

01162

4



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERÍA

MODELO HIDRODINÁMICO PARA PREDICCIÓN DE
SOBRELEVACIÓN DEL NIVEL DEL MAR
GENERADO POR HURACANES

T E S I S

Como requisito para obtener el título de

Maestro en Ingeniería

(Hidráulica)

Presenta

Eric Gustavo Bautista Godínez

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Rodolfo Silva Casarín



MÉXICO, D.F.

FEBRERO DE 2001



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A mi amor Silvia

A mi madre Tomasita

A mi padre Eladio

*Por haberme enseñado los
valores para conducirme
en la vida.*

*A mis mejores amigos y hermanos Carmen, Tomás y Oscar por ser siempre
un ejemplo para mí.*

A la familia Velázquez a quien estimo y quiero.

*Un agradecimiento muy especial al Dr. Rodolfo Silva Casarín por el
gran apoyo que me ha proporcionado y por enseñarme una nueva filosofía
del trabajo.*

*Al grupo de Ingeniería de Costas y Puertos del Instituto de Ingeniería
Berenice, Gabo, Juan Carlos, Adrián, George, Gregorio y Edgar por su
apoyo y conocimientos que me han compartido, a Ismene gran amiga.*

*Al Dr. Rafael Carmona Paredes por el apoyo que me brindó a lo largo
de mis estudios de Maestría.*

La constancia es el único medio para cultivar frutos

INDICE

<i>Lista de Símbolos</i>	I
<i>Lista de Figuras</i>	III
1 Introducción	1
1.1 <i>Motivación del estudio</i>	1
1.2 <i>Antecedentes</i>	2
1.3 <i>Objetivo</i>	4
1.4 <i>Descripción y organización del estudio</i>	4
2 Variación del nivel medio del mar	6
2.1 <i>Introducción</i>	6
2.2 <i>Mareas Astronómicas</i>	6
2.2.1 <i>Fuerzas productoras de mareas astronómicas</i>	7
2.2.2 <i>Mareas de la tierra</i>	7
2.2.3 <i>Efectos de la declinación Lunar. La desigualdad diurna</i>	8
2.2.4 <i>Tipos de Mareas astronómicas</i>	9
2.3 <i>Movimientos tectónicos-Tsunamis</i>	11
2.4 <i>Naturaleza y origen de los Tsunamis</i>	12
2.5 <i>Variación del nmm debido succiones y descargas</i>	13
2.6 <i>Interacción Atmósfera-océano</i>	13
2.6.1 <i>Presión atmosférica y nivel del mar</i>	13
2.7 <i>Viento</i>	14
2.7.1 <i>Oleaje</i>	14
2.7.2 <i>Mareas Meteorológicas</i>	14
3 Modelo matemático de marea Meteorológica	16
3.1 <i>Introducción</i>	16
3.2 <i>Ecuación de continuidad</i>	17
3.3 <i>Ecuaciones de Conservación de Cantidad de Movimiento</i>	18
3.3.1 <i>Formulación general</i>	18
3.3.2 <i>Clasificación de flujo</i>	20
3.3.3 <i>Flujo laminar</i>	20
3.3.4 <i>Flujo turbulento</i>	21
3.3.5 <i>Fuerzas de cuerpo y aceleración de Coriolis</i>	25
3.4 <i>Ecuaciones promediadas en la vertical</i>	25

4	Desarrollo numérico	31
4.1	Introducción	31
4.2	Método de pasos alternantes ADI	33
4.3	Integración de las ecuaciones de onda larga en dos dimensiones	33
4.4	Parámetros de ejecución	36
4.4.1	Paso de tiempo de integración	36
4.4.2	Tiempo de modelado	36
4.5	Parámetros físicos	37
4.5.1	Coefficiente de fricción de fondo	37
4.5.2	Viscosidad de remolino	37
4.5.3	Coriolis	38
4.5.4	Coefficiente de arrastre por viento	38
4.6	Condiciones de contorno ambientales	38
4.7	Modelo de presión	40
4.8	Evaluación del perfil de presiones	42
4.9	Metodología de cálculo	43
	Nota 1	45
	Nota 2	46
	Nota 3	47
5	Aplicación del modelo propuesto	53
5.1	Introducción	53
5.2	Resultados	54
5.3	Trayectoria del huracán Gilberto	54
	Conclusiones	71
	Futuras líneas de trabajo	72
	Referencias	73

LISTA DE SIMBOLOS

X, Y, Z	<i>Direcciones X, Y y Z para un sistema cordenado</i>
u, v, w	<i>Velocidades en las direcciones X, Y y Z</i>
$\Delta x, \Delta y$ y Δz	<i>Lados de un cubo infinetesimal o malla</i>
$\phi \left[x \pm \frac{\Delta x}{2} \right]$	<i>Una característica cualquiera de un fluido en la dirección X</i>
ρ	<i>Densidad del agua</i>
Δt	<i>Incremento de tiempo</i>
t	<i>Tiempo</i>
M	<i>Masa</i>
M_{ent}	<i>Masa de entrada a un elemento de volumen infinetesimal</i>
M_{net}	<i>Masa neta en la dirección X</i>
V	<i>Velocidad de una partícula en cualquier dirección</i>
F	<i>Fuerza resultante</i>
τ_{ab}	τ : <i>Esfuerzo cortante</i> a : <i>define el plano normal</i> b : <i>Define la dirección del esfuerzo cortante en el plano</i>
σ_{AA}	σ : <i>Esfuerzo normal</i> AA : <i>Dirección del esfuerzo normal</i>
σ'_{AA}	<i>Es un esfuerzo proporcional a la variación del cambio en el tiempo de la tensión</i>
p	<i>Presión hidrostática</i>
μ	<i>Coficiente de viscosidad dinámica</i>
ν	<i>Coficiente de viscosidad cinemática</i>
\bar{u}, \bar{v} y \bar{w}	<i>Componente de la velocidad promedio temporal</i>
u', v' y w'	<i>Fluctuación de la componente de la velocidad</i>
\bar{p}	<i>Componente de la presión promedio temporal</i>
p'	<i>Fluctuación de la presión en el tiempo</i>
$\bar{\rho}$	<i>Promediación temporal</i>
$\bar{\nu}$	<i>Viscosidad de remolino promedio</i>
g	<i>Aceleración de la gravedad debida a la gravedad</i>
ϕ	<i>Latitud</i>
ω	<i>Velocidad de rotación de la tierra ($\omega=7.3 \times 10^{-3}$ rad/s)</i>
h	<i>Nivel medio del mar</i>
η	<i>Altura de variación del agua con respecto al nivel medio del mar</i>
H	<i>Altura total ($h + \eta$)</i>
U, V	<i>Componentes de velocidad media para toda la profundidad</i>
β	<i>Factor de corrección de momentum</i>
f	<i>Coficiente de Coriolis</i>
P_a	<i>Presión atmosférica</i>
τ_{xw}	<i>Esfuerzo cortante debido al viento</i>
τ_{xb}	<i>Esfuerzo cortante en el fondo</i>

LISTA DE SIMBOLOS

C_a	<i>Coficiente de arrastre</i>
W_x, W_y	<i>Velocidad del viento en la dirección x e y respectivamente</i>
W	<i>Modulo de la velocidad del viento</i>
C_f	<i>Coficiente de fricción de Chezy o Manning</i>
i, j	<i>Dirección de discretización en x e y respectivamente</i>
C_r	<i>Número de Courant</i>
C	<i>Celeridad de onda</i>
P_c	<i>Presión en el centro del huracán</i>
P_r	<i>Presión a una distancia radial r desde el centro del huracán</i>

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1** Trayectorias e intensidades registradas en vertiente Atlántica.
- Figura 1.2** Trayectorias e intensidades registradas en vertiente del Pacífico.
- Figura 1.3** Mapa con intensidades máximas registradas en la vertiente del Atlántico.
- Figura 2.1** Proyección común del plano de la órbita terrestre alrededor del Sol y el plano de la órbita lunar alrededor de la Tierra.
- Figura 2.2** Efecto de la declinación lunar sobre las mareas.
- Figura 2.3** Comparación entre la presión atmosférica y el nivel del mar.
- Figura 3.1** Sistema de coordenadas.
- Figura 3.2** Flujo dentro del elemento infinitesimal.
- Figura 3.3** Fuerzas actuando sobre un elemento de fluido.
- Figura 3.4** Registro de la velocidad en un flujo turbulento.
- Figura 3.5** Sistema de referencia para las ecuaciones promediadas en vertical.
- Figura 4.1** Resultados de P_r vs. r/R obtenidos para los 4 diferentes modelos considerados, utilizando $R = 10$ millas náuticas. $P_R = 962$ mbs y $\text{máx}(r dp/dr) = 30$ mbs.
- Figura 4.2** Resultados de dp/dr vs. r/R obtenidos para los diferentes modelos considerados, utilizando $R = 10$ millas náuticas. $P_R = 962$ mbs y $\text{máx}(r dp/dr) = 30$ mbs.
- Figura 4.3** Resultados de $r dp/dr$ vs. r/R obtenidos para los diferentes modelos considerados, utilizando $R = 10$ millas náuticas. $P_R = 962$ mbs y $\text{máx}(r dp/dr) = 30$ mbs.
- Figura N1** Efecto de Coriolis A) En el Hemisferio Norte B) En el Hemisferio Sur C) En las latitudes medias
- Figura N2** Componentes de velocidad.
- Figura N4** Componentes de la derivada de un vector r
- Figura N5** Componentes de aceleración
- Figura 5.1** Altura alcanzada por la marea meteorológica generada por el huracán Gilberto.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 5.2** *Efecto de los vientos del huracán Gilberto en la ciudad de Cancún, Quintana Roo.*
- Figura 5.3** *Trayectoria del Huracán Gilberto.*
- Figura 5.4** *Batimetría Cancún, Quintana Roo.*
- Figura 5.5** *Campo de vientos.*
- Figura 5.6** *Campo de presiones.*
- Figura 5.7** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y direcciones de éste, después de 3 horas de modelado.*
- Figura 5.8** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y direcciones de éstos, después de 6 horas de modelado.*
- Figura 5.9** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 9 horas de modelado.*
- Figura 5.10** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 12 horas de modelado.*
- Figura 5.11** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 12:45 horas de modelado.*
- Figura 5.12** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 13 horas de modelado.*
- Figura 5.13** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 13:30 horas de modelado.*
- Figura 5.14** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 14 horas de modelado.*
- Figura 5.15** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 15 horas de modelado.*
- Figura 5.16** *a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 19 horas de modelado.*
- Figura 5.17** *Variación del nivel medio del mar en todo el tiempo de modelado.*

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN DEL ESTUDIO

Cada año, entre mayo y noviembre, al menos veintitrés ciclones tropicales (tormentas tropicales o huracanes de diversa intensidad) arriban a la costa mexicana: catorce a lo largo de la costa del Pacífico y nueve sobre el Caribe y Golfo de México, de los cuales al menos cuatro penetran tierra adentro. Las principales zonas afectadas por la ocurrencia de estos fenómenos son las zonas costeras donde las marejadas, marea de tormenta, lluvias y vientos ciclónicos arriban horas antes de que el ojo del huracán cruce la línea costera, lo que genera el cierre de puertos, así como las restricciones de actividades pesqueras e industriales y en algunos casos la evacuación de habitantes en zonas de alto riesgo.

La República Mexicana cuenta con una línea de costa de 11.000 km de longitud, bañadas por 2 océanos y distribuida en 17 estados de la República, con una población total de 12,000,000 de habitantes. Debido al desarrollo de las zonas costeras con motivos tanto turísticos e industriales como petroleros, se ha generado la necesidad de contar con parámetros de diseño en regiones donde se cuenta con poca o nula información sobre velocidades del viento máximo y sobreelevación del nivel medio del mar por marea de tormenta. Es de suma importancia conocer el desarrollo de este tipo de fenómenos, ya que por ejemplo, en el caso de marea de tormenta se acumula una gran cantidad de energía que puede causar sobreelevaciones del nivel del mar, poniendo en riesgo, tanto vidas humanas como infraestructura portuaria.

1.2. ANTECEDENTES

El grupo de Ingeniería de Costas y Puertos del Instituto de Ingeniería UNAM ha desarrollado estudios para la determinación de ciertos parámetros, con el objeto de conocer el comportamiento y efecto de los huracanes sobre zonas costeras. Algunos de los estudios que se han realizado son:

- Desarrollo de un modelo numérico para la predicción de oleaje en tiempo real. (Silva et al. 1997).
- Desarrollo de un modelo de cálculo de los parámetros de oleaje en función de datos de viento. (Silva et al. 1996).
- Realización de un análisis de la base de datos histórica para determinar los parámetros de diseño de obras civiles en toda la costa de la República Mexicana. En este proyecto se analizó la distribución de los huracanes que se han presentado en las costas mexicanas, tanto en el Océano Pacífico como en el Atlántico. **Figuras 1.1 y 1.2 .**

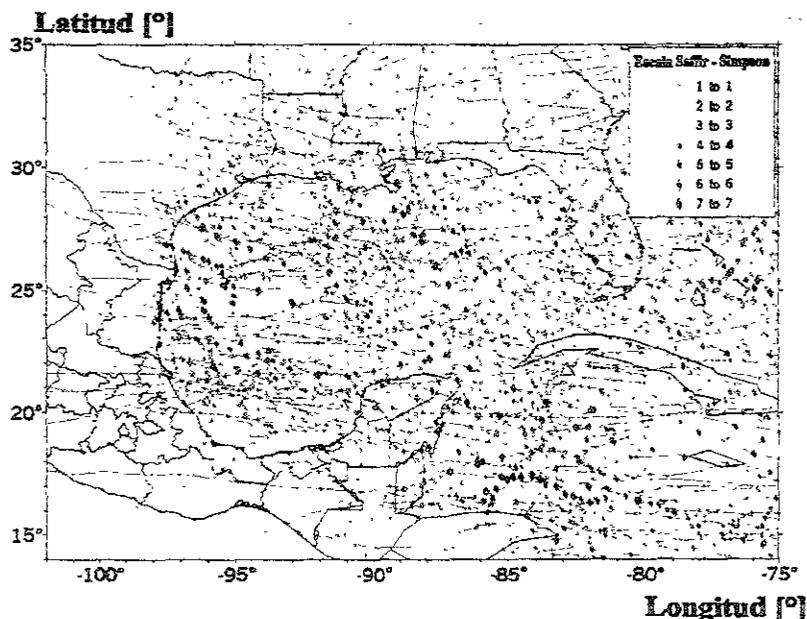


Figura 1.1. Trayectorias e intensidades registradas en vertiente Atlántica. (Silva et al. 2000)

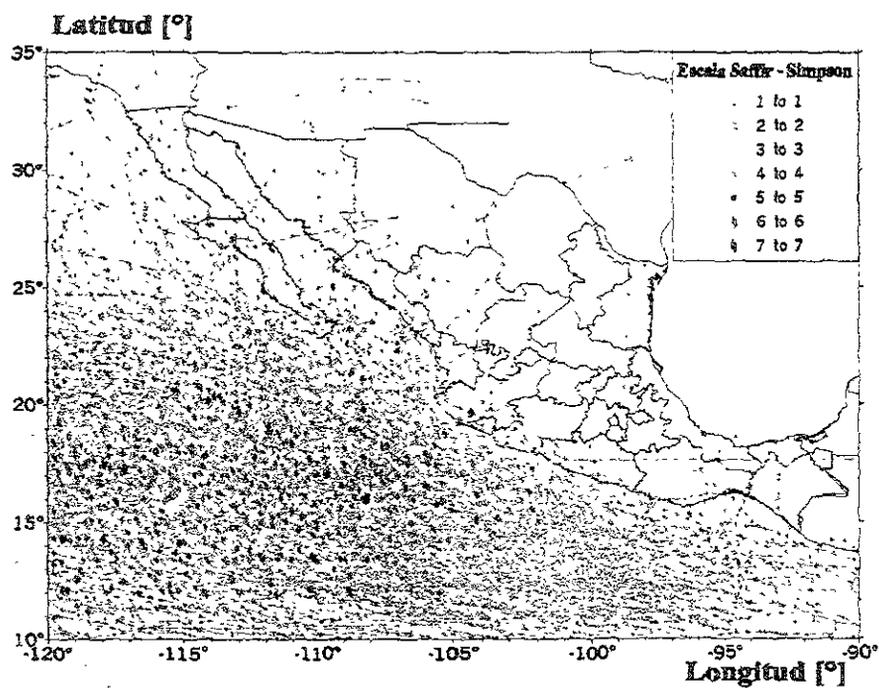


Figura 1.2. Trayectorias e intensidades registradas en vertiente del Pacífico.
(Silva et al. 2000)

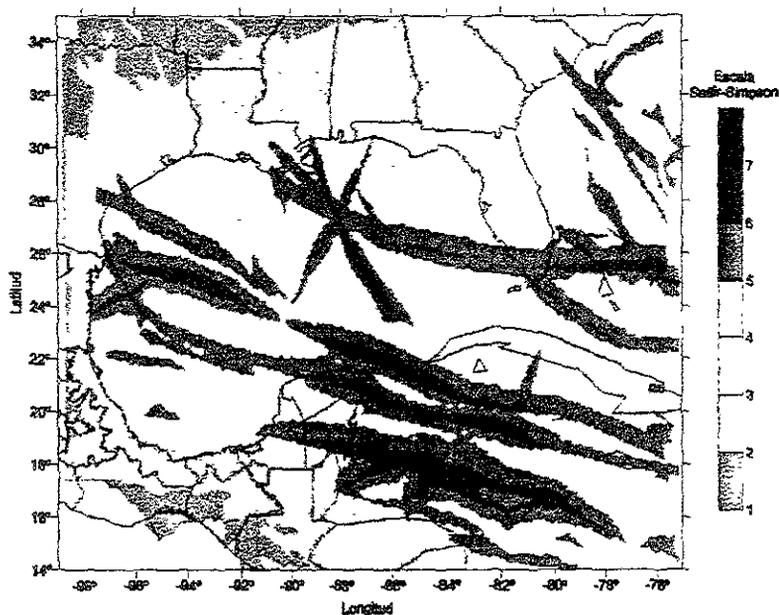


Figura 1.3. Mapa con intensidades máximas registradas en la vertiente del Atlántico.
(Silva et al. 2000)

Mapas como el de la **Figura 1.3**, permiten emitir un criterio de la magnitud de los posibles daños causados por ciclones tropicales en una región determinada.

Como se puede observar se ha venido desarrollando una metodología que podrá ser muy útil en la predicción de desastres y análisis de riesgos ocasionados por condiciones meteorológicas extremas.

1.3. OBJETIVO

El objetivo del presente trabajo es el desarrollo de una herramienta numérica capaz de evaluar la sobre elevación de la superficie libre del agua en el mar, generada por la ocurrencia de huracanes.

1.4. DESCRIPCIÓN Y ORGANIZACIÓN DEL ESTUDIO

El presente estudio se dividió en cuatro capítulos, siendo el primero de éstos, el capítulo correspondiente a la introducción y los cuatro restantes son:

CAPÍTULO 2

Se abordan algunos de los conceptos necesarios para entender el fenómeno de marea de tormenta, así como la influencia de otras fuerzas o fenómenos capaces de modificar la superficie libre del mar y que en conjunto con las mareas de tormenta, pueden generar desastres de gran magnitud.

CAPÍTULO 3

En el desarrollo de cualquier modelo numérico siempre es necesario tener un fundamento teórico. Para ciertos casos no se cuenta con éstos por lo que se recurre a modelos empíricos. En el caso del presente estudio sí se cuenta con los fundamentos

físicos, que se basan en las ecuaciones de Navier-Stokes. En este capítulo se desarrollan las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento, mismas que son promediadas en la dirección vertical y se integran a través de un método numérico en el tiempo y espacio bidimensional

CAPÍTULO 4

En la actualidad, con el avance de las computadoras, se han podido desarrollar metodologías capaces de modelar con suficiente precisión los fenómenos físicos. Se desarrolló un modelo que proporciona información lo suficientemente confiable, permitiendo proveer una idea más clara de lo que podría generar un determinado fenómeno. Aquí se realiza el planteamiento del esquema numérico con todos los parámetros físicos (Coriolis, viscosidad de remolino y fricción de fondo). También fue necesario desarrollar un modelo que calcule los parámetros ambientales de presión y viento, los cuales proporcionan datos de presión y viento para cada paso de tiempo. El modelo de presión y viento se encuentra integrado en el programa principal. En este capítulo se presentan una serie de notas cuyo objetivo es el de profundizar en algunos de los conceptos que yo consideré de interés.

CAPÍTULO 5

En el desarrollo de los modelos numéricos, es necesario calibrarlos con datos medidos en campo. Aquí se presenta una serie de resultados, estos incluyen elevación de la superficie libre del mar, presiones, velocidades y direcciones del viento. Los datos se calibran con los efectos que generó el huracán Gilberto sobre la ciudad de Cancún, Quintana Roo.

CAPITULO 2 VARIACIÓN DEL NIVEL MEDIO DEL MAR

2.1. INTRODUCCIÓN

El nivel del mar es la referencia estándar para las elevaciones en la superficie de la tierra por encima de los océanos. El *nivel medio del mar* es el nivel del mar que se obtiene al determinar un promedio de todas las elevaciones que se generan por el efecto de las mareas. Si la tierra fuera una perfecta esfera sin irregularidades topográficas y que estuviera compuesta de capas de rocas homogéneas y regulares, entonces la superficie del nivel del mar no presentaría irregularidades. Debido a que existen fuerzas provocadas por la rotación de la tierra, a las grandes irregularidades topográficas y diferentes densidades debido a la salinidad en los mares, además de los efectos de los vientos, se tienen diferencias en el nmm en diversas localizaciones geográficas.

