



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

“UN MODELO DE CRECIMIENTO ECONÓMICO ENDÓGENO CON GASTO EN EDUCACIÓN”

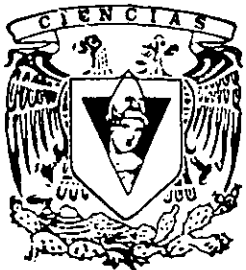
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

A C T U A R I O

P R E S E N T A :

ALEJANDRO VILLAGRÁN HERNANDEZ



DIRECTOR DE TESIS: M. EN E. ARTURO LORENZO VALDÉZ



2000

283816

FACULTAD DE CIENCIAS SECCION ESCOLAR



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

MAT. MARGARITA ELVIRA CHÁVEZ CANO
Jefa de la División de Estudios Profesionales de la
Facultad de Ciencias
Presente

Comunicamos a usted que hemos revisado el trabajo de Tesis:

"Un modelo de crecimiento económico endógeno con gasto en educación"

realizado por *Alejandro Villagrán Hernández*

con número de cuenta 9650323-4 , pasante de la carrera de Actuaría

Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Atentamente

Director de Tesis

Propietario

M. en E. Arturo Lorenzo Valdés

Propietario

Mat. Margarita Elvira Chávez Cano

Propietario

Act. Eric Manuel Rodríguez Herrera

Suplente

Act. Vazmin Iliana Barcenás Orozco

Suplente

Lic. Bárbara Jaloma López

[Handwritten signatures and initials]
M. E. Chávez
Rodríguez
[Signature]

Consejo Departamental de Ciencias

M. en C. *[Handwritten signature]*

FACULTAD DE CIENCIAS
CONSEJO DEPARTAMENTAL DE CIENCIAS

Dedico este trabajo:

a **Dios todo poderoso** por demostrarme a cada momento su infinito amor.

a mis padres **Carlos Villagrán Vaca** y **Julia Hernández Real** por darme el don maravilloso de la existencia y por heredarme en vida lo más valioso: “Una brillante educación”. A ellos les dedico este trabajo con gran amor y cariño, ya que gracias a su esfuerzo he llegado hasta este momento.

con mucho cariño a mis hermanos **Juan Carlos, Claudia** y **Gabriela** por el apoyo y afecto desinteresado que siempre me han brindado.

a mis sobrinos **Carlos Emiliano, Sebastián** y **Joaquín** por permitirme gozar de cada uno de esos momentos llenos de inocencia y de ternura.

a mi abuelita **Julia**, mi tía **Yolanda** y mi primo **Nelson** por formar parte de mi vida de manera tan significativa.

a mis hermanos políticos **Graciela, Enrique** y **Joaquín** por escucharme a todo momento y apoyarme en las decisiones que he tomado.

a **Juan Miguel** por ser ante todo para mí como un hermano.

a **Faride, Gris** y **Kathya** por la amistad y cariño que me han brindado a lo largo de todos estos años.

a la **Universidad Nacional Autónoma de México** por formar en mí un espíritu que va más allá de las aulas.

a **todos los maestros de la facultad de ciencias** con los que tome clase por enseñarme que el conocimiento es algo más profundo que cualquier meta material.

con gratitud para el Maestro **Arturo Lorenzo Valdés** por toda la motivación y atención que me prestó a lo largo de este trabajo.

Un agradecimiento para los honorables miembros del jurado:

Mat. Margarita Chávez Cano
Act. Yazmín Barcenás Orozco
Lic. Bárbara Jaloma López
Act. Eric Manuel Rodríguez Herrera

por todo el tiempo que me dedicaron.

a todos mis compañeros, que aunque no los mencione ellos saben que les dedico este trabajo por todas las experiencias que compartimos a lo largo de estos años.

a la familia **Moncada Hernández**, por la amistad que me han concedido desde que los conozco.

Un reconocimiento al señor **Mario Colín Suárez** y a la señora **Alejandra Enríquez Orozco** por haberme hecho sentir como de su familia y por permitir que yo los considerara parte de la mía, les dedico este trabajo con gran afecto.

a **“Zazil-Ha con todo mi amor, por todo lo que eres y serás para mí...”**

ÍNDICE

Introducción.....	1
Capítulo I Consecuencias del rápido crecimiento de la población en el desarrollo humano.....	3
1.1 Antecedentes de México.....	4
1.1.1 La expansión demográfica (1895-1970).....	4
1.1.2 Aspectos demográficos del crecimiento económico.....	5
1.1.3 El desarrollo social.....	6
1.1.4 Población, desarrollo y ocupación.....	7
1.2 Aspecto educativo.....	8
1.2.1 El problema.....	8
1.2.2 Panorama.....	8
1.2.3 Tendencias en rendimientos escolares.....	10
1.2.4 Avance educativo y cambio demográfico en Asia.....	15
1.2.5 Resultados educativos dentro de la familia.....	21
Capítulo II Análisis de datos.....	24
2.1 Análisis descriptivo.....	25
2.2 Análisis econométrico de crecimiento económico.....	44
2.3 Análisis de conglomerados.....	54
2.4 Análisis discriminante.....	57
2.5 Conclusiones del análisis de datos.....	60
Capítulo III El modelo.....	63
3.1 Introducción a la teoría del crecimiento económico.....	64
3.2 Elementos del modelo.....	66
3.2.1 Consideraciones importantes.....	66
3.2.2 El objetivo funcional: la función de utilidad.....	68
3.3 Gasto público y crecimiento.....	73
3.3.1 La economía del planificador central y el crecimiento óptimo.....	78
3.4 El crecimiento económico por medio de la acumulación de capital humano.....	80
3.4.1 La economía del planificador central.....	88
Conclusiones.....	89
Apéndice.....	91
Bibliografía.....	98

INTRODUCCIÓN.

Sin ninguna duda, la teoría del crecimiento económico es una de las ramas de la economía de mayor importancia. No es difícil darse cuenta que pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento, sostenidas durante largos períodos de tiempo, generan enormes diferencias en los niveles de renta per cápita. En este contexto, los gobiernos tienen gran interés en asignar eficientemente sus recursos para generar dicho crecimiento. Desde una perspectiva de crecimiento, los recursos gubernamentales pueden ser gastados en dos diferentes formas: los recursos pueden ser asignados para usos que sostengan el crecimiento y para usos que generen el crecimiento.

Este trabajo de tesis tiene las siguientes finalidades:

- Analizar algunas tendencias mundiales desde el punto de vista de la asignación de recursos públicos eficientemente para generar el crecimiento económico.
- Dar un panorama de la realidad de México ante varios aspectos económicos, sociales y culturales que nos muestran como hemos enfrentado el reto de tener crecimiento económico sostenido.
- Identificar los problemas que como nación hemos tenido al afrontar la globalización y proponer posibles soluciones a la generación de crecimiento económico sostenido y con efectos en el largo plazo.

La propuesta que presenta la tesis tiene la siguiente estructura.

El capítulo uno comprende una breve descripción de los hechos que han enmarcado la historia de México en las últimas décadas con relación a aspectos demográficos y económicos. Presenta algunos estudios que se han realizado a nivel mundial para analizar los efectos sobre el aspecto educativo que tienen las presiones demográficas y económicas. Así como también habla de la exitosa actuación que han tenido las naciones asiáticas para proveer servicios educativos a pesar de las presiones poblacionales, posiblemente debido a que en estos países ya se ha empezado a dar una transición demográfica.

El capítulo dos presenta un análisis estadístico que pretende dar una visión comparativa entre México y varios países pertenecientes a organismos mundiales como la OCDE, la OEA y el grupo de los 7, con relación a diversas variables. Aunque se pone especial atención en el área del conocimiento como posible motor del crecimiento de la economía, se presentan los resultados para todas las variables a fin de evitar en lo posible sesgos en la comparación.

La tesis presenta algo diferente a la literatura convencional ya que en ésta se postula la teoría para posteriormente realizar pruebas empíricas, mientras que el presente trabajo muestra evidencia que apoya el malthusianismo de modo que en base a estos argumentos

proponemos un modelo teórico que tiene sentido a las necesidades que encontramos en los análisis de conglomerados y de regresión.

El capítulo tres nos introduce a la teoría del crecimiento económico de manera gradual, es decir, analizando primero de manera intuitiva la importancia de esta rama de la economía para posteriormente pasar a los modelos de crecimiento óptimo cuya herramienta principal se encuentra en la teoría del control.

Se puso un énfasis especial en la interpretación económica de cada uno de los planteamientos matemáticos expuestos en este capítulo de tal manera que se pueda iniciar el estudio del modelo de Barro sin ninguna dificultad. El planteamiento de este modelo tiene como objetivos: familiarizarnos con el manejo de las técnicas de optimización del control óptimo y dar una mirada a un modelo que plantea el gasto del estado en bienes públicos parcialmente rivales que generan crecimiento, desde dos puntos de vista, el de una sociedad con un equilibrio competitivo y una con un planificador central.

Una vez logrados estos objetivos se plantea un modelo que generará crecimiento por medio del gasto público a través del proceso de la educación. Este modelo al igual que el anterior es analizado desde los puntos de vista del mercado competitivo y del planificador central.

En ambos modelos el punto de vista del planificador central es totalmente teórico por lo que podemos decir que en el mercado competitivo los modelos no son eficientes en el sentido de Pareto, pero de cualquier modo generan el crecimiento económico tan necesario para el desarrollo de los países.

Al final se presenta un apéndice, cuyo contenido tiene como finalidad dar a conocer la metodología usada para algunos análisis del capítulo dos y para mostrar un poco de la teoría del control, cuyos resultados se utilizaron en el capítulo tres, siendo ésta una herramienta moderna pero a la vez de bases muy fuertes como para pretender exponerla en unas cuantas páginas.

