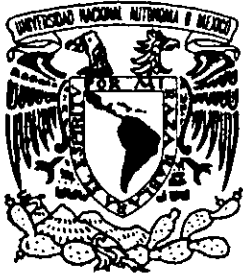


01161



---

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

***MODELO PARA EL ANÁLISIS NO LINEAL  
DE MARCOS DE CONCRETO REFORZADO  
CON MUROS DE RELLENO DE  
MAMPOSTERÍA.***

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
( Estructuras )

Presenta:

*Ing. Carlos Bladimir Araujo García*

Dirigida por:

*Dr. Gustavo Ayala Milián*

Ciudad Universitaria

noviembre del 2000

285804



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A *Dios*,  
por darme la fortaleza para salir  
adelante en los momentos difíciles.

A mis Padres, *Eloisa y Ernesto*,  
por brindarme la posibilidad de adquirir lo más  
valioso que se le puede dar a un hijo, educación.

A mis hermanos, *Edna, Ernesto y Nitzia*,  
porque en todo momento estuvieron dándome  
el apoyo y ánimo necesarios para seguir adelante.

A mis sobrinos, *Maria Fernanda, Hector Ernesto,*  
*Ivonne, Edna, Jesus Ernesto, Edgar Rolando y Sandra Eloisa*,  
como una muestra del buen ejemplo que deseo ser para ellos.

---

## *Agradecimientos*

Al Dr. *Gustavo Ayala*, por todo el apoyo y las facilidades que me brindó durante la dirección de esta tesis, por su gran disposición para compartir sus conocimientos profesionales y de la vida, y por todo el tiempo que me dedicó, mostrando siempre gran interés por mi trabajo.

A la Dirección General de Intercambio Académico de la UNAM y de la UABC, así como al Instituto Mexicano del Petróleo, por el apoyo económico que me brindaron para la realización de mis estudios de maestría y para la elaboración de este trabajo.

A la familia *Carrillo Carrillo*, muy en especial a *Carlota, Felipa y Eva*, que durante mi estancia en esta ciudad, me abrieron las puertas de su casa y me trataron siempre como un miembro de la familia.

A mi cuñada *Ivonne*, por su apoyo, y la paciencia que siempre tuvo para escucharme y darme ánimo.

Al Dr. *Roberto Meli Piralla*, al Dr. *Oscar López Bátiz*, al Dr. *Arturo Tena Cohunga*, y al Dr. *Sergio Alcocer Martínez*, por el tiempo que dedicaron a la lectura de esta tesis, así como por los valiosos comentarios aportados.

# ÍNDICE

## 1.- Introducción

## 2.- Comportamiento de marcos con muros de relleno ante cargas laterales

### 2.1 Mecanismos de falla

### 2.2 Rigidez y resistencia

#### 2.2.1 Cálculo de la rigidez

#### 2.2.2 Cálculo de la resistencia

## 3.- Descripción de modelos

### 3.1 Modelo experimental

### 3.2 Modelo numérico

## 4.- Presentación y análisis de resultados del modelo numérico

### 4.1 Calibración del modelo de elementos finitos

### 4.2 Modelado de murete en compresión diagonal

### 4.3 Efectos de la carga axial

#### 4.3.1 Análisis adicionales

#### 4.3.2 Rigidez y resistencia

#### 4.3.3 Distribución de esfuerzos en la interfaz y de elementos mecánicos

## 5.- Modelo simplificado propuesto

### 5.1 Modelo propuesto

### 5.2 Modelo simplificado con carga axial

## 6.- Resumen y Conclusiones

## Referencias

## Apéndices

## Introducción

La mampostería es uno de los materiales más utilizados en la historia de la construcción, ha sido usado para construir monumentos históricos, edificios residenciales y públicos durante mucho tiempo. Un gran número de edificios antiguos se mantienen en pie gracias a que las estructuras de mampostería, cuando han sido adecuadamente diseñadas y construidas, han resistido de manera eficiente las acciones a que han sido sometidas. En muchas ocasiones la mampostería es utilizada para dividir espacios en estructuras de marcos de concreto reforzado o acero, colocándola entre las columnas y vigas de la estructura principal.

Aunque se sabe que la mampostería no es un material adecuado para resistir momentos flexionantes, se ha observado que cuando se confina con marcos de concreto o acero, puede alcanzar una adecuada resistencia a fuerzas cortantes y a flexión. En la práctica del diseño sísmico de estructuras con muros de relleno de mampostería, es muy común que la contribución de éstos sea despreciada en el análisis pensando que son una reserva de resistencia. Ya que la contribución de los muros puede no ser favorable en la respuesta de ciertas estructuras, es muy importante que se consideren de manera correcta en los análisis.

Es costumbre, para el análisis de estructuras con base en marcos de concreto reforzados con muros de relleno de mampostería y sometidas a cargas laterales, usar métodos que proponen de manera simplificada para modelar los muros utilizar elementos diagonales con propiedades equivalentes. Estos métodos permiten obtener una estimación adecuada de la rigidez. Sin embargo, dichos modelos no consideran el efecto del muro en la distribución de los elementos mecánicos a lo largo de las columnas y trabe que confinan al muro, que contienen concentraciones de cortante importantes en las zonas de contacto entre muro y marco; los esfuerzos que se generan en las zonas de contacto pueden producir una falla frágil en las columnas si no se consideran en el diseño de las mismas; además, estos

modelos no consideran el comportamiento no lineal de los muros, lo que puede ser muy importante en la aplicación de las nuevas tendencias de diseño por desempeño.

En el pasado reciente se han realizado trabajos en los que se propone para fines de análisis el uso de tres diagonales equivalentes al muro de relleno (Orduña, 1999). Sin embargo, en ese caso en particular la propuesta se hizo con base en resultados de análisis de muros de mampostería confinados. Desde entonces surgió el interés de investigar si el comportamiento calculado era el mismo para el caso de marcos de concreto reforzado con muros de relleno de mampostería. En este trabajo se propone un modelo simplificado en el que sólo se utilizan elementos no lineales para modelar el marco y el muro, a diferencia del trabajo previo donde el marco era modelado con elementos finitos, y el muro era sustituido por las tres diagonales. Como resulta evidente, el uso de elementos finitos en este tipo de análisis no permite su fácil aplicación en la práctica. Sin embargo, este tipo de modelos permitieron entender mejor el comportamiento de estas estructuras.

En este trabajo se presenta, además de la comparación de los resultados obtenidos con elementos finitos y el modelo simplificado propuesto, los resultados que se obtienen utilizando un modelo con una diagonal equivalente propuesto por Bazán (1980); esto con la finalidad de mostrar que existe una variación en los elementos mecánicos que se presentan en el marco y que no son constantes como ocurre con dicho modelo, aunque los resultados puedan ser un promedio aproximado; esto, a juicio del autor, es muy importante para que los ingenieros de la práctica tomen las medidas que consideren necesarias al diseñar este tipo de estructuras.

En el capítulo dos se describe de una manera general el comportamiento de marcos de concreto reforzado con muros de relleno de mampostería ante cargas laterales, haciendo énfasis en los mecanismos de falla. Se muestran y discuten algunas expresiones para el cálculo de la rigidez y resistencia de este tipo de estructuras. En el capítulo tres se describe el modelo experimental utilizado en este trabajo, así como las consideraciones que se hicieron para elaborar el modelo de elementos finitos que se utilizó para reproducir el comportamiento experimental. En el capítulo cuatro se presentan y analizan los resultados

del modelo numérico y los de una serie de análisis adicionales que se realizaron variando el nivel de carga axial que actúa en el modelo. En el capítulo cinco se desarrolla el modelo simplificado propuesto y se comparan los resultados, con los obtenidos del análisis refinado de elementos finitos y con los que resultaron de utilizar una diagonal con propiedades equivalentes. Finalmente en el capítulo seis se presentan las conclusiones de este estudio y se dan algunas recomendaciones para trabajos futuros.



## Comportamiento de marcos con muros de relleno ante cargas laterales

Las tendencias actuales en la evaluación y diseño sísmico de estructuras con muros de relleno requieren de modelos que permitan una buena estimación de la rigidez de los muros que se encuentran en ellas, particularmente en el intervalo no lineal de comportamiento; ya que esto puede modificar las demandas a las que estarán sometidas y por supuesto su capacidad. Un principio importante en el diseño es incluir a los muros existentes en el análisis para incrementar la rigidez y la resistencia del sistema, ya que se ha comprobado que pueden ayudar al buen comportamiento de las estructuras. El ignorar en el diseño la existencia de muros puede ocasionar la aparición no esperada de articulaciones plásticas en las columnas, fallas por cortante o inducir torsión en la estructura; por lo anterior, es necesario tener un buen conocimiento de la contribución de los muros en cuanto a rigidez y resistencia.

### 2.1 Mecanismos de Falla

De manera general se puede mencionar que el mecanismo de falla de marcos de concreto con muros de relleno de mampostería sujetos a cargas laterales depende de factores tales como: la resistencia y rigidez relativa entre el muro y el marco, la relación de aspecto del muro y el marco, la calidad de los materiales, el contacto entre muro y marco, entre otros. En un estudio realizado por Moghaddam y Dowling (1987), se definen con base en diversos resultados experimentales, como posibles mecanismos de falla, los siguientes:

Separación entre muro y marco.- Para niveles bajos de carga lateral se genera una distorsión en la geometría del marco; donde una zona del muro que comprende una franja en diagonal que va desde la esquina cargada hasta la esquina inferior opuesta, está sujeta a un estado de compresión y la otra a uno de tensión, lo que ocasiona la separación. Esto origina que la diagonal a compresión se deforme durante la aplicación de la carga, hasta el

colapso. Polyakov (1956) reporta un intervalo de valores de distorsión angular a los cuales ocurre esta separación, éste cubre valores de 0.00003 a 0.0007; estos valores disminuyen cuando la relación de aspecto del muro cambia de  $h/l = 1$  (cuadrado) a  $h/l < 1$  (rectangular).

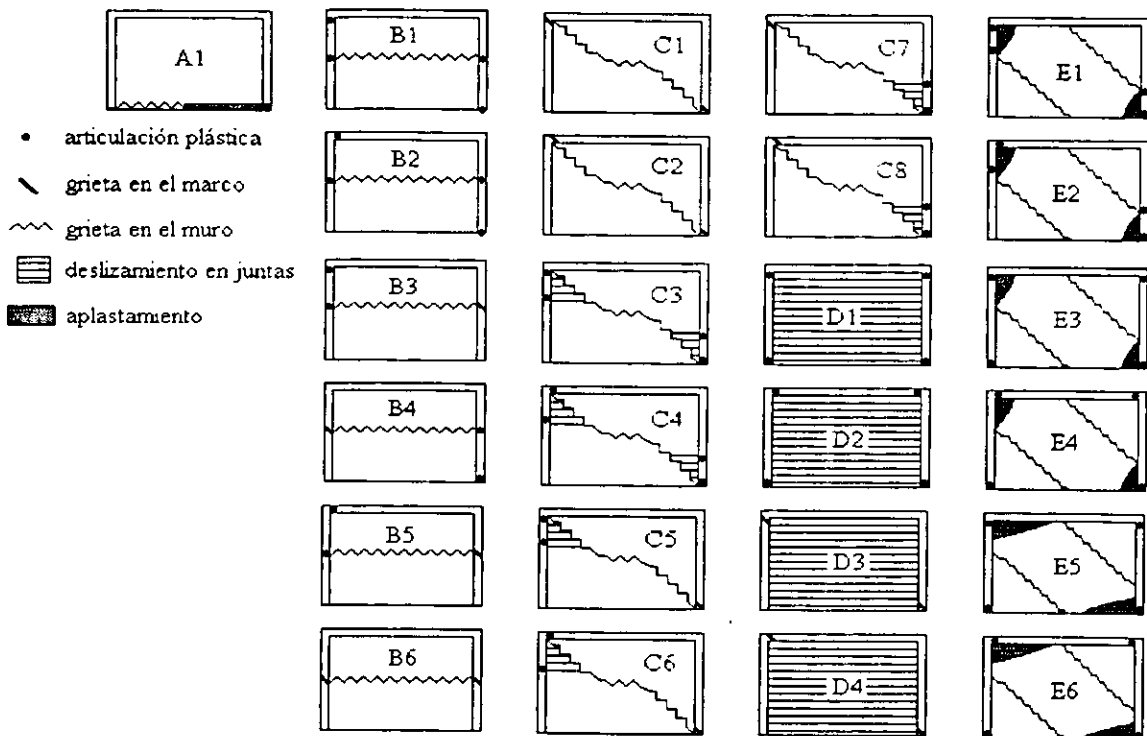
Aplastamiento de esquina.- Este mecanismo depende de manera importante de la rigidez relativa entre muro y marco; esto es, si el marco es relativamente fuerte puede movilizar los esfuerzos de compresión hacia el centro del muro y producir agrietamiento diagonal. Sin embargo, cuando el marco no es muy rígido, éste no puede transmitir los esfuerzos hacia el centro del muro y ocasiona una concentración de esfuerzos en las esquinas, y a menudo su aplastamiento.

Agrietamiento diagonal.- Está relacionado con la resistencia a tensión del muro y con la relación de aspecto  $h/l$ . Este agrietamiento se presenta en la diagonal a compresión a causa de los esfuerzos de tensión que se presentan en la dirección perpendicular a ésta. Se ha observado experimentalmente que después de presentarse este modo de falla puede ocurrir aplastamiento en las esquinas (Kadir, 1974). Polyakov (1956) reporta valores de la distorsión a la carga máxima que produce el agrietamiento diagonal dentro del intervalo de 0.0012 a 0.0079.

Deslizamiento en las juntas horizontales.- Este mecanismo de falla ocurre usualmente para relaciones de aspecto  $h/l$  altas; depende principalmente de las condiciones de adherencia que existan entre las piezas y el mortero que las une, y del esfuerzo normal que actúa en las juntas. Adicionalmente al deslizamiento se puede presentar agrietamiento en las columnas y viga, o inclusive, articulaciones plásticas.

Falla por cortante en la columna en tensión.- La combinación de los esfuerzos de tensión y cortante que actúan en la sección de la columna de concreto adyacente a la esquina en compresión del marco pueden provocar la falla por corte si la columna no está detallada de manera adecuada.

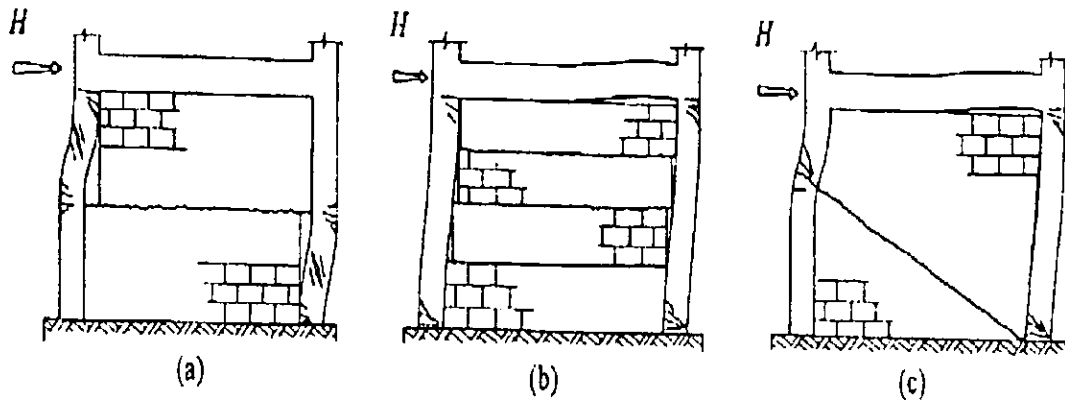
Mehrabi *et al.* (1994) presentan con base en resultados experimentales de diversos autores, una descripción detallada de mecanismos de falla en marcos con muros de relleno. La Fig. 2.1.1 ilustra los mecanismos de falla clasificados en, falla por flexión (A), agrietamiento a media altura (B), agrietamiento diagonal (C), deslizamiento de las juntas horizontales (D) y aplastamiento de esquina (E). Es de interés mencionar que estos mecanismos de falla coinciden de manera general con los descritos por Moghaddam y Dowling (1987).



**Figura 2.1.1. Mecanismos de falla en marcos con muros de relleno ante cargas laterales (Mehrabi et al. 1994)**

Tomazevic (1999) concluye que, con base en observaciones de daño después de sismos e investigaciones experimentales en las últimas décadas, en marcos de concreto con muros de relleno sujetos a cargas laterales; el mecanismo de falla es básicamente de cortante y depende de la rigidez relativa entre muro y marco, la calidad de los materiales, y el contacto entre muro y marco. Sin embargo, se pueden presentar los otros mecanismos. En la Fig. 2.1.2 se ilustran los mecanismos típicos y que se describen a continuación:

Deslizamiento por cortante a media altura y separación del muro en dos partes. Como resultado del deslizamiento de las partes separadas del muro, ocurre falla por cortante en la parte libre de las columnas porque se presenta el efecto de la columna corta, con articulaciones plásticas en la parte superior e inferior de la zona libre de las columnas (Fig. 2.1.2a).



**Figura 2.1.2. Mecanismos de falla típicos en marcos con muros de relleno (Tomazevic, 1999)**

Deslizamiento por cortante en las juntas horizontales y separación del muro en varias partes. Las partes del muro que se separan permiten que las columnas se deformen libremente, resultando en la aparición de articulaciones plásticas en las columnas en la unión entre viga y columna (Fig. 2.1.2b). En el caso de muros cuadrados, el deslizamiento horizontal es frecuentemente acompañado de agrietamiento diagonal, propagándose de la parte central del muro hacia las uniones entre viga y columna. La disipación de energía es resultado de las articulaciones plásticas que se presentan en las columnas y de la fricción que existe entre las partes del muro que se separan.

Agrietamiento diagonal del muro. Este mecanismo se presenta cuando la mampostería es fuerte y el contacto entre el muro y el marco es bueno. La columna a tensión, apoyada en el muro, falla por cortante, mientras que se presentan articulaciones plásticas en la base y la parte superior de la columna a compresión (Fig. 2.1.2c).

Aunque prácticamente todos los tipos de marcos de concreto reforzado con muros de relleno de mampostería considerados por Tomazevic (1999) se pueden clasificar dentro de la categoría de marcos rígidos con muros flexibles, esto no es una garantía de que solo uno de varios posibles mecanismos de falla pueda ocurrir en un caso particular. Existen otros parámetros, como la resistencia de la mampostería, la calidad de la mano de obra, la cantidad y distribución del acero en el marco, y la resistencia y ductilidad del marco, los cuales también influyen en el mecanismo último de falla. Por esto, en el análisis de marcos con muros de relleno se deben considerar varios posibles mecanismos de falla, y para la revisión de la resistencia tomar en cuenta el mecanismo más desfavorable.

## 2.2 Rigidez y Resistencia

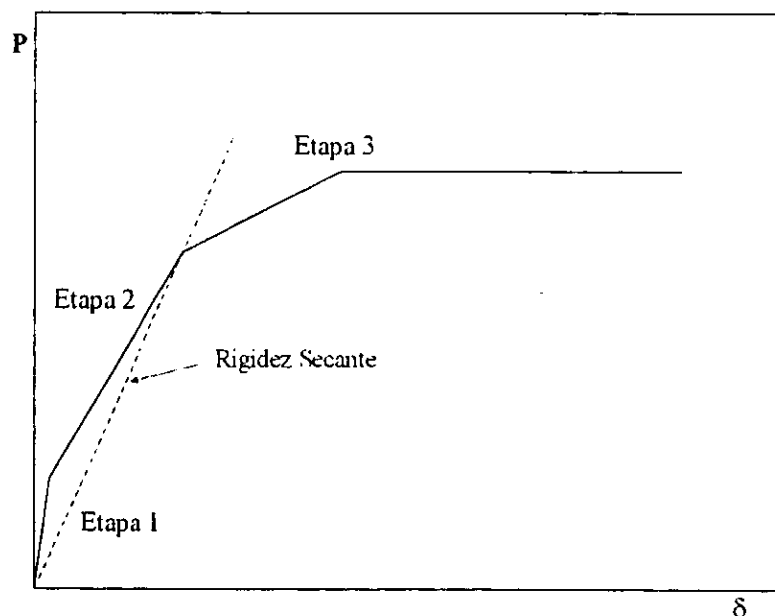
La rigidez lateral de los muros estructurales es un parámetro muy importante, ya que el periodo fundamental de vibración de una estructura depende de la rigidez lateral de la misma, y las fuerzas sísmicas se distribuyen entre los elementos resistentes de acuerdo a su rigidez. La rigidez de los muros depende de las propiedades mecánicas de los materiales que lo constituyen, de la geometría y de las condiciones de apoyo.

La gran contribución de los muros de relleno a la rigidez de los marcos de concreto es reconocida desde hace mucho tiempo; diversos estudios han reportado que los muros contribuyen a aumentar la rigidez desde valores entre cinco y once veces el valor de la rigidez de los marcos sin muro (Bertero y Brokken, 1983), hasta valores de 20 veces esa rigidez (Poliakov, 1956).

Durante la historia de carga de un marco con muros de relleno es común identificar tres etapas en cuanto a valores de rigidez (Fig. 2.2.1):

- 1.- Desde la condición de carga nula, hasta la ocurrencia de la separación entre muro y marco.
- 2.- Desde la separación hasta el agrietamiento diagonal del muro.
- 3.- Desde el agrietamiento diagonal hasta la resistencia máxima.

Normalmente se considera que la rigidez del muro y el marco es la rigidez secante obtenida en la etapa 2, lo cual debe manejarse con cuidado ya que normalmente esta rigidez es mucho menor a la rigidez inicial.



**Figura 2.2.1. Etapas de rigidez en un marco con muros de relleno.**

La rigidez de un marco con muros de relleno depende de varios parámetros; el de mayor influencia en la rigidez inicial es la condición de contacto entre muro y marco, desafortunadamente este parámetro es difícil de cuantificar porque depende de la calidad de la mano de obra, de la rugosidad de la superficie y de los esfuerzos que actúan en ella, entre otros factores. Por esto, es muy importante tenerlos en cuenta cuando se elaboren modelos numéricos.

En cuanto a la resistencia, es posible distinguir también varias etapas, en general se puede asociar un nivel de resistencia para cada etapa de rigidez (Fig. 2.2.1). Estos serían los correspondientes a la separación entre muro y marco, al agrietamiento diagonal y la resistencia máxima. Sin embargo, como la resistencia a la separación es mucho menor que la resistencia al agrietamiento diagonal, no es de interés práctico considerarla. En general, en marcos con muros de relleno, se definen dos niveles de resistencia el correspondiente al

agrietamiento diagonal y a la resistencia máxima. Una definición más precisa de la resistencia se puede tener si ésta se obtiene tomando en cuenta el mecanismo de falla. Así, es posible definir y evaluar un nivel de resistencia para cada mecanismo de falla.

Diversos autores han investigado el efecto de la relación de aspecto sobre la rigidez y resistencia de marcos con muros de relleno. De estudios realizados por Benjamin y Williams (1958) y, Riddington y Stafford-Smith (1977) se concluye que la rigidez es prácticamente independiente de la relación de aspecto para valores de  $h/l < 0.50$  y comienza a depender de manera lineal para valores de  $h/l > 0.50$ . En cuanto a la resistencia los autores comentan que la relación de aspecto tiene una influencia importante en la carga de agrietamiento y en la resistencia última para valores de  $h/l$  en el intervalo de 0.3 a 1.0 y el efecto es menos significativo para valores de  $h/l > 1.0$ . Comentan también que el efecto de la relación de aspecto es más significativo en la carga de agrietamiento que en la resistencia última. Mehrabi *et al.* (1994) reportan que al comparar los resultados obtenidos al ensayar dos modelos con relación de aspecto  $h/l = 0.48$  con otros dos modelos con  $h/l = 0.67$ , el incremento en resistencia lateral debido a la reducción en la relación de aspecto es del orden de 17% para los modelos con paneles débiles y, de 10% para paneles fuertes.

Mehrabi *et al.* (1994) reportan que el aumento del nivel de carga axial en sus modelos resulta en un aumento considerable de la rigidez secante y resistencia. Así, al aumentar el nivel de carga axial 50% de un modelo a otro se obtuvo un incremento en la rigidez del 33% y en la resistencia del 25%. Estos autores comentan también que la distribución de la carga axial tiene una influencia pequeña sobre la resistencia del modelo, ya que, al ensayar dos modelos, uno con carga sólo en las columnas y otro con carga en las columnas y en la viga superior, sólo se obtuvo un incremento de la resistencia del 5%. Resultados experimentales reportados por Meli (1979) muestran que la presencia de carga vertical aumenta la resistencia a cargas laterales, con respecto a un muro idéntico ensayado sin carga vertical, en los resultados se observó que el incremento de resistencia era aproximadamente lineal con el nivel de carga vertical aplicado; además de que la rigidez secante se incrementó notablemente debido a que ésta reduce o impide el agrietamiento por

flexión manteniendo la rigidez de la sección intacta hasta cargas próximas a las de agrietamiento.

La rigidez relativa entre muro y marco  $\lambda$  como la define Stafford-Smith (1966) tiene influencia en los esfuerzos que se presentan en la esquina, por lo tanto el mecanismo de falla de aplastamiento de esquina se ve influido por este parámetro. Esto es, cuando  $\lambda$  aumenta, la carga de aplastamiento de esquina disminuye. La rigidez relativa  $\lambda$ , no se considera como un buen parámetro para medir la rigidez lateral del sistema, ya que esta depende de la rigidez del marco y de la del muro, y más directamente de esta última, mientras que prácticamente no depende de la primera. Otro parámetro que influye en el mecanismo de falla por aplastamiento de esquina es la condición de contacto entre muro y marco, entre mejor adherencia entre muro y marco, mayor será la carga de aplastamiento de esquina.

Mehrabi *et al.* (1994) estudian la influencia de la historia de carga mediante la comparación de las curvas carga-desplazamiento monótonas con las envolventes de pruebas cíclicas, y comentan que los modelos cargados de forma monótona tuvieron resistencias del orden de 10% y 17% mayores que los modelos cargados de forma cíclica. Sin embargo, se hace notar que no existe mucha diferencia entre las curvas para cargas menores a la resistencia máxima, a partir de la cual se observa una mayor degradación en las curvas cíclicas.

### 2.2.1 Cálculo de la rigidez

Algunos investigadores han propuesto expresiones analíticas para obtener la rigidez de marcos con muros de relleno, algunos basándose en resultados experimentales y otros en principios de resistencia de materiales.

Esteva (1966) propone una expresión para calcular la rigidez inicial de marcos con muros de relleno. Basándose en sus resultados experimentales, este autor propone un parámetro adimensional expresado en la Ec. 2.1

$$\rho = \frac{E_1 t_1 L^3}{E_2 I_2} \quad (2.1)$$



donde:  $E_1$ ,  $t_1$  son el módulo de elasticidad y el espesor del muro,  $L$ ,  $E_2$  y  $I_2$  son la distancia entre columnas, el módulo de elasticidad y el momento de inercia de las columnas, las cuales se consideran como de igual área transversal. La rigidez inicial estaría dada por la siguiente expresión:

$$K = E_1 t_1 \left[ \kappa_1 + \frac{\kappa_2}{\rho} \right] \quad (2.2)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son funciones de  $\rho$ . Ya que en el programa experimental la rigidez de los modelos se obtuvo de manera directa, los parámetros  $k_1$  y  $k_2$  se obtuvieron de manera indirecta. En la Ec. 2.2 se asume un valor arbitrario para  $k_2 = 24$ , que es el valor que se toma cuando el marco trabaja de manera independiente, y  $k_1$  se obtiene a partir del valor de la rigidez. Para el intervalo estudiado ( $200 < \rho < 100,000$ ) se considera que la Ec. 2.3 es aproximadamente válida.

$$\kappa_1 = 0.9 \rho^{-0.16} \quad (2.3)$$

En ese estudio se concluye que los resultados obtenidos con esta expresión conducen a valores satisfactorios de rigidez que representan el comportamiento inicial. Estos valores son menores a la rigidez que se obtiene en los modelos experimentales.

Diversos investigadores (Tomazevic, 1999; Bazán, 1980; Fiorato et al. 1970) proponen utilizar una expresión para calcular la rigidez inicial que considera las deformaciones por cortante y por flexión (Ec. 2.4), aunque con algunas consideraciones distintas en cada propuesta.

$$K = \left( \frac{h^3}{3EI} + \frac{h_w}{A_w G_w} \right)^{-1} \quad (2.4)$$

donde:  $h$  es la altura del marco al eje de la viga,  $h_w$  es la altura del muro,  $G_w$  es el módulo de cortante de la mampostería. Así, Tomazevic define  $E$  como el módulo de Young de la

mampostería,  $I$  como la inercia del muro mas la inercia de las columnas con un área transformada con base en la relación de módulos,  $A_w$  es el área del muro mas el área transformada de las columnas. Bazán define  $E$  como el módulo de Young del concreto,  $I$  como la inercia que proviene exclusivamente de la rigidez axial de las columnas,  $A_w$  como el área de la sección transversal sin transformar. Fiorato et al. definen  $E$  como el módulo de Young del concreto,  $I$  como la inercia de la sección transversal compuesta, y  $A_w$  como el área de la sección transversal.

Las Ecs. 2.2 y 2.4 tratan de predecir la rigidez inicial (etapa 1) de marcos con muros de relleno, antes de que ocurra la separación entre muro y marco; por lo tanto, se han propuesto también expresiones para calcular la rigidez después de que ocurre la separación (etapa 2), éstas se basan en la sustitución del muro por una diagonal con un ancho equivalente.

Stafford-Smith y Carter (1969), proponen un parámetro adimensional ( $\lambda h$ ) como una medida de la rigidez relativa entre el muro y el marco, y como un indicador del comportamiento del conjunto. El parámetro  $\lambda$  queda definido con la Ec. 2.5.

$$\lambda = \sqrt{\frac{E_1 t \text{sen}(2\theta)}{4 E I h'}} \quad (2.5)$$

donde  $E_1$ ,  $t$  y  $h'$  son el módulo de Young, el espesor y la altura del muro respectivamente;  $E$  e  $I$  son el módulo de Young y el momento de inercia de las columnas;  $\theta$  es el ángulo entre la diagonal y la horizontal y  $h$  es la altura del marco. Estos autores presentan gráficas para calcular el ancho de la diagonal equivalente en función del parámetro adimensional  $\lambda h$ , de la relación de aspecto, y del nivel de carga actuando en la diagonal, normalizado con respecto a la carga de aplastamiento.

Bazán (1980), propone también un parámetro adimensional para representar la rigidez relativa entre el muro y el marco ( $\lambda$ ), y lo define como:

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{G_m A_m} \quad (2.6)$$

donde  $E_c$  y  $A_c$  son el módulo de Young y el área de la sección transversal de las columnas del marco, y  $G_m$  y  $A_m$  son el módulo de cortante y el área de la sección transversal horizontal del muro respectivamente. A partir de análisis de elementos finitos, Bazán propone una expresión para calcular el ancho de la diagonal equivalente en función del parámetro adimensional de la Ec. 2.6 y de la altura del marco  $h$ .

$$w = (0.35 + 0.022\lambda)h \quad (2.7)$$

Tomazevic (1999), concluye también que el ancho de la diagonal equivalente depende de la rigidez relativa entre muro y marco; y recomienda que para la mayoría de los casos prácticos se tome un valor igual al 25% de la longitud de la diagonal  $l_s$  para el caso de la figura 2.2.2a; y un valor de 13% para el caso de la figura 2.2.2b. Este último valor lo obtiene igualando la rigidez de la parte triangular de mampostería y de la diagonal equivalente que se apoya a  $2/3$  de la altura del muro.

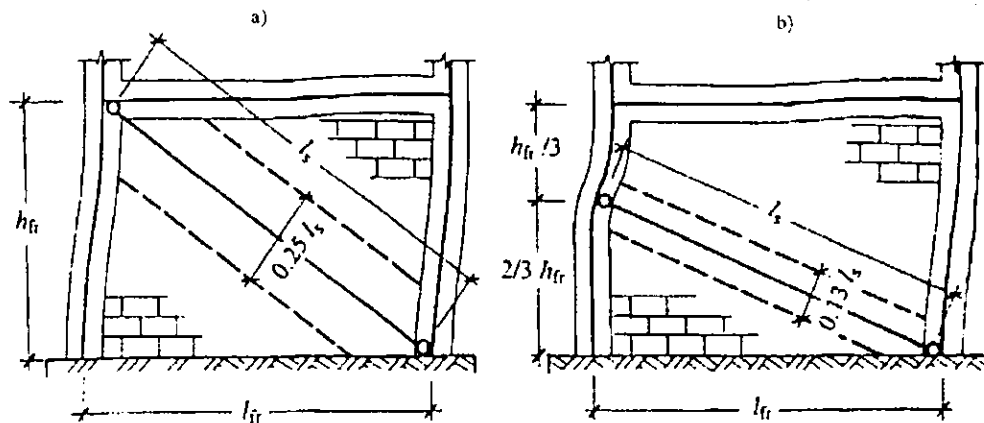


Figura 2.2.2. Obtención del ancho de la diagonal equivalente. (Tomazevic, 1999)

### 2.2.2 Cálculo de la resistencia

La predicción de la resistencia de marcos con muros de relleno depende principalmente del mecanismo de falla considerado, en este sentido varios investigadores han propuesto algunas expresiones para predecir la resistencia de este tipo de estructuras.

Stafford-Smith y Carter (1969) proponen un procedimiento para calcular la resistencia de marcos con muros de relleno con base en el parámetro adimensional  $\lambda h$ , consideran tres mecanismos de falla posibles, falla por cortante en las juntas entre mortero y piezas, agrietamiento diagonal por tensión, y aplastamiento de esquina. Estos autores presentan una serie de gráficas para diferentes relaciones de aspecto, donde a partir de  $\lambda h$ , es posible obtener la resistencia para cada uno de los mecanismos de falla considerados.

Kadir (1974) propone expresiones para calcular la resistencia al agrietamiento diagonal y al aplastamiento de esquina suponiendo una distribución triangular de esfuerzos en una diagonal equivalente de ancho  $w$  (Fig. 2.2.3) con el máximo en el centro de la sección de la diagonal y propone la siguiente expresión para calcular el ancho de la diagonal equivalente:

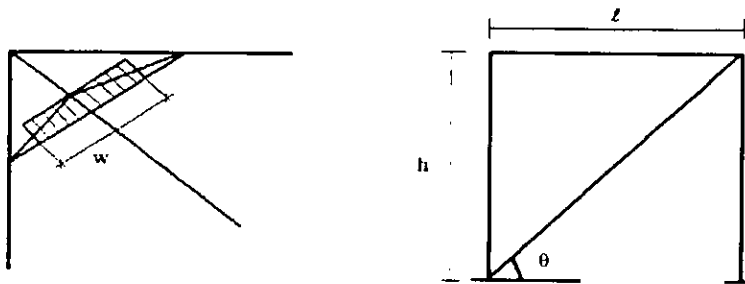


Fig. 2.2.3. Diagonal equivalente propuesta por Kadir (1974).

$$w = \frac{\pi}{2} \left[ \left[ \frac{1}{2\lambda_h} \right]^2 + \left[ \frac{1}{\lambda_l} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

$$\lambda_h = \sqrt[4]{\frac{E_t t \operatorname{sen} 2\theta}{4 E I_h h}} \quad (2.9)$$

$$\lambda_l = \sqrt[4]{\frac{E_t t \operatorname{sen} 2\theta}{4 E I_l l}} \quad (2.10)$$

donde,  $E_t$  y  $t$  son el módulo de Young y el espesor de la mampostería,  $E$  es el módulo de Young del concreto,  $I_h$  y  $h$  son el momento de inercia y la altura de las columnas,  $I_l$  y  $l$  son el momento de inercia y la longitud de la viga superior.

En el caso de la resistencia al agrietamiento supone que esta, está dominada por una falla a cortante y parte de la siguiente expresión basada en el criterio de falla de Coulomb:

$$\tau = \tau_0 + \mu \sigma_n \quad (2.11)$$

donde,  $\tau_0$  es el esfuerzo de adherencia,  $\mu$  es el coeficiente de fricción, y  $\sigma_n$  es el esfuerzo normal; a partir de este razonamiento se propone la siguiente expresión para la resistencia al agrietamiento:

$$P_c = \frac{\tau_0 l t}{1 - \mu (\tan \theta) \left( \frac{\pi}{\lambda_1 l} \right)} \quad (2.12)$$

donde,  $P_c$  es la carga horizontal de agrietamiento, y  $\theta$  es el ángulo entre la horizontal y la diagonal equivalente.

Para calcular la resistencia al aplastamiento de esquina, se supone la misma distribución lineal de esfuerzos sobre el ancho efectivo en la esquina del muro variando de cero al esfuerzo resistente a compresión de la mampostería ( $\sigma_c$ ), y obteniéndose la siguiente expresión:

$$P_{cc} = \frac{1}{2} \sigma_c t w \cos \theta \quad (2.13)$$

En el estudio realizado por Mehrabi *et al.* (1994) se discute con más detalle expresiones para calcular la resistencia de cinco de los mecanismos de falla que se consideran más representativos y se hace una comparación de los resultados analíticos, con los resultados obtenidos de las pruebas experimentales realizadas.

En el caso de resistencia a cortante, autores como Esteva (1966) y Meli (1979), proponen relacionar el esfuerzo cortante resistente con la raíz cuadrada de la resistencia a compresión simple de pilas, ya que los resultados de muretes ensayados a compresión diagonal muestran que existe una relación entre ambos valores.

Aunque para cada mecanismo de falla se pueden obtener valores de resistencia con alguna expresión analítica, es de importancia tomar en cuenta que en un marco con muros de relleno la carga máxima puede depender de la combinación de dos o más mecanismos de falla que se pueden presentar durante las etapas de carga.

## Descripción de modelos

## 3.1 Modelo Experimental

En el presente trabajo se utiliza un muro cuyo ensaye formó parte de un proyecto experimental realizado en el CENAPRED (Flores, *et al.* 1999). Dicho proyecto fue elaborado a petición de Alquiladora de Casas y Compañía de Teléfonos y Bienes Raíces S.A. de C.V. (A.C. Telmex), como parte de un programa de revisión de sus estructuras a raíz de los sismos de 1985, dichas estructuras son en su mayoría marcos de concreto con muros de relleno de mampostería de bloque hueco de concreto.

Los objetivos del proyecto experimental fueron: estudiar la efectividad de varias soluciones de anclaje entre el recubrimiento y el muro de mampostería, verificar experimentalmente el comportamiento de los marcos, con y sin recubrimiento en el muro en cuanto a su rigidez, resistencia y capacidad de deformación, entre otros. Los modelos experimentales fueron cuatro: muro sin recubrimiento (modelo TO, usado como control), muros con un recubrimiento de concreto y distintos tipos y distribuciones de conectores (los modelos TP, TD y TH).

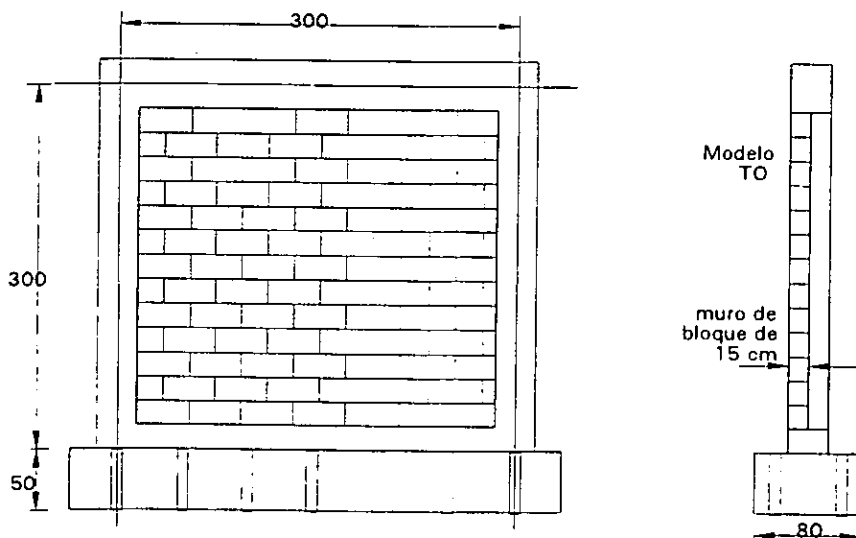
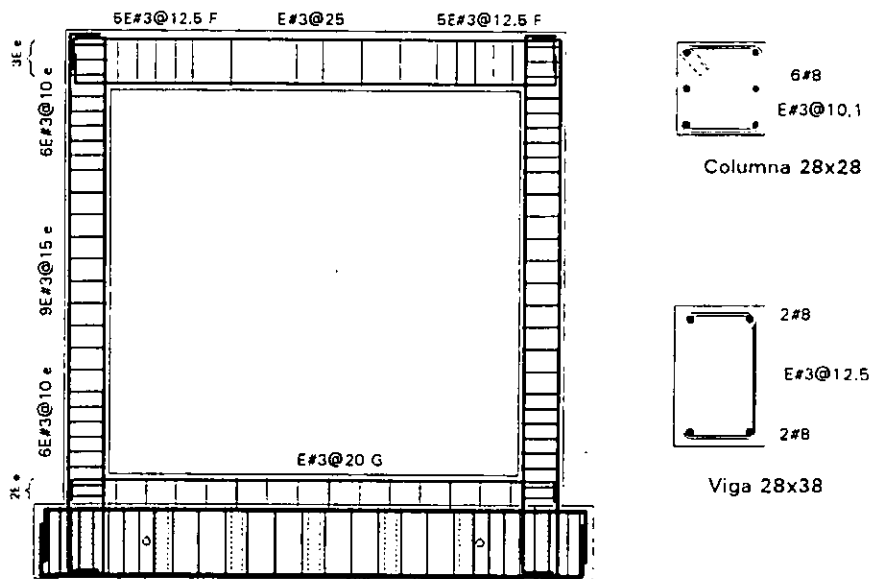


Figura 3.1.1. Dimensiones del modelo en cm. (Flores, *et al.* 1999)

El modelo utilizado en este trabajo fue el TO, por ser el muro que no tenía recubrimiento y, por tanto, menos complejo de modelar; además de que en este trabajo se pretenden evaluar los efectos que provoca la carga axial en este tipo particular de estructuras y en los resultados de un modelo simplificado para análisis de marcos de concreto rellenos con muros de mampostería.

En la Fig. 3.1.1 se muestran las características geométricas del modelo TO, las columnas de concreto son de 28 x 28 cm y la viga superior es de 28 x 38 cm, el espesor del muro de mampostería es de 15 cm.



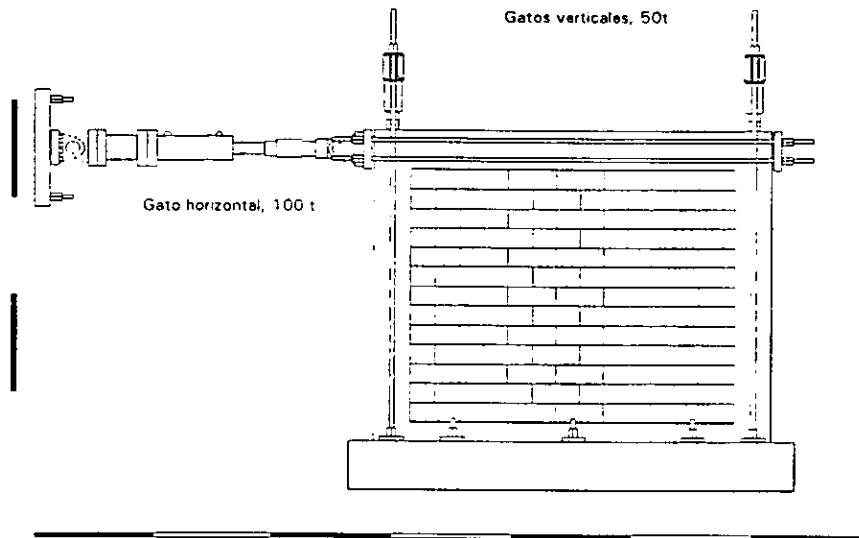
**Figura 3.1.2. Refuerzo del marco de concreto (Flores, *et al.* 1999)**

En la Fig. 3.1.2 se ilustra el armado del marco. Las columnas se reforzaron longitudinalmente con seis barras # 8, y la viga superior con dos barras # 8 en cada lecho.

Las propiedades de los materiales reportadas por Flores *et al.* (1999) fueron: concreto con una resistencia nominal  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , para el muro de mampostería se usó bloque hueco de concreto con resistencia promedio a la compresión en pilas  $f^*_m = 40 \text{ kg/cm}^2$  y con un esfuerzo cortante resistente de diseño  $v^* = 3.5 \text{ kg/cm}^2$ ; estos se unieron con mortero con una resistencia a la compresión  $f'_b = 75 \text{ kg/cm}^2$ .



La carga horizontal se aplicó progresivamente para producir incrementos de distorsión angular prefijados, esta se calculó midiendo el desplazamiento en la mitad del peralte de la viga, a la mitad de su longitud en ambos lados del muro. Para simular el efecto de la carga vertical se mantuvo una carga constante de 37 ton sobre cada columna, equivalente a un esfuerzo sobre área bruta de  $0.19 f'_c$  (Fig. 3.1.3).



**Figura 3.1.3. Dispositivo de aplicación de carga (Flores, *et al.* 1999)**

En la Fig. 3.1.4 se muestra la curva envolvente de carga horizontal contra distorsión angular; se presenta también la curva correspondiente al ensayo del marco sin muro (la línea punteada es una extrapolación de los resultados). Dado que el ensayo se realizó para deformaciones pequeñas, pudo estimarse la rigidez del marco sin muro y calcularse, de manera aproximada, la rigidez del muro. Con línea horizontal se indica la resistencia obtenida de la expresión de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería (DDF, 1995).

Un resumen de las fuerzas cortantes de agrietamiento y máxima, distorsiones angulares asociadas y rigidez lateral del modelo se presenta en la tabla 3.1

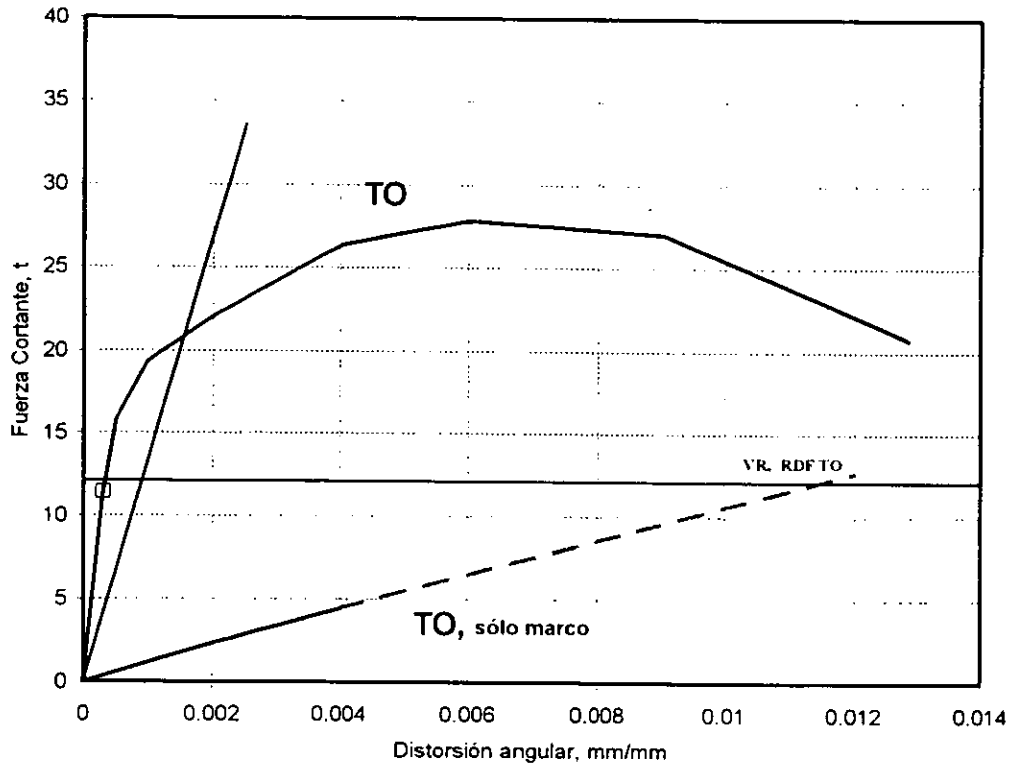


Figura 3.1.4 Curva envolvente carga horizontal-distorsión angular (Flores, *et al.* 1999)

Tabla 3.1 Fuerzas cortantes, distorsiones y rigidez lateral (Flores, *et al.* 1999)

Espécimen	Vagr. t (dist. mm/mm)	Vmax. t (dist. mm/mm)	Rigidez 1 <sup>er</sup> ciclo t/cm
TO	11.4 (0.0005)	27.9 (0.006)	74

### 3.2 Modelo Numérico

En la búsqueda de un modelo simplificado para el análisis de marcos de concreto reforzado con muros de relleno de mampostería, y el estudio de los efectos que provoca la acción de la carga axial sobre el marco de concreto; en esta tesis se evalúan de manera refinada los resultados del modelo experimental antes descrito utilizando un modelo de elementos finitos. Como antecedente a este tipo de modelos se tiene la investigación realizada por Orduña (1999), en donde se utiliza un modelo de elementos finitos no lineales para modelar un muro de mampostería confinado. A continuación se describen las características del modelo numérico utilizado.

Para la elaboración del modelo de elementos finitos se utilizó el programa DIANA-7 (TNO 1999). El marco de concreto y el muro de mampostería se modelaron respectivamente con 198 y 400 elementos cuadriláteros de cuatro nudos en estado de esfuerzo plano, utilizando para la determinación de sus matrices de rigidez integración numérica con cuadratura gaussiana de  $2 \times 2$ . En la Fig. 3.2.1 se muestra la malla de elementos finitos utilizada para modelar al sistema.

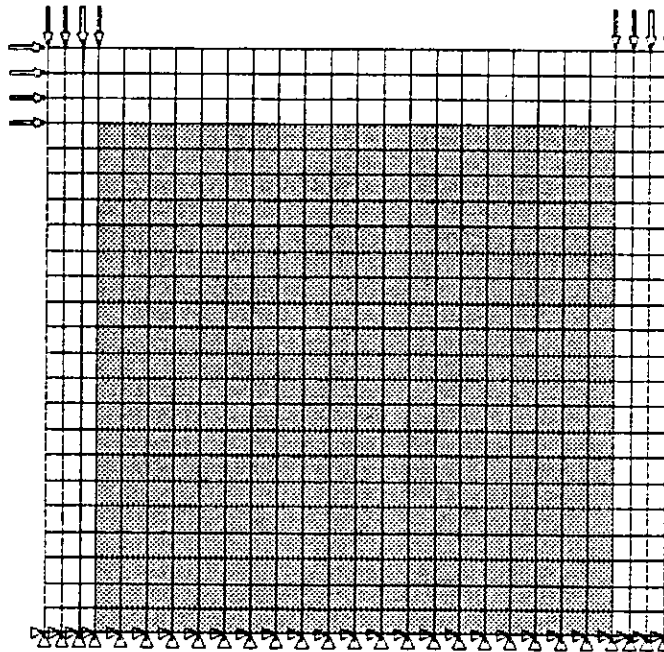


Figura 3.2.1. Malla de elementos finitos.

Para modelar el contacto entre el muro y el marco se utilizaron elementos de interfaz de cuatro nudos, usando una cuadratura de Lobatto para su integración numérica. También se utilizaron estos elementos para modelar el contacto entre el muro y la superficie inferior, que en este caso se supuso una viga de cimentación, la cual se consideró infinitamente rígida. En total en el modelo se emplearon 80 elementos interfaz.

Con los elementos interfaz es posible modelar, de manera adecuada, el contacto entre las superficies, ya que permiten el deslizamiento relativo entre ellas, así como la separación que se puede presentar. En la Fig. 3.2.2 se muestra la topología y los grados de libertad del elemento interfaz utilizado.

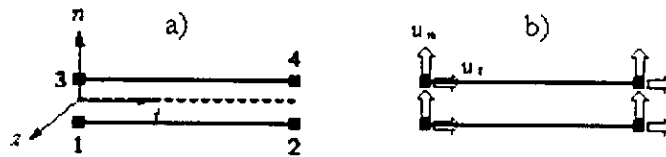


Figura 3.2.2. Elemento interfaz; a) Topología; b) Desplazamientos. (TNO 1999)

Estos elementos interfaz tienen rigideces, normal y tangencial, dadas por:

$$D_n = \frac{E_m}{t} \qquad D_t = \frac{G_m}{t} \qquad (3.1)$$

donde  $E_m$  y  $G_m$  son los módulos de Young y de cortante respectivamente, y  $t$  es el espesor del elemento interfaz. Para modelar el comportamiento no lineal de la interfaz se utilizó un criterio de falla de Coulomb (Fig. 3.2.3.), con un límite en el esfuerzo de tensión. El comportamiento en la dirección normal del elemento se consideró elasto-plástico perfecto. Cuando existe separación y hay desplazamientos tangenciales, no se presentan esfuerzos de ningún tipo y el deslizamiento ocurre libremente; pero, si hay contacto, se generan esfuerzos tangenciales, los cuales se limitan con el modelo friccionante de Coulomb (Lourenco, 1996):

$$\sigma_t = c + \sigma_n \tan(\varnothing) \qquad (3.2)$$

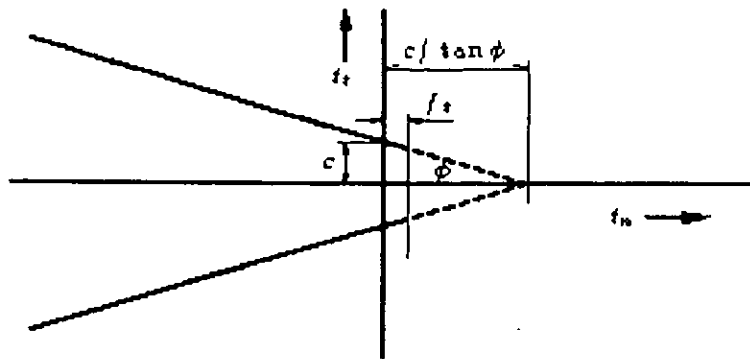


Figura 3.2.3. Criterio de falla de Coulomb. (TNO 1999)

donde:  $\sigma_t$  es el esfuerzo tangencial,  $\sigma_n$  es el esfuerzo normal (positivo en compresión),  $c$  es la cohesión del material, y  $\phi$  es el ángulo de fricción entre las superficies cuya tangente varía entre 0.7 y 1.2 para diferentes combinaciones mortero-unidad.

Cuando el esfuerzo tangencial es mayor que el dado por la Ec. 3.2, se produce un deslizamiento entre las superficies del muro y el marco. Si existe desplazamiento tangencial también se presenta un desplazamiento normal. este desplazamiento normal se mide por el ángulo de expansión  $\psi$ , ver Fig. 3.2.4. La expansión depende del nivel de esfuerzos confinantes. Para valores bajos de los esfuerzos confinantes la tangente del ángulo de expansión varía entre 0.2 y 0.7, dependiendo de la rugosidad de las superficies en contacto. Para valores altos de los esfuerzos confinantes la tangente de  $\psi$  tiende a cero, y también tiende a cero cuando se incrementan los desplazamientos tangenciales, debido a que las rugosidades se suavizan (Lourenco 1996).

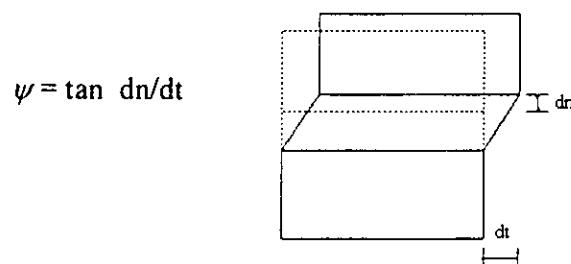


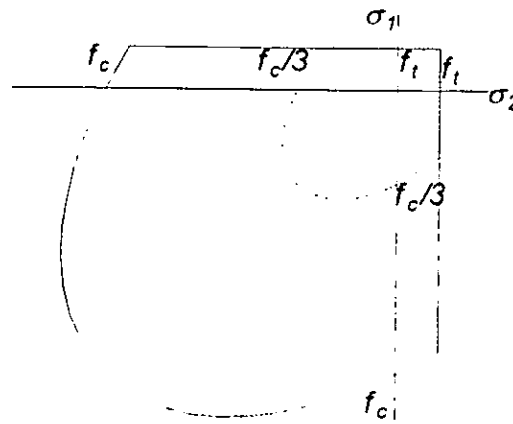
Figura 3.2.4. Ángulo de expansión. (Lourenco 1996)

El acero de refuerzo del marco se modeló en forma discreta, mediante elementos barra para el acero de refuerzo longitudinal, así como para el de los estribos. Ya que el programa DIANA (TNO 1999) cuenta con esta posibilidad, esto permite que se incluya de manera directa la rigidez del acero a los elementos de concreto que contengan al refuerzo. Se consideró al acero con un comportamiento elasto-plástico perfecto y una adherencia perfecta entre el concreto y el acero, esto con base en los resultados experimentales que reportan Mehrabi *et al.* (1994), quienes analizan marcos de concreto reforzado con y sin muros de relleno y considerando o no el deslizamiento del acero de refuerzo. Estos autores encuentran que para el caso de marcos con muros de relleno el deslizamiento no influye en el comportamiento global.

Para el comportamiento del concreto del marco se utilizó un modelo de plasticidad (Fig. 3.2.5) que combina los criterios de falla de Von Mises para falla en compresión, y de Rankine para falla en tensión. En compresión, el comportamiento es lineal hasta un tercio de la resistencia, a partir de este punto la relación entre los esfuerzos ( $\sigma$ ) y las deformaciones plásticas equivalentes ( $\kappa$ ) sigue una ley parabólica, con el máximo en  $f'_c$  y con una energía de fractura ( $G_{fc}$ ) dada; la cual se define como la integral de la curva esfuerzo-deformación y se considera una propiedad del material. De la misma forma se define la energía de fractura en tensión. En tensión el comportamiento es lineal hasta  $f_t$ , y a partir de ahí el ablandamiento se modela por medio de una ley exponencial con energía de fractura ( $G_{ft}$ ) dada. En la Fig. 3.2.6 se muestran las curvas de ablandamiento donde el valor del área bajo la curva representa la energía relativa de fractura ( $g_f$ ). La relación entre la energía de fractura ( $G_f$ ) y la energía relativa de fractura ( $g_f$ ) es:

$$G_f = g_f h \quad (3.3)$$

donde  $h$  es el ancho de banda del material, que en el caso de formulaciones actuales de elementos finitos es un parámetro que depende de la geometría del elemento. Para cuadriláteros es común tomar a  $h$  como la raíz cuadrada del área del elemento.

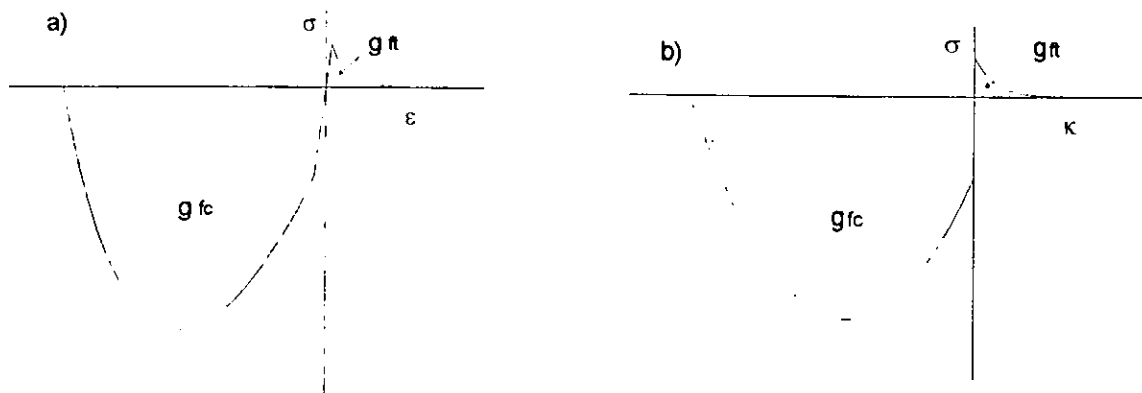


**Figura 3.2.5. Criterio de falla Von Mises-Rankine para el concreto.**

En el caso de la mampostería, el modelado se complica debido al comportamiento mecánico ortótropo que esta presenta, y el cual se acentúa en la etapa de comportamiento no lineal. A pesar de esto, en el presente trabajo se considera siempre un comportamiento isótropo, debido a la falta de información experimental sobre el comportamiento ortótropo de la mampostería y sobre todo de mamposterías mexicanas. Al utilizar un modelo isótropo podría caerse en sobresimplificaciones; sin embargo, es posible obtener una respuesta general cercana a la observada, como se muestra en los resultados presentados por Orduña (1999), donde se logra representar el comportamiento global de un modelo experimental a partir de un modelo numérico isótropo.

Además, un comportamiento isótropo es suficiente para captar la respuesta general de la estructura; porque las direcciones en las que ocurre la plastificación o agrietamiento son muy similares en todo el muro y en toda la historia de carga. Los modelos de plasticidad incorporados en el programa DIANA (TNO 1999) se limitan a comportamiento elasto-plástico perfecto, el cual puede considerarse alejado del de la mampostería, sobre todo si se quiere modelar adecuadamente su comportamiento no lineal (Orduña 1999).

En los primeros modelos que se elaboraron, (MTO-01, MTO-02 y MTO-03), se utilizaron tres criterios diferentes para modelar la mampostería; esto con la finalidad de poder evaluar posibles ventajas y desventajas que algún modelo particular pudiera tener sobre los otros, ya que en este tipo de análisis se presentan muchos problemas de tipo numérico que hacen complicado poder completar un proceso de carga; y como estos requieren de demasiado tiempo de computo se consideró que sería útil cualquier posible ahorro de tiempo.



**Figura 3.2.6. Modelos de comportamiento para el concreto; a) relación esfuerzo contra deformación unitaria para el caso uniaxial; b) relación esfuerzo contra deformación plástica equivalente.**

El primero de los criterios que se utilizó para modelar la mampostería (MTO-01), fue uno de fractura basado en deformaciones totales fijas para describir el agrietamiento y aplastamiento del material durante el intervalo de comportamiento no lineal; lo anterior se fundamentó en el hecho de que el agrietamiento y/o aplastamiento del material en el muro que se está estudiando se presenta en una dirección definida que prácticamente no varía durante el proceso de carga.

Para el comportamiento en tensión se utilizó el modelo de ablandamiento de Hordijk *et al.* (TNO 1999); que depende de una energía de fractura en tensión dada ( $G_{ft}$ ). Para el comportamiento en cortante se supuso que al iniciarse la formación de una grieta, la rigidez en cortante del material se reduce, por ello se introduce un factor de retención de



cortante  $\beta$ , menor que la unidad y mayor que cero, que multiplica al módulo de cortante  $G$ , en este caso se utilizó un valor constante para  $\beta$ . En el caso del comportamiento en compresión se utilizó un modelo de comportamiento parabólico con una energía de fractura en compresión dada ( $G_{fc}$ ). Estos modelos se muestran gráficamente en la Fig. 3.2.7.

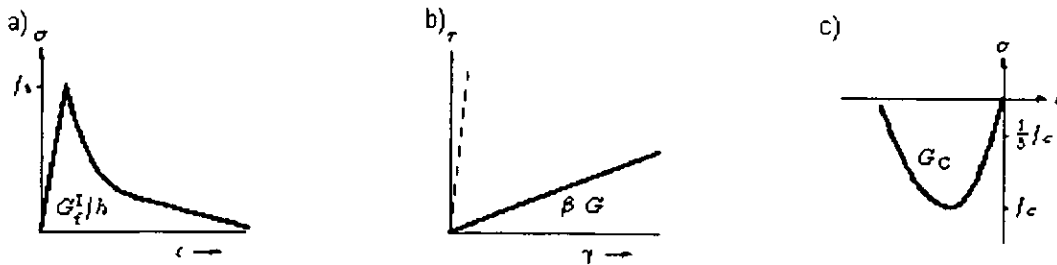


Figura 3.2.7. Modelos de Comportamiento; a) tensión; b) cortante; c) compresión. (TNO 1999)

El segundo modelo que se utilizó para modelar la mampostería (MTO-02), fue un modelo similar al utilizado para el concreto cambiando el modelo de comportamiento en tensión por uno basado en la teoría de fractura. El criterio de falla se cambió por uno en el que la rama a tensión varía linealmente tal como se indica en la Fig. 3.2.8 utilizándose el modelo de ablandamiento como el que se muestra en la Fig. 3.2.7.a) (Hordijk *et al.* TNO 1999). El comportamiento en cortante es el mismo que el del primer criterio (MTO-01) y se muestra en la Fig. 3.2.7.b)

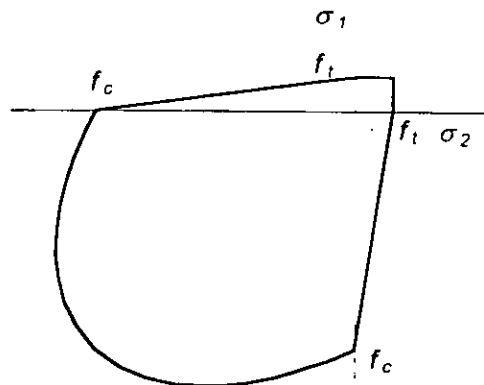


Figura 3.2.8. Criterio de falla para mampostería.

El tercer criterio de falla que se utilizó para modelar la mampostería (MTO-03), fue el modelo combinado Von Mises-Rankine mismo que se utilizó para modelar el concreto, con un ablandamiento en compresión parabólico y el ablandamiento en tensión descrito anteriormente.

Finalmente, con base en resultados de análisis preliminares se decide usar el tercer criterio para llevar a cabo la calibración del modelo de elementos finitos con el modelo experimental, esto es; se usó el modelo combinado Von Mises-Rankine; la razón principal para tomar esta decisión fue que los otros dos modelos basados en la teoría de fractura dieron como resultado mecanismos espurios de comportamiento numérico, pero esto y las demás razones se explicarán con mas detalles en el capítulo siguiente.

## Presentación y análisis de resultados del modelo numérico

El objetivo del presente trabajo es encontrar una metodología para que a partir de los resultados de un análisis de elementos finitos se pueda desarrollar un modelo simplificado para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros de relleno de mampostería; para lograr lo anterior el modelo de elementos finitos descrito en el capítulo anterior se calibró para que representara el comportamiento global del modelo experimental, ya que es muy complicado obtener de manera directa las propiedades equivalentes para un modelo homogéneo e isotrópico que se utilizan para representar el comportamiento de un material heterogéneo y ortótropo.

En este capítulo se describe el proceso de calibración del modelo de elementos finitos, así como el análisis de un murete en compresión diagonal con la finalidad de validar las propiedades equivalentes que resultaron de la calibración del modelo de elementos finitos del muro; los resultados del análisis del murete se comparan con los resultados experimentales de una serie de cinco muretes que fueron ensayados en compresión diagonal como parte del programa experimental.

Se presentan también los resultados de algunos análisis derivados del primero variando el nivel de carga axial que actúa sobre las columnas del marco de concreto; esto con el fin de estudiar los efectos que tiene esta en el comportamiento del modelo y en la distribución de elementos mecánicos en el marco de concreto.

### 4.1 Calibración del Modelo de Elementos Finitos

Como parte del proceso de calibración del modelo de elementos finitos, con base en el modelo experimental, los primeros análisis se realizaron con un modelo que incluyera desde el principio todas las características para el comportamiento de los materiales y de los elementos que se describieron en el capítulo anterior; es decir, un modelo con comportamiento no lineal para los 400 elementos que conforman al muro, para los 198 elementos que forman al marco de concreto y para los 80 elementos interfaz que representan el contacto del muro con el marco y con la viga de cimentación.

Los primeros modelos que se elaboraron fueron: MTO-01, MTO-02 y MTO-03; con los criterios que se describieron en el capítulo anterior. Los datos que se utilizaron en los tres modelos fueron los mismos y a continuación se mencionan dichos valores y algunas consideraciones que se hicieron para tomar esos valores:

- ❖ Para el módulo de Young de la mampostería se tomó un valor de  $E_m = 28,000 \text{ kg/cm}^2$ , que fue el valor promedio de una serie de ensayos a compresión simple sobre ocho pilas que se realizaron como parte del proyecto experimental. Este módulo se calculó como la pendiente de la curva entre el punto de  $0.4 f'_m$  y una deformación de 0.00005. En la Fig. 4.1.1 se muestra las gráficas esfuerzo contra deformación unitaria de las pilas y en la tabla 4.1.1 se pueden observar los datos de las pilas, así como un resumen de los resultados de las pruebas.

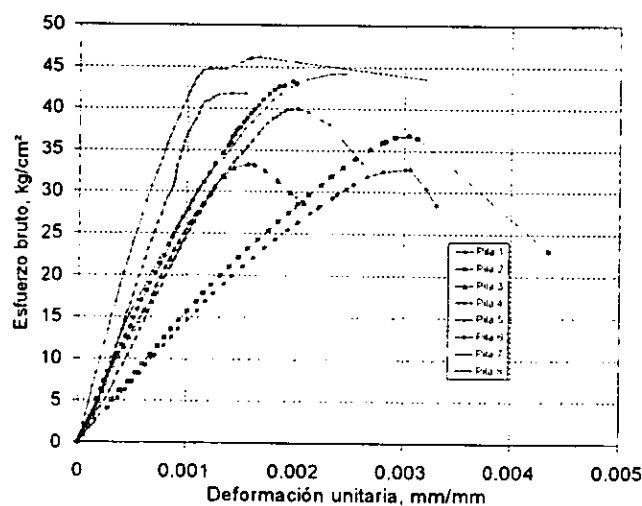


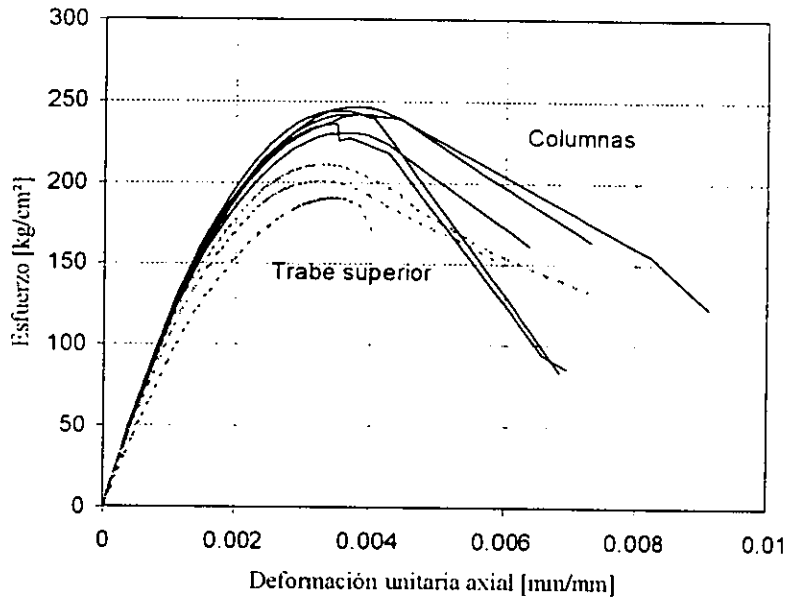
Figura 4.1.1. Ensayos de compresión simple sobre pilas (Flores *et al.* 1999).

**Tabla 4.1. Resultados de los ensayos a compresión simple (Flores *et al.* 1999).**

Pila	Dimensiones, cm				Área bruta, A cm <sup>2</sup>	Edad días	Carga (TDS)		Esfuerzo bruto, $f_m$ kg/cm <sup>2</sup>	Módulo Elasticidad, $E_m$ kg/cm <sup>2</sup>	$E_m/f_m$	$\epsilon_m$
	a	b	c	$l_0$			kg	kg				
1	14.8	39.7	60.0	40	587.2	28	19423	19250	32.78	14666	447	0.0031
2	14.8	39.7	60.0	40	587.2	29	21515	21600	36.79	15639	425	0.0030
3	14.8	39.7	60.0	40	587.2	29	19438	19550	33.30	27102	814	0.0016
4	14.8	39.7	60.0	40	587.2	30	24340	24550	41.81	35064	839	0.0014
5	14.8	39.7	60.0	40	587.2	30	23150	23460	39.95	23914	599	0.0020
6	14.8	39.7	60.0	40	587.2	30	24540	25200	42.92	28797	671	0.0020
7	14.8	39.7	60.0	40	587.2	30	26495	27100	46.15	48070	1042	0.0017
8	14.8	39.7	60.0	40	587.2	30	25400	25950	44.20	30511	690	0.0025
<b>Promedios</b>									39.74	27970	691	0.0021
<b>Coefficientes de variación</b>									0.13	0.38	0.30	0.30

- ❖ Se consideró una resistencia en compresión de  $f'_m = 40 \text{ kg/cm}^2$ , este valor se tomó de la resistencia promedio de las pruebas a compresión simple, como se muestra en la tabla 4.1. Para la resistencia en tensión se consideró un valor de  $f_t = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ . Los valores de la energía de fractura para las propiedades de ablandamiento de la mampostería se consideraron como  $G_{jc} = 4.0 \text{ kg-cm/cm}^2$  para compresión y  $G_{jt} = 0.04 \text{ kg-cm/cm}^2$  para tensión, se utilizó un factor de retención de cortante constante y con valor de  $\beta = 0.001$ . Para la relación de Poisson se usó un valor de  $\nu_m = 0.20$  (Lourenço 1996).
- ❖ Para el concreto se consideraron como valores para el módulo de Young y la resistencia compresión los valores promedio de ensayos realizados en cilindros de concreto y que se muestran en la Fig. 4.1.2. Estos valores resultaron:  $E_c = 115,220 \text{ kg/cm}^2$ , y  $f'_c = 235 \text{ kg/cm}^2$ . El valor de la energía de fractura del concreto en compresión fue  $G_{fc} = 5.0 \text{ kg-cm/cm}^2$ , y la energía de fractura en tensión  $G_{ft} = 0.05 \text{ kg-cm/cm}^2$ . El valor de la relación de Poisson para el concreto fue  $\nu_m = 0.20$ , que es un valor comúnmente utilizado para este material.
- ❖ La interfaz entre muro y marco se consideró como una capa de mortero con un centímetro de espesor; para el cálculo del módulo de Young se utilizó la expresión recomendada por Meli (1979),  $E_i = 250 f'_b = 39,500 \text{ kg/cm}^2$ . El valor de la resistencia del mortero ( $158 \text{ kg/cm}^2$ ) se tomó de los ensayos realizados sobre cubos de mortero reportados por Flores *et al.* (1999), y a partir de esto se obtuvieron valores para las

rigideces normal y tangencial de la interfaz de  $k_n = 39,500 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$  y  $k_t = 16,500 \text{ kg/cm}^2/\text{cm}$  respectivamente; una cohesión  $c = 1.8 \text{ kg/cm}^2$ , una tangente del ángulo de fricción de 0.8; estos dos últimos valores fueron tomados de resultados experimentales en ensayos a cortante reportados por Meli y Reyes (1971), y un valor de la tangente del ángulo de expansión igual cero, ya que para valores altos de esfuerzos confinantes y para desplazamientos tangenciales altos, este valor tiende a ser cero (Lourenço 1996).



**Figura 4.1.2. Ensayos esfuerzo contra deformación unitaria en cilindros de concreto (Flores *et al.* 1999).**

Para realizar el análisis no lineal de los modelos se utilizó el método de la matriz de rigideces lineal, esto como experiencia de trabajos previos (Orduña 1999, Mosalam 1996) en los que se ha observado que este método es más adecuado para obtener una solución en este tipo de modelos; ya que otros métodos como Newton-Raphson, Newton-Raphson modificado entre otros, no permiten llegar muy lejos en el análisis y presentan muchos problemas de convergencia una vez que se inicia el comportamiento no lineal. Este método de solución se combinó con la técnica de longitud de arco para controlar las reducciones de carga que se presentan cuando la mampostería se agrieta o aplasta.

Con las consideraciones anteriores se realizaron los primeros análisis, y con los tres criterios utilizados se obtuvieron resultados similares; es decir, se puede observar que las rigideces no difieren mucho de la experimental para valores pequeños de desplazamiento; sin embargo, no se observó la degradación de rigidez que presenta la curva experimental para valores de carga superiores a la de agrietamiento, como se muestra en la Fig. 4.1.3 se decidió suspender los análisis.

Después de evaluar el comportamiento global que se obtuvo con cada uno de los criterios, se revisaron sus correspondientes configuraciones desplazadas, en las cuales se pudo apreciar que para los tres criterios se presenta separación entre el muro y el marco en la esquina inferior izquierda (Fig. 4.1.4). Se notó también que en la esquina superior derecha no se presenta esta separación, esto puede ser debido a la presencia de la carga axial que provoca esfuerzos verticales que impiden que en esa zona exista una separación entre el muro y el marco; lo cual coincide con lo reportado por Esteva (1966).

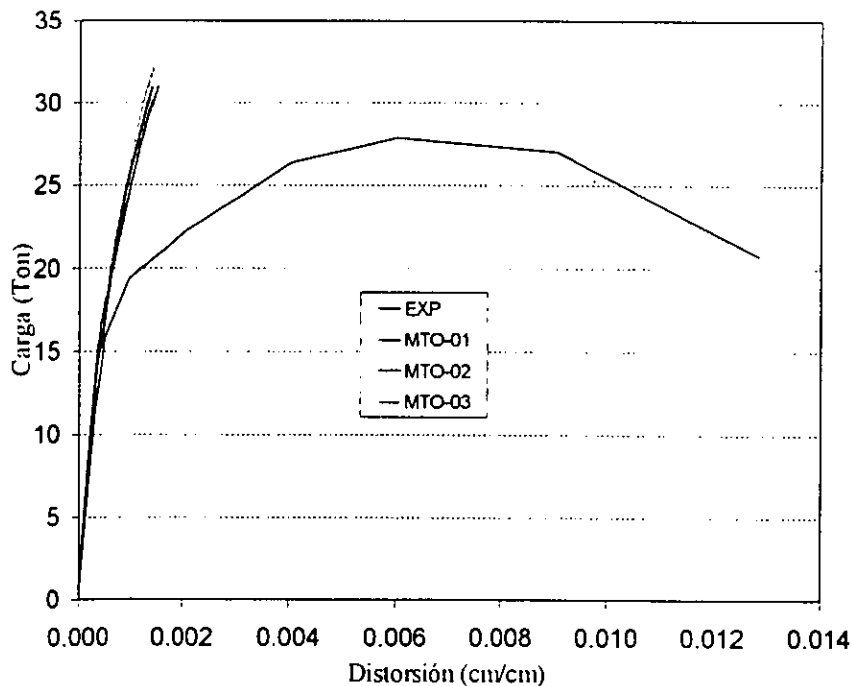
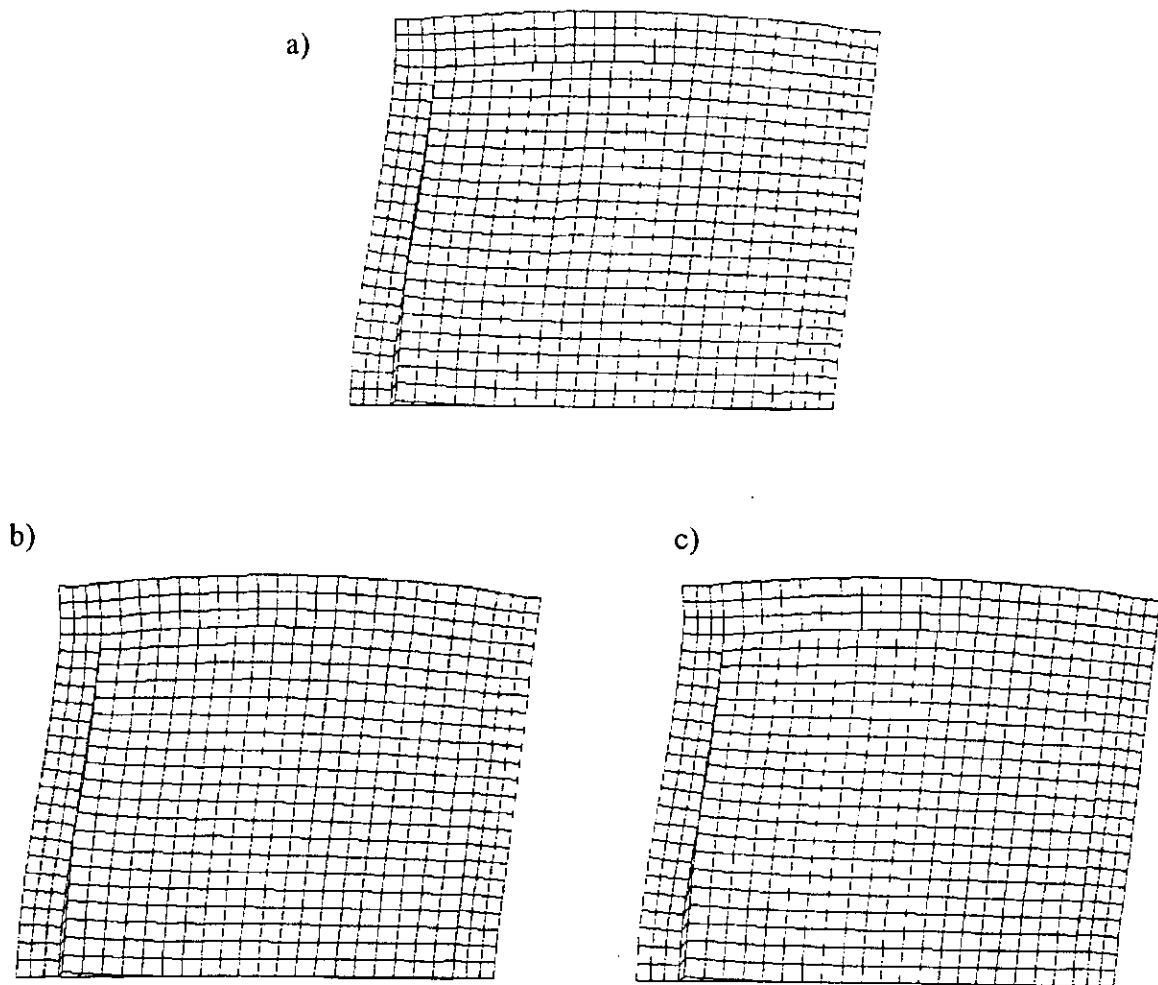


Figura 4.1.3. Gráficas carga contra distorsión para los tres criterios.

**Tabla 4.2. Comparación de algunos resultados con los criterios utilizados.**

Modelo	Rigidez Inicial (Ton/cm)	P Agrietamiento (Ton)	Distorsión (cm/cm)
TO	125	11.40	0.00030
MTO-01	150	15.56	0.00036
MTO-02	146	15.32	0.00040
MTO-03	150	15.82	0.00038



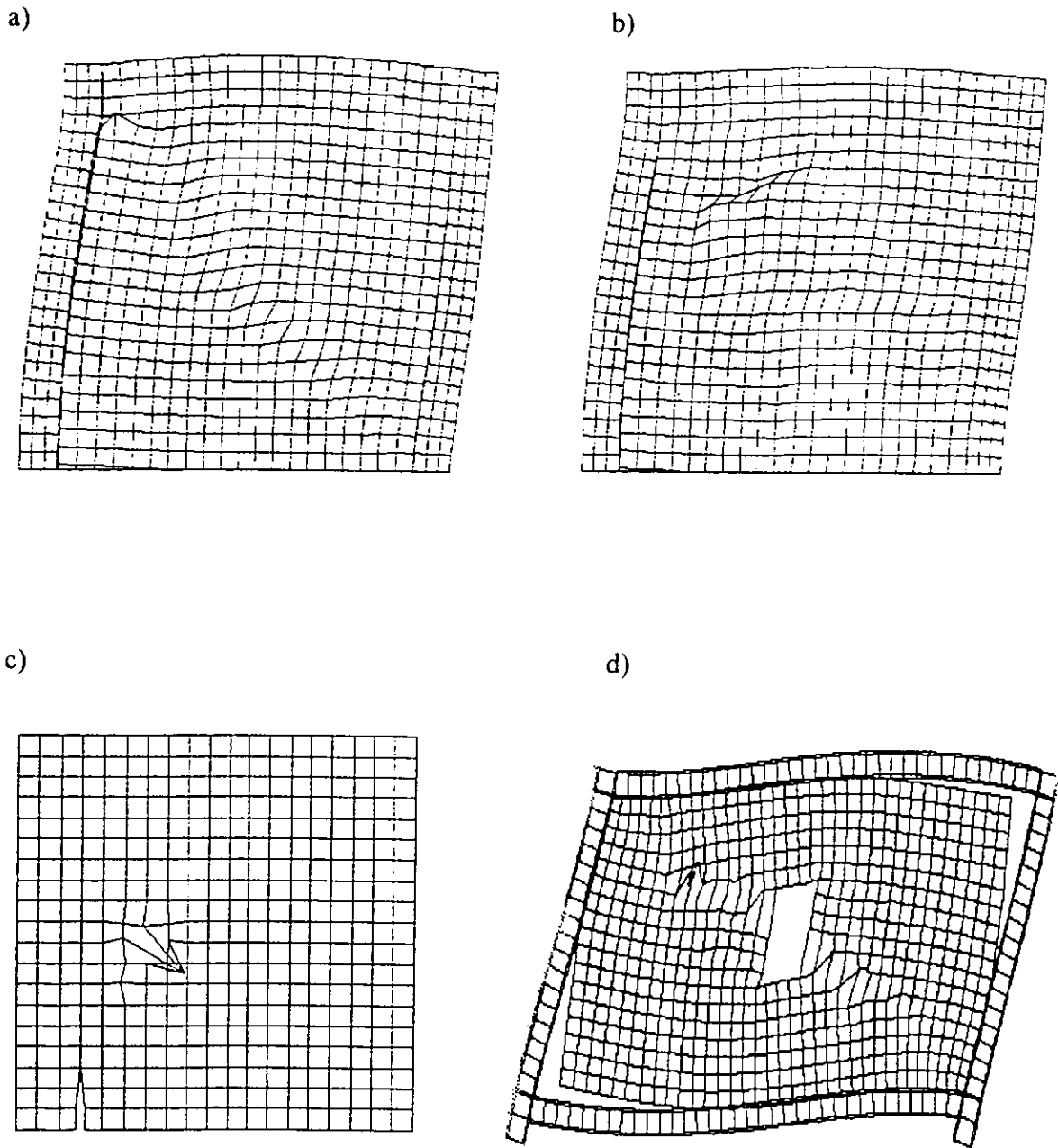
**Figura 4.1.4. Configuraciones deformadas; a) MTO-01, b) MTO-02, c) MTO-03**



En la tabla 4.2 se muestran las rigideces iniciales para cada criterio y la derivada de la curva experimental, así como la carga de agrietamiento y las respectivas distorsiones asociadas. Se puede ver que los valores son prácticamente iguales entre los tres criterios, y un poco diferentes a la rigidez y carga de agrietamiento de la curva experimental; lo que a juicio del autor podría justificar el uso de cualquiera de los criterios para continuar con la calibración del modelo de elementos finitos; sin embargo, existen otras razones que llevaron a la elección del criterio con el que se continuaron los análisis.

Se observó que para niveles de carga superiores a los de agrietamiento, con los criterios de análisis no lineal basados en la mecánica de fractura (MTO-01 y 02) se obtuvieron como resultados modos espurios de comportamiento; como los que se muestran gráficamente en la Fig. 4.1.5, donde se muestran, además, modos espurios obtenidos por otros autores en sus trabajos. La aparición de estos modos puede ser debido a varias causas, entre ellas, a la aparición de pivotes negativos cuando se utiliza algún método de matriz tangente, aunque en este caso esta no puede ser la causa ya que se está utilizando el método de la matriz de rigideces lineal. Otra de las posibles causas puede ser el uso de esquemas reducidos de integración numérica para elementos cuadriláteros; una posible solución para este caso es utilizar esquemas de integración completos, aunque se han reportado casos donde se presentan modos espurios en elementos cuadriláteros con esquemas de integración numérica completos, cuando se usa ablandamiento en los modelos (Rots 1988); otras posibles causas de la aparición de modos espurios y sus posibles soluciones se pueden consultar en los trabajos de, Borst *et al.* (1988), Rots (1988) y Crisfield (1986), ya que este problema está fuera del alcance y los objetivos del presente trabajo.

Por las razones expuestas, y tomando en cuenta que se trata de ahorrar tiempo en los análisis, debido al alto costo computacional que implica utilizar las técnicas de análisis no lineal mencionadas, se decidió continuar la calibración del modelo utilizando el tercer criterio; es decir, el modelo de plasticidad que combina los criterios de Von Mises para falla en compresión, y de Rankine para falla en tensión (TNO 1999).



**Figura 4.1.5. Modos espurios de comportamiento; a) MTO-01, b) MTO-02, c) Rots (1988), d) Mosalam (1996).**

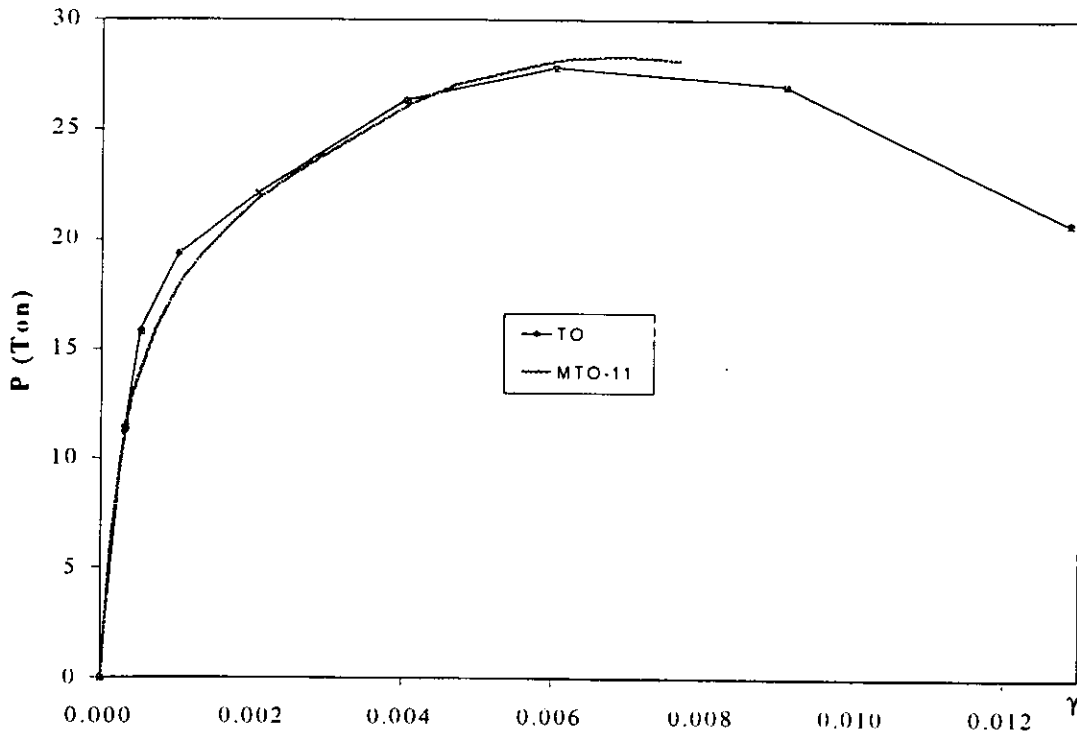
Una vez seleccionado el modelo se realizaron varios análisis variando los siguientes parámetros:

- La resistencia a compresión de la mampostería. A juicio del autor este parámetro es el que más influye en el comportamiento global del modelo según los análisis realizados, lo cual se ve reflejado básicamente en la resistencia total del modelo.
- La resistencia a la tensión de la mampostería. Este parámetro influye en el nivel de carga en el que se presenta el agrietamiento diagonal del muro.
- Las energías de fractura para la mampostería. Estos valores básicamente tienen una influencia en las etapas de carga donde se presenta un nivel de daño considerable, esto es, después de que se presenta el agrietamiento diagonal en el muro, pero su influencia no es muy significativa.
- Los valores de la rigidez de la interfaz entre muro y marco mostraron una influencia en la rigidez inicial del modelo, al aumentar ésta cuando aumentan los valores de rigidez de la interfaz; también se observó una influencia en la posible aparición del modo de falla por aplastamiento de esquina, siendo más probable mientras menores sean estos valores de rigidez.

Con base en los resultados del proceso de calibración se llegó a los parámetros que se muestran en la tabla 4.3 y que corresponden al modelo MTO-11. Las curvas experimental y numérica se muestran en la Fig. 4.1.6, en la que se puede observar que hasta la carga de agrietamiento las dos curvas son prácticamente iguales, y después existen pequeñas diferencias hasta la carga máxima. La curva numérica sólo se calculó hasta un poco más del nivel de distorsión permitido por el reglamento (DDF, 1993), debido a que para la calibración del modelo simplificado sólo interesa lo que sucede hasta esta etapa; además de que llevar el análisis hasta niveles de carga donde se presenta demasiado daño en la estructura resulta muy complicado.

**Tabla 4.3. Parámetros del modelo de elementos finitos.**

	E kg/cm <sup>2</sup>	$f_c$ kg/cm <sup>2</sup>	$f_t$ kg/cm <sup>2</sup>	$G_{fc}$ kg-cm/cm <sup>2</sup>	$G_{ft}$ kg-cm/cm <sup>2</sup>	$\nu$	$c$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tan(\phi)$	$\tan(\psi)$
Mampostería	28.000	7.5	2.0	2.0	0.04	0.20	-	-	-
Concreto	115.220	235	23.5	5.0	0.05	0.20	-	-	-
Interfaz	35.000	-	0.0	-	-	0.20	1.8	0.80	0.0
Acero	$2 \times 10^6$	4.400	4.400	-	-	-	-	-	-

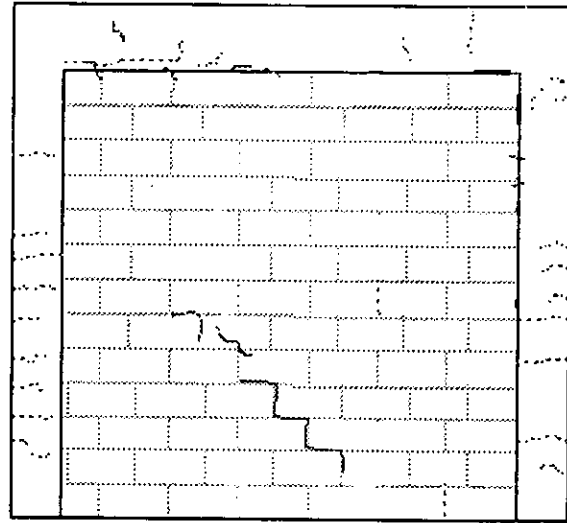
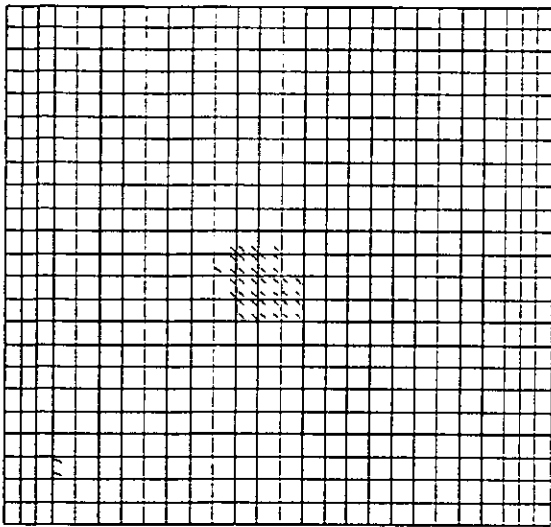


**Figura 4.1.6. Gráficas carga contra distorsión angular.**

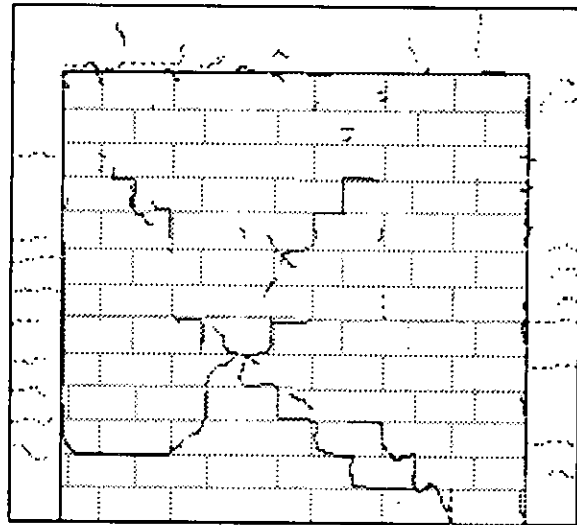
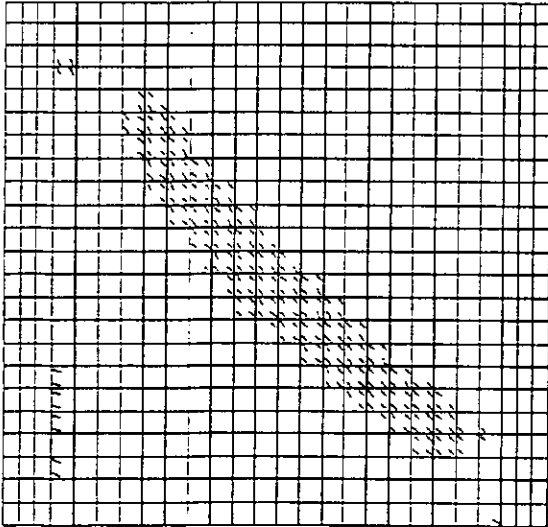
La ilustración de las configuraciones deformadas, obtenidas para el modelo numérico en diferentes niveles de carga y distorsión, se muestra en la Fig. A-3 del apéndice A. En ella se puede observar como se presenta la separación entre marco y muro en la esquina inferior izquierda y no así en la superior derecha; esto, como ya se comentó, se debe a la presencia de la carga axial sobre las columnas del marco como ya se comentó.

Una comparación de los patrones de agrietamiento reportados en el modelo experimental y los obtenidos con el modelo numérico, se muestra en las Figs. 4.1.7a) a 4.1.7d), cada figura corresponde a niveles dados de carga y distorsión del modelo experimental. En todas las figuras se puede observar que los patrones de agrietamiento de los modelos experimental y numérico son similares, y que de manera general las zonas de agrietamiento, así como las intensidades de las mismas muestran una buena similitud entre el modelo numérico y el experimental.

Cabe aclarar que en el caso de la Fig. 4.1.7d) la gráfica del modelo numérico corresponde a una distorsión menor de 0.009, ya que el análisis no se llevó hasta esos niveles de distorsión por los motivos ya mencionados, pero se consideró adecuado incluirla como referencia del patrón de agrietamiento para el nivel de carga máxima en el modelo numérico. De importancia es que en las figuras correspondientes a los modelos experimentales aparecen los patrones de agrietamiento para una carga cíclica, y no para una monótona creciente, que es el caso de los modelos numéricos.

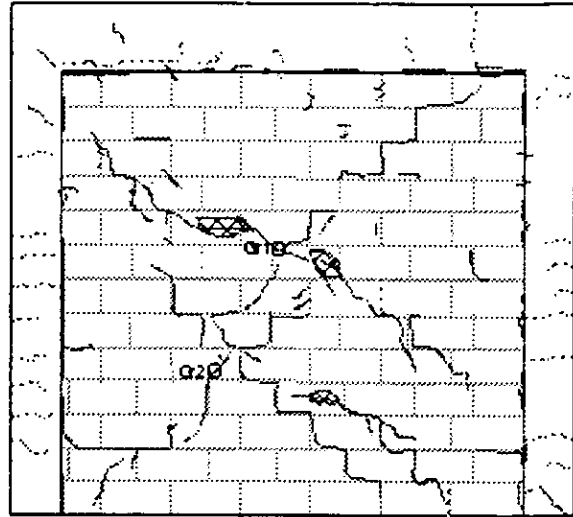
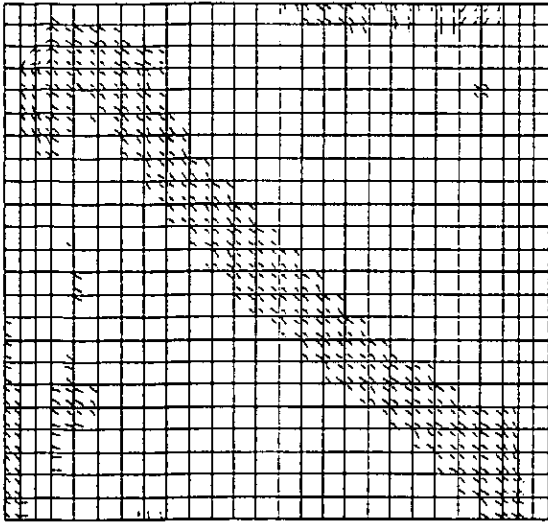


a)  $P = 11.6 \text{ t}; \gamma = 0.0005$

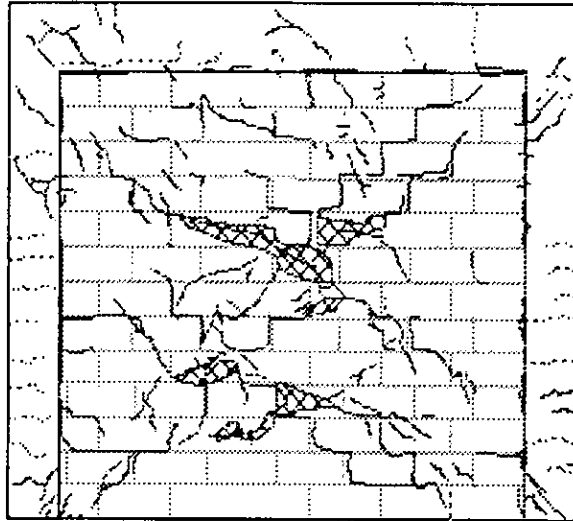
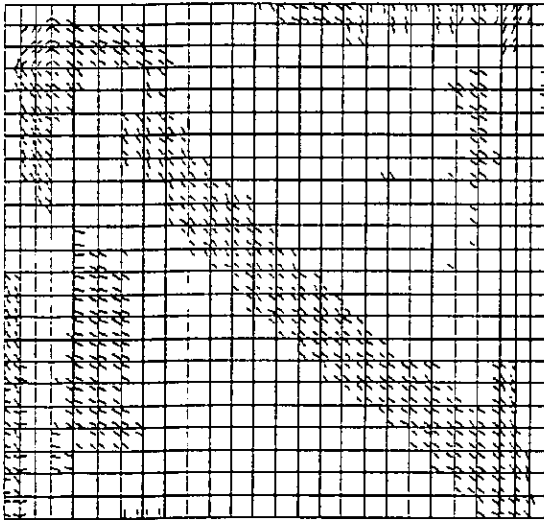


b)  $P = 19.4 \text{ t}; \gamma = 0.001$

Figura 4.1.7. Patrones de agrietamiento; Modelo numérico y experimental.



c)  $P = 26.4 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.004$



d)  $P = 27.0 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.009$

Figura 4.1.7. Patrones de agrietamiento; Modelo numérico y experimental.

## 4.2 Modelado de murete en compresión diagonal

Para validar las propiedades equivalentes que resultaron de la calibración del modelo de elementos finitos, se elaboró un modelo analítico de un murete con las mismas dimensiones que los modelos experimentales y con los parámetros para la mampostería que se muestran en la tabla 4.3. En la Fig. 4.2.1 se ilustra la configuración del ensaye de cinco muretes ensayados en compresión diagonal. Los cinco muretes eran cuadrados con una y media piezas en su base y tres piezas en su altura.

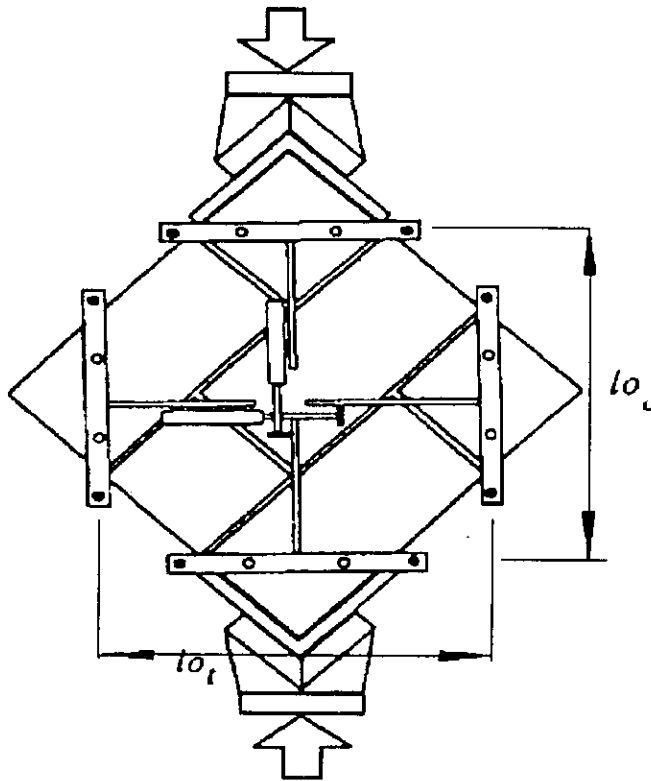


Figura 4.2.1. Ensayo de muretes en compresión diagonal (Flores *et al.* 1999).

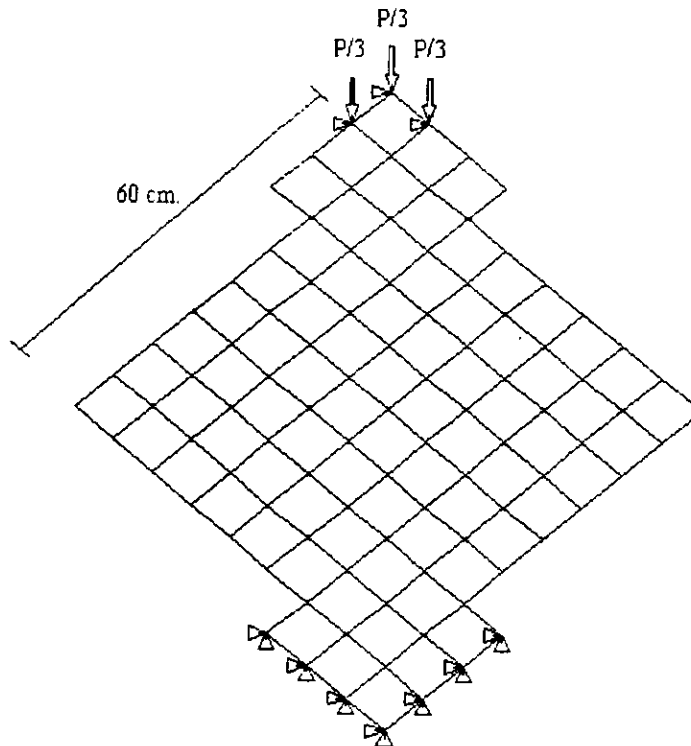
Como se muestra en la Fig. 4.2.1, se colocaron dispositivos de instrumentación para medir la deformación de las diagonales en ambas caras ( $\epsilon_c$  y  $\epsilon_t$ ). La deformación angular se calculó con la siguiente expresión:

$$\gamma = |\epsilon_c| + |\epsilon_t| \quad (4.1)$$



En el modelo analítico se utilizaron 64 elementos cuadriláteros de cuatro nodos para modelar al murete y cinco para cada placa de transmisión de carga; en general se utilizaron los mismos criterios que se usaron para modelar al muro de mampostería en el modelo MTO-11. En la Fig. 4.2.2 se muestra la malla de elementos finitos utilizada, así como los apoyos y las condiciones de carga.

En la Fig. 4.2.3 se muestran los resultados de los cinco muretes ensayados y los resultados del modelo de elementos finitos; como se puede apreciar existe una dispersión grande en los resultados experimentales; sin embargo, la curva de los resultados analíticos se encuentra dentro del intervalo de dichos resultados.



**Figura 4.2.2. Malla de elementos finitos para murete en compresión diagonal.**

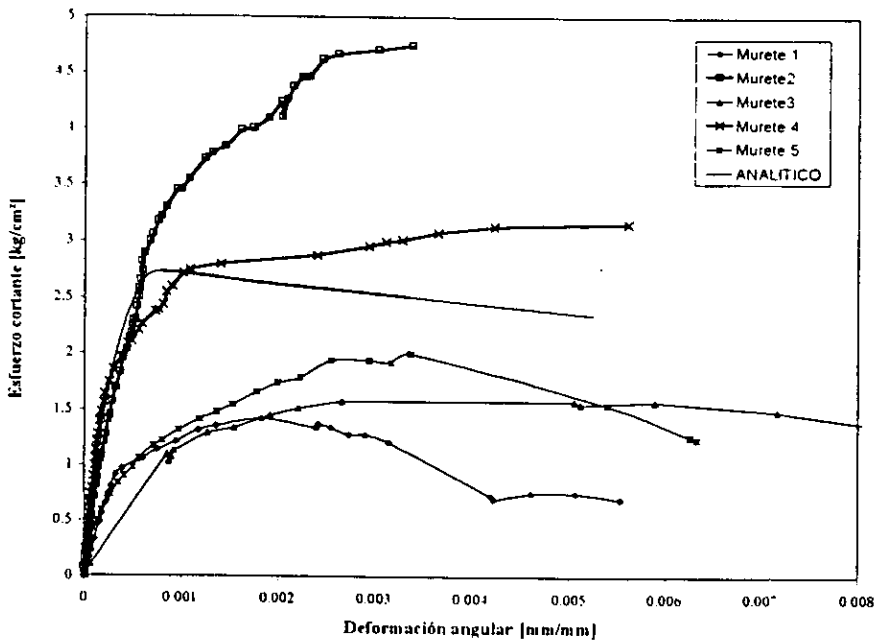


Figura 4.2.3. Resultados de ensayos a compresión diagonal

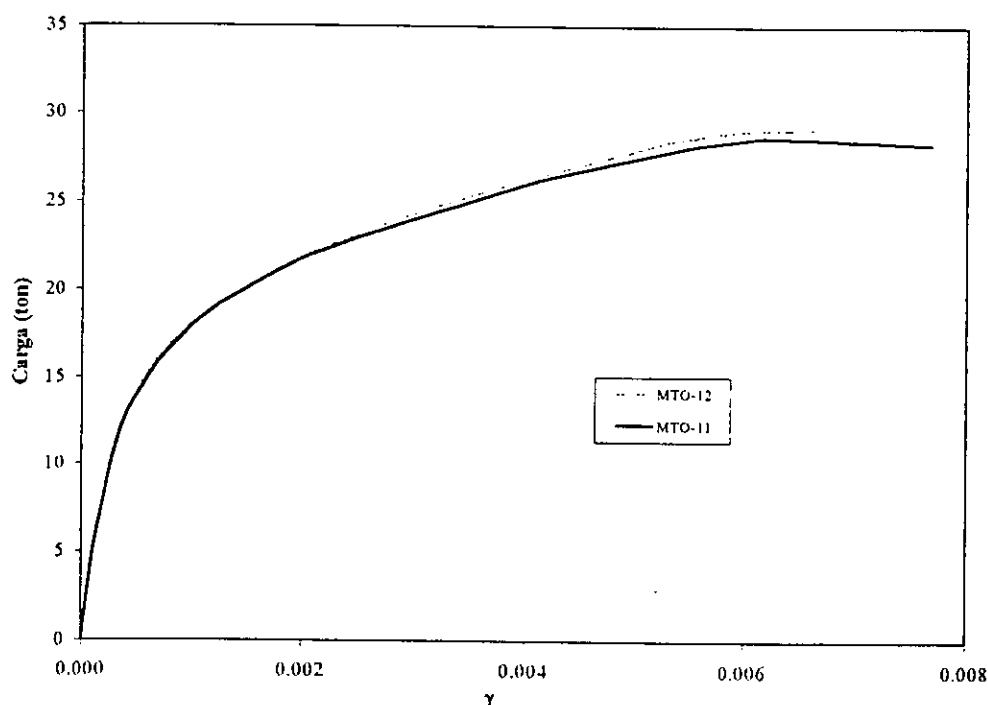
### 4.3 Efectos de la Carga Axial

Una vez terminado el proceso de calibración del modelo numérico, se realizaron algunos análisis adicionales con los mismos parámetros que se presentan en la tabla 4.3 para evaluar los efectos que produce cambiar la distribución y la magnitud de la carga axial que se aplica en las columnas del marco. Se estudió el efecto de la carga axial en cuanto a rigidez y resistencia del modelo estudiado, para conocer las distribuciones de esfuerzos en la interfaz, los elementos mecánicos en el marco de concreto, así como la distribución del daño para diferentes niveles de carga lateral.

#### 4.3.1 Análisis Adicionales

El primer análisis adicional que se realizó consistió en agregar una carga distribuida en la viga del marco que fuera equivalente a una losa de concreto apoyada en dicha viga. En este modelo (MTO-12) se mantuvo el mismo nivel de carga axial sobre las columnas (37.7 t). Como se puede observar en la Fig. 4.3.1 no existe una diferencia notable entre los dos modelos comparados, ya que el modelo MTO-12 sólo presentó un aumento de 3% en la

carga máxima y tuvo prácticamente la misma rigidez inicial; resultado que coincide con los presentados por Mehrabi *et al* (1994), donde reporta que un modelo que tenía carga axial en las columnas y una carga distribuida en la viga, tuvo un aumento del 5% en la carga máxima con respecto a otro modelo que solo tenía carga axial en las columnas. Este pequeño aumento puede ser atribuido al incremento de la resistencia a cortante debido a que los esfuerzos de compresión en las juntas horizontales son un poco mayores por la distribución de la carga sobre la viga.



**Figura 4.3.1. Curvas carga contra deformación angular para diferentes distribuciones de carga axial.**

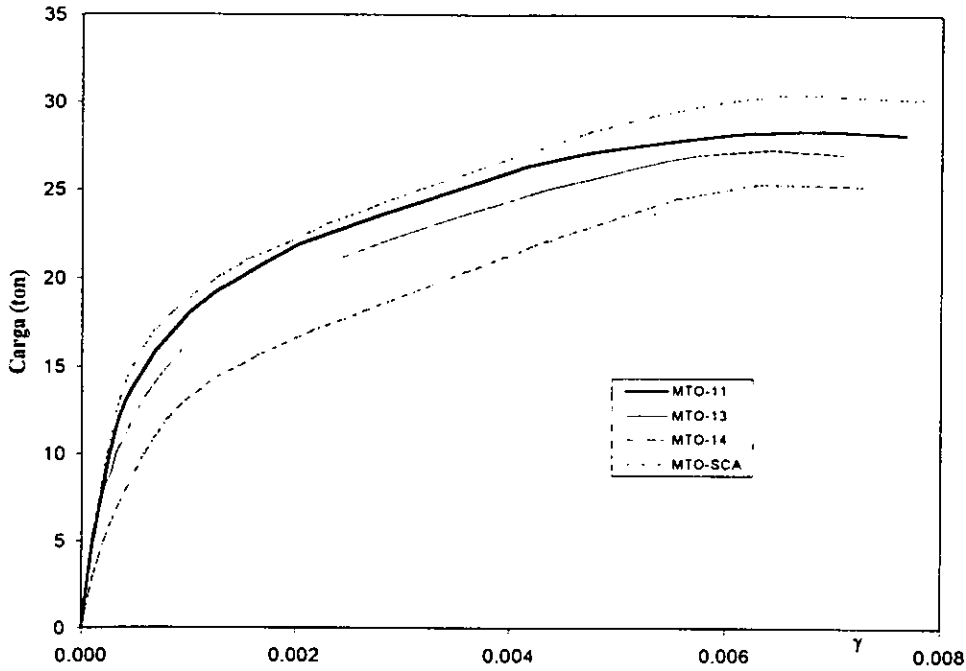
Para evaluar los efectos que produce el hecho de tener distintos niveles de carga axial sobre las columnas, se realizaron tres análisis variando el nivel de carga axial sobre éstas; el modelo MTO-13, en el que se disminuyó la carga a un nivel de esfuerzos de  $0.1f_c$ , equivalente a 19 ton por columna aproximadamente; en el modelo MTO-14 se aumentó a  $0.3f_c$  que equivale a 59 ton por columna; y por último, el modelo MTO-SCA donde se realizó el análisis sin carga axial en las columnas. En la Fig. 4.3.2 se muestran las curvas de comportamiento obtenidas para estos modelos y para el modelo original (MTO-11). En ellas se pueden observar cambios en cuanto a la rigidez inicial y la resistencia de los

modelos, esto es, entre mayor el nivel de carga axial, se observó un aumento tanto en rigidez como en resistencia.

En el apéndice A se muestran las configuraciones deformadas obtenidas de estos modelos para diferentes etapas de carga. Básicamente se muestran las configuraciones para un nivel de carga inferior al agrietamiento diagonal del muro, otro posterior al agrietamiento, uno más entre la carga de agrietamiento y la carga máxima, y finalmente la configuración deformada para la carga máxima. En ellas se puede observar que en el caso del modelo sin carga axial (MTO-SCA) se presenta separación entre muro y marco en las esquinas inferior izquierda y superior derecha durante toda la historia de carga; se presenta también, un aumento en la longitud de contacto entre muro y marco conforme aumenta la carga lateral; la malla de elementos finitos se distorsiona conforme se presenta el agrietamiento del muro, pudiéndose apreciar de manera clara la diagonal central del muro que se encuentra agrietada. Cuando se aplica carga axial al modelo se pueden observar que no se presenta separación en la esquina superior derecha, que la longitud de contacto disminuye ligeramente para cargas menores a la de agrietamiento y después comienza a aumentar hasta la carga máxima; y que se presenta un ligero corrimiento de la diagonal agrietada hacia abajo conforme aumenta la carga axial.

Para poder apreciar mejor como se va presentando y distribuyendo el daño en el muro de mampostería, en el apéndice B se presentan las gráficas de las deformaciones principales totales para cada una de las etapas de carga ya mencionadas. Se consideró más adecuado presentar estas gráficas en lugar de las que muestran la distribución de los esfuerzos principales; ya que al existir ablandamiento en los modelos utilizados se puede crear confusión porque después de alcanzarse la carga máxima los valores de esfuerzo empiezan a disminuir conforme se presenta el ablandamiento del material, y esto no proporciona una idea clara de cómo aumenta el daño en el muro. Con este tipo de gráficos se puede observar, para todos los modelos, como se concentra el daño en la diagonal central a medida que aumenta la carga lateral, y como se desplaza la diagonal central ligeramente hacia abajo conforme aumenta la carga axial. Además, se observa el cambio en la distribución de las deformaciones en los modelos con carga axial, con respecto al modelo

sin carga axial, para cargas laterales menores a la de agrietamiento. En el apéndice C se muestran los patrones de agrietamiento para estos modelos adicionales, en los que se puede ver que la presencia de carga axial reduce el nivel de agrietamiento en las columnas del marco para niveles altos de carga lateral.



**Figura 4.3.2. Curvas carga contra deformación angular para diferentes niveles de carga axial**

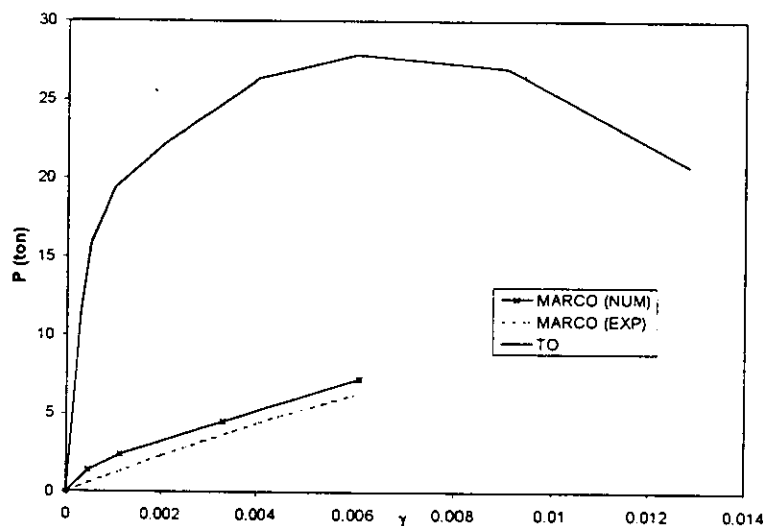
En la tabla 4.4 se muestran las distorsiones asociadas a distintos niveles de carga, al correspondiente a la separación entre muro y marco, a la carga de agrietamiento y a la resistencia máxima para los modelos analizados en este trabajo, así como los valores reportados por otros investigadores. Se puede ver que en el caso de la distorsión asociada a la separación, el modelo MTO-SCA no tiene valor, esto se debe a que dicho modelo presenta separación desde el primer paso de carga. En los otros modelos se observa como el nivel de carga axial provoca que la separación se presente para valores mayores de distorsión, el efecto contrario se presenta para las distorsiones asociadas al agrietamiento.

**Tabla 4.4. Distorsiones asociadas a distintos niveles de carga.**

Modelo	Separación	Agrietamiento	Resistencia máxima
MTO-SCA	----	0.0009	0.0063
MTO-13	0.00005	0.0006	0.0064
MTO-11	0.0002	0.0006	0.0068
MTO-14	0.0003	0.0005	0.0069
Esteva (1966)	0.0001-0.0006	0.0008-0.003	----
Meli (1979)	----	0.0005-0.0015	----
Polyakov (1956)	0.00003-0.0007	----	0.0012-0.0079

En el caso de las distorsiones asociadas a la resistencia máxima, se observa un pequeño incremento en las distorsiones, cuando aumenta la carga axial. En general se puede concluir que los valores obtenidos en los análisis están dentro de los rangos reportados por los autores, como se muestra en la tabla 4.4.

Como parte del programa experimental, una vez que se terminó de ensayar el modelo, se retiró el muro de mampostería y se aplicaron algunos ciclos de carga sobre el marco de concreto sin muro de relleno. En la Fig. 4.3.3 se muestra la curva experimental obtenida y la que resultó del análisis del modelo numérico para el marco, como se puede observar existe una buena similitud entre las rigideces de ambas curvas.



**Figura 4.3.3. Curvas carga contra deformación angular, marco de concreto.**

### 4.3.2 Rigidez y Resistencia

Para poder apreciar mejor los efectos que produce la presencia de la carga axial en el modelo, en la Fig. 4.3.4 se presenta la relación entre el nivel de carga axial y la rigidez de los modelos. Esta figura muestra las gráficas para una rigidez inicial tangente y para la rigidez secante al nivel de carga de agrietamiento, pudiéndose observar que la existencia de la carga axial contribuye al aumento de la rigidez de los modelos con una relación que se puede considerar aproximadamente lineal.

En la tabla 4.5 se presenta una comparación de los valores de rigidez inicial obtenidos a partir de las expresiones que se presentan en el capítulo 2, y los obtenidos con los modelos numéricos aquí presentados; se muestra también la rigidez que se obtiene a partir del análisis lineal de un modelo de elementos finitos. En general se puede decir que las expresiones analíticas arrojan valores similares al que se obtiene del análisis lineal del modelo, ya que dichas expresiones se basan en las propiedades lineales de los materiales. Sin embargo, cuando se presentan los efectos de la no-linealidad, principalmente la separación entre muro y marco que ocurre para niveles de carga muy pequeños, esta rigidez se ve reducida.

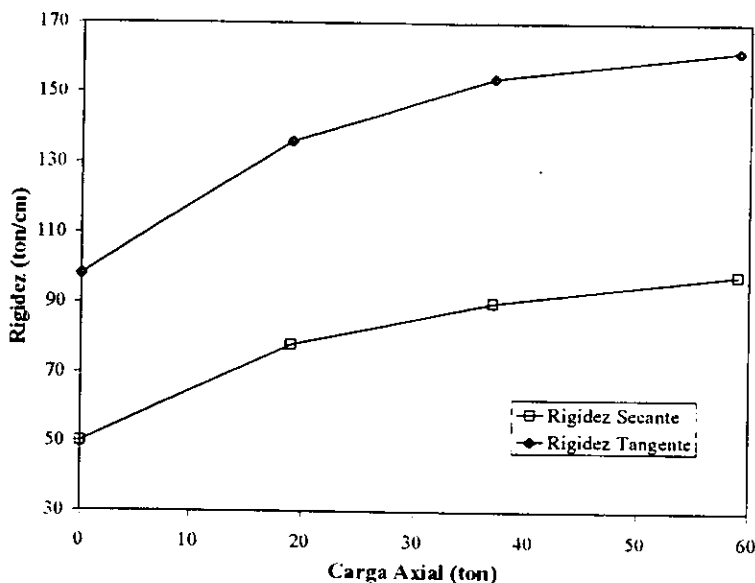


Figura 4.3.4. Efectos de la carga axial en la rigidez de los modelos.

**Tabla 4.5. Comparación de la rigidez inicial en los modelos.**

Expresiones Propuestas		Resultados Analíticos	
Autor	Rigidez (Ton/cm)	Modelo Num.	Rigidez (Ton/cm)
Esteva (1966)	134	MTO-SCA	98
Fiorato (1970)	194	MTO-13	136
Bazán (1980)	169	MTO-11	154
Tomazevic (1999)	237	MTO-14	162
		EF-Lineal	185

En esta tabla se puede ver que, conforme aumenta el nivel de carga axial en el modelo, la rigidez inicial se ve menos afectada, entre otras razones, debido a que su presencia hace que la separación entre muro y marco sea menor para un mismo nivel de carga. Lo mismo ocurre con la rigidez secante calculada en el nivel de carga de agrietamiento, la cual se compara con la rigidez obtenida con algunos de los criterios de diagonal equivalente presentados en el capítulo 2 (Tabla 4.6).

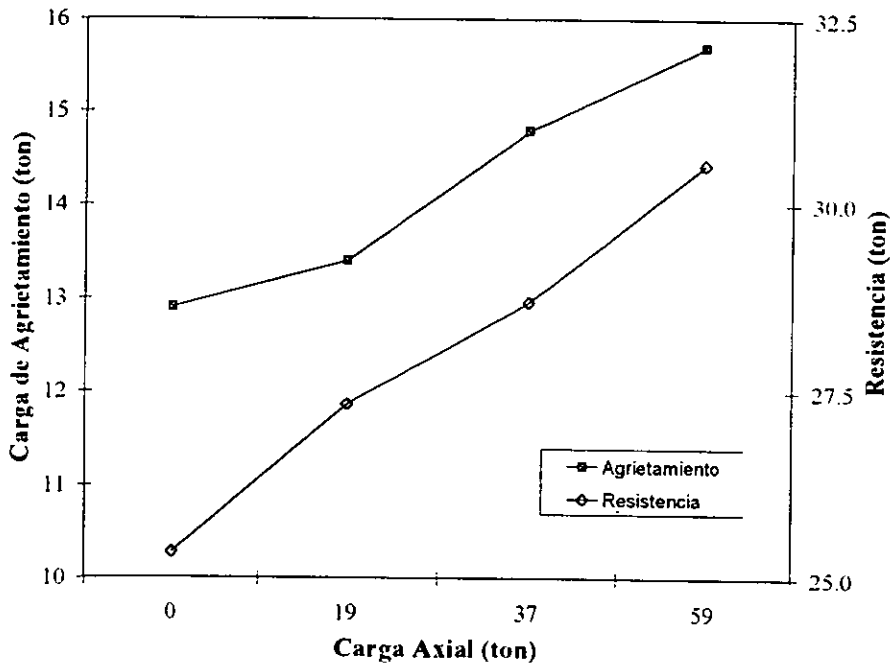
Es importante aclarar que las expresiones que consideran una diagonal equivalente se basan también en propiedades elásticas de los materiales; mientras que en los modelos numéricos cuando se presenta el comportamiento de diagonal, ya existe una degradación en las propiedades de los materiales debida al comportamiento no lineal, principalmente en el caso del modelo sin carga axial (MTO-SCA) en el que la separación entre muro y marco ocurre desde el primer paso de carga del análisis. De manera general y con base en los resultados aquí presentados se puede concluir que los modelos que utilizan una diagonal equivalente son más adecuados para representar la rigidez de este tipo de estructuras en los análisis convencionales, ya que, como se puede apreciar, la rigidez inicial se degrada rápidamente por los efectos antes mencionados.



**Tabla 4.6. Comparación de la rigidez secante en los modelos.**

Expresiones Propuestas		Resultados Analíticos	
Autor	Rigidez (Ton/cm)	Modelo Num.	Rigidez (Ton/cm)
Stafford-Smith (1969)	74	MTO-SCA	50
Bazán (1980)	84	MTO-13	78
Tomazevic (1999)	77	MTO-11	90
		MTO-14	98

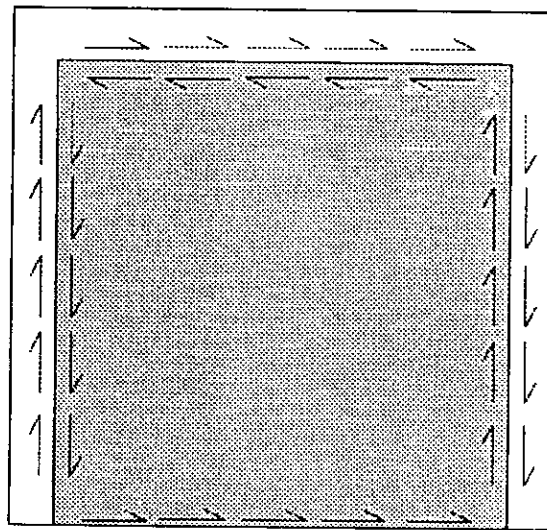
En cuanto a los efectos de la existencia de carga axial sobre la resistencia, en la Fig. 4.3.5 se muestra la relación que existe entre la carga de agrietamiento, la resistencia y la carga axial que actúa en el modelo; aquí se puede notar que existe también una relación aproximadamente lineal en la que tanto la resistencia como la carga de agrietamiento tienden a aumentar cuando se incrementa el nivel de carga axial. Aunque sólo se presentan los resultados de cuatro análisis, se puede considerar que estos muestran una tendencia esperada del comportamiento real de los marcos de concreto con muros de relleno.



**Figura 4.3.5. Efecto de la carga axial en la carga de agrietamiento y en la resistencia.**

### 4.3.2 Distribución de esfuerzos en la interfaz y de elementos mecánicos.

Para entender mejor el comportamiento de este tipo de estructuras se estudiaron las distribuciones de esfuerzos en las zonas de contacto muro-marco y muro-cimentación. En el apéndice D se presentan las distribuciones de esfuerzos tangenciales y normales para los cuatro modelos estudiados y para diferentes etapas de carga. En la Fig. 4.3.6 se muestra un esquema con la convención para desplazamientos tangenciales (deslizamiento) positivos y en el caso de los esfuerzos normales, positivo es tensión y negativo compresión.



**Figura 4.3.6. Desplazamientos tangenciales positivos en la zona de contacto.**

En todas las figuras del apéndice D la parte superior representa el contacto entre el muro y la viga del marco, las figuras centrales al contacto entre las columnas y el muro, y finalmente la inferior el contacto entre la cimentación y el muro. En la Fig. D-1 se pueden observar las distribuciones de esfuerzos para el modelo sin carga axial (MTO-SCA), se aprecia como los esfuerzos que se presentan en la interfaz y las zonas de contacto aumentan con el nivel de carga lateral. Para niveles de carga inferiores al agrietamiento (Fig. D-1a ) se presenta una distribución de esfuerzos normales que se puede considerar lineal, como lo suponen varios investigadores, con un mínimo en el punto donde comienza la separación y un máximo en la esquina correspondiente; sin embargo, cuando la carga aumenta esta distribución lineal no se mantiene.

En el caso de los modelos con carga axial, se puede observar que no existe separación en la esquina superior derecha del modelo, lo que da lugar a esfuerzos normales y tangenciales en toda la longitud de la viga superior y la columna derecha; a pesar de existir una disminución de los esfuerzos normales en la parte central de la viga del marco. Se aprecia también que conforme aumenta la carga axial, la zona de contacto también aumenta para un mismo nivel de distorsión. En estos modelos se presenta una ligera disminución de la zona de contacto hasta la carga de agrietamiento, incrementándose para niveles superiores de carga.

De manera general se puede considerar que los esfuerzos normales tienen una distribución que parte de cero, donde inicia la separación y pueden aumentar o mantenerse conforme se acercan a la esquina correspondiente. En algunos casos como en las Figuras D-2d y D-3d, (modelos MTO-11 y MTO-13) se puede apreciar que en la columna izquierda se presenta una reducción en los esfuerzos normales debida a que para esos niveles de carga se presenta aplastamiento en la esquina superior izquierda, posterior al agrietamiento diagonal; lo mismo ocurre, aunque de manera menos notoria, en la esquina inferior derecha para los modelos MTO-SCA y MTO-14, (Figuras D-1d y D-4d ).

En el apéndice E se muestran los elementos mecánicos en el marco de concreto obtenidos para los cuatro modelos estudiados, para dos niveles de carga, correspondientes al agrietamiento diagonal del muro y a la resistencia máxima. Para todos los casos se puede ver que las fuerzas cortantes y axiales son constantes en las zonas donde existe separación y tienen una variación lineal en las zonas de contacto, y que los valores de los momentos flexionantes aumentan considerablemente en las zonas de contacto. En los modelos con carga axial se puede apreciar que las fuerzas cortantes y axiales tienen una variación lineal en toda la longitud de la viga y la columna derecha del marco debido a la ausencia de separación entre muro y marco en esa zona, lo que provoca que exista una transmisión de esfuerzos entre ellos. Se puede concluir que la distribución de elementos mecánicos en el marco depende de los esfuerzos que se presentan en las zonas de contacto.

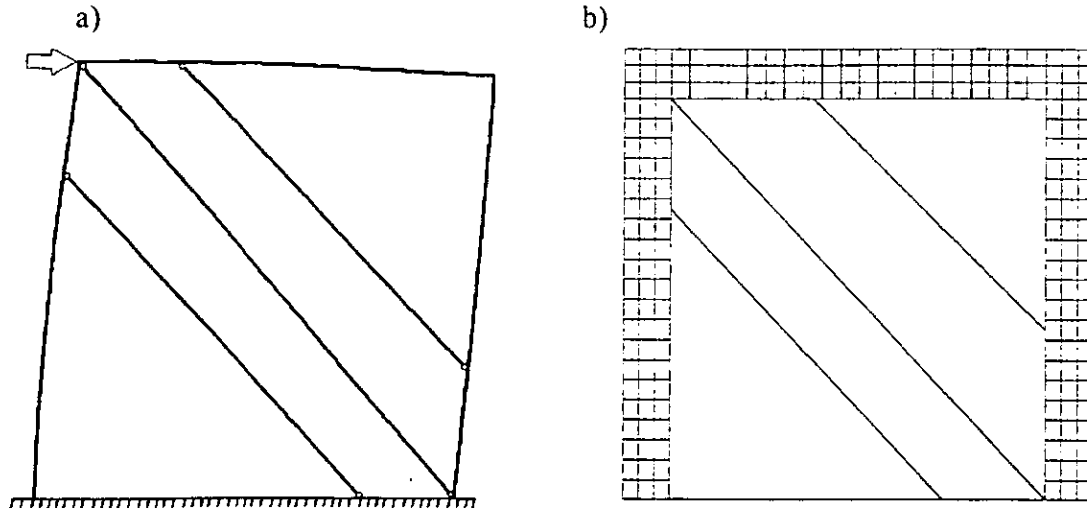
## Modelo simplificado estudiado

El objetivo de este trabajo es proponer y validar un modelo simplificado para el análisis no lineal de marcos de concreto con muros de relleno de mampostería, que sea sencillo de aplicar en la práctica de la ingeniería. Para lograr esto se revisó bibliografía existente sobre el comportamiento de este tipo de estructuras, así como trabajos previos relacionados con el tema. Diversos investigadores han propuesto que para analizar este tipo de marcos rellenos se sustituya al muro de relleno por una diagonal con propiedades equivalentes (Stafford-Smith y Carter 1969; Kadir 1974; Bazán 1980; Tomazevic 1999), que permiten obtener una adecuada estimación de la rigidez, pero no consideran la variación de los elementos mecánicos en el marco de concreto debida al contacto que existe entre el muro y el marco. Chrysostomou et al. (1992) proponen el uso de tres diagonales para sustituir al muro, y concluye que las fuerzas axiales del marco de concreto se ven significativamente afectada por la presencia del muro, que la presencia de los muros reduce los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes en el marco que confina al muro, que el daño se concentra en los pisos inferiores y que la presencia de los muros reduce considerablemente el número de elementos que se plastifican. Posteriormente Orduña (1999) basándose en el trabajo de Chrysostomou et al. (1992) mejora el modelo de tres diagonales para analizar muros de mampostería confinados, con base en análisis no lineales de elementos finitos.

### 5.1 Modelo propuesto

El modelo simplificado investigado en este trabajo parte del trabajo realizado por Orduña (1999) donde se utilizó por primera vez el modelo de tres diagonales para modelar al muro, solo que el marco de concreto se modeló utilizando elementos finitos y esto hace que se pierda el beneficio de la simplificación y dificulte su uso en la práctica. Por esto,

aquí se propone un modelo con base en elementos viga-columna para el marco de concreto, y elementos armadura para el muro de mampostería. El modelo admite comportamiento no lineal en todos los elementos, por lo que es aplicable a situaciones en las que este tipo de comportamiento está presente, aún en las vigas y columnas del marco. En la Fig. 5.1.1 se muestra el modelo propuesto por Orduña (1999) y el propuesto en este trabajo.



**Figura 5.1.1. a) Modelo Propuesto; b) Modelo propuesto por Orduña (1999)**

En la calibración del modelo simplificado se utilizaron los resultados del análisis de elementos finitos para el modelo sin carga axial (MTO-SCA). Esto debido a que es el caso más sencillo y el que representa a la mayoría de los casos reales, ya que según los procedimientos de construcción en este tipo de estructuras, al colocar el muro de relleno, la carga axial ya trabajó modificando las propiedades iniciales del concreto de las vigas y columnas. Sin embargo, para cubrir los casos en los que la carga axial existe, como por ejemplo, en los muros confinados, en la siguiente sección se modifica el modelo simplificado para tomar en cuenta este efecto.

En este tipo de modelos simplificados existen tres grupos de variables que definen el comportamiento del muro, la ubicación de las diagonales excéntricas, la rigidez de los elementos, y por último, la resistencia de los mismos. Con el fin de evaluar el efecto de la ubicación de las diagonales que sustituyen al muro de mampostería, se utilizó un criterio basado en las longitudes de contacto entre muro y marco para diferentes niveles de carga:

para un nivel de carga ligeramente superior al estado de agrietamiento diagonal del muro, para el nivel de carga máxima, y finalmente para un estado de carga intermedio. Por simplicidad estas longitudes se consideraron constantes durante toda la historia de carga, a sabiendas de que van cambiando conforme aumenta la carga. Se consideró que cambiar estas longitudes resultaría muy complicado y poco práctico. En el criterio usado, las diagonales excéntricas se colocaron en los puntos donde comienza la separación entre el muro y el marco para los niveles de carga mencionados.

Para definir las propiedades de las diagonales se dividió la zona de contacto entre muro y marco en tres subzonas; considerando que la diagonal central debe tomar la resultante de los esfuerzos de contacto en zona definidas con base en la recomendación que se hace en DDF (1996), respecto a que el cortante con que debe diseñarse un elemento de concreto reforzado es aquel que se presenta a un peralte del apoyo (Orduña, 1999). Así, quedan definidas las tres subzonas y el área transversal de cada diagonal; posteriormente se obtuvieron las resultantes de esfuerzos asociadas a cada subzona para el estado de agrietamiento diagonal y para la carga máxima, multiplicando los esfuerzos en la interfaz por el área de contacto que correspondía a cada elemento. Estas resultantes y las longitudes de contacto para cada estado de carga mencionado se muestran en la Fig. 5.1.2

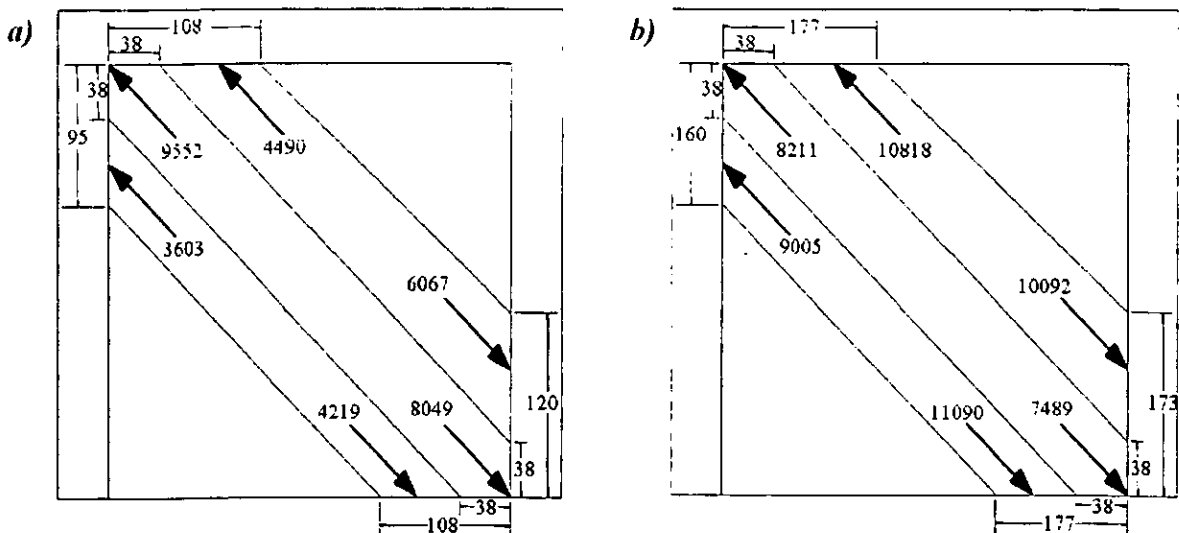


Figura 5.1.2. Fuerzas resultantes en las subzonas de contacto; a)  $P= 13.7 \text{ ton}$ ,  $\gamma= 0.001$ ;  
b)  $P= 25.3 \text{ ton}$ ,  $\gamma= 0.0061$ .

En la Fig. 5.1.2a se puede apreciar que cuando el muro se agrieta, la parte central de la diagonal a compresión toma una mayor parte de la carga; y que una vez que el nivel de carga aumenta, las diagonales excéntricas van tomando una cantidad mayor de esfuerzos, con respecto al nivel de carga de agrietamiento; ya que el área de dichas diagonales aumenta conforme aumentan las zonas de contacto, Fig. 5.1.2b, donde también se observa que la carga que toma la diagonal central en el nivel de carga máxima disminuye con respecto al nivel de carga de agrietamiento; esto se debe a que el daño que se presenta en el muro se concentra en la zona que representa la diagonal central y, a que, esta diagonal tiene un área constante durante todo el proceso de carga.

Las longitudes de contacto para el nivel de carga de agrietamiento diagonal que se muestran en la Fig. 5.2.1a dan como resultado un ancho de diagonal equivalente  $w$  de 143 *cm*; valor cercano a los que reportan algunos autores y que se muestran en la tabla 5.1.

**Tabla 5.1. Valores para el ancho de la diagonal equivalente.**

Autor	$w$ (cm)
Stafford Smith y Carter (1969)	145
Kadir (1974)	137
Bazán (1980)	112
Tomazevic (1999)	104

Con base en los resultados de la tabla 5.1, se puede concluir que, utilizando el parámetro adimensional (Ec. 2.5) propuesto por Stafford Smith y Carter (1969), es posible obtener de la gráfica mostrada en la Fig. 5.1.3a, la longitud de la zona de contacto entre la columna y el muro. La longitud de contacto entre la viga y el muro se puede calcular, sin mayor problema a partir de la longitud de la zona de contacto y el ancho de la diagonal equivalente obtenido de la curva para la condición de carga nula en la diagonal mostrada en la Fig. 5.1.3b. Mediante este proceso queda definida la localización de las diagonales excéntricas sobre la viga y la columna.

Es evidente que a pesar de los buenos resultados obtenidos procediendo de esta manera es necesario contar con más resultados experimentales para poder validar este criterio para condiciones diferentes a las aquí consideradas.

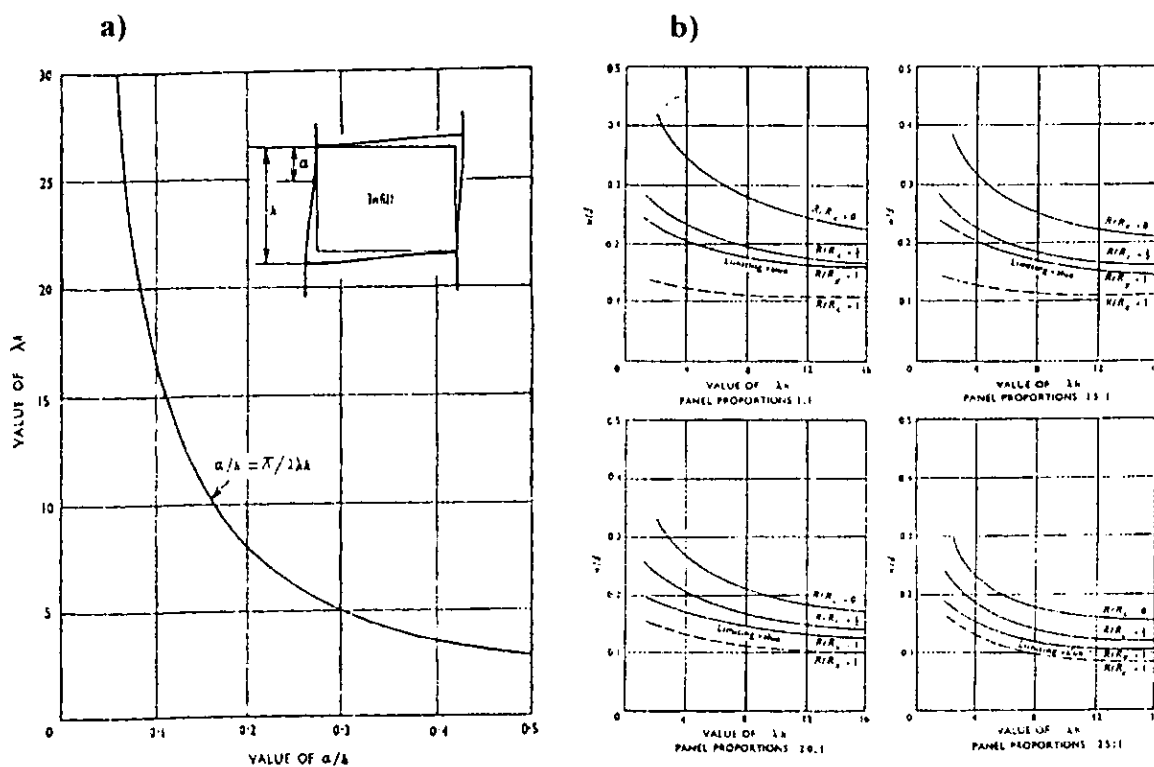


Fig. 3.1.3. a) Cálculo de la longitud de contacto; b) Cálculo del ancho de la diagonal equivalente (Stafford Smith y Carter, 1969).

Para definir las rigideces y resistencias de las diagonales equivalentes se consideró la distribución de esfuerzos en las tres subzonas para el nivel de carga de agrietamiento; ya que al tener definidas el área y la longitud de las diagonales, el único parámetro que se calibró fue el modulo de elasticidad. Con base en lo anterior, se le asignó una rigidez mayor a la diagonal central y con una resistencia, tal que la fluencia ocurriera para el nivel de carga de agrietamiento. Para las diagonales excéntricas se asignó una rigidez menor, ya que éstas no contribuyen de manera importante a la rigidez lateral del modelo, pero si modifican la distribución de los elementos mecánicos en el marco de concreto; y se les



asignó una resistencia para que fluyeran a un nivel de carga mayor que la carga de agrietamiento diagonal del muro. Estas propiedades se asignaron con base en los resultados del modelo numérico, donde se observó que para cargas mayores a la de agrietamiento, el muro ya no tiene una influencia significativa en la rigidez del modelo.

Una manera práctica para calcular las rigideces de las diagonales del modelo simplificado, consiste en utilizar el ancho equivalente propuesto por Stafford Smith y Carter (1969). Para la distribución de la rigidez resultante se recomienda asignar 60% de ésta a la diagonal central y 20% a cada una de las diagonales excéntricas. Con estos valores y con las longitudes y áreas de las diagonales definidas anteriormente se puede calcular el valor de un módulo de elasticidad equivalente, necesario para obtener estos valores de rigidez, a partir de la ecuación que define la rigidez lineal de un elemento armadura.

Para calcular las resistencias de las diagonales equivalentes se propone utilizar la relación entre la resistencia a compresión simple de pilas y el esfuerzo cortante resistente del muro propuesta por Meli (1979):

$$v = 0.8\sqrt{f'm} \quad (5.1)$$

donde,  $f'm$  es la resistencia a compresión simple de pilas, y  $v$  es el esfuerzo cortante resistente del muro.

En esta tesis se encontró que la carga de agrietamiento corresponde a aproximadamente un 70% del valor de la resistencia obtenida con la Ec. 5.1, valor cercano al 80% propuesto por Meli (1979).

Al estudiar los esfuerzos en las zonas del muro que representan las diagonales para el nivel de carga de agrietamiento, se observó que la diagonal central toma un valor cercano al 60% de la carga lateral; por lo que se recomienda asignarle una resistencia igual a este porcentaje de la carga de agrietamiento calculada a partir de la Ec. 5.1. Una vez definida la resistencia de ésta diagonal, la resistencia de las diagonales excéntricas se tomará como la

mitad de la diferencia entre la resistencia calculada con la Ec. 5.1 y la resistencia de la diagonal central. Con esto se logra que la fluencia de la diagonal central se presente para la carga de agrietamiento del muro y la fluencia de las diagonales externas para el nivel de carga que representa la resistencia del muro. Cabe aclarar que éstas recomendaciones están basadas únicamente en los resultados obtenidos en este trabajo, y necesitan ser validadas con un número mayor de resultados experimentales.

En la Fig. 5.1.4 se ilustra el modelo simplificado con las propiedades de las diagonales que resultaron de la calibración del modelo simplificado con el modelo de elementos finitos.

Debido a que en el modelo experimental no se presentaron articulaciones plásticas en el marco de concreto, aunque si se presentó cierto nivel de agrietamiento, se decidió, en este caso, modelar el marco de concreto con elementos viga-columna con comportamiento lineal; sin embargo, para representar el agrietamiento observado en el marco se le asignó a las secciones una inercia agrietada transformada. Sin embargo, como se mencionó antes, el modelo incluye el caso en el que se presenten articulaciones plásticas en las vigas o columnas del marco.

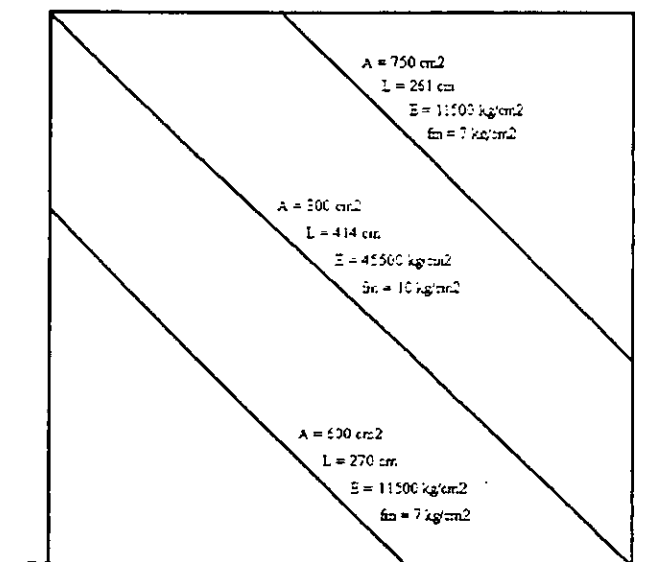
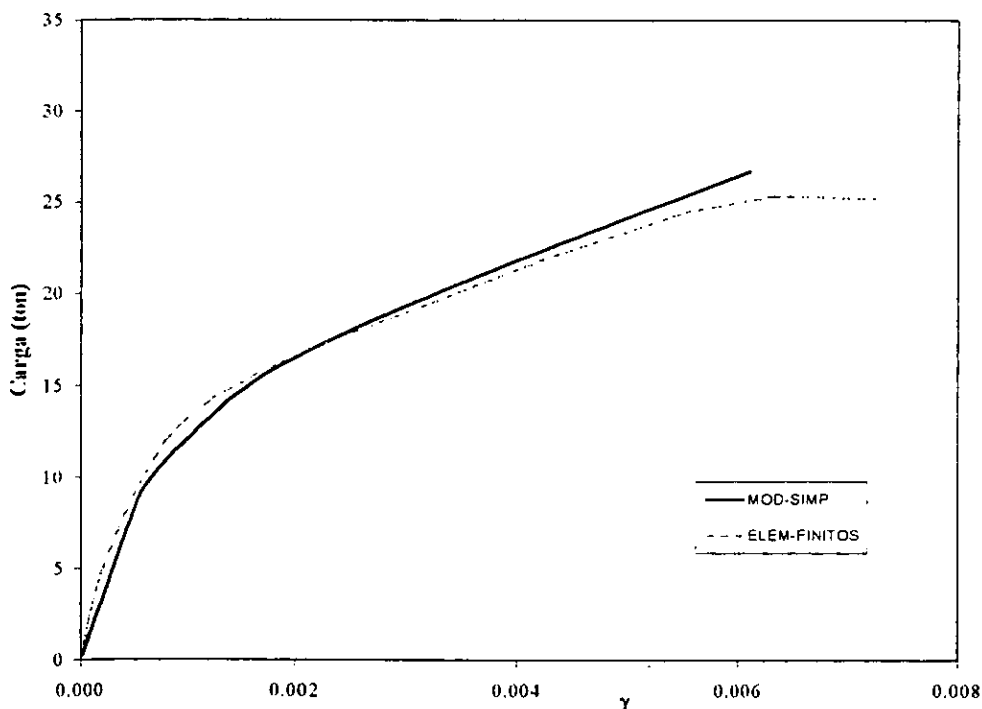


Figura 5.1.4. Propiedades de los elementos diagonales

Como se mencionó antes, los análisis se realizaron colocando las diagonales excéntricas con distintos criterios; sin embargo, se observó que al colocarlas en los puntos donde inicia la separación para el nivel de carga de agrietamiento, se obtenían mejores resultados que con los otros criterios. Ya que las diferencias obtenidas no fueron significativas, los resultados que se presentan se obtuvieron con el primer criterio mencionado.

En la Fig. 5.1.5 se ilustran las curvas carga contra distorsión angular obtenidas con el análisis de elementos finitos y con el modelo simplificado propuesto para el modelo sin carga axial (MTO-SCA). En ella se puede observar que existe una buena aproximación utilizando el modelo simplificado, hasta niveles de carga menores a la carga máxima, ya que en los casos estudiados el marco de concreto tuvo un comportamiento lineal, lo que hizo que para niveles elevados de carga la rigidez del sistema estuviera controlada por la del marco.



**Figura 5.1.5. Curvas carga contra distorsión angular; Modelo MTO-SCA.**

En la Fig. 5.1.6. se ilustran las distribuciones de elementos mecánicos en el marco de concreto para el nivel de carga asociado a una distorsión angular de 0.006, que es la distorsión máxima que permite el reglamento de construcción (DDF, 1993). Los resultados obtenidos con el modelo simplificado se comparan con los que resultaron del análisis de elementos finitos. En esta figura, se muestran también los resultados que se obtuvieron de un análisis realizado utilizando la diagonal equivalente propuesta por Bazán (1980); adicionándole propiedades no lineales.

En el centro de la Fig. 5.1.6 se ilustran las distribuciones de elementos mecánicos para la viga superior del marco, en la parte izquierda las distribuciones para la columna cargada y finalmente en la parte derecha las de la otra. Se puede ver que la distribución de momentos compara razonablemente con los resultados de elementos finitos, a pesar de que el modelo de barras es aún restrictivo. En el modelo de elementos finitos, la presencia del muro hace que las distribuciones de fuerzas cortantes y axiales tengan un valor constante sólo en las zonas donde se presenta separación entre el muro y el marco; y en las zonas de contacto dichas fuerzas aumentan de valor de manera lineal. Esto es, las diferencias en resultados se deben a que el modelo simplificado sólo puede representar una distribución constante de fuerzas cortantes y axiales, y lineal de momentos flexionantes, por la naturaleza de los elementos utilizados. Además, este tipo de modelos simplificados no pueden representar la transmisión de esfuerzos del marco al muro, debida a la fricción que se presenta en la zona de contacto entre ellos; y que es la que ocasiona que las fuerzas cortantes y axiales se incrementen de manera considerable en esas zonas.

Finalmente, es importante mencionar que el modelo simplificado propuesto representa de manera adecuada el cambio en la distribución de los elementos mecánicos; lo que no se logra con los modelos que consideran una sola diagonal equivalente, los cuales, suponen una distribución constante de fuerzas cortantes y axiales en toda la longitud de columnas y trabes, como se ilustra en la Fig. 5.1.6.

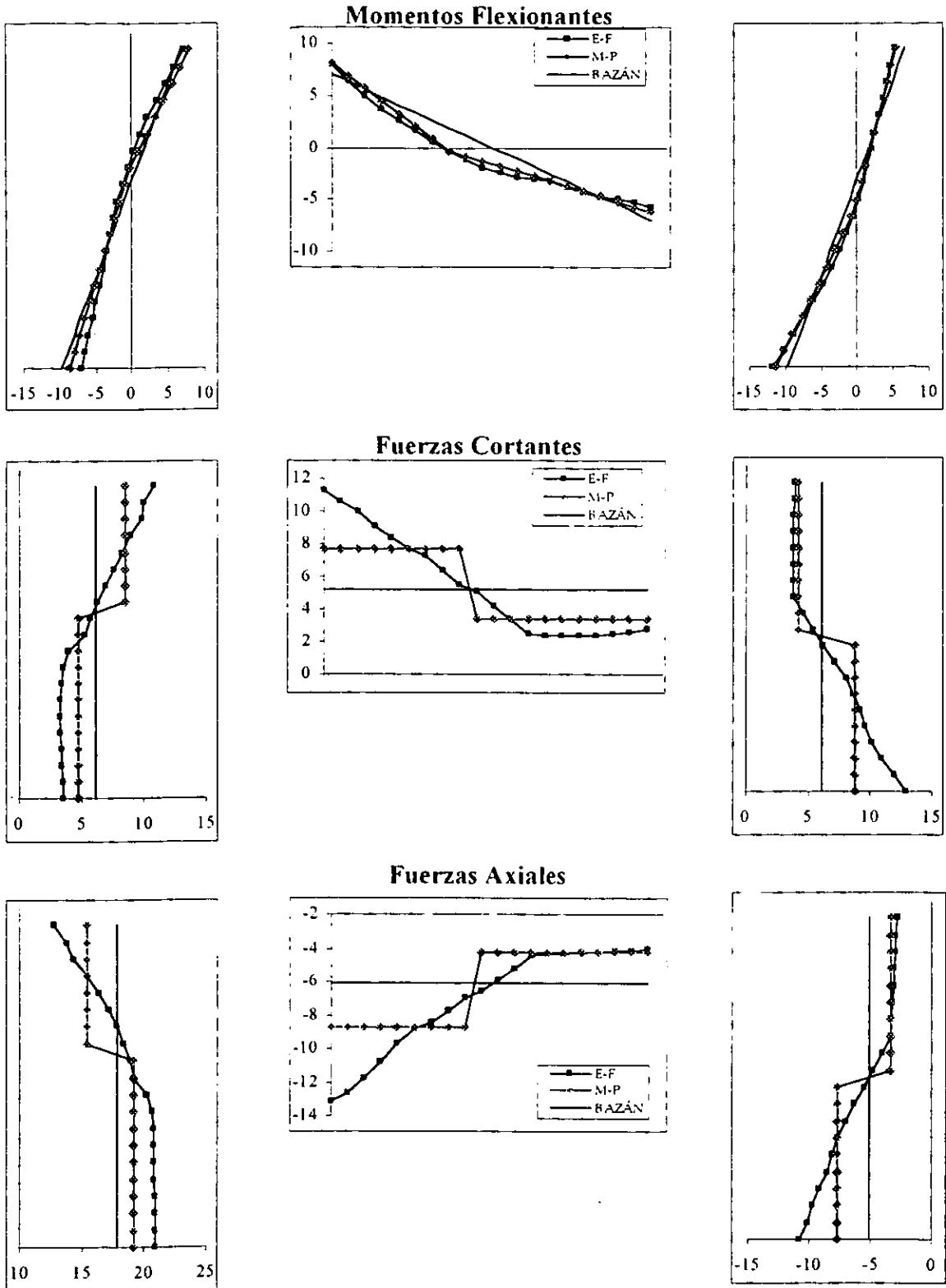
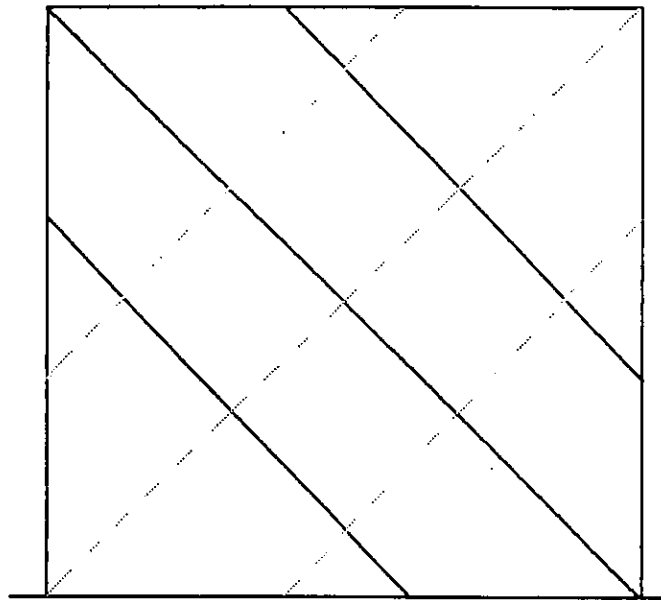


Figura 5.1.6. Elementos mecánicos en el marco,  $P = 25.3$  ton,  $\gamma = 0.0063$ ; Modelo MTO-SCA.

## 5.2 Modelo simplificado con carga axial

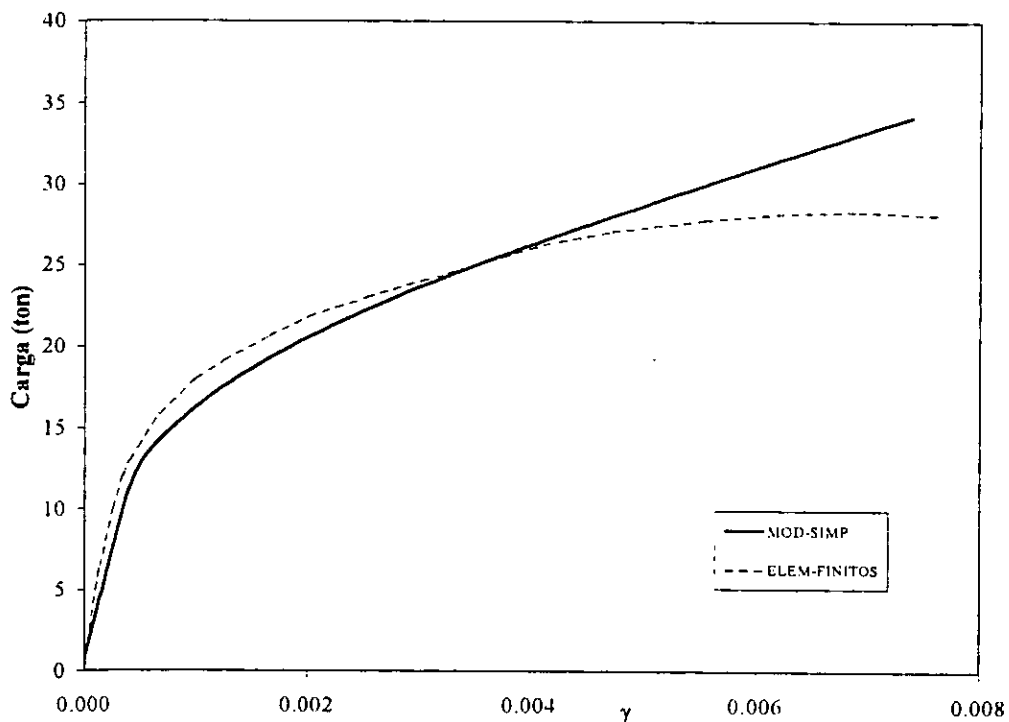
Al intentar modificar el modelo simplificado para incluir el efecto de la carga axial, se encontraron algunas dificultades. La primera de ellas fue que, como se puede apreciar en las figuras del apéndice D, en los modelos con carga axial no se presenta separación en la esquina superior derecha y el criterio para colocar las diagonales excéntricas está basado en el punto donde inicia la separación entre muro y marco. La segunda es que debido a la asimetría del modelo, al aplicar la carga axial en el primer paso de carga, se presentaban desplazamientos contrarios a la dirección de la carga lateral.

Para solucionar la primera dificultad, se propuso colocar la diagonal excéntrica superior en el punto donde se presenta el esfuerzo normal mínimo en la zona de contacto mencionada. Para resolver la segunda dificultad se colocaron tres diagonales adicionales en el sentido opuesto a las originales (Fig. 5.2.1). Estas diagonales se modelaron con un comportamiento a compresión y sin resistencia a tensión, para que al ser sometidas a un estado de esfuerzo en tensión, dejaran de trabajar y el modelo se comportara como el original.



**Figura 5.2.1. Modelo simplificado con seis diagonales.**

Una vez definido el criterio para colocar la diagonal excéntrica superior, fue posible calcular las propiedades para todas las diagonales, siguiendo el procedimiento descrito en la sección anterior. En la Fig. 5.2.2 se ilustran las curvas carga contra distorsión angular obtenidas con este modelo simplificado y el análisis de elementos finitos. Se puede ver que también se obtiene una buena aproximación con el modelo simplificado para cargas menores a la máxima, por los motivos ya comentados.



**Figura 5.2.2. Curvas carga contra distorsión angular; Modelo MTO-11.**

En la Fig. 5.2.3 se ilustran las distribuciones de elementos mecánicos para el nivel de carga máxima, y se hacen las mismas comparaciones que con el modelo sin carga axial. En el caso del modelo de elementos finitos se puede ver que la ausencia de separación en la esquina superior derecha, provocada por la presencia de carga axial, se ve reflejada en la distribución de elementos mecánicos; esto es, las fuerzas cortantes y axiales que se presentan en la viga y en la columna derecha, muestran una variación lineal en toda su longitud debido a la fricción que se presenta; ocasionada por el contacto que existe entre el marco y el muro en toda su longitud.

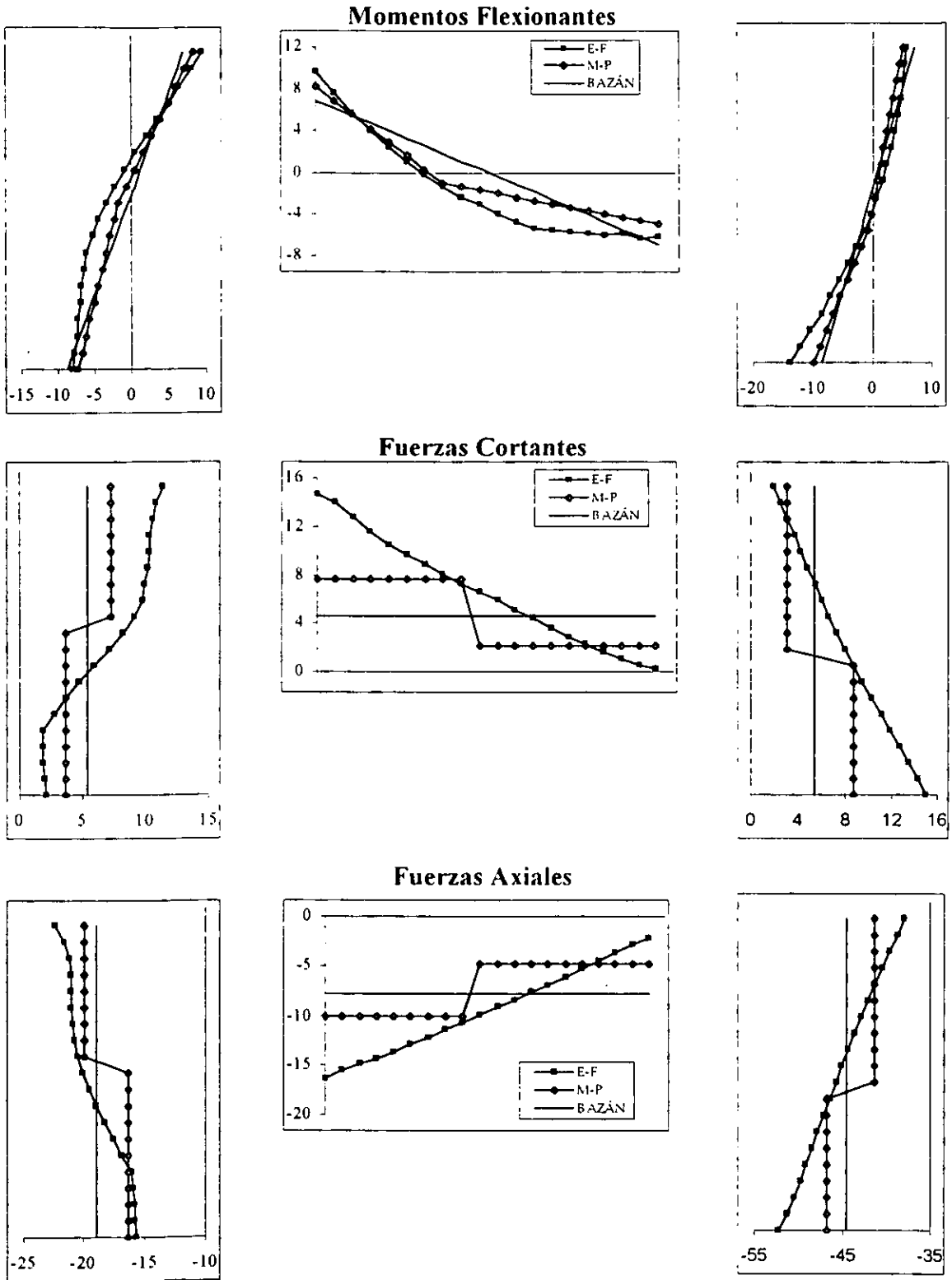


Figura 5.2.3. Elementos mecánicos en el marco,  $P = 28.3 \text{ ton}$ ,  $\gamma = 0.0062$ ; Modelo MTO-11.



## Resumen y Conclusiones

Es conocido que el comportamiento de marcos de concreto rellenos con muros de mampostería ante cargas laterales es muy complejo, ya que los efectos no lineales se presentan a niveles de carga bajos y que son muchos los factores que se tienen que tomarse en cuenta para representar este tipo de comportamiento. Por esto en este trabajo se decidió investigar un modelo simplificado para su análisis, con el que fuese posible reproducir el comportamiento global de este tipo de estructuras hasta niveles de distorsión permitidos por los reglamentos de construcción vigentes. Además, de permitir obtener distribuciones de elementos mecánicos en el marco de concreto confinante que sean más apegadas a la realidad que las obtenidas con los modelos que se utilizan actualmente en el análisis de este tipo de estructuras. Esto es muy importante para que los ingenieros de la práctica tengan presente que en este tipo de estructuras la distribución de fuerzas cortantes y axiales dependen de la interacción marco-muro; y que, por lo tanto, se debe tener cuidado al diseñar los elementos estructurales para evitar que el sistema se comporte de una manera inadecuada. Como resultado de esta investigación se llegó a las siguientes conclusiones:

- Las diferencias que se presentan entre los resultados obtenidos para los modelos con carga axial, no son de mucha relevancia ya que en la mayoría de las estructuras reales; por la manera en que se construye, al colocar el muro de relleno la carga axial ya trabajó modificando las propiedades iniciales del concreto de las vigas y las columnas del marco; y por lo tanto no tiene una influencia significativa en el comportamiento del muro de relleno.
- En cuanto a las diferencias que se obtienen en la distribución de los elementos mecánicos provenientes del modelo simplificado y uno más complejo, que usa elementos finitos no lineales; se encuentra que estas son atribuibles a la naturaleza de los modelos de los elementos viga-columna que se utilizaron en este trabajo. Estas

diferencias se podrían reducir utilizando elementos de orden superior pero esto complicaría el modelo y cambiaría los criterios de análisis comúnmente usados en la práctica.

- No se cuenta con información experimental suficiente para definir algunos de los parámetros necesarios para la realización de este tipo de análisis de elementos finitos, como lo son, las condiciones de adherencia entre piezas y mortero, las energías de fractura en compresión y en tensión, y las propiedades mecánicas que modelan la ortotropía del material.
- Dadas las nuevas tendencias en el análisis y diseño de las estructuras, es de particular importancia en el cálculo de la rigidez de este tipo de estructuras, utilizar expresiones que tomen en cuenta los efectos de la no linealidad; ya que como se mostró en este trabajo, esta puede diferir de manera importante de la rigidez calculada con expresiones que consideran solo las propiedades elásticas de los materiales.
- En este trabajo se demuestra que a pesar del comportamiento tan complejo de este tipo de estructuras; es posible desarrollar modelos numéricos basados en el método de los elementos finitos, que representen de manera satisfactoria su comportamiento. Esto es muy importante, ya que este tipo de análisis comparados con pruebas experimentales, son una alternativa económica para conocer el comportamiento detallado de diversos tipos de estructuras.
- Con base en los resultados obtenidos en este trabajo, se puede concluir que el modelo simplificado de tres diagonales es la alternativa más viable para realizar el análisis de marcos de concreto con muros de relleno de mampostería; ya que, como se demostró en esta investigación, con el modelo simplificado se obtienen los mejores resultados. Además, este modelo puede ser utilizado para análisis dinámico si se le adapta un modelo de histéresis para representar el comportamiento cíclico.

Con base en la experiencia ganada en el estudio y el análisis de las limitaciones de los resultados, a continuación se hacen algunas recomendaciones encaminadas a mejorar la calidad de los resultados obtenidos con los modelos de esta tesis:

- Es necesario seguir investigando técnicas para el tratamiento de problemas no lineales, con el propósito de dar recomendaciones concretas de como lograr la convergencia de los algoritmos de solución.
- Es importante seguir utilizando estas herramientas de análisis para obtener modelos simplificados como el propuesto en este trabajo, que sean capaces de simular el comportamiento de este tipo de estructuras. Sin embargo, es necesario que también se realicen programas experimentales para validar los resultados analíticos; y que dichos programas, incluyan ensayos destinados a obtener los parámetros necesarios para la elaboración de los modelos numéricos.
- Es importante que se investigue la obtención de las propiedades equivalentes de un modelo isótropo y homogéneo para la mampostería, a partir de análisis experimentales y de elementos finitos de muretes en compresión diagonal y se encuentre una relación entre la resistencia a compresión simple, y el esfuerzo cortante resistente. Esta recomendación se basa en los resultados obtenidos en este trabajo, donde el análisis de un murete en compresión diagonal dió como resultado un esfuerzo cortante igual a la raíz cuadrada de la resistencia a compresión simple, idea que ha sido propuesta por varios investigadores, pero no suficientemente validada.

## Referencias

- Ali Sk.S. y Page, A.W. (1988), "Finite element model for masonry subjected to concentrated loads", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 114, No. 8, agosto, pp. 1761-1784.
- Andreaus U. (1996), "Failure criteria for masonry panels under in-plane loading", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 1, enero, pp. 37-46.
- Bathe, K.J. (1982), **Finite element procedures in engineering analysis**. 1ª edición, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, E.U.
- Bazán, E. (1980), "Muros de mampostería ante cargas laterales, estudios analíticos", *Tesis Doctoral*, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Bazán, E. y Meli, R. (1999), **Diseño sísmico de edificios**, Editorial Limusa, México, D.F.
- Benjamin, J.R. y Williams, H.A. (1958), "The behaviour of one-storey brick shear walls", *Journal of Structural Division*, ASCE, Vol. 84, No. 4, Proceedings Paper 1723, julio.
- Bertero, V. y Brokken, S. (1983), "Infills in seismic resistant building", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 109, No. 6, junio, pp. 1337-1361.
- Borst, R. De. Y Blaauwendraad, J. (1988), "Stability and spurious kinematic modes in strain-softening concrete", *Computational Mechanics*, No. 1, Berlin.
- Chrysostomou, C.Z., Gergely, P. y Abel J.F. (1992), "Nonlinear seismic response of infilled steel frames", *10ª Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica*, Madrid, España, pp. 4435-4437.
- Combescure, D., Pegon, P. y Anthoine, A. (1995), "Modeling of the in-plane behaviour of masonry infilled frames", *Práctica de diseño sísmico europeo*, Elnashai (ed.), Balkema, Rotterdam, pp. 621-629.
- Crisfield, M.A. (1986), "Snap-through and snap-back response in concrete structures and the dangers of under-integration", *Int. J. Num. Meth. Engng.* Vol. 22, No. 3, pp. 751-768.

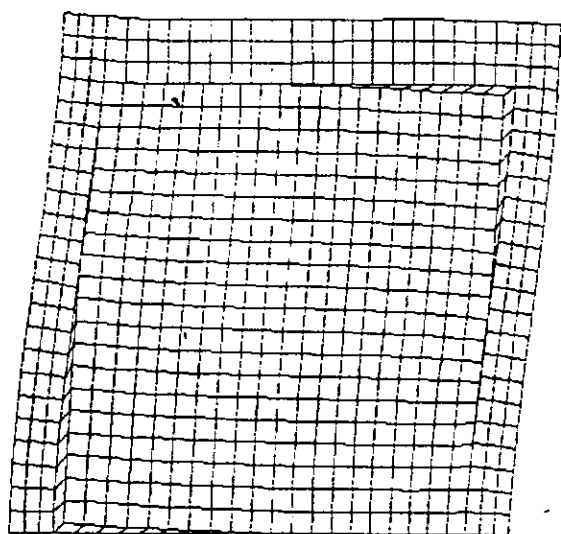
- Crisfield, M. A. (1991), **Non-linear finite element analysis of solids and structures. Volume 1: Essentials**, John Wiley & Sons, Londres, Gran Bretaña.
- DDF (1995), "Normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de mampostería", *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, México, D.F., noviembre.
- DDF (1996), "Normas técnicas complementarias para el diseño y construcción de estructuras de concreto", *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*, México, D.F., marzo.
- DDF (1993), "Reglamento de construcciones para el Distrito Federal", *Diario Oficial de la Federación*, México, D.F., agosto.
- Drysdale, R.G., Hamid, A.A. y Baker, L.R. (1994), **Masonry structures, behaviour and design**. Prentice Hall, New Jersey, E.U.
- Esteva, L. (1966), "Behaviour under alternating loads of masonry diaphragms framed by reinforced concrete members", *Symposium on the effects of repeated loading on materials and structural elements*, RILEM, México.
- Fiorato, A.E., Sozen, M.A. y Gamble, W.L. (1970), "An investigation of the interaction of reinforced concrete frames with masonry filler walls", *Structural Research Report 370*. Universidad de Illinois, E.U.
- Flores, L.E., Marcelino, J., Lazalde, G. y Alcocer, S.M. (1999), "Evaluación experimental del desempeño de marcos con bloque hueco de concreto reforzados con malla electrosoldada y recubrimiento de concreto", *Informe Interno IEG/03/99*, Centro Nacional de Prevención de Desastres, octubre, 108 pp.
- Kadir, M.R.A. (1974), "The structural behaviour of masonry infill panels in framed structures", *Tesis Doctoral*, Universidad de Edimburgo, Gran Bretaña.
- Lofti, H.R. y Shing, P.B. (1991), "An appraisal of smeared crack models for masonry shear walls analysis", *Computers & Structures*, Vol. 41, No. 3, pp. 413-425.
- Lofti, H.R. y Shing, P.B. (1994), "Interface model applied to fracture of masonry structures", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 120, No. 1, enero, pp.63-80.
- Lourenço, P.B. (1996), "Computational strategies for masonry structures", *Tesis Doctoral*, Universidad Tecnológica de Delft, Holanda.
- Lourenço, P.B. (1999), "Métodos computacionais na mecânica dos sólidos não-linear", *Relatório 99-DEC/E-1*. Departamento de Engenharia Civil, Universidade do Minho.

- Lourenço, P.B., Oliveira, D.V., Fonseca, G.M. y Silva, R.M. (1998), "Simulação da rotura de painéis de alvenaria em estruturas porticadas", *Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas*, Lisboa, Portugal.
- Martín, P., Luccioni, B. y Danesi, R. (1999), "Estudio teórico-numérico del comportamiento de la mampostería", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 4, 1, pp. 1-22.
- Mehrabi, A.B. y Shing, P.B. (1997), "Finite element modeling of masonry-infilled RC frames", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, No. 5, pp. 604-613.
- Mehrabi, A.B., Shing, P.B., Schuller, M.P. y Noland, J.L. (1994), "Performance of masonry-infilled R/C frames under in-plane lateral loads", *Reporte CU/SR-94/6*, Departamento de Ingeniería Civil, Ambiental y Arquitectónica, Universidad de Colorado en Boulder, E.U.
- Meli, P.R. (1979), "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", Segunda edición. Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Meli, P.R. Y Reyes G.A. (1971), "Propiedades mecánicas de la mampostería", Instituto de Ingeniería, 41, 3, UNAM.
- Moghaddam, H.A. y Dowling, P.J. (1987), "The state of the art in infilled frames", *Research Report No 87-2*, Imperial College of Science and Technology, Londres, Gran Bretaña.
- Mosalam, K.M. (1996), "Experimental and computational strategies for the seismic behaviour evaluation of frames with infill walls", Tesis Doctoral, Universidad de Cornell.
- Mosalam, K.M., Gergely, P., White, R.N. y Ayala, G. (1996), "Effect of geometrical configuration on the seismic response of infilled frames", *11ª Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica*, Acapulco, México, junio, No. 1675.
- Oliver, J. (1993), "Modelado de la fisuración en estructuras de hormigón", *CIMNE*, No. 15, enero.
- Orduña, A. (1999), "Modelo de muros de mampostería para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros diafragma", *Tesis de Maestría*, DEPMI, UNAM.
- Orduña, A. y Ayala A.G. (1999), "Simulación analítica del comportamiento de muros de mampostería confinada sujetos a cargas laterales", *XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Morelia, Michoacán, México, Vol. I, pp. 387-396.

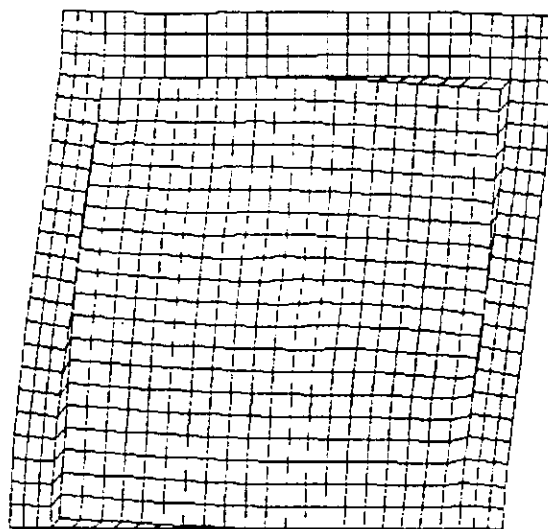
- Polyakov, S.V. (1956), **Masonry in framed buildings**, publicado por Gosudarstvennoe Izdatel Stvo Literaturny po Stroitel Stvui Arkhitektuze, Moscú, (Traducido al Ingles por G.L. Cairns).
- Polyakov, S.V. (1985), **Design of earthquake resistant Structures**, Mir Publishers, Moscú, (Traducido al Ingles por A.B. Kuznetsov).
- Riddington, J.R. y Stafford-Smith B. (1997), "Analysis of infilled frames subject to racking with design recommendations", *The Structural Engineer*, Vol. 52, No. 6, junio, pp.263-268.
- Rots, J.G. (1988), "Computacional modeling of concrete fracture", *Tesis Doctoral*, Universidad Tecnológica de Delft, Holanda.
- Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M.A. y Blaauwendraad, J. (1985), "Smeared crack approach and fracture localization in concrete", *HERON*, Vol. 30, No. 1, pp. 1-48.
- Sayed-Ahmed E.Y. y Shrive N.G. (1996), "Nonlinear finite-element model of hollow masonry", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, No. 6, pp. 683-690.
- Stafford-Smith B. (1966), "Behaviour of square infilled frames", *Journal of Structural Division*, ASCE, No. S.T. 1, febrero, pp. 381-403.
- Stafford-Smith B. y Carter, C. (1969), "A method of analysis for infilled frames", *Proc. Instn. Civ. Engrs.* Vol. 44, septiembre, pp. 31-48.
- Stafford-Smith B. y Coull, A. (1991), **Tall buildings structures, analysis and design**. John Wiley & Sons, Inc. E.U.
- Tena, C.A. y Abrams, D.P. (1990), "Estimating response of masonry structures with linear finite elements", *Fifth North American Masonry Conference*, Universidad de Illinois en Urbana-Champaign, pp. 213-224.
- TNO Building and Construction Research (1999), "DIANA user's manual, release 7", *Building and Construction Research*. Delft, Holanda.
- Tomazevic, M. (1999), **Earthquake-resistant design of masonry buildings**, Imperial College Press, Londres, Gran Bretaña.
- Vecchio, F.J. y Collins, M.P. (1993), "Compression response of cracked reinforced concrete", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 12, diciembre, pp. 3590-3610.

# Apéndice A

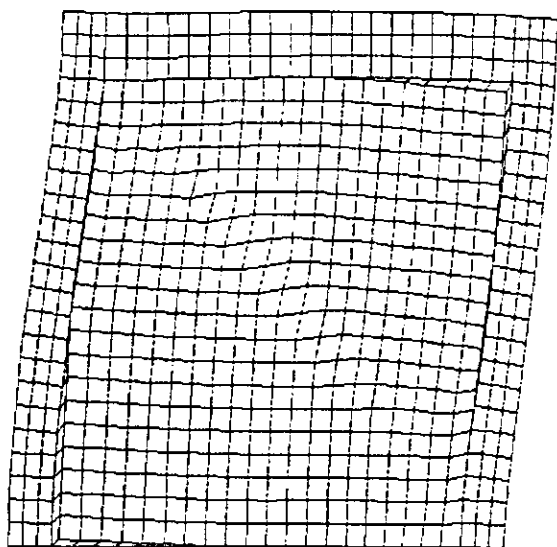




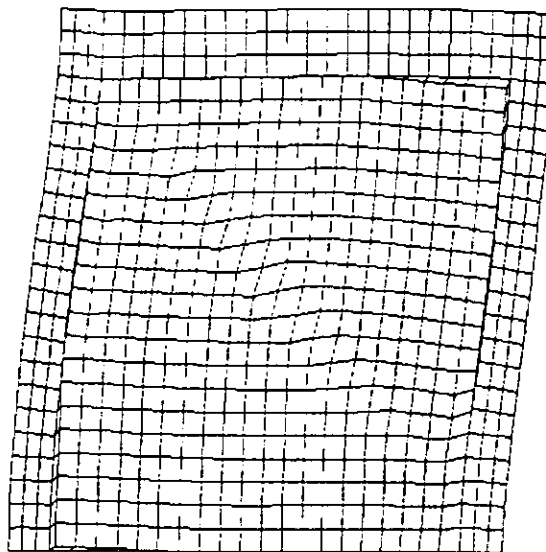
a)  $P = 8.7 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0005$



b)  $P = 15.0 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0015$



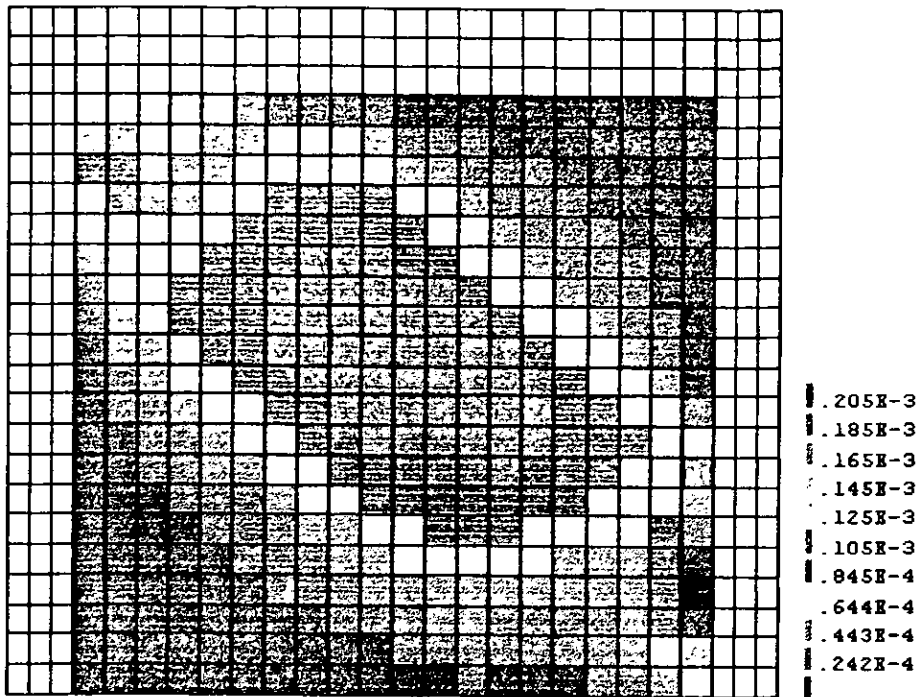
c)  $P = 19.8 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0033$



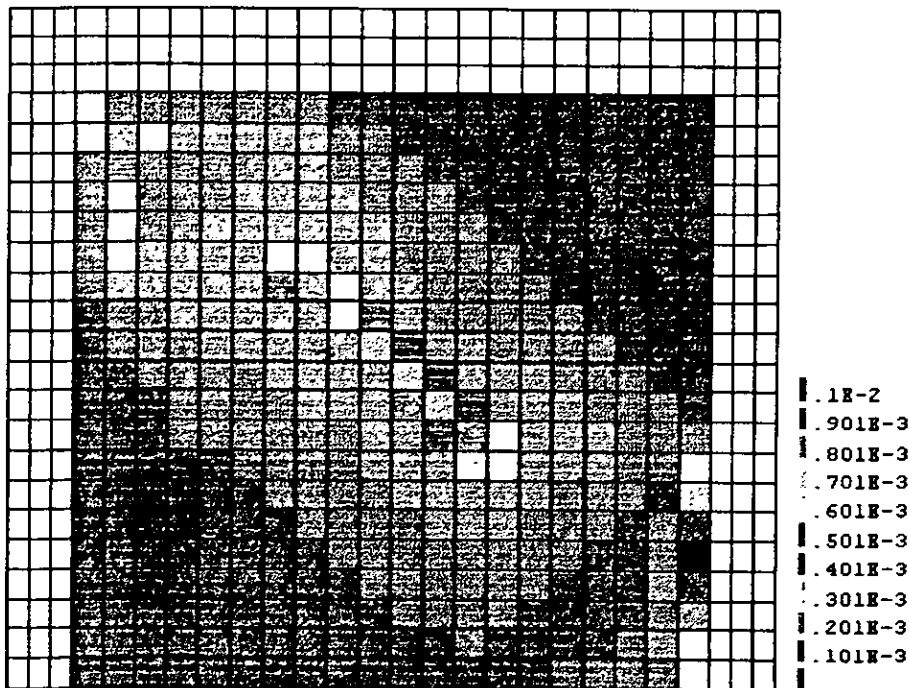
d)  $P = 25.3 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0061$

Figura A-1. Configuraciones deformadas; Modelo MTO-SCA.

# Apéndice B

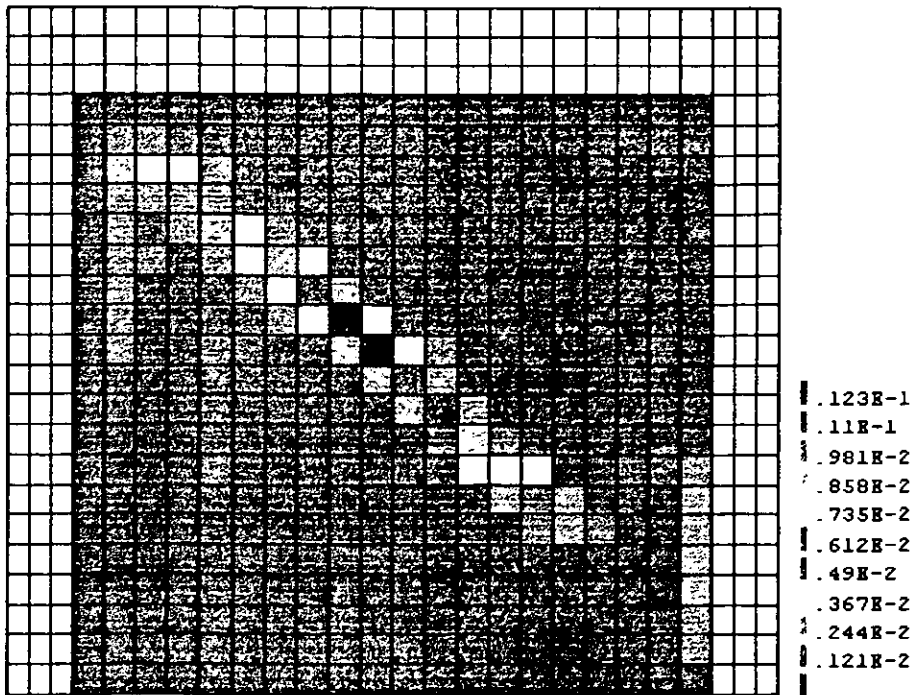


a)  $P = 8.7 \text{ t}; \gamma = 0.0005$

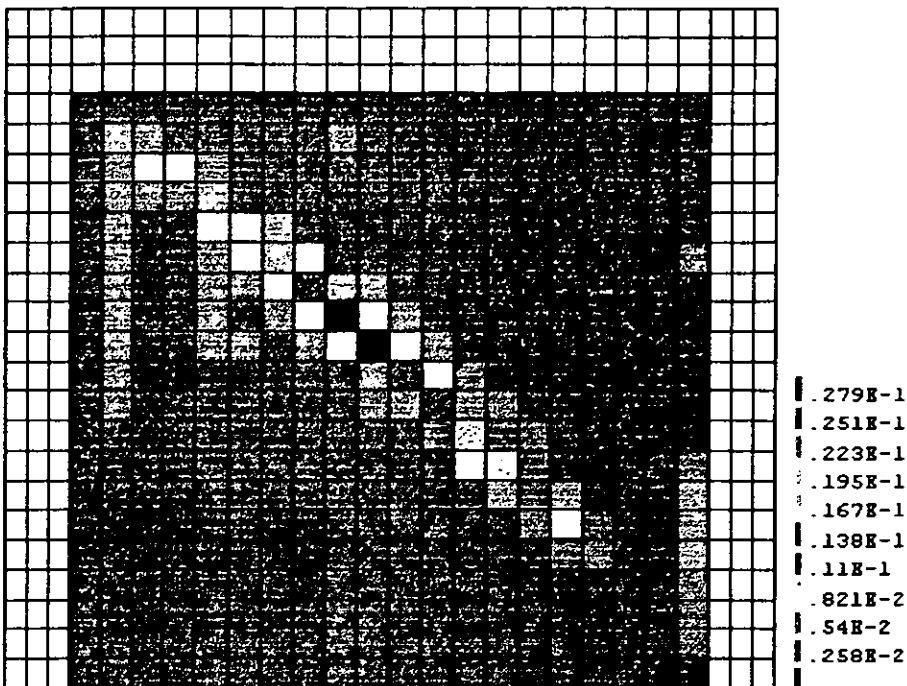


b)  $P = 15.0 \text{ t}; \gamma = 0.0015$

Figura B-1. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-SCA.

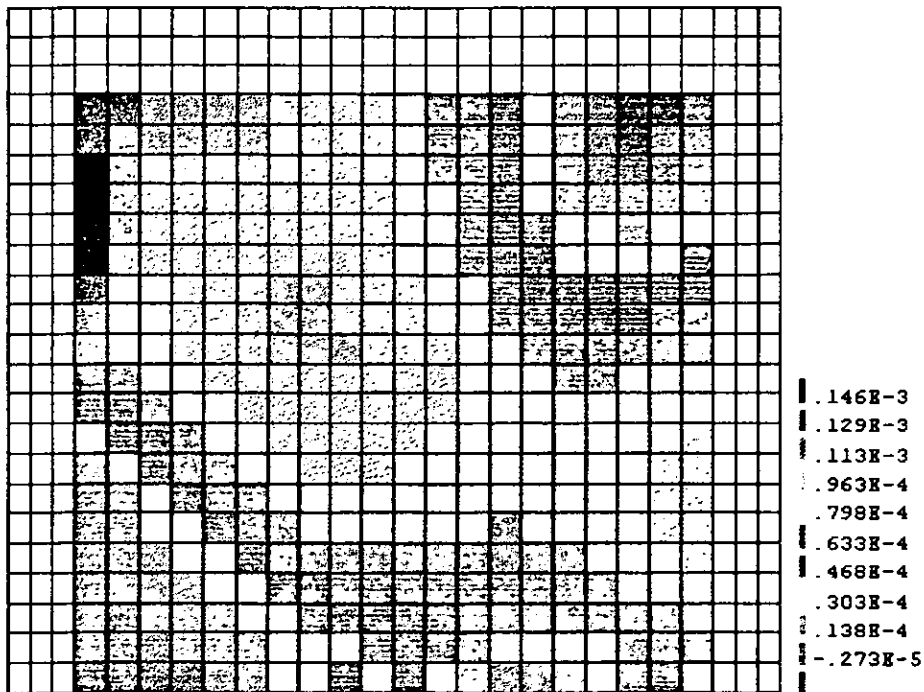


c)  $P = 19.8 t$ ;  $\gamma = 0.0033$

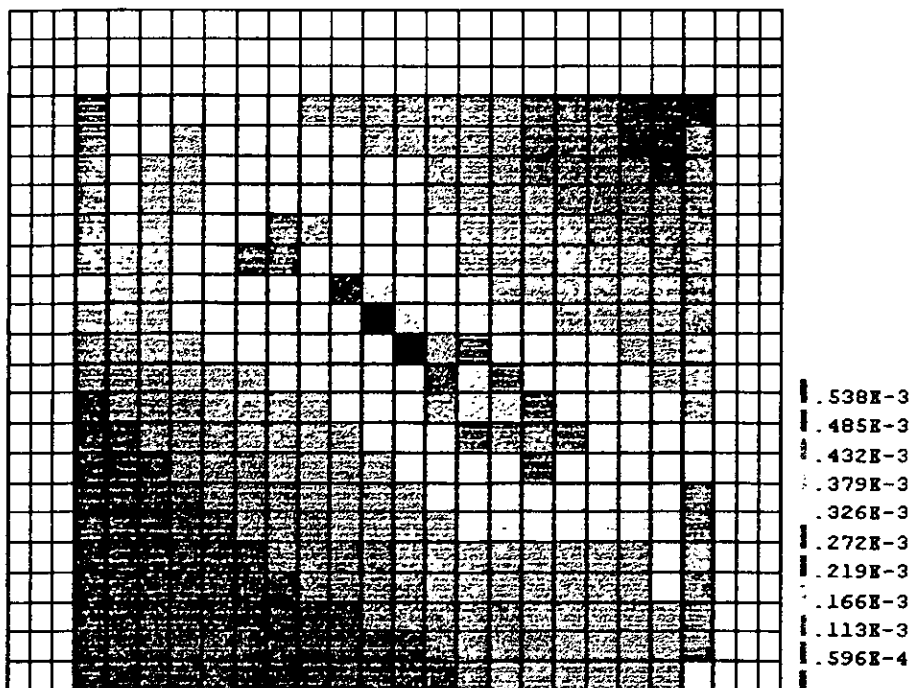


d)  $P = 25.3 t$ ;  $\gamma = 0.0061$

Figura B-1. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-SCA.

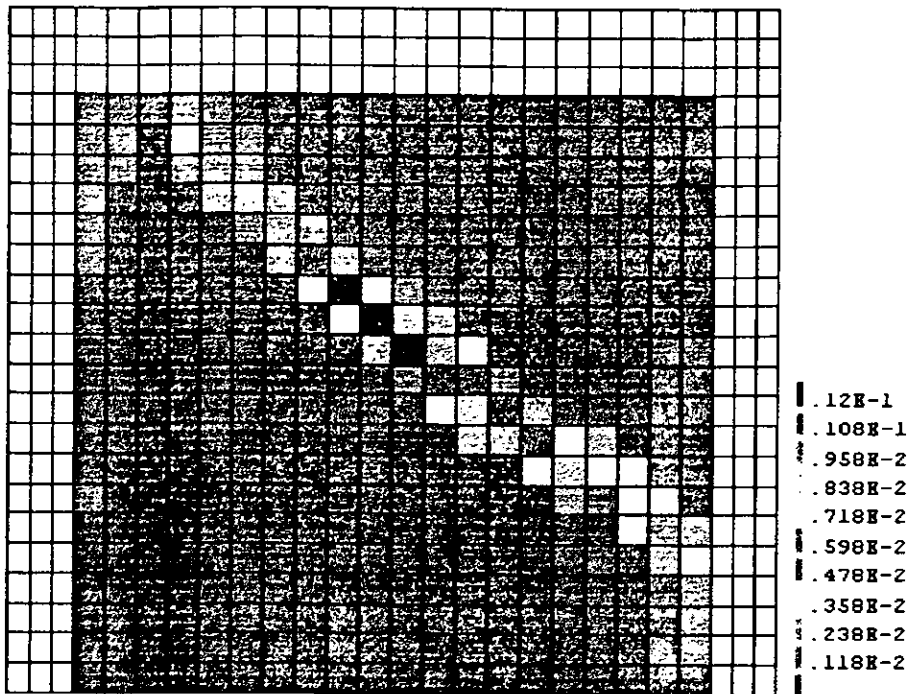


a)  $P = 9.5 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0003$

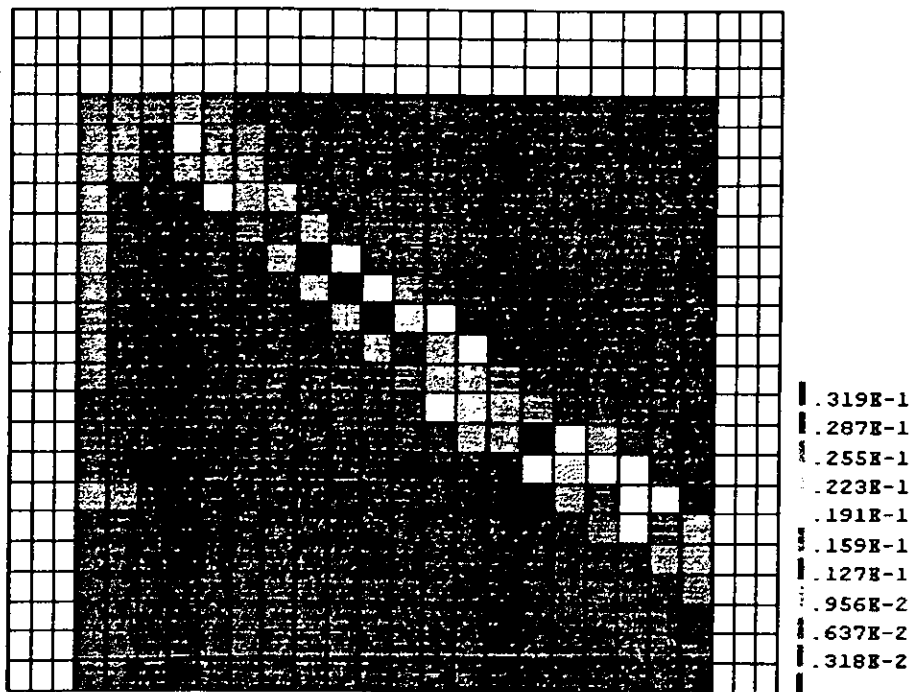


b)  $P = 13.6 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0006$

Figura B-2. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-13, (CA = 19 ton)

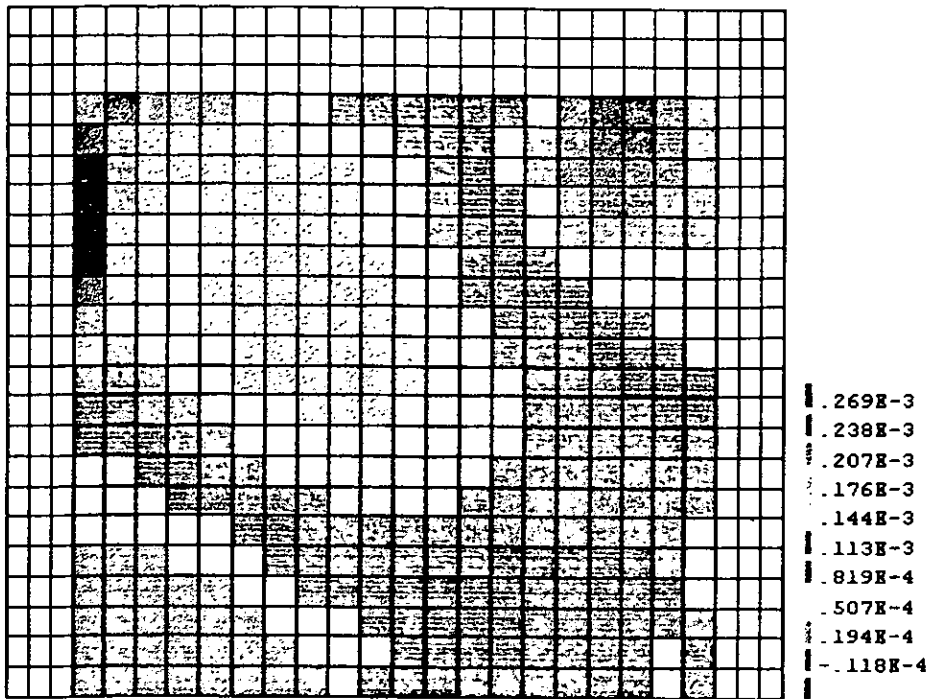


c)  $P = 19.8 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0033$

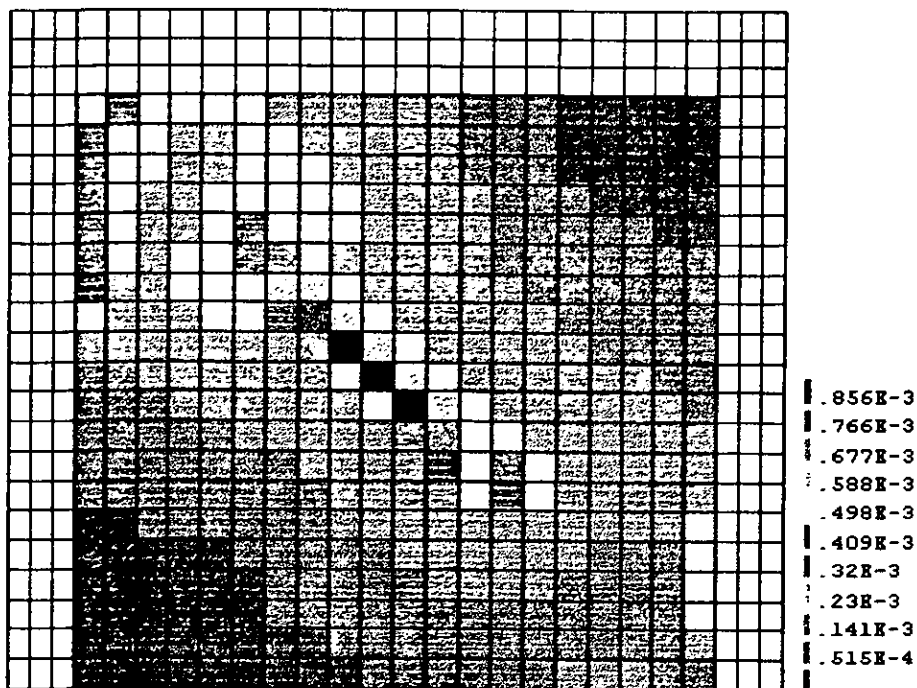


d)  $P = 26.7 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0061$

Figura B-2. Deformaciones principales totales; Modelo MTC-13, (CA = 19 ton)

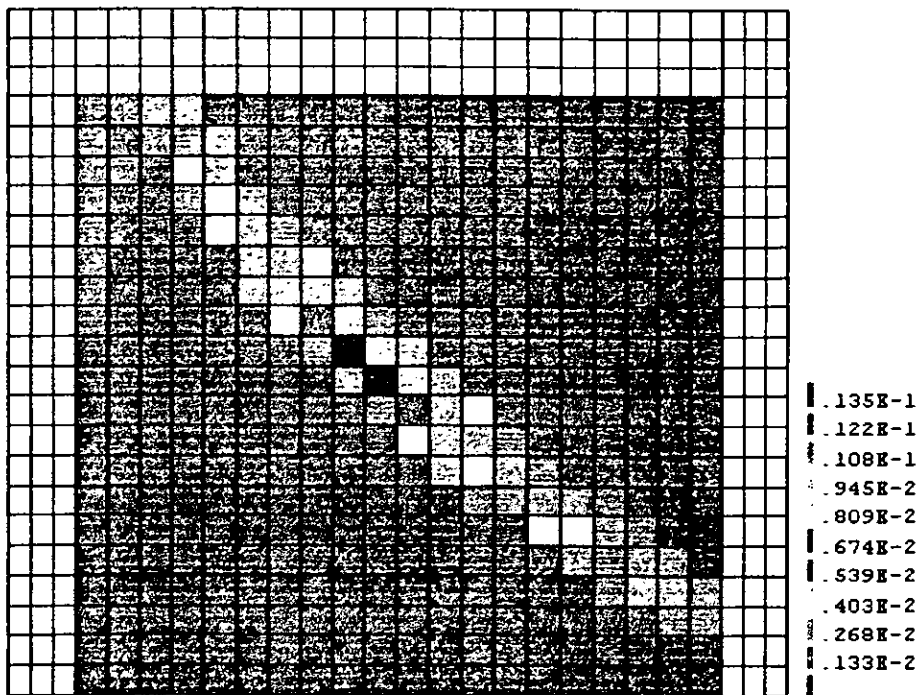


a)  $P = 11.5 t$ ;  $\gamma = 0.0003$

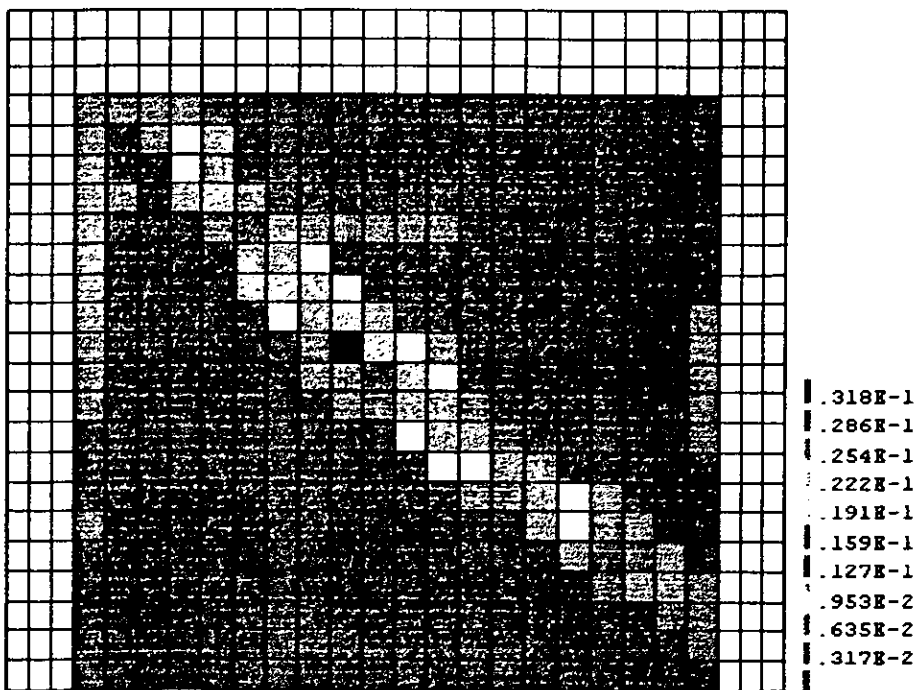


b)  $P = 15.6 t$ ;  $\gamma = 0.0006$

Figura B-3. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-11, (CA = 3/ ton)



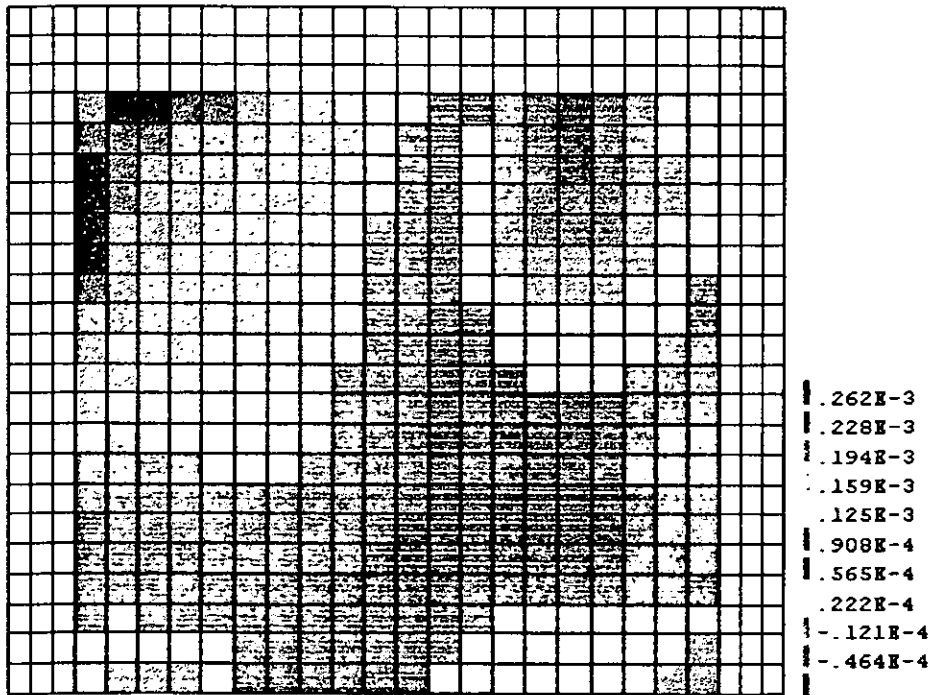
c)  $P = 23.0 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0026$



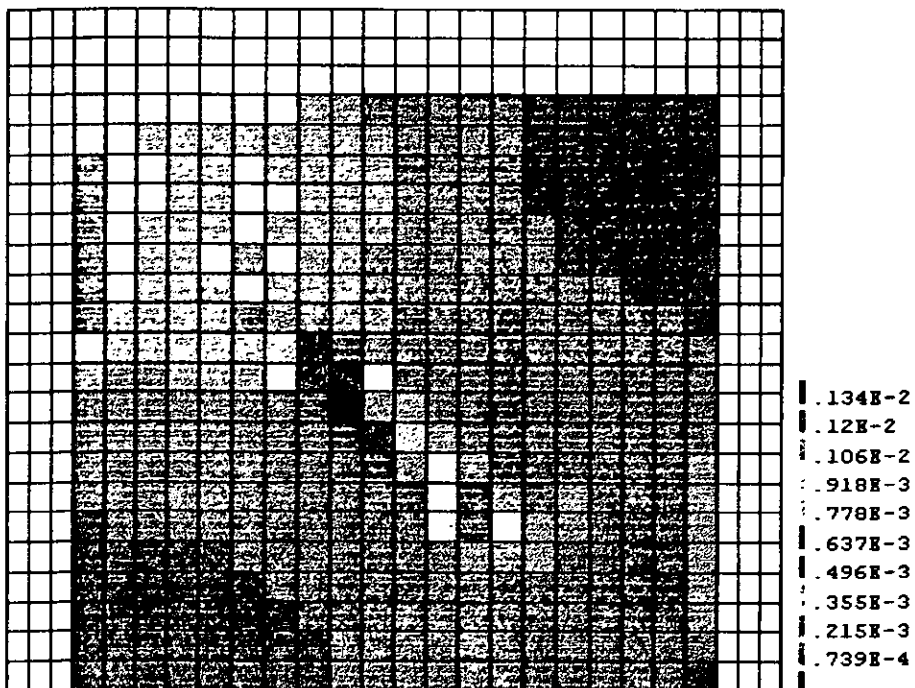
d)  $P = 28.3 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0061$

Figura B-3. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-11, (CA = 37 ton)



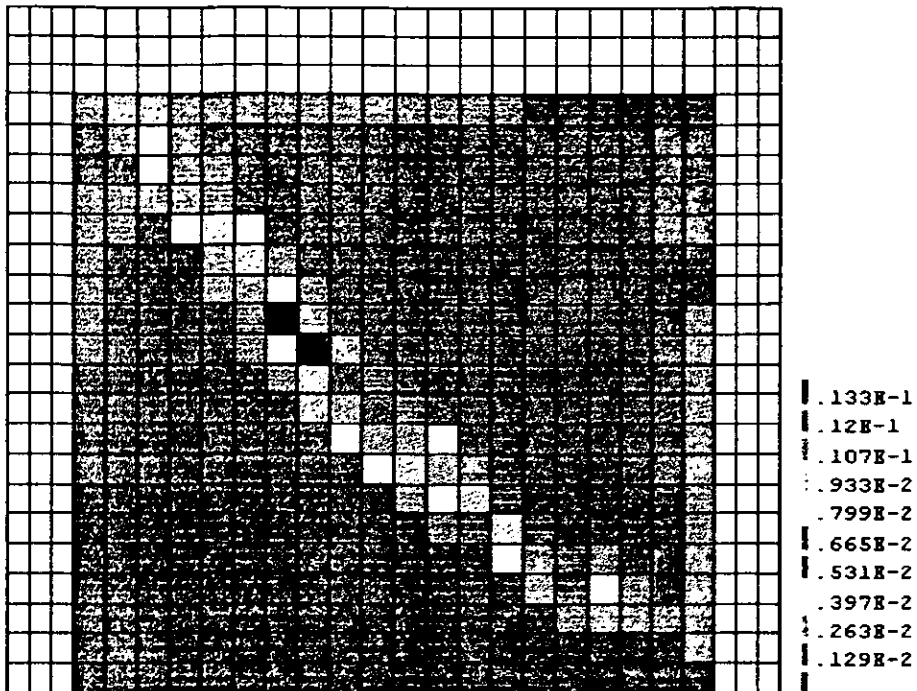


a)  $P = 13.1 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0003$

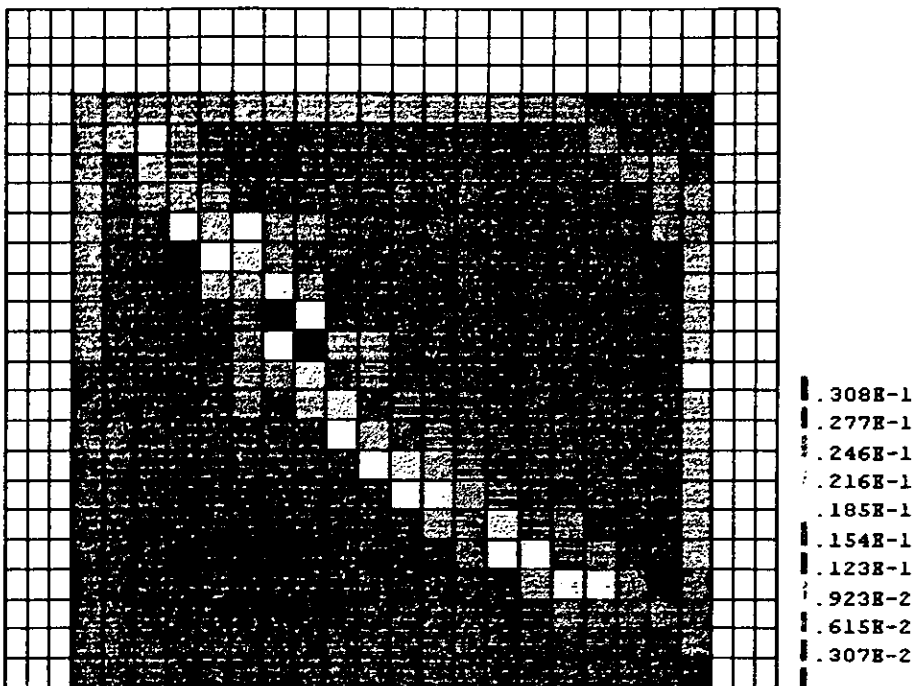


b)  $P = 17.4 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0007$

Figura B-4. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-14, (CA = 59 ton)



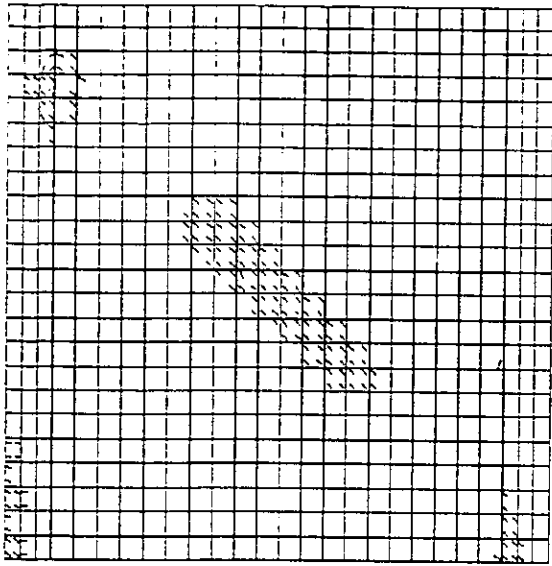
c)  $P = 24.4 t$ ;  $\gamma = 0.0028$



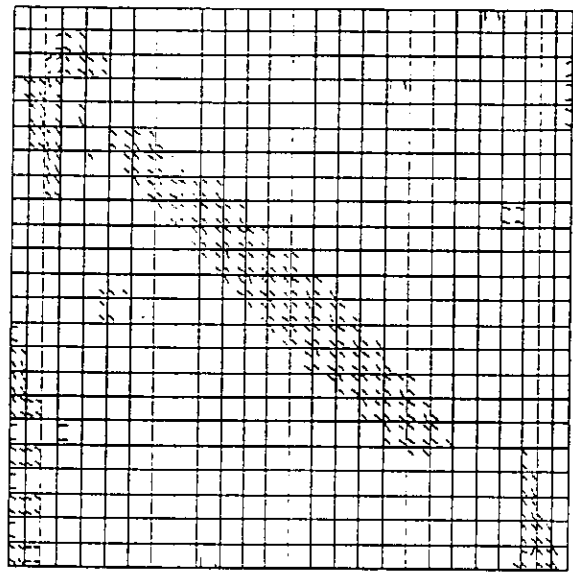
d)  $P = 30.3 t$ ;  $\gamma = 0.0067$

Figura B-4. Deformaciones principales totales; Modelo MTO-14, (CA = 59 ton)

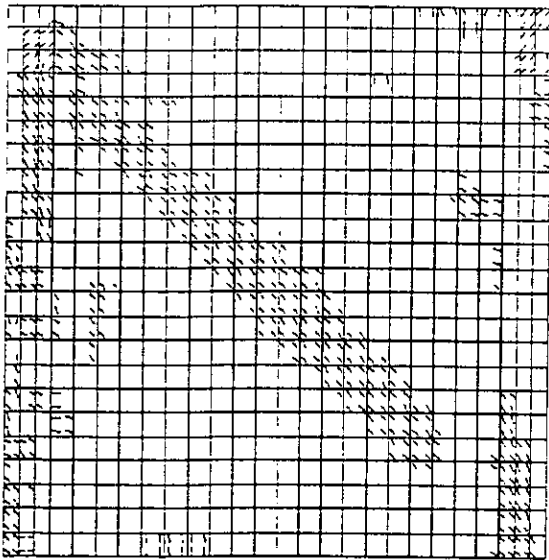
# Apéndice C



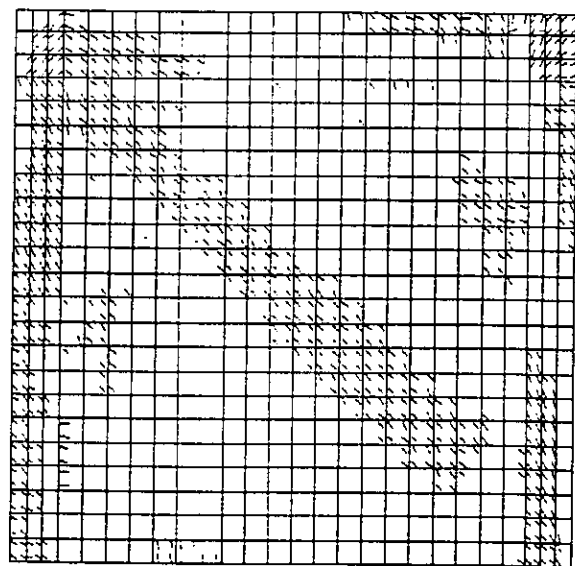
a)  $P = 13.7 t$ ;  $\gamma = 0.0011$



b)  $P = 17.1 t$ ;  $\gamma = 0.0022$

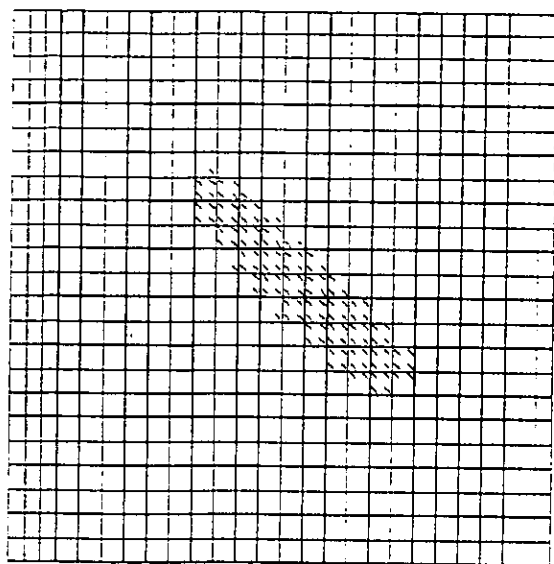


c)  $P = 20.8 t$ ;  $\gamma = 0.0037$

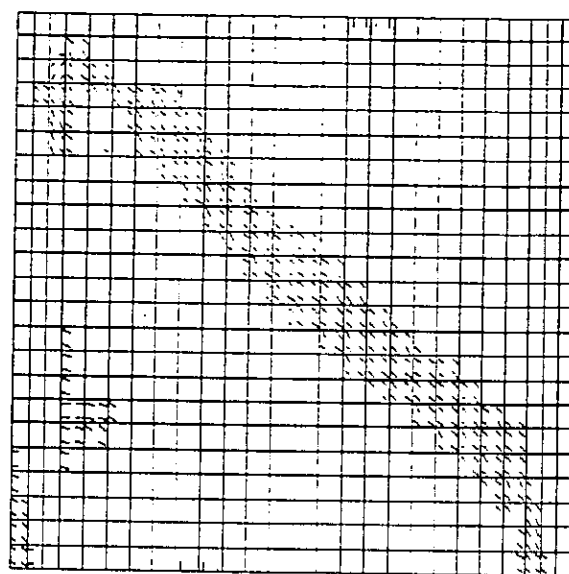


d)  $P = 25.3 t$ ;  $\gamma = 0.0061$

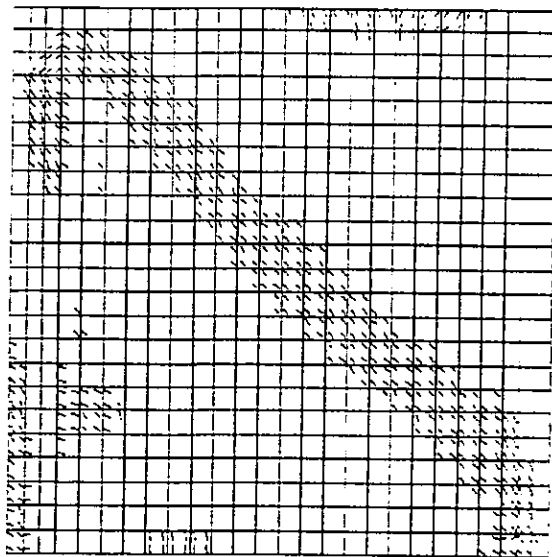
Figura C-1. Configuraciones deformadas; Modelo MTO-SCA.



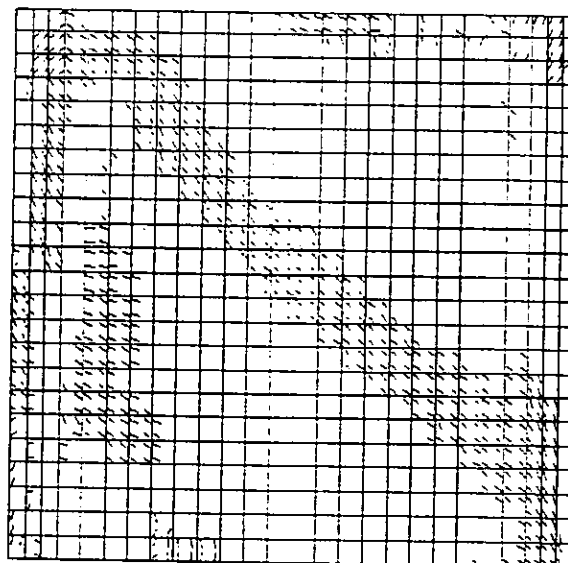
a)  $P = 13.6 \text{ t}; \gamma = 0.0006$



b)  $P = 19.7 \text{ t}; \gamma = 0.0019$

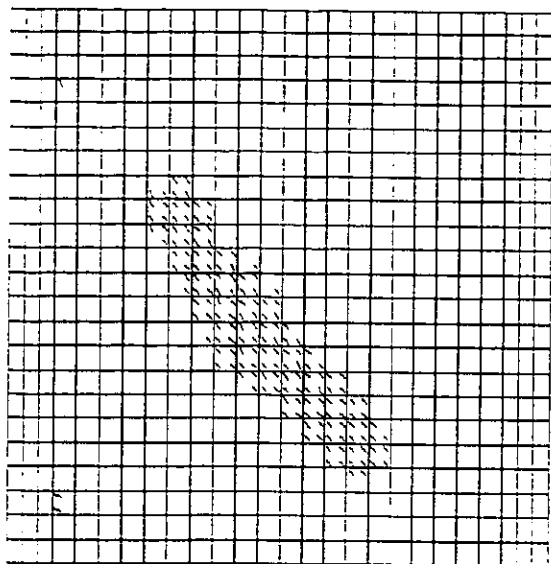


c)  $P = 23.3 \text{ t}; \gamma = 0.0034$

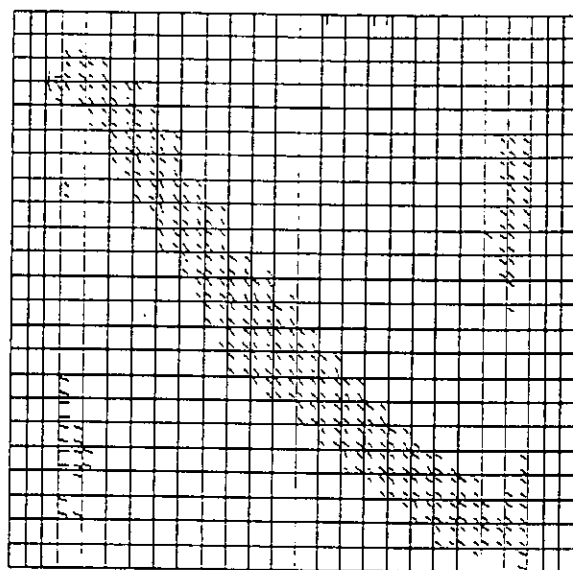


d)  $P = 26.7 \text{ t}; \gamma = 0.0061$

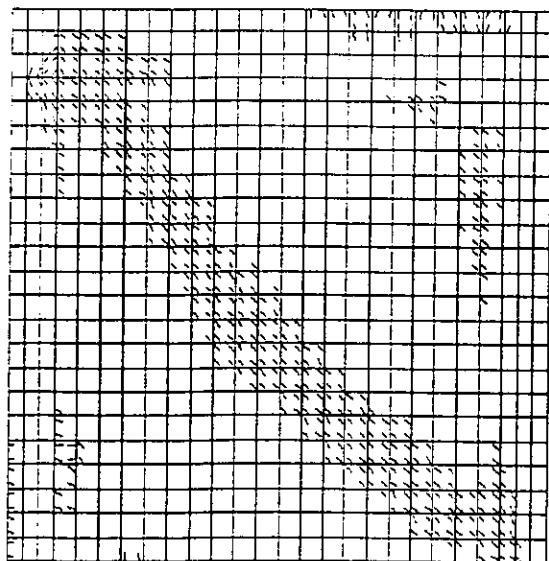
Figura C-2. Configuraciones deformadas; Modelo MTO-13, (CA = 19 ton)



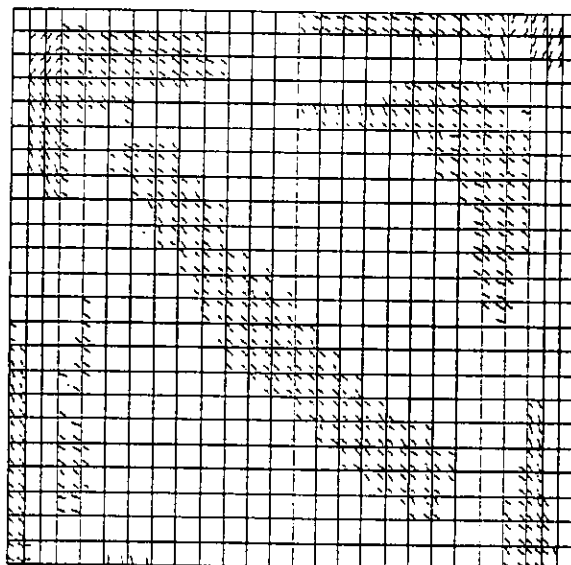
a)  $P = 17.4 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0007$



b)  $P = 21.0 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0016$



c)  $P = 25.6 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0035$



d)  $P = 30.3 \text{ t}$ ;  $\gamma = 0.0067$

Figura C-3. Configuraciones deformadas; Modelo MTO-13, (CA = 59 ton)

# Apéndice D

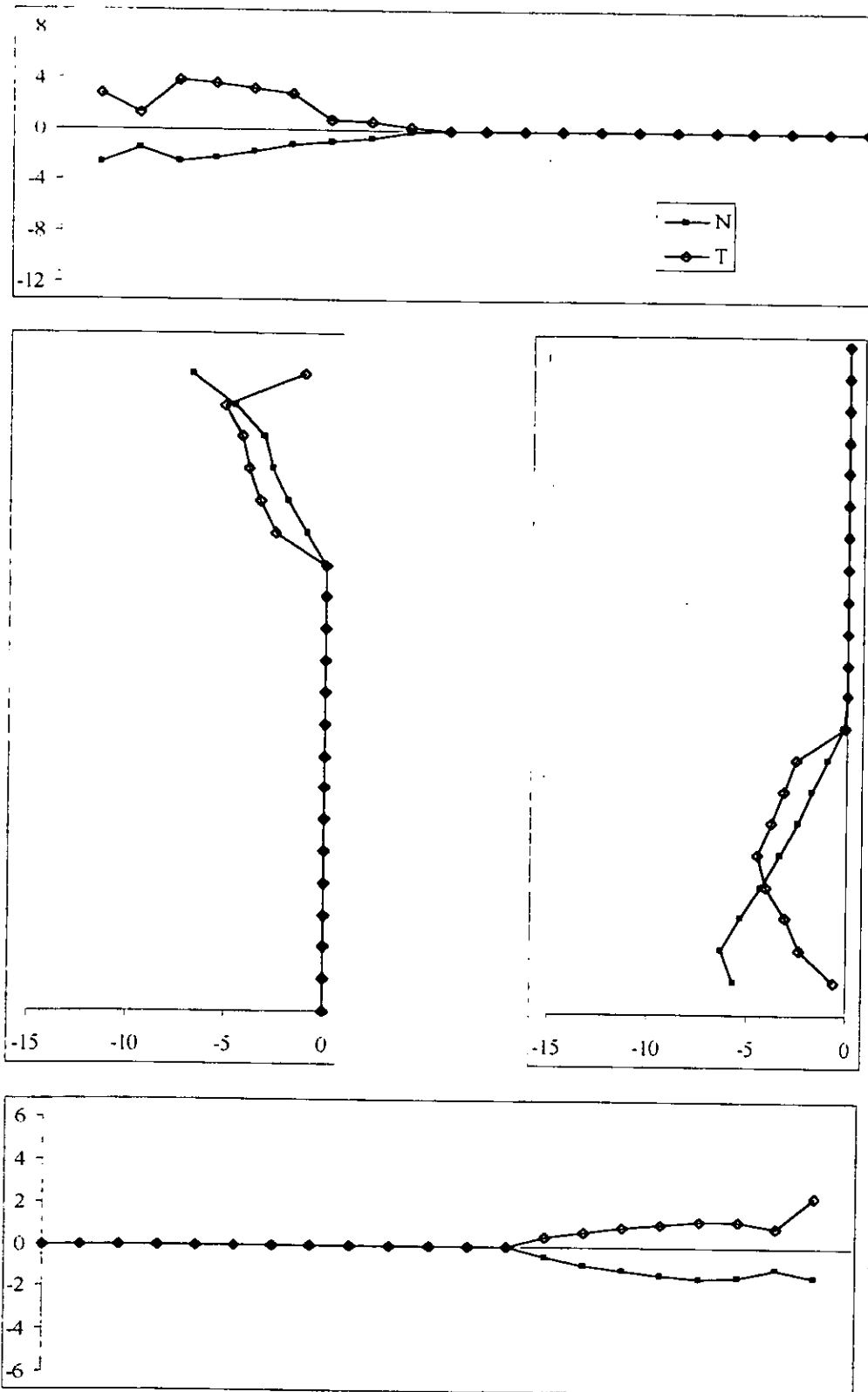


Figura D-1 a) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 8.7 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0005$ ; (MTO-SCA)



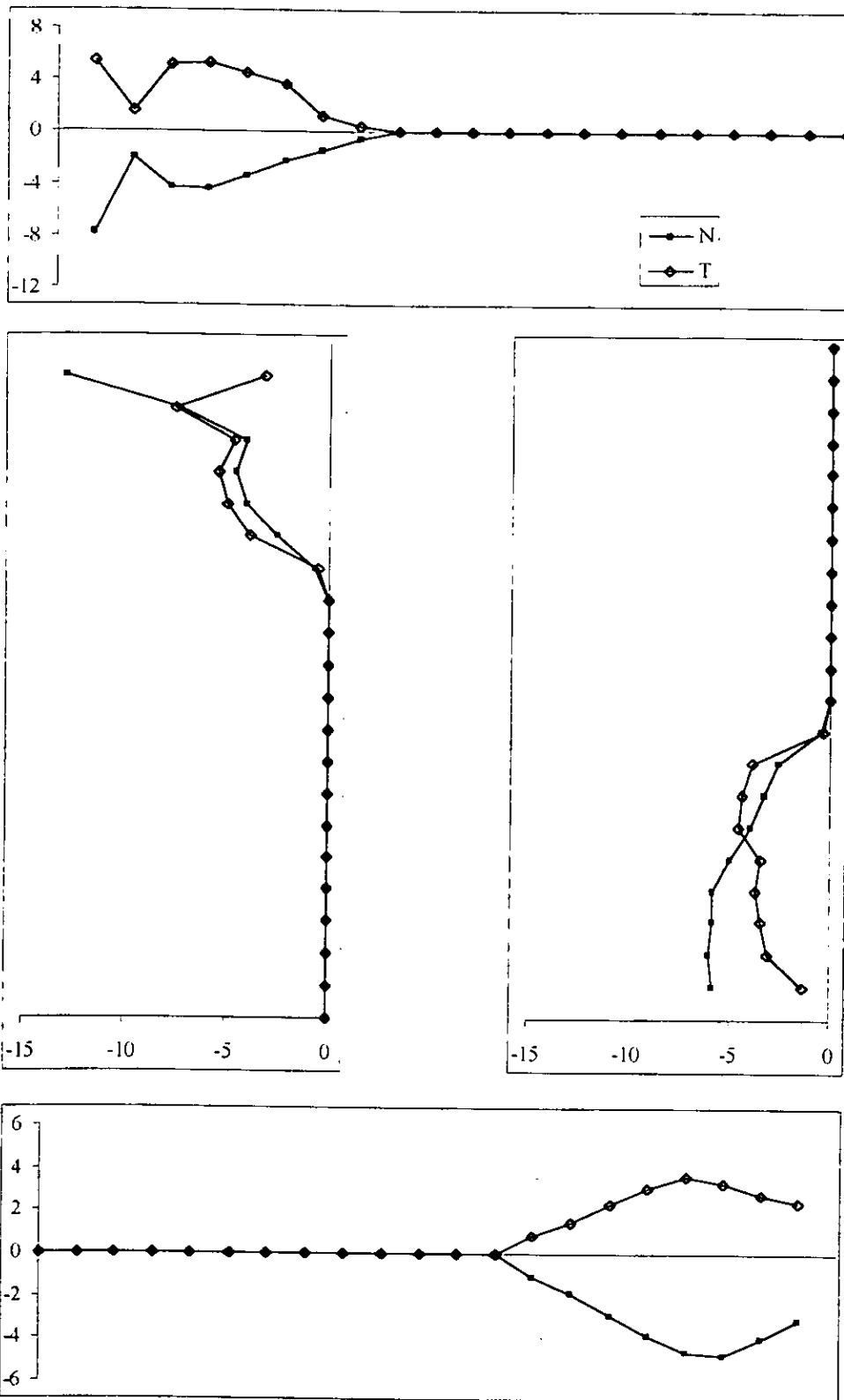


Figura D-1 b) Esfuerzos en las interfaces; P = 13.7 ton;  $\gamma = 0.0011$ ; (MTO-SCA)

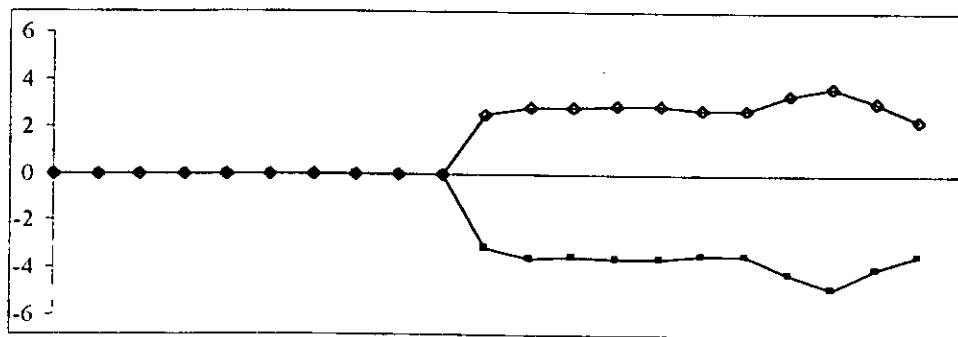
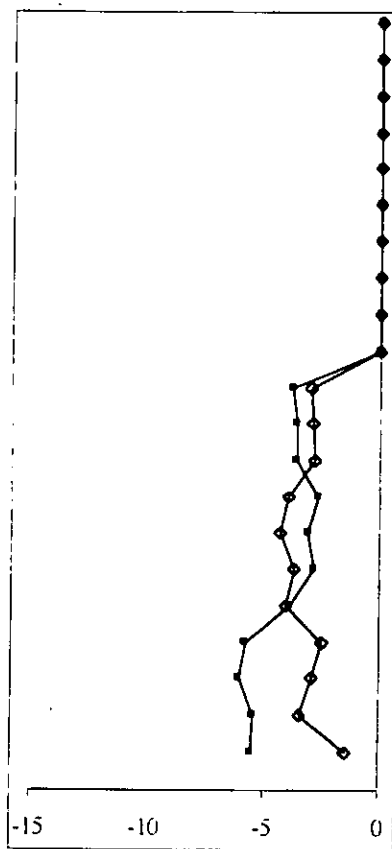
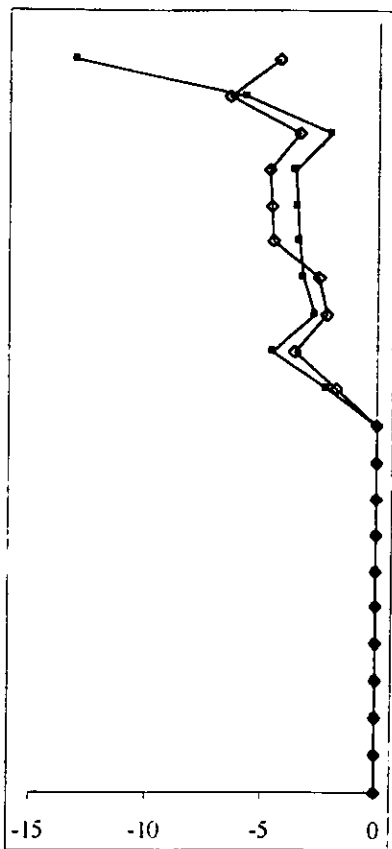
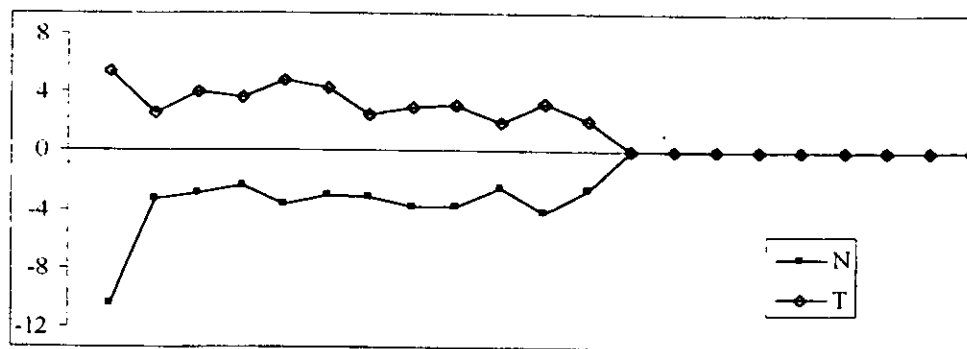


Figura D-1 c) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 19.8$  ton;  $\gamma = 0.0033$ ; (MTO-SCA)

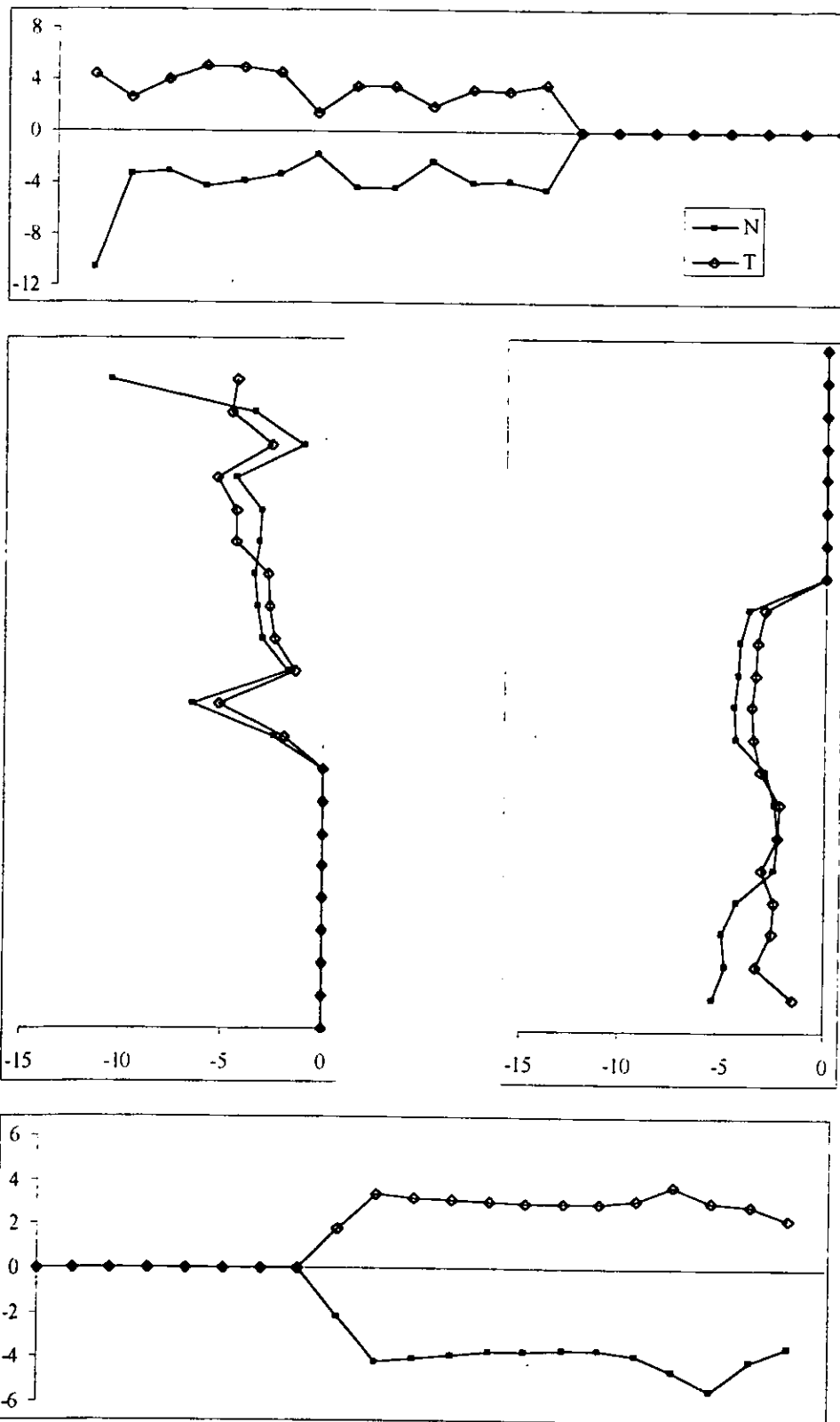


Figura D-1 d) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 25.3 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0061$ ; (MTO-SCA)

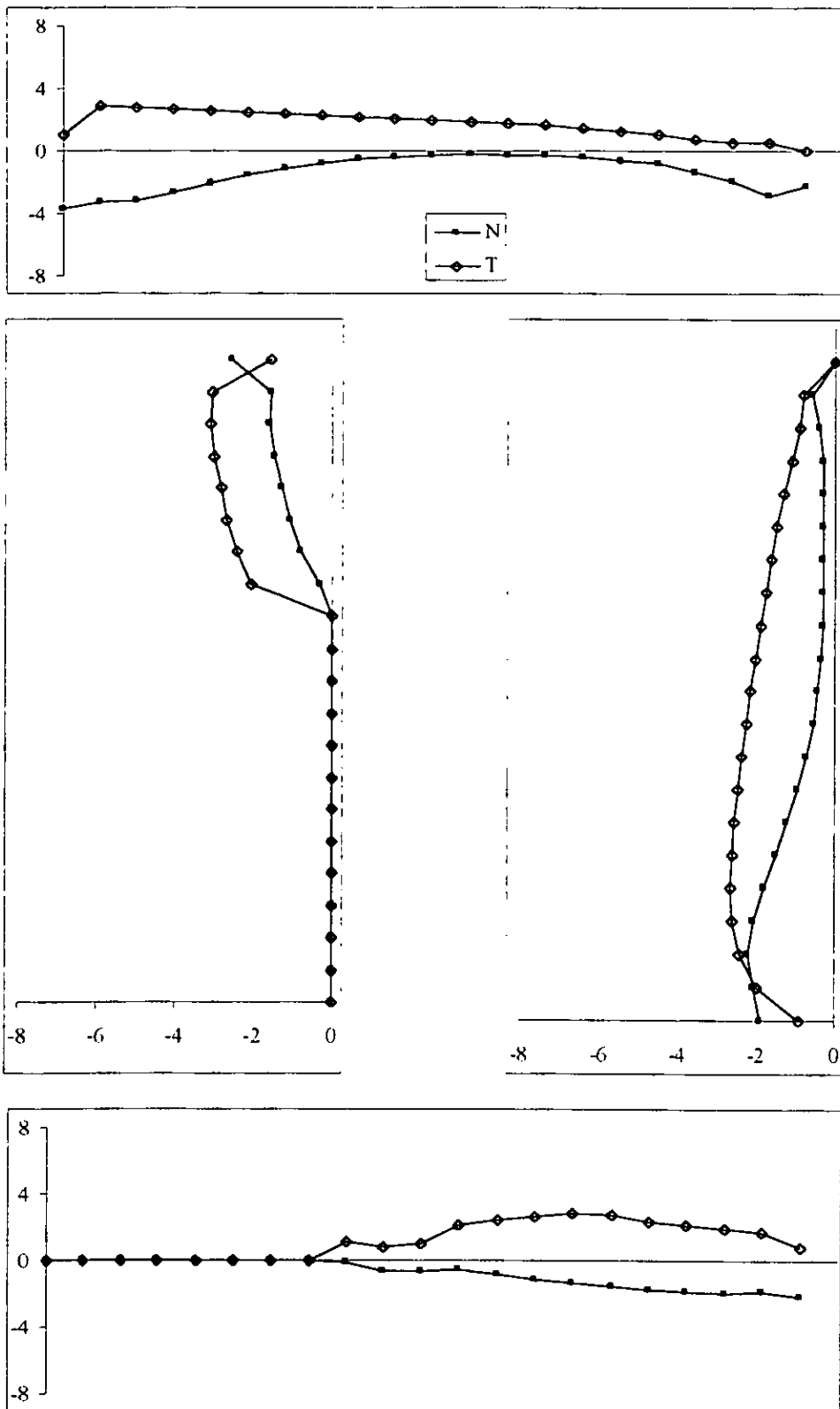


Figura D-2 a) Esfuerzos en las interfaces; P = 9.5 ton;  $\gamma = 0.0003$ ; (MTO-13)

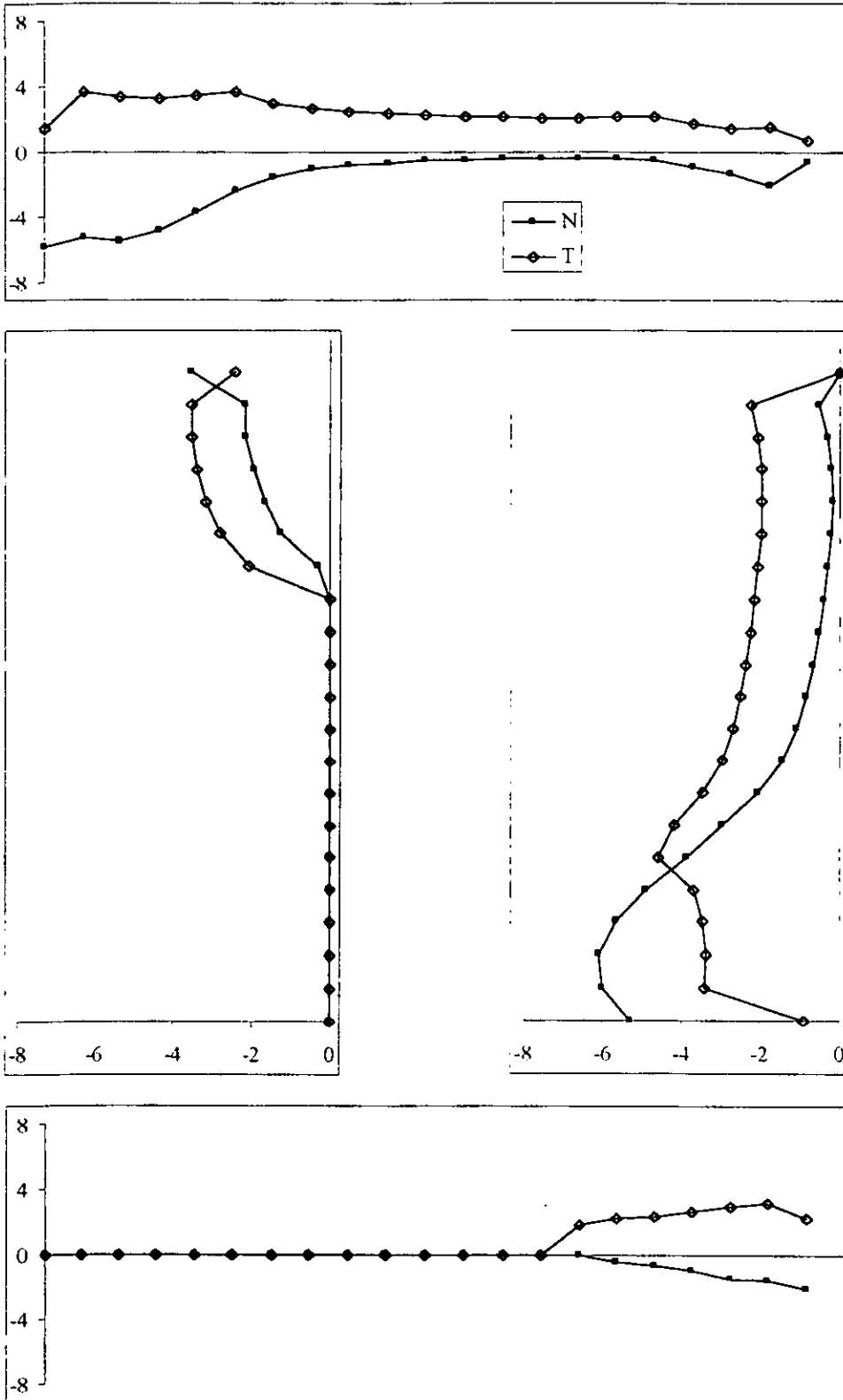


Figura D-2 b) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 13.6 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.000\%$ ; (MTO-13)

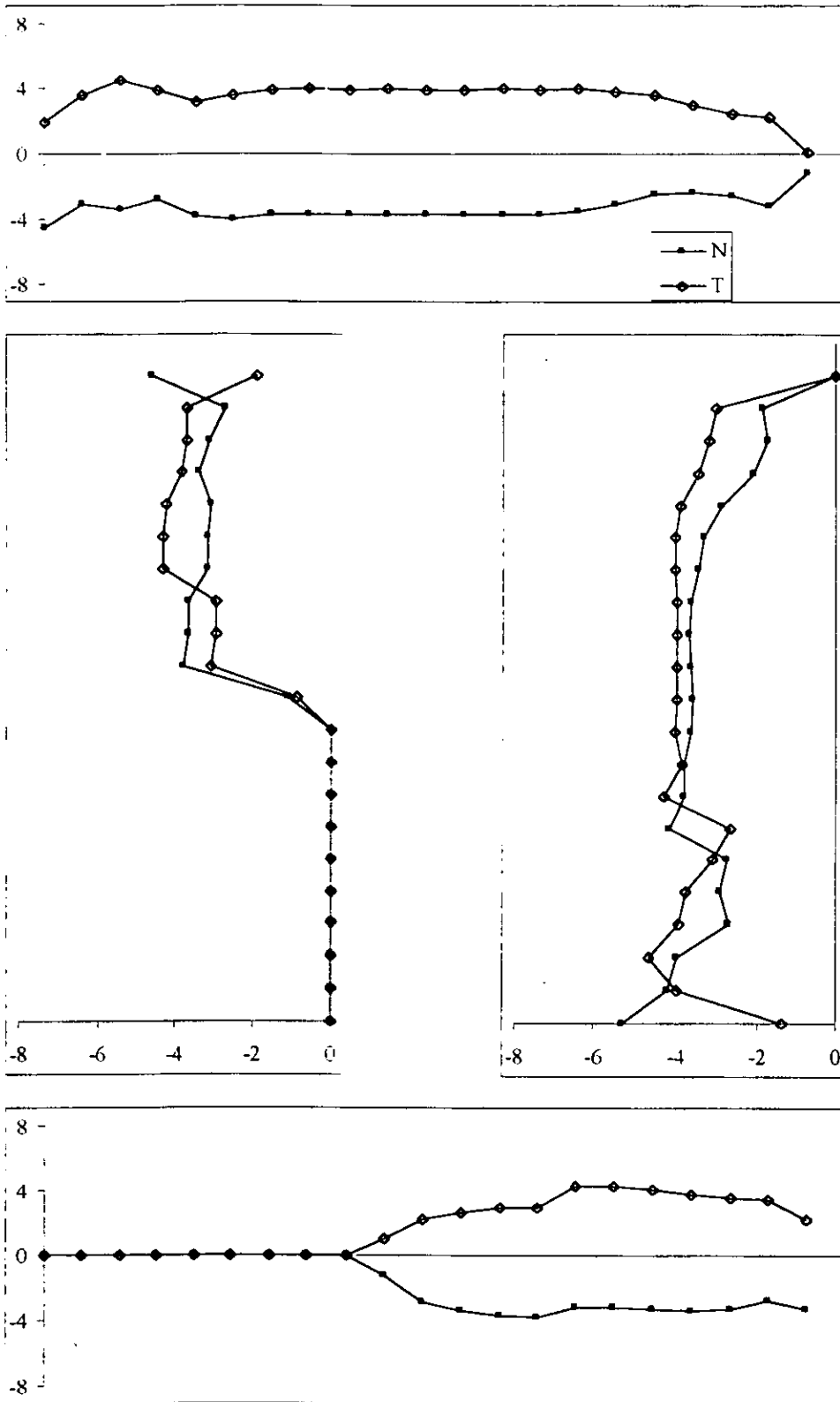


Figura D-2 c) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 21.3 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0024$ ; (MTO-13)

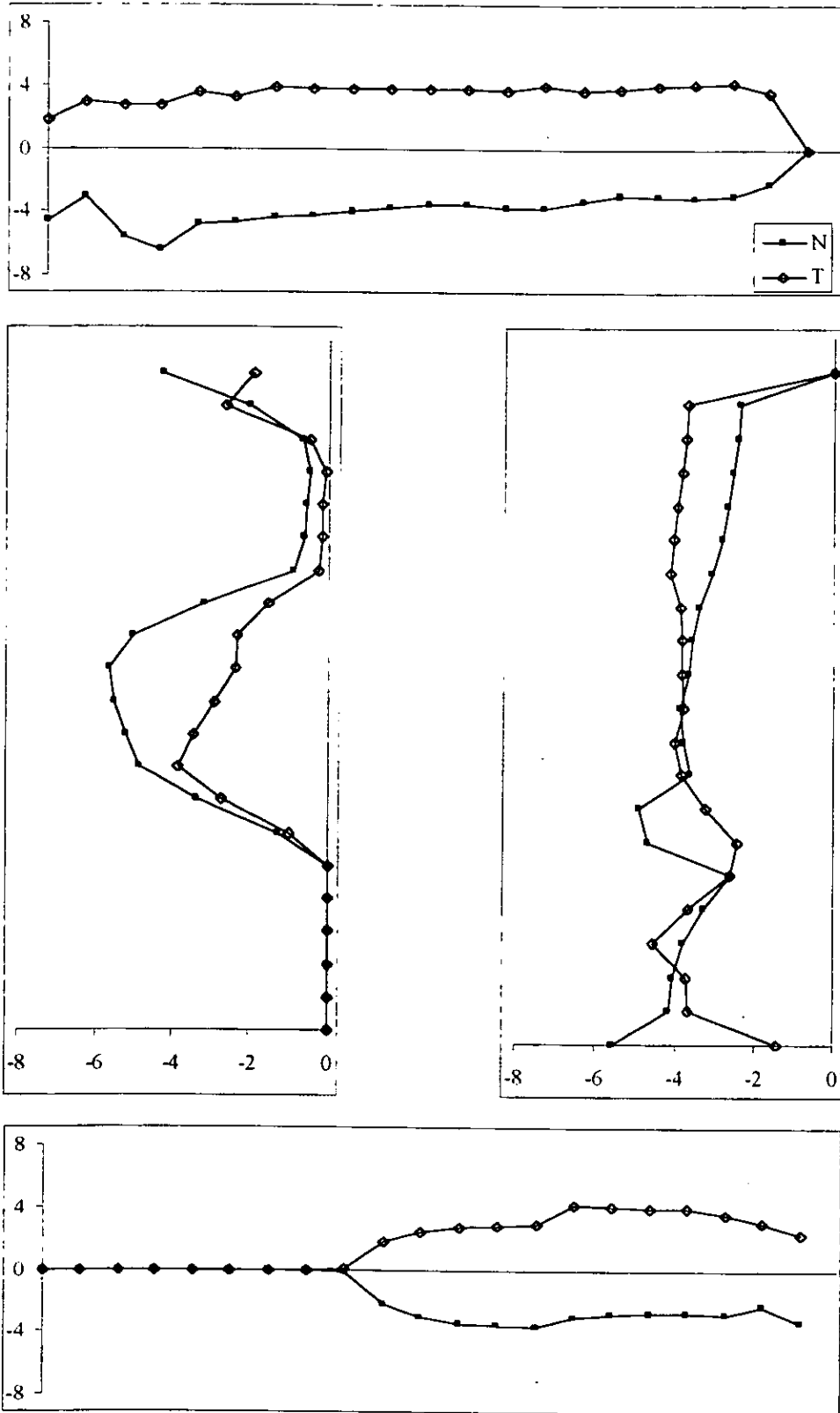


Figura D-2 d) Esfuerzos en las interfaces; P = 26.7 ton;  $\gamma = 0.0061$ ; (MTO-13)

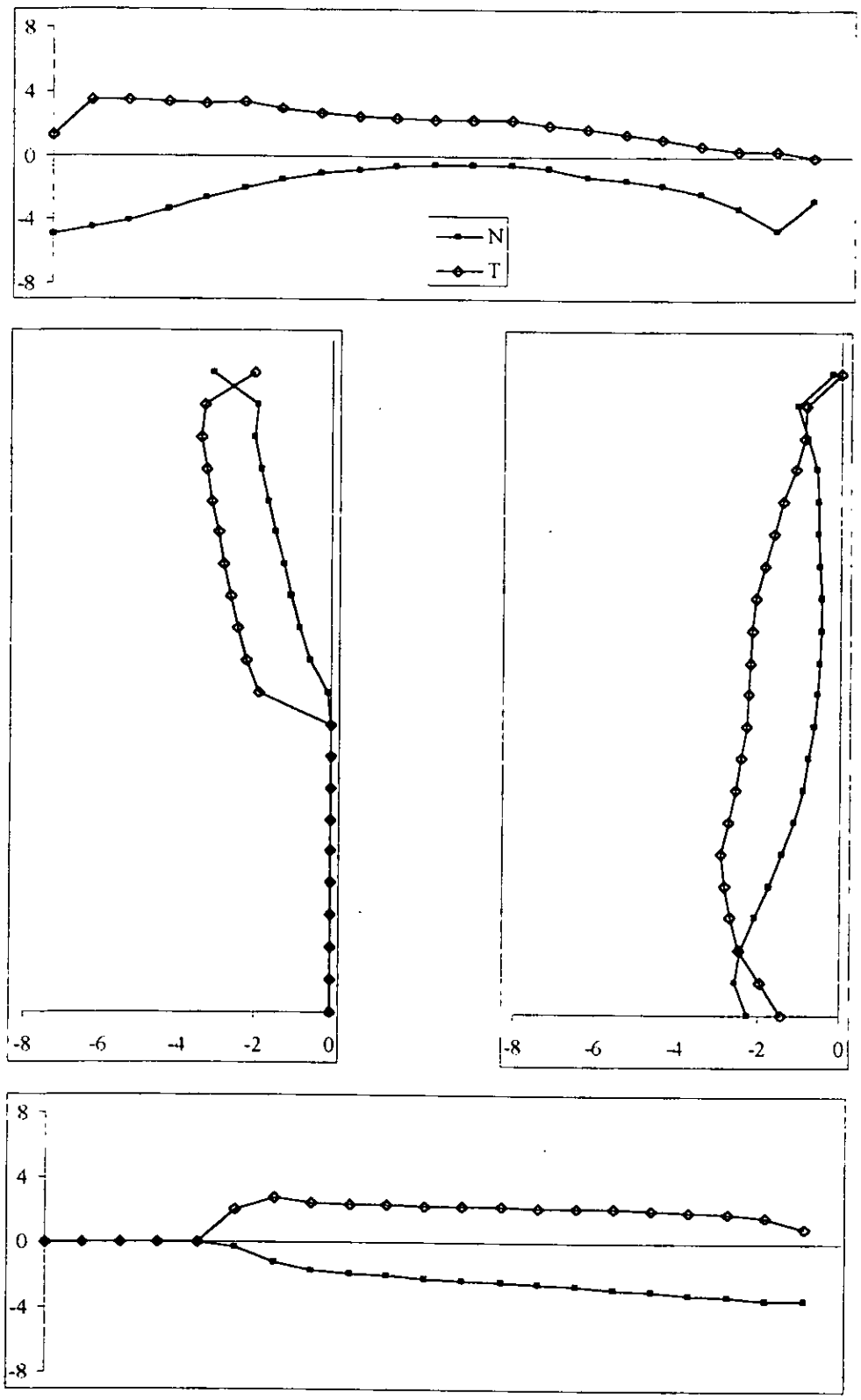


Figura D-3 a) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 11.5 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0003$ ; (MTO-11)



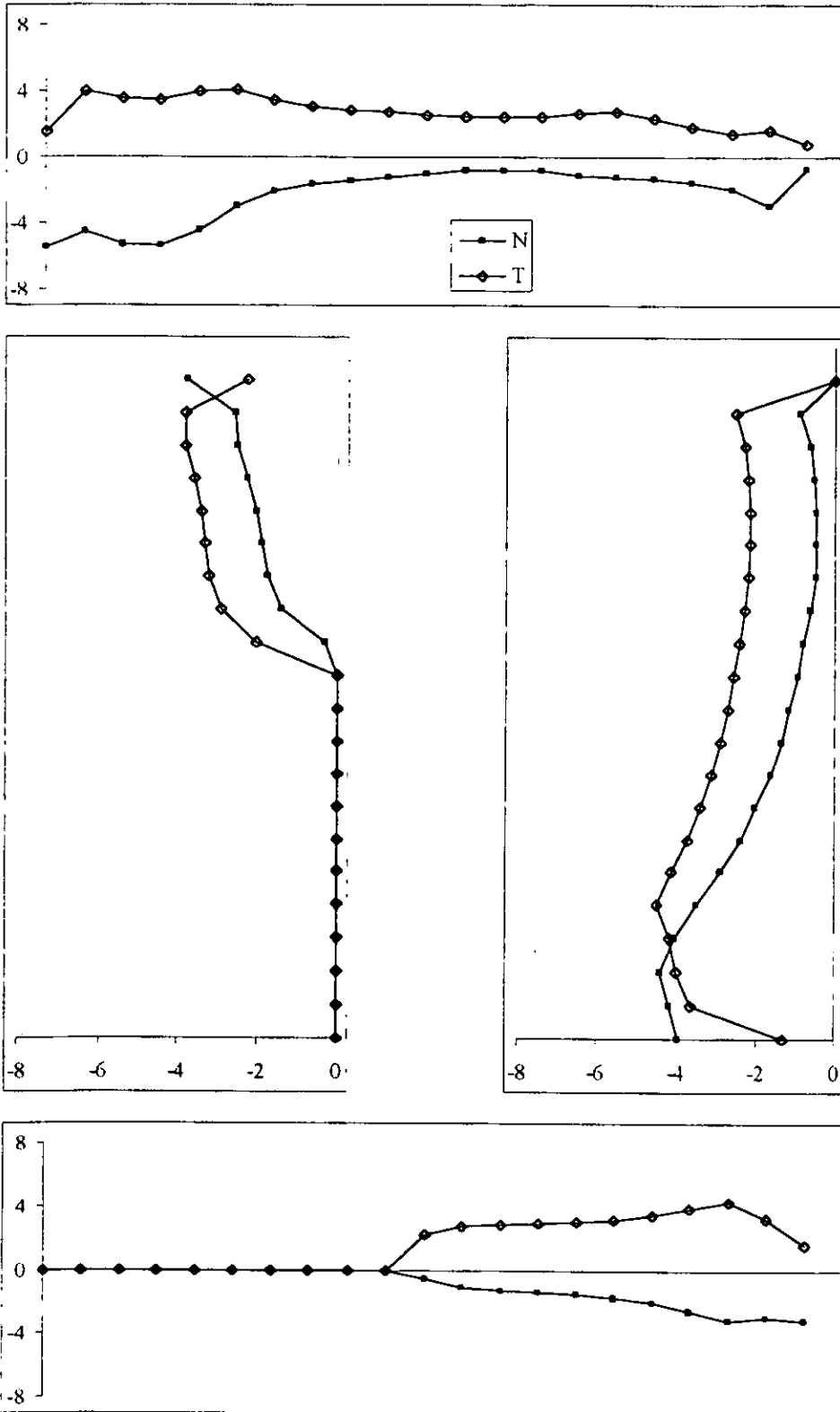


Figura D-3 b) Esfuerzos en las interfaces; P = 13.5 ton;  $\gamma = 0.0006$ ; (MTO-11)

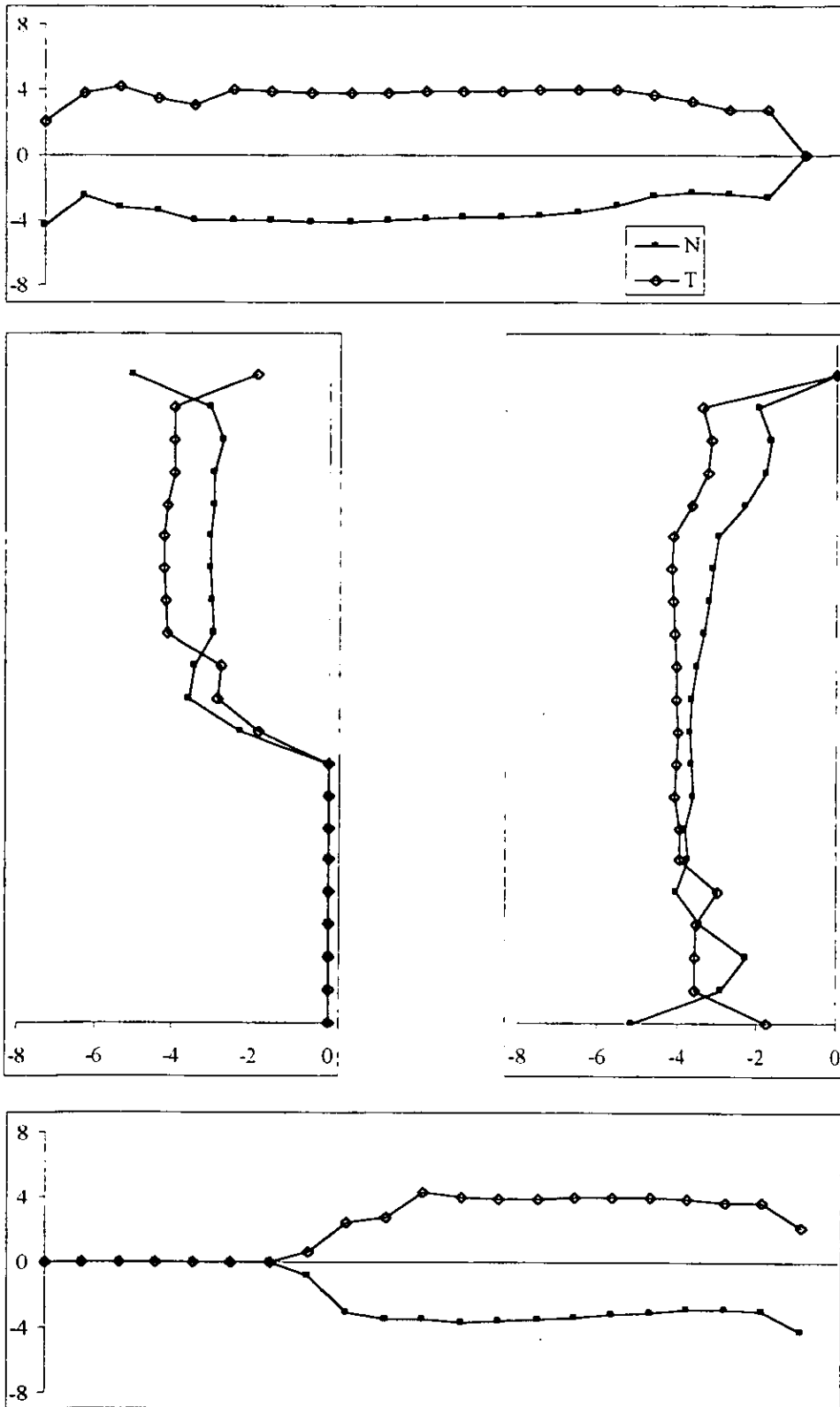


Figura D-3 c) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 23.0$  ton;  $\gamma = 0.0026$ ; (MTC-11)

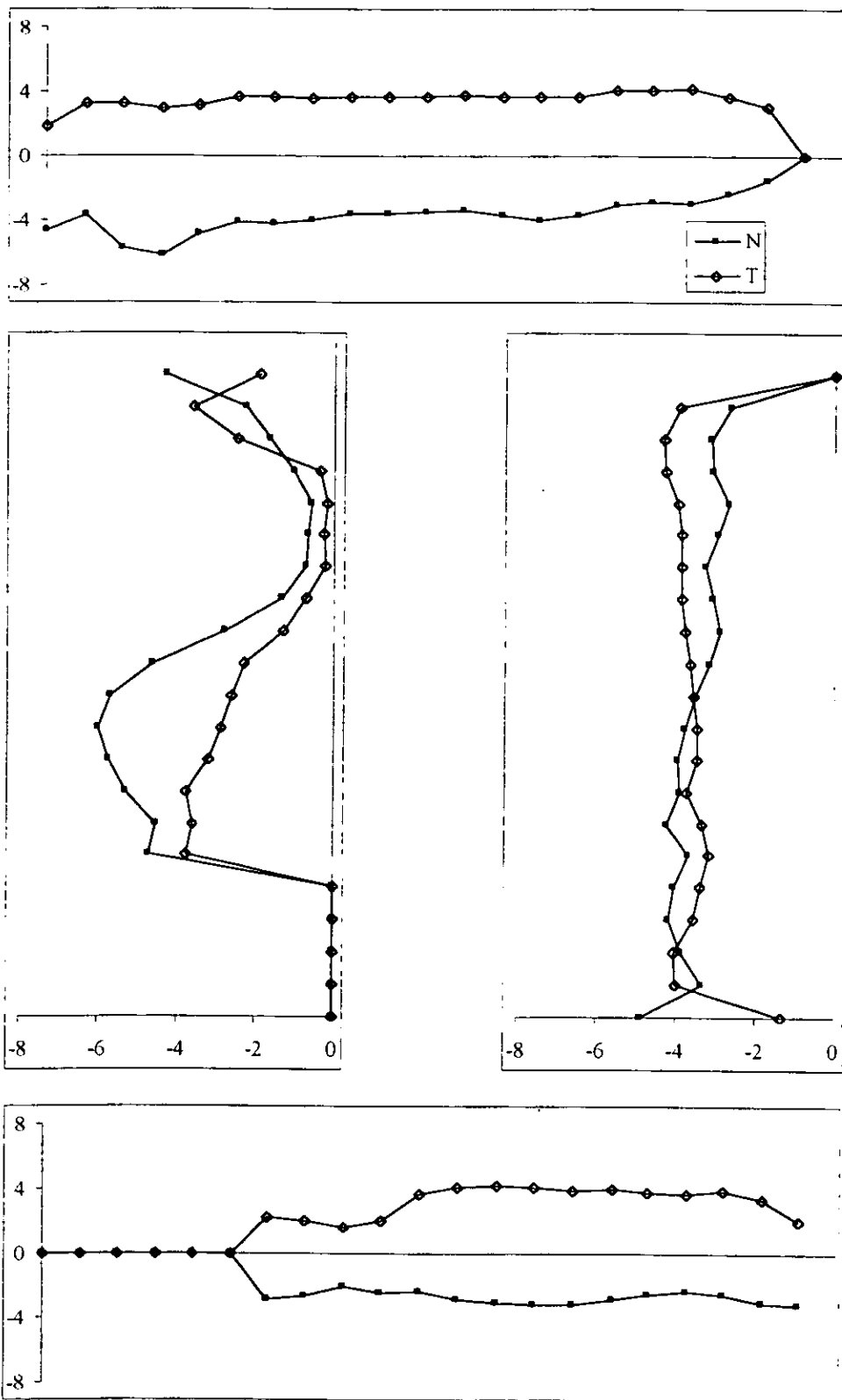


Figura D-3 d) Esfuerzos en las interfaces; P = 28.3 ton;  $\gamma = 0.0061$ ; (MTO-11)

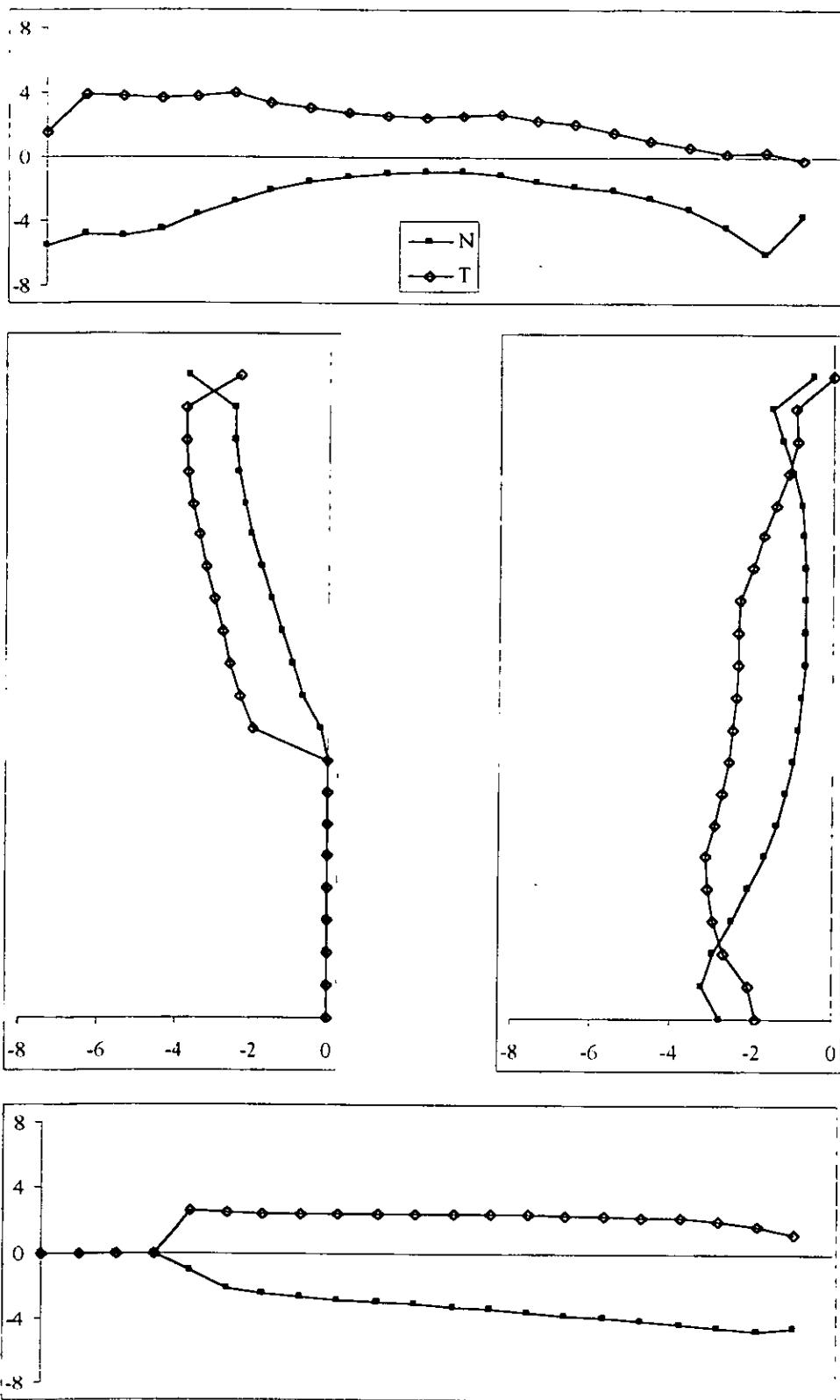


Figura D-4 a) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 13.1 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0003$ ; (MTO-14)

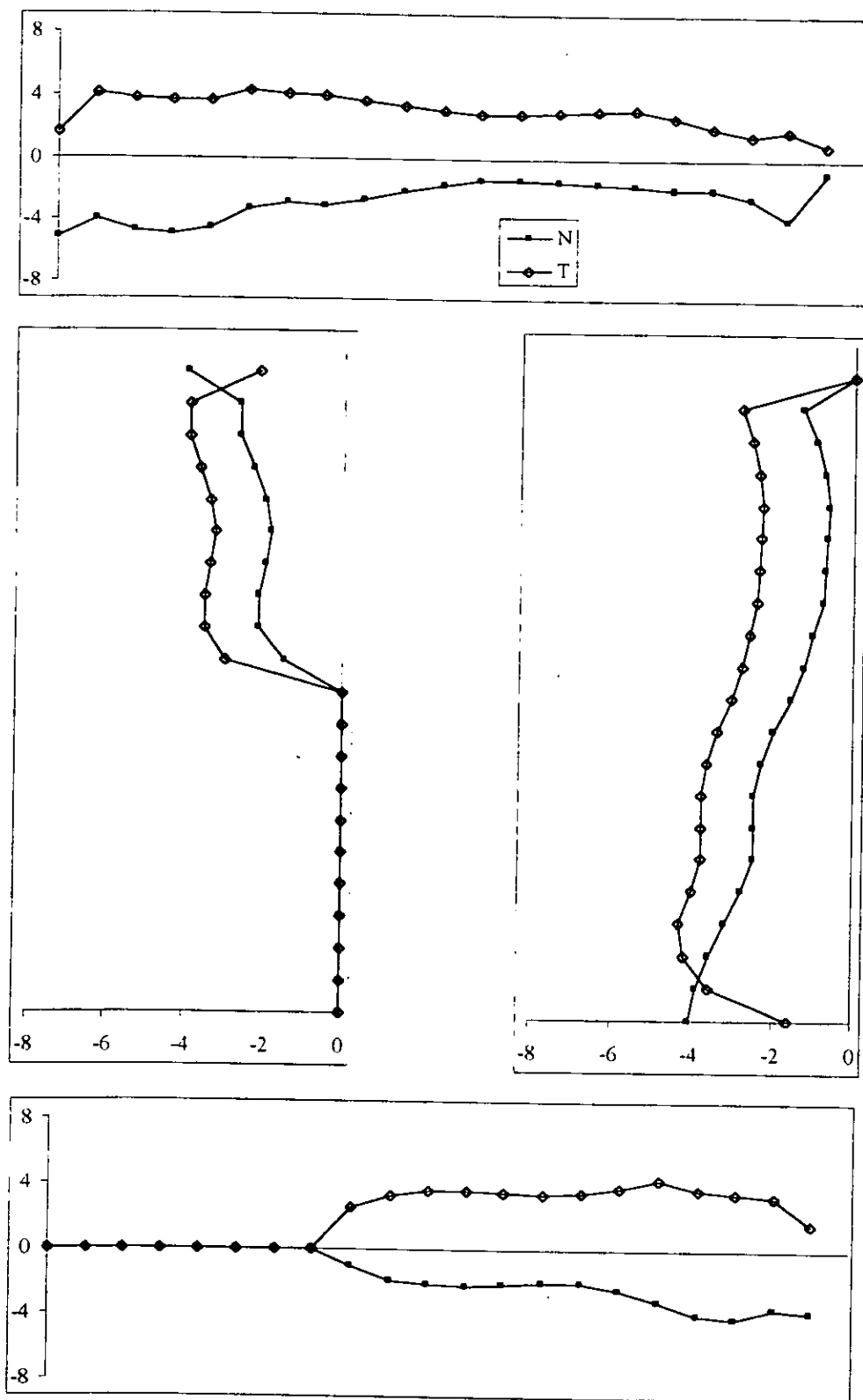


Figura D-4 b) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 17.4$  ton;  $\gamma = 0.0007$ ; (MTO-14)

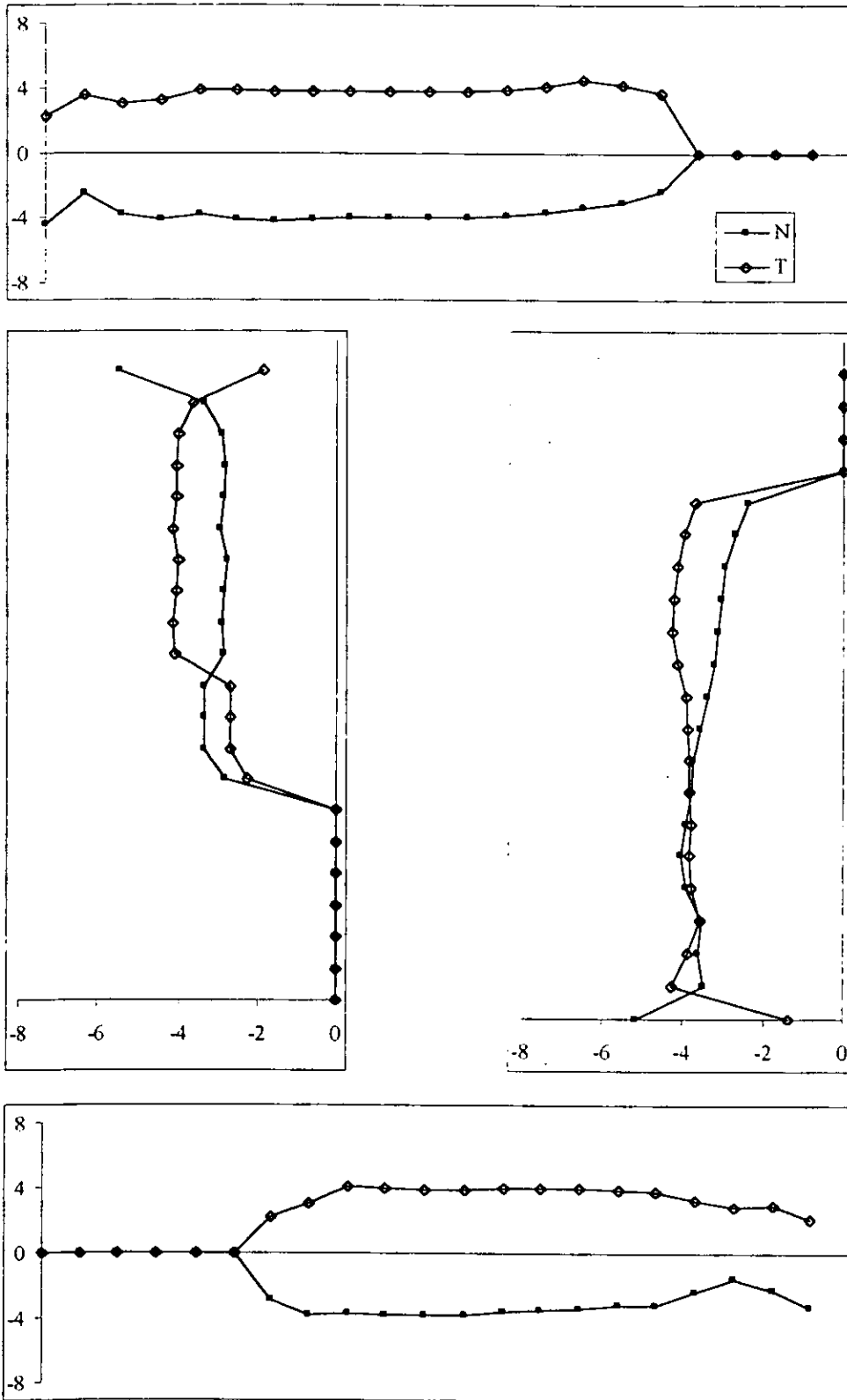


Figura D-4 c) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 24.4 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0028$ ; (MTO-14)

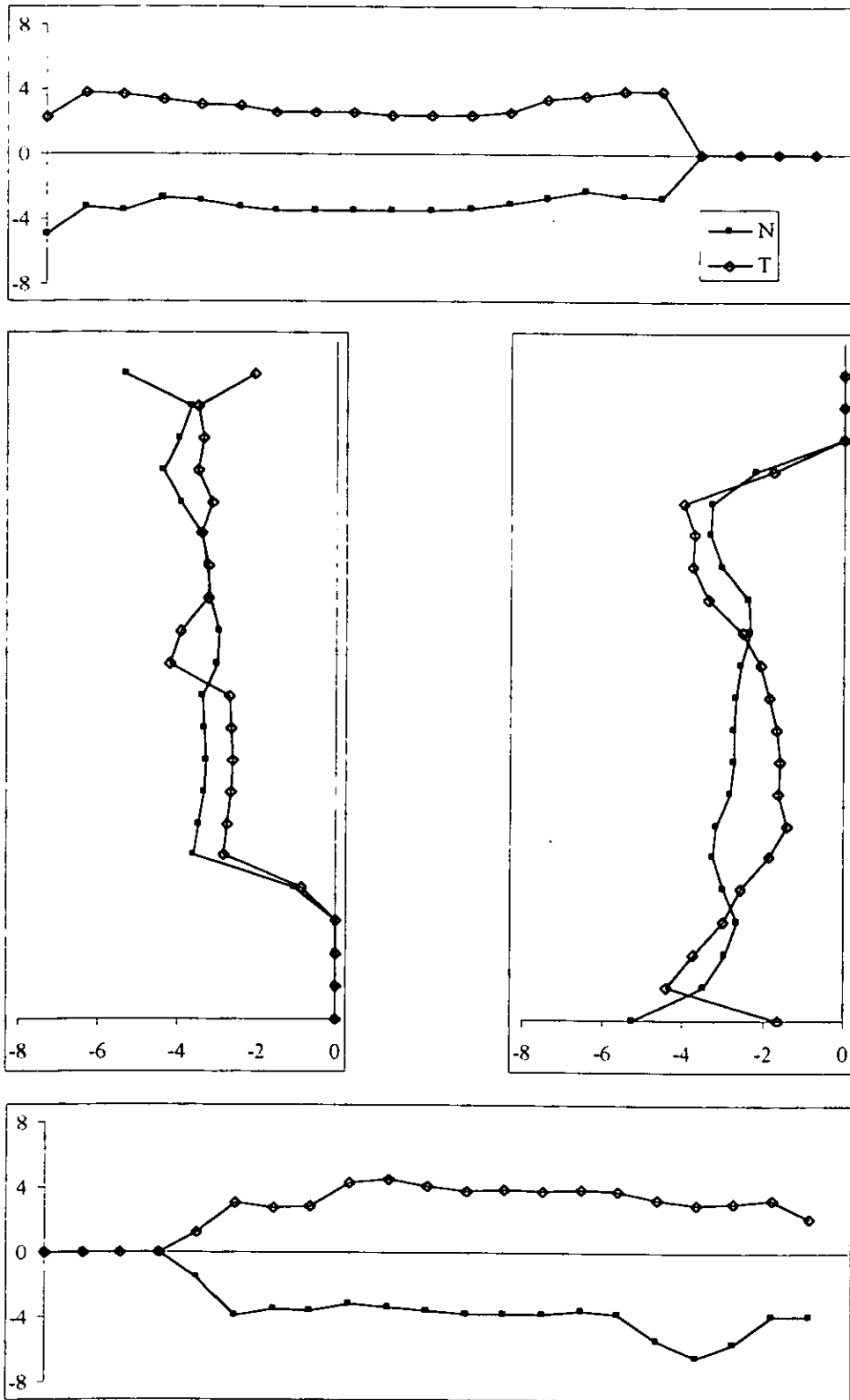
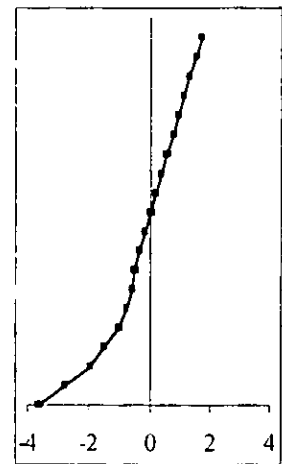
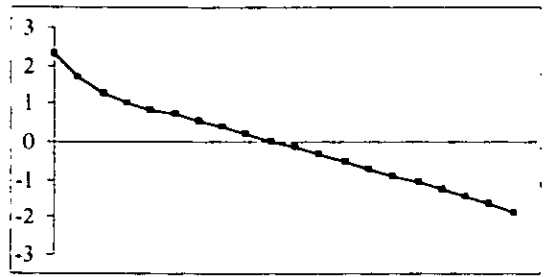
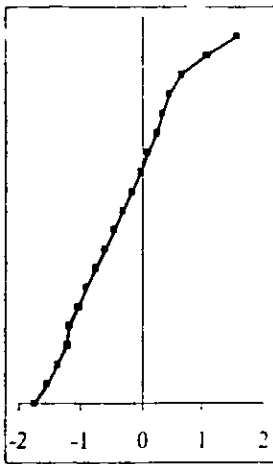


Figura D-4 d) Esfuerzos en las interfaces;  $P = 30.3$  ton;  $\gamma = 0.0067$ ; (MTO-14)

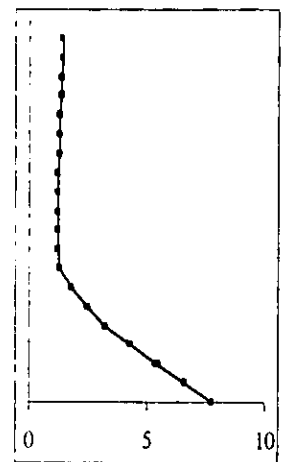
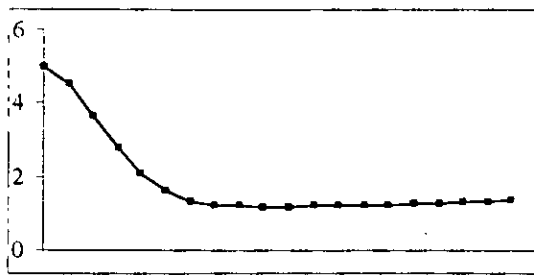
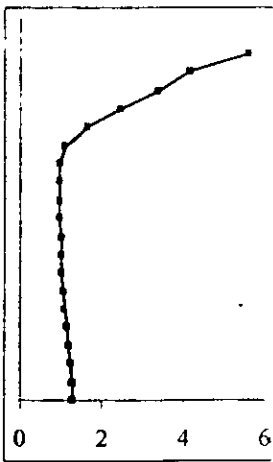
# Apéndice E



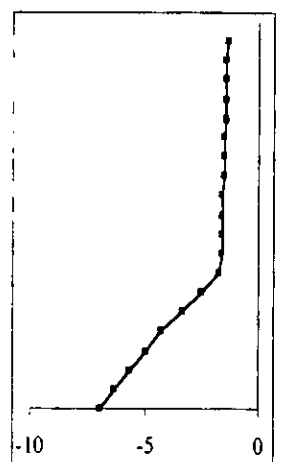
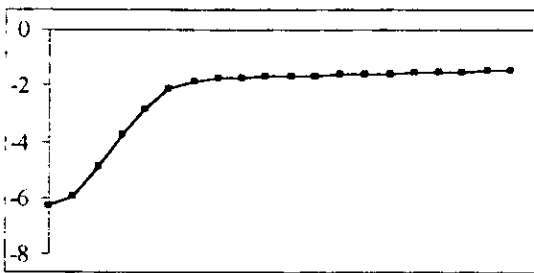
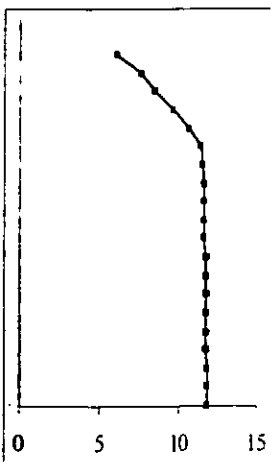
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**

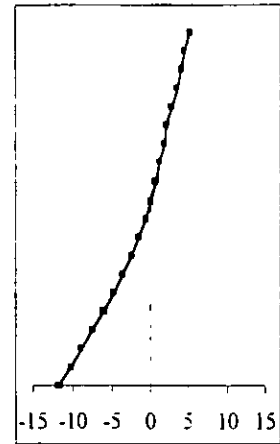
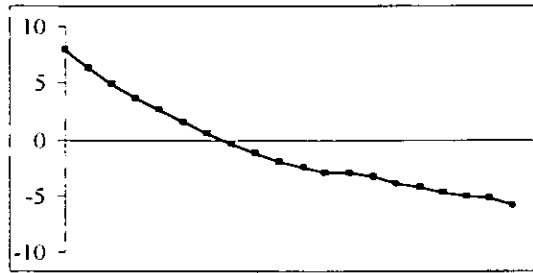
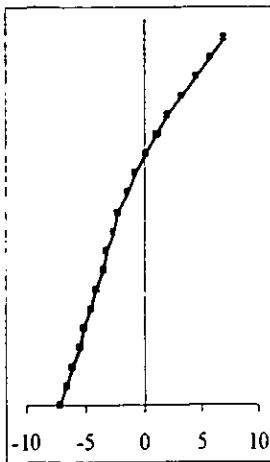


**Fuerzas Axiales**

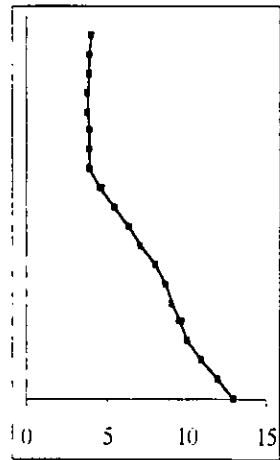
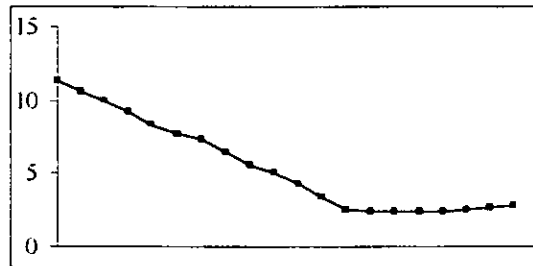
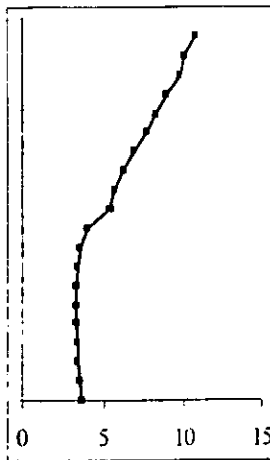


**Figura E-1 a) Elementos mecánicos en el marco; P = 13.7 ton;  $\gamma = 0.0011$ ; (MTO-SCA)**

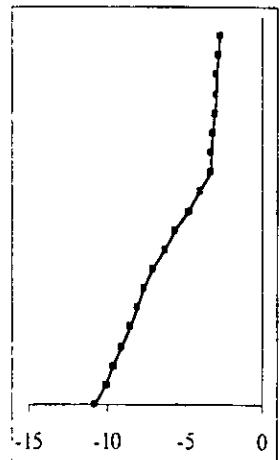
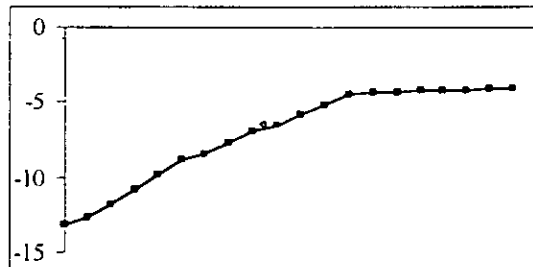
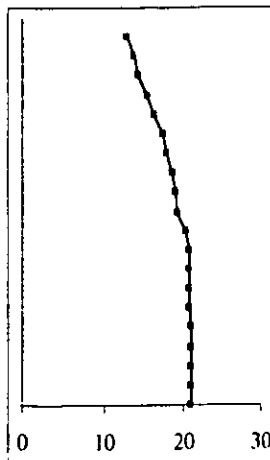
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**

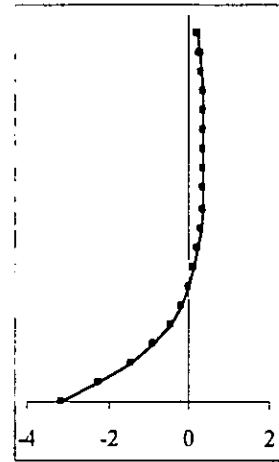
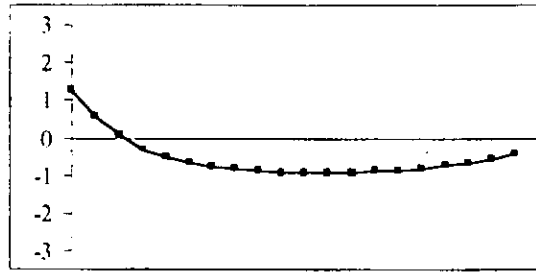


**Fuerzas Axiales**

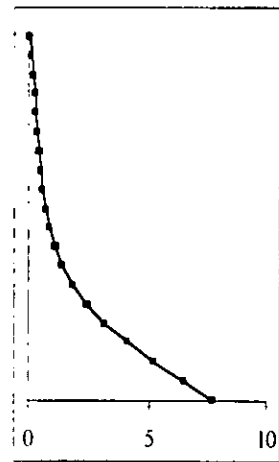
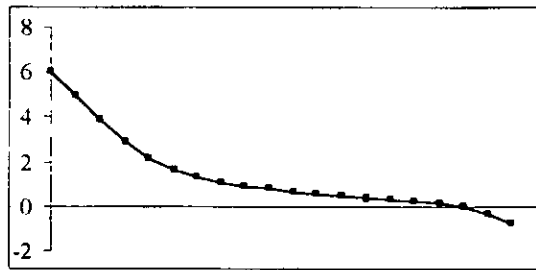
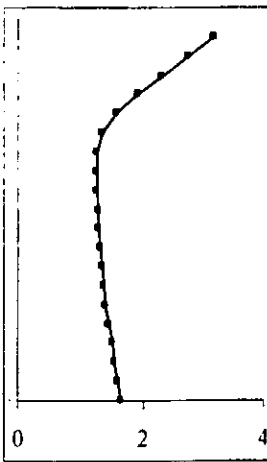


**Figura E-1 b) Elementos mecánicos en el marco; P = 25.3 ton;  $\gamma = 0.0061$ ; (MTO-SCA)**

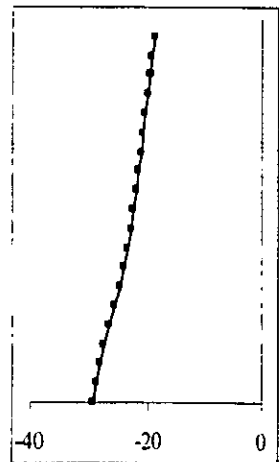
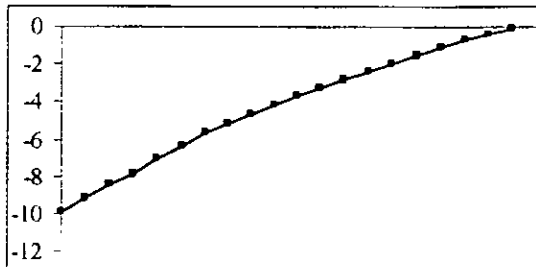
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**

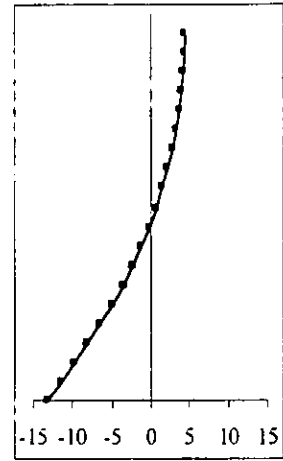
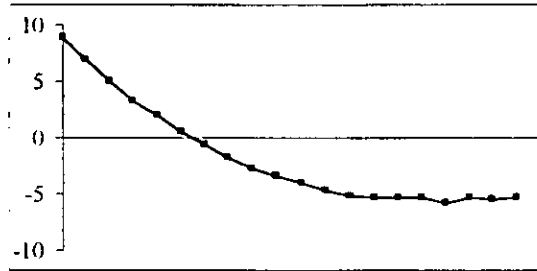
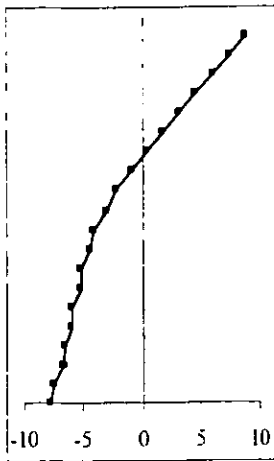


**Fuerzas Axiales**

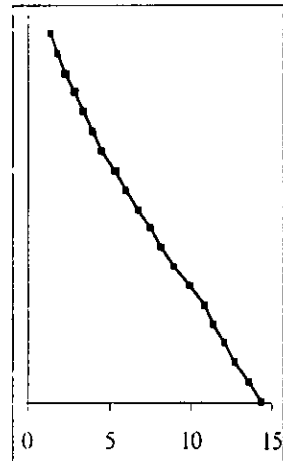
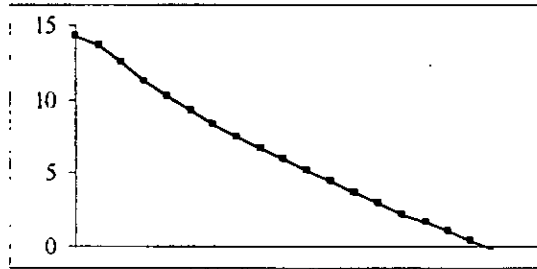
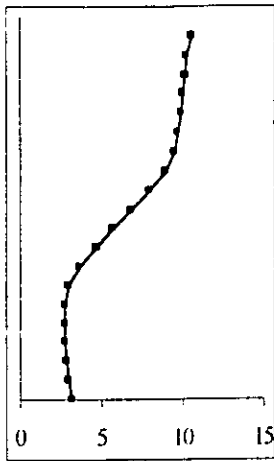


**Figura E-2 a) Elementos mecánicos en el marco; P = 13.6 ton;  $\gamma = 0.0006$ ; (MTO-13)**

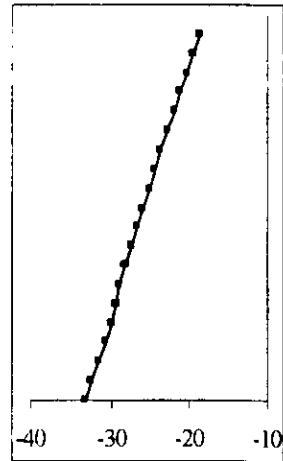
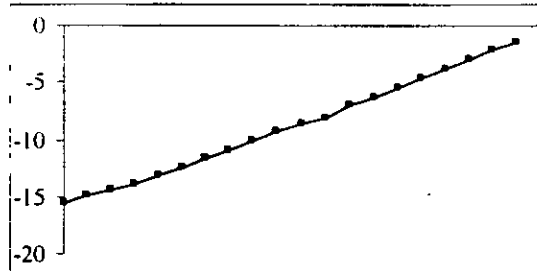
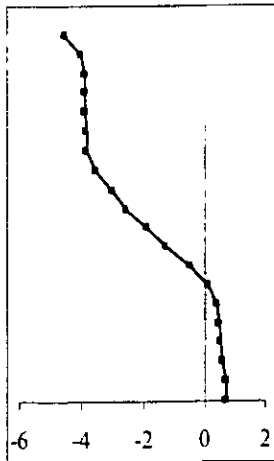
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**

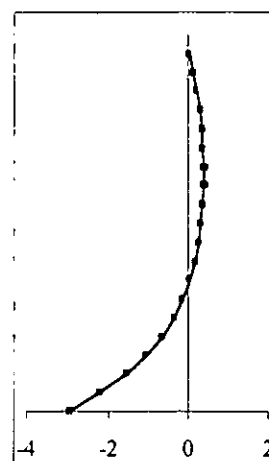
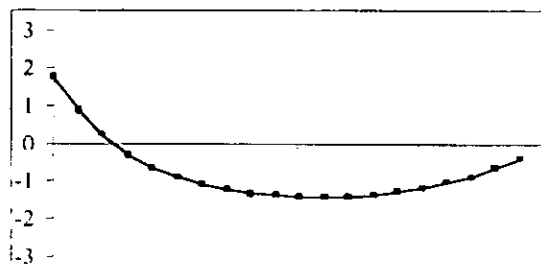
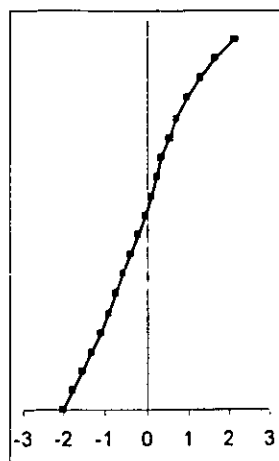


**Fuerzas Axiales**

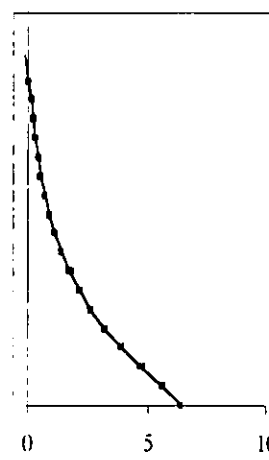
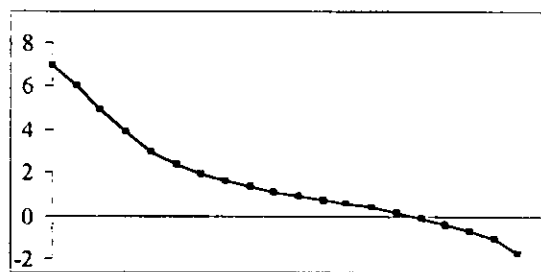
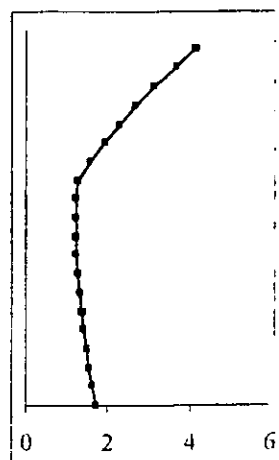


**Figura E-2 b) Elementos mecánicos en el marco;  $P = 26.7$  ton;  $\gamma = 0.0061$ ; (MTO-13)**

**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**



**Fuerzas Axiales**

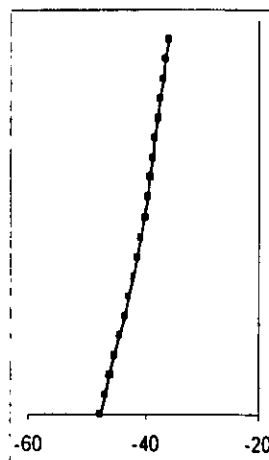
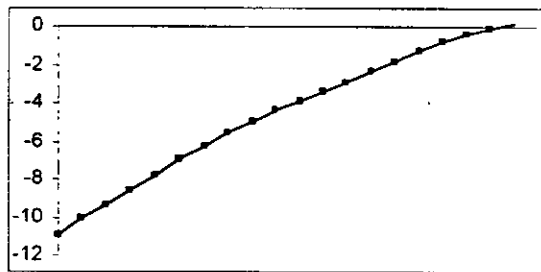
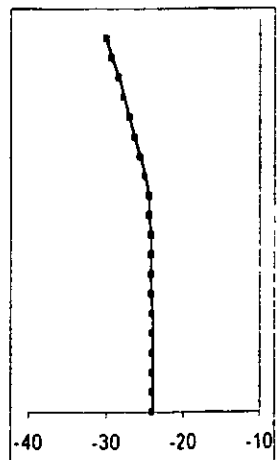
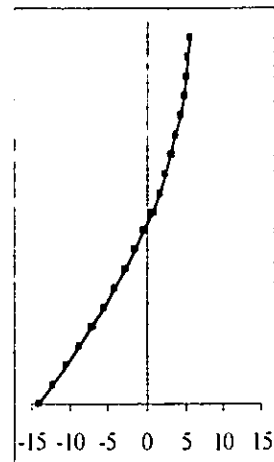
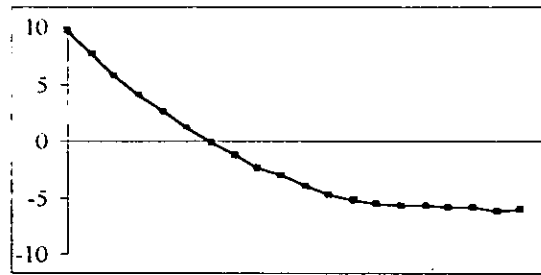
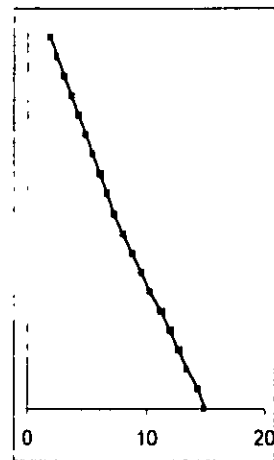
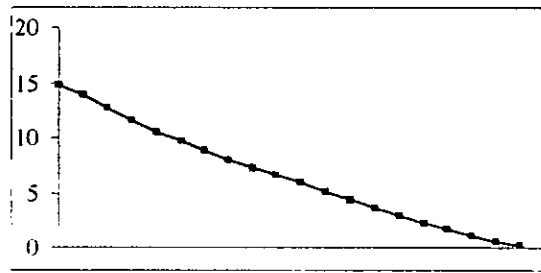


Figura E-3 a) Elementos mecánicos en el marco;  $P = 15.6 \text{ ton}$ ;  $\gamma = 0.0006$ ; (MTO-11)

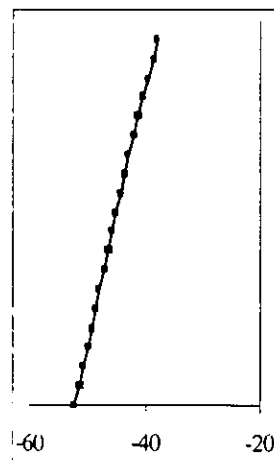
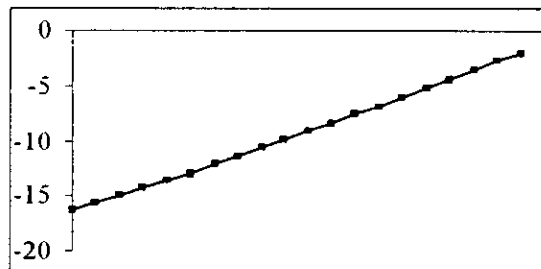
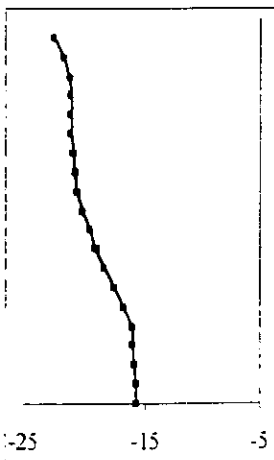
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**

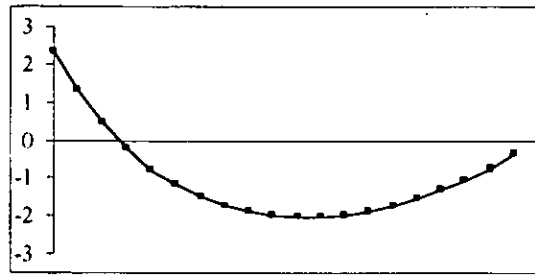
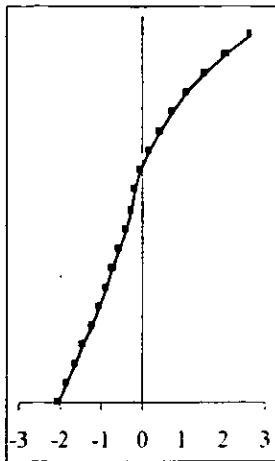


**Fuerzas Axial**

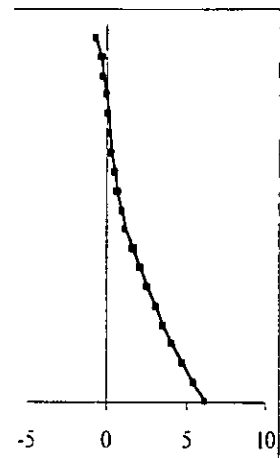
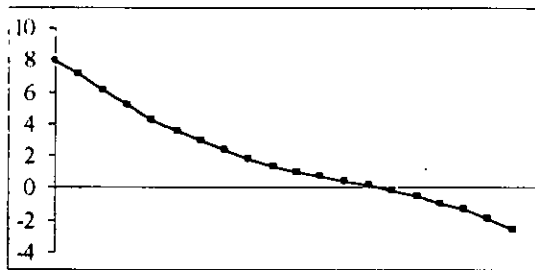
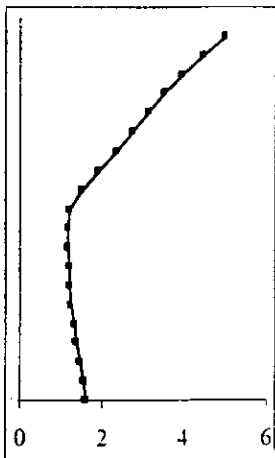


**Figura E-3 b) Elementos mecánicos en el marco; P = 28.3 ton;  $\gamma = 0.0061$ ; (MTO-11)**

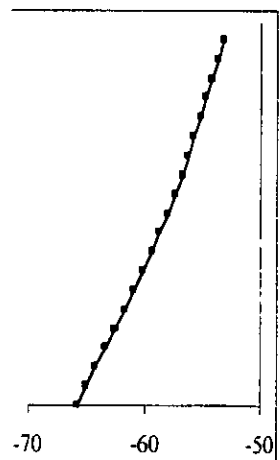
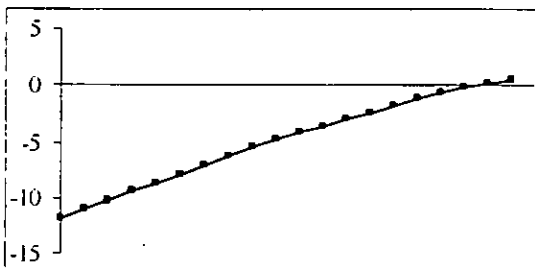
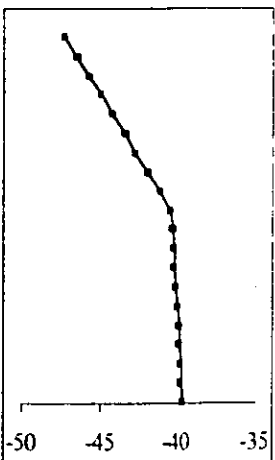
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**

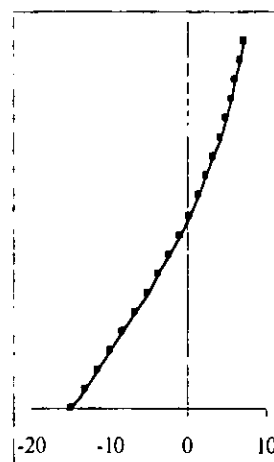
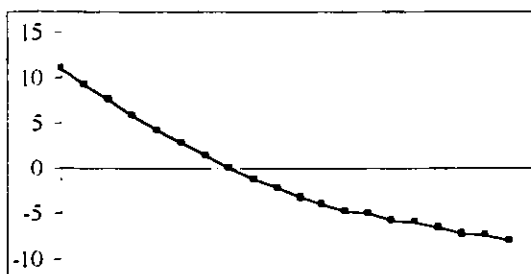
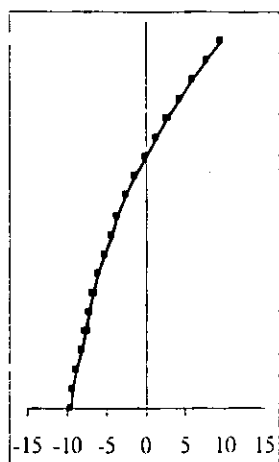


**Fuerzas Axiales**

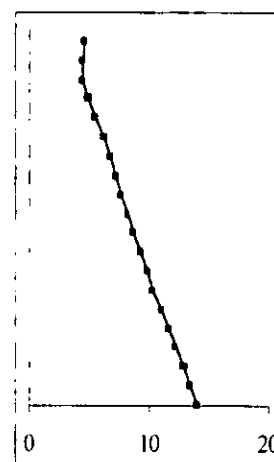
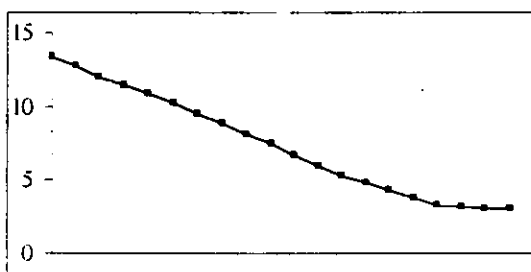
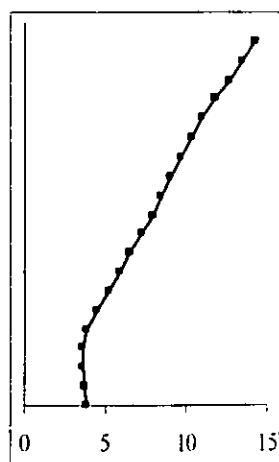


**Figura E-4 a) Elementos mecánicos en el marco;  $P = 17.4$  ton;  $\gamma = 0.0007$ ; (MTO-14)**

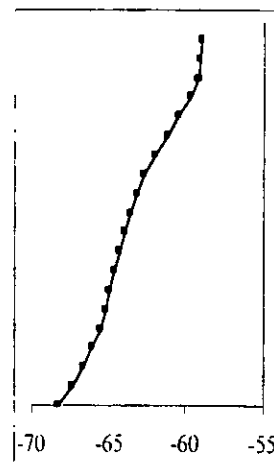
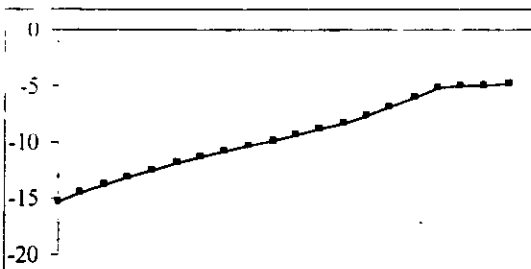
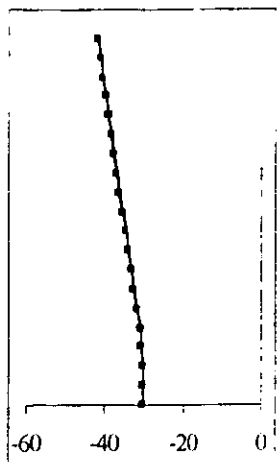
**Momentos Flexionantes**



**Fuerzas Cortantes**



**Fuerzas Axiales**



**Figura E-4 b) Elementos mecánicos en el marco; P = 30.3 ton;  $\gamma = 0.0067$ ; (MTO-14)**