Los factores que tienen una influencia sobre las elevaciones del mar son: mareas, vientos, cambios en la presión atmosférica, temperatura y salinidad, a esto podrían también añadirse los movimientos tectónicos, los cuales generan grandes oscilaciones en el nivel del agua.

2.2. MAREAS ASTRONÓMICAS

Las mareas astronómicas son el resultado de una combinación de las fuerzas gravitacionales y centrífugas de los sistemas Tierra-Luna y Tierra-Sol.

En la superficie de la tierra, la atracción gravitacional actúa en dirección hacia el centro de masa de la tierra, de este modo los océanos están confinados a ésta. Sin embargo las fuerzas de gravitación de la luna y el sol ejercen externamente sobre los océanos, de tal manera que sus efectos se sobreponen a la atracción gravitacional de la Tierra y actúan para atraer a la masa de agua a posiciones por encima de la superficie terrestre, directamente por abajo de estos cuerpos celestes.

2.2.1. FUERZAS PRODUCTORAS DE MAREAS ATRONÓMICAS

Si se aplica la Ley de Gravitación Universal a una partícula de la Tierra, resulta que la intensidad con la que el cuerpo pesado atrae a una partícula de materia en la Tierra, de acuerdo con la ley de gravitación universal que establece que la fuerza de atracción gravitatoria entre dos cuerpos cualesquiera del Universo es directamente proporcional a las masas de los cuerpos que se atraen e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Escrita analíticamente, la ley tiene por expresión

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

donde

m_1 y m_2 son las masas respectivas, situadas a la distancia r .

G es conocida como la constante de gravitación.

2.2.2. MAREAS DE LA TIERRA

Efectos del paralelismo. (Luna y Sol)

Como se observa en la **Figura 2.1**, la Luna sigue una trayectoria elíptica. Considerando esto, la distancia y atracción gravitacional entre la Tierra y la Luna variará a lo largo de su recorrido, por lo que la fuerza productora de mareas no será la misma durante un mes.

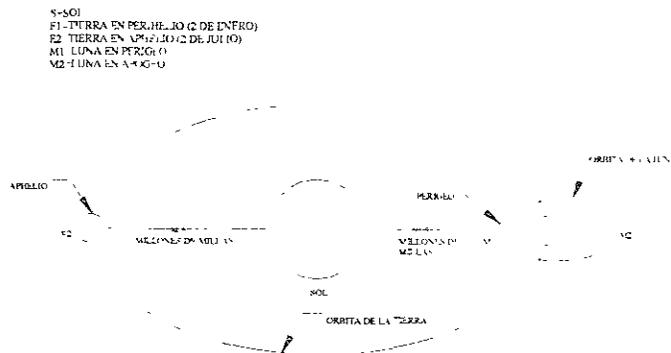


Figura 2.1 Proyección común del plano de la órbita terrestre alrededor del Sol y el plano de la órbita lunar alrededor de la Tierra.

Cuando la Luna está más cerca de la Tierra (perigeo), la fuerza productora de mareas es mayor que lo normal. Dos semanas después, la Luna está más alejada de la Tierra (apogeo), entonces la fuerza productora de mareas disminuye de tal manera que es la menor durante el mes.

De manera similar, cuando la Tierra está más cerca del Sol (perihelio), alrededor del 2 de enero de cada año, se presentan las máximas pleamares (máxima altura que consigue una marea, medida con respecto al nivel medio del mar) y cuando la Tierra está más alejada del Sol (apehelio), cerca del 2 de Julio, se presentan las mínimas bajamares (máximo decremento del nivel de agua en el mar, medido con respecto al nivel del mar).

Cuando el Perigeo, Perihelio, y la Luna llena o nueva ocurren al mismo tiempo, se tiene las máximas pleamares del año. De manera similar cuando el Apogeo, Apehelio, y el primer o tercer cuarto de la Luna coinciden al mismo tiempo, se presentan las mínimas bajamares del año.

2.2.3. EFECTOS DE LA DECLINACIÓN LUNAR. LA DESIGUALDAD DIURNA.

El plano de la órbita Lunar está inclinado 5° respecto del plano de la órbita terrestre (la eclíptica), por lo que la trayectoria de la Luna se acerca mucho a ésta. La eclíptica está inclinada 23.5° respecto del ecuador terrestre al girar la Tierra alrededor del Sol. Esta inclinación es la que provoca que se presenten las estaciones en la Tierra, en diferentes hemisferios.

La luna tarda aproximadamente un mes en girar alrededor de la Tierra. Durante el recorrido toma una posición tal que es la máxima declinación que se puede presentar en el hemisferio norte. Transcurridas dos semanas está en esa misma posición sólo que ahora en el hemisferio sur. Durante un mes la Luna cruza el ecuador dos veces. Esto se aprecia en la **Figura 2.2**, donde dicha condición se muestra por la posición de la Luna con línea discontinua. Así, la correspondiente fuerza de marea debida a la Luna se representa por la elipse dibujada con línea discontinua.

Si se consideran los puntos A y A' a lo largo del eje mayor de esta elipse, la altura de marea representada en A es la misma en el otro lado, punto A', siempre y cuando la posición de la Luna se encuentre en el otro extremo del eje con una diferencia en tiempo de 12 horas. Cuando la Luna está sobre el ecuador, las dos pleamares y las dos bajamares que se presentan en un día, son similares en su altura en alguna localidad, además de que están igualmente espaciadas en tiempo. Esto se observa en la **Figura 2.1**. Este tipo de marea es conocida como semidiurna.

Sin embargo, con el cambio de la distancia angular de la Luna por arriba o por debajo del ecuador, representado por la línea sólida en la **Figura 2.2**, la fuerza de marea producida por la Luna está inclinada, y se presenta una diferencia entre las alturas de las dos mareas diarias de la misma fase.

Las variaciones en la altura de la marea son el resultado de los cambios en el ángulo de declinación de la Luna, fenómeno que se conoce como desigualdad diurna.

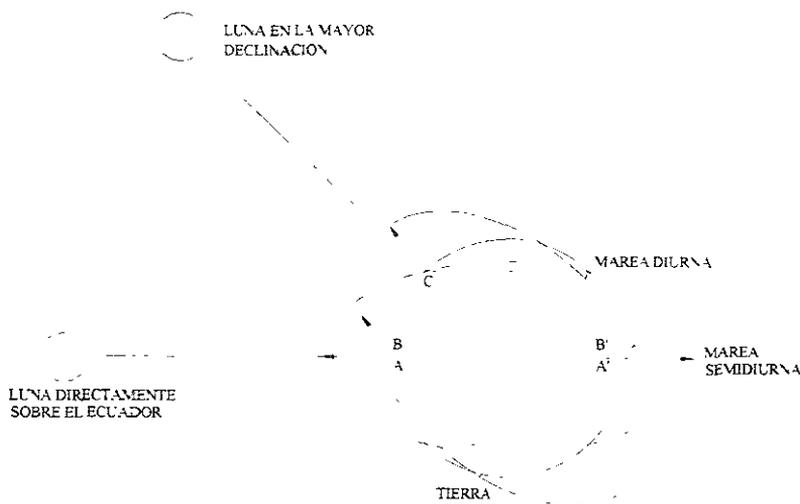


Figura 2.2 Efecto de la declinación lunar sobre las mareas.

2.2.4. TIPOS DE MAREAS ASTRONÓMICAS.

Las mareas astronómicas pueden ser de los siguientes tipos:

Diurna. Una pleamar y una bajamar por ciclo, en un período de 24 h 50 min. (valor promedio).

Semidiurna. Dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos con período de 12 h 25 min cada uno (valor promedio) cuyas amplitudes son sensiblemente semejantes

Mixta. Dos pleamares y dos bajamares durante dos ciclos sucesivos, con período de 12 h 25 min cada uno (valor promedio) cuyas amplitudes presentan diferencias notorias (desigualdad horaria).

La desigualdad diaria, para mareas semidiurnas y mixtas, es la diferencia en altura entre los niveles de dos pleamares o bajamares sucesivas. Dependiendo del tipo de marea (diurna, semidiurna, o mixta) los planos de marea que se generan son:

Altura máxima registrada

Nivel más alto registrado en la estación debido al efecto de un tsunami o ciclón combinado, probablemente con el de marea astronómica.

Pleamar máxima registrada (PMH)

Nivel más alto registrado debido a las fuerzas de marea periódica, o también a que tengan influencia sobre las mismas factores meteorológicos.

Nivel de pleamar media superior (NPMS o NHHW)

Promedio de las dos pleamares diarias durante el período considerado en la estación (mareas semidiurna y mixta)

Nivel de pleamar media (NPM o MHW)

Promedio de todas las pleamares durante el período considerado en cada estación. Cuando el tipo de marea es diurna, este plano se calcula haciendo el promedio de la pleamar más alta diaria, lo que equivale a que la pleamar media en este caso sea equivalente a la pleamar media superior.

Nivel medio del mar (NMM o MSL)

Promedio de las alturas horarias durante el período registrado en la estación.

Nivel de media marea (MM o MTL).

Plano equidistante entre la pleamar media y la bajamar; es decir se obtiene promediando estos dos valores.

Nivel de bajamar media (NBM o MLW)

Promedio de todas las bajamares durante el período considerado en la estación. Cuando el tipo de marea es diurna, este plano se calcula haciendo el promedio de la bajamar más diaria, lo que equivale a que la bajamar media en este caso sea lo mismo que la bajamar media inferior.

Nivel de bajamar media inferior (NBMI o MLLW)

Promedio de la más baja de las dos bajamares diarias, durante el período considerado en la estación (Marea semidiurna y mixta).

Altura mínima registrada

Nivel más bajo registrado en la estación debido al efecto de un Tsunami o ciclón combinado probablemente con el de la marea astronómica.

2.3. MOVIMIENTOS TECTONICOS – TSUNAMIS

En los océanos existen otras fuerzas que ocasionalmente alteran el nivel medio del mar, tales fuerzas son generadas por los sismos. Estas fuerzas pueden producir una

perturbación en el mar de grandes dimensiones, que son conocidas como *Tsunamis*. El término Tsunami es derivado de dos palabras japonesa: *tsu* que significa puerto y *nami* que significa onda. Las ondas pueden crear grandes oleajes u oscilaciones de la superficie del mar en bahías y puertos, el término tsunami fue aplicado a todas las ondas largas, incluyendo las de mareas de tormenta; sin embargo, definiciones recientes han limitado su aplicación a ondas generadas por movimientos tectónicos de placas o actividad volcánica.

Los Tsunamis son generados por perturbaciones en la corteza de la tierra que se encuentra sumergida bajo cuerpos de agua. El resultado del levantamiento de la superficie del agua sobre un área es un tren de ondas de largo período. Las ondas pueden tener periodos que excedan una hora, en contraste con el período que pueden tener las ondas generadas por el viento que puede ser de alrededor de un minuto. Cuando un Tsunami es generado por actividad volcánica la energía de la onda tiende a extenderse a lo largo de la cresta de la onda y afectará principalmente las áreas cerca de donde éste fue generado. Los Tsunamis generados por la tectónica de placas tienen la capacidad de viajar a través del océano y pueden causar grandes daños en zonas lejanas con respecto a la zona donde se originaron.

Debido al potencial destructivo de los Tsunamis, es conveniente entender los mecanismos de su generación y propagación, para predecir la extensión de la inundación y el efecto de las fuerzas de la onda en áreas costeras sujetas al ataque de éstos

2.4. NATURALEZA Y ORIGEN DE LOS TSUNAMIS

Las áreas de actividad sísmica tienen un alto potencial para la generación de los Tsunamis, los cuales ocurren en las fronteras del océano pacífico, así como en zonas del mar mediterráneo y del mar caribe. Según estadísticas los Tsunamis se presentan en promedio 1 por año en el continente Americano. Los Tsunamis no solo se generan en los océanos sino que también pueden generarse en grandes lagos. Históricamente los Tsunamis han destruido ciudades enteras ubicadas en las zonas costeras como es el caso de la ciudad de Creta que fue devastada en el año 1400 A.C.

2.5. VARIACIÓN DEL NMM DEBIDO A SUCCIONES Y DESCARGAS

Existen otras formas de variación del nivel medio del mar, estas pueden ser debido al efecto de estaciones de bombeo cerca de la línea costera o bien cuando se tienen descargas de agua en el mar, en el primero de éstos casos es de suma importancia conocer cuales serán las alturas de agua que se presentarán durante la operación de bombeo. Como bien es sabido durante la operación de una bomba existe una succión que puede o no generar un vórtice de dimensiones bastantes considerables cuando se utilizan grandes cantidades de agua, como ejemplo se puede citar el caso del enfriamiento de calderas en termoeléctricas o bien en otro tipo de plantas de generación de energía.

2.6. INTERACCION ATMÓSFERA-OCEANO

2.6.1. PRESIÓN ATMOSFÉRICA Y NIVEL DEL MAR

El comportamiento de los océanos funciona en forma similar a un barómetro invertido con respecto a los cambios en la presión atmosférica. Si la presión atmosférica decrece, la superficie del mar crece en la región de baja presión, la altura de la superficie es proporcional al descenso en la presión, por ejemplo si la presión decrece 1 milibar, esto generará que el nivel del mar se incremente en 1 cm. Un incremento en la presión atmosférica generará un correspondiente decremento en el nivel del mar. (ver **Figura 2.3**)

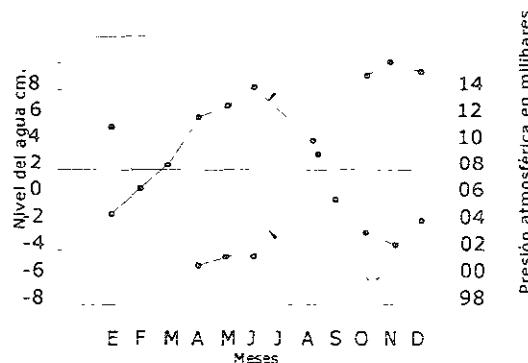


Figura 2.3 Comparación entre la presión atmosférica y el nivel del mar.

(William L. Donn 1978)

La relación entre el nivel del mar y la presión atmosférica se muestra en la **Figura 2.3**, la cual compara el nivel promedio del nivel del mar con la presión atmosférica con respecto a cada mes. Como se puede observar en la **Figura 2.3** las curvas casi son simétricas por lo que se confirma lo mencionado anteriormente. Otro aspecto que se puede observar en la **Figura 2.3** es que el nivel medio del mar se encuentra por arriba de la zona por donde la presión atmosférica se cruza con la línea del nivel del mar entre los meses de enero y febrero, esto indica que otros efectos deben ser considerados. El efecto barométrico es más pronunciado en las latitudes altas que en las latitudes bajas, donde la variación de la presión atmosférica de rango mayor que en las latitudes bajas.

2.7. VIENTO

2.7.1. OLEAJE

El oleaje es primeramente creado por el arrastre del viento sobre la superficie de los océanos para así el oleaje servir como un medio de transporte de la energía del viento, que se propaga hasta distancias muy lejanas del área de generación. Durante una tormenta, la superficie libre del mar es caótica. Es decir, el viento genera oleaje de distintos tamaños y direcciones; pero una vez que el oleaje se encuentra alejado del área de generación, este se torna regular. Dicho oleaje es conocido como tipo *swell* y normalmente puede ser considerado como unidireccional.

2.7.2. MAREAS METEOROLÓGICAS

La gran cantidad de daños y pérdidas de vidas humanas propias de los ciclones tropicales son debidas no solo a los vientos e inundaciones por lluvias torrenciales, sino que usualmente un ciclón está acompañado de un fenómeno de catastróficas consecuencias. Como consecuencia del meteoro existe un incremento en la superficie libre del mar y que evoluciona de acuerdo a la trayectoria del huracán. Este fenómeno es conocido como *Marea de Tormenta ó Marea Meteorológica*.

El efecto más grave que se produce es la inundación que provoca en grandes áreas costeras, a esto se le tiene que añadir el oleaje generado por el viento que se transporta superpuesto sobre ésta. La marea llega a tierra casi al mismo tiempo que el ojo del ciclón toca tierra. Este fenómeno ha sido explicado como un efecto de resonancia producido de la siguiente manera:

La baja presión en el ojo del huracán causa un incremento en el nivel del mar, como si fuera un barómetro invertido. El incremento depende del decremento de la presión. Bajo condiciones apropiadas de profundidad del mar, la parte central de la marea tiende a formar una especie de montículo, el cual se va amplificando conforme éste viaja y rompe en la costa como una onda (p.e la altura máxima registrada hasta el momento en México es de 3.70 m, generada por el ciclón tropical Gilberto en la ciudad de Cancún Quintana Roo en el año de 1988), por encima del nivel medio del mar. Si a todo esto se le sobreponen los efectos de la altura de marea diurna, particularmente marea de primavera, los resultados son aún más desastrosos.

CAPITULO 3

MODELO MATEMÁTICO DE MAREA METEOROLÓGICA

3.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se plantean las ecuaciones que establecen el flujo de agua en costas, con referencia particular al flujo asociado con mareas u ondas de propagación de largo período. Las ecuaciones correspondientes están basadas en las leyes de conservación de masa (Ecuación de Continuidad) y cantidad de movimiento (Segunda Ley de Movimiento de Newton), donde las incógnitas son la altura por encima del nivel medio del mar η y las componentes de velocidad u , v y w , como se muestran en la **Figura 3.1**

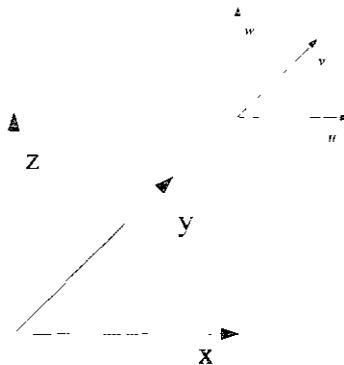


Figura 3.1 Sistema de coordenadas.

Estas ecuaciones pueden ser definidas considerando un volumen de control imaginario, con las siguientes consideraciones:

- La masa que entra por unidad de tiempo, es igual a la masa que sale por unidad de tiempo, más el cambio en la masa dentro del volumen de control por unidad de tiempo.
- La variación del cambio de momentum es proporcional a la fuerza resultante aplicada a lo largo de la línea de acción de la fuerza.

3.2. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

En la derivación de la ecuación de continuidad para un flujo tridimensional no permanente, un volumen de control infinitesimal es considerado teniendo como lados Δx , Δy y Δz y componentes de velocidad u , v y w en el centro del volumen de control, así como todas sus derivadas son asumidas conocidas en este punto. Aplicando la serie de Taylor, definidas para una variable ϕ (velocidad, presión, etc.) en la dirección x , se tiene:

$$\phi \left[x \pm \frac{\Delta x}{2} \right] = \phi(x) \pm \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \frac{\Delta x}{1!} \right] + \frac{1}{4} \left[\frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} \right] \pm \frac{1}{8} \left[\frac{\partial^3 \phi(x)}{\partial x^3} \frac{\Delta x^3}{3!} \right] + \dots$$

y aceptando que los términos de orden 3 en adelante son pequeños, entonces el flujo de masa por unidad de área en la dirección x para el volumen de control es como se muestra en la **Figura 3.2**

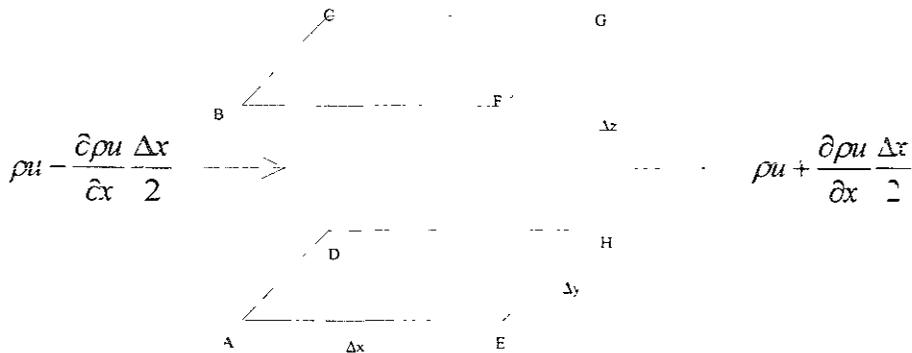


Figura 3.2 Flujo dentro del elemento infinitesimal.

Y al realizar un balance de masa en el tiempo t , resulta la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \tag{3.1}$$

Esta ecuación se aplica para todos los tipos de flujo, incluyendo no permanente y flujo compresible no turbulento.

Para un flujo en estado permanente, tanto compresible como incompresible, la ecuación 3.1 se reduce a:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

para flujo incompresible (permanente y no permanente):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

donde u, v y $w = \phi(x, y, z, t)$.

3.3. ECUACIONES DE CONSERVACION DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO

3.3.1. FORMULACIÓN GENERAL

En consideración a las ecuaciones de momentum para flujo tridimensional no permanente, la segunda Ley de movimiento de Newton, en la cual la suma de fuerzas externas actuando sobre una unidad de masa debe ser igual a la razón de cambio del momentum lineal, esto es:

$$\sum \bar{F} = \frac{d(m\bar{V})}{dt} = m \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{V} \frac{dm}{dt}$$

donde F es la fuerza resultante, m es la masa y V es la velocidad. Partiendo de la expresión de conservación de masa, $dm/dt=0$, resulta:

$$\sum \bar{F} = m \frac{d\bar{V}}{dt} \quad (3.4)$$

Esta expresión puede ser utilizada considerando las componentes de las fuerzas ilustradas para un volumen de control infinitesimal de lados $\Delta x, \Delta y$ y Δz , como se muestra en la **Figura 3.3**

Donde el primer subíndice define el plano normal y el segundo define la dirección del esfuerzo en el plano, entonces las fuerzas en la dirección x en el elemento del fluido incluye las componentes de los esfuerzos cortantes τ_{yz} y τ_{zx} , las componentes de los esfuerzos normales σ_{xx} y las fuerzas de cuerpo por unidad de masa X . Si el volumen es considerado constante, entonces aplicando la ecuación 3.4 en el volumen de control resulta:

$$\rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{du}{dt} = \rho X \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.5)$$

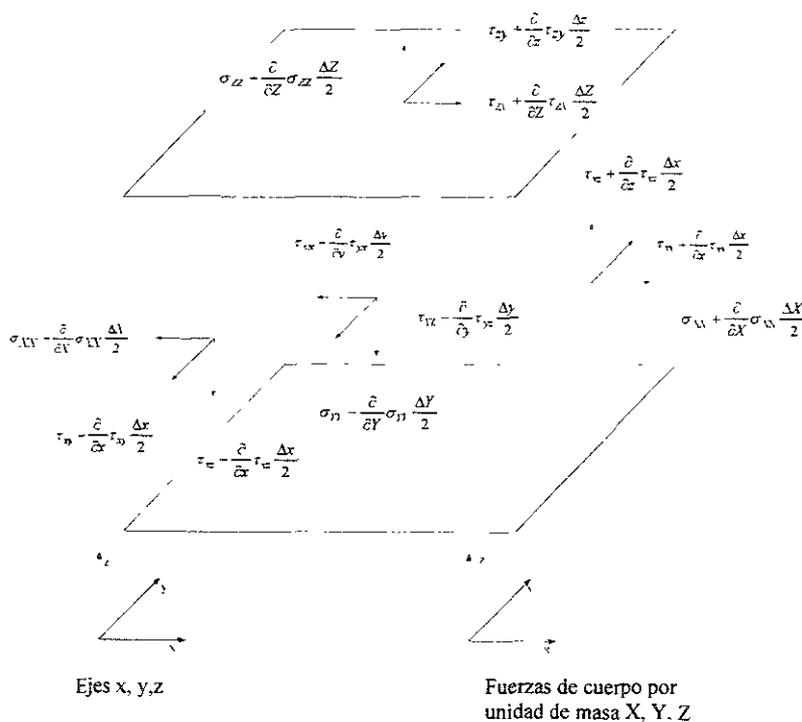


Figura 3.3 Fuerzas actuando sobre un elemento de fluido.

El esfuerzo de tensión del fluido σ_{xx} está compuesto por dos componentes: primeramente, la presión hidrostática P , la cual es un esfuerzo negativo, y segundo la componente σ'_{xx} , la cual es proporcional a la variación en el tiempo del cambio de la tensión. Los esfuerzos normales pueden ser definidos como:

$$\begin{aligned}\sigma_{XX} &= \bar{\sigma} + \sigma'_{XX} \\ \sigma_{YY} &= \bar{\sigma} + \sigma'_{YY} \\ \sigma_{ZZ} &= \bar{\sigma} + \sigma'_{ZZ}\end{aligned}\quad (3.6)$$

$$\text{Donde } \bar{\sigma} = \frac{1}{3}(\sigma_{XX} + \sigma_{YY} + \sigma_{ZZ}) = -P.$$

Sustituyendo la ecuación 3.6 en 3.5 y dividiendo por $\rho\Delta x\Delta y\Delta z$ da la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x para flujo laminar y turbulento:

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial \sigma'_{XX}}{\partial x} + \frac{\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\tau_{zyx}}{\partial z} \right\} \quad (3.7)$$

Sin embargo para un flujo unidimensional no permanente $u_i = \phi(x, y, z, t)$ $i=1,2,3$ y la aceleración local puede ser descompuesta introduciendo sus componentes local y advectiva,

$$\text{resultando:} \quad \frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3.8)$$

3.3.2. CLASIFICACION DE FLUJO

El flujo de un fluido puede ser clasificado en dos categorías, flujo laminar y flujo turbulento, el flujo turbulento cuya característica es que existe un mezclado en el fluido, esto debido al efecto de la viscosidad dentro de éste, sin embargo el flujo laminar no experimenta este mezclado sino por el contrario este tiene una apariencia suave, con las partículas del fluido fluyendo en capas discretas o laminas.

3.3.3. FLUJO LAMINAR

Para el caso de flujo laminar los esfuerzos normales pueden ser definidos como sigue

$$\begin{aligned}\sigma'_{XX} &= \mu \left[2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right]; & \sigma'_{YY} &= \mu \left[2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right]; \\ \sigma'_{ZZ} &= \mu \left[2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] \right]\end{aligned}\quad (3.9)$$

donde μ es el coeficiente de viscosidad.

En forma similar, los esfuerzos cortantes en la ecuación 3.6 pueden ser expresados en términos de la variación de cambio de las tensiones así:

$$\tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.10)$$

Los componentes de esfuerzo en las direcciones y y z son similares.

Sustituyendo las ecuaciones 3.10, 3.9 y 3.8 en 3.7 resulta la ecuación de Navier-Stokes para un flujo compresible en la dirección x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \\ \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Para flujo incompresible, sustituyendo la correspondiente ecuación de continuidad (ecuación 3.3) en la ecuación 3.11 resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (3.12)$$

ecuaciones similares son encontradas para las direcciones y y z .

3.3.4. FLUJO TURBULENTO

Para el estudio hidrodinámico estuarino y de costas, el flujo es casi siempre altamente turbulento y la ecuación 3.12 necesita ser modificada de acuerdo con esto. En la derivación de la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección x , para flujo turbulento incompresible, la correspondiente ecuación de continuidad 3.3 es primero multiplicada por u , resultando:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

y entonces sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 3.12 resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (3.13)$$

Como se indica en la **Figura 3.5** la componente turbulenta instantánea de velocidad u puede ser expresada como:

$$u = \bar{u} + u'$$

donde

$$\bar{u} = \text{componente de la velocidad promedio temporal} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} u dt$$

u' = La fluctuación de la componente de la velocidad donde $\bar{u}' = 0$, o

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} u' dt = 0$$

sustituyendo las componentes de fluctuación promedio en el tiempo en la ecuación 3.13 resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u} + u') + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u} + u') (\bar{u} + u') + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} + u') (\bar{v} + v') + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{u} + u') (\bar{w} + w') \\ & = \bar{X} + X' - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\bar{P} + P') + v \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\bar{u} + u') + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\bar{u} + u') + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\bar{u} + u') \right] \end{aligned}$$

Desarrollando y promediando en el tiempo la ecuación entera resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\bar{u} + u'}) + \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u\bar{u} + 2u'\bar{u} + u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u\bar{v} + u'v + v'\bar{u} + u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u\bar{w} + u'w + w'\bar{u} + u'w'}) \\ & = \bar{x} + x' - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\bar{P} + P'}) + v \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\overline{\bar{u} + u'}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\overline{\bar{u} + u'}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\overline{\bar{u} + u'}) \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

sin embargo

$$\overline{\bar{u} + u'} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} (\overline{\bar{u} + u'}) = \bar{u} + \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} u' dt = \bar{u},$$

pero

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{-}^{+\Delta t} u' dt = 0$$

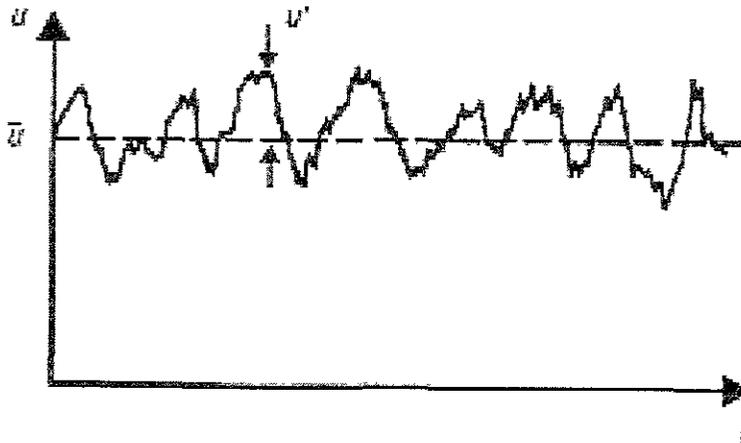


Figura 3.4 Registro de la velocidad en un flujo turbulento.

así $\overline{u + u'} = \bar{u}$, y en forma similar para todos los otros términos se realiza algo similar.

Asimismo, otras derivadas pueden ser expresadas, resultando

$$\begin{aligned} & \overline{uu + 2u'u + u'^2} \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_{-}^{+\Delta t} (uu + 2u'u + u'^2) \\ &= \overline{uu} + \overline{u'u'} \end{aligned}$$

donde

$$\overline{uu} = cte \text{ y:}$$

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{-}^{+\Delta t} 2u'u = \frac{2\bar{u}}{\Delta t} \int_{-}^{+\Delta t} u' dt = 0$$

expresiones similares pueden ser encontradas para el resto de las componentes de la aceleración advectiva, sustituyendo éstas expresiones en la ecuación 3.14 resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} = \bar{X} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \right] \\ - \left[\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Como antes, multiplicando la ecuación de continuidad para flujo incompresible, ecuación 3.3, por \bar{u} y utilizando la ecuación 3.15, y considerando que $\nu = \mu/\rho$, se obtiene la ecuación de Navier-Stokes para flujo turbulento incompresible:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \bar{X} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'u'} \right] \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

ecuaciones similares son obtenidas para las direcciones y y z .

En comparación con la ecuación 3.16 que son las ecuaciones originales de Navier-Stokes, ecuación 3.12 en la dirección x , se muestra que los valores instantáneos de velocidad y presión han sido reemplazados por los correspondientes valores promedios temporales así como también se han añadido tres términos, los cuales se encuentran en el lado derecho de la ecuación 3.16, que son:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho u' u'}; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho u' v'}; \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho u' w'} \quad (3.16)$$

Los términos $\overline{\rho u' u'}$, $\overline{\rho u' v'}$, $\overline{\rho u' w'}$ son conocidos como los esfuerzos de Reynolds.

Para la solución de los esfuerzos de Reynolds, Boussinesq propuso que ellos podrían ser representados en una manera difusiva:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \overline{\rho u' u'} = \nu_e \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right]; \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \overline{\rho u' v'} = \nu_e \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right] \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \overline{\rho u' w'} = \nu_e \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

donde ν_e es la viscosidad de remolino.

En modelación costera a gran escala y flujo estuarino, es conveniente asumir que el flujo es no viscoso y que los esfuerzos de turbulencia son insignificantes en comparación con otras fuerzas, tales como, el gradiente de presiones y la disipación de energía por fricción en el fondo del mar. Para tal caso las ecuaciones de Navier-Stokes se reducen a la ecuación de Euler, que para la dirección x resulta

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.18)$$

3.3.5. FUERZAS DE CUERPO Y ACELERACIÓN DE CORIOLIS

Si los efectos de rotación de la tierra son despreciados y se asume que z es la coordenada vertical entonces las fuerzas de cuerpo están dadas por

$$X=0; \quad Y=0; \quad Z=-g \quad (3.19)$$

Donde g es la aceleración debida a la gravedad. Sin embargo en modelación de costas y flujo estuarino los efectos de rotación de la tierra no pueden ser ignorados y una componente adicional se incrementa a la aceleración debido al movimiento relativo. Esta aceleración adicional es conocida como aceleración de Coriolis y puede ser incluida en las componentes de las fuerzas de cuerpo de la siguiente forma

$$\begin{aligned} X &= +2\bar{v}\omega \sin \phi \\ Y &= -2\bar{u}\omega \sin \phi \\ Z &= -g \end{aligned} \quad (3.20)$$

donde ω es la rotación de la tierra aproximadamente igual a $7.3 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$, y ϕ es la latitud de la tierra en el sitio de interés.

3.4. ECUACIONES PROMEDIADAS EN LA VERTICAL

Para algunos problemas de costas y de flujo estuarino la componente de velocidad vertical \bar{w} es relativamente pequeña en comparación con las componentes de velocidad

horizontal, \bar{u} y \bar{v} . Así la ecuación de continuidad y las ecuaciones de Navier-Stokes pueden ser integradas sobre el tirante y ser resueltas numéricamente y proporcionar la profundidad promedio de los campos de velocidad.

Usando la notación dada en la **Figura 3.5** y considerando que el eje z es positivo hacia el fondo del mar, la integración sobre el tirante de la ecuación de continuidad 3.3 resulta

$$\int_{-h}^{\eta} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right] dz = \int_{-h}^{\eta} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] dz + w_{\eta} - w_{-h} \tag{3.21}$$

Usando la regla de Leibnitz se tiene

$$\int_a^b \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) dz = \frac{\partial}{\partial y} \int_a^b f(x, y) dz - f(b, y) \frac{\partial b}{\partial y} + f(a, y) \frac{\partial a}{\partial y}$$

La ecuación 3.21 puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} v dz - u_{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{\eta} + u_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial x} \Big|_{-h} \\ & - v_{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \Big|_{\eta} + v_{-h} \frac{\partial(-h)}{\partial y} \Big|_{-h} + w_{\eta} - w_{-h} = 0 \end{aligned} \tag{3.22}$$

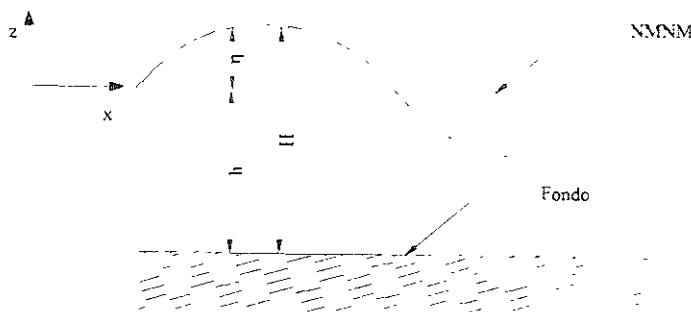


Figura 3.5 Sistema de referencia para las ecuaciones promediadas en vertical.

Con respecto a las condiciones de frontera en el fondo se tiene que $u_{.h}=v_{.h}=w_{.h}=0$, y para la superficie se considera una partícula de fluido siempre permanece sobre la superficie, es decir no se transporta sobre la vertical, por lo que:

$$\left. \frac{d\eta}{dt} \right|_{\eta} = \left[\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{dy}{dt} \right]_{\eta} = \left[\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y} \right] = w_{\eta}$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación 3.22 para la ecuación de continuidad promediada en la vertical:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial UH}{\partial x} + \frac{\partial VH}{\partial y} \right) \quad (3.23)$$

donde U, V = componentes de velocidad promedio sobre el tirante, definidas como:

$$U = \frac{1}{H} \int_h^{\eta} u dz, \quad V = \frac{1}{H} \int_h^{\eta} v dz$$

y H = Profundidad total de la columna de agua = $h + \eta$.

En forma similar para flujo turbulento incompresible, sustituyendo las ecuaciones 3.17 y 3.20 en 3.15 e integrando en toda la profundidad se tiene

$$\begin{aligned} \int_h^{\eta} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right] dz &= \int_h^{\eta} f v dz - \frac{1}{\rho} \int_h^{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} dz \\ + \int_h^{\eta} \left[\frac{\partial}{\partial x} (v_e + v) \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (v_e + v) \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} (v_e + v) \left[\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right] \right] dz & \end{aligned} \quad (3.24)$$

Aplicando la condición cinemática en la superficie libre, y asumiendo que v_e es mucho mayor que v y haciendo la siguiente aproximación

$$\frac{\partial}{\partial x} \int v_e \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\overline{v_e} H \frac{\partial U}{\partial x} \right]$$

donde $\overline{v_e}$ es el coeficiente de viscosidad de remolino promedio (Falconer 1976), esto proporciona la ecuación de momentum en la dirección x

$$\begin{aligned} \frac{\partial UH}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\beta U^2 H) + \frac{\partial}{\partial y} (\beta UVH) = fVH - \frac{1}{\rho} \int_h^{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} dz + \frac{\tau_{x\eta}}{\rho} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\overline{v_e} H \frac{\partial U}{\partial x} \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\overline{v_e} H \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde β es el factor de corrección de momentum, $\tau_{x\eta}$ es la componente de los esfuerzos cortantes generados por el viento sobre la superficie, τ_{xb} son los esfuerzos de fondo debido a la fricción y f es el coeficiente de Coriolis ($f=2\omega \sin\phi$).

Para los términos de fricción y para flujo tendiendo a horizontal, la aceleración vertical debida a los procesos hidrodinámicos es generalmente pequeña en comparación con los efectos debidos a la gravedad. Consecuentemente, la ecuación de momentum en la dirección z corresponde a la ecuación 3.12 así los esfuerzos cortantes y la aceleración vertical son considerados como nulos, por lo que la variación de la presión hidrostática resulta (Falconer, 1976):

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (3.28)$$

Integrando la ecuación 3.28 resulta una variación lineal de la presión con la profundidad, esto es:

$$P(z) = \int -\rho g dz = -\rho g z + cte \quad (3.29)$$

Usando la condición de frontera que en la superficie libre $z=\eta$, es la presión atmosférica P_a , entonces la ecuación 3.29 se convierte

$$P(z) = \rho g(\eta - z) + P_a$$

Las derivadas de la presión en cualquier dirección horizontal pueden ser expresadas en términos de la elevación del agua, así para la dirección x resulta:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial P_a}{\partial x} \quad (3.30)$$

La diferencia de presiones atmosféricas en la superficie libre del agua puede generar un incremento en la superficie libre del agua. En algunos casos ésta puede no considerarse, pero en presencia de huracanes es muy importante, porque podría generar sobreelevaciones en el centro del huracán de hasta 1.30 m. Para los esfuerzos cortantes debidos al viento, resolviendo las fuerzas horizontales para un flujo uniforme en estado permanente, resulta para la dirección x :

$$\tau_{xw} = C_a \rho_a W_x W_s \quad (3.31)$$

donde

C_a = coeficiente de arrastre

W_x = es la velocidad del viento en la dirección x

W_s = es el modulo de la velocidad del viento

Varios coeficientes de arrastre han sido propuestos, el más común es el propuesto por Munk (Dronkers, 1964) donde $C_a = 0.0026$.

En casi todos los estudios de costas y de flujo estuarino, los esfuerzos en el fondo están representados de manera similar para flujo permanente. La expresión que se utiliza para evaluar los esfuerzos en el fondo es

$$\tau_{xb} = \frac{\rho g U \sqrt{U^2 + V^2}}{C^2} \quad (3.32)$$

Para determinar el valor de Chezy como valor constante, puede ser incluido directamente por C (Normalmente $30 \text{ m}^{1/2} \text{ s}^{-1} < C < 100 \text{ m}^{1/2} \text{ s}^{-1}$) o C puede también ser calculado partiendo de la ecuación de Manning:

$$C = H^{\frac{1}{6}} n^{-1} \quad (3.33)$$

donde n es el coeficiente de rugosidad que por lo regular tiene valores entre 0.015 y 0.04.

Finalmente, los términos de difusión turbulenta en la ecuación 3.25 pueden ser simplificados considerando nulos: a) el gradiente de $\overline{v_e H}$ y b) la divergencia del flujo, resultando:

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial}{\partial x} \left[\overline{v_e H} \frac{\partial U}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\overline{v_e H} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] &= 2 \overline{v_e H} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ + \overline{v_e H} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \overline{v_e H}}{\partial x} & \quad (3.34) \\ + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \frac{\partial \overline{v_e H}}{\partial x} \approx \overline{v_e H} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] \end{aligned}$$

por lo tanto las ecuaciones de la hidrodinámica bidimensional pueden ser obtenidas sustituyendo las ecuaciones 3.26, 3.30, 3.32 y 3.34 en la ecuación 3.25

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = fV - g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial x} - \frac{C_a \rho_a W_x \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho H} - \frac{gU \sqrt{U^2 + V^2}}{HC^2} + \overline{v_e} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = fU - g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_a}{\partial y} - \frac{C_a \rho_a W_y \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{\rho H} - \frac{gV \sqrt{U^2 + V^2}}{HC^2} + \overline{v_e} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (3.36)$$

Las ecuaciones 3.35 y 3.36 así como la ecuación 3.23, pueden ser resueltas numéricamente como se describe en el capítulo 4.

CAPITULO 4

DESARROLLO NUMÉRICO

4.1. INTRODUCCIÓN

A principios de 1970, el auge que existió dentro del área de Ingeniería Hidráulica, fue el desarrollo con modelos físicos. Este fue el período durante el cual los investigadores directamente obtenían los resultados de los fenómenos físicos que se modelaban a través de experimentos en modelos físicos a escala. Gradualmente esto empezó a cambiar al tratar de desarrollar modelos numéricos que fueran capaces de representar los fenómenos físicos con nueva inversión en tiempo. Los investigadores pudieron observar algunas características importantes que los llevaron a usar los modelos numéricos en lugar de los físicos, tales características fueron:

- Un modelo numérico es más barato
- Usualmente es más rápido en ciertos casos, esto es muy importante ya que algunas veces es necesario obtener resultados en un corto período de tiempo, un ejemplo es el de estimar el tiempo que le tomará a un huracán el tocar tierra, para poder tomar las medidas necesarias de prevención.
- Un modelo numérico proporciona una mayor cantidad de resultados, tales como velocidades, gastos, elevaciones, vientos etc. para cada paso de tiempo.
- Un modelo numérico puede ser capaz de simular situaciones que en algunas ocasiones son difíciles o imposibles de modelar mediante un modelo físico (un caso especial es cuando el movimiento del agua es producido por el viento, o bien, por caída de presiones).

Los modelos numéricos tienen ciertas ventajas sobre los modelos físicos, pero éstos también tienen ciertas dificultades y limitaciones tales como:

- La aproximación de los cálculos depende de la precisión que utilice el equipo de computo
- Las ecuaciones a utilizar en un modelo numérico, en muchos de los casos son imposibles de resolver analíticamente tal es el caso de las ecuaciones de Navier-Stokes por lo que, se tiene que recurrir a determinadas simplificaciones de las mismas, generando con esto imprecisión en los cálculos.
- Numerosos modelos hidrodinámicos están desarrollados con base en un sistema en diferencias finitas, debido a esto una gran cantidad de datos se proporcionan mediante una malla, generando así que en el caso de estudios de marea de tormenta no se pueda adaptar la malla a la forma de la línea de costa. Para el caso de marea de tormenta la discretización de la batimetría es imprecisa, ya que el fondo marino varía constantemente, y los cálculos se desarrollan para el momento que la batimetría fue realizada.
- Imprecisión con respecto al establecimiento de las condiciones de frontera
- Inestabilidad numérica
- La falta de algoritmos eficientes para analizar los flujos turbulentos. Para este caso son mejores los modelos físicos.
- Cuando se estudian líneas de corriente, los resultados de velocidades suelen ser muy imprecisos, esto debido a que un sistema en diferencias finitas analizaría las líneas de corriente como rectas, cuando en la realidad éstas suelen tener curvaturas

Como se puede ver existen ciertas ventajas de los modelos numéricos sobre los físicos, pero es importante mencionar que el uso de un modelo físico o numérico dependerá del criterio, conocimientos o experiencia del investigador.

4.2. MÉTODO DE PASOS ALTERNANTES ADI (ALTERNATING DIFFERENTIAL IMPLICIT)

Para reducir el tiempo de cálculo se desarrolló un método en dos dimensiones para calcular la ecuación de difusión, Peaceman y Rachford (1955) y Douglas (1955), propusieron dividir cada paso de tiempo en dos subpasos de tiempo de igual duración $\Delta t/2$, y aproximando las derivadas espaciales parcialmente en una manera implícita ver Nota 1, las cuales trabajan en forma secuencial y alternante en las direcciones x e y .

4.3. INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES DE ONDA LARGA EN DOS DIMENSIONES

La integración numérica de las ecuaciones 3.35, 3.36 y 3.23 se realiza mediante el método implícito de dirección alternante (ADI), o bien podrían integrarse mediante coordenadas curvilíneas. La forma de discretización se describe en la forma siguiente y el esquema de diferencias finitas en el espacio se presenta en la **Tabla 4.1**

$j+1$	Z	U	Z	U	Z
$J+1/2$	V	h	V	H	V
J	Z	U	Z	U	Z
$j-1/2$	V	h	V	H	V
$j-1$	Z	U	Z	U	Z
	$i-1$	$i-1/2$	i	$i+1/2$	$i+1$

Tabla 4.1 Esquema de diferencias finitas en el espacio, empleando en la integración numérica las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento del modelo propuesto.

La solución en el tiempo se obtiene en el siguiente orden:

En $t+\Delta t$ se resuelven V , η implícitamente y U explícitamente.

En $t+\Delta t/2$ se resuelve U , η implícitamente y V explícitamente.

En t se conocen U , V , η .

Las expresiones numéricas para el paso de t a $\Delta t/2$ son de la siguiente forma:

• Punto $(i+1/2, j)$

$$U^{t+\frac{1}{2}} = U^t - \frac{\Delta t}{2} \left[U^{t+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^k + V^t \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^t - V^t f + g \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^{t+\frac{1}{2}} + g U^t \frac{\sqrt{(U^t)^2 + (V^t)^2}}{C_X^2 (h_z + \eta_x^t)} \right] \quad (4.1)$$

En la ecuación 4.5 los términos no lineales, advectivos y de fricción en $t+\Delta t/2$ se aproxima con sus valores en t . Los símbolos utilizados, para una función genérica F , son:

$$F_{i,j}^k = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t)$$

$$F_x = \frac{1}{2} \left(F_{i+\frac{1}{2},j} + F_{i-\frac{1}{2},j} \right)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \left(F_{i,j+\frac{1}{2}} + F_{i,j-\frac{1}{2}} \right) \quad (4.2)$$

$$F = \frac{1}{4} \left(F_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + F_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + F_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + F_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right)$$

• Punto(i, j)

$$\eta^{t+\frac{1}{2}} = \eta^t - \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\partial[(h_y + \eta_x)U]^{t+\frac{1}{2}}}{\partial x} + \frac{\partial[(h_x + \eta_y)V]^t}{\partial y} \right\} \quad (4.3)$$

• Punto($i, j+1/2$)

$$V^{t+\frac{1}{2}} = V^t - \frac{\Delta t}{2} \left[V^{t+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^t + U^{t+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^t - U^{t+\frac{1}{2}} f + g \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^t + g V^{t+\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\left(U^{t+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(V^t \right)^2}{C_y^2 \left(h_x + \eta_y^{t+\frac{1}{2}} \right)}} \right] \quad (4.4)$$

Para el paso de tiempo $t+ \Delta t$ las expresiones son:

• Punto($i, j+1/2$)

$$V^{t+1} = V^{t+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \left[V^{t+1} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^{t+\frac{1}{2}} + U^{t+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^{t+\frac{1}{2}} - U^{t+\frac{1}{2}} f + g \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^{t+1} + g V^{t+\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\left(U^{t+\frac{1}{2}} \right)^2 + \left(V^{t+\frac{1}{2}} \right)^2}{C_y^2 \left(h_x + \eta_y^{t+\frac{1}{2}} \right)}} \right] \quad (4.5)$$

• Punto(i, j)

$$\eta^{t+1} = \eta^{t+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{\partial[(h_z + \eta_x)U]^{t+\frac{1}{2}}}{\partial x} + \frac{\partial[(h_z + \eta_x)V]^t}{\partial y} \right\} \quad (4.6)$$

• Punto($i+1/2, j$)

$$U^{t+1} = U^{t+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \left[U^{t+1} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^{t+\frac{1}{2}} + V^{t+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^{t+\frac{1}{2}} - V^{t+\frac{1}{2}} f - g \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^{t+1} + g U^{t+\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\left(U^{t+\frac{1}{2}} \right)^2 - \left(V^{t+\frac{1}{2}} \right)^2}{C_y^2 \left(h_x - \eta_y^{t+\frac{1}{2}} \right)}} \right] \quad (4.7)$$

4.4. PARAMETROS DE EJECUCION

4.4.1. PASO DE TIEMPO DE INTEGRACIÓN

El paso de tiempo de integración, que se expresa en segundos, depende del número de *Courant* que se define mediante la siguiente expresión:

$$C_r = C \frac{\Delta t}{\Delta x};$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x C_r}{C}$$

C_r es el Número de Courant

Δx es la anchura de celda (m)

Δt es el paso de tiempo de integración (s)

$C = \sqrt{gh}$ (celeridad de la onda larga)

g es la aceleración de la gravedad (m^2/s)

h es la máxima profundidad en la malla (m)

El valor de C_r tiene que ser menor que 5 (Abbott 1994) ya que el esquema numérico es semiimplícito. Normalmente se trabaja con un valor de C_r alrededor de 1 para evitar, en lo posible, problemas de inestabilidad numérica, para éste modelo se está utilizando un C_r menor de uno debido a que se están incluyendo los términos no lineales, los cuales se resuelven con un esquema explícito.

4.4.2. TIEMPO DE MODELADO

El tiempo de modelado no es suministrado en este sistema. Esto es debido a que el programa lo calcula, éste está en función de la distancia que recorrerá el huracán desde un punto inicial de interés hasta un punto final propuesto. Se aconseja que el punto final esté lo

suficientemente retirado del lugar donde se requiere analizar los efectos del huracán, esto es porque así se podrá observar el fenómeno de drenaje (regreso del agua que inundó la zona costera hacia el mar) en el área costera.

4.5. PARÁMETROS FÍSICOS

4.5.1. COEFICIENTES DE FRICCIÓN POR FONDO

Se puede elegir entre dos coeficientes para describir la resistencia por fondo, el de Chezy o bien el de Manning. El coeficiente de Manning frecuentemente toma valores entre 20 y 40 $m^{1/3}/s$, mientras que el valor del número de Chezy se encuentra normalmente entre 30 y 50 $m^{1/2}/s$.

4.5.2. VISCOSIDAD DE REMOLINO

La Viscosidad de remolino (Eddy Viscosity) se utiliza para describir los efectos de la turbulencia. En el término de turbulencia se incluyen varios sumandos que van desde la dispersión numérica, originada por la transformación de ecuaciones diferenciales en ecuaciones en diferencias finitas, hasta la correspondiente al promediado en vertical de las ecuaciones del flujo.

En este modelo la viscosidad de remolino tiene un valor constante en todos los puntos de la malla. Esta condición se ajusta a la realidad cuando la profundidad en el modelo es mucho menor que las dimensiones de la celda. En este caso la resistencia del fondo es mucho más importante que la turbulencia, esto debido a que la zona de aguas poco profundas donde se genera una gran turbulencia tiene una distancia corta medida a partir de la línea de costa hacia el mar y si la celda tiene una longitud grande, la proporcionalidad de dicha zona es pequeña con respecto al resto que corresponde a la zona de aguas profundas donde la turbulencia es mucho menor que cerca de la línea de costa, entonces el efecto de la turbulencia es menor que el efecto de fricción del fondo. Para el cálculo de la viscosidad de remolino existen distintas maneras de realizarlo, ver **Nota 2**

4.5.3. CORIOLIS

Permite incluir los términos de fuerza de Coriolis en las ecuaciones del movimiento.

Ver Nota 3

4.5.4. COEFICIENTE DE ARRASTRE POR VIENTO

Claramente los esfuerzos de viento estimados son tan buenos como sea estimado el coeficiente de arrastre, las ecuaciones para calcular el coeficiente de arrastre para este modelo son:

$$C_D = \left\{ \left[0.63 + 0.066|u_a| \right] \times 10^{-3} \right\} \quad |u_a| < 20 \text{ m/s}$$

$$C_D = \left\{ \left[2.28 + 0.033(|u_a| - 20.0) \right] \times 10^{-3} \right\} \quad |u_a| > 20 \text{ m/s}$$

cabe aclarar que el coeficiente de arrastre no se suministra al modelo, éste ya se encuentra en el programa, y es calculado en función de la velocidad de viento que se tenga en cada punto de la malla.

Los parámetros físicos se encuentran almacenados en un archivo de extensión .PHY

4.6. CONDICIONES DE CONTORNO AMBIENTALES

Este modelo tiene la capacidad de definir condiciones de presión atmosférica y viento en las diferentes celdas de la malla. A excepción de los parámetros anteriores, el modelo los calcula implícitamente, para obtener la presión y viento se realizan distintas consideraciones, éstas se describen en lo siguiente.

Las expresiones matemáticas que describen el perfil de presiones son las siguientes:

$$\frac{P_r - P_c}{P_\infty - P_c} = A e^{-B(R_c - r)} \quad (4.6.1)$$

$$\frac{P_r - P_c}{P_\infty - P_c} = 1 - \left(1 + a \left(\frac{r}{R_c} \right)^2 \right)^{-b} \quad (4.6.2)$$

donde:

P_c , Presión en el centro del ciclón.

P_r , presión a una distancia radial r desde el centro.

P_∞ , presión a una distancia considerada infinita.

R_c , radio del máximo viento ciclostrófico.

r , radio a cualquier distancia del centro

En las siguientes expresiones: $A = B^{-1}$ y $a = b^{-1}$, se debe de cumplir la igualdad para que se satisfagan las expresiones matemáticas con las cuales se calcula el viento ciclostrófico. En la primera de las dos ecuaciones propuestas por Holland (1980), si se utiliza $A = B^{-1} = 1$, se obtiene la ecuación original del modelo *Rankin Vortex*. Donde A , B , a y b son parámetros de los modelos obtenidos al utilizar datos medidos en campo.

La segunda ecuación fue propuesta por *Bretschneider* (1990), para el análisis de perfiles de presiones. Cuando $a = b^{-1} = 1$, la segunda ecuación se convierte en el modelo *Bret Model-X* y para $a = b^{-1} = 2$, la segunda ecuación se transforma en el modelo de *Fujita* o *modelo-J*.

El número adimensional $N_c = fR_c / V_{cr} = (0.522 R_c \text{ sen } \phi) / K \Delta P_c^{1/2}$, que se conoce como número de *Rankin Vortex* es de gran utilidad para elegir al modelo que más se ajusta al fenómeno meteorológico.

Bretschneider (1990), luego de estudiar datos de varios ciclones, sugiere los siguientes valores para A , B , a y b . Dichos valores pueden ser validados o corregidos con mediciones de campo.

$$0.00 < N_c < 0.05 \quad A = B^{-1} = 1$$

$$0.03 < N_c < 0.08 \quad A = B^{-1} = 5/4$$

$$0.03 < N_c < 0.08 \quad a = b^{-1} = 0.5$$

$$0.06 < N_c < 0.15 \quad a = b^{-1} = 1$$

A continuación se presentan las bases y las expresiones matemáticas del modelo *Hydromet*, del cual se obtienen los resultados teóricos más aceptables, en comparación con otros modelos tales como el de *NOAA Model-I*, *Fujita Model-J* y el *Bret Model-X*, (Silva et al 1997)

4.7. MODELO DE PRESIÓN

El modelo *Hydromet* se basa en la ecuación del máximo viento ciclostrófico dada por la siguiente ecuación:

$$V_{CR} = k_o \sqrt{\max(rdp/dr)} \quad (4.7.3)$$

donde:

$$k_o = \sqrt{\frac{1}{\rho_a}}$$

ρ_a , densidad del aire el cual es función de la temperatura y la presión del aire en el radio de máximo viento ciclostrófico.

Los parámetros utilizados son los siguientes:

V_{CR} , Velocidad máxima del viento ciclostrófico

$r \frac{dp}{dr}$, máximo gradiente de presiones.

Adicionalmente se requieren las siguientes variables y constantes:

- K_0 constante interna del modelo.
- C_1 constante teórica [1/e].
- K_1 Constante teórica que depende de las unidades utilizadas para la presión y velocidad. Varía de: $K_1 = 66$ a 68 velocidad en nudos ($1 \text{ nudo} = 1.852 \text{ km/h}$) y presión en pulgadas de Hg y $K_1 = 11.34 - 11.68$ con velocidad en nudos y presión en milibares. El rango de variación se debe principalmente a los cambios en la densidad del aire.
- $P_N - P_C$ gradiente de presiones entre el centro del huracán y una distancia suficientemente alejada (en [mb]).
- dp/dr , gradiente de presiones.

Los valores de las constantes utilizadas son:

$$K_0 = 19.26 - 18.70 \quad (4.7.4)$$

$$K_1 = \frac{K_0}{\sqrt{C_1}} \quad (4.7.5)$$

Las ecuaciones para evaluar el gradiente de presión y presión central del huracán respectivamente, son:

$$V_{CR} = k_0 \sqrt{\max(r dp / dr)}$$

$r \frac{dp}{dr}$, máximo gradiente de presiones.

Adicionalmente se requieren las siguientes variables y constantes:

- K_0 constante interna del modelo.
- C_1 constante teórica [1/e].
- K_1 Constante teórica que depende de las unidades utilizadas para la presión y velocidad. Varía de: $K_1 = 66$ a 68 velocidad en nudos (1 nudo= 1.852 km/h) y presión en pulgadas de Hg y $K_1 = 11.34 - 11.68$ con velocidad en nudos y presión en milibares. El rango de variación se debe principalmente a los cambios en la densidad del aire.
- $P_N - P_C$ gradiente de presiones entre el centro del huracán y una distancia suficientemente alejada (en [mb]).
- dp/dr , gradiente de presiones.

Los valores de las constantes utilizadas son:

$$K_0 = 19.26 - 18.70 \quad (4.7.4)$$

$$K_1 = \frac{K_0}{\sqrt{C_1}} \quad (4.7.5)$$

Las ecuaciones para evaluar el gradiente de presión y presión central del huracán respectivamente, son:

$$V_{CR} = k_0 \sqrt{\max(r dp / dr)} \quad (4.7.6)$$

$$P_N - P_C = \left(\frac{V_{CR}}{k_1} \right)^2 \quad (4.7.7)$$

$$P_C = P_R - C_2(P_N - P_C) \tag{4.7.8}$$

Las ecuaciones que nos ayudan a determinar la presión en cualquier distancia r, el gradiente de presiones y el máximo viento ciclostrófico son:

$$P_r = P_C + (P_N - P_C) * e^{-R_C / r} \tag{4.7.9}$$

$$R_C \frac{dp}{dr} = (P_N - P_C) \left(\frac{R_C}{r} \right)^2 e^{-R_C / r} \tag{4.7.10}$$

$$r \frac{dp}{dr} = (P_N - P_C) \left(\frac{R_C}{r} \right) e^{-R_C / r} \tag{4.7.11}$$

$$V_{CR} = \left(\frac{P_N - P_C}{\rho_a} \frac{R_C}{r} e^{-R_C / r} \right)^{1/2} \tag{4.7.12}$$

4.8. EVALUACIÓN DEL PERFIL DE PRESIONES

En las Figuras 4.1 a 4.3 se muestran los resultados obtenidos al aplicar los cuatro modelos antes mencionados (Silva et al. 1997), se presentan los perfiles teóricos de presión generados; el gradiente de presiones, que es directamente proporcional al viento ciclostrófico, y finalmente el máximo gradiente de presiones dp.dr, el cual es una combinación entre el viento y el fetch, lo que le da gran importancia a este parámetro.

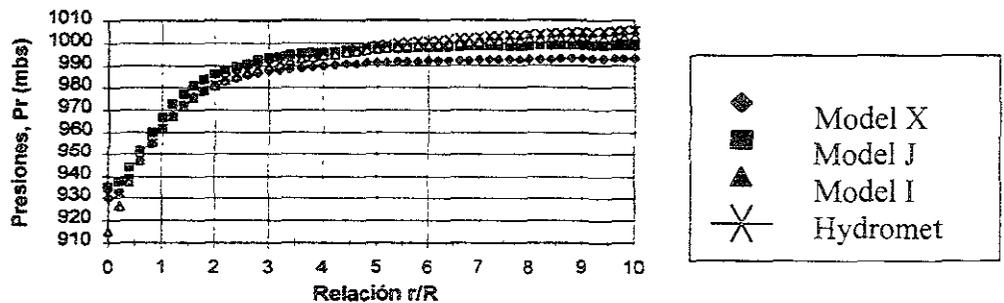


Figura 4.1. Resultados de Pr vs. r/R obtenidos para los 4 diferentes modelos considerados, utilizando R = 10 millas náuticas, P_R = 962 mbs y máx(r dp/dr) = 30 mbs.

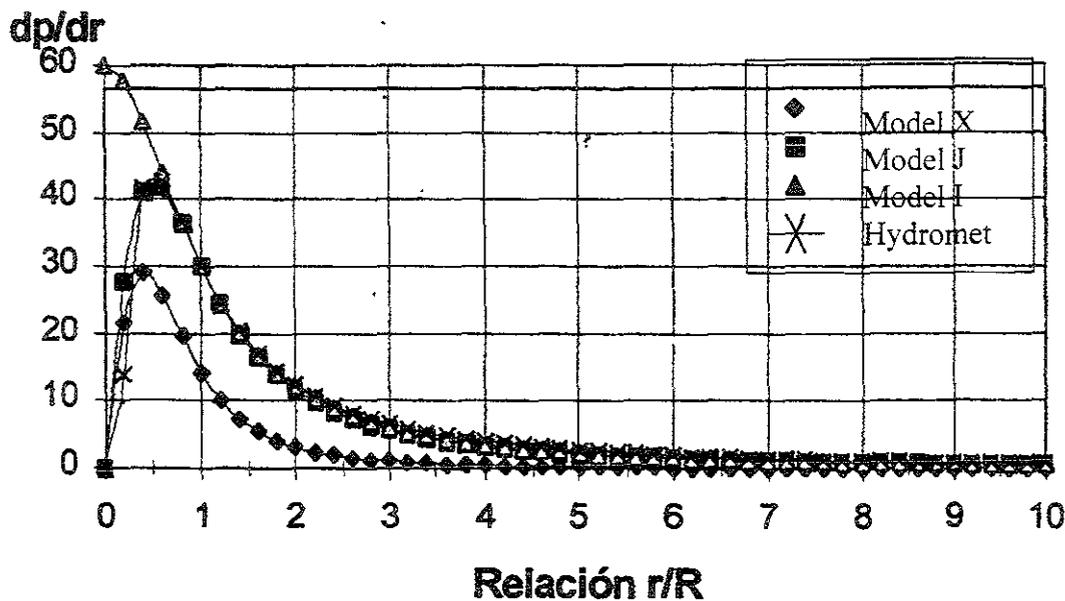


Figura 4.2. Resultados de dp/dr vs. r/R obtenidos para los diferentes modelos considerados, utilizando $R = 10$ millas náuticas, $P_R = 962$ mbs y $\text{máx}(r dp/dr) = 30$ mbs.

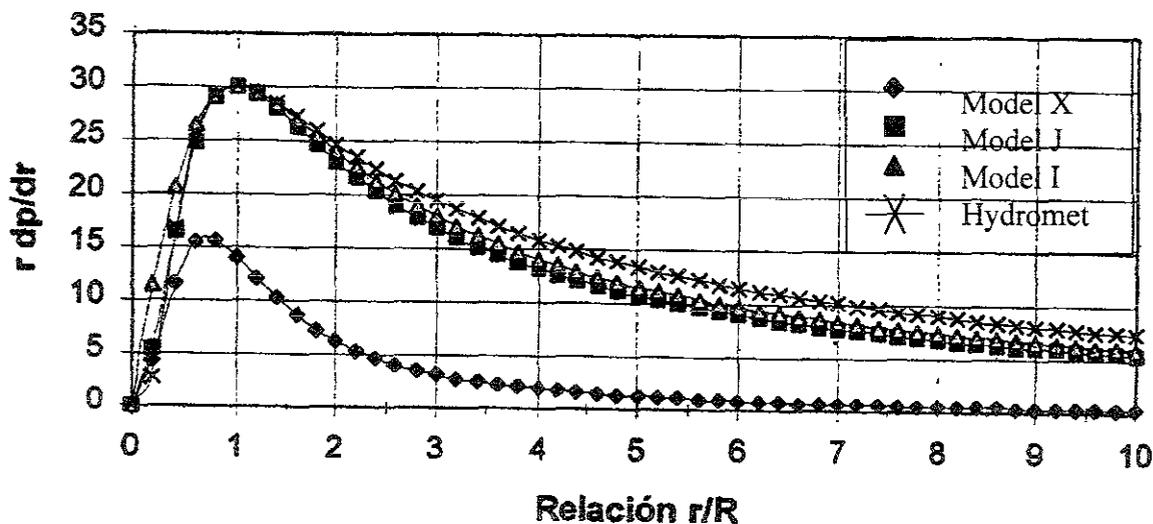


Figura 4.3. Resultados de $r dp/dr$ vs. r/R obtenidos para los diferentes modelos considerados, utilizando $R = 10$ millas náuticas, $P_R = 962$ mbs y $\text{máx}(r dp/dr) = 30$ mbs

4.9. METODOLOGÍA DE CÁLCULO

El primer paso es determinar el radio de máximo viento ciclostrófico R_C , en el cual se contrarrestan las fuerzas centrífugas y las fuerzas debidas al gradiente de presiones. El R_C

es muy cercano al radio donde se presenta el máximo gradiente de presiones R_g , siendo este último un poco más pequeño que el R_C .

Se supone inicialmente que los dos radios son iguales:

$$R_C = R_g \quad (4.9.13)$$

Se calcula luego la velocidad del viento ciclostrófico:

$$U_{Rg} = K\sqrt{\Delta P_C} \quad (4.9.14)$$

Con base en este valor y considerando que el ángulo β es el ángulo entre la dirección de avance del ciclón y del viento U_{Rg} se calcula la velocidad del viento a una altura de 10 m sobre el nivel medio del mar (msnm) con la siguiente expresión:

$$V_{10} = 0.865(U_{Rg} + 0.5V_F \cos(\beta_1)) \quad (4.9.15)$$

donde V_F es la velocidad de avance del ciclón.

El programa tiene la capacidad de modelar los siguientes fenómenos: marea de tormenta, marea meteorologica, efecto únicamente de caída de presión sobre el mar, efecto únicamente del viento, direcciones de los vientos generados por el huracán en cada celda. También tiene la capacidad de modelar cualquiera de estos fenómenos con presencia de una descarga de río sobre la costa. Los resultados de velocidades, dirección e intensidad del viento, marea y presiones que proporciona el programa pueden ser vistos en cualquier hoja de cálculo.

NOTA 1

En la integración numérica de las ecuaciones numéricas diferenciales los métodos implícitos son preferidos debido a su casi incondicional estabilidad. El método del ADI procede de acuerdo con las ecuaciones en diferencias finitas.

$$\begin{aligned} & \frac{f_{i,j}^{n+1/2} - f_{i,j}^n}{\Delta t/2} + U \left[\frac{f_{i+1,j}^{n+1/2} - f_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \right] + V \frac{f_{i,j+1}^n - f_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \\ & = k \left[\frac{f_{i+1,j}^{n+1/2} - 2f_{i,j}^{n+1/2} + f_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} \right] + k \frac{f_{i,j+1}^n - 2f_{i,j}^n + f_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} & \frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t/2} + U \left[\frac{f_{i+1,j}^{n+1/2} - f_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \right] + V \frac{f_{i,j+1}^{n+1} - f_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y} \\ & = k \left[\frac{f_{i+1,j}^{n+1/2} - 2f_{i,j}^{n+1/2} + f_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} \right] + k \frac{f_{i,j+1}^{n+1} - 2f_{i,j}^{n+1} + f_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \end{aligned}$$

El método del ADI es de precisión de segundo orden tanto espacial como temporal, e incondicionalmente estable.

Con este método se integran las ecuaciones (3.37), (3.38) y (3.25), como se desarrolla en el capítulo 4

NOTA 2

La viscosidad de remolino promedio puede ser estimada de distintas maneras, una de estas formas es utilizando la expresión proporcionada por Elder (1959)

$$\overline{v_e} = \frac{k}{6} U_* H$$

donde U_* es la velocidad al cortante igual a $\sqrt{\tau_o / \rho}$, donde τ_o es el esfuerzo cortante en la frontera (contacto con la superficie libre del agua). Adicionalmente para un campo de viento generado en el área de estudio, Cousidou-Koutitas (1986) proponen que dicho campo puede generarse con:

$$u = \left[\frac{3a_x}{4} - \frac{3U}{2} \right] \left[\frac{z^2}{h} - 1 \right] + a_x \left[\frac{z}{h} + 1 \right]$$

donde $a_x = H\tau_{xw} / \rho v_e$, v_e es la viscosidad de remolino en la superficie libre, conociendo la velocidad del viento sobre la superficie libre del agua y sustituyendola en la ecuación de Cousidou-Koutitas se puede obtener τ_o el cual es igual a τ_{xw} .

Otra de las maneras para poder determinar el valor de $\overline{v_e}$ es utilizando la expresión planteada por Fisher (1973) utilizada en la difusión turbulenta de ríos.

$$\overline{v_e} = 0.15 U_* H$$

NOTA 3

Efecto de la fuerza de Coriolis

Cada una de las partes que conforman la tierra giran a diferentes velocidades, dependiendo de la distancia que exista entre una determinada región y el eje de la tierra. Así una partícula en el hemisferio norte moviéndose hacia el sur, con dirección hacia el ecuador se enterará que a medida que se acerca al ecuador, la tierra tiene una mayor velocidad que de donde ésta partió (Bernard Le Méhauté 1976).

Debido a que la tierra gira de Oeste a Este, la trayectoria de la partícula tenderá a inclinarse hacia al Oeste, caso contrario si la partícula parte del Ecuador ésta tenderá a generar una trayectoria hacia el Este tal como se muestra en la **Figura N1**

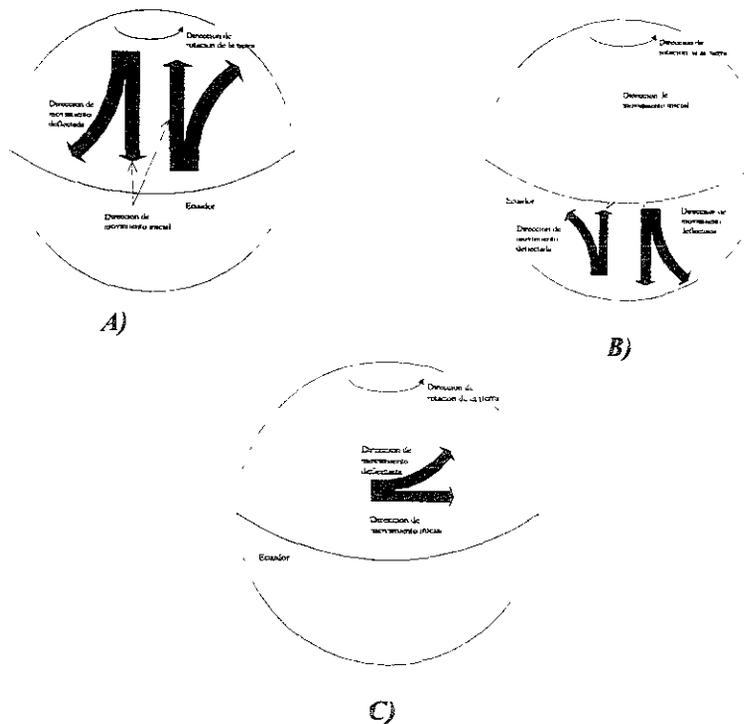


Figura N1 Efecto de Coriolis A) En el Hemisferio Norte B) En el Hemisferio Sur C) En las latitudes medias

Efecto de Coriolis en el hemisferio norte

Componentes geostróficas inerciales

Considerando una partícula de fluido A en la latitud Φ , el componente de la velocidad horizontal U tiene un componente en dirección hacia el sur U_s y un componente con dirección hacia el este U_E y el componente vertical es W . U_s podría ser resuelta introduciendo $U_s \text{ Sen } \Phi$, a lo largo de la línea AB que es perpendicular al eje de rotación de la tierra NS, y la componente $U_s \text{ Cos } \Phi$ es paralela a la línea BS con dirección hacia el sur. EL componente vertical W , puede también ser resuelta introduciendo un componente $W \text{ Cos } \Phi$ a lo largo de AB, y un componente $W \text{ Sen } \Phi$ paralela a NS y dirigida hacia el sur. Los componentes $U_s \text{ Cos } \Phi$ y $W \text{ Sen } \Phi$ siendo paralelas al eje de la tierra no contribuyen al efecto de Coriolis.

Los componentes U_E , $U_s \text{ Sen } \Phi$ y $W \text{ Cos } \Phi$, que se encuentran en un plano perpendicular al eje de la tierra sí contribuyen al efecto de Coriolis. **Figura N2**

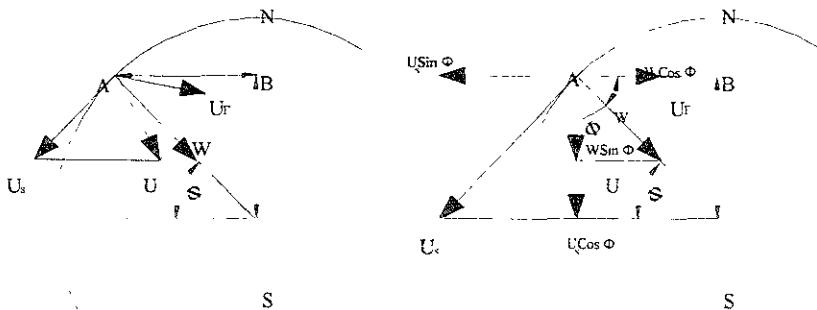


Figura N2 Componentes de velocidad

Si se consideran los componentes de movimiento perpendicular al eje de la tierra, U_E , $U_s \text{Sen } \Phi$ y $W \text{Cos } \Phi$, las cuales se encuentran en el mismo plano y que cortan al eje de la tierra NS en B, sea $BA = r$ (**Figura N3**)

Sea M un punto sobre el plano, el cual rota con la tierra y la posición de A está definida por la latitud Φ , $BA = r$, y el ángulo $MBA = \theta$, θ es asumido como positivo cuando A se encuentra al este de M. Entonces la partícula del fluido A tiene una velocidad $r\omega$ en dirección al este (ω velocidad angular de la tierra). Los componentes de la velocidad relativa de la tierra son: $U_E = r(d\theta/dt)$, con dirección al este, y $(U_s \text{Sen } \Phi - W \text{Cos } \Phi) = dr/dt$ a lo largo de BA. Por lo tanto el componente de la velocidad tiene un componente con dirección hacia el este $r[\omega + (d\theta/dt)]$ y su componente radial dr/dt .

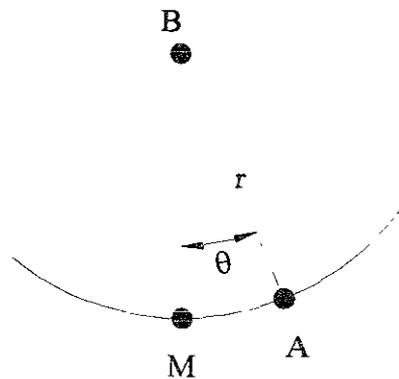


Figura N3 Plano perpendicular al eje de la tierra

Considerando un vector definido por dos componentes $X = R \cos \alpha$ y $Y = R \sin \alpha$, las derivadas de este vector con respecto al tiempo están dadas por las derivadas de sus componentes

$$\frac{dX}{dt} = \frac{dR}{dt} \cos \alpha - R \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\frac{dY}{dt} = \frac{dR}{dt} \sin \alpha + R \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

Así la derivada de este vector está dada por la suma de los vectores: la primera parte, en la dirección del vector que tiene la magnitud dr/dt , la segunda parte tiene una magnitud $r(d\alpha/dt)$, así

$$-\text{sen}\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \text{ y } \cos\alpha = \text{sen}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right),$$

la segunda parte está orientada en forma perpendicular a el vector (X,Y) y dirigida hacia la izquierda de este vector.

Aquí se han analizado los componentes del vector en un plano XBY, perpendicular al eje de la tierra NS. Esto parecería que el componente $r(d\theta/dt)$ es perpendicular a el vector (X,Y), el cual realmente se encuentra al este del vector (X,Y) Figura N4.

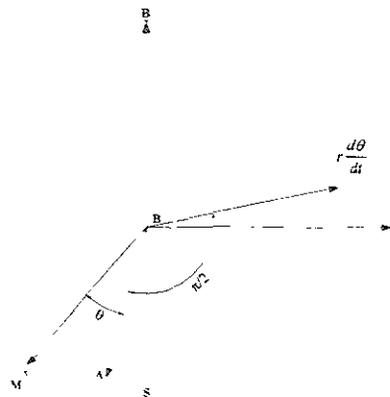


Figura N4 Componentes de la derivada de un vector r

Los resultados anteriores son aplicados a ambas radiales, dr/dt y el componente con dirección hacia el este $r[\omega + (d\theta/dt)]$ de la velocidad del vector. La aceleración o la variación del tiempo del incremento de dr/dt tiene un componente d^2r/dt^2 en la misma dirección radial. la cual es debida a la aceleración centrífuga, y un componente perpendicular con dirección hacia el este que es BA que es igual a

$$\frac{dr}{dt} \left(\omega + \frac{d\theta}{dt} \right)$$

En forma similar, la aceleración o la variación del tiempo del incremento de las componentes con dirección al este, tiene un componente,

$$\frac{dr}{dt} \left(\omega + \frac{d\theta}{dt} \right) + r \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

al este, y un componente radial igual a

$$r \left(\omega + \frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

La aceleración total tiene estos tres componentes como se muestra en la **Figura N5**

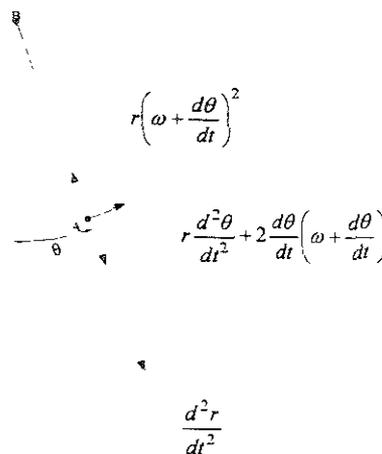


Figura N5 Componentes de aceleración

Si el componente radial $r[\omega + (d\theta/dt)]^2$ se escribe como $r[\omega^2 + 2\omega(d\theta/dt) + (d\theta/dt)^2]$, entonces se puede remarcar lo siguiente:

El término $r\omega^2$, dirigido hacia B, es la aceleración centrífuga. Los dos términos $2\omega(dr/dt)$ y $r(d^2\theta/dt^2)$ son perpendiculares a los componentes de velocidad

$$\frac{dr}{dt} = U_s \sin\theta - W \cos\theta \quad y \quad r \frac{d\theta}{dt} = U_E$$

Los términos de aceleración geostrófica, son logrados multiplicando las aceleraciones por la densidad ρ . Por lo tanto las correspondientes fuerzas inerciales correspondientes son

$$2\rho\omega(U_s \text{sen}\Phi - W \cos\Phi)$$

dirigidas horizontalmente hacia el este y $2\rho\omega U_E$ dirigida a lo largo de BA. Ahora $2\rho\omega U_E$ tiene una componente horizontal $2\rho\omega U_E \cos\Phi$. De ahí que $U_E + U_s = U$ y que es el vector de velocidad de $2\rho\omega U_s \text{sen}\Phi$ y $2\rho\omega U_E \text{sen}\Phi$ es $2\omega U_E \text{sen}\Phi$ a lo largo de una horizontal perpendicular a la dirección de U y a la izquierda de U. Finalmente las fuerzas geostróficas están compuestas de tres términos.

1. Un componente horizontal $2\rho\omega U \text{sen}\Phi$ que es perpendicular a U y que se encuentra a su izquierda. En el hemisferio sur Φ es negativo y el componente horizontal $2\rho\omega U \text{sen}\Phi$ está dirigida hacia la derecha de U.
2. Un componente horizontal $2\rho\omega W \cos\Phi$ dirigida hacia el oeste (debido al signo negativo que aparece en la expresión anterior).
3. Un componente vertical $2\rho\omega U_E \cos\Phi$ dirigida hacia abajo. Si U_E es negativo en la fuerza inercial geostrófica $2\rho\omega U_E \cos\Phi$, esta puede considerarse nula comparada con la fuerza de gravedad.

CAPITULO 5. APLICACION DEL MODELO PROPUESTO

5.1. INTRODUCCIÓN

En México, Cancún, Quintana Roo, es una de las ciudades que con más frecuencia ha sido azotada por huracanes (Silva et al 2000). Estos han generado grandes daños tanto en la economía del estado, como en vidas humanas. Las causas que han originado los daños citados son: lluvias torrenciales, fuertes vientos, marejadas e inundaciones ocasionadas por la sobreelevación del nivel medio del mar, cuyo fenómeno es conocido como marea meteorológica. En la **Figura 5.1** se observa la dimensión catastrófica que puede tener una marea meteorológica, cuya altura según reporte del Servicio Meteorológico Nacional, ésta alcanzó niveles que oscilaron entre 3.5 y 4 m (Silva et al 1997). En la **Figura 5.2** se puede observar el efecto del viento que azotó la ciudad de Cancún en el año de 1988.

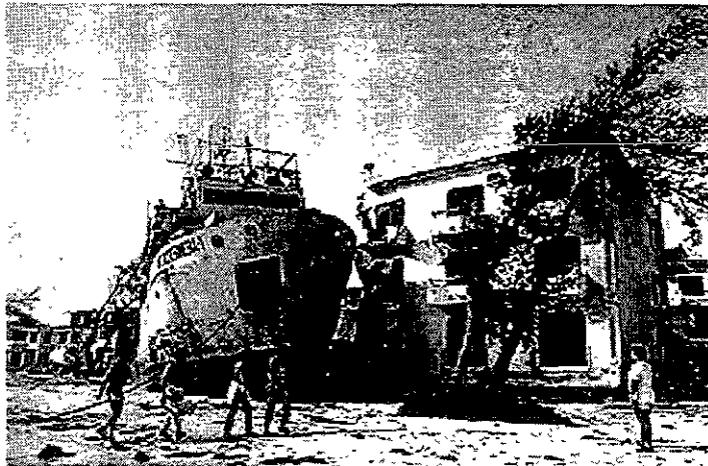


Figura 5.1 Altura alcanzada por la marea meteorológica generada por el huracán Gilberto



Figura 5.2 Efecto de los vientos del huracán Gilberto en la ciudad de Cancún, Quintana Roo.

5.2. RESULTADOS

El huracán considerado para este análisis fue el Huracán Gilberto, dado que ha sido el de mayor intensidad que se ha presentado en las costas mexicanas, la presión central fue de 888 milibares y las rachas en sus vientos de más de 300 km/h.

La modelación fue realizada con pasos de tiempo de 20 s, y los resultados que se presentan son cada tres horas, con excepción de los tiempos a partir del momento que el ojo del huracán ingresa a la costa.

5.3. TRAYECTORIA DEL HURACAN GILBERTO

La dirección y presión central del huracán considerada en este modelo, es la proporcionada por el Servicio Meteorológico Nacional, **Cuadro 5.1.**

Cuadro 5.1 Trayectoria del Huracán Gilberto de acuerdo al registro del Servicio Meteorológico Nacional (Silva et al 1997)

<i>Huracán Gilberto</i>				
<i>Fecha</i> <i>mes/día/año</i>	<i>Hora</i>	<i>Long</i>	<i>Lat</i>	<i>Presión Central</i> <i>(mb)</i>
9/12/88	12:00	-75.3	17.6	960
9/12/88	18:00	-76.9	17.9	960
9/13/88	00:00	-78.5	18.2	960
9/13/88	06:00	-79.7	18.5	952
9/13/88	12:00	-81.1	18.8	934
9/13/88	18:00	-82.5	19.4	905
9/14/88	00:00	-83.8	19.7	888
9/14/88	06:00	-85.3	19.9	889
9/14/88	12:00	-86.5	20.4	892
9/14/88	18:00	-87.8	20.9	925
9/15/88	00:00	-89.5	21.3	944
9/15/88	06:00	-90.7	21.6	949
9/15/88	12:00	-91.7	21.9	950

En la **Figura 5.3** se muestra en forma gráfica la trayectoria del huracán. Cabe mencionar que la trayectoria de un huracán no es lineal, pero para fines ilustrativos se considera una trayectoria lineal.

En la **Figura 5.4** se muestra el área de análisis, con su respectiva batimetría.

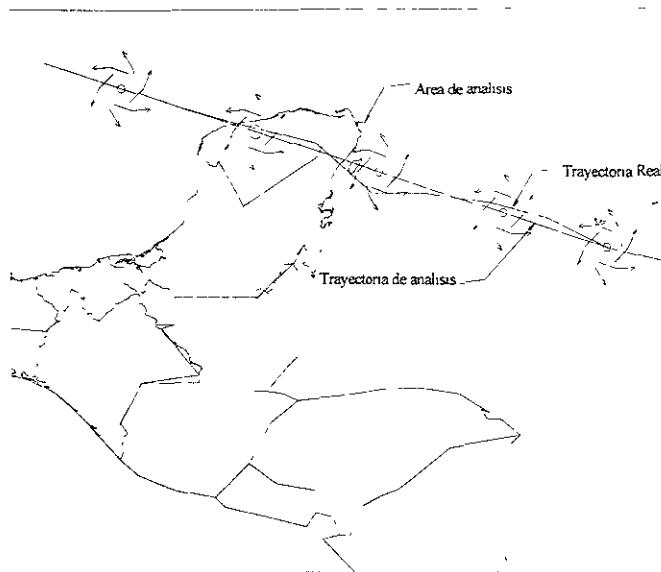


Figura 5.3 Trayectoria del Huracán Gilberto

La **Figura 5.5** representa el campo de vientos de todo el huracán. Como se puede observar en esta, las curvas de igual velocidad de viento no forman círculos concéntricos. Esto se debe a que existe una deformación generada por el desplazamiento del huracán, cuya deformación tiende extenderse con dirección al norte. Esto es debido a que los huracanes en el hemisferio norte giran en sentido contrario a las manecillas del reloj, caso contrario sería para el hemisferio sur

En la **Figura 5.6** se muestra la caída de presiones en el ojo del huracán con respecto a la presión atmosférica, como se observa el gradiente de presiones es muy pronunciado en la vecindad del ojo de éste. Se observa también que debido a la gran intensidad del huracán se tiene un ojo muy cerrado. El caso contrario ocurre cuando se presenta un huracán de menor velocidad de vientos, donde se tiende a ampliar el diámetro del centro. Una característica

muy importante es que la superficie del nivel medio del mar que se encuentra por abajo del ojo del huracán, presentará una sobreelevación igual, a la diferencia de presiones entre el centro del huracán y la presión atmosférica. Para el caso del caso del Huracán Gilberto fue de 1.30 m. con una caída de presión de 888 mb.

Las Figuras 5.7-5.16 muestran el comportamiento de la masa de agua antes del arribo del huracán y después de que éste ha cruzado la línea de costa. Los resultados que se muestran en cada figura son la sobreelevación del nivel medio del mar, el campo de presiones y la dirección e intensidad del viento.

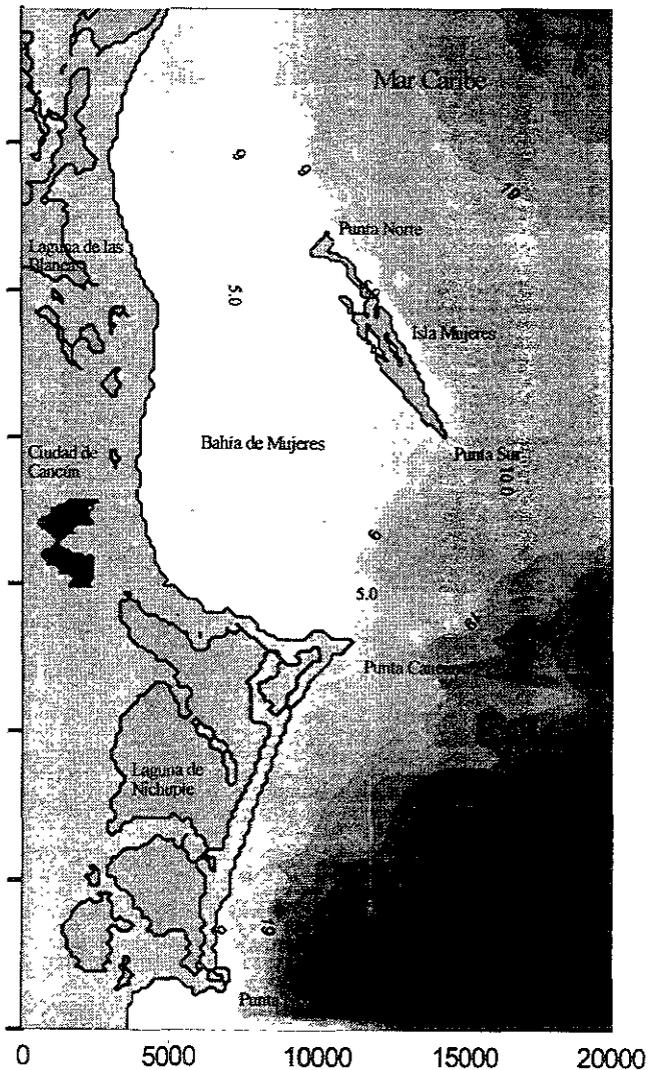


Figura 5.4 Batimetría Cancún, Quintana Roo.

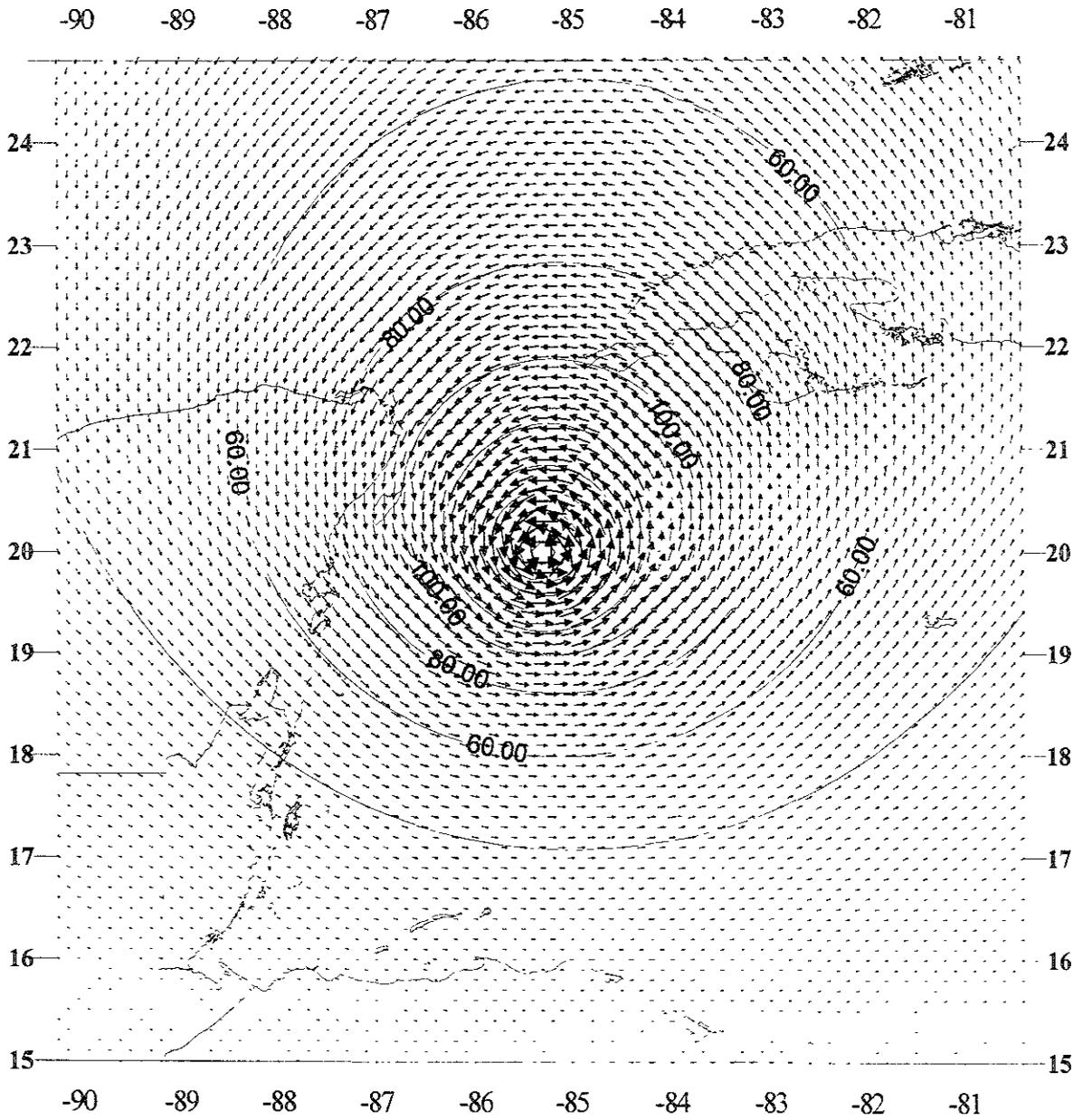


Figura 5.5 Campo de vientos del huracán Gilberto

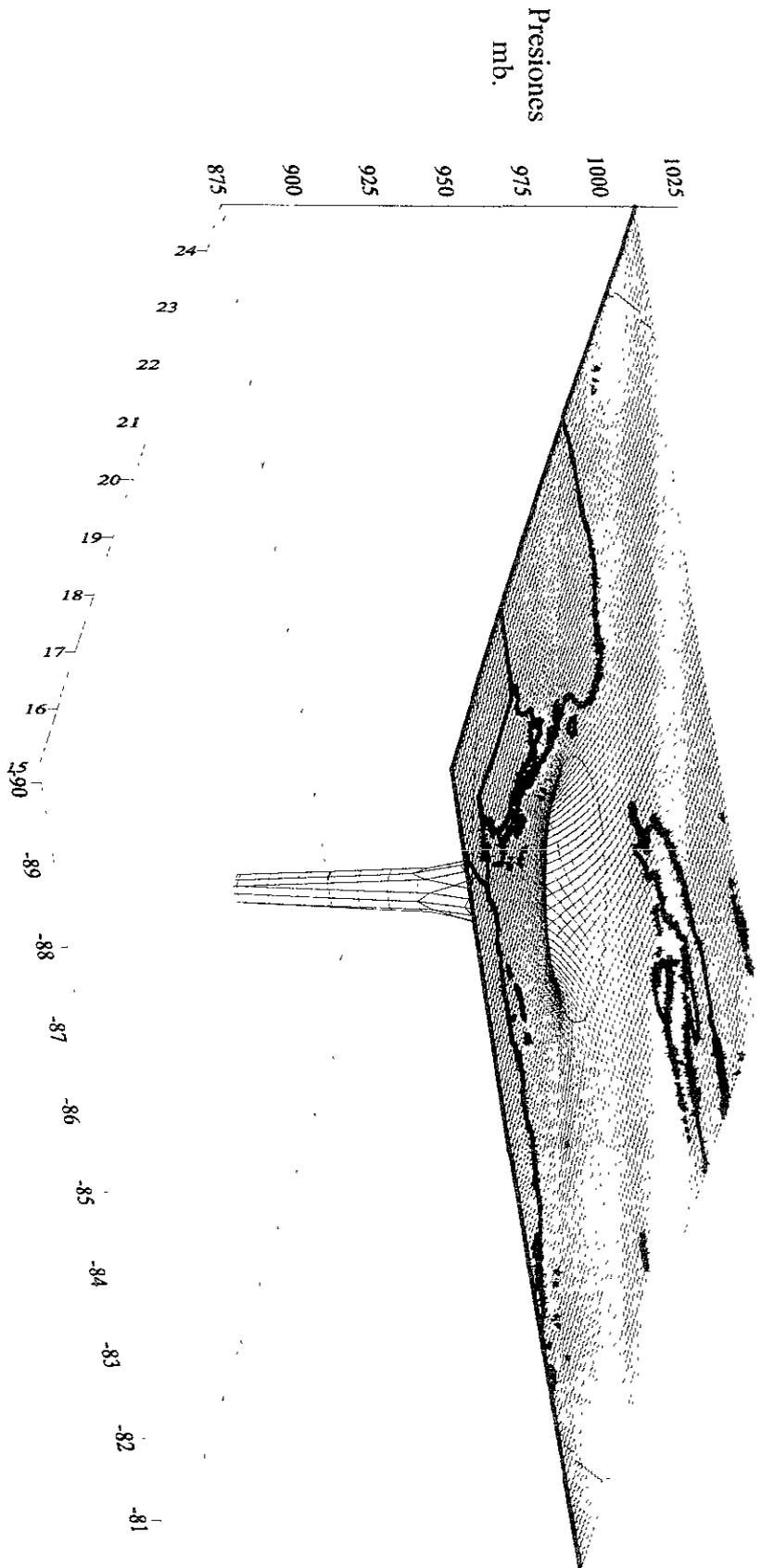


Figura 5.6 Campo de presiones del huracán Gilberto

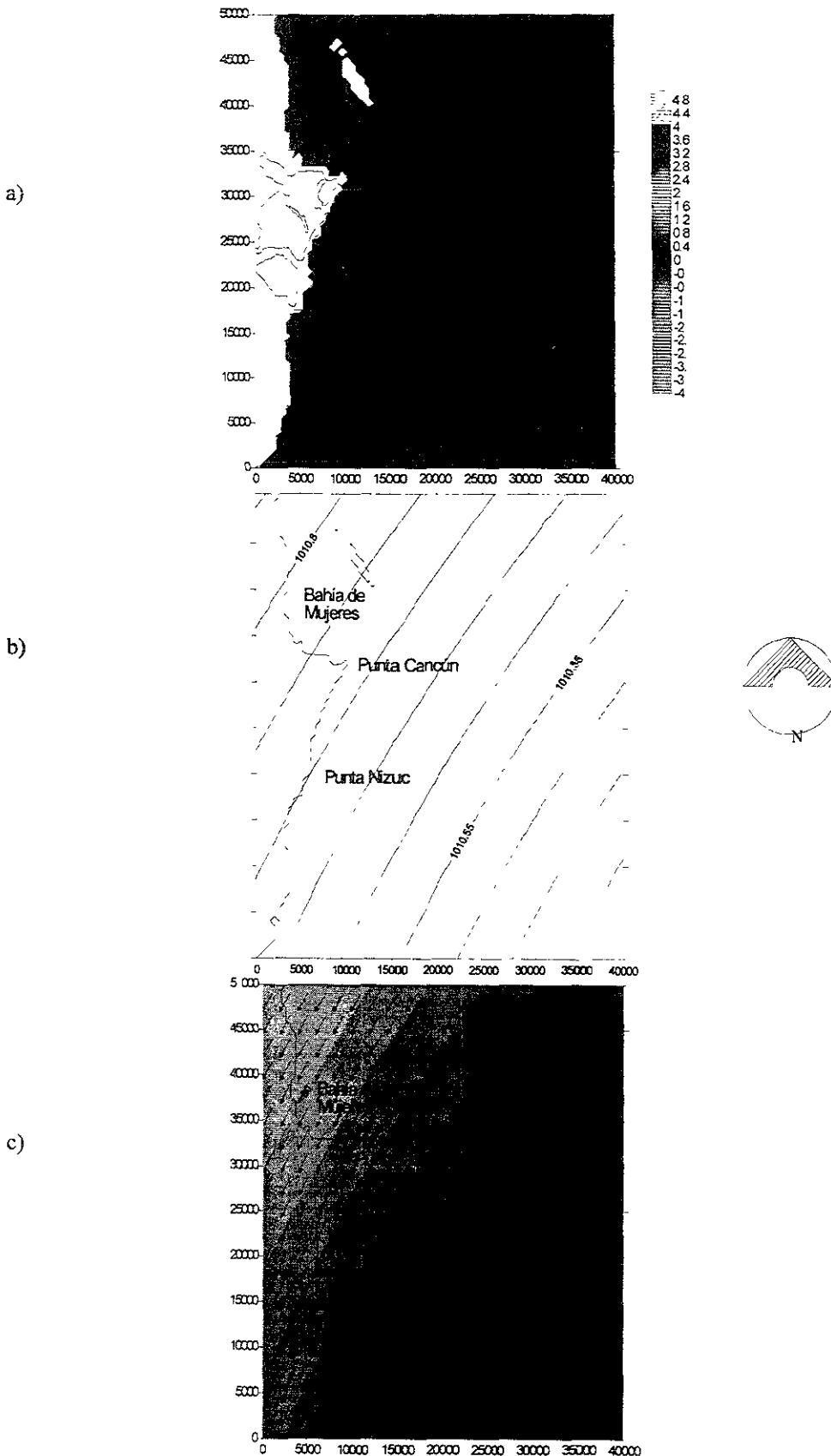


Figura 5.7 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y direcciones de éste, después de 3 horas de modelado.

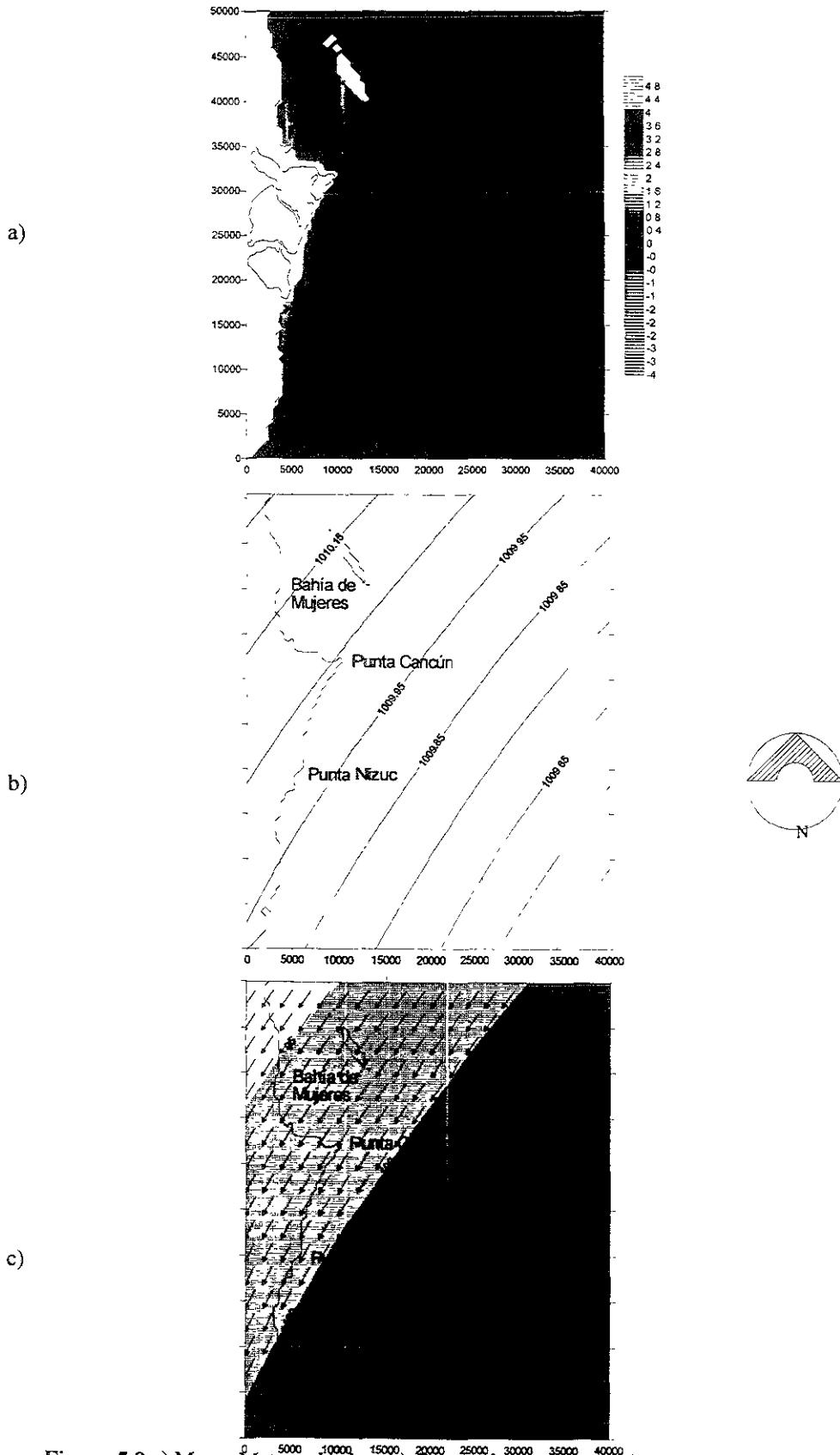


Figura 5.8 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y direcciones de éstos, después de 6 horas de modelado.

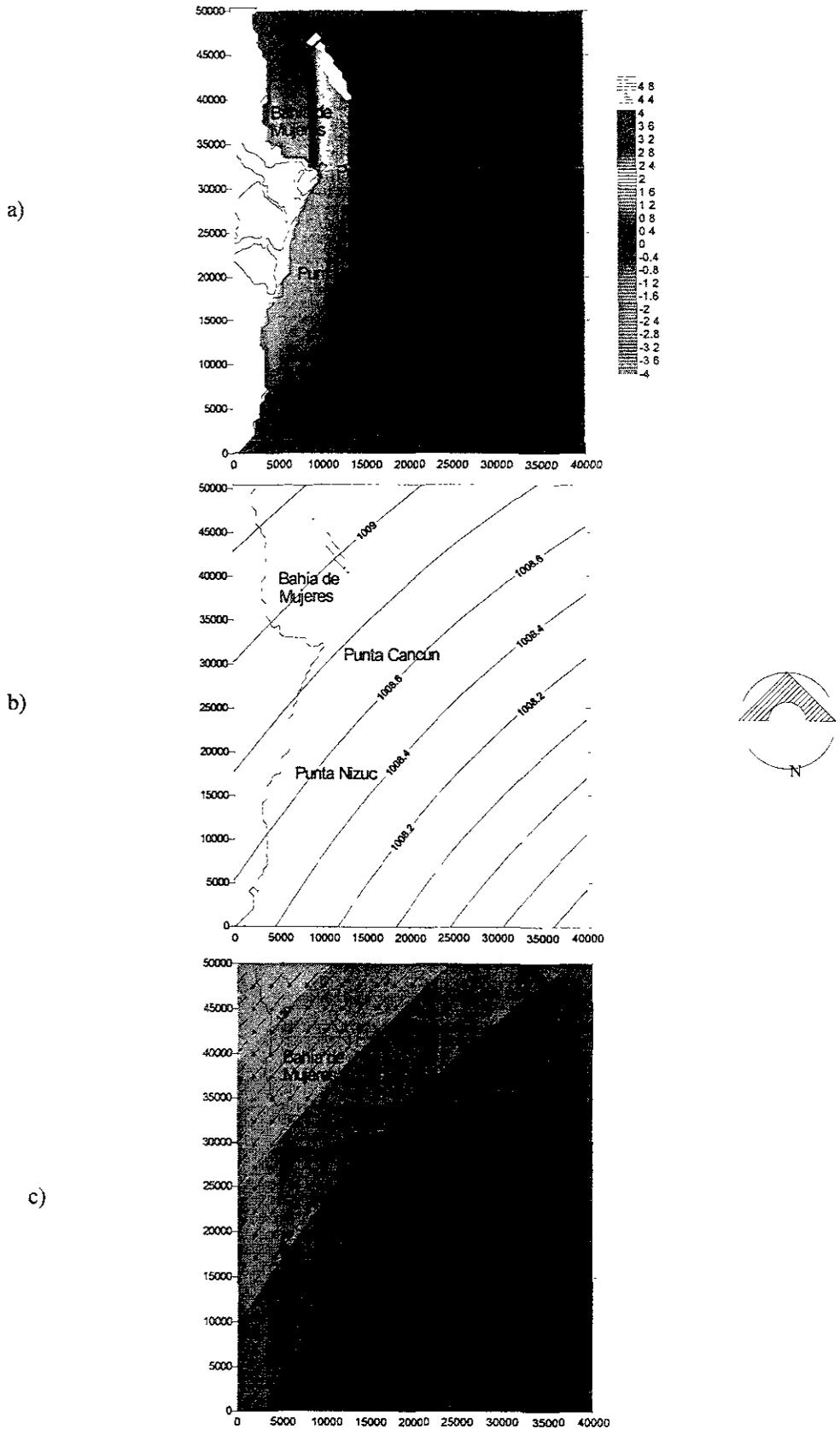


Figura 5.9 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 9 horas de modelado.

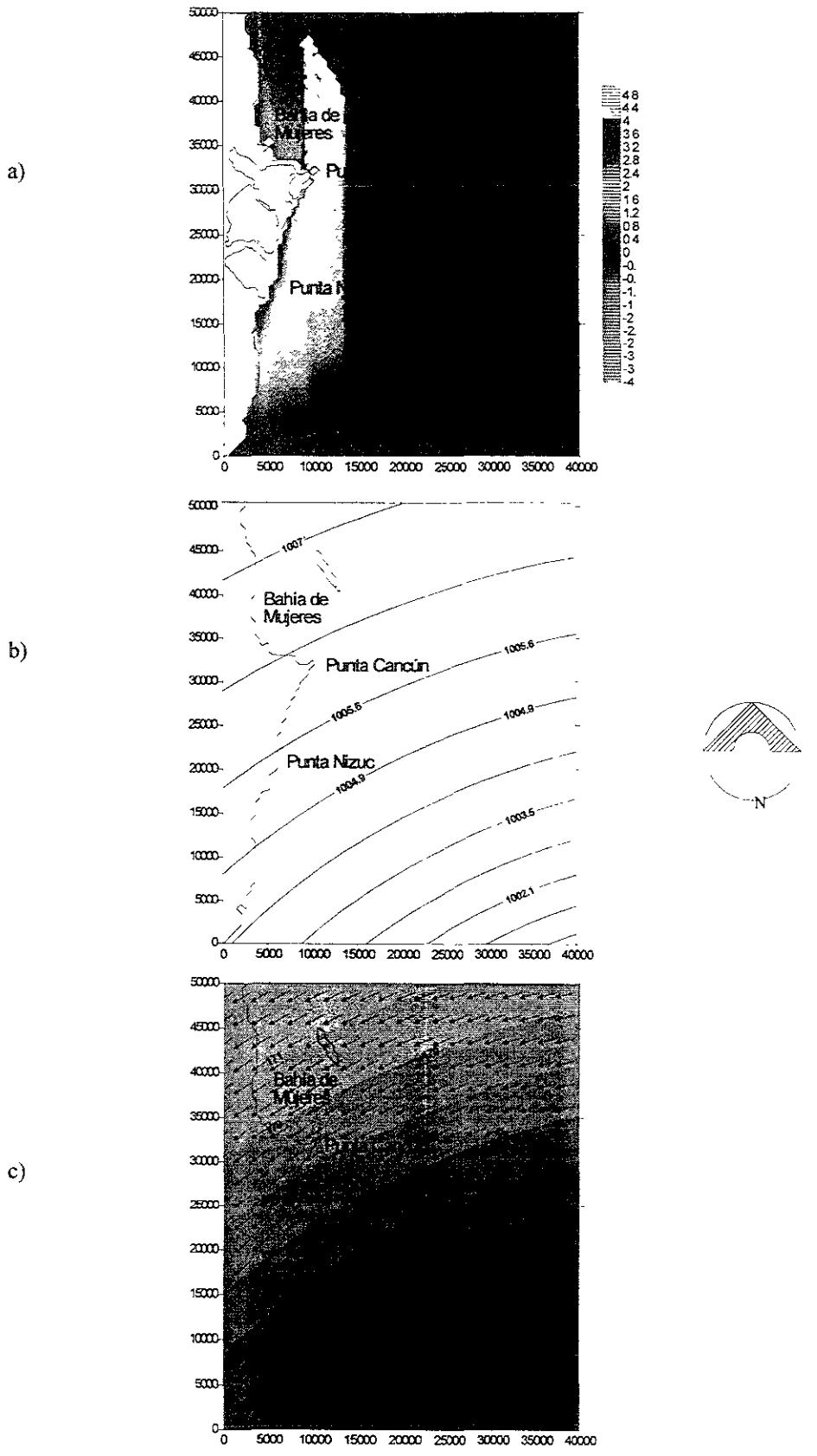


Figura 5.10 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 12 horas de modelado.

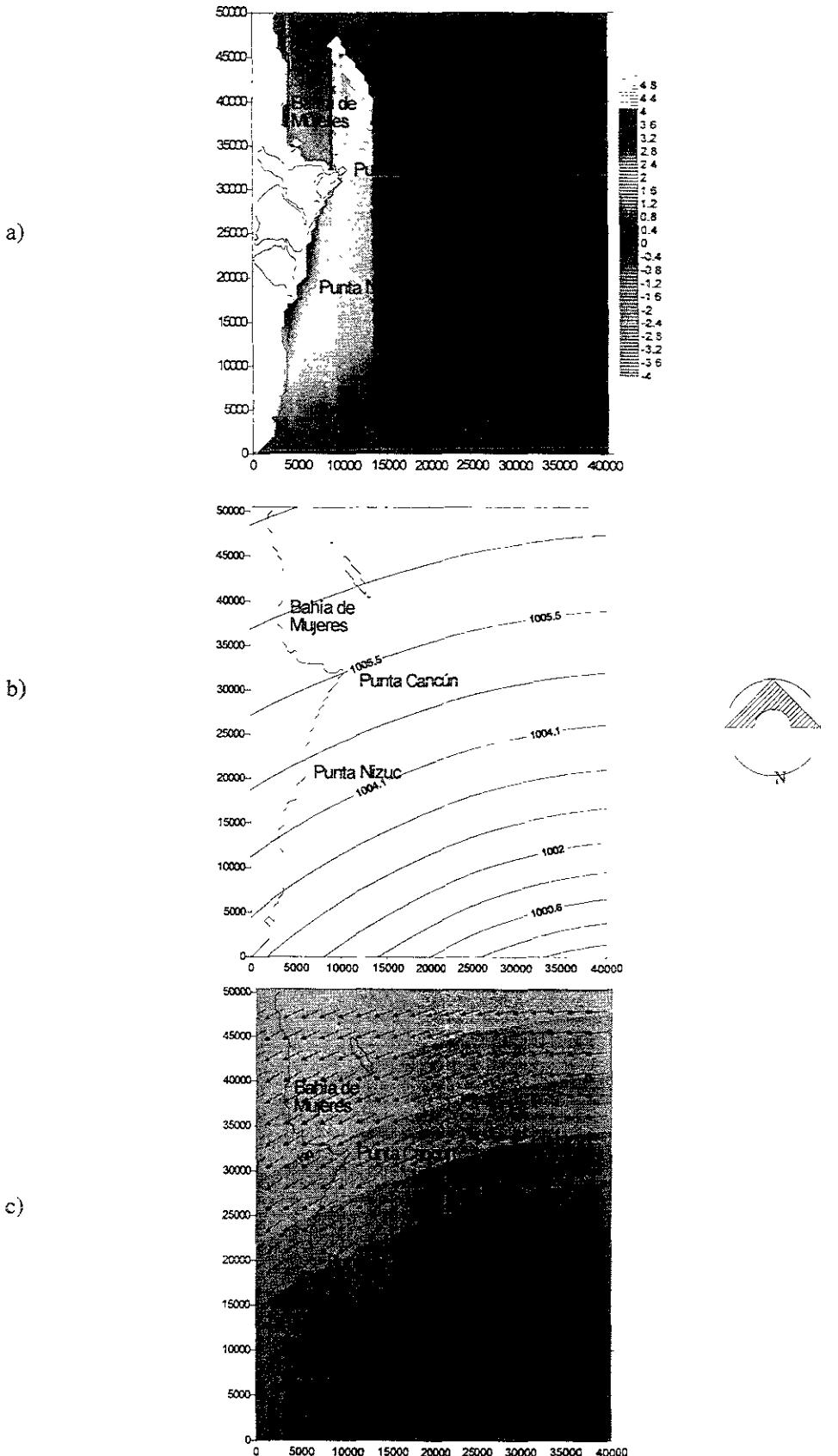


Figura 5.11 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 12:45 horas de modelado.

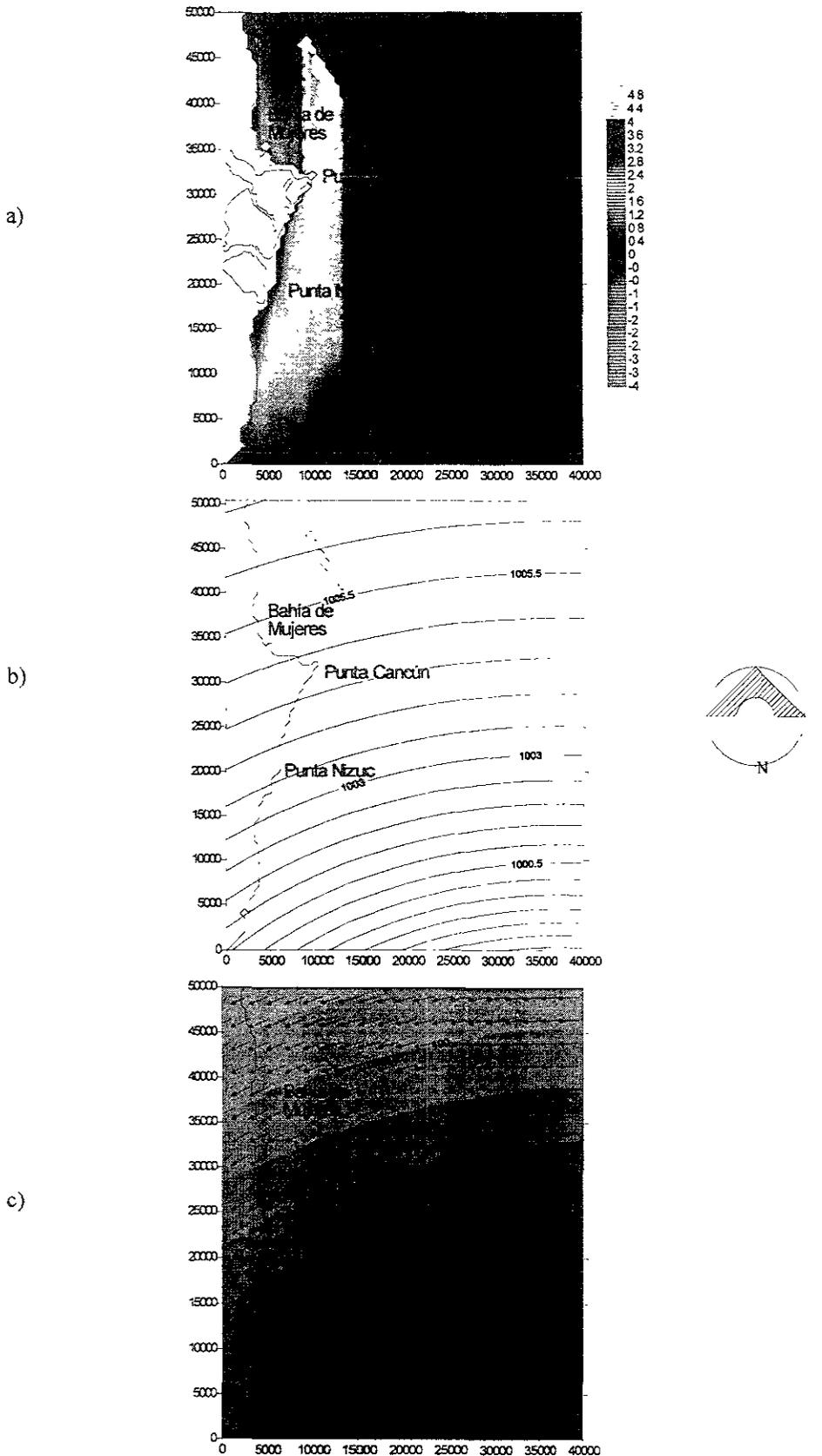


Figura 5.12 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 13 horas de modelado

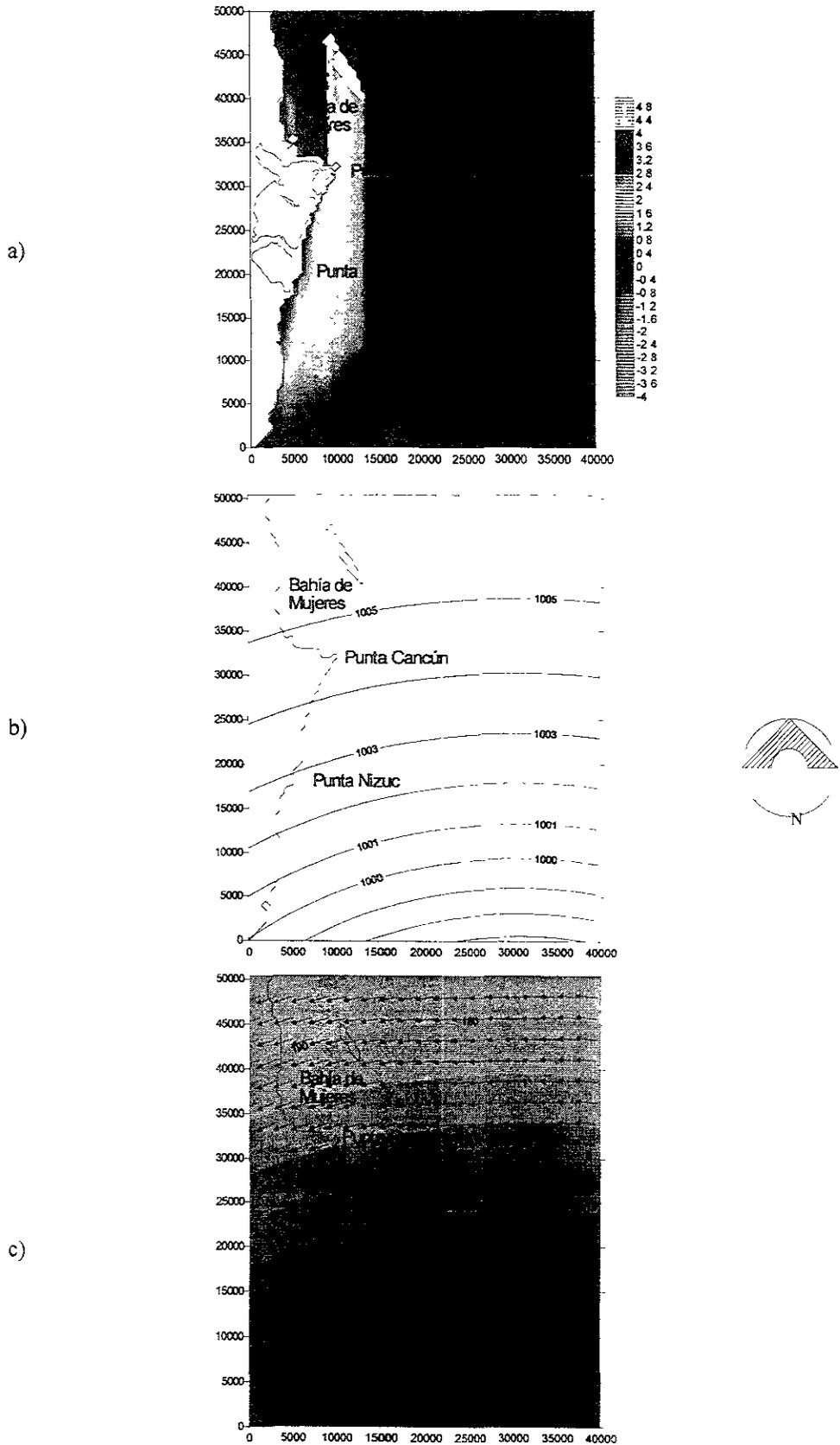


Figura 5.13 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 13:30 horas de modelado.

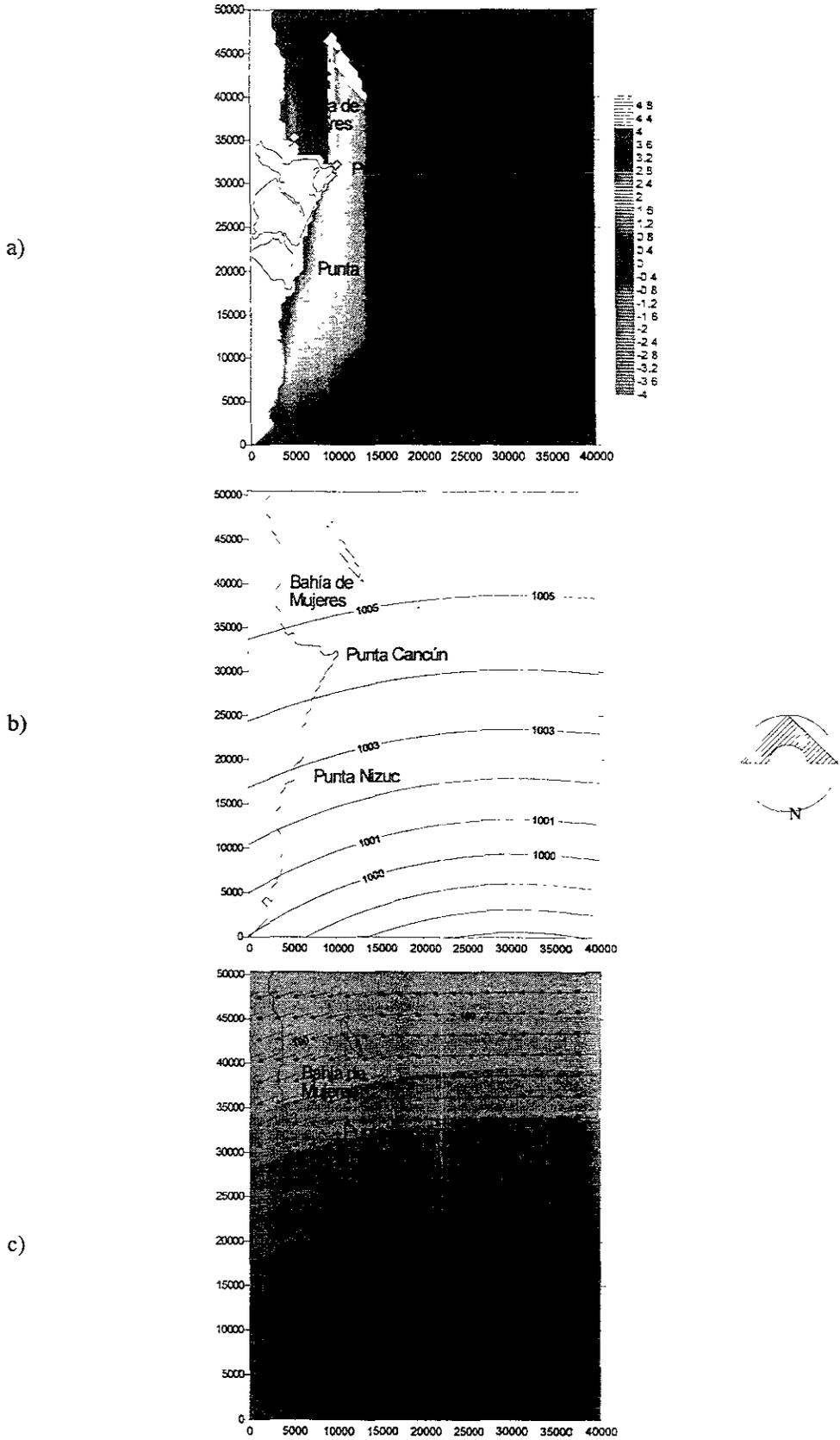


Figura 5.13 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 13:30 horas de modelado.

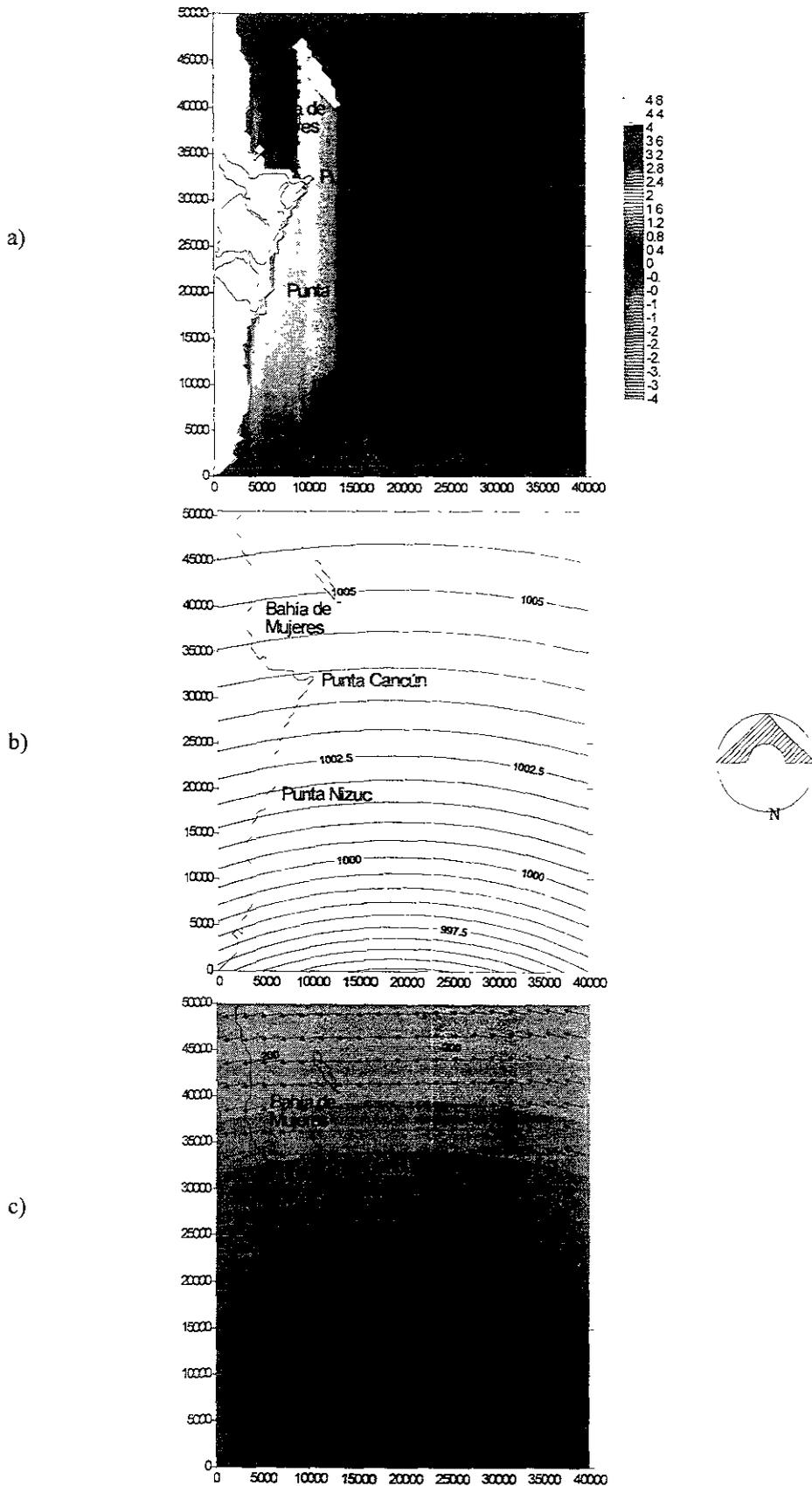


Figura 5.14 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 14 horas de modelado.

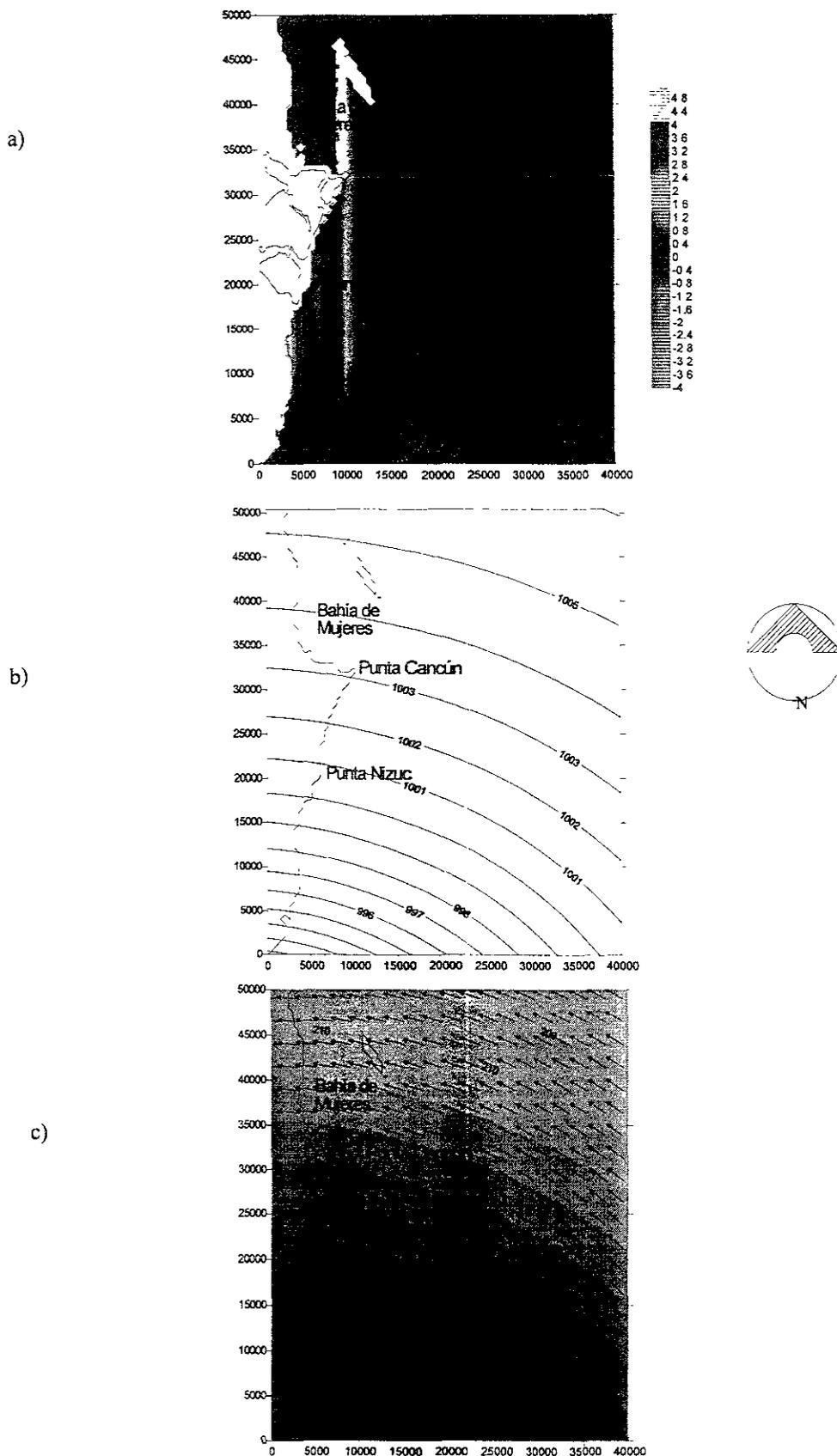


Figura 5.15 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 15 horas de modelado.

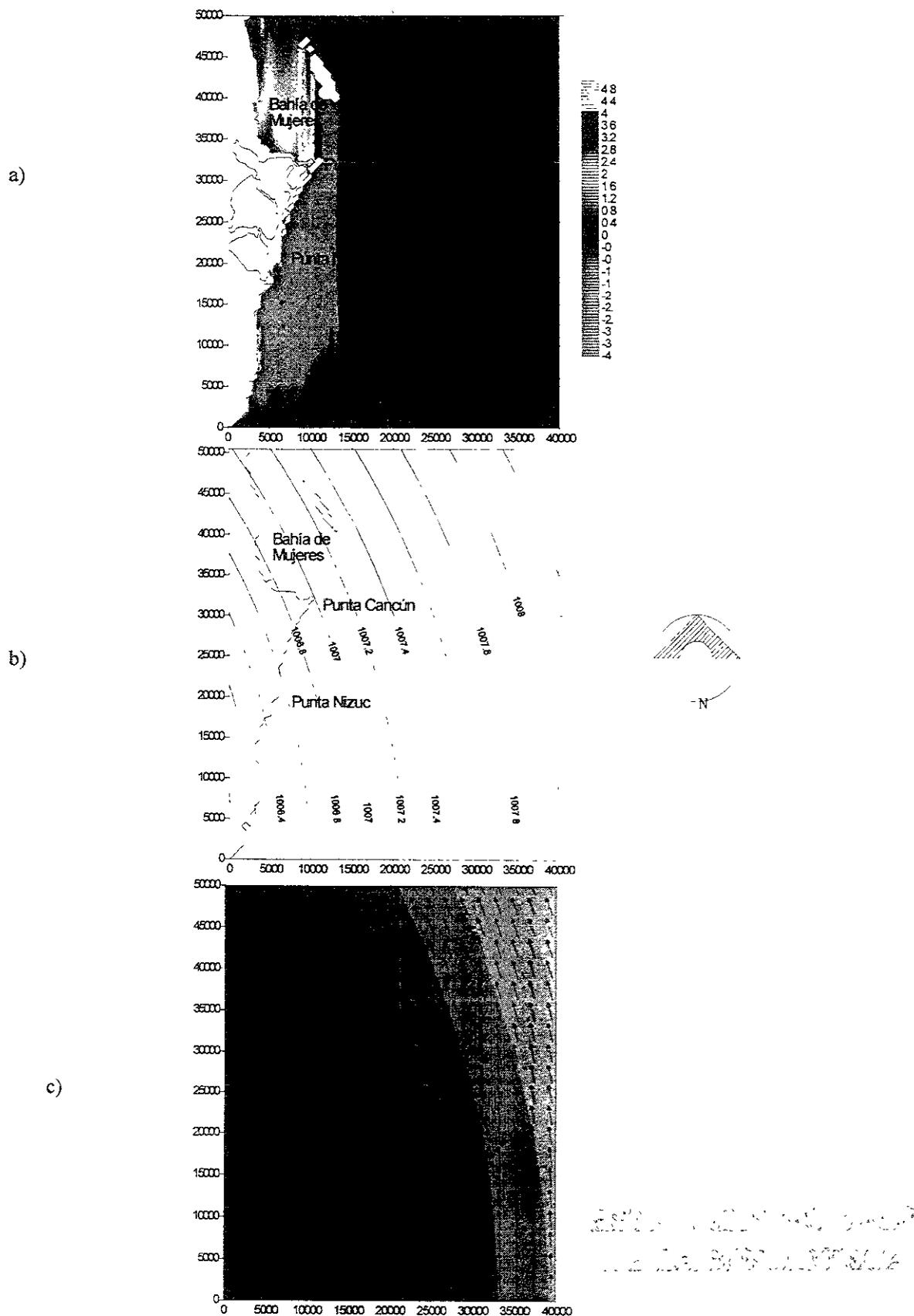


Figura 5.16 a) Marea Meteorológica, b) Campo de presiones y c) Campo de vientos y dirección de éstos, después de 19 horas de modelado.

La **Figura 5.17** muestra a la variación del nivel medio del mar en la zona comprendida entre punta Cancún y Punta Nizuc, para todo el tiempo de modelado.

VARIACION DE LA SUPERFICIE LIBRE DEL AGUA DEL NMM

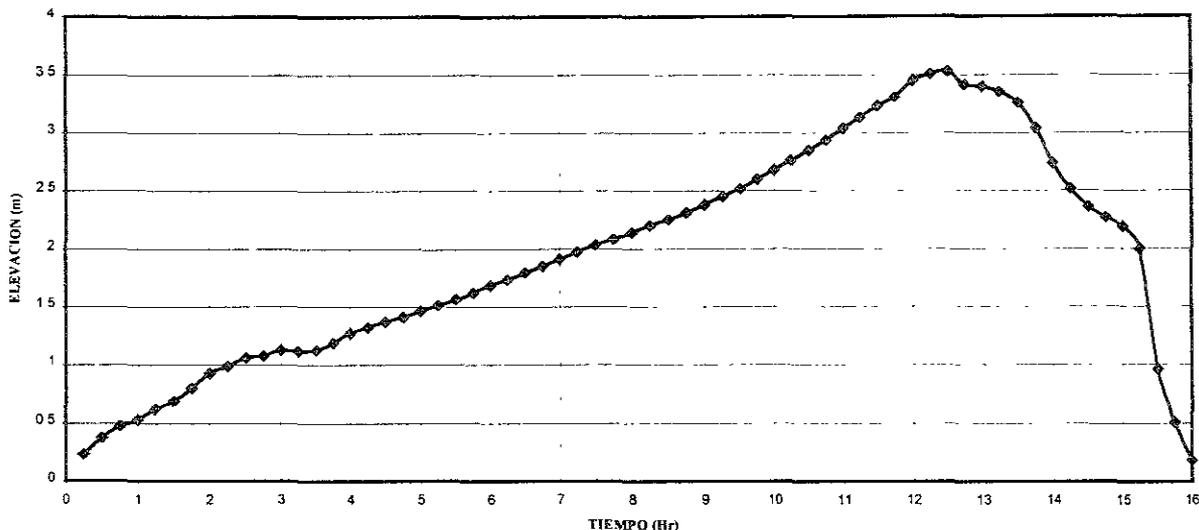


Figura 5.17 Variación del nivel medio del mar en todo el tiempo de modelado.

Es muy importante poder conocer cómo varía una masa de agua en presencia de condiciones meteorológicas extremas, debido a que se podrían predecir los efectos en toda la línea costera. El modelo propuesto puede ser considerado como una herramienta de cálculo para tal fin.

CONCLUSIONES

- Como se muestra en las Figuras 5.7-5.16, observando el campo de presiones, se puede concluir que por efecto de caída de presión, únicamente se incrementaría el nivel medio del mar, alrededor de 20 cm. Por lo tanto es más importante el efecto del viento que el de caída de presión (un caso especial sería el ojo del huracán, en esta región es más importante la caída de presión que el viento, por solo caída de presión se generaría una elevación del nivel del agua de alrededor de 1.30 m).
- El máximo nivel alcanzado se presenta 1:15 h (12:45 h de modelado, **Figura 5.11**) antes del arribo del ojo del huracán a tierra.
- Cuando la distancia entre el ojo del huracán y el área de análisis es la mas corta, inicia el descenso del nivel del agua en el área comprendida entre punta Nizuc y punta Cancún, pero inicia un incremento del nivel del agua en bahía de mujeres. **Figura 5.14-5.16**
- El transporte de la masa de agua hacia Bahía de Mujeres es debido al cambio de dirección del viento del huracán **Figura 5.16**.
- Las velocidades de viento arrojadas por el modelo oscilan entre los 320 y 350 km/h, según el servicio meteorológico se generaron rachas entre 300 y 320 km/h, lo cual confirma los resultados arrojados por el modelo.
- La distancia máxima alcanzada por la inundación a partir de la línea de costa. es de alrededor de 400 m. **Figura 5.11**
- La inundación depende de la topografía, ya que la marea no rebasa áreas de tierra que tengan mayor o igual altura que ésta.
- No hay independencia de malla con respecto a los coeficientes de viscosidad de remolino y la rugosidad de fondo, para el caso en se utilicen anchos de malla mucho mas grande que la profundidad (alrededor de 500 m), la rugosidad de fondo es mas importante que la viscosidad

FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

- Una de los posibles estudios a desarrollar en el futuro, es mejorar algunos análisis ya realizados para la determinación de la posible trayectoria de un huracán (Levi Enzo 1979), para encontrar en forma más precisa las características de la marea meteorológica
- Actualmente con la ayuda de las computadoras sería posible realizar la integración de las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad en tres dimensiones, considerando variación espacial del coeficiente de fricción de fondo.
- Este modelo considera anchos de celda constantes para toda el área de análisis, por lo que sería importante el que se pudiera desarrollar un modelo numérico capaz de realizar un análisis de marea meteorológica en zonas de áreas reducidas (mallas anidadas), para conocer los efectos de la misma en forma más precisa.
- Una de las limitaciones de este modelo es que no considera oleaje, por lo que sería importante realizar una estimación del efecto que se genera por la sobreelevación del nivel de agua en presencia de huracanes mas el oleaje.

REFERENCIAS

- Aslak Tveito Ragnar, (1998) "Introduction to Partial Differential Equations, A Computational Approach". Ed Springer, pg 159-170
- Bretschneider, C. (1990) "Tropical cyclones". Gulf Publishing. Handbook on Ocean Engineering, Chapter 6.
- Confederación Hidrográfica del Norte, Oviedo España (1995) "Metodología de Estudio de los Saneamientos Litorales".
- Dronkers, J.J., (1964) "Tidal computations in rivers and coastal waters". North Holland, Amsterdam.
- Elder, J.W. (1959) "The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow. Journal of fluid Mechanics, pg. 544-560.
- Espinal González Juan Carlos, (1999) "Metodología para el diseño integral de sistemas de saneamiento litoral"
Tesis Licenciatura, UNAM
- Falconer, R.A. and Owens, (1976) "Mathematical modeling of jet-forced circulation in reservoirs and harbours". Phd thesis University of London.
- F. Wendt John, (1995) "An Introduction Computational Fluid Dynamics". Segunda edición. Ed Springer, pg 23-27
- Handbook of coastal and ocean engineering, (1992). Ed. Herbich. Vol 3
- J. Corin Alexandre, E. Marsden Jerrold, (1980) "A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics". Tercera edición, Ed. Springer, pg. 31-47.
- Le Méhauté (1976) "An Introduction to Hydrodynamics and water waves" Ed. Springer-Verlag New York Heidelberg Berlin 1976
- Levi Enzo (1979) "Turbulent Processes in Natural Streams" Instituto de Ingeniería UNAM
- William L. Donn., "Meteorology", Tercera edición McGraw Hill, pg. 164-190, 207-230, 266-319, 395-440.
- M.B. Abbott, (1993). Coastal, Estuarial and Harbour Engineer's reference book
- R. Silva, G. Díaz, A. Contreras, G. Bautista & C. Sánchez, (2000) "Determination of oceanographic risk from hurricanes on the Mexican coast", 6th International Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting, pg. 137-160.

REFERENCIAS

Silva Casarín Rodolfo (1997) “Desarrollo de un modelo numérico para la predicción de oleaje en tiempo real” Instituto de Ingeniería UNAM.

Silva Casarín Rodolfo (1996) “Desarrollo de un modelo de cálculo de los parámetros de oleaje en función de datos de viento” Instituto de Ingeniería UNAM.

Uribe Romero Roberto, (2000) “Caracterización del clima marítimo mexicano”
Tesis Licenciatura, UNAM