CAPÍTULO I

CONSECUENCIAS DEL RÁPIDO CRECIMIENTO DE LA POBLACIÓN EN EL DESARROLLO HUMANO

1.1 ANTECEDENTES DE MÉXICO¹

1.1.1 La Expansión Demográfica (1895 - 1970)

La Historia Censal continua del México contemporáneo se inicia a partir de 1895 con una población enumerada de 12.6 millones de habitantes. A partir de 1920, como resultado de la Revolución Mexicana, se dan las bases de cambios importantes en el desarrollo del país y en la evolución de su población. Las nuevas condiciones establecidas permitieron la estructuración de un sistema social, económico y político en donde fue posible absorber con mayor rapidez y facilidad los avances mundiales en diversos campos, de tal manera que a partir de los años treinta ocurrieron progresos espectaculares sobre todo en materia de desarrollo económico. Dichos avances fueron posibles en gran medida gracias a la organización gubernamental institucionalizada, a los cambios en la estructura de la producción consecuencia de la reforma agraria, a la ampliación del capital social básico, al desarrollo industrial, a cambios en el sistema financiero y otros que en conjunto implican toda una serie de transformaciones estructurales de importancia.

A esta dinámica correspondieron cambios significativos en el ritmo de crecimiento demográfico, ya que de una tasa de crecimiento medio anual de la población de 1.7% de 1930 a 1940, se pasó a una de 2.7% de 1940 a 1950, a 3.1% de 1950 a 1960 e incluso a 3.4% de 1960 a 1970.

Las tasas de crecimiento de la población a partir de 1940, comparadas con las observadas anteriormente, son muy elevadas. La tasa de crecimiento medio anual más alta antes de 1930 corresponde al periodo de 1895 a 1900, que fue de 1.27%.

Los cambios observados en el ritmo de crecimiento de la población resultan de las tendencias de la fecundidad y de la mortalidad que se exponen brevemente a continuación.

Las estimaciones hechas para 1900 ponen de manifiesto una tasa de entre 47 y 51 nacimientos por cada mil habitantes, ligeramente superior a la de 1965 que fue de 44.3, la que disminuyó a 42.6 en 1968. Sin embargo, lo anterior no debe interpretarse como una disminución de la fecundidad ya que si se considera la fecundidad con referencia sólo a las mujeres en edad de procreación, no ha variado.

No obstante, han ocurrido transformaciones de cierta importancia en los niveles de fecundidad por grupos de edad de las mujeres: las jóvenes han disminuido su nivel y las de edades mayores a los 35 años lo han aumentado considerablemente. El resultado ha sido el mantenimiento de los niveles generales de fecundidad en alrededor de 198 nacimientos por cada mil mujeres de 15 a 49 años, por lo menos desde 1930 a 1970.

La mortalidad ha experimentado una disminución notable. La tasa bruta de mortalidad pasó de 35 defunciones por cada mil habitantes entre 1895 y 1910, a 23.3 entre 1925 y 1929 y a 9.4 en 1965.

El descenso fue posible debido a los diversos programas de salud pública y al propio desarrollo económico y social. Ello ha implicado la duplicación de la esperanza de vida al nacimiento entre 1930 y 1970.

¹ Fuente: Banco de México. (Departamento de Estudios Económicos, series básicas)

1.1.2 Aspectos Demográficos del Crecimiento Económico

La población creció en más de cuatro veces en los 75 años transcurridos desde la elaboración del primer censo de población en 1895; mientras tanto, el producto interno bruto (PIB) creció en más de 17 veces en el mismo período y en más de 7 veces desde 1930, como resultado de una tasa de crecimiento económico a largo plazo poco común entre los países subdesarrollados. Esto hizo posible que el producto real por habitante de 1967 fuese casi tres veces mayor que el de 1930 y cinco veces mayor que el de 1895.

El crecimiento económico espectacular logrado por México entre 1930 y 1970 tiene algunas características singulares que conviene considerar. Se ha basado en la presencia de cinco factores principales:

- El crecimiento rápido de la producción agrícola, que ha colocado al país entre las pocas naciones subdesarrolladas con oferta agrícola elástica en el largo plazo.
- La creación de una amplia red de obras de infraestructura por parte del estado.
- La nacionalización y orientación de la producción de energéticos hacia las necesidades del desarrollo interno.
- El acelerado ritmo de industrialización a partir de la segunda guerra mundial, que hizo posible que el crecimiento de la economía pasara a depender en mayor proporción de la dinámica de la demanda interna que de la externa.
- El aumento a largo plazo de la tasa de ahorro bruto hasta llegar a niveles de 18% del PIB.

El crecimiento de la producción agrícola ha sido la consecuencia de la acción combinada de cuatro factores: el reparto de casi toda la tierra de labor entre campesinos, la construcción de grandes obras de irrigación y la apertura de nuevas superficies de cultivo por parte del estado, la introducción de mejores técnicas de producción y la política de precios de garantía.

El crecimiento de la producción industrial se ha basado en la ampliación del mercado interno que provocaron el desarrollo agrícola y el crecimiento de la población urbana, en el desarrollo de las comunicaciones, en el aumento de la producción de energéticos y principalmente, en la política de sustitución de importaciones que se ha seguido después de la segunda guerra mundial. Por otra parte, el crecimiento industrial se ha visto favorecido por una oferta abundante y creciente de mano de obra provocada por el intenso proceso de migración de la población rural a zonas urbanas.

Por otra parte, la tasa de ahorro bruto aumentó desde niveles de entre 0.12 y 0.14 en los años cuarenta hasta niveles de alrededor de 0.19 en los últimos años. Los aumentos más notables se lograron a partir de mediados de los años cincuenta. A partir de esos años el financiamiento se ha logrado en forma creciente con crédito externo a mediano y largo plazo (en el caso del sector público), con políticas compulsivas de orientación del crédito bancario hacia el financiamiento industrial, en general a plazos medianos y largos, con reinversión de utilidades de las empresas.

1.1.3 El Desarrollo Social

Como consecuencia del proceso de crecimiento económico descrito, los niveles medios de vida de la población han aumentado apreciablemente en las últimas cuatro décadas.

Un primer indicador en ese sentido es el notable aumento del ingreso por habitante. La participación de la población urbana dentro del total llegó a ser de 36.5% en 1960 frente a 20% en 1940, lo que por sí solo puede demostrar un aumento de los niveles de vida, en supuesto de que el tránsito a áreas propiamente urbanas implica si no un aumento inmediato de los niveles de vida si una ampliación de las oportunidades y opciones, lo que puede implicar un incremento en los niveles de bienestar.

El alto ritmo a que creció la producción agrícola hizo posible que mejorase el abastecimiento de alimentos en las zonas urbanas y agrícolas desarrolladas y que en las áreas rurales atrasadas al menos aumentase el autoconsumo.

A partir de la segunda guerra mundial el gobierno federal empezó a desarrollar programas para mejorar las condiciones de salud de la población, destinando volúmenes de gastos crecientes a los programas de salud pública: entre 1940 y 1944 la proporción del gasto federal destinada a servicios asistenciales y hospitalarios varió entre 6.3 y 7.3 % del gasto total, y en los últimos años ha variado entre 5.1 y 5.6%. El gasto y las proporciones son en realidad mayores porque una parte importante de las asignaciones del gobierno federal a los sistemas de seguridad social se destina a servicios hospitalarios y asistenciales. En 1960, el conjunto del gasto de todas las entidades públicas en servicios hospitalarios, de bienestar y seguridad social, y asistenciales, representó el 2.4% del PNB, o sea el 16.7% del gasto público total. Si bien las proporciones parecen en todo caso modestas en términos internacionales, la eficiencia con que se desarrollaron los programas de salud pública y la cooperación técnica y financiera de organismos internacionales y de gobiernos de otros países hicieron posible que el efecto sobre los niveles de mortalidad general e infantil fuera rápido y de magnitud apreciable. El número de hospitales de servicio público con que se contaba en 1966 era de 3969, con un total de 86 151 camas, o sea una relación de 1.9 camas de hospital por cada 1000 habitantes; y los médicos existentes en ese mismo año representaban una relación de 1814 habitantes por médico. El efecto combinado del aumento de la producción de alimentos y de los programas de salud se reflejó en el rápido y cuantioso descenso de los niveles de mortalidad general e infantil.

Otro indicador del aumento de las oportunidades y opciones a que se enfrenta la población es el desarrollo del sistema educativo. Desde los años treinta el gobierno federal empezó a ejecutar programas de extensión masiva de dicho sistema (principalmente instrucción primaria) canalizando a ese fin proporciones crecientes de sus gastos totales: la proporción de gasto para servicios educativos y culturales dentro del gasto total del gobierno federal pasó de entre 10 y 14% en los primeros años de la década de los cuarenta a algo más de 20% en 1967. Además, mientras en 1958 los gobiernos de los estados destinaban el 33.3% de su gasto total a educación, en 1965 asignaron a ese fin el 42.5% y una proporción ligeramente mayor en 1968. En el primer año, 15 de 29 estados destinaban 30% o más de su gasto a educación; el número aumentó a 20 para 1965 y a 23 para 1968. Sin embargo, es importante destacar que los estados con mayores recursos son los que en términos generales destinan mayores cantidades absolutas y relativas a educación pública. El total del gasto público en educación pasó de representar el 0.9% del PIB en 1950 al 2.1% en 1965 (8.1%

en Canadá, 6.6% en Estados Unidos, 5.6% en Cuba). La acción combinada de los programas de alfabetización y educación primaria permitió que el grado de alfabetismo de la población respecto a la población de 6 años y más pasara de alrededor de 32% en 1930 a 43.5% en 1940.

1.1.4 Población, Desarrollo y Ocupación

La ocupación de la fuerza de trabajo y otras cuestiones vinculadas a ella (niveles de productividad y remuneración, etc.) son quizá el aspecto en el que las relaciones entre el crecimiento de la población y el desarrollo económico aparecen con mayor claridad. Además, este campo es aquel en el que la teoría del desarrollo económico ofrece modelos analíticos que permiten penetrar con mayor seguridad en el estudio de las relaciones mencionadas.

Al aumentar la tasa de crecimiento de la población, crece también la fuerza potencial de trabajo. Sin embargo, el comportamiento de la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo en comparación con la de la población en un período determinado, depende de los cambios que haya sufrido la estructura de edades como consecuencia de la disminución de la mortalidad infantil y del aumento de los niveles de sobrevivencia de los adultos. La tasa de crecimiento de la población económicamente activa depende además de la modificación de las tasas de participación de las mujeres en la actividad económica y de los grados de escolaridad de los jóvenes de entre 10 y 24 años de edad. Puede decirse que, en términos generales, el aumento de la fuerza de trabajo que se incorpora a la actividad económica implica el mejoramiento de los niveles de educación y de las condiciones de trabajo. Ello mejora a su vez las perspectivas de elevación del poder de compra de la población, lo que refuerza el crecimiento económico al ampliar las oportunidades de inversión rentable en actividades modernas.

La medida en que la actividad económica genere nuevos empleos productivos varía de un país a otro y de una época a otra, según como cambien el nivel y el tipo de desarrollo y la escasez relativa de factores productivos, y varía también según el sector de actividad económica de que se trate. La industria y los servicios modernos generan por lo general nuevos empleos productivos con la expansión de su actividad, y a un ritmo que depende principalmente de la combinación relativa de factores productivos con que operen. En cambio, los servicios tradicionales crean por lo general empleos muy poco productivos que suelen englobarse bajo la denominación de subempleo, y el aumento de la población dedicada a ellos suele ser reflejo de la incapacidad de las actividades modernas para absorber toda la nueva fuerza de trabajo. El aumento de la población dedicada a actividades agropecuarias debe analizarse en función de los niveles tecnológicos de la actividad y de las áreas disponibles para el cultivo por regiones. Los niveles tecnológicos de operación se agrupan por lo general en tres tipos: agricultura de subsistencia, cuya ocupación de fuerza de trabajo suele identificarse como subempleo; granjas familiares, que representan el nivel de productividad mínimo necesario para el sostenimiento de una familia campesina y el límite del empleo productivo, y las empresas agrícolas comerciales, que son unidades rentables de alta productividad y cuyo empleo se considera en conjunto productivo.

1.2 ASPECTO EDUCATIVO

1.2.1 El Problema

Teorías han resaltado el impacto adverso en el crecimiento económico que causa el desvío de recursos provenientes de áreas productivas hacia la educación y el capital humano. Estudios empíricos han documentado los altos costos que la enseñanza requiere para mantener los estándares educativos.

Expandir la cobertura y los niveles de educación parece representar una labor desalentadora para varios países subdesarrollados. Mientras tal aseveración es a primera vista desorbitante, no es obvio que los sectores público o privado financiarán los costos de educación exclusivamente a expensas de los gastos relacionados con el crecimiento de la productividad. El financiamiento del gobierno puede disminuir totalmente o en parte de mejoras en la eficiencia dentro del sector educativo o de la desviación de recursos de sectores en los que el impacto en el crecimiento económico sea bajo; análogamente el financiamiento familiar puede ocurrir totalmente o en parte a costa de una baja prioridad en el consumo o aumentando el ingreso familiar mediante más trabajo.

No es claro si estos costos en el fomento de la educación son empíricamente importantes; de hecho los impactos reales en el crecimiento económico o en el bienestar, pueden ser pequeños o grandes.

La manera en que los países subdesarrollados han respondido en la provisión y uso de los servicios educativos entre 1960 y 1990 como réplica a las demandas poblacionales se puede congregar tomando en consideración lo siguiente:

- Examinando a los países subdesarrollados en cuanto a dos aspectos. Primero, la "cantidad" de educación provista, medida por la tasa de inscripción y el crecimiento de los años de enseñanza completados y segundo, la "calidad" de los servicios, es decir, la razón estudiantes-maestros. Esto nos daría una respuesta para conocer si las presiones poblacionales han frenado la pauta del crecimiento del capital humano en educación.
- Estimando el impacto del crecimiento de la población en los gastos destinados en educación, controlados por la etapa del desarrollo económico.
- ¿En qué forma se han manifestado las familias grandes, garantizando los costos de la enseñanza o renunciando a las inscripciones y los logros escolares?

1.2.2 Panorama

En promedio los países subdesarrollados han sido exitosos expandiendo las oportunidades educativas ante el hecho de las presiones poblacionales y los costos de este esfuerzo no han sido particularmente el crecimiento de impedimentos.

Este incremento en las oportunidades educativas puede ser financiado parcialmente con reducciones en la profundización de la instrucción recibida (disminución en gastos, en maestros por alumno). El impacto en los logros educativos (resultados en exámenes) es todavía incierto. Cambios en el tamaño de las clases para financiar esta expansión educativa

parece no ser importante. Además parece no haber evidencia de que el financiamiento de la educación haya desviado fondos de otras zonas de inversión más productivas en capital físico. Si las inversiones en capital humano tienen más retornos que las inversiones en capital físico, o aún si los retornos son menores pero hay restricciones en los mercados que desaniman la canalización de tales fondos al capital físico, entonces es teóricamente posible que una propagación en la manera de invertir asociada con inversiones en capital humano pueda contribuir al crecimiento de la eficiencia de las inversiones en la productividad. Entretanto un menor crecimiento poblacional hipotéticamente podría haber simplificado las presiones en el sector educativo y podría haber provisto recursos para tener una aceptable profundización en la instrucción y otros gastos, hay pocos estudios para demostrar lo que un bajo crecimiento en la población habría realizado.

No se pueden tomar conclusiones acerca de los notables avances en los países subdesarrollados como respuesta al crecimiento poblacional ni de los cálculos hipotéticos que ilustran el potencial pero no real beneficio asociado con un bajo crecimiento poblacional. Es instructivo considerar los impactos en los logros educativos de los niños (años de escuela completados) con respecto al nivel familiar. La cantidad total de capital humano (educación) producida por las familias crece en familias grandes, pero la respuesta a cómo puede ser esto financiado es importante. Estudios demuestran que el ahorro familiar es poco afectado por el tamaño de la familia y que los impactos en la diversificación de la inversión son posiblemente pequeños. Como resultado, una disminución en el consumo dentro de la familia en favor de invertir en la educación de los niños (ahorro en capital humano) podría mejorar el crecimiento económico. Sin embargo, si la disminución en el consumo afecta la salud familiar, los impactos en el crecimiento económico pueden ser compensados totalmente o en parte. Es posible determinar si los impactos de las presiones de la población ejercen pequeños o grandes influencias en los insumos de educación (costo por estudiante), si esos impactos son notables en sobresalientes rendimientos educativos (calificaciones) es altamente subjetivo. Por ejemplo, un 2% de incremento en los gastos por estudiante resulta fácil para las presiones poblacionales, puede parecer insignificante en términos de insumo de crecimiento, pero en los países más pobres, esto puede determinar si la escuela tiene material básico como libros, gises y papel.

Entonces, ¿cómo podemos interpretar los logros de los países subdesarrollados frente a las presiones poblacionales?. En particular, la clasificación de gastos en educación como improductiva y gastar en capital físico como productivo es inapropiada ya que menosprecia el valor de los conocimientos adquiridos en la escuela como determinantes del crecimiento del ingreso. De hecho, empresas, familias y gobiernos responden a las presiones poblacionales de manera similar, extendiendo los recursos, incluyendo reasignaciones que mejoren la eficiencia del uso de recursos. Por ejemplo, los gobiernos pueden reasignar los medios para la educación hacia la instrucción básica, modificar las razones estudiante-maestro. Como resultado, mientras los impactos del crecimiento de la población en el corto plazo son regularmente negativos, a la larga las reacciones positivas atenuarán y en algunos casos compensarán los impactos en el corto plazo.

En tanto que una reducción en la calidad educativa por estudiante ha ocurrido, se especula que el crecimiento de la calidad ajustada por estudiante como capital humano en respuesta al crecimiento de la población ha sido importante.

**1.2.3 Tendencia en Rendimientos Escolares:
Perspectiva de la Economía Abierta (1960-1990)**

Tasas de Matrícula Escolar

Las tasas brutas de matrícula escolar representan la matrícula de las escuelas divididas por el número de estudiantes cuyas edades corresponden al nivel de escolaridad. Estas tasas pueden exceder el 100% en algunos países donde la enseñanza de primer nivel es universal, pues es posible que haya alumnos por debajo o por encima de las edades oficiales para asistir a la escuela.

En la Tabla 1 se presentan estas tasas para educación primaria y secundaria para un grupo de 67 países.

Tabla 1

Tasas Brutas de Matrícula Escolar por Nivel y Región

Fecha	<u>Nivel</u>			<u>Cambio</u>		
	África	Asia	Latino América	África	Asia	Latino América
	<u>Primaria</u>					
1960	39.9	67.5	85.3			
1965	49.6	77	91.4	9.7	9.5	6.1
1970	51.8	81.7	94.9	2.2	4.7	3.5
1975	60.6	86.8	96.9	8.8	5.1	2
1980	71.6	91.6	100.7	11	4.8	3.8
1985	72.3	95.9	102.6	0.7	4.3	1.9
1990	69.3	98.5	100.7	-3	2.6	-2
	<u>Secundaria</u>					
1960	3.5	15.6	17.8			
1965	5.5	21.8	22.8	2.1	6.3	5
1970	7.8	27.6	28.5	2.2	5.8	5.8
1975	11.7	33.2	36.8	3.9	5.6	8.3
1980	16.8	38.5	42.4	5.1	5.3	5.6
1985	20.5	44.1	45.2	3.7	5.6	2.9
1990	21.8	48.1	48.4	1.3	4	3.2

Fuente: UNESCO, Anuario Estadístico

Niveles Logrados (Años escolares completados)

En términos del impacto en el crecimiento económico de una economía abierta, posiblemente una mejor medida del progreso educacional se referirá a los cambios en el promedio educativo logrado en los adultos.

En la Tabla 2 se presentan niveles y cambios en el promedio logrados por región entre 1960 y 1985.

Tabla 2

Niveles Logrados por Adultos (25 años o más)

Fecha	África	Asia	Latino América
1960	1.18	1.92	2.91
1965	1.28	2.19	3.11
1970	1.48	2.53	3.33
1975	1.67	2.86	3.74
1980	2.01	3.27	4.22
1985	2.36	3.91	4.66

Fuente: Barro y Lee (1993). Promedio de años de educación completados, población de 25 años o más.

Análisis Econométrico de Rendimientos Escolares

1970. Análisis de 89 países en el período comprendido entre 1969 y 1980 por T. Paul Schultz. Las naciones subdesarrolladas no solo han mantenido el paso abasteciéndose de servicios educativos al creciente número de jóvenes, si no que se ha dado una apertura y profundización en el capital humano. Entre los países de menor ingreso en la muestra del estudio que Schultz realizó, las tasas de inscripción y los años promedio de escuela completados por alumno casi se han duplicado; entre los países de mediano ingreso estas estadísticas subieron significativamente. Por el otro lado, este logro fue acompañado por una reducción en los gastos por alumno en los países de bajo ingreso, aunque en los de mediano ingreso, estos gastos se incrementaron.

Aunque Schultz encuentra que los gastos por alumno están relacionados negativamente con las amplias cohortes en edad escolar. Adicionalmente, la población escolar relativa a la población total no ejerce un efecto independiente en el porcentaje del PNB empleado en educación, causando que Schultz observara que el crecimiento de la población está ligado a la asignación de Ingreso destinado por los países pobres a gastos "menos productivos" en educación y en programas de bienestar social. En su lugar, aumentos en las tasas de inscripción fueron financiados por crecientes ingresos per cápita y por un importante punto (en el grupo de países pobres), mediante una reducción en los gastos por alumno. Las

reducciones en los costos fueron realmente asociadas con pequeños incrementos en las razones estudiante-maestro, pero fueron principalmente debidos a una relativa baja en los salarios de los maestros, especialmente en las ciudades.

Schultz especula que la presión hacia la baja en los salarios de los maestros puede haber sido influenciada por compensaciones de las áreas urbanas que los profesores valoraron, incluyendo la posibilidad de conseguir un empleo de medio tiempo, por un exceso en la oferta de maestros y un posible deterioramiento en la calidad de éstos. Tal reducción en los salarios de los profesores puede también ser debida a la rápida inclusión de más económicos y menos experimentados maestros.

1980. La Universidad de Duke en Australia ha actualizado los resultados de Schultz usando datos recientes de un banco de datos mundial en asignación a educación pública como parte del PIB para el año de 1985.

La muestra² de 30 países (E_{con}) representa todos los países en los cuales se proporcionan datos consolidados en educación para el Fondo Monetario Internacional. Esta medida minimiza inconsistencias en los datos de los países debido a la disciplina que tienen los reportes de datos conforme a los estándares del FMI.

En comparación, resultados de una muestra aumentada de 42 países (E_{bud}) que incluye países con un gobierno central consistente.

La Tabla 3 presenta regresiones similares a las de Schultz, que examinan el impacto demográfico (Crecimiento Poblacional N_{gr} y la asignación de la población en educación primaria N_{s-1s}/N , controlado por el nivel de ingreso per cápita $\ln\{Y/N\}$, urbanización U y por región, Asia y Latino América en comparación con África, el cual es el intercepto).

Los modelos usando diferente definición de variables y muestras, presentan un cuadro consistente:

- La aparición de recursos para educación aumenta con el nivel de ingreso per cápita.
- La urbanización tiene un impacto negativo aunque pequeño.
- África presenta relativamente una gran asignación del PIB a educación, dado su bajo nivel de ingreso per cápita.
- La demografía no cuenta. Ni la tasa de crecimiento de la población ni la asignación del total de la población en edad escolar tienen un impacto estadístico significativo.

² Los 30 países clasificados por continente son, (África) Camerún, Egipto, Etiopía, Marruecos, Tanzania, Togo, Zaire y Zimbabwe; (Asia) India, Indonesia, Corea, Sri Lanka, Nepal, Pakistán, Siria, Tailandia, Túnez y Turquía; (Latino América) Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Costa Rica, República Dominicana, Guatemala, México, Panamá, Paraguay, Uruguay y Venezuela.

La muestra aumentada de 42 países incluye, en adición, Bangladesh, Ecuador, Ghana, Kenya, Malasia, Malawi, Nigeria, Perú, Filipinas, Papúa Nueva Guinea, Sierra Leona y El Salvador.

Tabla 3

Contabilidad para la Asignación del PIB a Educación

Variable	Modelo N_p			Modelo N_{5-15}/N		
	E_{bud}	E_{bud}	E_{con}	E_{bud}	E_{bud}	E_{con}
Constante	4.22 [2.79]	5.46 [2.73]	5.41 [2.83]	2.03 [0.59]	4.76 [1.12]	5.23 [1.29]
$\ln\{Y/N\}$	2.46 [3.81]	2.52 [3.42]	2.71 [3.85]	2.45 [3.82]	2.49 [3.33]	2.7 [3.77]
Urbanización	-0.04 [-1.95]	-0.04 [-1.80]	-0.04 [-1.71]	-0.04 [-1.57]	-0.04 [-1.63]	-0.04 [-1.62]
N_p	0.26 [0.69]	0.05 [0.10]	0.14 [0.31]	- -	- -	- -
N_{5-15}/N	- -	- -	- -	0.097 [0.91]	0.027 [0.21]	0.021 [0.18]
Asia	-2.35 [-2.86]	-3.1 [-3.03]	-3.46 [-3.53]	-2.34 [-2.94]	-3.04 [-2.98]	-3.51 [-3.58]
Latino América	-2.66 [-3.06]	-3.6 [-3.56]	-3.79 [-3.91]	-2.83 [-3.46]	-3.58 [-3.56]	-3.82 [-3.96]
r^2	0.35	0.43	0.48	0.36	0.43	0.48
Observaciones	42	30	30	42	30	30

Estadísticos t en negrita. $\alpha = 0.05$

Tendencia en las razones Estudiante-Maestro: 1960-1990

Una manera en la cual los recursos pueden ser reasignados en respuesta a las presiones demográficas es incrementar el tamaño del número de alumnos por clase.

La tabla presenta las razones estudiante-maestro en tres décadas de rápido cambio demográfico, en las que prácticamente en cada región y período han disminuido, aunque lentamente. Lo que constituye un pequeño tamaño en las clases debe ser visto dentro del contexto del tiempo y estado de desarrollo.

Mientras en 1990 el tamaño de las clases a nivel secundaria en Australia y Estados Unidos eran alrededor de 13, hace 2 ó 3 décadas, y con un ingreso per cápita mayor en comparación con los prevalecientes en los países subdesarrollados, los tamaños de clase en Australia y Estados Unidos son aproximadamente los que hoy tienen los países subdesarrollados. El mismo cuadro aparece tanto para niveles de primaria como para secundaria. En 1960 la razón estudiante-maestro en Estados Unidos a nivel primaria era casi idéntica a la que presentan en 1990 los países en vías de desarrollo.

Tabla 4

Tendencias en Razones Estudiante-Maestro por Región

	<u>Primaria</u>				<u>Variación</u>		
	1960	1970	1980	1990	1960-1970	1970-1980	1980-1990
África	39.47	40.79	37.78	33.35	1.32	-3.01	-4.43
Asia	35.92	35.75	31.05	28.46	-0.17	-4.7	-2.59
Lat. América y Caribe	34.09	32.08	28.96	25.07	-2.01	-3.13	-3.89
Norte América	27.81	24.13	22.03	16.47	-3.68	-2.1	-5.56
Europa	27.36	23.46	19.5	16.33	-3.9	-3.96	-3.17
Oceanía	31.91	27.48	21.28	19.16	-4.43	-6.2	-2.12
Desarrollados	25.67	23.01	20.42	16.95	-2.66	-2.59	-3.47
En vías de Desarrollo	36.08	36.22	31.79	28.79	0.14	-4.43	-2.99

	<u>Secundaria</u>				<u>Variación</u>		
	1960	1970	1980	1990	1960-1970	1970-1980	1980-1990
África	17.39	21.79	23.99	19.50	4.40	2.20	-4.49
Asia	22.53	21.73	19.59	19.22	-0.80	-2.13	-0.37
Lat. América y Caribe	12.2	13.79	15.62	14.53	1.58	1.84	-1.09
Norte América	25.17	19.16	13.97	13.15	-6.02	-5.18	-0.83
Europa	16.45	14.12	14.14	12.29	-2.34	0.03	-1.85
Oceanía	25	19.3	14.54	12.67	-5.70	-4.76	-1.87
Desarrollados	19.61	16.43	14.78	12.94	-3.18	-1.65	-1.84
En vías de Desarrollo	19.14	20.18	19.54	18.70	1.03	-0.64	-0.84

Fuente: UNESCO

Otra manera en la cual los recursos pueden ser reasignados es disminuir los gastos por alumno. Sin embargo, se debe observar que la asociación entre gastos por estudiante y aprovechamiento del estudiante es amplia y difícil de interpretar. Parece ser que el factor más determinante del gasto por alumno es la tasa salarial de los maestros. No obstante, la relación con el nivel de país entre el promedio salarial de los maestros y la calidad de la educación es compleja.

Por un lado el salario promedio de los maestros puede ser bajo o disminuir debido a la inserción de jóvenes, relativamente bien capacitados maestros o alternativamente jóvenes y pobremente capacitados maestros, o como lo indicó Schultz en su estudio, el salario promedio de los profesores no es bajo o disminuye tanto por la diferencia en la calidad sino simplemente porque varios maestros prefieren vivir en ciudades y aceptar menos salarios en orden de tomar ventaja de las comodidades de las urbes. Los maestros pueden complementar su ingreso con otro empleo, relativamente abundantes en los asentamientos urbanos.

1.2.4 Avance Educativo y Cambio Demográfico en Asia

Recientes estudios han examinado los impactos y determinantes de los avances educativos en Asia. Consideraremos dos, ambos proveen una vista de la conexión entre crecimiento económico y poblacional.

Educación en Asia: Un estudio comparativo de Costo y Financiamiento (Por Jee-Peng Tan y Alain Mingat, 1992)

El estudio³ documenta en detalle los rendimientos educativos y las estructuras de financiamiento en la región. Se agruparon países de acuerdo a como han participado en la reciente transición demográfica⁴, como medida de cambio en la estructura por edades. Específicamente, países en donde el descenso en la tasa de dependencia de la juventud (porcentaje de población menor de 15 años de edad) en el período entre 1970 y 1985 ha sido rápida, incluye a China, Corea, Malasia, Sri Lanka y Tailandia; los moderados incluyen a Bangladesh, India, Indonesia y las Filipinas; y los bajos o nulos incluyen a Myanmar, Nepal y a Papúa Nueva Guinea. Esta medida en la distribución de la edad ha sido seleccionada porque refleja directamente un mayor componente en la demanda de servicios educativos.

Un indicador de la capacidad de los países para invertir en educación está dado por la comparación entre el crecimiento de la población en edad escolar contra el crecimiento del ingreso. Con esta medida, a pesar del rápido crecimiento poblacional, la región de Asia tuvo la capacidad de avanzar educativamente durante las últimas décadas. De hecho el promedio de crecimiento económico del 5% notablemente sobrepaso el crecimiento de niños en edad

³ Los resultados son corroborados por las regresiones (ver tabla B del apéndice) que examinan los determinantes de las razones estudiante-maestro en 1985. Se encontraron más altas razones de estudiante-maestro en los países de menor ingreso y más urbanos. Ni la tasa de crecimiento poblacional ni el tamaño de la cohorte escolar tienen un impacto independiente en las razones. Estos resultados están por región (Asia, Latino América y África) y son para educación primaria y secundaria. Estos resultados deben ser considerados como preliminares ya que no han sido sometidos a un análisis sensitivo con respecto a observaciones de influencia inusual, muestras alternativas, etc.

⁴ Se refiere a la fase de "transición demográfica" cuando las tasas de mortalidad son bastante bajas y están disminuyendo y cuando las tasas de natalidad están decayendo significativamente.

escolar del 1.3%, dando recursos suficientes, un dividendo en el crecimiento del 3.7%, con el cual se pueden ampliar y profundizar las oportunidades educativas sin tener desviaciones de los recursos de otras áreas de la economía. Esta brecha en el dividendo de crecimiento varía de uno enorme de 6.2% en países que están experimentando una transición demográfica rápida a únicamente 0.9% en los naciones relativamente pobres de la región.

Tabla 5

Indicadores de Educación y Estructuras de Financiamiento en Asia

País	PNB Per cápita (US \$1985)	<u>Tasas de Dependencia de la Juventud</u>		<u>Tasas de Crecimiento (1975-1985)</u>		
		1985	Δ70 - 85	Población (5-14 años)	PNB	Alfabetismo Adultos (%)
Bangladesh	159	49	-11	1.8	4.4	33
China	273	33	-25	0.2	7.8	69
Corea	2040	31	-40	-0.8	7.4	92
Filipinas	581	47	-11	2.1	2.5	86
India	259	44	-10	1.6	4.4	43
Indonesia	470	46	-8	1.8	6.1	74
Malasia	1860	41	-27	0.8	6.3	74
Myanmar	184	47	7	2.4	5.8	-
Nepal	142	49	7	2.7	3.1	26
Papúa N.G.	621	50	6	2.6	1.5	45
Sri Lanka	374	36	-27	0.1	4.9	87
Tailandia	712	41	-27	0.6	5.8	91
Promedio Regional	640	43	-14	1.3	5	65
Descenso Rápido	1051	36	-29	0.2	6.4	83
Descenso Moderado	367	47	-10	1.8	4.4	59
Descenso Lento	315	49	7	2.6	3.5	36

**Tasas Brutas de
Matrícula**

País	Primaria		Secundaria		Superior	
	1970	1985	1970	1985	1970	1985
Bangladesh	54	60	-	18	-	5.2
China	89	118	24	39	0.6	1.7
Corea	103	96	42	75	10.3	31.6
Filipinas	108	106	46	65	18.4	38
India	73	92	26	41	8.6	9
Indonesia	80	118	16	42	2.4	6.5
Malasia	87	99	34	53	2.8	6
Myanmar	83	107	21	23	2.1	5.4
Nepal	22	82	10	25	2.3	4.6
Papúa N.G.	52	70	8	13	2.5	2
Sri Lanka	99	103	47	63	1.3	4.6
Tailandia	83	97	17	30	3.4	19.6
Promedio Regional	78	96	26	41	5	11.2
Descenso Rápido	92	103	33	52	3.7	12.7
Descenso Moderado	79	94	29	42	9.8	14.7
Descenso Lento	52	86	13	20	2.3	4

**Asignación del Gobierno por
Nivel Educativo**

País	Promedio de Grados Logrados	Gasto Público en Educación como % del PIB	Asignación del Gobierno por Nivel Educativo			Otras
			Primaria	Secundaria	Superior	
Bangladesh	3.9	1.5	49	34	15	2
China	5.1	3.3	41	42	18	0
Corea	11.4	3.4	57	34	9	0
Filipinas	10.2	1.8	64	16	20	0
India	4.8	3	27	47	19	6
Indonesia	7.3	3.7	62	27	9	2
Malasia	9.2	6	36	34	26	4
Myanmar	7	1.8	-	-	-	-
Nepal	3.6	1.8	41	21	35	3
Papúa N.G.	4.3	6.9	45	18	28	10
Sri Lanka	9.5	2.8	43	41	16	0
Tailandia	7	3.6	58	24	12	6
Promedio Regional	6.9	3	48	31	19	3
Descenso Rápido	8.4	3.8	47	35	16	2
Descenso Moderado	6.6	2.5	51	31	16	3
Descenso Lento	5	3.5	43	20	32	7

Los logros educativos en Asia han sido impresionantes. La inscripción a primaria ha alcanzado niveles mundiales en la mayoría de los países y este logro se ha convertido en una realidad aun en los países más pobres de la región. Las inscripciones a nivel secundaria han aumentado substancialmente: de 26% en 1970 a 41% en solo 15 años. El promedio regional de aprovechamiento educativo de 7 años es alto, aunque este promedio tiene una variación considerable.

Posiblemente los datos más interesantes en la tabla 5 son los relacionados con la estructura de financiamiento y costos. Hay una variabilidad importante en el costo por unidad al proveer educación. En promedio los costos para educación secundaria y superior son respectivamente, el doble y 20 veces que el correspondiente para primaria. Los determinantes en los costos varían de lugar a lugar. Curiosamente el tamaño de clase (especialmente en niveles superiores a primaria) no parece estar fuertemente relacionado con el ingreso per cápita o con las presiones demográficas.

Contrastes en los caminos y estrategias para proveer educación pueden ser ejemplificados comparando Corea y Tailandia, ambos países están en la transición demográfica. Por un lado Tailandia parece estar retrasada en el esparcimiento de servicios educativos: el número de años escolares completados está por debajo del promedio regional y las inscripciones a secundaria son relativamente bajas. Por otra parte, los gastos escolares (especialmente a nivel primaria) son altos y el tamaño de las clases es pequeña.

Tabla 5
(Continuación)

País	<u>Costos por Unidad como</u>			<u>Costo de Maestros como %</u>	
	<u>Primaria</u>	<u>Secundaria</u>	<u>Superior</u>	<u>Primaria</u>	<u>Secundaria</u>
Bangladesh	6.4	30	284.6	2.2	-
China	6.7	22.6	199.2	1.6	2.8
India	6	17.3	231.1	2.9	3.1
Indonesia	12.6	23.3	91.1	2.5	3.2
Corea	16.5	23.4	70.6	5	5.5
Malasia	14.1	21.3	190.3	2.4	3.1
Myanmar	-	-	-	-	-
Nepal	9	13.5	249	2.8	5
Papúa N.G.	29	65	1050	6.8	10
Filipinas	5.8	8.6	50	1.6	1.7
Sri Lanka	6.1	9.3	83.3	1.6	2.1
Tailandia	15.5	15.3	39.9	2.5	2.9
Promedio Regional	11.6	22.7	230.8	2.9	3.9
Descenso Rápido	11.8	18.4	116.7	2.6	3.3
Descenso Moderado	7.7	19.8	164.2	2.3	2.7
Descenso Lento	19	39.3	649.5	4.8	7.5

País	Alumnos por Maestro			Colegiatura como % del Costo de las Unidades	
	Primaria	Secundaria	Superior	Secundaria	Superior
Bangladesh	47	26.2	15.9	4	0.1
China	24.9	17.2	5.2	3.2	0.3
India	57.6	20.2	15.7	11.6	4.5
Indonesia	25.3	15.3	14	27.4	18.9
Corea	38.3	34.3	42.2	34.2	45.9
Malasia	24.1	22.1	11.4	4	5.8
Myanmar	46.4	28.5	30.3	-	-
Nepal	35.5	27.5	13.2	40.7	10.4
Papúa N.G.	31	25.4	7.7	39.8	0
Filipinas	30.9	32.2	16	9.3	15.3
Sri Lanka	31.7	26.1	10.7	3.1	3.4
Tailandia	19.3	19.6	8.3	18.3	5
Promedio Regional	34.3	24.6	15.9	17.8	10
Descenso Rápido	27.7	23.9	15.6	12.6	12.1
Descenso Moderado	40.2	23.5	15.4	13.1	9.7
Descenso Lento	37.6	27.1	17.1	40.3	5.2

Fuente: Datos de Tan y Mingat (1992)

En contraste, en Corea, algunos observadores la sostienen como el ejemplo del éxito en educación en Asia, una estructura diferente emerge. Los tamaños de las clases han estado entre los más grandes de la región y se ha enfatizado en la extensión de servicios educativos (las inscripciones en educación secundaria y superior son altas) y posiblemente en la calidad de los maestros (los salarios de los profesores están entre los más altos de la región).

En promedio los países asiáticos gastan la misma cantidad en términos de porcentaje de su PIB en educación que las naciones de África y América Latina, a pesar de tener más altos ingresos y presiones demográficas menores en la región. Para la mayoría de los países, el progreso en el sector educativo debe ser causado por estrategias eficientes. “La explicación es simple: los rendimientos están determinados en gran medida por la eficiencia con la cual los recursos son usados así como también por la cantidad disponible de éstos”. Tan y Mingat critican algunos aspectos de la educación en Asia; en particular en un número considerable de países hay:

- Una actuación pobre en retención, especialmente a nivel primaria.
- Hay un sesgo importante hacia la educación de más alto nivel a expensas de la instrucción primaria.
- Una tendencia a reforzar la desigualdad social a través de altos subsidios a estudiantes relativamente adinerados que aplican a universidades, donde el costo por estudiante puede ser hasta 50 veces el costo de educar a un estudiante a nivel primaria, sin tener una tasa de retorno alta.

Entonces, para la mayoría de los países asiáticos mejorar, resultará de la promoción del uso eficiente de recursos en vez de expandir la cobertura de éstos. Estos resultados se pueden extender más allá de Asia. El modelo de regresión que se presentó intenta explicar el

grado logrado por 82 naciones a mediados de la década de los 80's. Mientras el grado logrado (años escolares) es disminuido por altas tasas de dependencia, sorprendentemente el porcentaje del PIB que el gobierno asigna para educación no influye en lo logrado. Este resultado, acompañado con algunos otros estudios muestran un impacto indirecto de la demografía en el porcentaje del PIB asignado a educación, sugiere además que el impacto del crecimiento de la población en lo logrado opera principalmente a través de la asignación de recursos dentro del sector educativo. Esto es consistente con la conclusión de Tan y Mingat de que "Relativamente grandes brechas en el gasto público en educación contabilizan solo modestas diferencias en el volumen de capital humano formado". Mientras que por un lado, Tan y Mingat observan que un menor crecimiento poblacional tiene el potencial para proveer recursos para extender y mejorar el sector educativo, por otro lado, ellos tienen poca evidencia de que tales rendimientos serían cercanos en el corto plazo.

Un rápido crecimiento poblacional puede forzar cambios políticos impopulares tales como transferir recursos de la educación superior a la básica o imponer impuestos más altos a niveles más avanzados de instrucción. Como tal el crecimiento poblacional exagera algunos problemas pero, puede que no sea la causa más importante de ellos. Sin un cambio en las políticas económicas y sectoriales, un menor crecimiento poblacional puede simplemente posponer el día del cálculo de las consecuencias adversas de políticas públicas pobres. Por otro lado, la estrategia más defendible es probablemente una que avance en un apropiado balance entre políticas poblacionales y sectoriales, tomando en cuenta el hecho de que los impactos de las políticas poblacionales serán graduales y lentos en la realización. La otra opción, es implementar políticas que mejoren la provisión de educación contra las políticas que reducen el crecimiento poblacional (planificación familiar), debe ser evitado: las dos políticas están entrelazadas y son mutuamente reforzadas. De cualquier modo, si son o no las políticas que reducen las tasas de crecimiento poblacional las que facilitaron el avance educativo en Asia, son probablemente las políticas alternativas las que tendrán impactos más fuertes y rápidos.

Ciclos Virtuosos: Capital Humano, Crecimiento y Equidad en el Este de Asia (Por Nancy Birdsall y Richard Sabot, 1993)

Birdsall y Sabot examinan los impactos de la extraordinaria expansión de la educación en los relativamente exitosos países del este de Asia. Los autores observan que el desarrollo de la estrategia de promover simultáneamente educación y trabajo capacitado en producción intensiva ha resultado en tres tendencias mutuamente reforzadas: un rápido paso en el crecimiento económico, una relativa equidad en la distribución del bienestar y el ingreso y una reducción en la tasa de crecimiento poblacional.

Birdsall y Sabot, como Tan y Mingat, menosprecian la importancia del porcentaje del PIB asignado a educación. En su lugar, resaltan otros cinco factores:

- Un rápido crecimiento económico (resultado de una intensa estrategia productiva exportadora orientada en el trabajo capacitado).
- Fuertes logros en la educación básica (a diferencia de educación de más alto nivel).

- Políticas gubernamentales que den equidad en la distribución del ingreso y el bienestar (especialmente la tierra).
- Una alta inversión en la calidad de la educación básica, resultando en elevados gastos por estudiante a nivel primaria.
- Una transición demográfica temprana.

Ellos no consideran varios factores, pero ellos investigan a detalle los impactos potencialmente favorables de la disminución del crecimiento poblacional. En aquellos países en los cuales las políticas económicas del gobierno son relativamente examinadas y el sector educativo es totalmente eficiente (la muestra del este de Asia de Birdsall y Sabot), los gastos incrementados en educación facilitados por la reducción en las tasas de crecimiento poblacional harán que estas naciones disfruten relativamente de altas tasas de retorno.

Birdsall y Sabot enfatizan que “La utilización eficiente de trabajadores capacitados es casi una necesidad”. Algunas naciones malgastan su capital humano el cual, con un gran sacrificio, había sido acumulado por ellas. Esto contrasta con la muestra de Tan y Mingat la cual en adición con los países virtuosos⁵ incluye un considerable grupo de naciones asiáticas con cuestionables políticas económicas y un sector educativo ineficiente. Como resultado, recursos derivados de una reducción en el crecimiento poblacional sí se usan para expandir, pero repetir asignaciones presupuestarias ineficientes, podrían tener impactos decepcionantes en los rendimientos educativos. Tristemente, parece que la interacción mutua de políticas gubernamentales pobres, rápido crecimiento poblacional y pobreza pueden resultar para estos países en ciclos viciosos en vez de ser ciclos virtuosos de cambio.

La disminución en las tasas de crecimiento poblacional puede realmente liberar fondos que podrían tener fines productivos. Pero estos fondos podrían ser y regularmente son malgastados, como Birdsall, Sabot, Tan y Mingat han observado. Los impactos favorables que tendrían las reducciones en el crecimiento poblacional pueden ser únicamente supuestos, pero estimar estos impactos depende significativamente de una evaluación de las políticas gubernamentales generalmente. Desafortunadamente, con pocas excepciones, la evidencia para aquellos países con políticas macroeconómicas y sectoriales relativamente ineficientes las cuales, hasta que sean corregidas, disminuirán enormemente el potencial de impactos positivos de las reducciones de las tasas de crecimientos poblacional en el sector educativo en particular.

1.2.5 Resultados Educativos dentro de la Familia

Son abundantes las teorías económicas y sociales que describen los posibles impactos del número de hijos en el consumo y la distribución de la educación. Las hipótesis varían dependiendo del tamaño de la familia ya sea teniendo un impacto desalentador o estimulante y del financiamiento de la educación siendo ampliamente soportado por los miembros de la familia o siendo destinado desproporcionadamente a algunos niños en particular.

⁵ De acuerdo con la clasificación de Tan y Mingat, los países asiáticos considerados como virtuosos incluyen, por ejemplo, Indonesia, Corea y Taiwan; aquellos con estructuras educativas relativamente ineficientes incluyen a Bangladesh, India, Malasia y Papúa Nueva Guinea.

En términos del impacto del tamaño de la familia en el compromiso de los padres para destinar recursos del hogar a educación tenemos que niños adicionales imponen cargas incrementadas y causan una reducción en la cantidad de recursos asignados a la instrucción de cada niño. Esto es a veces llamado el efecto de “Dilución de Recursos”, si tal efecto es importante o no, esto dependerá de la fortaleza de dos suposiciones. Por ejemplo, los padres pueden elegir mantener los gastos educativos por niño, financiándolos del ahorro de tiempo y dinero dedicado a ellos mismos o del gasto en o por los niños dedicados a otras áreas diferentes a educación. Los padres en familias grandes, pueden optar por trabajar más y los niños pueden contribuir directamente en actividades de mercado o de no-mercado (casa). En teoría cada una de estas modificaciones es suficiente para reducir o eliminar el efecto negativo en la asignación de recursos debido al crecimiento del tamaño de las familias.

Función de Producción

En términos del impacto del tamaño de la familia en la función de producción⁶ de educación y otras actividades del hogar hay numerosas hipótesis. Primero, las familias grandes posiblemente ejercen un impacto positivo en los resultados educativos de los hermanos a través de economías a escala: los hermanos mayores pueden ayudar a los menores en sus estudios; segundo, las familias grandes pueden tener como resultados que los niños de en medio reciban relativamente menos instrucción que sus otros hermanos.

Tercero, familias grandes pueden contribuir positivamente a la educación al igual que a otras actividades con el entendido de que habrá disminuciones en los rendimientos del trabajo que realiza el niño cuando esta actividad entre en competencia con la educación. Finalmente, las familias grandes pueden amplificar o mitigar los efectos del género en la asignación de recursos a educación. La mayoría de los sesgos del género están fuertemente basados en la cultura o relacionados a diferenciaciones en los resultados educativos por el género que son independientes del tamaño de la familia.

Fecundidad Endógena

Los análisis de las asignaciones del presupuesto del hogar destinado a educación son más complejas por la posibilidad de que la elección en el tamaño de la familia dependa en parte de los recursos que los padres planean invertir en cada hijo. Un modelo comúnmente empleado de esta decisión es que los padres procuran asignar la misma cantidad de recursos (calidad) para cada uno de sus hijos. Como resultado, un incremento en el costo de la calidad (educación). Un resultado necesario del aumento en el tamaño de la familia, lo que puede inducir a los padres a buscar una familia más pequeña. Tal posibilidad califica la interpretación de estudios empíricos que relacionan la calidad en la educación del niño

⁶ Por función de producción se entiende la cantidad de factores tales como tiempo y dinero que los familiares usan y las maneras en que ellos combinan estos elementos para producir varios rendimientos tales como resultados educativos en los niños.

(inscripciones y años escolares completados) con el tamaño de la familia, pero que falla en tomar en cuenta la reacción adversa de los costos de la calidad del niño en la decisión del tamaño de la familia.

En resumen podemos decir que teorías sugieren que la dirección del impacto del tamaño de la familia en los resultados escolares es ambigua; puede ser positiva, negativa o cero y puede ser asociada con varias alternativas en las asignaciones a educación por el género y orden de nacimiento. Es más factible que sea negativo cuando los estímulos de recursos intrafamiliares son inflexibles, donde los niños contribuyen poco en los rendimientos económicos, cuando las opciones de los padres para expandir su ingreso son bajas. Es posible que el impacto sea positivo cuando las condiciones antes mencionadas son relativamente irrelevantes y cuando los impactos positivos de las economías a escala y la división del trabajo dentro del hogar y la disminución de los retornos del trabajo del niño en competencia con otras actividades son grandes.

Finalmente, las consecuencias adversas que son asociadas con el tamaño de la familia son posiblemente más grandes cuando las instituciones de crédito (mercados, subsidios gubernamentales, relaciones familiares extensas, etc.) son limitadas.

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE DATOS

2.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO

En esta sección tomaremos en cuenta los resultados de los estudios expuestos en el capítulo uno y se realizarán comparaciones con las conclusiones que se obtengan de los análisis que se efectúen en el presente capítulo pero, cabe mencionar que nuestro foco de interés estará situado exclusivamente en el papel que desempeñe México. Para esto se obtuvieron los datos de una muestra de 46 países que incluyen economías industrializadas y emergentes. Los datos están actualizados al año de 1997 y las naciones que integran la muestra son: Alemania, Argentina, Australia, Austria, Bélgica, Brasil, Canadá, Chile, China, Colombia, Corea, Dinamarca, España, Estados Unidos, Filipinas, Finlandia, Francia, Grecia, Hong Kong⁷, Hungría, India, Indonesia, Irlanda, Islandia, Israel, Italia, Japón, Luxemburgo, Malasia, México, Noruega, Nueva Zelanda, Países Bajos, Polonia, Portugal, Reino Unido, República Checa, Rusia, Singapur, Sudáfrica, Suecia, Suiza, Tailandia, Taiwan, Turquía y Venezuela. Esta nueva muestra contiene 16 de los 67 países (incluyendo a México) que se presentaron en el estudio comprendido entre 1960 y 1990 del capítulo anterior.

Las variables⁸ están agrupadas en bloques para facilitar los análisis ya que cada grupo de variables pertenece a un rubro distinto a las otras aunque para algunas comparaciones combinaremos las variables sin importar el bloque del que provengan. Los grupos con sus respectivas variables son los siguientes:

1. Macroeconomía

- Producto Interno Bruto (PIB)
- Producto Interno Bruto per cápita
- Tasa de Crecimiento del PIB
- Tasa de Crecimiento del PIB per cápita
- Ingreso Nacional Bruto

2. Eficiencia del Estado

- Administración de las Finanzas Públicas
- Políticas Económicas del Gobierno
- Sistema Político
- Servicios Públicos
- Burocracia
- Decisiones Gubernamentales
- Seguridad

⁷ Hong Kong se encontraba bajo el estatuto de dependencia del Reino Unido pero, en 1984 se firmó el acuerdo que garantizó el traspaso a China de la soberanía de Hong Kong en 1997. Por lo que se tomará a Hong Kong como una nación más, teniendo datos en las variables a estudiar independientes de los datos de China.

⁸ Las variables que se manejan son el resultado de estudios realizados por el International Institute for Management Development, dicho instituto tiene sede en Lausana, Suiza.

3. Costo y Calidad de Vida

- Inflación
- Costo comparativo de vida
- Calidad de vida
- Índice de desarrollo humano
- Igualdad

4. Investigación y Desarrollo

- Gasto total en investigación y desarrollo
- Gasto en investigación y desarrollo como porcentaje del PIB
- Gasto de las empresas en investigación y desarrollo
- Personal de tiempo completo en el ámbito nacional dedicado a la I&D

5. Ciencia y Tecnología

- Investigación Básica
- Ciencia y educación
- Ciencia, tecnología y juventud
- Cooperación tecnológica
- Cooperación en investigación
- Recursos financieros
- Desarrollo y aplicación de la tecnología
- Facilidades para cambiar de residencia para la I&D

6. Población⁹

- Población Total
- Razón de Dependencia
- Fecundidad
- Natalidad
- Mortalidad

7. Estructura Educativa

- Sistema educativo
- Analfabetismo
- Matrícula en educación media
- Matrícula en educación superior
- Gasto público en educación

Es importante señalar que en los análisis posteriores compararemos a México con los demás países en cada uno de los rubros listados. Pero los cotejos serán marcando similitudes o diferencias entre México y algunos grupos de países que incluyen a las naciones

⁹ Se cuenta con los datos de la población menor de 15 años y la población mayor de 65 años, no se presentan como referencia ya que estas dos junto con la población total nos proporcionan la información para el cálculo de la razón de dependencia.

pertenecientes a la muestra como por ejemplo el Grupo de los 7 (Estados Unidos, Japón, Italia, Canadá, Reino Unido, Francia y Alemania), la OCDE (la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico incluye al grupo de los siete, España, México, Australia, Países Bajos, Suiza, Bélgica, Suecia, Austria, Turquía, Dinamarca, Noruega, Grecia, Finlandia, Portugal, Irlanda, Nueva Zelanda, Luxemburgo e Islandia), la OEA (Organización de Estados Americanos incluye a Argentina, México, Brasil, Colombia, Chile y Venezuela) y los otros países que no pertenecen a estas asociaciones económicas (China, Rusia, Corea, India, Indonesia, Tailandia, Polonia, Sudáfrica, Malasia, Israel, República Checa y Hungría).

Macroeconomía

Como vemos la tabla siguiente nos presenta algunas estadísticas descriptivas que nos permitirán hacer comparaciones entre México y los demás países. Es importante hacer la aclaración de que debida a la alta correlación ($\rho = 0.99$) que existe entre el PIB y el INB sólo se tomará en cuenta al PIB para realizar los cotejos.

Estadísticas Descriptivas para la muestra en conjunto

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
PIB	46	595.07	7.40	8,083.40	1,328.99
PIB per cápita	46	15,576.67	324.00	42,721.00	11,738.23
T Crec. PIB	46	3.67	-1.61	8.63	2.40
TCPIB per cápita	46	2.99	-2.77	7.03	2.18
INB	46	608.27	7.30	7,637.70	1,350.88

PIB e INB en miles de millones de US\$ (1997)

México es una nación que al compararla con los demás países de la muestra en conjunto tiene un PIB (402.8) por debajo de la media, su PIB per cápita (4,102) no está tan sólo por abajo de la media sino que esta media es casi 3.8 veces lo que representa nuestro producto per cápita. En cuanto a la tasa de crecimiento del PIB (5.268 %) estamos por encima de la media aunque muy lejos del máximo al igual que la tasa de crecimiento del PIB per cápita (3.546 %) ya que superamos la media pero, el máximo es casi el doble.

Ahora comparando los coeficientes de correlación vemos que la relación entre las tasas de crecimiento del PIB y el PIB per cápita es bastante significativa ($\rho = 0.91855$) por lo que en teoría un crecimiento general debería causar un crecimiento en el bienestar individual.

Observando la tabla siguiente que presenta las estadísticas descriptivas del grupo de los 7 nos damos cuenta que nuestro PIB es menor que su mínimo. El PIB per cápita es menor en más de 4 veces al compararlo con el mínimo dentro de este grupo.

Con respecto a las tasas de crecimiento del PIB y PIB per cápita somos superiores pero, hay que recordar que una economía emergente como lo es la nuestra crece más que una economía industrializada.

Estadísticas Descriptivas para el G7

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
PIB	7	2,682.24	618.10	8,083.40	2,648.52
PIB per cápita	7	25,054.29	19,821.00	33,655.00	5,234.75
T Crec. PIB	7	2.50	0.50	3.82	1.29
TCPIB per cápita	7	2.20	0.82	3.42	0.93
INB	7	2,784.97	581.50	7,637.70	2,632.22

En estos países es notable mencionar la alta correlación que existe entre el PIB y el PIB per cápita ($\rho = 0.7937$) y entre la tasa de crecimiento del PIB per cápita y la correspondiente al PIB ($\rho = 0.9576$).

Ahora vamos con la OCDE, México en un miembro de esta organización. Nuestro PIB es dos veces menor que la media y el PIB per cápita promedio de la OCDE es más de 5 veces lo que representa el nuestro. En cuanto a las tasas de crecimiento somos mayores pero, hay que tomar en cuenta lo que se menciona anteriormente.

Estadísticas Descriptivas de la OCDE

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
PIB	25	894.62	7.40	8,083.40	1,750.02
PIB per cápita	25	22,659.68	3,048.00	42,721.00	9,478.08
T Crec. PIB	25	3.01	0.00	7.50	1.87
TCPIB per cápita	25	2.77	0.08	6.91	1.67
INB	25	922.15	7.30	7,637.70	1,776.15

La OEA es una organización más ad hoc con el desarrollo de México ya que tenemos que en cuestión del PIB estamos por arriba de la media, en PIB per cápita estamos un poco abajo de la media, en las tasas de crecimiento aunque estamos por encima de la media no alcanzamos el máximo.

Un aspecto importante es el concerniente a la dispersión de las muestras. Compararemos la dispersión para el PIB per cápita y la tasa de crecimiento del PIB per cápita, cotejando la muestra total con el G7 tenemos que la desviación estándar de la muestra total es el doble para ambas variables que la correspondiente al G7.

Estadísticas Descriptivas de la OEA

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
PIB	6	283.97	71.90	749.10	264.53
PIB per cápita	6	4,808.67	2,576.00	8,496.00	1,993.09
T Crec. PIB	6	3.25	-1.61	6.60	2.88
TCPIB per cápita	6	1.93	-2.77	5.13	2.96
INB	6	270.12	65.70	762.10	273.32

Aunque la OCDE es un grupo más “homogéneo” tenemos que la desviación estándar para la muestra de este grupo es mayor que la del G7, pero menor que la total. En cambio con la OEA la dispersión en términos del PIB per cápita es la mínima de las cuatro muestras.

Eficiencia del Estado

Para realizar las comparaciones con respecto al desempeño del estado tenemos que observar las tablas de estadísticas descriptivas con las variables¹⁰ pertenecientes a este rubro.

Estadísticas Descriptivas de la muestra en conjunto

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Admón. Fin. Pub.	46	5.877	1.93	9.02	1.955
Pol.Eco.Gobierno	46	5.232	2.51	8.36	1.343
Sist.Político	46	4.541	1.77	7.56	1.498
Serv.Público	46	3.695	1.28	7.12	1.522
Burocracia	46	3.688	1.26	6.88	1.584
Dec.Gobierno	46	4.868	2.59	8.32	1.406
Seguridad	46	5.839	1.91	8.67	1.993

En la administración de las finanzas públicas y en las políticas económicas México esta un poco arriba de la media con una calificación de 6.24 y 5.57 respectivamente. Sin embargo en

¹⁰ **Administración de las Finanzas Públicas.** Encuesta que califica el desempeño en los últimos cinco años. **Políticas Económicas del Gobierno.** Encuesta (Adaptación de éstas a las nuevas realidades económicas efectivamente). **Sistema Político.** Encuesta (Adaptación a los retos económicos actuales). **Servicios Públicos.** Encuesta (Inmunidad ante la interferencia política). **Burocracia.** Encuesta (Califica el no-entorpecimiento del desarrollo de los negocios debido a ésta). **Decisiones Gubernamentales.** Encuesta (Califica que estas decisiones hayan sido implementadas de manera eficaz). **Seguridad.** Encuesta (Existencia de confianza total entre las personas de que su integridad física y sus bienes materiales son protegidos).

sistema político, servicios públicos, burocracia y decisiones gubernamentales estamos por debajo de las medias con notas de 3.63, 2.40, 2.44 y 4.21 respectivamente. En seguridad no sólo estamos por abajo del promedio sino que esta media es el doble de la calificación que México tiene con respecto a la muestra total. Es de notar las correlaciones positivas que existen entre las siguientes variables:

- Admón. de las finanzas públicas y políticas económicas del gobierno ($\rho = 0.8051$).
- Políticas económicas del gobierno y sistema político ($\rho = 0.8869$).
- Servicios públicos y burocracia ($\rho = 0.8057$).
- Seguridad y decisiones gubernamentales ($\rho = 0.7334$).

Tenemos que mencionar la importante relación que guardan los servicios públicos y la burocracia ya que al haber una menor interferencia política en las asistencias del estado tenemos un menor entorpecimiento en el desarrollo de los negocios y por ende una administración más eficiente, lo que es trascendental para lo que plantearíamos adelante.

Estadísticas Descriptivas G7

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Admón.Fin.Pub.	7	5.712	2.28	9.02	2.728
Pol.Eco.Gobierno	7	4.508	2.51	6.46	1.750
Sist.Político	7	4.084	1.77	6.06	1.717
Serv.Público	7	3.985	2.06	6.28	1.412
Burocracia	7	3.201	1.7	4.77	1.186
Dec.Gobierno	7	5.05	3.53	6.63	1.070
Seguridad	7	6.752	5.07	8.14	0.969

Comparándolo con el promedio de G7 tenemos que México está arriba en lo que concierne a administración de las finanzas públicas y políticas económicas del gobierno. Sin embargo en las demás variables estamos por abajo de las medias y en seguridad no alcanzamos ni al mínimo de este grupo el cual nos aventaja en más de dos puntos. En estos países la seguridad está altamente relacionada con los servicios públicos ($\rho = 0.8563$) y éstos a su vez con la burocracia ($\rho = 0.9001$).

Estadísticas Descriptivas de la OCDE

En comparación con la muestra de naciones pertenecientes a la OCDE tenemos que México está por abajo de casi todas las medias de las variables, excepto en la política económica del gobierno. Pero otra vez nos vemos en muy mala situación en cuestiones de seguridad ya que somos el último lugar de la muestra.

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Admón.Fin.Pub.	25	6.477	2.28	9.02	1.929
Pol.Eco.Gobierno	25	5.283	2.51	7.45	1.415
Sist.Político	25	4.871	1.77	7.02	1.514
Serv.Público	25	4.18	1.56	7.12	1.589
Burocracia	25	4.098	1.7	6.49	1.570
Dec.Gobierno	25	5.369	3.01	7.22	1.179
Seguridad	25	6.755	2.78	8.67	1.456

Para los países de la OCDE encontramos una estrecha relación entre la Administración de las finanzas públicas y la política económica del gobierno ($\rho = 0.8034$) y entre los servicios públicos y burocracia ($\rho = 0.8703$).

Estadísticas Descriptivas de la OEA

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Admón.Fin.Pub.	6	5.348	1.94	7.5	2.048
Pol.Eco.Gobierno	6	4.848	3.11	6.58	1.406
Sist.Político	6	3.346	2.02	4.24	0.993
Serv.Público	6	2.175	1.28	3.33	0.818
Burocracia	6	2.526	1.49	3.68	0.827
Dec.Gobierno	6	4.175	2.69	5.62	1.260
Seguridad	6	3.241	1.91	5.4	1.333

En seguridad México está por debajo del promedio de las naciones que integran la muestra de la OEA, sólo en servicios públicos y política económica del gobierno estamos encima de la media. Para los países integrantes de esta muestra la administración de las finanzas públicas está muy relacionada con las políticas económicas del gobierno ($\rho = 0.9420$) y éstas a su vez con el sistema político ($\rho = 0.8975$). La seguridad está altamente correlacionada con la burocracia ($\rho = 0.92$), siendo la correlación más alta de todos los grupos.

Costo y Calidad de Vida

En esta sección tomaremos en cuenta cinco variables¹¹ para realizar los cotejos.

¹¹ **Inflación.** Tasa de 1997. **Costo Comparativo de Vida.** En esta comparación se toma a la ciudad de Nueva York con valor igual a cien. **Calidad.** Encuesta (Calificación, es adecuada o no). **Índice de Desarrollo Humano.** Combina indicadores sociales-económicos-educativos. **Igualdad.** Encuesta (No existencia de desventajas ante la sociedad debido a la raza, género y antecedentes familiares).

Estadísticas Descriptivas para la muestra en conjunto

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Inflación	46	9.622	0.5	111	20.685
CC Vida	46	98.764	70.61	155.55	18.561
Calidad	46	6.265	2.24	9.24	2.112
IDHumano	46	0.863	0.446	0.96	0.108
Igualdad	46	6.326	3.68	8.33	1.078

La inflación es una variable muy importante para realizar una comparación con relación al costo de vida entre diferentes naciones. México presenta una inflación de 20.9 % lo que es un poco más del doble del promedio de inflación de la muestra total. Aunque el costo comparativo de vida (73.61) está notablemente abajo de la media, podemos observar que la calidad de la vida (3.93) se encuentra por debajo del promedio en más de 2 puntos. Por lo que respecta al índice de desarrollo humano (0.853) y a la igualdad (5.75) en ambos casos somos inferiores al promedio. Por otro lado hay que mencionar que la inflación presenta una relación negativa con la calidad de vida ($\rho = -0.5179$) y a su vez ésta tiene una correlación positiva con el índice de desarrollo humano ($\rho = 0.6632$), la igualdad y la calidad de vida presentan una relación positiva ($\rho = 0.4245$).

Estadísticas Descriptivas G7

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Inflación	7	1.828	1.3	2.2	0.335
CC Vida	7	106.782	88.35	145.83	18.755
Calidad	7	7.467	4.86	9.05	1.362
IDHumano	7	0.937	0.921	0.96	0.013
Igualdad	7	6.07	4.54	7.61	0.979

En comparación con este grupo la inflación de México es más de diez veces la del promedio. Si bien el costo comparativo de vida en estos países es mucho más alto que en México hay que señalar que la calidad de vida promedio del G7 es casi el doble que la de México. Es importante mencionar que la media de igualdad de este grupo es mayor que la nuestra y que para el índice de desarrollo humano y la calidad de vida no alcanzamos los mínimos de este conjunto. Para estos países la inflación juega una relación negativa ($\rho = -0.7538$) con respecto al índice de desarrollo humano. La igualdad y la calidad de vida guardan una correlación positiva ($\rho = 0.8494$).

Estadísticas Descriptivas de la OCDE

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Inflación	25	5.888	0.6	82	16.329
CC Vida	25	103.012	70.61	155.55	18.789
Calidad	25	7.657	3.93	9.24	1.561
IDHumano	25	0.922	0.772	0.96	0.037
Igualdad	25	6.622	4.54	8.33	0.847

La inflación de México es casi 4 veces la que presentan en promedio los países de la muestra de la OCDE. El costo comparativo de vida es en promedio mayor que el de México, pero la media de la calidad de vida que presentan estas naciones es el doble de la de nuestro país y hay que señalar que nosotros tenemos la calificación mínima. En cuanto al índice de desarrollo humano y a la igualdad estamos por abajo de las medias correspondientes. Hay que citar la notable relación negativa ($\rho = -0.9059$) que tienen la inflación y el índice de desarrollo humano, éste mantiene una correlación positiva ($\rho = 0.699$) con la calidad de vida.

Estadísticas Descriptivas de la OEA

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Inflación	6	16.606	0.5	50	18.182
CC Vida	6	90.695	73.61	109.25	15.408
Calidad	6	4.233	2.72	6.15	1.320
IDHumano	6	0.853	0.783	0.891	0.038
Igualdad	6	6.14	5.48	7.26	0.765

En comparación con la muestra de países de la OEA, México tiene una inflación mayor a la media. Es importante notar que el costo comparativo de nuestro país es el mínimo del grupo, sin embargo, la calificación de la calidad de vida está por abajo del promedio. En el índice de desarrollo humano se puede decir que estamos en la media y que en cuestiones de igualdad nos encontramos por debajo del promedio. Es interesante la correlación negativa que conservan la inflación y el costo comparativo de vida ($\rho = -0.8028$), es decir, por un lado creemos tener una ventaja al tener un costo comparativo de vida menor al de los países industrializados, pero en realidad lo estamos pagando con tasas de inflación más altas. El costo comparativo de vida y la calidad de la misma tienen una relación positiva ($\rho = -0.6243$) y notamos nuevamente el precio que pagamos por tener un costo comparativo de vida subjetivamente bajo.

La dispersión para variables como inflación y calidad de vida en la OEA es menor que la correspondiente a la muestra en conjunto y también con respecto a la dispersión que presenta la OCDE aunque en ésta última de manera muy reducida, pero al compararla con el G7 observamos que la dispersión en este grupo es la menor de todos los conjuntos.

Investigación y Desarrollo (I&D)

Se eliminó a Luxemburgo de las muestras para este rubro ya que no aportó datos para ninguna de las variables¹².

Estadísticas Descriptivas para la muestra en conjunto

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Gasto I&D	45	12,637.844	110	184,665	35,634.363
I&D (%PIB)	45	1.267	0	3.59	0.898
G.Emp.I&D	45	8,258.822	3	134,200	24,847.871
Personal I&D	45	164.977	1.7	1,667.7	335.270

El gasto en I&D de la media para la muestra en conjunto representa catorce veces el gasto en México (886). Así también tenemos que el porcentaje del PIB asignado en promedio a I&D es cuatro veces lo que destina nuestro país (0.309 %). Pero lo más impresionante es que el gasto que destinan las empresas en promedio a I&D es casi 45 veces lo que gastan las empresas en México (184). El personal dedicado a I&D en nuestro país representa la quinta parte del promedio de la muestra. La relación más significativa para este conjunto está dada entre el gasto destinado a I&D y el personal dedicado a esta actividad ($\rho = 0.5545$).

Estadísticas Descriptivas para G7

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Gasto I&D	7	67,556.714	9606	184,665	71,356.760
I&D (%PIB)	7	2.106	1.12	2.982	0.602
G.Emp.I&D	7	45,699.857	5970	134,200	50,678.549
Personal I&D	7	464.514	129.4	962.7	354.259

Con respecto al G7 no estamos ni siquiera cerca de los mínimos en cada una de las variables. