts), dependiendo de la intensidad de

radiación solar directa, se registra en un multímetro. Una vez obtenida la lectura en milivolts de la radiación solar directa, se procede a realizar la conversión a W/m^2 de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$G_b = \frac{L}{K} \quad (3.1)$$

donde L es la lectura en milivolts y K es la constante del instrumento ($17.08 \times 10^{-3} \text{ mV/Wm}^{-2}$).

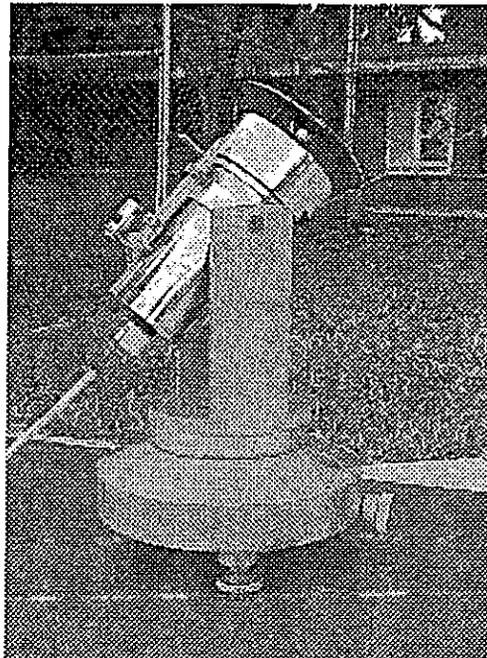


Figura 3.5 Fotografía del Pirheliómetro utilizado.

3.2 Elementos calefactores.

Con el fin de realizar corridas experimentales con flujo de calor constante y controlado se diseñaron y construyeron dos dispositivos calefactores (figura 3.6); estos simulan el flujo radiativo solar proporcionado por el DEFRAC. Cada elemento calefactor consta de una "caja circular" de lámina de cobre (espesor de 1 mm) con diámetro de 4 cm, en la cual se acomoda radialmente dos resistencias eléctricas, una de 500 W y otra de 800 W.

Los materiales aislantes (espaguetis de asbesto) usados para cada una de las resistencias son colocados con el fin de aislar eléctricamente las resistencias del calorímetro; éstas soportan las altas temperaturas (menores a 600 C) que se alcanzan por cada una de las resistencias (es decir con resistencias de mayor valor, los materiales aislantes se degradan).

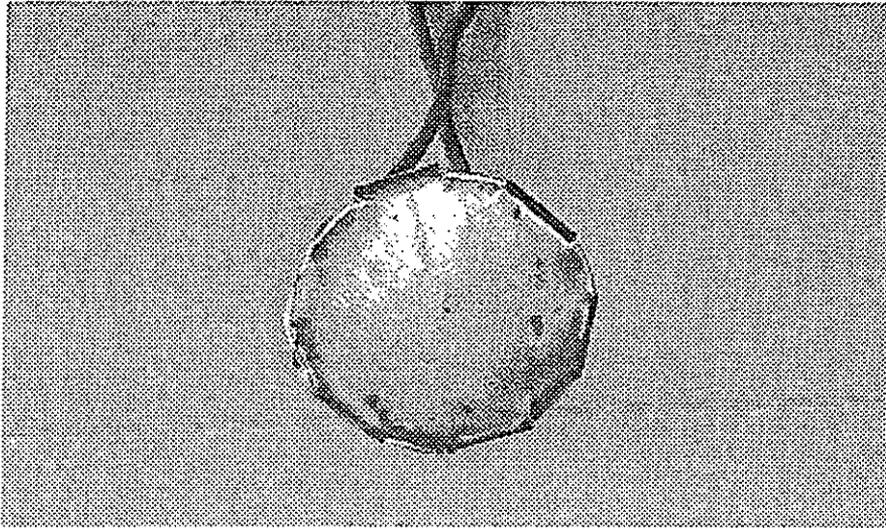


Figura 3.6 Fotografía del elemento calefactor.

Con el fin de evitar pérdidas de calor y poder maniobrar los elementos calefactores, se construyeron dos cajas "de soporte" rellenas con fibra de vidrio, como se muestra en la figura 3.7; adicionalmente se acondicionó una tapa de asbesto de 6 mm de espesor, cuyo fin es la de mantener centrado el elemento calefactor sobre la placa receptora del calorímetro.

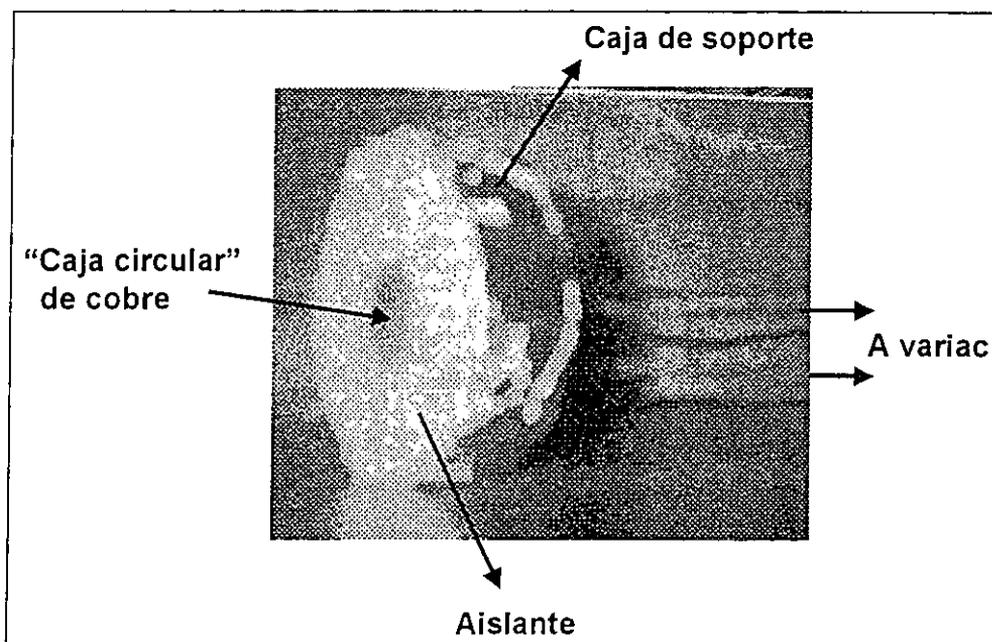


Figura 3.7 Elemento calefactor montado sobre la caja aislante.

3.3 Experimento con el elemento calefactor

En el arreglo experimental, se fijó el elemento calefactor en la placa del calorímetro que recibe el flujo de calor del elemento calefactor. En la figura 3.8 se muestra el detalle del dispositivo calefactor en la placa receptora.

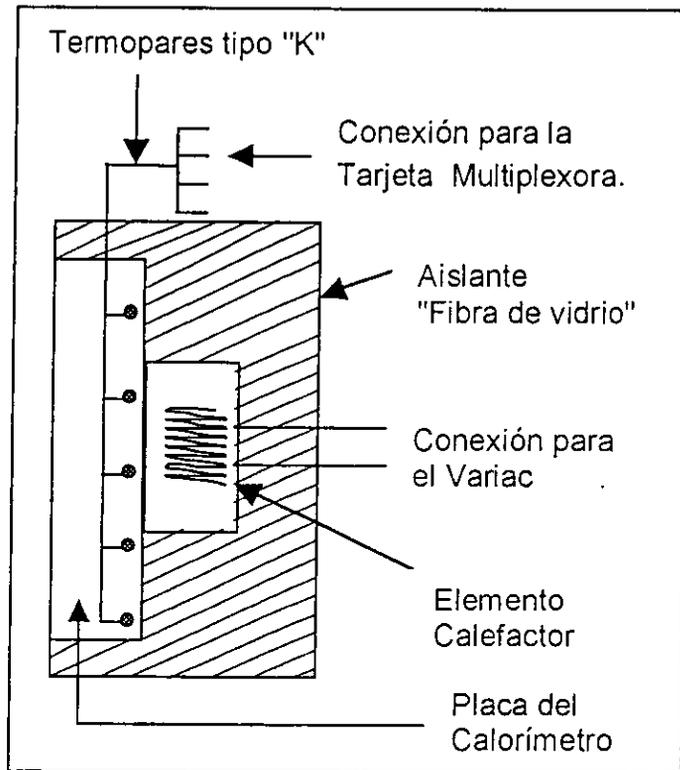


Figura 3.8 Detalle del dispositivo calefactor en la placa receptora.

La figura 3.9 muestra un esquema general del arreglo experimental y la instrumentación para las mediciones con el calorímetro utilizando el elemento calefactor.

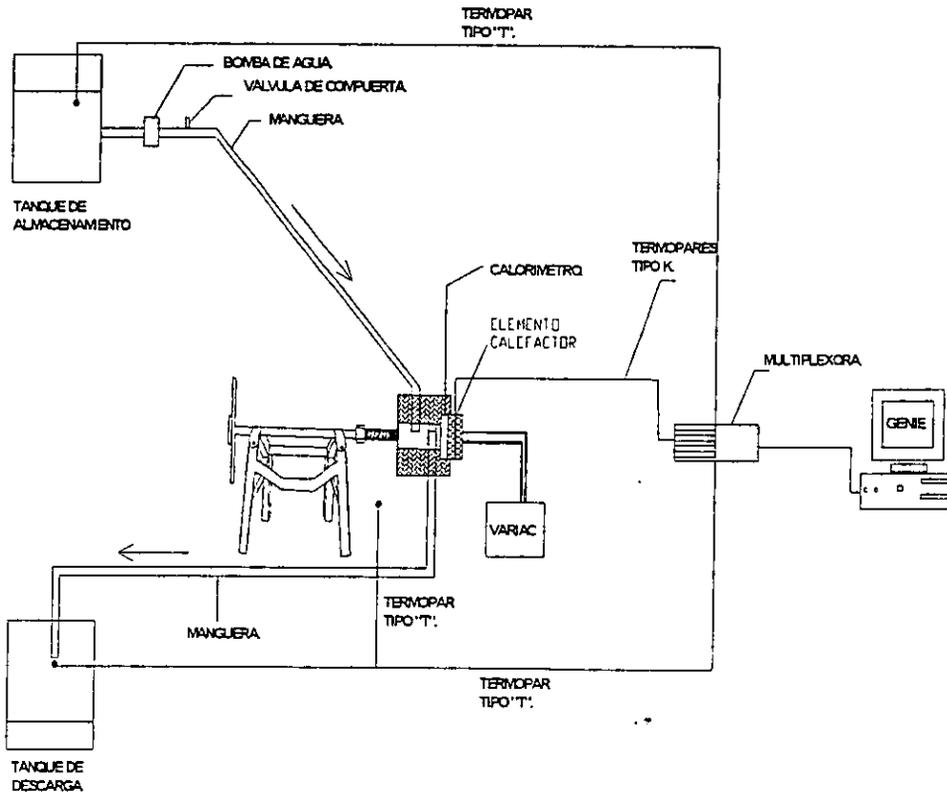


Figura 3.9 Esquema general del arreglo experimental e instrumentación para las mediciones con el calorímetro en laboratorio.

La figura 3.10 muestra una fotografía del arreglo experimental del calorímetro mostrando la placa receptora sin el elemento calefactor.

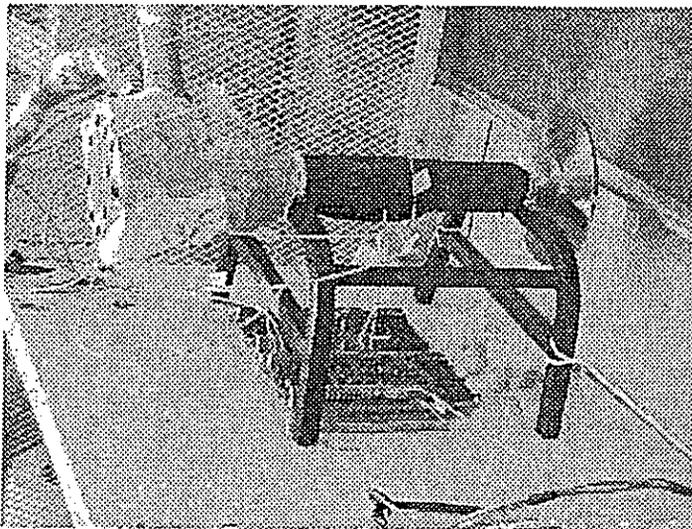


Figura 3.10 Fotografía del arreglo experimental del calorímetro en el laboratorio.

Los experimentos se llevaron a cabo con diferentes condiciones de flujo volumétrico de agua de entrada y aire para enfriamiento (convección natural y convección forzada).

Descripción de la secuencia experimental.

1. Se acciona la bomba de circulación de agua y con la válvula de compuerta se regula el flujo deseado (éste se mide con ayuda de un recipiente de 10 litros y un cronómetro).
2. Con el variac se regula la potencia eléctrica a suministrar al dispositivo calefactor.
3. Se corre el programa GENIE, el cual despliega en la pantalla de la PC el gráfico que corresponde a los termopares que registran la temperatura dentro de la placa del calorímetro (los registros de temperatura se realizaron cada cinco segundos); la temperatura ambiente, la temperatura de entrada y salida del fluido de trabajo se registra en un Doric (estos registros de temperatura se realizaron cada cuatro minutos).
4. Antes de colocar el dispositivo calefactor en la placa receptora del calorímetro se verifica que todos los termopares en la placa registren la misma temperatura (estado estacionario).
5. El dispositivo calefactor se coloca al centro de la placa del calorímetro. En este momento se observa en la gráfica del GENIE, que la temperatura dentro de la placa empieza a incrementarse (observándose que los termopares centrales son los que registran la mayor temperatura), es decir se observa el estado transitorio. Posteriormente, se espera hasta observar que las variaciones en los registros de temperatura son mínimas, es decir, hasta alcanzar el estado estacionario; se retira el dispositivo calefactor y la placa del calorímetro se enfría por convección natural o por convección forzada (por medio de un ventilador), nuevamente se observa el estado transitorio (el decaimiento en las temperaturas) y el experimento finaliza cuando se llega al estado estacionario.
6. Se desconecta la bomba y el elemento calefactor.
7. Los datos del experimento se almacenan en una hoja de cálculo para su posterior análisis.

3.4 Experimento con el DEFRAC.

Una vez terminados los experimentos en laboratorio (con los elementos calefactores) se instaló el calorímetro en el DEFRAC observándose que la placa receptora del calorímetro quedo ubicada a una distancia de 191.1 cm, 10 cm menos de la distancia focal del sistema ($200 \text{ cm} \pm 1\%$ [Higuera, 1996]). Las mangueras de entrada y salida de agua se fijan a uno de los largueros del DEFRAC y la tarjeta multiplexora se montó sobre el eje que soporta el calorímetro, ver figura 3.11

Los experimentos con el DEFRAC se realizaron bajo diferentes condiciones de flujo volumétrico de entrada y flujo de radiación solar concentrada (números de espejos), con una radiación solar directa mínima de 800 W/m^2 .

En todos los experimentos realizados se utilizó como superficie absorbedora pintura blanca para alta temperatura (hasta 650 C) marca Krylon, en presentación de spray, la cual tiene una absorptancia de 0.96 (Cruz Sesma, 1997), esto es, la superficie exterior de la placa receptora se pintó con la pintura blanca Krylon.

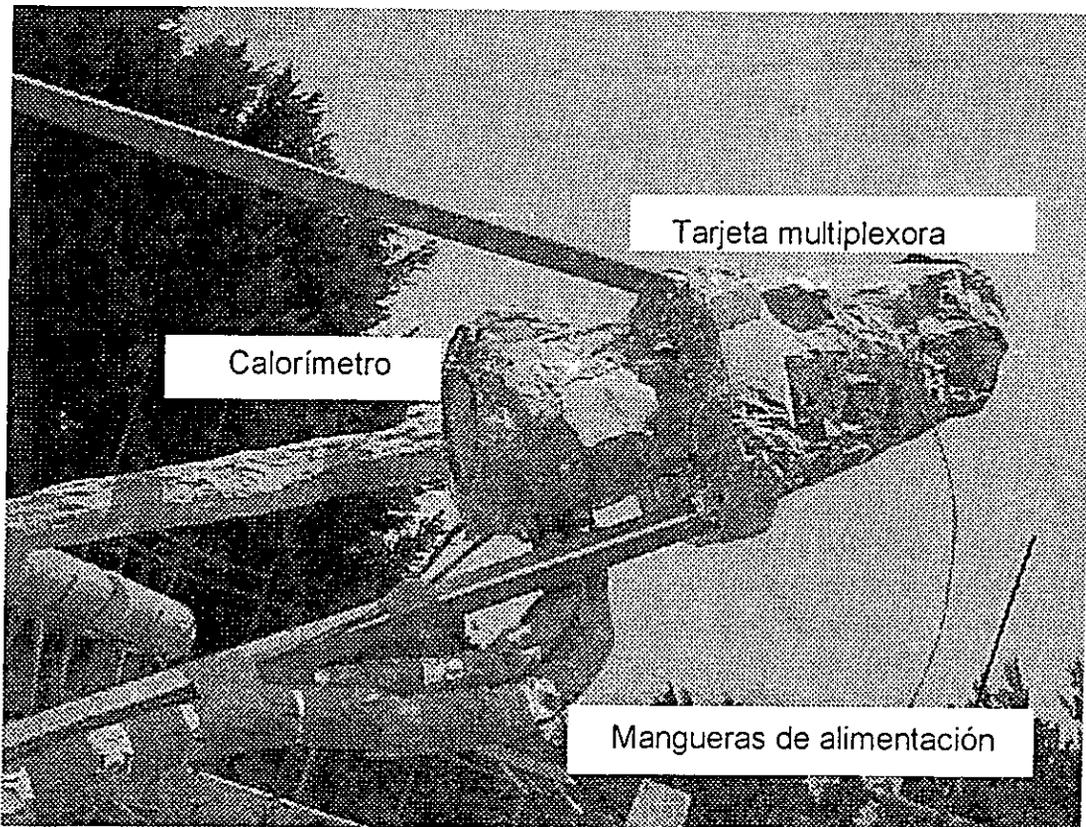


Figura 3.11 Fotografía del calorímetro montado en el DEFRAC.

Descripción de la secuencia experimental.

1. Se orienta el DEFRAC (norte-sur), y se ajusta la inclinación del sistema, dependiendo del día del año.
2. Se acciona la bomba de circulación de agua y con la válvula de compuerta se regula el flujo deseado (este flujo volumétrico se mide y se registra).
3. Se enfoca el número de espejos a utilizar y son cubiertos con sus respectivas fundas.
4. Se corre el programa GENIE, el cual despliega en la pantalla de la PC el gráfico que corresponde a los termopares que registran la temperatura dentro de la placa del calorímetro (los registros de temperatura se realizaron cada cinco segundos); la temperatura ambiente, la temperatura de entrada y salida del fluido de trabajo se registra en un Doric (estos registros de temperatura se realizaron cada dos minutos).
5. Antes de retirar las fundas de los espejos se verifica que los termopares en la placa registren la misma temperatura (estado estacionario).
6. Se utiliza el sistema de seguimiento solar manual del DEFRAC para concentrar el flujo radiativo solar en el calorímetro, previamente se marcó el diámetro (aproximado) de la mancha solar, con el fin de mantenerla en una sola posición sobre la superficie receptora (placa) del calorímetro.
7. En este momento se observa en la gráfica del GENIE, que la temperatura dentro de la placa empieza a incrementarse (observándose que los termopares centrales son los que registran la mayor temperatura), es decir se tiene el estado transitorio. Posteriormente, se espera hasta observar que las variaciones en los registros de temperatura sean mínimas, es decir se alcanza el estado estacionario, entonces se cubren los espejos y la placa del calorímetro se enfría por convección natural. Nuevamente se observa el estado transitorio (el decaimiento en las temperaturas) y el experimento finaliza cuando se llega al estado estacionario.
8. Se desconecta la bomba de alimentación de agua.
9. Los datos del experimento se almacenan en una hoja de cálculo.

En la figura 3.12 se muestra un diagrama general simplificado del experimento en el DEFRAC y en las figuras 3.13 y 3.14 se muestran las fotografías del mismo.

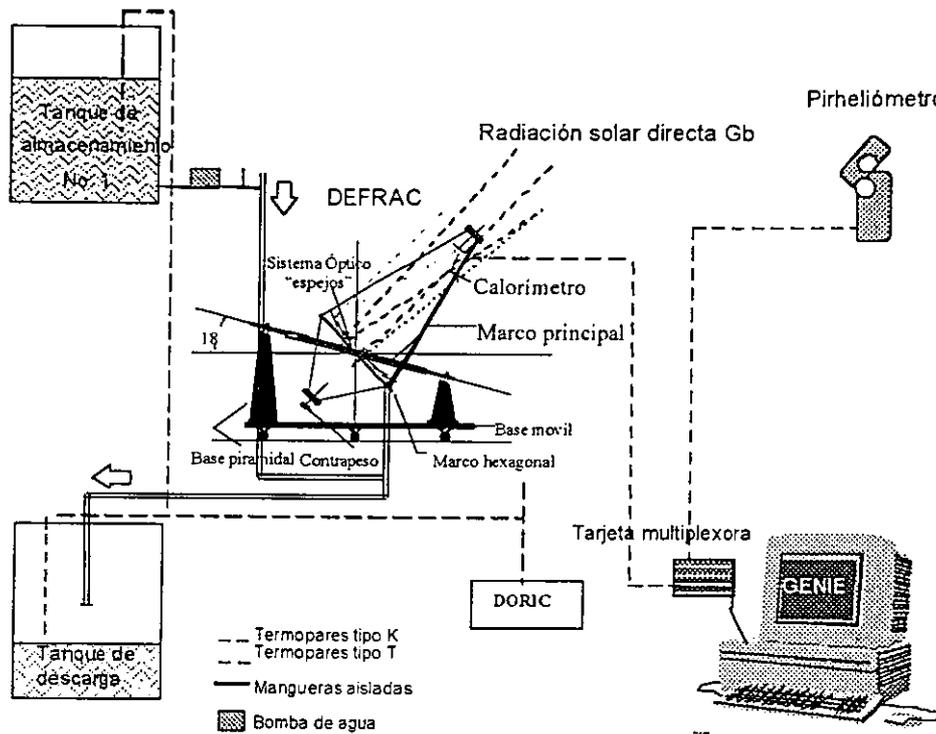


Figura 3.12 Esquema general del arreglo experimental e instrumentación para las mediciones con el calorímetro en el DEFRAC.

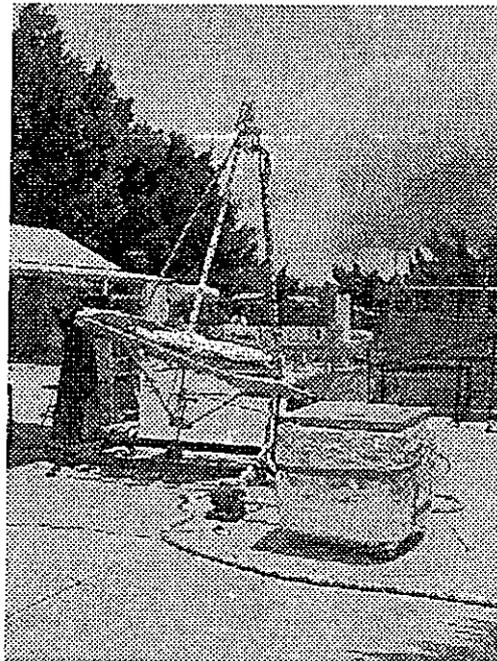


Figura 3.13 Vista del arreglo experimental, destacándose el tanque de alimentación, las mangueras y la bomba.

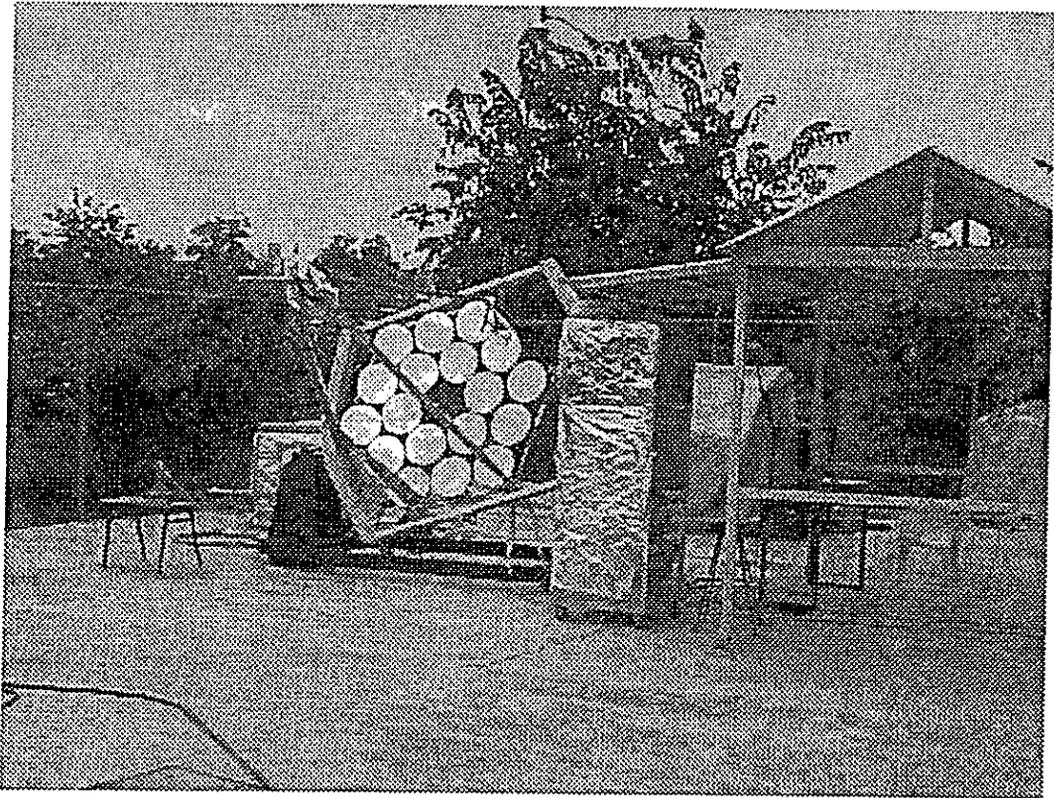


Figura 3.14 Otra vista del arreglo experimental, mostrándose en primer plano el "raquet" donde se aloja el sistema de adquisición de datos.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presentan y discuten los resultados obtenidos, tanto teóricos como experimentales, el cual está dividido en cinco secciones. En la primera sección se presentan los resultados teóricos, en la segunda y tercera, los resultados obtenidos experimentalmente con el elemento calefactor y en el DEFRAC. En la cuarta sección se presenta una comparación entre los resultados experimentales y los resultados obtenidos con el modelo teórico propuesto en el capítulo dos, y en la última sección se realiza una comparación entre los resultados experimentales obtenidos en este trabajo de investigación con los obtenidos por Cruz Sesma [1997].

4.1 Resultados Teóricos

En esta sección se presentan y discuten los resultados obtenidos del modelo teórico propuesto en el capítulo dos y resuelto numéricamente. En la tabla 4.1 se muestran los valores de los parámetros involucrados en el programa de cómputo; estos valores son similares a las condiciones de operación de la placa receptora del calorímetro del DEFRAC. Los valores de z_o , r_o y r_s se midieron con un vernier, los valores k y α se tomaron de Holman [1990], los valores α_r , ε y ρ_e se obtuvieron de Cruz Sesma [1997], los valores de G_b y T_a se midieron y los valores de C_g y T_f se calcularon.

Tabla 4.1 Valores de los parámetros utilizados en el cálculo numérico.

PARAMETRO	DESCRIPCION	VALOR
z_o	Espesor de placa	0.005 m
r_o	Radio de la placa	0.045 m
r_s	Radio de la imagen solar	0.01 m
k	Conductividad térmica	13.4 W/m-K *
α	Difusividad térmica	3.48×10^{-6} m/s ² *
α_r	Absortancia	0.96
ε	Emitancia	0.95
ρ_e	Reflectancia	0.92
G_b	Radiación solar directa	895 W/m ²
C_g	Concentración geométrica	225 (para c/u de los espejos)
N	Número de espejos	6
h_o	Coefficiente convectivo exterior	80 W/m ² -C
h_i	Coefficiente convectivo interior	407.8 W/m ² -C **
T_a	Temperatura ambiente	25.5 C (298.5 K)
T_f	Temperatura promedio del fluido (entre la entrada y salida del calorímetro)	29.6 C (302.6 K)

*Acero inoxidable AISI-316

** Ver apéndice C

En la figura 4.1 se muestra el comportamiento de la temperatura en la placa como función del tiempo en tres puntos del eje vertical z ($z=z_0$, $z=1/2 z_0$ y $z=0$), para cuando $r=0$ y $r=r_0$. Se observa que en $r=0$ (centro de la placa) para los tres puntos en z , la temperatura se eleva rápidamente; esto es debido a que en esta zona se tiene el flujo radiativo solar concentrado, asimismo se observa la rapidez con la que llegan al estado estacionario: 20 segundos. Para esta misma posición en r , existe un gradiente de temperatura entre $z=z_0$ y $z=0$ de 24 C. Esto es debido a que $z=0$ esta expuesto al flujo radiativo concentrado y $z=z_0$ esta en contacto con el flujo de fluido (condición de frontera convectiva). Por otra parte, para $r=r_0$ (extremo de la placa) se observa que para los tres puntos en z , la temperatura no se incrementa y se mantiene constante todo el tiempo, es decir, debido a las condiciones de frontera, estos puntos no sienten el efecto de la perturbación térmica producto del flujo radiativo solar concentrado.

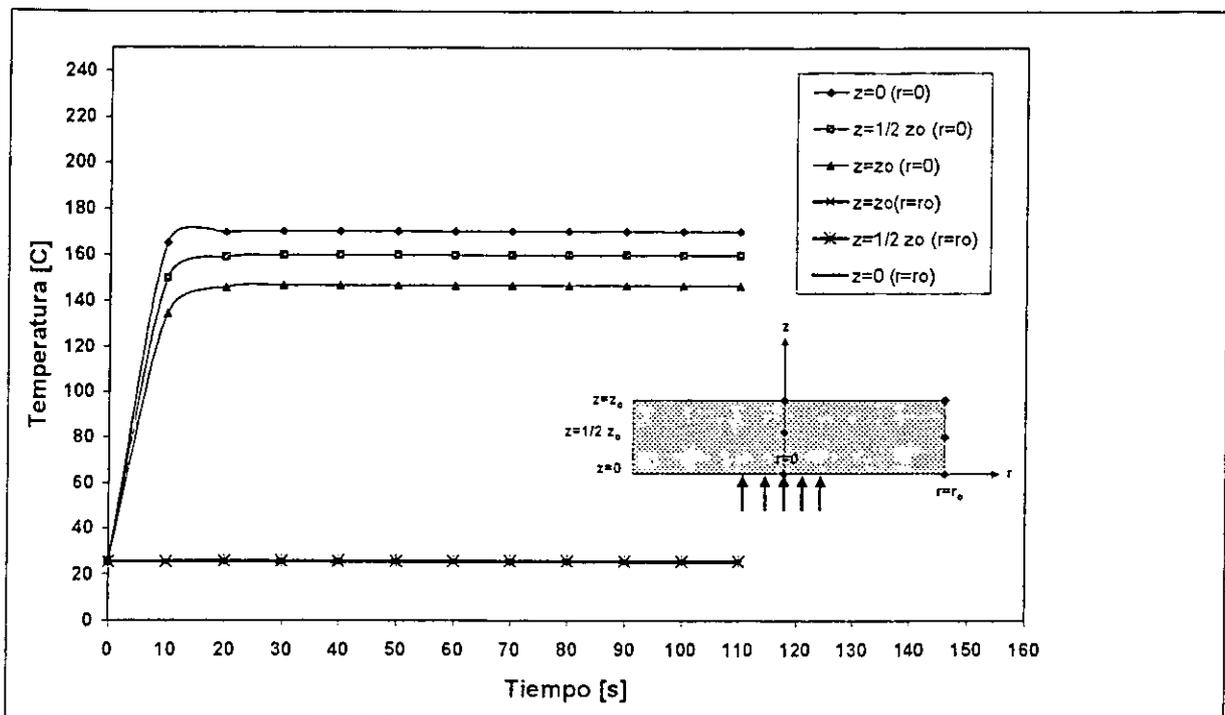


Figura 4.1 Gráfica del comportamiento de la temperatura de la placa en seis puntos del eje vertical z ($z=0$, $z=1/2 z_0$ y $z=z_0$), para $r=0$ y $r=r_0$.

En la figura 4.2 se muestra el comportamiento de la temperatura como función de la coordenada radial en la cara exterior de la placa para $z=0$, en el rango ($0 \leq r \leq r_0$). En esta figura se observa el comportamiento de la perturbación térmica a diferentes tiempos, teniendo las máximas temperaturas en la zona donde incide la radiación solar, y conforme se desplaza radialmente hacia la orilla de la placa, ésta va disminuyendo. En la figura 4.3 se muestra el comportamiento de la temperatura como función de la coordenada radial en la cara interior de la placa para $z=z_0$ y en rango ($0 \leq r \leq r_0$); se observa que la gráfica tiene un comportamiento similar al de la

cara exterior de la placa ($z=0$), sólo que se tienen menores temperaturas ya que es el lado expuesto al flujo de fluido. Asimismo se puede observar que el estado transitorio en las gráficas de la temperatura de las figuras 4.2 y 4.3 es muy rápido.

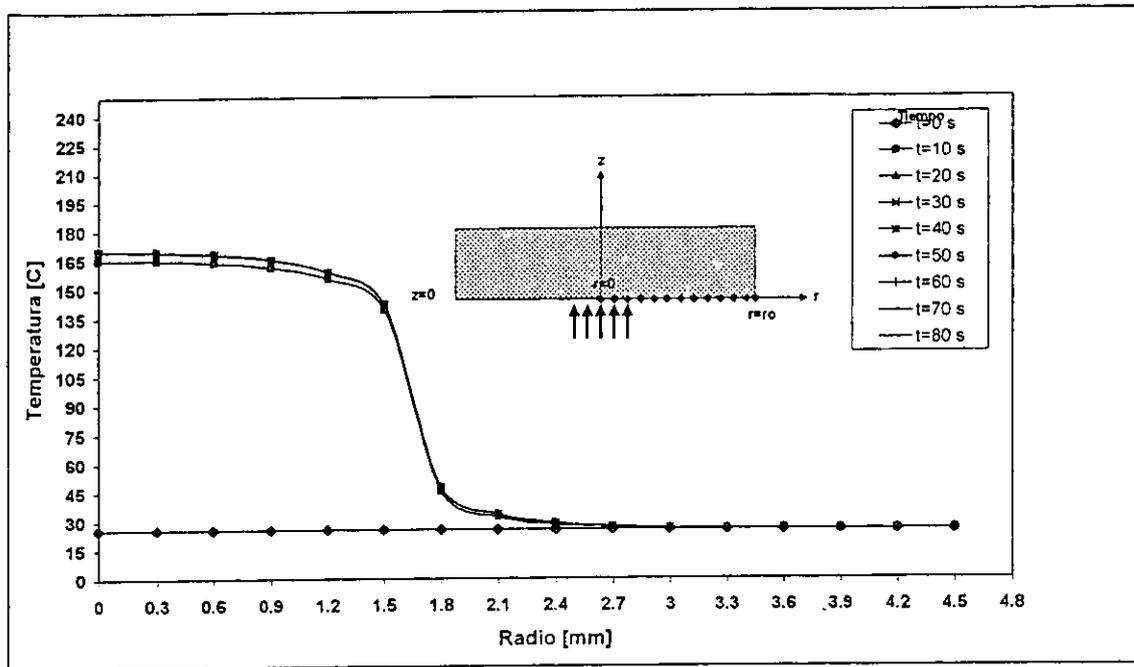


Figura 4.2 Gráfica del comportamiento de la temperatura en $z=0$, para $0 \leq r \leq r_0$.

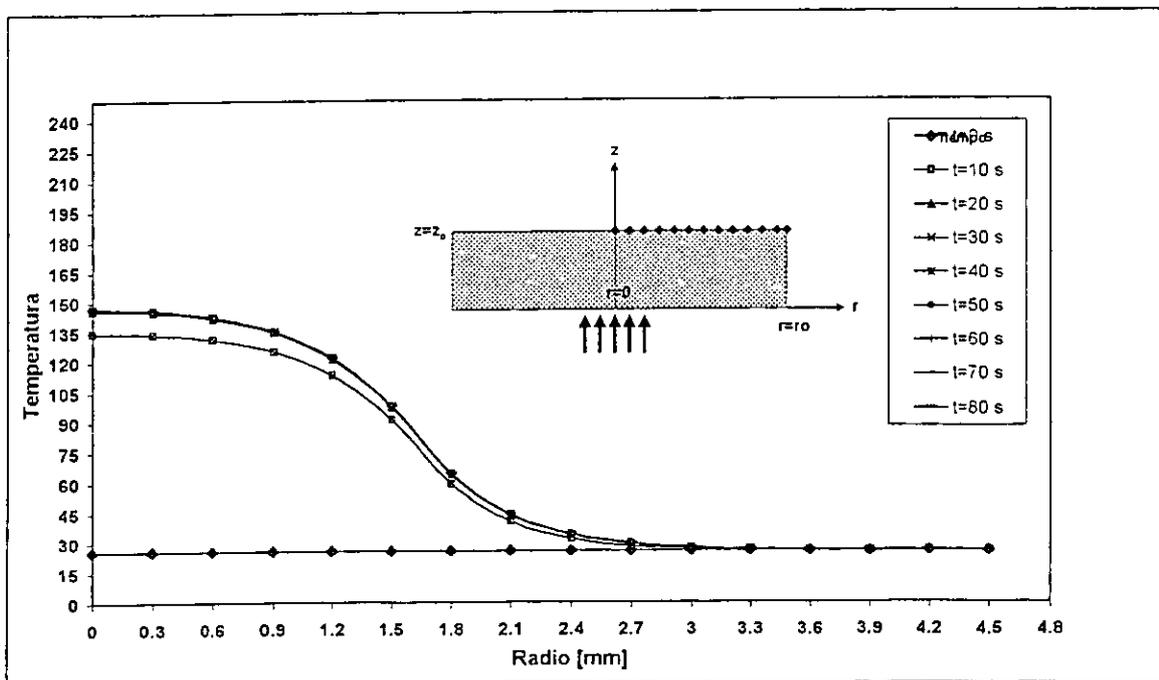


Figura 4.3 Gráfica del comportamiento de la temperatura en $z=z_0$, para $0 \leq r \leq r_0$.

En la figura 4.4 se muestra el comportamiento de la temperatura con respecto a r para distintas z , en estado estacionario. En esta figura se puede observar que las mayores temperaturas corresponden a la cara exterior que recibe el flujo radiativo concentrado y a la zona donde se localiza el flujo radiativo concentrado en la cara exterior, $0 \leq r \leq 1.5$ cm. Después de este radio crítico, las temperaturas caen bruscamente.

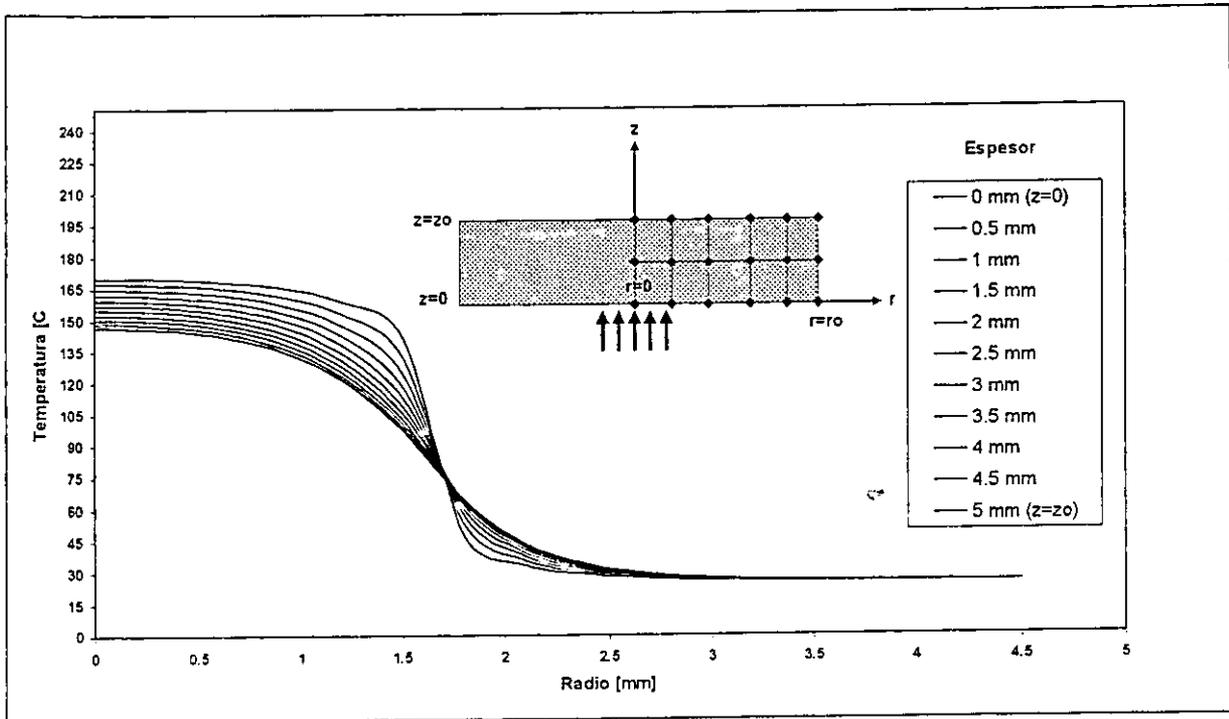


Figura 4.4 Gráfica del comportamiento de la temperatura con respecto a r para distintas z .

La figura 4.5 muestra la gráfica del comportamiento de la temperatura como función del radio para $z=0$ en el rango ($0 \leq r \leq r_0$), con 1, 3, 6, 9, 12, 15 y 18 espejos⁴, es decir, con diferentes valores de flujo radiativo solar concentrado. Se observa que el comportamiento de la temperatura es similar con la única diferencia del valor de la temperatura, teniendo la máxima temperatura de 388 C para 18 espejos y la mínima de 43.7 C para 1 espejo.

⁴ Por medio de la ecuación $\dot{Q}_0 = G_b \rho_e F_s \alpha_r C_g A_r N$, se van agregando los espejos en el modelo teórico, donde N es el número de espejos.

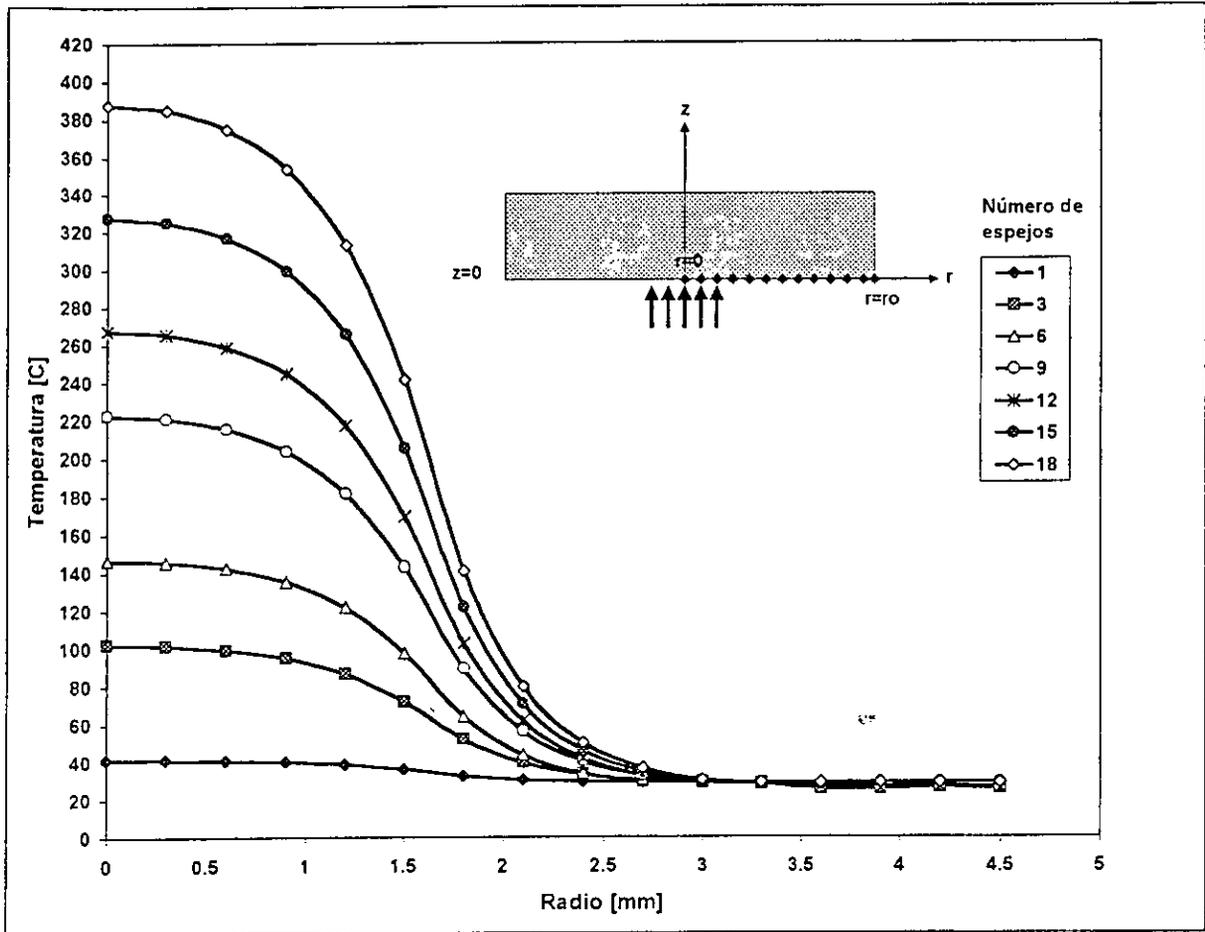


Figura 4.5 Gráfica del comportamiento de la temperatura en $z=0$, para $0 \leq r \leq r_0$, para diferente número de espejos.

4.2 Resultados experimentales obtenidos con el elemento calefactor.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el elemento calefactor. Del conjunto de experimentos realizados se seleccionaron cuatro experimentos típicos; los valores promedios obtenidos para cada uno de los experimentos elegidos se muestran en la tabla 4.2. En la tabla 4.3 se muestran los valores de la temperatura máxima (que corresponde al termopar 4) y estacionaria (temperatura en estado estacionario) en la placa receptora, tiempo transitorio de calentamiento y tiempo transitorio de enfriamiento.

Tabla 4.2 Condiciones de los experimentos con el elemento calefactor.

Parámetro	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Experimento 4
Flujo de calor (W/m ²)	71.6 x 10 ³	71.3 x 10 ³	102.5 x 10 ³	139.8 x 10 ³
Calor total (W)	89.5 ± 3	89.5 ± 3	372.1 ± 12	507.5 ± 16
Flujo volumétrico (l/min) (δ = ± 0.05 l/min)	1.06	1.66	1.08	1.05
Area de calentamiento (m ²)	1.25 x 10 ⁻³	1.25 x 10 ⁻³	3.63 x 10 ⁻³	3.63 x 10 ⁻³
Temperatura ambiente (C) (δ = ± 0.8 C)	23.1	24.9	24.5	26.5
Temperatura del agua de entrada (C) (δ = ± 0.8 C)	25.2	27.0	25.7	26.4

Tabla 4.3 Resultados experimentales con el elemento calefactor.

Parámetros	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Experimento 4
Temperatura máxima (C) (δ = ± 2.2 C)	68.6	59.8	79.6	99.2
Temperatura estacionaria promedio máxima (C) [Termopar 4] (δ = ± 2.2 C)	67.3	58.4	78.5	97.4
Temperatura del agua de salida (C) (δ = ± 0.8 C)	31.6	30.5	33.1	38.2
Tiempo transitorio de calentamiento (min)	4	3	4	6
Tiempo transitorio de enfriamiento (min)	12*	5**	9**	10*

* Enfriamiento por convección natural; ** Enfriamiento por convección forzada

En las figuras 4.6 a la 4.9 se muestran los gráficos con los resultados del comportamiento de la temperatura como función del tiempo en la placa receptora del calorímetro (para las ocho distintas posiciones de los termopares) para cada uno de los experimentos seleccionados.

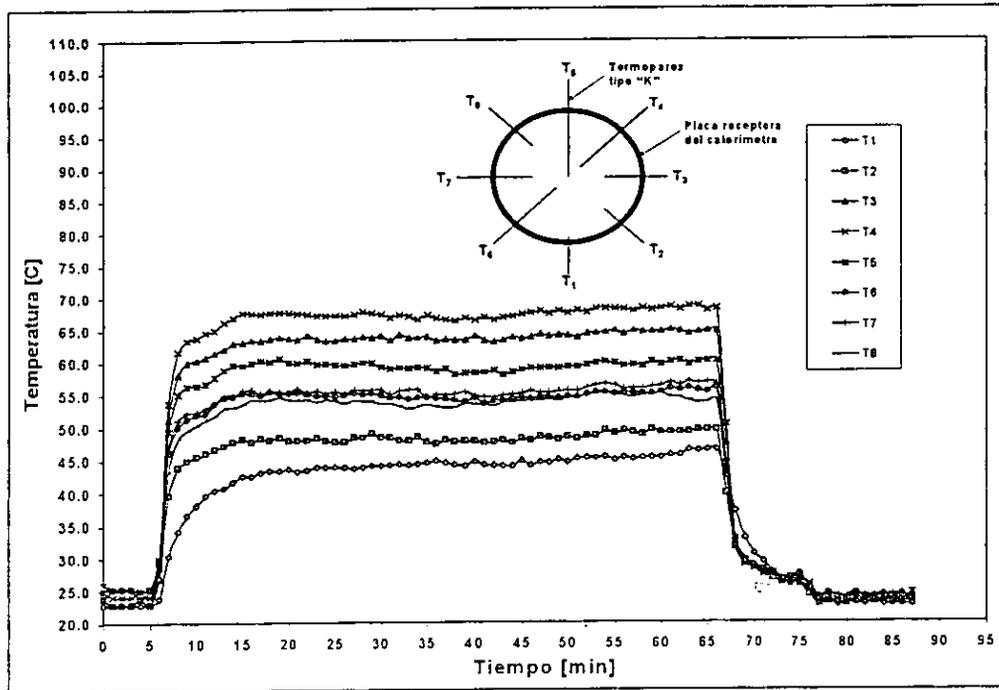


Figura 4.6 Resultados obtenidos del experimento 1.

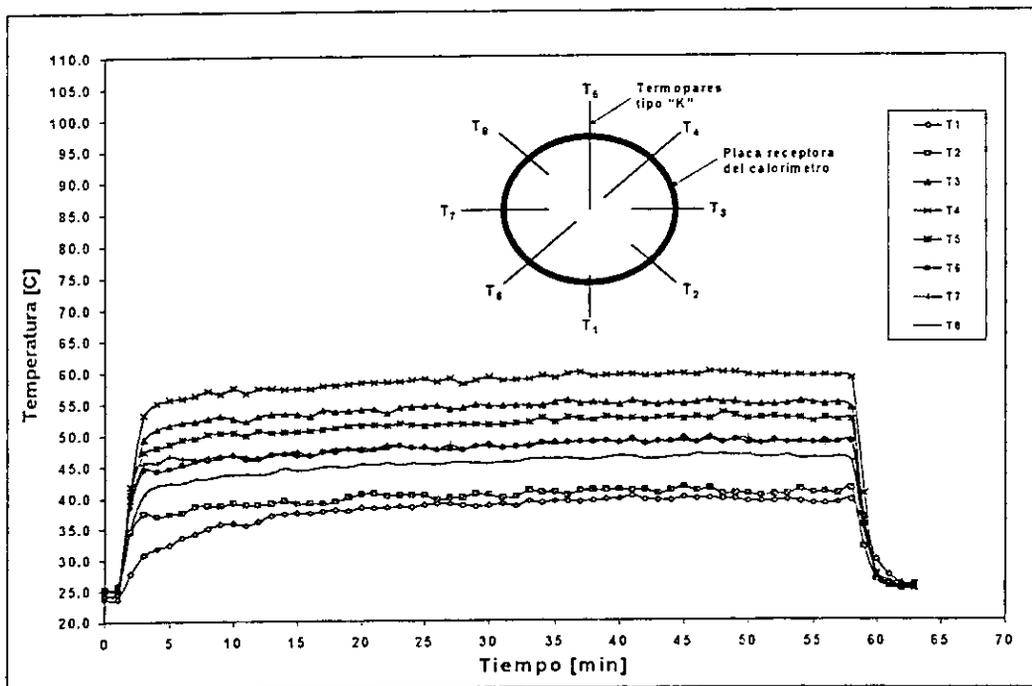


Figura 4.7 Resultados obtenidos del experimento 2.

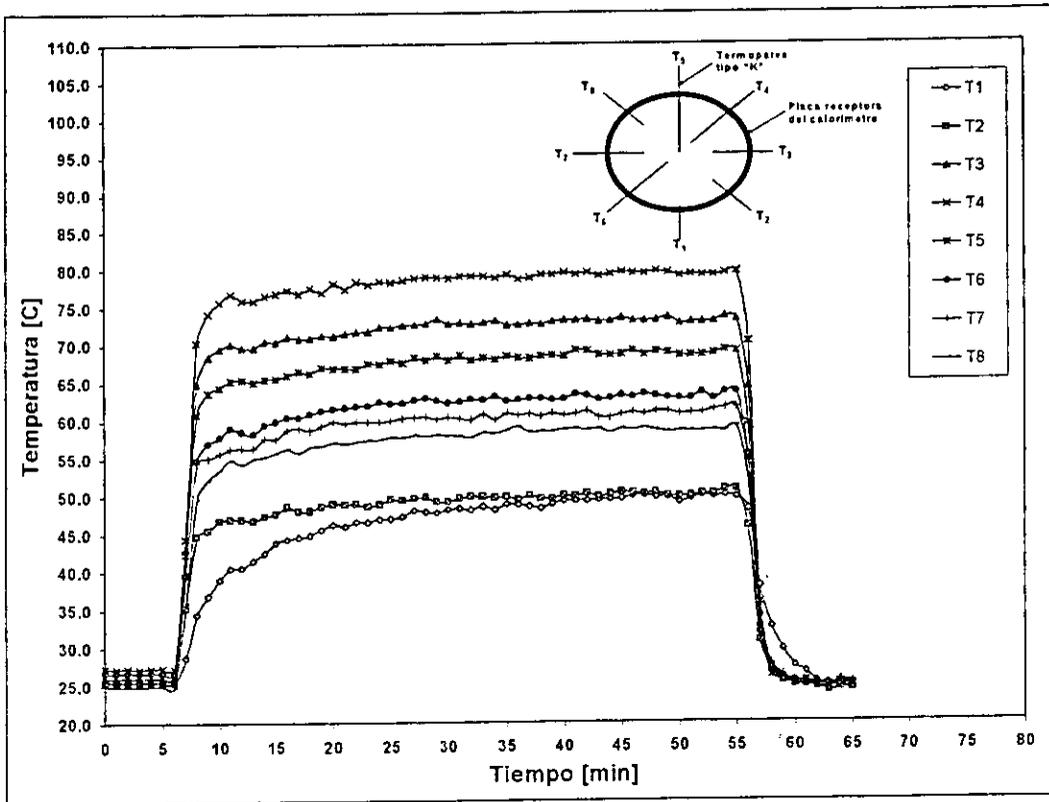


Figura 4.8 Resultados obtenidos del experimento 3.

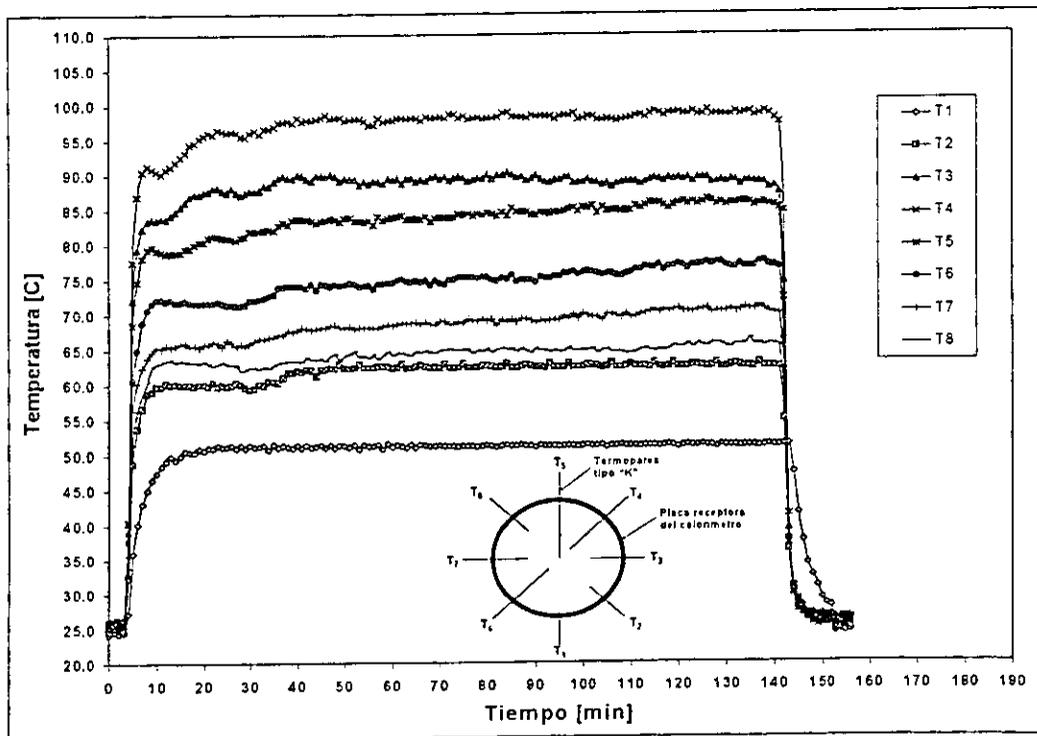


Figura 4.9 Resultados obtenidos del experimento 4.

Como se puede observar en las figuras 4.6 a la 4.9 el comportamiento de la temperatura como función del tiempo para cada una de las posiciones de los ocho termopares dentro de la placa receptora es similar, con la única diferencia del valor de la temperatura. Se nota que al inicio del experimento los ocho termopares registran la misma temperatura, y una vez que se les suministra el flujo de calor a la placa, la temperatura empieza a aumentar, hasta llegar a un valor estacionario. Este valor de la temperatura depende del flujo de calor y del flujo volumétrico del agua; posteriormente se observa que al retirar el flujo de calor empieza un decaimiento de la temperatura, hasta que el valor de los ocho termopares es el mismo (por el tipo de termopar utilizado [tipo "K"] existen fluctuaciones en los valores de la temperatura aún en estado estacionario).

Debido a la condición adiabática del experimento, se puede observar en las figuras 4.6 a la 4.9 que existe un incremento de temperatura en cada uno de los ocho termopares (aún en el termopar más alejado del centro de la placa, y que el termopar cuatro (T_4) es el que registra la mayor temperatura. Cabe mencionar que se esperaba, de acuerdo con la ubicación de los termopares (figura 3.1), y con el posicionamiento del elemento calefactor, que el termopar número cinco registrara la más alta temperatura. Esto no ocurrió en ninguno de los experimentos realizados, ya que la generación de calor por el elemento calefactor no fue simétrica, esto se debió a la posición de la resistencia dentro de la "caja" de cobre, el flujo de calor suministrado por la misma no fue homogéneo en toda el área de la "caja" de cobre en contacto con la placa receptora, dejando un hueco en la parte central.

En las figuras 4.6 a la 4.9 y en las tablas 4.2 y 4.3 también se observa que al ir incrementando el flujo de calor y mantener el flujo volumétrico de agua igual (experimentos 1, 3 y 4) existe un incremento en la temperatura en cada uno de los ocho termopares. En los experimentos 1 y 2 se tiene el mismo flujo de calor, pero diferente flujo volumétrico; en este caso se observa que la temperatura en la placa es menor a mayor flujo volumétrico (experimento 2). Esto se debe a que aumenta la remoción de calor por el fluido y la placa receptora. Con estos experimentos se verificó la congruencia y consistencia de los resultados experimentales, es decir, al realizar un cambio de parámetros (flujo de calor o flujo volumétrico) los resultados obtenidos se comportan de la manera esperada.

4.3 Resultados experimentales obtenidos en el DEFRAC.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos con el DEFRAC. Del total de experimentos llevados a cabo, se seleccionaron catorce, los cuales se dividieron para su análisis en tres series experimentales, compuestas de seis, tres y cinco experimentos cada una.

En la tabla 4.4 se muestran los valores promedio de los parámetros involucrados en la primera serie experimental, que se compone de seis experimentos, estos se realizaron con espejos del grupo A (ver figura 1.6). El primer experimento se realizó con un espejo y posteriormente para cada experimento siguiente se fue incrementando un espejo, hasta llegar a cinco espejos. Estos primeros cinco experimentos se hicieron con flujo volumétrico de agua similar (del orden de 1 l/min) y el experimento seis se hizo, con cinco espejos (misma condición del experimento cinco), pero diferente flujo volumétrico. La radiación solar directa fue mayor a 800 W/m^2 . En la tabla 4.5 se muestran la temperatura máxima (que corresponden al termopar cinco: T_5), estacionaria en la placa receptora (T_5) y de salida del agua, tiempo transitorio de calentamiento y tiempo transitorio de enfriamiento (todos los experimentos realizados con el DEFRAC fueron con convección natural).

Tabla 4.4 Condiciones de los experimentos en el DEFRAC con espejos del grupo "A".

Parámetros	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Experimento 4	Experimento 5	Experimento 6
Número de espejos	1	2	3	4	5	5
Radiación solar directa (W/m^2) ($\delta = \pm 5.8 \text{ W/m}^2$)	882.1	871.2	963.1	843.1	849.6	821.0
Area de aceptación (m^2)	0.0707	0.1414	0.2120	0.2827	0.3534	0.3534
Area de la imagen solar (m^2)	3.14×10^{-4}					
Flujo de calor total* (W)	55.1 ± 1	108.8 ± 2	180.3 ± 3.4	210.5 ± 4	265.2 ± 5	256.3 ± 5
Flujo volumétrico de agua (l/min) ($\delta = \pm 0.1 \text{ l/min}$)	0.96	1.04	1.02	1.03	0.83	2.18
Temperatura ambiente (C) ($\delta = \pm 0.8 \text{ C}$)	29.3	26.6	28.7	24.5	27.3	27.8
Temperatura del agua de entrada (C) ($\delta = \pm 0.8 \text{ C}$)	25.6	25.5	24.5	24.1	24.5	24.2

$$*Q_o = G_b \rho_e F_s A_a \alpha_r$$

Tabla 4.5 Resultados experimentales en el DEFRAC con espejos del grupo "A".

Parámetros	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Experimento 4	Experimento 5	Experimento 6
Temperatura del agua de salida(C) ($\delta = \pm 0.8$ C)	27.3	29.7	30.4	32.3	34.4	32.5
Temperatura máxima (C) ($\delta = \pm 2.2$ C)	41.9	67.8	104.7	100.0	125.7	105.7
Temperatura estacionaria promedio máxima (C)[Termopar 5] ($\delta = \pm 2.2$ C)	40.9	65.9	102.0	96.5	122.1	103.5
Tiempo de calentamiento (estado transitorio) (seg.)	115	80	75	60	55	58
Tiempo de enfriamiento (estado transitorio) (seg.)	85	115	140	140	155	150

Para cada uno de los experimentos realizados en el DEFRAC, se graficaron los resultados del comportamiento de la temperatura como función del tiempo en la placa receptora del calorímetro, para las ocho distintas posiciones de los termopares. Estos resultados se presentan en las figuras 4.10 a la 4.15

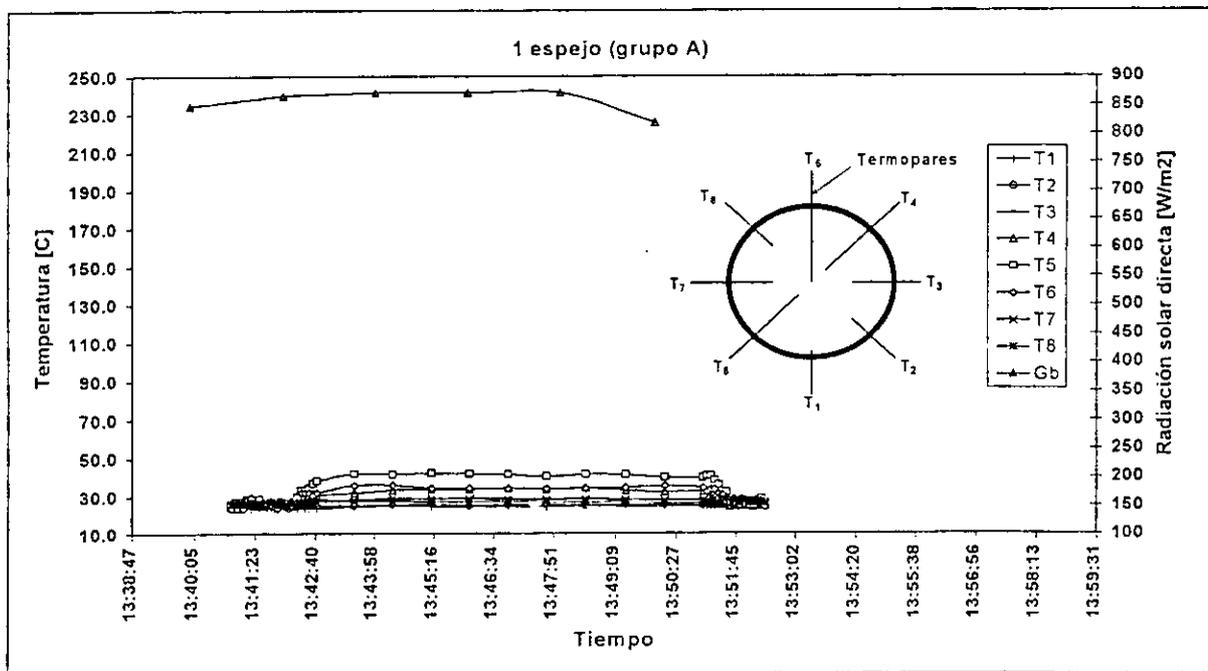


Figura 4.10 Resultados obtenidos del experimento 1.

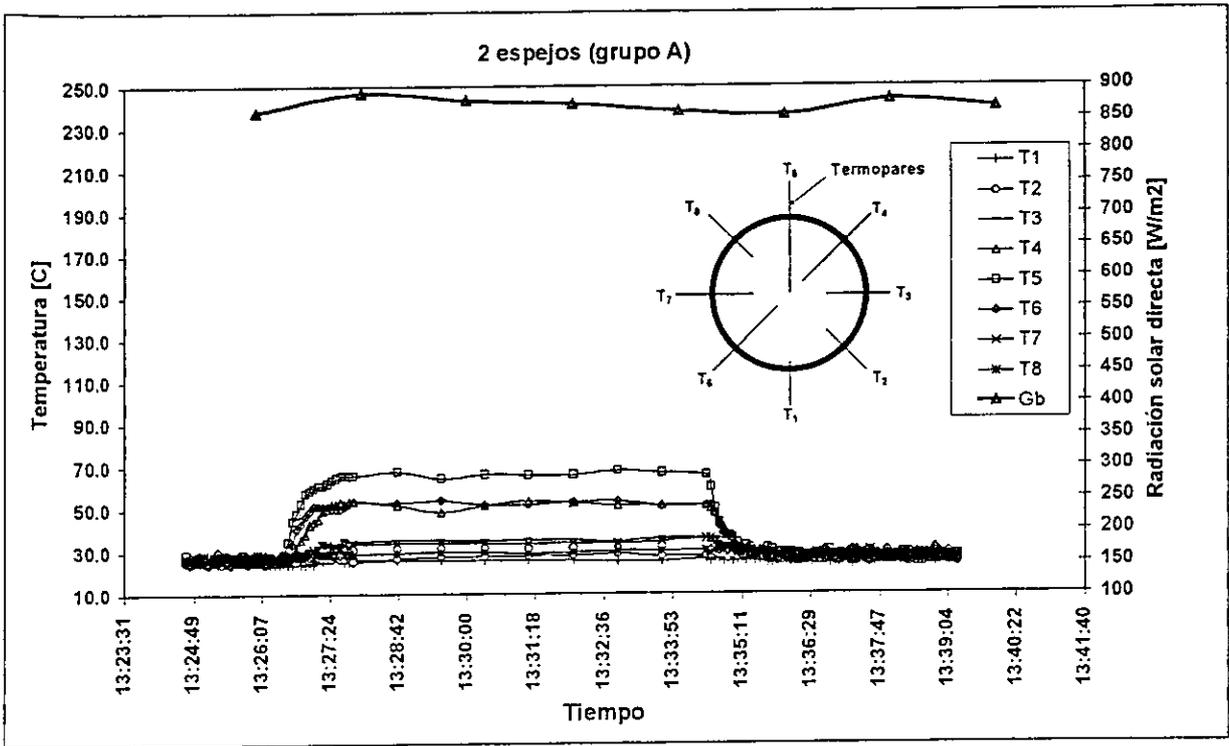


Figura 4.11 Resultados obtenidos del experimento 2.

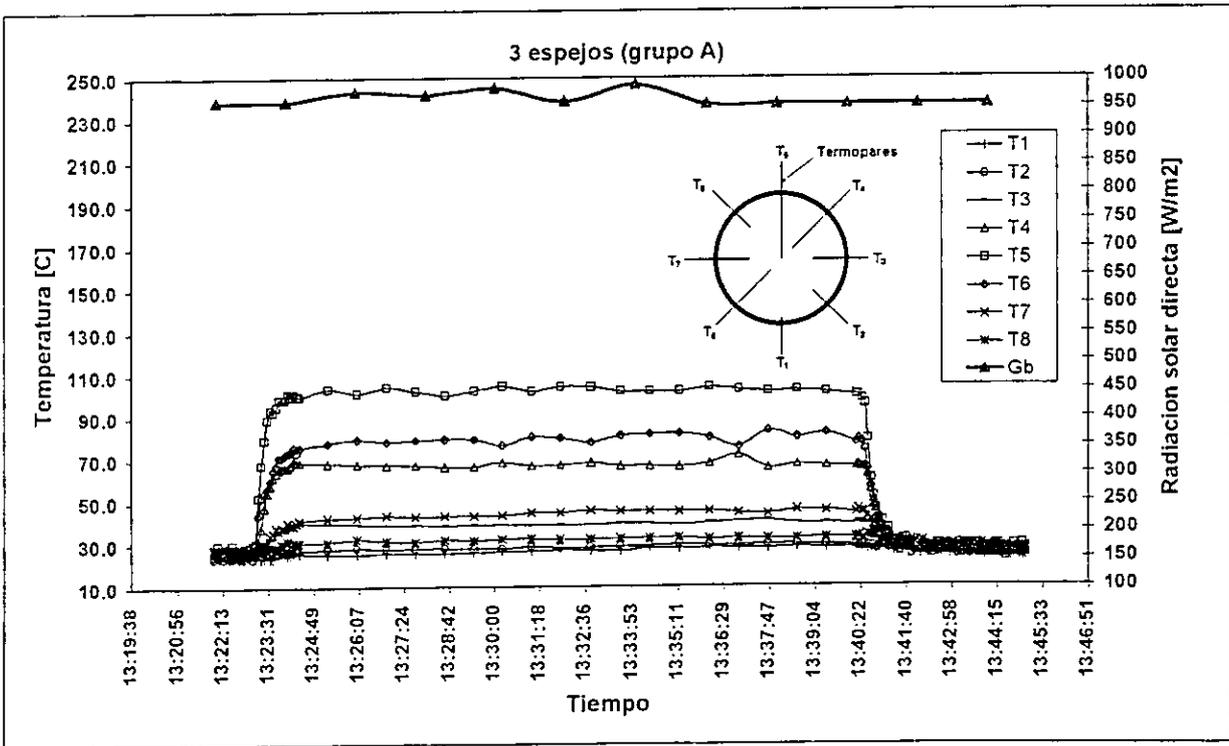


Figura 4.12 Resultados obtenidos del experimento 3.

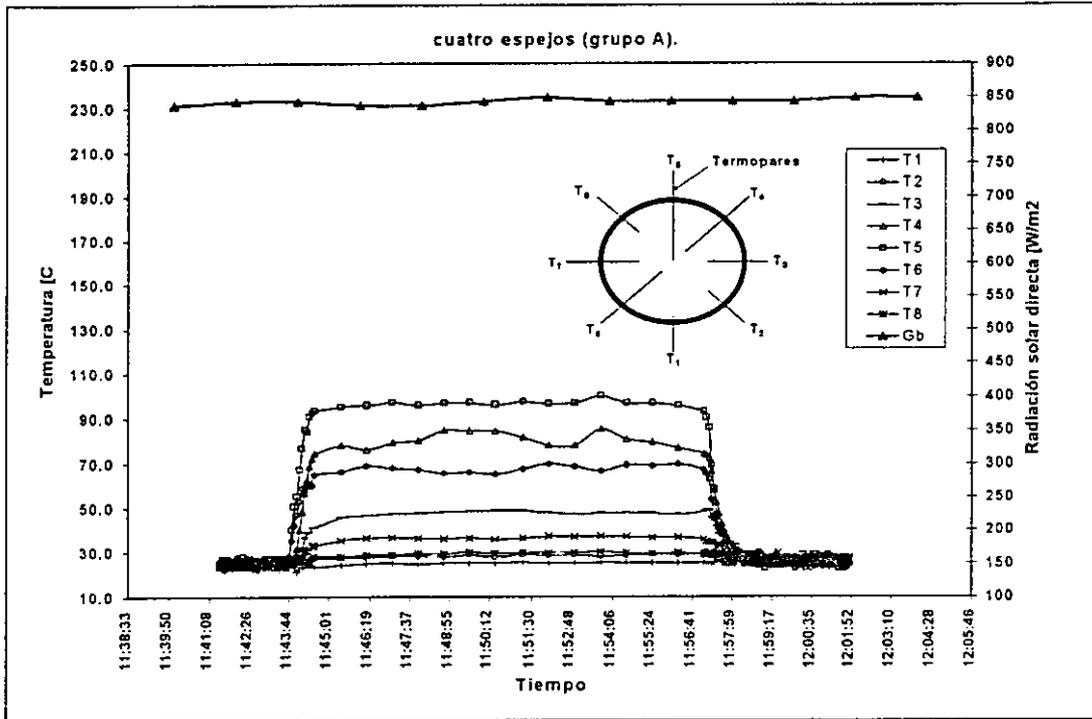


Figura 4.13 Resultados obtenidos del experimento 4.

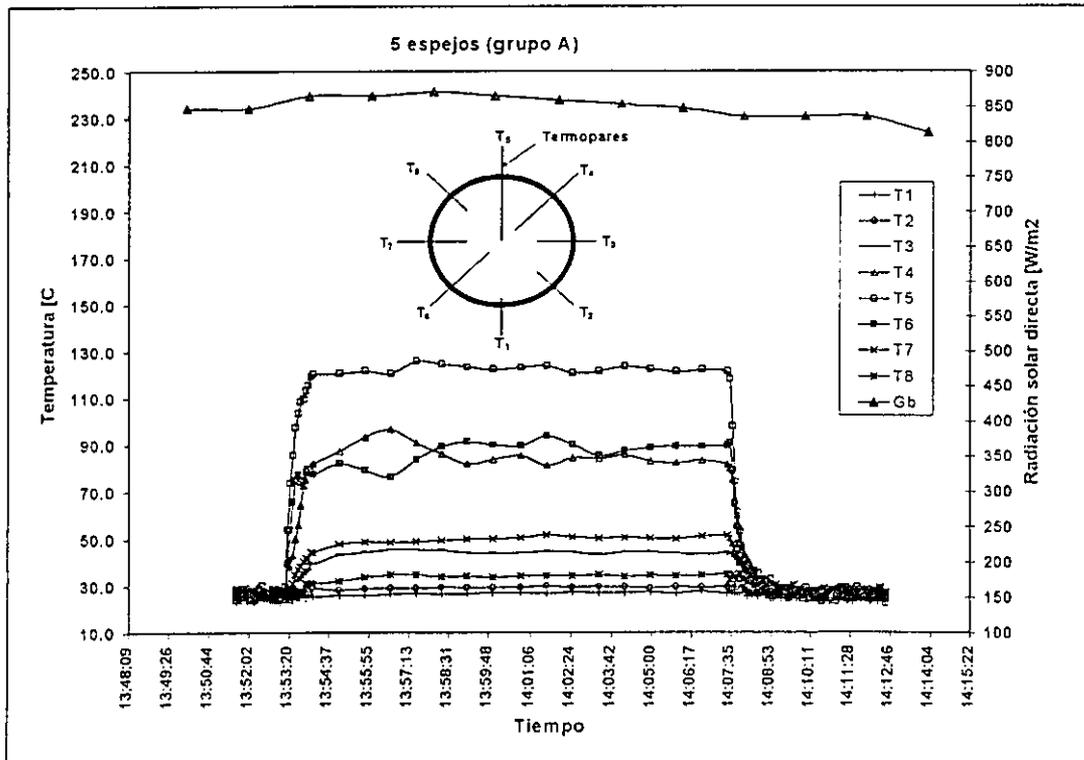


Figura 4.14 Resultados obtenidos del experimento 5.

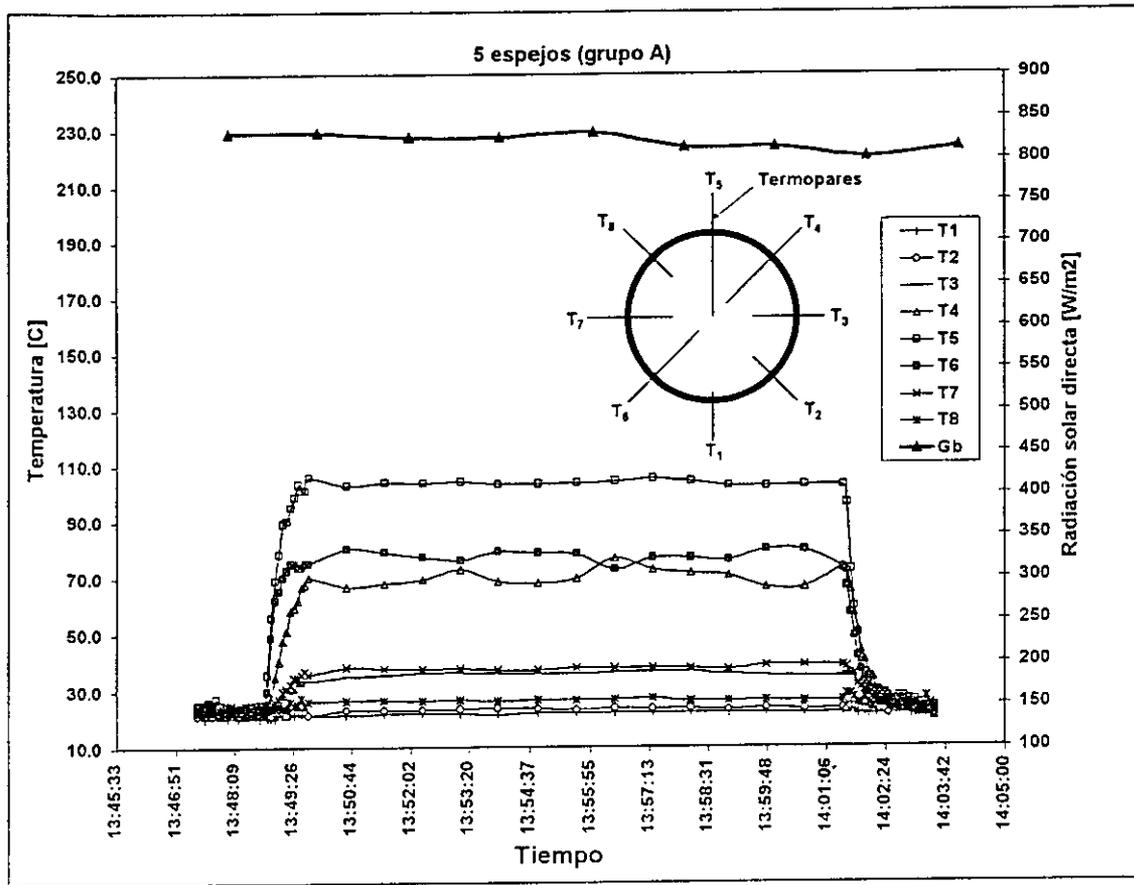


Figura 4.15 Resultados obtenidos del experimento 6.

En las figuras 4.10 a la 4.15 se puede observar que el comportamiento de la temperatura en cada una de las posiciones de los ocho termopares en la placa es similar, teniendo la máxima temperatura al centro de la placa (T_5) y una disminución en la temperatura conforme la posición de los termopares se va acercando a la orilla de la placa. Se puede ver que al inicio de cada experimento la placa se encuentra a una temperatura inicial, al momento de que el flujo radiativo solar concentrado (proveniente de los espejos) incide en el centro de la placa, empieza un estado transitorio de calentamiento, manifestándose en un aumento de la temperatura, hasta alcanzar un nivel estacionario; este nivel depende básicamente de la radiación solar directa y del flujo volumétrico de agua. Cabe aclarar que la radiación solar directa es variable, por lo tanto el flujo radiativo solar concentrado varía. Entonces, rigurosamente hablando no se tendría un estado estacionario, pero como estas variaciones y los tiempos de experimentación son pequeños se puede considerar que existe un estado estacionario, como se muestra en cada una de las figuras de los resultados obtenidos. Posteriormente al momento de retirar el flujo radiativo solar concentrado de la placa, empieza un periodo transitorio de enfriamiento, en que se observa una disminución en la temperatura, hasta que el valor de los ocho termopares es similar.

En la tabla 4.6 se muestran los valores promedio de los parámetros involucrados en la siguiente serie experimental, que consiste de tres experimentos. Esta se realizó con un mismo número de espejos (seis) para los tres diferentes grupos de espejos (A, B y C) del DEFRAC. En las figuras 4.16, 4.17 y 4.18 se presentan los resultados del comportamiento de la temperatura como función del tiempo para cada una de las ocho posiciones de los termopares en la placa receptora.

Tabla 4.6 Condiciones de los experimentos en el DEFRAC para los tres grupos de espejos A, B y C.

Parámetros	Experimento 7	Experimento 8	Experimento 9
Número de espejos	6, grupo "A"	6, grupo "B"	6, grupo "C"
Radiación solar directa (W/m^2), ($\delta = \pm 5.8 W/m^2$)	895.9	904.2	780.4
Área de aceptación (m^2)	0.4241	0.4241	0.4241
Calor total (W)	335.6 ± 9.5	338.7 ± 9.6	292.3 ± 8.3
Flujo volumétrico (l/min) ($\delta = \pm 0.1 l/min$)	1.11	1.06	1.04
Temperatura ambiente (C), ($\delta = \pm 0.8 C$)	25.7	26.2	28.5
Temperatura del agua de entrada (C), ($\delta = \pm 0.8 C$)	24.6	23.6	23.4
Temperatura estacionaria promedio máxima (C) [Termopar 5] ($\delta = \pm 2.2 C$)	145.7	180.2	127.6
Temperatura del agua de salida (C), ($\delta = \pm 0.8 C$)	34.7	34.9	33.9

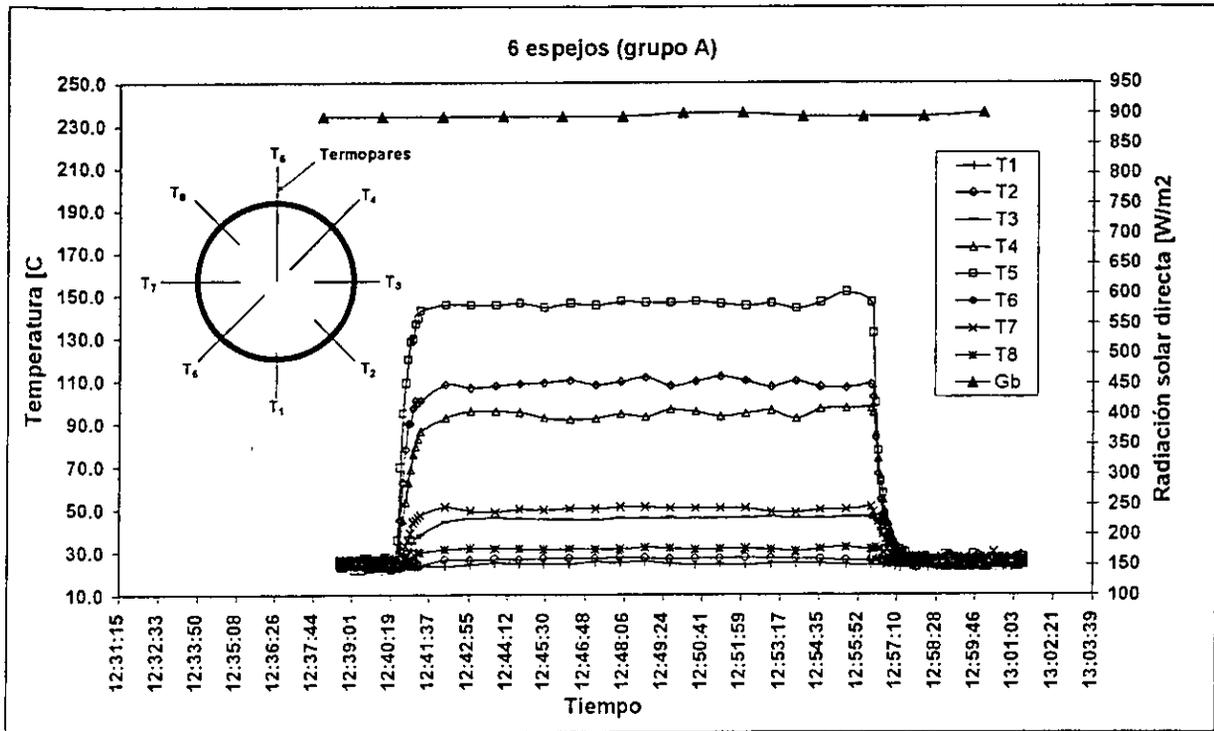


Figura 4.16 Resultados obtenidos del experimento 7.

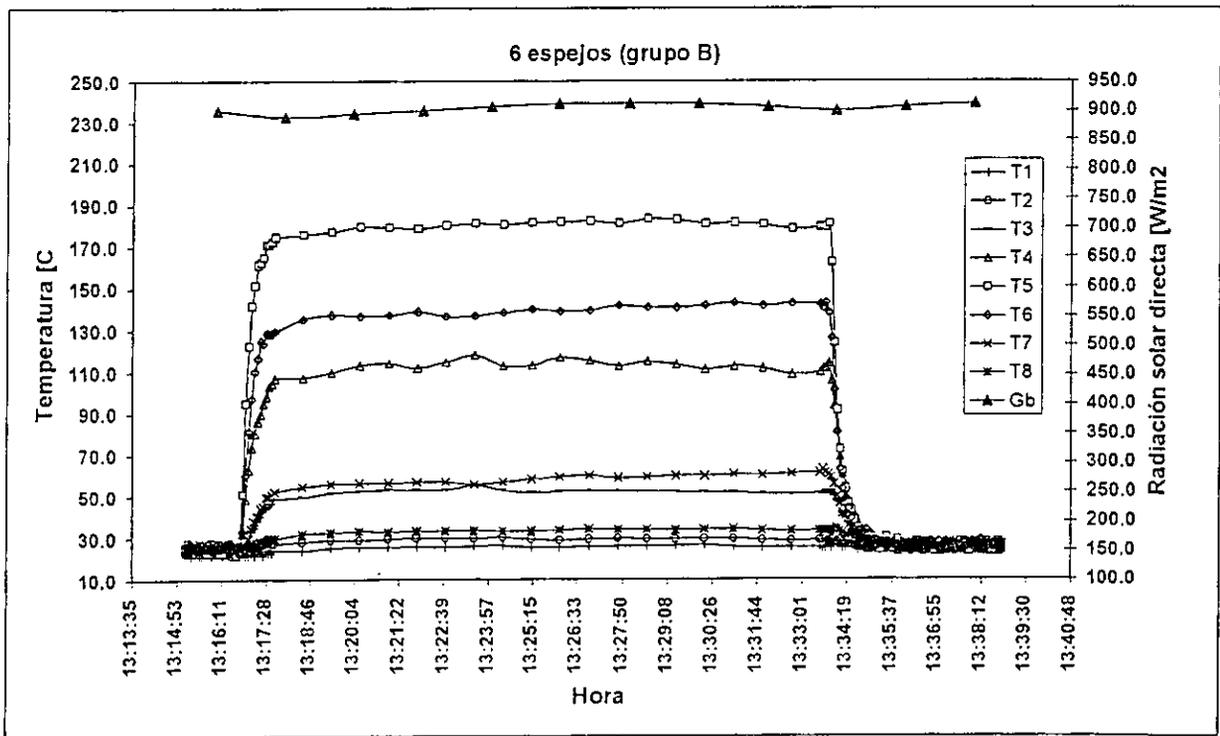


Figura 4.17 Resultados obtenidos del experimento 8.

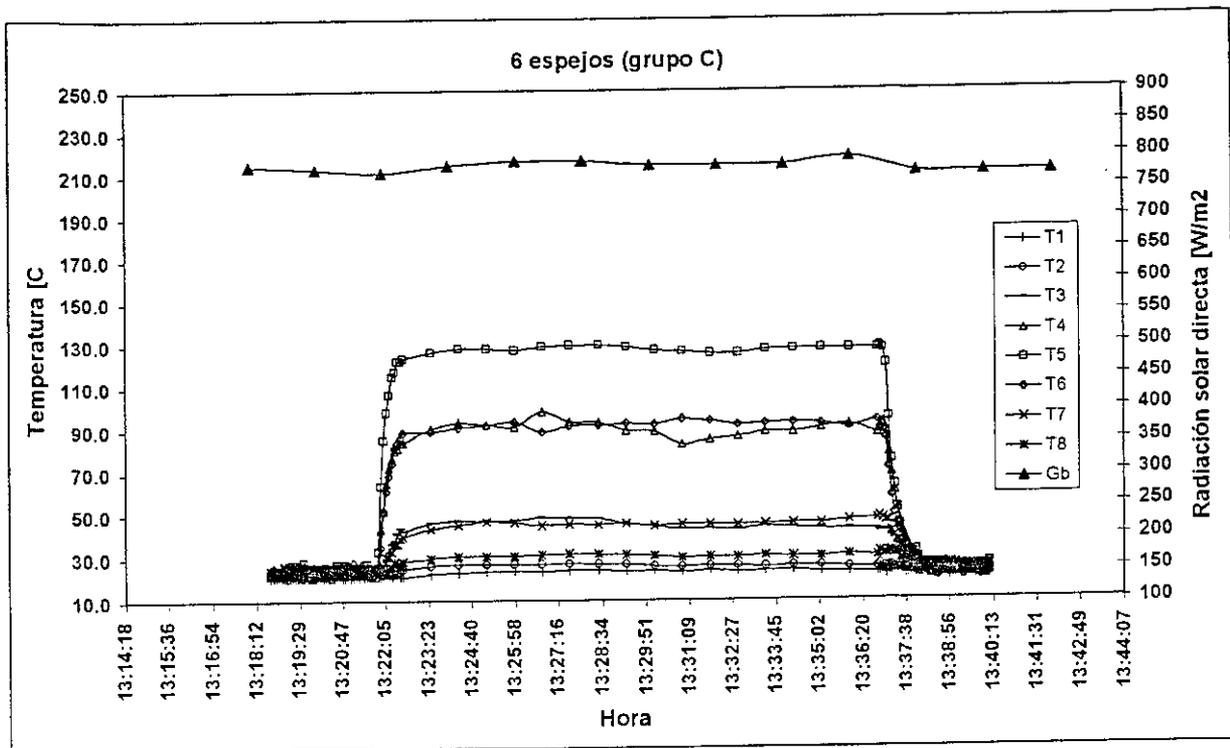


Figura 4.18 Resultados obtenidos del experimento 9.

En esta segunda serie experimental que se realizó con flujos volumétricos de agua del orden de 1 l/min, temperaturas de entrada de agua y ambiente similares y con el mismo número de espejos para los tres experimentos (tabla 4.6), se observa (figuras 4.16 a la 4.18) que se tienen diferentes niveles de la temperatura, ya que la radiación solar directa fue diferente para los tres casos. Este comportamiento es el esperado, ya que al aumentar o disminuir la radiación solar directa, aumenta o disminuye respectivamente la temperatura en la placa receptora. Sin embargo, a pesar de estas diferencias en flujos radiativos y por ende en temperaturas máximas de placa, las temperaturas del agua de salida del calorímetro son muy similares para los tres grupos de espejos.

En la tabla 4.7 se muestran los valores promedio de los parámetros involucrados en la última serie experimental, que consta de cinco experimentos. Estos se llevaron a cabo a partir de siete espejos y se incremento un espejo a la vez hasta que la superficie absorbadora (pintura blanca) se degradara, y esto último ocurrió con once espejos. Los resultados del comportamiento de la temperatura de los ocho termopares en la placa receptora se muestran en las figuras 4.19 a la 4.23

Tabla 4.7 Condiciones de los experimentos en el DEFRAC.

Parámetros	Experimento 10	Experimento 11	Experimento 12	Experimento 13	Experimento 14
Número de espejos	7	8	9	10	11
Radiación solar directa (W/m^2) ($\delta = \pm 5.8 W/m^2$)	910.3	900.3	888.6	841.8	841.8
Área de aceptación (m^2)	0.4949	0.5655	0.6362	0.7070	0.7775
Calor total (W)	397.9 ± 11.3	449.7 ± 12.8	499.3 ± 14	525.6 ± 15	578.1 ± 16.4
Flujo volumétrico (l/min) ($\delta = \pm 0.1$ l/min)	1.77	2.23	2.36	2.40	2.38
Temperatura ambiente (C) ($\delta = \pm 0.8$ C)	26.4	26.8	26.9	27.3	25.2
Temperatura del agua de entrada (C) ($\delta = \pm 0.8$ C)	23.5	23.4	23.4	23.4	20.7
Temperatura del agua de salida (C) ($\delta = \pm 0.8$ C)	36	38.3	39.7	41.5	45.7
Temperatura estacionaria promedio máxima (C) [Termopar 5] ($\delta = \pm 2.2$ C)	192.1	209.1	221.4	230.7	256.3

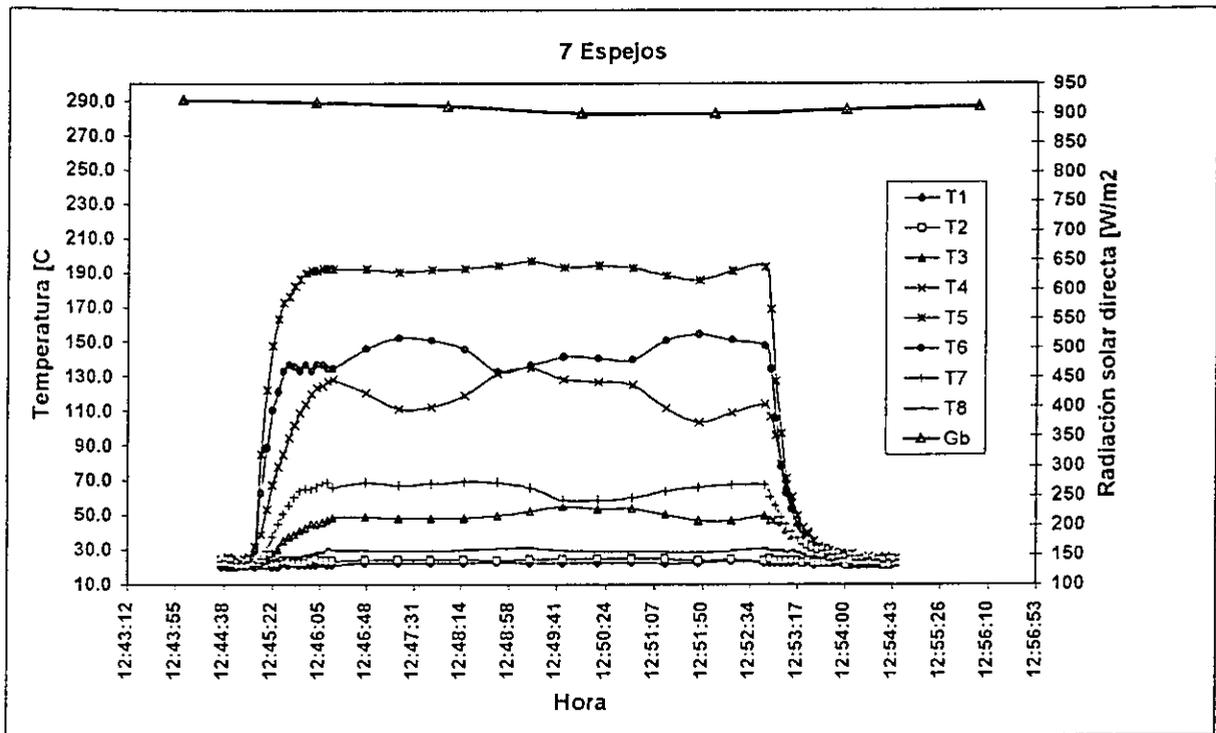


Figura 4.19 Resultados obtenidos del experimento 10.

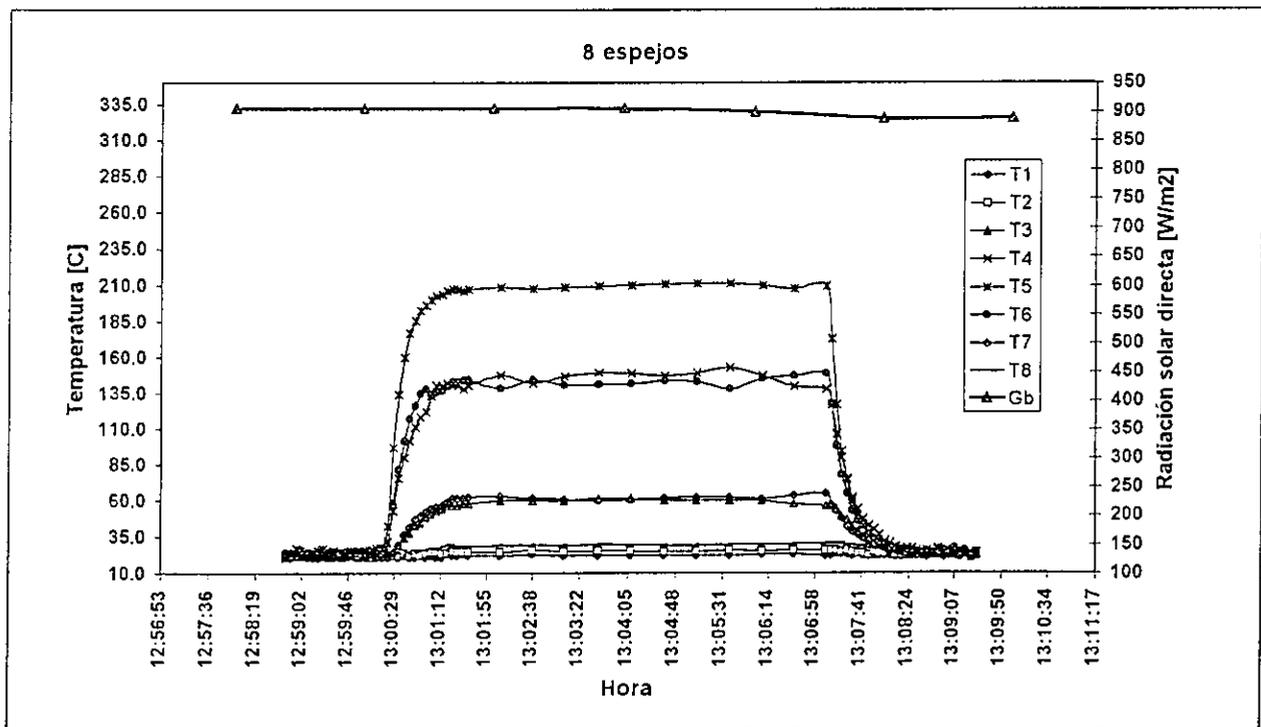


Figura 4.20 Resultados obtenidos del experimento 11.

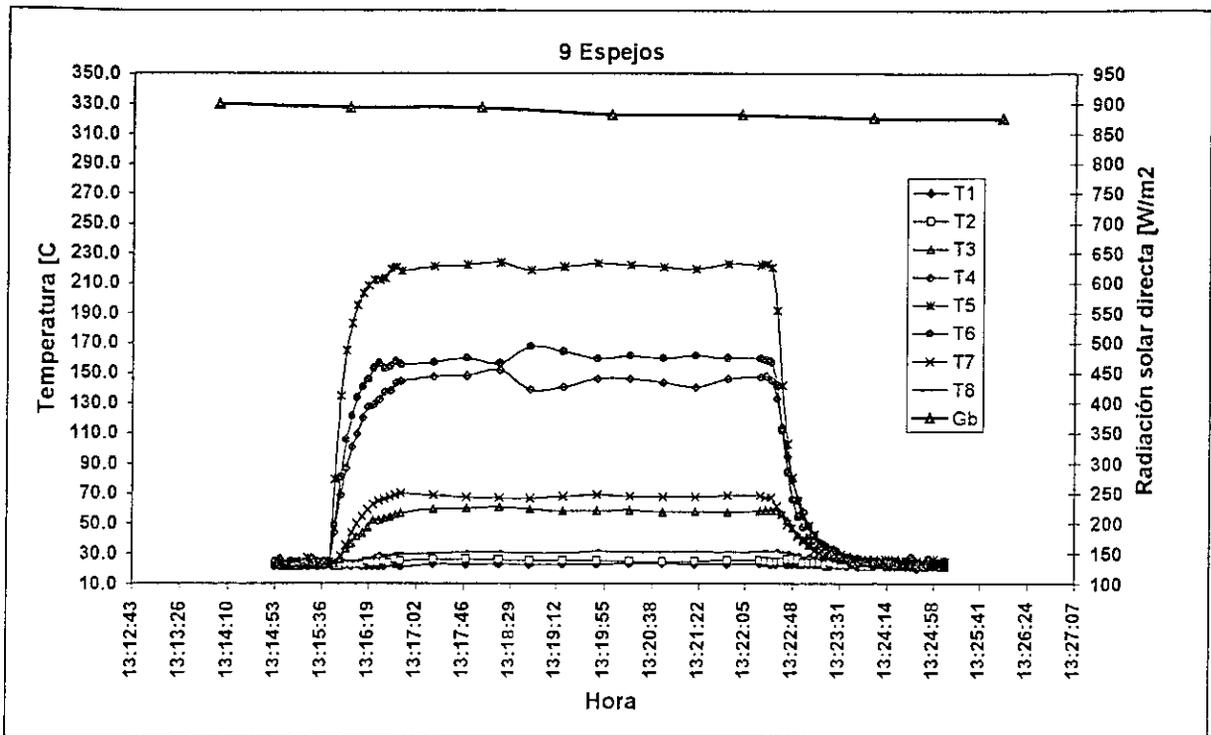


Figura 4.21 Resultados obtenidos del experimento 12.

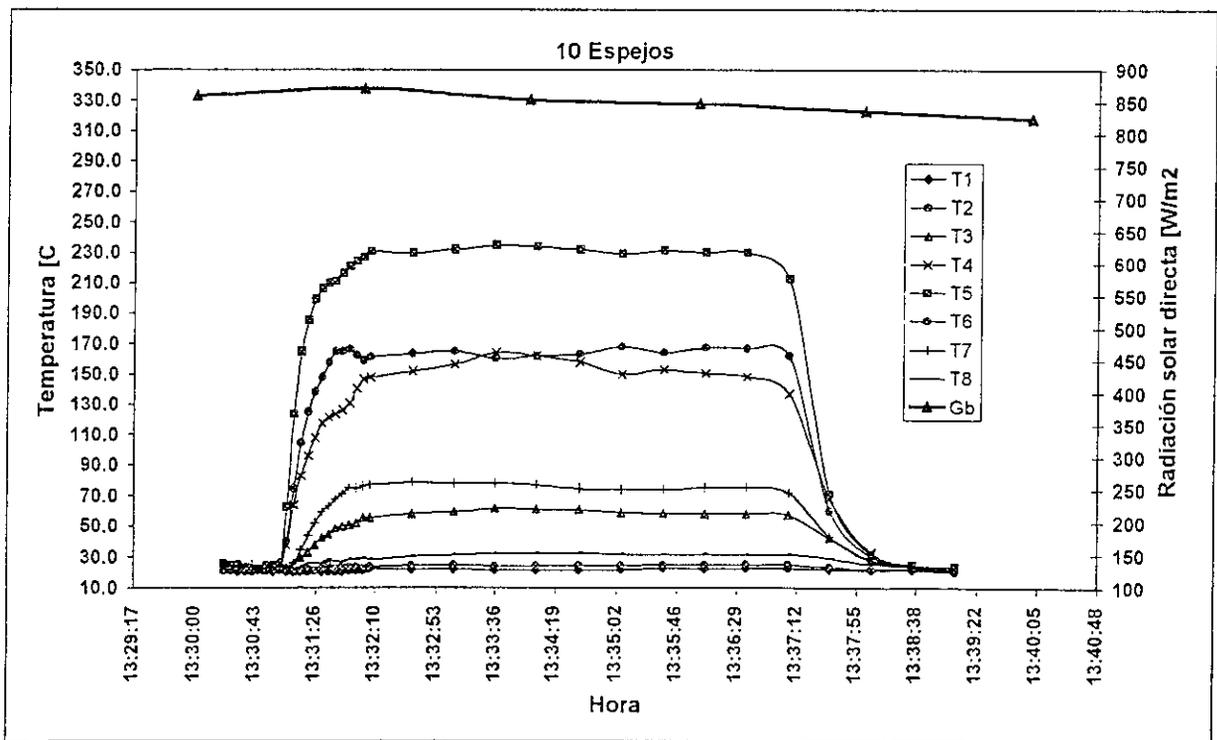


Figura 4.22 Resultados obtenidos del experimento 13.

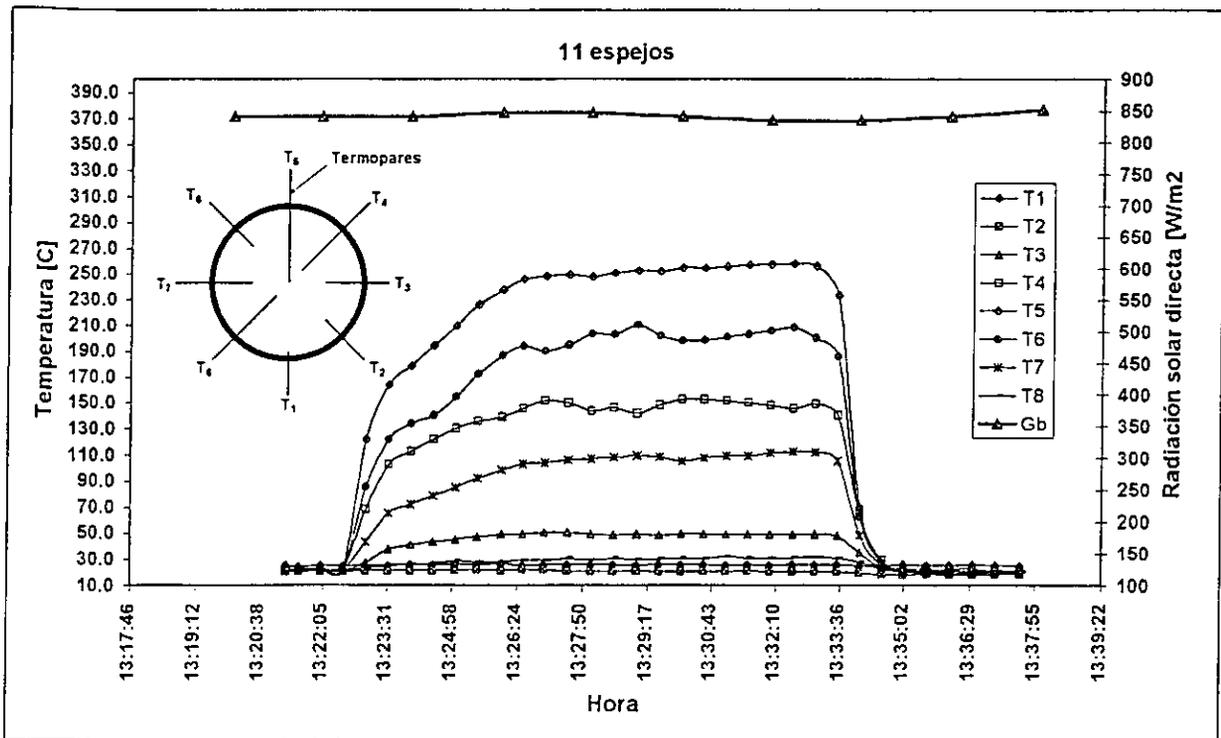


Figura 4.23 Resultados obtenidos del experimento 14.

Al igual que en las dos anteriores series experimentales, en esta última serie se puede observar en las figuras 4.19 a la 4.23 que el comportamiento de la temperatura en cada una de las posiciones de los ocho termopares en la placa es similar, con la diferencia de que mientras mayor es el número de espejos, mayor es la cantidad de energía que se le está suministrando al calorímetro y consecuentemente mayor es el valor de la temperatura de la placa, lo cual se puede ver en los valores de los ocho termopares. Se puede ver las condiciones de inicio, el estado transitorio de calentamiento, la etapa estacionaria y el periodo transitorio de enfriamiento.

Por otra parte se reporta que la superficie absorbidora (pintura blanca) de la placa receptora del calorímetro prácticamente se evaporó cuando el DEFRAC operó con once espejos, un flujo volumétrico de 2.38 l/min y una radiación solar directa promedio de 841.8 W/m². Se observa en la figura 4.23 el cambio de pendiente que sufrieron las gráficas de las temperaturas de los termopares centrales; en el instante del cambio de pendiente es cuando la pintura blanca se evapora.

En todos los experimentos llevados a cabo con el DEFRAC, se puede observar que los termopares colocados en posición simétrica (termopares: T₂-T₈, T₃-T₇ y T₄-T₆) no registran la misma temperatura, a pesar de tener el flujo de radiación solar concentrado (imagen solar) en el centro de la placa (Figura 4.24). Como ejemplo puede observarse el comportamiento de los termopares T₄-T₆ en la figura 4.16 y esto puede ser debido a las siguientes razones:

1. Las "puntas" de los termopares tal vez no estén posicionadas simétricamente, ya que el tamaño de éstas es pequeño comparado con las ranuras donde se alojaron, es decir que los puntos de medición no sean los mismos.
2. La placa receptora del calorímetro esta a 10 cm menos de la distancia focal del sistema ($200 \text{ cm} \pm 1 \%$ [Higuera, 1996]) lo que ocasiona que la imagen circular del flujo radiativo solar concentrado se distorsione.
3. El modo de operación del seguimiento del DEFRAC fue manual, y aunque se tuvo la precaución de tener enfocado el sistema, la misma inercia mecánica provoca ligeros movimientos de la imagen solar sobre el centro de la placa, los cuales se ven reflejados en el aumento de la temperatura en un termopar y la disminución en el termopar simétrico de manera similar.
4. El flujo de fluidos en la cámara de transferencia del calorímetro no es totalmente simétrico con respecto al centro y depende del ángulo.

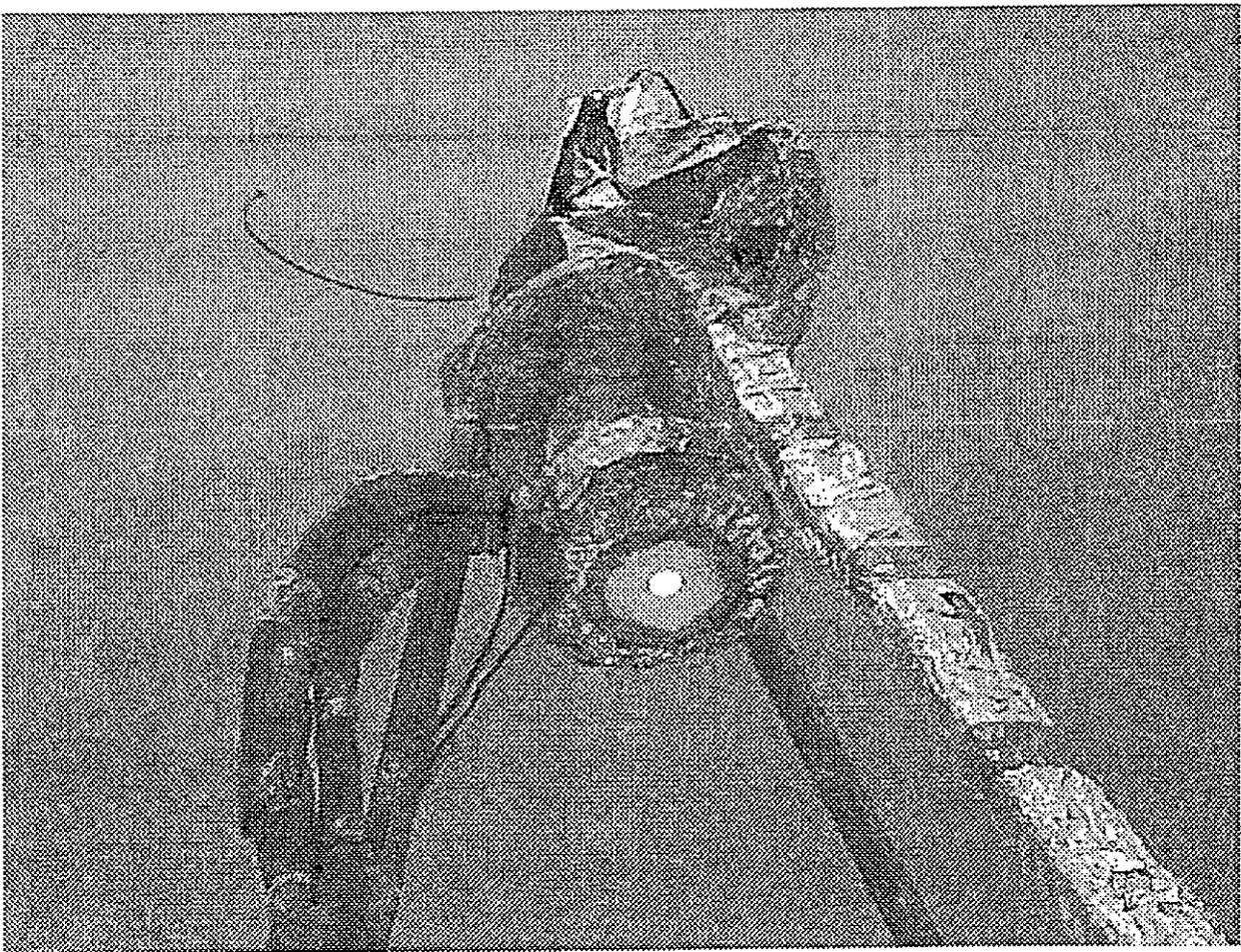


Figura 4.24 Fotografía del calorímetro donde se muestra la imagen solar concentrada formada al centro de la placa receptora.

4.4 Comparación entre resultados experimentales y teóricos.

En esta sección se presenta una comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente y los resultados obtenidos del modelo teórico propuesto y resuelto numéricamente en el capítulo dos. Para esta comparación se utilizaron los datos de los experimentos 7, 8 y 9 obtenidos con el DEFRAC. Éstos se hicieron con seis espejos de los tres distintos grupos (A, B y C). En las figuras 4.26, 4.27 y 4.28 se presentan las gráficas obtenidas tanto teórica como experimentalmente; los resultados corresponden al registro de temperatura de los termopares T_1 , T_2 , T_3 , T_4 y T_5 , mientras que para los datos teóricos se utilizaron los nodos R14, R11, R8, R5 y R1, los cuales corresponden a las mismas posiciones de los termopares (ver figura 4.25).

El programa de computo se corrió con los parámetros que caracterizaron a los experimentos seleccionados para esta comparación. El único parámetro libre es el coeficiente de transferencia de calor convectivo exterior (h_o), el cual se usó como parámetro de ajuste. Éste se varió hasta que las gráficas de temperatura coincidieran con las del experimento de tal manera que el error fuera mínimo. El valor utilizado de h_o es de $80 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$, éste valor pudiere ser alto con respecto a los valores típicos de h_o para procesos de convección libre en gases, que van de 2 a $25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{C}$ [Frank P. Incropera, 1990], pero debido a que se tiene una frontera convectiva-radiativa y a la sencillez del modelo teórico propuesto, se puede considerar que el valor encontrado de h_o es razonable para nuestro proceso.

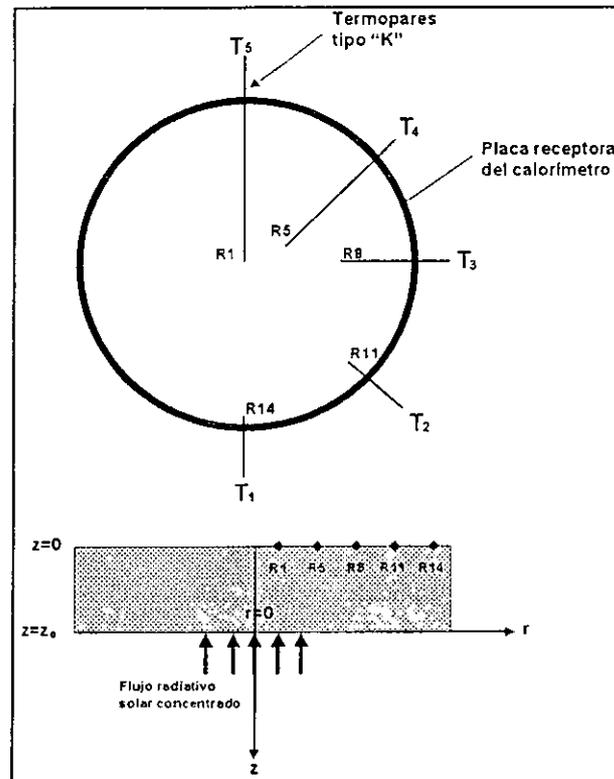


Figura 4.25 Representación esquemática de la posición de los nodos R1, R5, R8, R11 y R14 sobre la placa receptora del calorímetro.

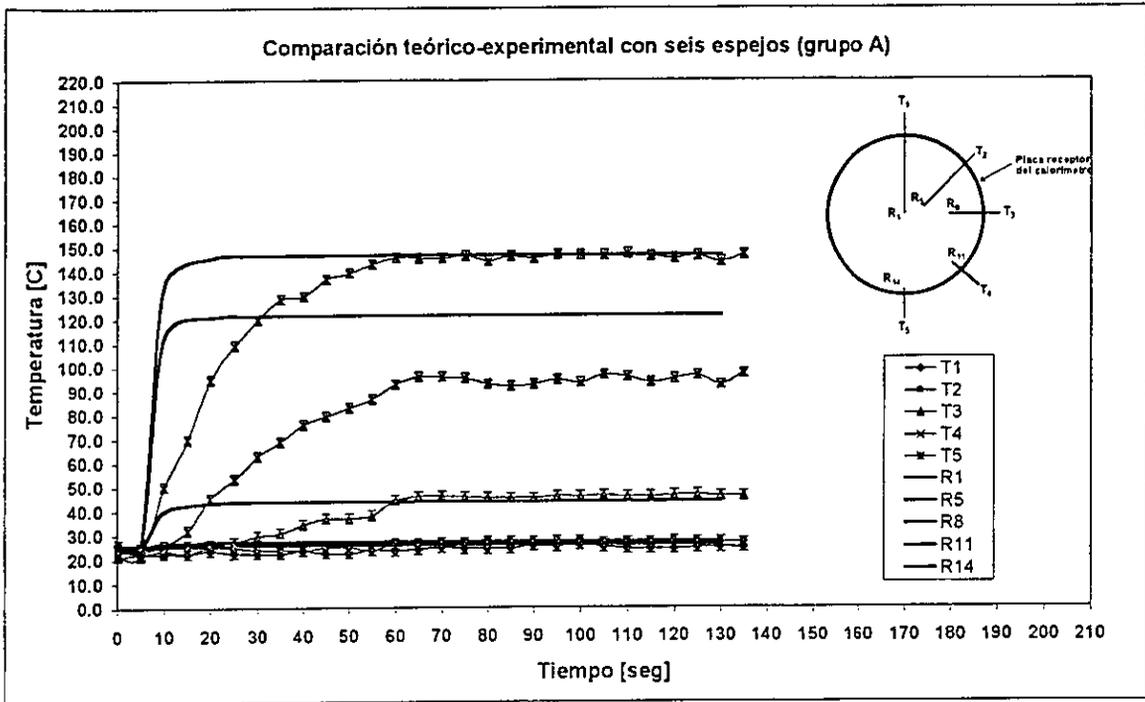


Figura 4.26 Comparación entre resultados experimentales (experimento 7 del DEFRAC) y resultados del modelo teórico.

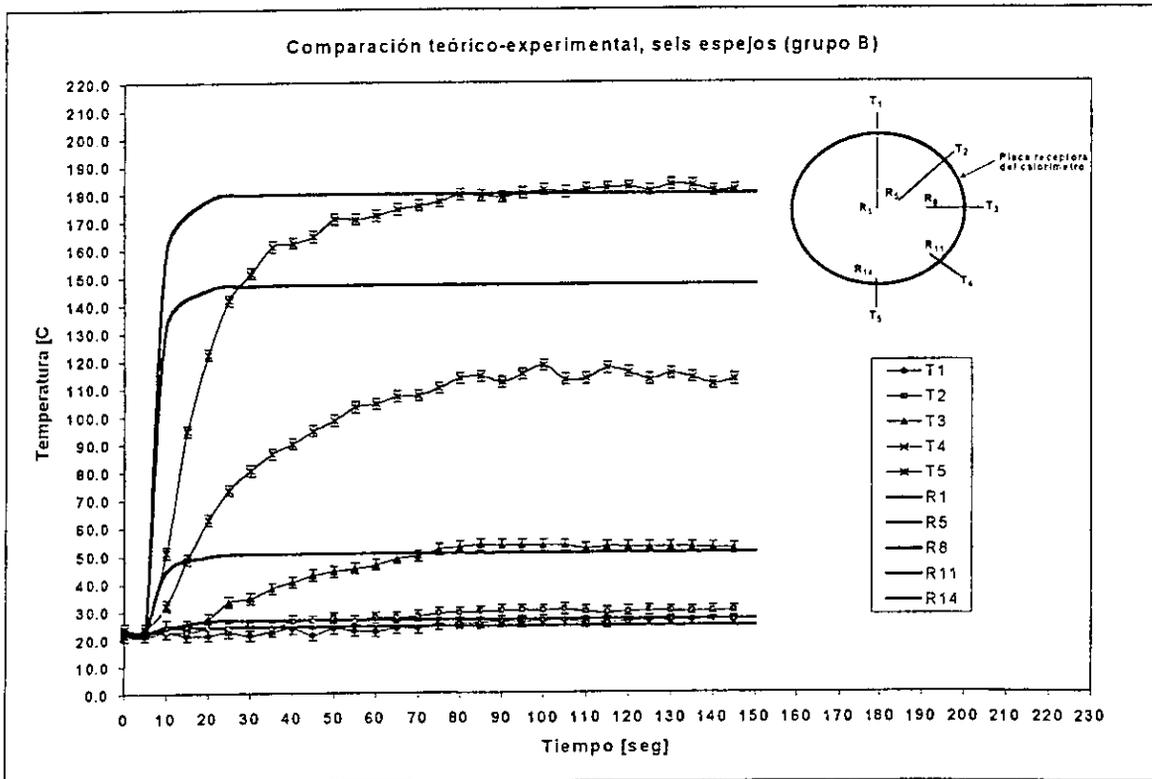


Figura 4.27 Comparación entre resultados experimentales (experimento 8 del DEFRAC) y resultados del modelo teórico.

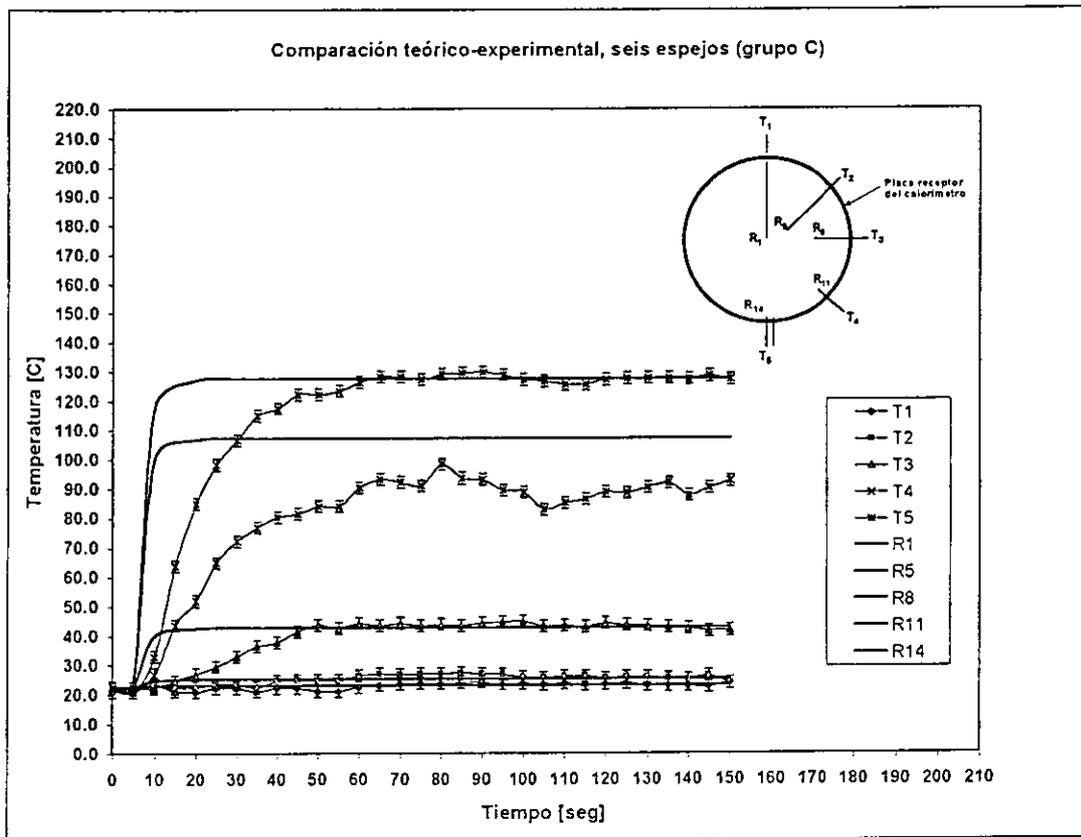


Figura 4.28 Comparación entre resultados experimentales (experimento 9 del DEFRAC) y resultados del modelo teórico

Como puede observarse en las figuras 4.26 a la 4.28 las gráficas de la temperatura experimental como función del tiempo tienen un comportamiento similar al predicho teóricamente, sobre todo en la región correspondiente al estado estacionario. Se puede observar que el tiempo transitorio es mayor en las curvas experimentales que en las teóricas. Esto se debe a que en el análisis teórico solo se considera la masa de la placa receptora, mientras que en el experimento se tiene la placa y todo el cuerpo del calorímetro, es decir se tiene una mayor masa térmica.

En la Tabla 4.8 se muestran los errores porcentuales máximos en la comparación de los datos teóricos con los experimentales, estos errores se calcularon para la región que corresponde al estado estacionario en cada una de las cinco posiciones, para las tres comparaciones realizadas. Los errores porcentuales se calcularon con la siguiente fórmula:

$$\text{Error} = \frac{T_{\text{exp}} - T_{\text{teo}}}{T_{\text{exp}}} \times 100 \quad (4.1)$$

en donde T_{exp} es la temperatura experimental y T_{teo} es la temperatura teórica.

Tabla 4.8 Errores porcentuales máximos en la comparación teórico-experimental.

Posición Termopar-Nodo	Experimento 7	Experimento 8	Experimento 9
T ₁ -R14	1.9 %	1.6 %	1.7 %
T ₂ -R11	1.4 %	2.2 %	1.4 %
T ₃ -R8	4.5 %	4.8 %	4.5 %
T ₄ -R5	32.0 %	32.5 %	29.1 %
T ₅ -R1	2.0 %	1.7 %	1.6 %

Con respecto al termopar-nodo T₄-R5, la explicación de tener errores del 30 % en promedio, se debe a que existe un milímetro de diferencia entre la posición de este termopar (T₄) y la del nodo teórico (R5). Esta pequeña diferencia es significativa ya que el termopar T₄ está físicamente en la región donde el flujo radiativo solar concentrado incide, y es en esta zona donde al haber mínimas diferencias en la posición existen diferencias en el valor de la temperatura, debido a las propias características del flujo radiativo solar concentrado.

Como puede observarse en la tabla 4.8 los errores porcentuales máximos encontrados fueron menores a 5 % para la región estacionaria en todas las posiciones a comparar (excepto la del termopar-nodo T₄-R5). Con estos resultados se puede ver que la diferencia entre el modelo teórico y los resultados experimentales es pequeña, por lo que el modelo teórico es válido, para la región estacionaria. Para la región transitoria, como ya se explicó, debido a que es menor la masa térmica de la placa receptora (utilizada en el modelo teórico) que la masa térmica de todo el calorímetro (es decir placa receptora más el cuerpo del calorímetro), existen diferencias en los valores de las temperaturas; otra posible razón de esta diferencia se debe a que las propiedades reales del material (conductividad térmica y difusividad térmica) difieran de las obtenidas en la literatura para este caso.

Hay que recordar que los termopares están distribuidos en forma radial en el plano $z=z_0$ de la placa receptora. Si queremos conocer la temperatura de la placa en $z=0$ (región de la placa receptora en contacto con el flujo radiativo solar concentrado y el medio ambiente), la cual no podemos medir directamente, se utiliza el programa de computo, con el cual se puede predecir la temperatura a través de todo el eje vertical z . Para este fin, se realizaron corridas en el programa a las mismas condiciones experimentales (los resultados experimentales empleados fueron los del experimento 7). Los resultados se pueden observar en la figura 4.29 en donde se presentan las gráficas de la temperatura para todo el eje vertical z , para las cinco posiciones nodales R1, R5, R8, R11 y R14. También se observa, como es esperado, que la temperatura en la parte de la placa en contacto con el flujo radiativo solar sea mayor que la parte interior, teniéndose un gradiente de temperatura entre el espesor de la placa (eje z) de 23.3 C en el centro de la placa (nodo R1).

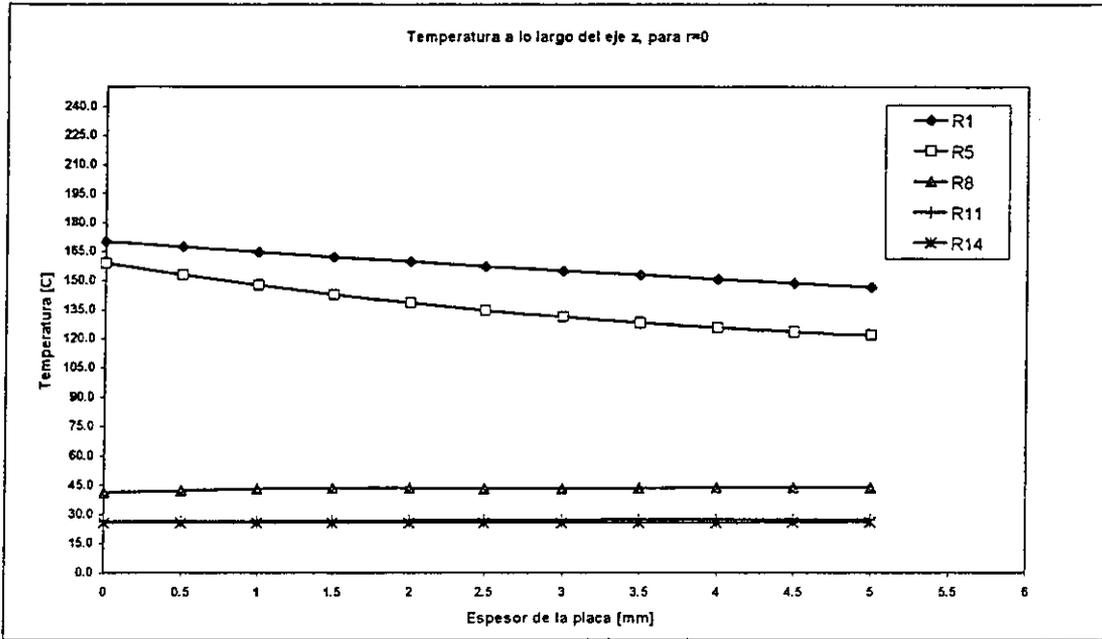


Figura 4.29 Gráfica de resultados teóricos de temperatura a lo largo del eje z.

De la misma forma, utilizando el programa de computo, se puede obtener todo el campo de temperatura en la placa receptora a partir de los datos experimentales, para este caso también se utilizan los del experimento 7 y los resultados se muestran en la figura 4.30

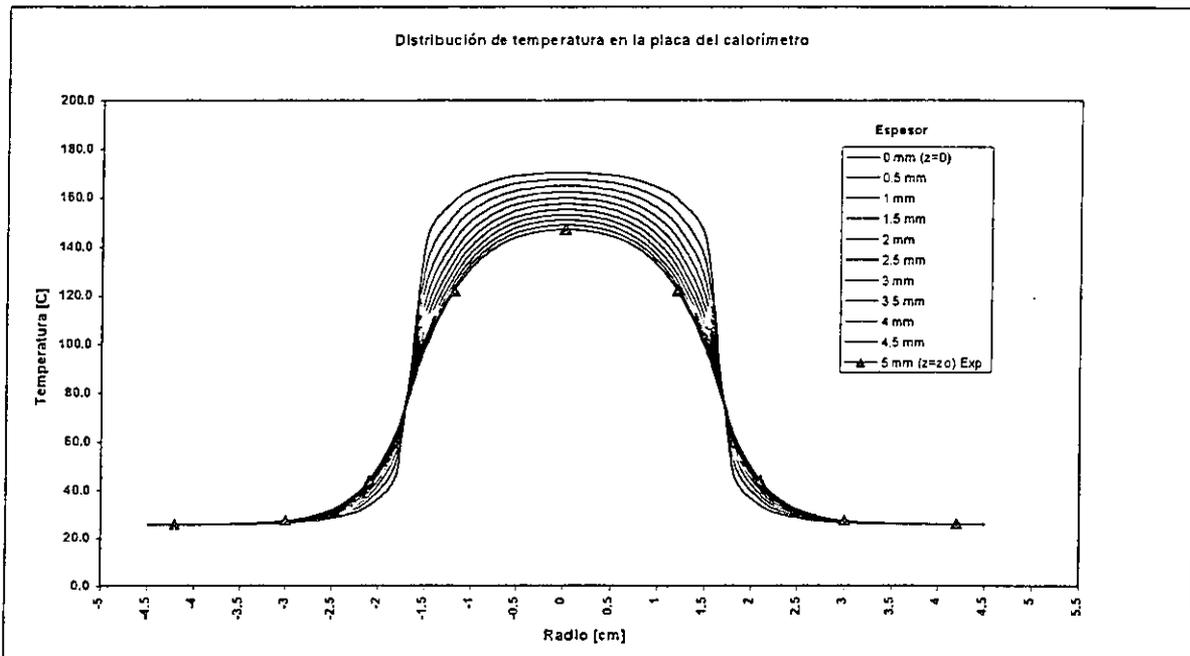


Figura 4.30 Gráfica de resultados teóricos de temperatura en toda la placa, a partir de datos del experimento 7.

De la figura 4.30 se puede observar que existe una distribución de temperatura en toda la placa receptora, tanto en la dirección z (espesor) como en la radial, teniendo las máximas temperaturas al centro de la placa. Como la "imagen" que forma el flujo radiativo solar concentrado tiene un radio de 1.5 cm, se puede ver claramente que después de este radio hay un decaimiento en la temperatura. Se observa también que después de los 3 cm de radio, la acción del flujo radiativo solar no es notoria, manteniéndose en el mismo valor de temperatura.

Con la comparación entre los resultados teóricos y los experimentales, se puede afirmar que el modelo teórico propuesto, aún con sus limitantes (suposiciones, resultados en estado transitorio), es una buena herramienta para poder predecir la distribución de temperatura en estado estacionario en la placa receptora del calorímetro del DEFRAC.

4.5 Comparación entre resultados de Cruz Sesma y los obtenidos con el DEFRAC.

En esta sección se presenta una comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente por Cruz Sesma [1997] y los resultados obtenidos experimentalmente en este trabajo de investigación.

Como se mencionó en la sección 1.5, Cruz Sesma [1997] evaluó la potencia concentrada por el DEFRAC utilizando el método calorimétrico de agua fría. La consideración fuerte de ese trabajo es que si la temperatura de la superficie exterior de la placa está próxima a la temperatura ambiente y a la temperatura del cielo que también es próxima a la del ambiente, las pérdidas convectivas y radiativas se pueden despreciar. Para poder realizar la comparación se repitió el experimento con los valores de los parámetros involucrados en los dos experimentos, los cuales se muestran en la tabla 4.9. En las figuras 4.31 y 4.32 se tienen las gráficas de los resultados obtenidos por Cruz y la del experimento 7 utilizando seis espejos (grupo A).

Tabla 4.9 Valores promedios de las variables registradas.

Parámetros	Grupo A de espejos (Cruz, 1997)	Grupo A de espejos (Experimento 7)
Flujo volumétrico (l/min)	1.02	1.11
Temperatura de entrada (C)	24.0	24.6
Temperatura de salida (C)	28.2	28.2
Incremento, $T_s - T_e$ (C)	4.2	3.6
Temperatura ambiente (C)	26.5	25.7
Temperatura de placa (C)	30.0 *	Figuras 4.16 y 4.30
Área de aceptación (m^2)	0.4241	0.4241
Radiación solar directa (W/m^2)	848	896.1

* Temperatura registrada en el extremo de la placa

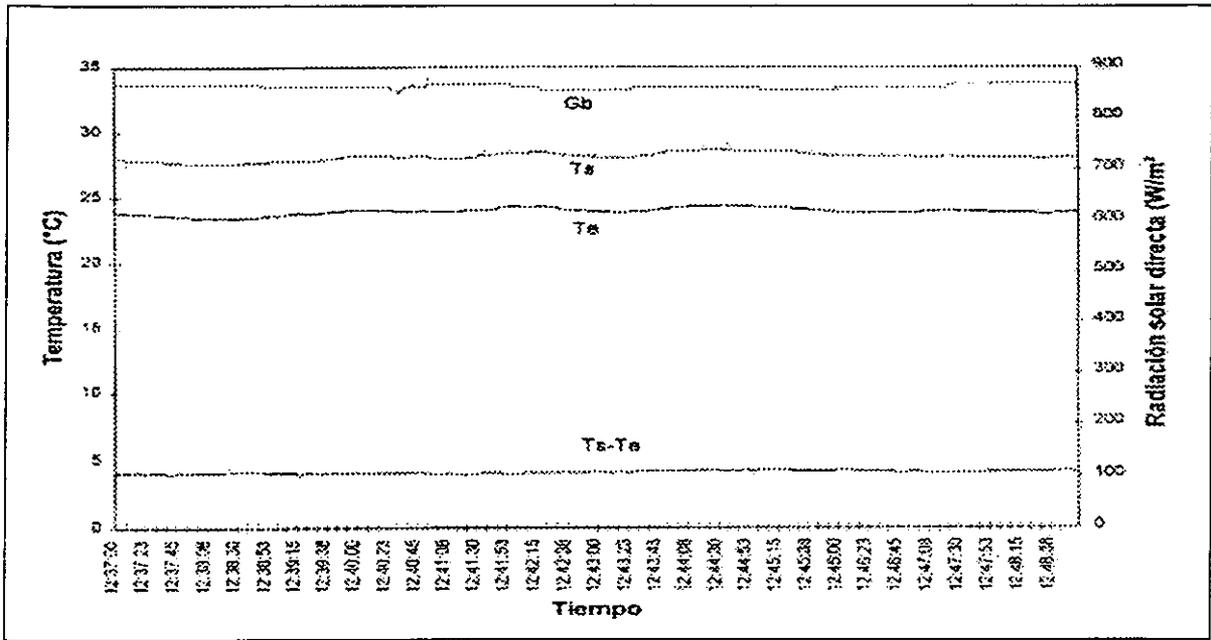


Figura 4.31 Resultados experimentales con seis espejos, grupo A (página 50, Cruz Sesma, 1997).

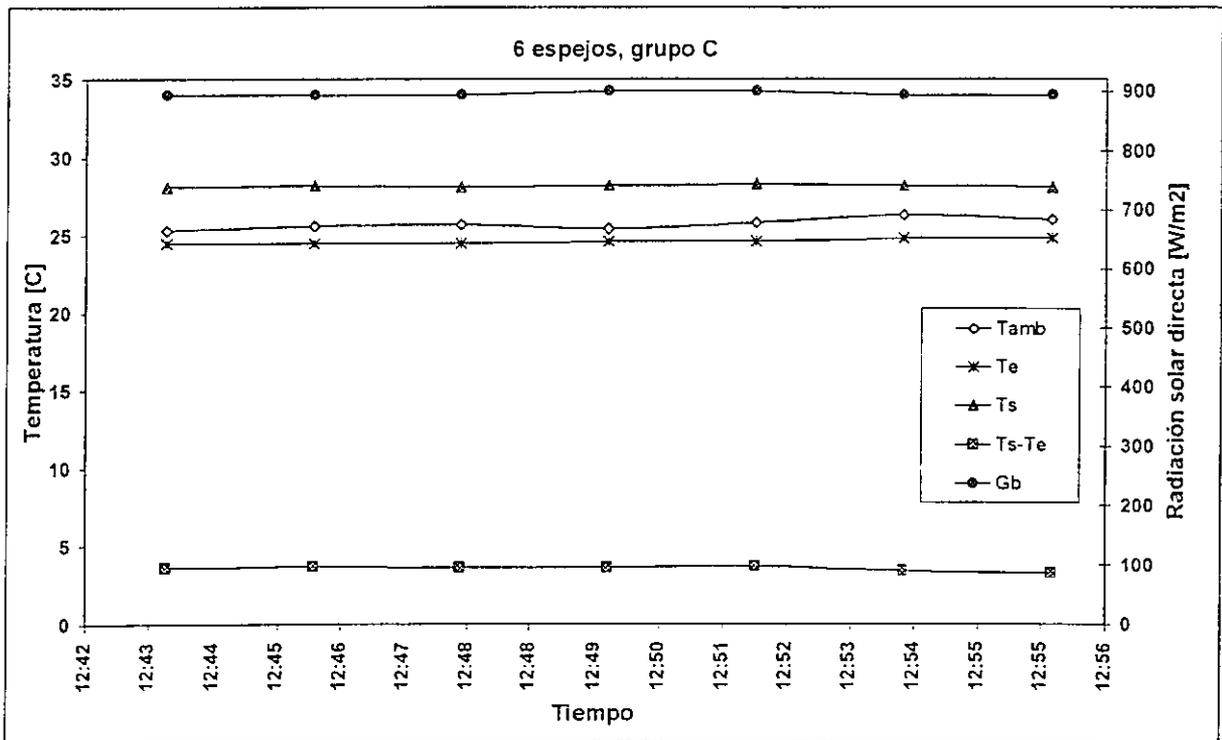


Figura 4.32 Resultados del experimento 7 con el DEFRAC, con seis espejos (Grupo A).

Como puede observarse en la tabla 4.9 los valores de los parámetros involucrados en los dos experimentos a comparar son muy similares, la única diferencia es con respecto a la temperatura de placa. Mientras que Cruz Sesma reporta una temperatura de placa de 30 C, en el experimento 7 se observa (figuras 4.16 y 4.30) que existe una distribución de temperatura en toda la placa, teniéndose los valores máximos al centro de la misma, por lo que al tener la placa receptora una temperatura mucho mayor a la temperatura ambiente, existirán pérdidas convectivas y radiativas en el proceso.

4.6 Cálculo de la temperatura promedio de la placa receptora.

En esta sección se presenta una metodología para obtener la temperatura promedio global de la placa receptora y los flujos de calor involucrados en el proceso.

Haciendo un balance global de energía en la placa receptora (figura 4.33), la cual se considera como volumen de control, se obtiene:

$$\dot{E}_{ent} + \dot{E}_{gen} = \dot{E}_{sal} + \dot{E}_{alm}, \quad (4.2)$$

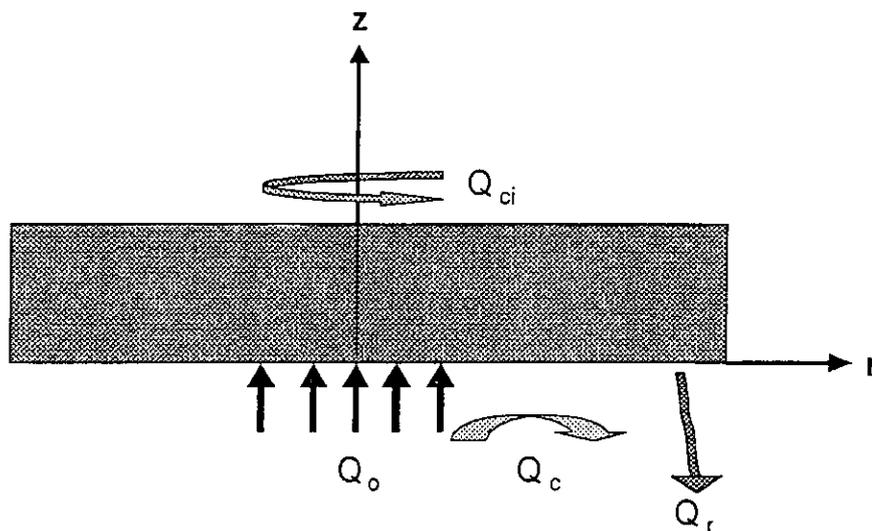


Figura 4.33 Placa receptora con los flujos de calor involucrados en el proceso.

para nuestro caso:

$$\dot{E}_{ent} = \dot{Q}_o,$$

$$\dot{E}_{gen} = 0,$$

$$\dot{E}_{sal} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_r + \dot{Q}_{ci},$$

$$\dot{E}_{alm} = [mC_p]_{placa} \frac{dT_p}{dt}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 4.2, se tiene:

$$Q_o + 0 = \{Q_c + Q_r + Q_{ci}\} + [mC_p]_{placa} \frac{dT_p}{dt}, \quad (4.3)$$

donde T_p es la temperatura promedio de toda la placa en un tiempo dado.

Para el cálculo de T_p se considera la siguiente figura 4.34:

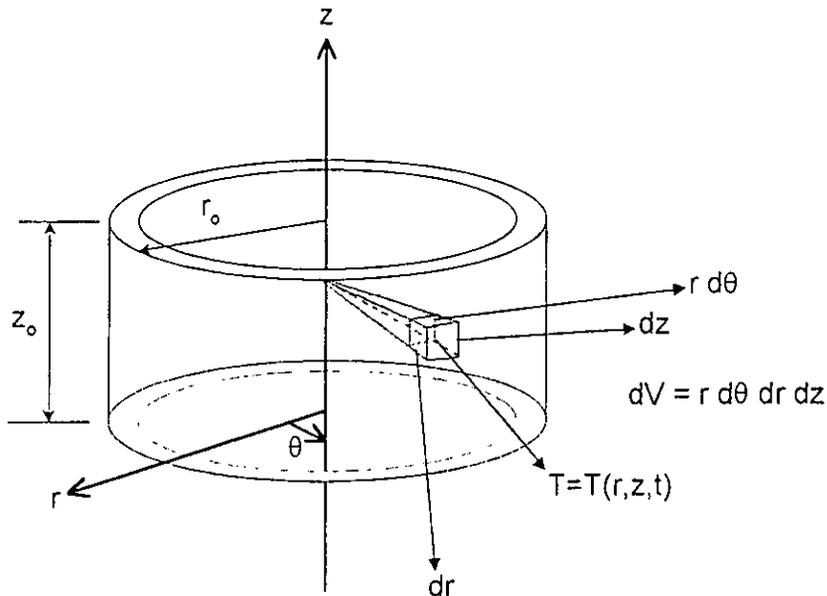


Figura 4.34 Esquema del diferencial de volumen de la placa receptora.

De la figura 4.34 se observa que el volumen de la placa receptora es: $V = \pi r_o^2 z_o$, por lo que:

$$dV = r d\theta dr dz$$

Así, $T_p = T_p(t)$ puede ser expresado por el teorema del valor medio como:

$$VT_p = \int_V T(r, z, t) dV$$

o

$$\pi r_o^2 z_o T_p(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_o} \int_0^{z_o} r T(r, z, t) dz dr d\theta$$

$$\pi r_0^2 z_0 T_p(t) = 2\pi \int_0^{z_0} \int_0^{r_0} T(r,z,t) r dr dz$$

0

$$T_p(t) = \frac{2}{r_0^2 z_0} \int_0^{z_0} \int_0^{r_0} T(r,z,t) r dr dz \quad (4.4)$$

Por la solución numérica se conoce la distribución de temperatura del problema para todo tiempo t . En la figura 4.35 se muestran los nodos de la malla donde se conocen las temperaturas $T(r,z,t) = T_{ij}^n$ para $i=0,1,2,\dots,IT$ y $j=0,1,2,\dots,JT$.

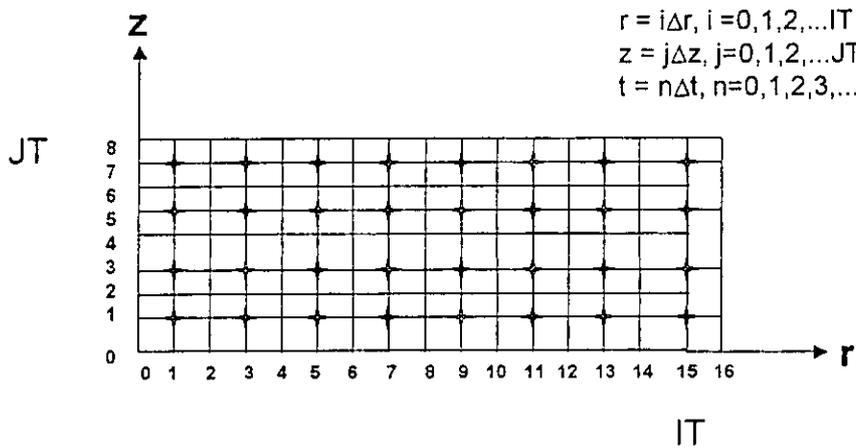


Figura 4.35 Nodos de la malla de la placa receptora.

La integración numérica de la ecuación (4.4) se puede realizar considerando las temperaturas sólo en los nodos impares y el volumen correspondiente a esa temperatura. Así:

$$T_p(t) = \frac{2}{r_0^2 z_0} \int_0^{z_0} \int_0^{r_0} T(r,z,t) r dr dz$$

$$T_p(t) = \frac{2}{r_0^2 z_0} \sum_{\substack{i=1 \\ \text{impar}}}^{15} \sum_{\substack{j=1 \\ \text{impar}}}^7 T_{ij}^n r_i \Delta r \Delta z$$

$$T_p(t) = \frac{2}{r_0^2 z_0} \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} \sum_{j=1,3,\dots}^{JT-1} T_{ij}^n(i) \Delta r^2 \Delta z \quad (4.5)$$

Los flujos de calor de la ecuación (4.3) son flujos totales, esto es, se consideran las áreas totales de transferencia de calor. Como se tienen distribuciones de temperatura en las superficies, entonces el cálculo de los flujos de pérdidas implicará un proceso de integración sobre las áreas totales.

Así, para $z=0$

$$Q_o = G_b C_g \rho_e \alpha_r A_{is}, \quad \text{donde } A_{is} \text{ es al área de la imagen solar (} A_{is} = \pi r_{is}^2 \text{)}$$

$$Q_c = \int_A h_o [T(r,0,t) - T_a] dA, \quad dA = r d\theta dr,$$

$$Q_c = h_o \int_0^{2\pi} \int_0^{r_o} [T(r,0,t) - T_a] r d\theta dr,$$

$$Q_c = 2\pi h_o \int_0^{r_o} [T(r,0,t) - T_a] r dr. \quad (4.6)$$

También:

$$Q_r = 2\pi\sigma\epsilon F_{1-2} \int_0^{r_o} [T^4(r,0,t) - T_a^4] r dr, \quad (4.7)$$

y para $z=z_o$ y en forma similar a (4.6), se tiene:

$$Q_{ci} = 2\pi h_i \int_0^{r_o} [T(r,z_o,t) - T_a] r dr. \quad (4.8)$$

Al igual que la integración de la ecuación (4.4), las temperaturas $T(r,z,t)$ se conocen en la superficie de la placa. La figura 4.36 muestra los nodos en la placa, tanto en una vista de corte transversal como en una vista superior.

La integración numérica de las ecuaciones 4.6, 4.7 y 4.8 se puede realizar considerando las temperaturas de los nodos impares como los promedios de las superficies correspondientes. Así:

$$Q_c(t) = 2\pi h_o \int_0^{r_o} [T(r,0,t) - T_a] r dr = 2\pi h_o \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} (T_{i,0}^n - T_a) i \Delta r (2\Delta r) \quad (4.9)$$

$$Q_r(t) = 2\pi\sigma\epsilon F_{1-2} \int_0^{r_o} [T^4(r,0,t) - T_a^4] r dr = 2\pi\sigma\epsilon F_{1-2} \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} [(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4] i \Delta r (2\Delta r) \quad (4.10)$$

$$Q_{ci}(t) = 2\pi h_i \int_0^{r_o} [T(r,z_o,t) - T_a] r dr = 2\pi h_i \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} [T_{i,JT}^n - T_a] i \Delta r (2\Delta r) \quad (4.11)$$

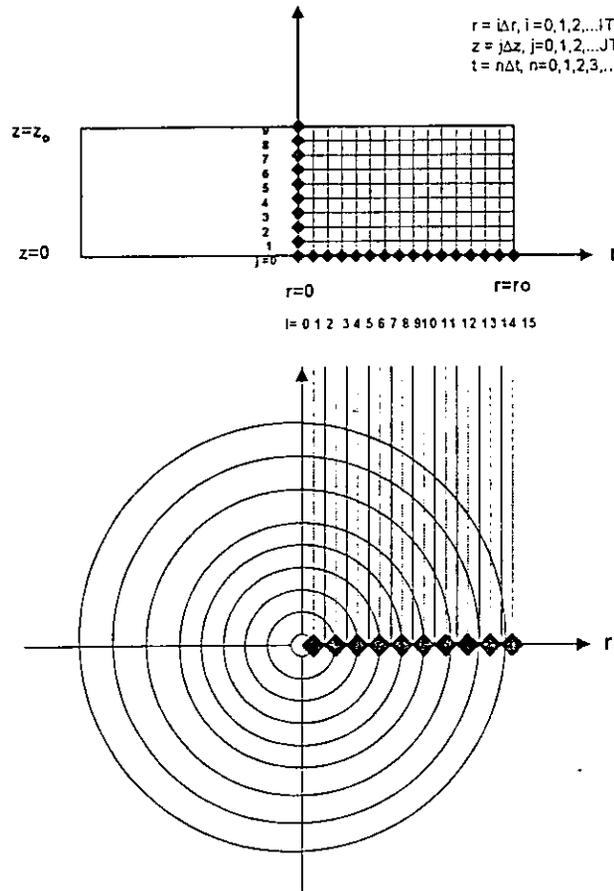


Figura 4.36 Vistas de corte transversal y superior de los nodos en la placa.

Así, en todo tiempo t , se debe de cumplir:

$$[mCp]_{placa} \frac{dT_p}{dt} = Q_o(t) - [Q_c(t) + Q_r(t) + Q_{ci}(t)], \quad (4.12)$$

y también se debe de cumplir que:

$$Q_{ci}(t) = \dot{m}Cp[T_s - T_e]_{calorimetro} \quad (4.13)$$

Para el cálculo de la ecuación (4.12) usamos diferencias finitas adelantadas, así se obtiene:

$$[mCp]_p \frac{T_p^{n+1} - T_p^n}{\Delta t} = Q_o^n - [Q_c^n + Q_r^n + Q_{ci}^n] \quad (4.14)$$

$$T_p^{n+1} = T_p^n + \left[\frac{\Delta t}{[mCp]_p} \right] \{ Q_o^n - Q_c^n - Q_r^n - Q_{ci}^n \} \quad (4.15)$$

Otra forma de calcular los flujos de calor involucrados en el proceso es por medio del cálculo de las temperaturas promedio en las superficies interior y exterior de la placa receptora.

Temperatura promedio interior T_{si}

$$A_{is} T_{si} = \int_{A_i} T(r, z_o, t) dA_i,$$

$$dA_i = r d\theta dr, \quad A_i = \pi r_o^2,$$

$$A_i T_{si} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_o} T(r, z_o, t) r d\theta dr,$$

$$\pi r_o^2 T_{si} = 2\pi \int_0^{r_o} T(r, z_o, t) r dr,$$

$$T_{si} = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} T(r, z_o, t) r dr = T_{si}(t), \quad (4.16)$$

y en forma similar a las integraciones anteriores, se tiene:

$$T_{si}^n = \frac{2}{r_o^2} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{I\Gamma-1} T_{i,J\Gamma}^n (i \Delta r) (2 \Delta r). \quad (4.17)$$

Temperatura promedio exterior T_{so}

$$A_o T_{so} = \int_{A_o} T(r, 0, t) dA_o,$$

$$T_{so} = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} T(r, 0, t) r dr = T_{so}(t), \quad (4.18)$$

$$T_{so}^n = \frac{2}{r_o^2} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{I\Gamma-1} T_{i,0}^n (i \Delta r) (2 \Delta r). \quad (4.19)$$

Con estos valores de las temperaturas promedio de las superficies interior y exterior de la placa receptora, también se debe cumplir que:

$$Q_c(t) = 4\pi h_o \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} (T_{i,0}^n - T_a) i \Delta r^2 = \pi r_o^2 h_o [T_{so}^n - T_a], \quad (4.20)$$

$$Q_r(t) = 4\pi \sigma \varepsilon F_{1-2} \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} [(T_{i,0}^n)^4 - (T_a)^4] i \Delta r^2 = \pi r_o^2 \sigma \varepsilon F_{1-2} [(T_{so}^n)^4 - (T_a)^4], \quad (4.21)$$

$$Q_{ci}(t) = 4\pi h_i \sum_{i=1,3,\dots}^{IT-1} (T_{i,IT}^n - T_a) i \Delta r^2 = \pi r_o^2 h_i [T_{si}^n - T_a]. \quad (4.22)$$

De las ecuaciones (4.5), (4.9), (4.10) y (4.11) y con los valores resultantes del experimento 7, se procedió a correr el programa de cómputo, para diferentes valores de h_i , fijando $h_o = 25 \text{ W/m}^2\text{-C}$, hasta que en estado estacionario $|T_{teo}(0, z_o) - T_s| < 0.1 \text{ C}$. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.10

Tabla 4.10 Valores de los resultados del cálculo numérico.

Número de espejos	6 (grupo "A")
Radiación solar directa	895.9 W/m ²
Flujo volumétrico	1.11 l/min
Temperatura ambiente (T_a)	25.7 C
Temperatura de entrada (T_e)	24.6C
Temperatura de salida (T_s)	34.7 C
Temperatura promedio de placa (T_p)	42.3 C
Temperatura máxima exterior $T(0,0)$	470.4 C
Temperatura máxima interior $T(0, z_o)$	144.5 C
Temperatura máxima experimental T_s	145.6 C
Calor absorbido por la placa (Q_o)	335.6 W
Calor perdido por convección exterior (Q_c)	4.5 W
Calor perdido por radiación (Q_r)	3.2 W
Calor perdido por convección interior (Q_{ci})	327.7 W
Calor total (Q)	335.4 W
Balance de calores	0.2 W

De estos resultados, se observa que el porcentaje del calor perdido por convección y radiación al exterior con relación a lo que es absorbido por la placa son 1.3 % y 0.9 % respectivamente. Esto indica que la suposición original en la técnica de calorimetría de agua fría de que las pérdidas convectivas y radiativas al medio ambiente son despreciables se confirma, a pesar de que la temperatura máxima exterior (470.4 C) es muy superior a la ambiente y la temperatura de placa (42.3 C) es 16.6 C superior a la ambiente.

**ESTA TESIS NO SALE
DE LA BIBLIOTECA**

Una solución para tener una temperatura homogénea en toda la placa receptora es cambiar el material por otro de mayor conductividad térmica, por ejemplo el cobre ($k = 401 \text{ W/m}^2 \text{ C}$). Utilizando el programa de computo, se obtuvo el campo de temperatura en la placa receptora a partir de los datos experimentales (experimento 7), pero utilizando la conductividad térmica del cobre y los resultados se muestran en la figura 4.37.

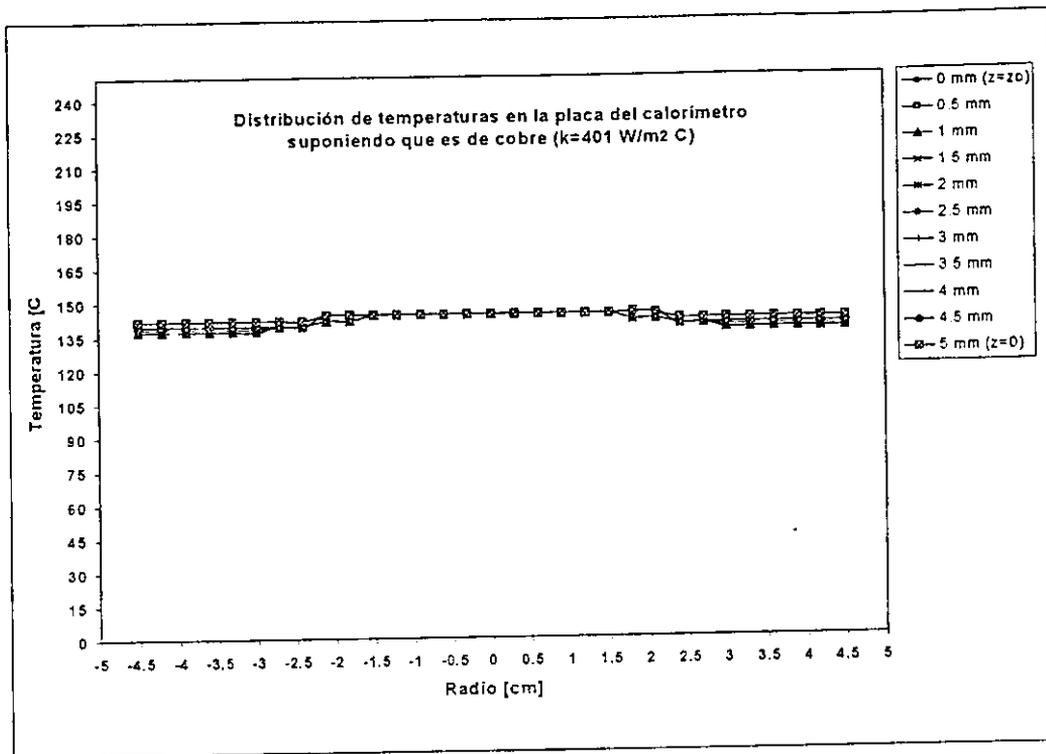


Figura 4.37 Gráfica de resultados teóricos de temperatura en toda la placa, suponiendo placa de cobre.

De la figura 4.37 se puede observar que efectivamente la temperatura es más homogénea en toda la placa receptora, teniendo un máximo gradiente de 7 C en la dirección z (espesor) para las posiciones radiales mayores de 3 cm . Así mismo se observa que, en el centro y en todo lo que sería la mancha solar, no hay gradiente térmico entre la superficie interior y la exterior. Se observa también que la placa sigue estando a una temperatura diferente a la temperatura ambiente, por lo que se recomienda realizar un estudio paramétrico (utilizando el modelo teórico), para encontrar las condiciones experimentales que nos permitan realizar calorimetría de agua fría, suponiendo que se tiene la placa de cobre.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A continuación se presenta las conclusiones más importantes de este trabajo de investigación:

1. Se instrumentó exitosamente la placa receptora del calorímetro del DEFAC.
2. Se acondicionó experimentalmente el calorímetro para poder trabajar tanto con el elemento calefactor (flujo de calor constante y controlable) como en el DEFAC (flujo radiativo solar concentrado), incluyendo su sistema de adquisición y control de datos experimentales.
3. Se determinó experimentalmente el campo de temperaturas en la parte interna de la placa receptora del calorímetro del DEFAC, bajo diferentes condiciones de flujo volumétrico y flujo de calor.
4. Se implementó un modelo teórico de conducción de calor bidimensional en estado transitorio con condiciones de frontera convectivas y radiativas, que predice la temperatura en toda la placa receptora del calorímetro. Este modelo se validó con los resultados experimentales obtenidos, ya que los errores porcentuales máximos fueron menores a 5 % para el estado estacionario.
5. Los experimentos llevados a cabo con el elemento calefactor sirvieron de base para los experimentos con el DEFAC, ya que se pudo verificar la consistencia y congruencia de los resultados obtenidos.
6. Los resultados obtenidos en el DEFAC fueron los esperados, es decir la máxima temperatura se registró al centro de la placa (termopar cinco (T_5)) y ésta disminuye conforme a la posición radial de los termopares hasta tener la mínima temperatura (termopar uno (T_1)) en el extremo de la placa). Asimismo al aumentar el número de espejos, esto es, el flujo radiativo solar concentrado, aumenta la temperatura en la placa receptora y al aumentar el flujo volumétrico de agua ésta disminuye. Se observó que al ir aumentando el número de espejos, el tiempo transitorio de calentamiento disminuye y el tiempo transitorio de enfriamiento aumenta.
7. La pintura blanca de alta temperatura utilizada como superficie absorbadora operó satisfactoriamente (no sufrió ningún daño) hasta con diez espejos, pero con once esta se degradó desapareciendo de la superficie.

8. Se realizó una comparación entre los resultados experimentales obtenidos y los reportados por Cruz Sesma [1997], concluyendo que existe una distribución de temperatura en toda la placa receptora, pero debido a que los porcentajes del flujo de calor perdidos por convección y radiación son bajos con respecto al flujo de calor absorbido por la placa, se confirma la suposición original en la técnica de calorimetría de agua fría de desprestigiar estas pérdidas, a pesar de que la temperatura máxima exterior es muy superior a la ambiente.
9. Con los resultados experimentales obtenidos de este trabajo, se analizó térmicamente la placa receptora del calorímetro, y con ello se pudo conocer las condiciones reales de operación bajo diferentes condiciones de trabajo.

Las recomendaciones para estudios futuros que se hacen son las siguientes:

1. Utilizar termopares de mayor calibre, ya que al ser más delgadas las puntas de los termopares, se asegura un mejor posicionamiento dentro de las ranuras de la placa receptora.
2. Operar con el sistema de seguimiento automático del DEFRAAC, con el fin de disminuir las inercias mecánicas del sistema de seguimiento manual.
3. Disminuir el diámetro de las mangueras de alimentación de agua, ya que se observó que con los caudales manejados, éstas están sobradas.
4. Cambiar la válvula de compuerta por una de precisión, para mejorar el control del flujo volumétrico de agua o emplear un rotámetro.
5. Para que el flujo de calor del elemento calefactor sea homogéneo, se sugiere que al momento de encapsular la resistencia eléctrica en la "caja" de cobre, ésta se distribuya uniformemente.
6. Construir una placa receptora con un material de mayor conductividad térmica, por ejemplo de cobre, y de menores dimensiones (diámetro y espesor) con el fin de que exista una temperatura más homogénea en la placa.
7. Realizar un estudio paramétrico para determinar las condiciones en las cuales la técnica de calorimetría de agua fría puede ser válida para este tipo de dispositivos.

BIBLIOGRAFÍA GENERAL

- Acosta, R., Ixtlilco, L., Pérez, I. y Estrada, C., "Difusión de calor en la placa receptora del calorímetro del DEFRAC". Memorias de la XXIII Semana Nacional de Energía Solar, pp 337-343, 1999.
- Arriaga Hurtado L. Gerardo, "Preparación y caracterización de fotoelectrodos para la producción de hidrogeno mediante fotoelectrolisis", Tesis de maestría, CIE-UNAM, Temixco, Mor., 1998.
- Cruz Sesma Felipe, "Diseño, construcción y prueba de un calorímetro para el DEFRAC", Tesis de maestría, CIE-UNAM, Temixco, Mor., 1997.
- Cruz, F., C.A. Estrada, J. Cervantes y J.H. Quiñones, "Caracterización del DEFRAC. Parte I: Estudio Térmico". Memorias de la XIX Semana Nacional de Energía Solar, pp 170-176, 1997.
- Chapra Steven C. y Canale Raymond P. **Métodos Numéricos para Ingenieros**, Primera edición en español, McGraw-Hill, México. 1987.
- Estrada G., C., Jaime Cervantes, H. Riveros and G. Alvarez , "Raying tracing analysis of the optical performance of a concentrating solar surface formed by mechanical loding on a circular reflective plate", Intl. Symp. on solar concentration Technologies, Jerusalén, febrero 1994.
- Estrada G., "Notas del curso de aplicaciones térmicas de la energía solar ", XVIII Semana Nacional de Energía Solar, 1994.
- Estrada G., "Concentradores solares" , Curso de actualización en energía solar, CIE-UNAM, Temixco, Mor. , pp 243-267., 1997.
- Estrada C. A., S. Higuera, Oskam, J. Q. Cervantes, "Dispositivo para el Estudio de Flujos Radiativos Concentrados: DEFRAC", Memorias de la XIX Semana Nacional de Energía Solar, pp 183-186, 1995.
- Estrada, C.A., J.G. Cervantes, A. Oskam, F. Cruz and J. Quiñonez, "Thermal and Optical Characterization of a Solar Concentrator for High Radiative Flux Studies", Proceedings of the 1998 Annual Conference, American Solar Energy Society. Vol 1, pp 259-266. Editado por R. Campbell-Howe, T Cortéz and B. Wilkins-Crowder ASES, USA, 1998.
- Estrada Gasca, C. y Arancibia Bulnes, C., "Estudios sobre concentración solar en el Centro de Investigación en Energía de la UNAM". La Revista Solar, Publicación de la Asociación Nacional de Energía Solar (ANES), número 40, mayo 2000

- F. Kreith, J.F. Kreider, **Principles of solar engineering**, Hemisphere publishing corporation, 1978.
- Frank P. Incropera and David P. De Witt, **Introduction to heat transfer**, Second edition John Wiley & Sons, 1990.
- Grajeda, Pérez M., "Sistema de control del DEFRAC (Dispositivo para el Estudio de Flujos Radiativos Concentrados)", Tesis de licenciatura, CIE-UNAM Temixco, Mor., 1997.
- Granger, Robert A., **Experiments in heat transfer and thermodynamics**, Cambridge University Press, 1994.
- Higuera Enrique S., "Sistema de concentración de radiación solar con 18 espejos parabólicos para estudios de campos radiativos", Tesis de licenciatura, CIE-UNAM Temixco, Mor., 1996.
- Holman, J.P., **Métodos experimentales para ingenieros**, cuarta edición McGraw-Hill, 1996.
- Holman, J.P., **Heat transfer**, Seventh Edition, McGraw-Hill, 1990.
- International Energy Agency. Solar PACES Program. Solar Thermal Power and Chemical Energy Systems. September 1994.
- J.A. Duffie and W. A. Beckman, **Solar engineering of thermal processes**, 2nd. Ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, U.S.A., 1991.
- Manrique J., **Energía Solar: Fundamentos y Aplicaciones Fototermicas**, Harla, 1984.
- Mochizuki S., Sugishita H., and Wen Jei Yang, "Heat transfer performance in radial flow between two parallel circular disks", **Transport Phenomena in Heat and Mass transfer**, 1992. Tomo I, pp 468-478.
- Özisik, M. Necati, **Finite Difference Methods in Heat Transfer**, CRC Press, Inc., 1994.
- Özisik M. Necati, **Heat Transfer, A Basic Approach**, McGraw-Hill, 1985.
- Quiñones J. J., C.A. Estrada, Cruz, F. y J. Cervantes, "Caracterización del DEFRAC. Parte II: Estudio Optico", Memorias de la XIX Semana Nacional de Energía Solar, pp 160-166, 1997.
- Rapp Donald, **Solar Energy**, Prentice-Hall, Inc., 1981

- Rueda M. " Transferencia de calor en un receptor circular plano con flujo radial para un sistema de concentración solar con varios espejos, "Tesis de maestría, Temixco, Morelos, CIE-UNAM, 1996.
- Siegel R. and Howell R. J., **Thermal Radiation Heat Transfer**, Third Edition, 1992.
- Stine W. and Diver R., **A Compendium of Solar Dish/Stirling Technology**, Sandia National Laboratories, 1994.
- The Temperature Handbook, vol. 28., Omega Technologies Company, 1992.

APÉNDICE A

Propiedades termofísicas de los materiales utilizados en esta tesis.

Los datos fueron tomados del libro "Introduction to heat transfer" de Frank P. Incropera y David P. De Witt [1990].

Agua

$$\begin{aligned}\rho &= 995.8 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 4174 \text{ J/kg C} \\ k &= 0.614 \text{ W/m K}\end{aligned}$$

Acero inoxidable AISI 316

$$\begin{aligned}\rho &= 8238 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 468 \text{ J/kg C} \\ k &= 13.4 \text{ W/m K} \\ \alpha &= 3.48 \times 10^6\end{aligned}$$

Aire

$$\begin{aligned}\rho &= 1.1774 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 1.0057 \text{ J/kg C} \\ k &= 0.02624 \text{ W/m K} \\ \alpha &= 0.2216 \times 10^4\end{aligned}$$

Cobre

$$\begin{aligned}\rho &= 8933 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 385 \text{ J/kg C} \\ k &= 401 \text{ W/m K} \\ \alpha &= 117 \times 10^6\end{aligned}$$

APÉNDICE B

Programa de computo (codificado en Fortran 77).

```

C PROGRAMA Plato-tp.for                               NOVIEMBRE 2000
C TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL RECEPTOR CIRCULAR PLANO
C SOLUCION NUMERICA DEL PROBLEMA TERMICO.
C DISTRIBUCION DE TEMPERATURAS COMO FUNCION DE r, z, t.
C CONDICIONES DE FRONTERA CONVECTIVA Y RADIATIVA
C METODO DE DIFERENCIAS FINITAS, ESQUEMA EXPLICITO.
C -----
C NOMENCLATURA
C Ancho de placa, Zo = 0.005 m
C Radio de placa, Ro = 0.045 m
C Radio de imagen, Rs = 0.012 m
C Conductividad Termica, 13.4 W/m-K
C Difusividad termica, 3.48*E-6
C Emisividad, 0.22
C Absortividad, 0.96
C Reflexividad, Rhoe=.90
C Concentracion geometrica, Cg=259
C Insolacion, Gb=882.1 w/m2
C Calor radiativo absorbido por la placa, Qo
C Cte. de Stefan-Boltzmann, SIGM = 5.67E-08 W/m2K4
C Coeficientes convectivos Placa - fluidos, Hi, Ho, W/m2 K

C ----- MAIN PROGRAM
C23456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012
C 10 20 30 40 50 60 70

DIMENSION TN(109,60), TNM1(109,60), Z(60), R(109), TIMEX(5),
1 Te1(5), Te2(5), Te3(5), Te4(5), Te5(5), Rex(5)
REAL DELTR, DELTZ, DELTT, Qo1, Qo2, K, Ho, Hi, FM, FMCP
INTEGER I, J, IT, JT, IS
OPEN(6,FILE='PLATO-4.OUT',STATUS='new')
DATA Te5/24.9, 69.7, 119.9, 145.6, 145.6/
DATA Te4/24.9, 31.8, 62.7, 92.7, 92.6/
DATA Te3/26.0, 25.9, 29.5, 44.2, 45.1/
DATA Te2/24.9, 24.8, 24.8, 26.3, 27.1/
DATA Te1/23.7, 23.6, 24.8, 23.5, 25.4/
DATA TIMEX/0.0, 15.0, 30.0, 60.0, 90.0/
DATA Rex/4.05, 3.05, 2.05, 1.1, 0.0/

C -----> PARAMETERS

```

C GEOMETRIA

Do 5 i=1,5

$$\text{Te5}(i) = \text{Te5}(i) + 273.$$

$$\text{Te4}(i) = \text{Te4}(i) + 273.$$

$$\text{Te3}(i) = \text{Te3}(i) + 273.$$

$$\text{Te2}(i) = \text{Te2}(i) + 273.$$

$$\text{Te1}(i) = \text{Te1}(i) + 273.$$

write(6,102) Rex(i)

5 write(6,102) TIMEX(i), Te1(i), Te2(i), Te3(i), Te4(i), Te5(i)

C 5 write(*,102) TIMEX(i), Te1(i), Te2(i), Te3(i), Te4(i), Te5(i)

c STOP

$$R_o = 0.045$$

$$R_s = 0.01$$

$$Z_o = 0.005$$

$$PI = 3.141591$$

c IT = 18

c IS = 4

c JT = 10

c IT = 72

c IS = 16

c JT = 10

$$IT = 90$$

$$IS = 20$$

$$JT = 20$$

$$\text{DELTR} = R_o/\text{float}(IT)$$

$$\text{DELTZ} = Z_o/\text{float}(JT)$$

C FISICOS.

C Placa de acero inoxidable 316

$$RHO = 8238.0$$

C PROPIEDADES A 300 K

c K = 13.4

c Cp = 468.0

c ALPHA = 3.48e-6

C PROPIEDADES A 400 K

$$K = 13.4$$

$$C_p = 468.0$$

$$ALPHA = K/C_p/Rho$$

$$FM = PI * R_o^{**2} * Z_o * RHO$$

$$FMCP = FM * C_p$$

c EPS = 0.95, .22

$$ALPHAa = 0.96$$

c ALPHAa = 0.0

C Placa de Cobre

C K = 401.

C ALPHA = 117.0e-6

C Espejos de aluminio

$$\text{Rhoe} = 0.90$$

$$\text{Cg} = 259. *6.$$

$$\text{Gb} = 895.$$

$$\text{Qo1} = \text{ALPHAa} * \text{Rhoe} * \text{Cg} * \text{Gb}$$

$$\text{Qo2} = 0.0$$

$$\text{Qo} = \text{Qo1} * \text{PI} * \text{Rs} ** 2$$

$$\text{Qos} = \text{Qo1} * \text{PI} * (\text{DELTR} * \text{float}(\text{IS})) ** 2$$

$$\text{Qos1} = \text{Qo1} * \text{PI} * (\text{DELTR} * (\text{float}(\text{IS}) + .5)) ** 2$$

$$\text{SIGMA} = 5.67\text{E-}8$$

$$\text{F} = 1.$$

C Coeficientes: Ho, Hi y EPS (convectivos y emitancia) *

C WRITE(6,104) Ta-273, Tf-273, Ho, Hi

C WRITE(6,105)

$$\text{Ho} = 25.$$

c Ho = 0.

c Hi = 800.

DO 100 III=5, 5

$$\text{EPS} = .2 * \text{FLOAT}(\text{III}-1) \quad *$$

DO 100 II=2, 2

$$\text{Hi} = 450. * \text{FLOAT}(\text{II}-1)$$

C ----- ERRORES GLOBALES DE Tex-Tteo

$$\text{E1} = 0.0$$

$$\text{E2} = 0.0$$

$$\text{E3} = 0.0$$

$$\text{E4} = 0.0$$

$$\text{E5} = 0.0$$

C Temperaturas *

$$\text{Ta} = 24.0 + 273.$$

$$\text{Tf} = 29.0 + 273.$$

$$\text{To} = \text{Ta}$$

C Coeficientes de las ecuaciones nodales

$$\text{GAMAZ} = 0.25$$

$$\text{DELTT} = \text{GAMAZ} * \text{DELTT} ** 2 / \text{ALPHA}$$

C WRITE(6,*) deltt

$$\text{GAMAR} = \text{ALPHA} * \text{DELTT} / \text{DELTR} ** 2$$

$$\text{CGRZ} = 1. - 2. * \text{GAMAR} - 2. * \text{GAMAZ}$$

$$\text{CGRZ4} = 1. - 4. * \text{GAMAR} - 2. * \text{GAMAZ}$$

$$\text{CDZ2K} = 2. * \text{DELTT} / \text{K}$$

c write(*,*) GAMAZ, GAMAR, DELTR, DELTZ, DELTT

C ----- Tiempo maximo en minutos en segundos *

$$\text{TIMEMX} = 60.0 * 1.5$$

$$\text{NMÁX} = \text{INT}(\text{TIMEMX} / \text{DELTT})$$

C No de intervalos para imprimir, M
M = 20

C IMPRESION CADA DELTIP SEGUNDOS

C DELTIP =TIMEMX

DELTIP = TIMEMX/FLOAT(M)

c DELTIP = DELTT

C ----- INICIALIZACION DE VECTORES

C INICIALIZACION, R(I), Z(J), TN(I,J)

C EC (4.13)

DO 10 I = 0, IT

DO 10 J = 0, JT

R(I) = DELTR*FLOAT(I)

Z(J) = DELTZ*FLOAT(J)

TN(I,J) = To

10 CONTINUE

C WRITE(6,101) TIME, (R(I)*1000, I=0,IT)

C WRITE(6,101) TIME, (TN(I,0)-273., I=0,IT)

C ----- CALCULO PRINCIPAL

C DO 100 II=1, 2

C Hi =2000.*FLOAT(II-1)

C Hi =20000

C TIEMPO PARA IMPRIMIR

TIMEIP=0.0

TIMEIP = TIMEIP + DELTIP

TPNG = To

I=2

C ----- INICIO DEL DO LOOP TEMPORAL *

DO 100 N = 1,NMAX+2

TIME = DELTT*FLOAT(N)

C ----- NODOS INTERIORES

C EC (4.7)

DO 20 I = 1, IT-1

DO 20 J = 1, JT-1

TNM1(I,J)=TN(I,J)*CGRZ

1 +TN(I+1,J)*GAMAR*(1.+1./(2.*float(I)))

1 +TN(I-1,J)*GAMAR*(1.-1./(2.*float(I)))+TN(I,J+1)*GAMAZ

1 +TN(I,J-1)*GAMAZ

20 CONTINUE

C ----- NODOS FRONTERAS

C EC (2.20) ----- frontera superior

```

DO 60 I=1, IT-1
  TNM1(I,JT) = TN(I,JT)*CGRZ
  1   +TN(I+1,JT)*GAMAR*(1.+1./(2.*FLOAT(I)))
  1   +TN(I-1,JT)*GAMAR*(1.-1./(2.*FLOAT(I)))
  1   +TN(I,JT-1)*(2.*GAMAZ)-CDZ2K*Hi*(TN(I,JT)-Tf)*(GAMAZ)
C23456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012
C   10   20   30   40   50   60   70
  60  CONTINUE

DO 30 J = 1, JT-1
C EC (2.17) ----- frontera derecha (eje central)
  TNM1(0,J)=TN(0,J)*CGRZ4+TN(1,J)*(4.*GAMAR)
  1   +TN(0,J+1)*GAMAZ+TN(0,J-1)*GAMAZ
  30  CONTINUE

C EC (2.16) ----- frontera derecha (adiabática)
DO 40 J=1,JT-1
  TNM1(IT,J)=TN(IT,J)*CGRZ
  1   +TN(IT-1,J)*2.*GAMAR+TN(IT,J+1)*GAMAZ+TN(IT,J-1)*GAMAZ
  40  CONTINUE

C ECS (2.19) ----- frontera inferior (absorbedora)
DO 50 I=1,IT-1
  IF(I.GT.IS) THEN
    TNM1(I,0)=TN(I,0)*CGRZ+TN(I+1,0)*GAMAR*(1.+1./(2.*FLOAT(I)))
  1   + TN(I-1,0)*GAMAR*(1.-1./(2.*FLOAT(I)))+TN(I,1)*2.*GAMAZ
  1   + CDZ2K*(Qo2-Ho*(TN(I,0)-Ta)
  1   - EPS*SIGMA*F*(TN(I,0)**4-Ta**4))*GAMAZ

  ELSE
C ECS (2.18) -----frontera inferior (absorbedora con flujo concentrado)
    TNM1(I,0)=TN(I,0)*CGRZ +TN(I+1,0)*GAMAR*(1.+1./(2.*FLOAT(I)))
  1   + TN(I-1,0)*GAMAR*(1.-1./(2.*FLOAT(I))) + TN(I,1)*2.*GAMAZ
  1   + CDZ2K*(Qo1 - Ho*(TN(I,0) - Ta)
  1   - EPS*SIGMA*F*(TN(I,0)**4 - Ta**4))*GAMAZ

  ENDIF
  50  CONTINUE

C-----NODOS ESQUINA
C EC (2.22)
  TNM1(0,0) = TN(0,0)*CGRZ4 + TN(1,0)*4.*GAMAR
  1   + TN(0,1)*2.*GAMAZ + CDZ2K*(Qo1 - Ho*(TN(0,0)-Ta)
  1   - EPS*F*SIGMA*(TN(0,0)**4 - Ta**4))*GAMAZ

C EC (2.24)
  TNM1(IT,0) = TN(IT,0)*CGRZ + TN(IT-1,0)*2.*GAMAR
  1   + TN(IT,1)*2.*GAMAZ - CDZ2K*(-Qo2+ Ho*(TN(IT,0)-Ta)
  1   + EPS*F*SIGMA*(TN(IT,0)**4 - Ta**4))*GAMAZ

```

C EC (2.23)

```

TNM1(0,JT) = TN(0,JT)*CGRZ4
1   + TN(1,JT)*4.*GAMAR + TN(0,JT-1)*2.*GAMAZ
1   - CDZ2K*Hi*(TN(0,JT) - Tf)*GAMAZ

```

C EC (2.25)

```

TNM1(IT,JT) = TN(IT,JT)*CGRZ + TN(IT-1,JT)*2.*GAMAR
1   + TN(IT,JT-1)*2.*GAMAZ - CDZ2K*Hi*(TN(IT,JT) - Tf)*GAMAZ

```

C =====

C CALCULO DE TEMEPRATURAS PROMEDIO Y CALORES

C =====

C

C ----- CALCULO DE TEMPERATURA PROMEDIO EN EL TIEMPO N

```

TPNIJ = 0.0
DO 80 J=1,JT-1,2
  DO 80 I=1,IT-1,2
    TPNIJ = TPNIJ + FLOAT(I)*TN(I,J)
80  CONTINUE
TPN = TPNIJ / (float(JT/2)*(IT/2)**2)

```

C ----- CALCULO DE TEMPERATURA PROMEDIO EN EL TIEMPO N+1

```

TPNM1IJ = 0.0
DO 81 I=1,IT-1,2
  DO 81 J=1,JT-1,2
    TPNM1IJ = TPNM1IJ + FLOAT(I)*TNM1(I,J)
81  CONTINUE
TPNM1 = TPNM1IJ / (float(JT/2)*(IT/2)**2)

```

C <=====

C ----- PARAR AL ALCANZAR ESTADO ESTACIONARIO *

c IF (N .GT. NMAX/4 .AND. ABS(TPNM1-TPN) .LT. 1E-7) STOP

C ----- CALCULO DE TEMPERATURA PROMEDIO EN LA SUPERFICIE

C INTERIOR AL TIEMPO N

```

TPSNI = 0.0
DO 86 I=1,IT-1,2
  TPSNI = TPSNI + FLOAT(I)*TN(I,JT)
86  CONTINUE
TPSi = 4.*(DELTR/Ro)**2 * TPSNI
Qci = PI*Ro**2 * Hi * (TPSi-Ta)

```

C ----- CALCULO DE TEMPERATURA PROMEDIO EN LA SUPERFICIE

C EXTERIOR AL TIEMPO N

```

TPSni = 0.0
DO 87 i=1,IT-1,2
  TPSni = TPSni + FLOAT(i)*TN(i,0)
87  CONTINUE

```

$$TPSo = 4 \cdot (\text{DELTR}/Ro)^{**2} \cdot TPSNi$$

$$Qco = PI \cdot Ro^{**2} \cdot Ho \cdot (TPSo - Ta)$$

```
c    WRITE(6,103) TPN, TPNM1, TN(IT,JT)
c    WRITE(*,103) TPN, TPNM1, TN(IT,JT)
c    PAUSE
```

```
C ----- CALCULO DE CALOR CONDUCTIVO AXIAL EN Z = 0
```

```
C          ESTE DEBE SER IGUAL A Qo
```

$$QCDNi0 = 0.0$$

```
J=1
```

```
C    DO 88 i=1, IS-1, 2
```

```
DO 88 i=1, IT-1, 2
```

$$QCDNi0 = QCDNi0 + (TN(i,J) - TN(i,J-1)) \cdot \text{float}(i)$$

```
88    CONTINUE
```

$$Qcda0 = - 4 \cdot PI \cdot K \cdot \text{DELTR}^{**2} / \text{DELTZ} \cdot QCDNi0$$

```
C ----- CALCULO DE CALOR CONDUCTIVO RADIAL EN R = Ro
```

```
C          ESTE DEBE SER IGUAL A 0
```

$$QCDrj = 0.0$$

```
i=it
```

```
DO 89 j=1, JT-1, 2
```

$$QCDrj = QCDrj + (TN(i,j) - TN(i-1,j)) \cdot \text{float}(i)$$

```
89    CONTINUE
```

$$Qcdri = - 4 \cdot PI \cdot K \cdot \text{DELTZ} \cdot QCDrj$$

```
C -----
```

```
c    vol = 2 \cdot PI \cdot \text{DELTR}^{**2} \cdot \text{DELTZ} \cdot (\text{float}(JT-1)) \cdot (IT-1)^{**2} / 8.
```

```
c    WRITE(6,103) TPN, TPNM1, vol
```

```
C ----- CALCULO DE CALOR CONVECTIVO EN Z = 0
```

$$QCNI0 = 0.0$$

```
DO 82 I=1, IT-1, 2
```

$$QCNI0 = QCNI0 + (TN(I,0) - Ta) \cdot \text{FLOAT}(I)$$

```
82    CONTINUE
```

$$QCN0 = QCNI0 \cdot 4 \cdot PI \cdot Ho \cdot \text{DELTR}^{**2}$$

```
C ----- CALCULO DE CALOR RADIATIVO EN Z = 0
```

$$QRNI0 = 0.0$$

```
DO 83 I=1, IT-1, 2
```

$$QRNI0 = QRNI0 + (TN(I,0)^{**4} - Ta^{**4}) \cdot \text{FLOAT}(I)$$

```
83    CONTINUE
```

$$QRN0 = QRNI0 \cdot 4 \cdot PI \cdot \text{SIGMA} \cdot \text{EPS} \cdot F \cdot \text{DELTR}^{**2}$$

```
C ----- CALCULO DE CALOR CONVECTIVO EN Z = Zo
```

$$QCNIzo = 0.0$$

```
DO 84 I=1, IT-1, 2
```

$$QCNIzo = QCNIzo + (TN(I,JT) - Ta) \cdot \text{FLOAT}(I)$$

```
84    CONTINUE
```

$$QCNZo = QCNIZo * 4 * PI * Hi * DELTR ** 2$$

C ----- CALCULO DE TEMPERATURA PROMEDIO EN EL TIEMPO N+1

C CON EL BALANCE GLOBAL

$$SumQ = QCN0 + QRN0 + QCNZo$$

$$BalnQ = Qos1 - QCN0 - QRN0 - QCNZo$$

$$TPNM1G = TPNG + DELTT / FMCP * (Qos1 - QCN0 - QRN0 - QCNZo)$$

C =====

C -----COMPARACION CON RESULTADOS EXPERIMENTALES *

IF (TIME.EQ.TIMEX(I).OR.TIME.GT.TIMEX(I)) THEN

c WRITE(*,*) N, TIME, TIMEX(I), TIME-TIMEX(I), DELTT, I, BalnQ

c WRITE(6,*) N, TIME, TIMEX(I), TIME-TIMEX(I), DELTT, I, BalnQ

$$E5 = Te5(I) - TNM1(0,0) + E5$$

$$E4 = Te4(I) - TNM1(22,0) + E4$$

$$E3 = Te3(I) - TNM1(41,0) + E3$$

$$E2 = Te2(I) - TNM1(61,0) + E2$$

$$E1 = Te2(I) - TNM1(81,0) + E1$$

$$E = ABS(E1) + ABS(E2) + ABS(E3) + ABS(E4) + ABS(E5)$$

c WRITE(*,*) TIME, E1, E2, E3, E4, E5, E

C234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012

C 10 20 30 40 50 60 70

C WRITE(6,107) EPS, Hi, TIME, TPNM1-273, E, BalnQ

C WRITE(*,107) EPS, Hi, TIME, TPNM1-273, E, BalnQ

C WRITE(6,106) I,Hi,EPS, TIME,Te5(I)-273,TNM1(0,0)-273,E1,E2,E3,

C 1 E4,E5,E,TPNM1-273,TPNM1G-273, Qos1, QCN0, QRN0, QCNZo, BalnQ

C WRITE(*,106) I,Hi,EPS, TIME,Te5(I)-273,TNM1(0,0)-273,E1,E2,E3,

C 1 E4,E5,E,TPNM1-273,TPNM1G-273, Qos1, QCN0, QRN0, QCNZo, BalnQ

I=I+1

else

continue

endif

C =====

C ----- IMPRESION DE RESULTADOS *

C =====

c IF (TIME.EQ.TIMEIP.OR.TIME.GT.TIMEIP) THEN

IF (TIME.EQ.TIMEMX.OR.TIME.GT.TIMEMX) THEN

WRITE(6,107) EPS, Hi, TIME, TPNM1-273, TPSi-273, E, BalnQ

WRITE(*,107) EPS, Hi, TIME, TPNM1-273, TPSi-273, E, BalnQ

c WRITE(6,102) TIME,

c 1 TPNM1-273, TPNM1G-273, Qos1, QCN0, QRN0, QCNZo, BalnQ

c WRITE(*,102) TIME,

c 1 TPNM1-273, TPNM1G-273, Qos1, QCN0, QRN0, QCNZo, BalnQ

```

c    WRITE(*,*) TIME
c    WRITE(6,*) TIME
    DO 300 J=JT,JT
        WRITE(6,101) FLOAT(J), (TNM1(I,J)-273., I=0,IT,1)
300  WRITE(*,101) FLOAT(J), (TNM1(I,J)-273., I=0,IT,1)

C    WRITE(6,101) Hi, (TNM1(I,J)-273., I=0,IT,1)
C 300  WRITE(*,101) Hi, (TNM1(I,J)-273., I=0,IT,1)
c -----impresion actual
c    WRITE(*,101) TIME, (TNM1(I,0)-273., I=0,IT)
C    WRITE(6,101) TIME, (TNM1(I,0)-273., I=0,IT)

C    WRITE(*,*) TIME, TIMEIP

    TIMEIP = TIMEIP + DELTIP
ELSE
    CONTINUE
ENDIF

DO 70, I=0,IT
    DO 70, J=0,JT
        TN(I,J) = TNM1(I,J)
70  CONTINUE
    TPNG = TPNM1G
100 CONTINUE

C -----FORMATOS DE IMPRESION
101 FORMAT (2X,F8.3,2X,18F7.1)
102 FORMAT (1X,F6.2,1X,7F10.2)
103 FORMAT (1X,F12.5,1X,4F12.6)
104 FORMAT (1X,'Ta = ',F7.2,3X,'Tf = ',F7.2,3X,
1    'Ho = ',3X,F5.2,3X,'Hi = ',F7.1/)
105 FORMAT (2X,'t, min',3X,'Tp, oC',3X,'Tpg, oC',3X,'Qo, W',
1    3X,'Qco, W',3X,'Qro, W',3X,'Qci, W',3X,'Bal Q, W/')
106 FORMAT (1X,I6,1X,18F10.1)
107 FORMAT (3X,7F10.1)

CLOSE(6,STATUS='KEEP')
STOP
END

```

APÉNDICE C

Cálculo del coeficiente de transferencia de calor convectivo interior (h_i).

Del artículo de Mochizuki et al [1992] " Heat transfer performance in radial flow between two parallel circular disks", se tiene:

$$Nu_m = \left[1.20 \left(\frac{L}{D_H} \right)^{0.56} + 0.104 \left(\frac{L}{D_H} \right)^{-0.18} Re_{DH}^{0.71} \right] \left(\frac{s}{r_1} \right)^{0.08} \quad (C1)$$

donde :

$$L = r_2 - r_1$$

$$D_H = 2s$$

$$Re_{DH} = \frac{u_m D_H}{\nu} \quad (C2)$$

$$Nu_m = \frac{h_m D_H}{k} \quad (C3)$$

$$r_m = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (C4)$$

s: espesor entre placas

D_H : diámetro hidráulico

r_1, r_2 : radios interior y exterior

u_m : velocidad media en r_m

ν : viscosidad cinemática

k: conductividad térmica

Re_{DH} : número de Reynolds

h_m : coeficiente de transferencia de calor convectivo

$$\text{así } u_m = \frac{Q}{A_m} = \frac{Q}{2\pi r_m s} \quad (C5)$$

del calorímetro

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.005 \text{ m} \\ r_2 &= 0.045 \text{ m} \\ s &= 0.005 \text{ m} \end{aligned}$$

$$D_H = 2s = 2(0.005) = 0.01 \text{ m}$$

$$\nu = 8.64 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k = 0.614 \text{ W/m C}$$

$$Q = 1 \text{ l/min} = 1.667 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{De C4: } r_m = \frac{0.005 + 0.045}{2} = 0.025 \text{ m} \quad \text{y} \quad A_m = 2\pi(0.025)(0.005) = 7.854 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\text{De C5: } U_m = 0.02122 \text{ m/s}$$

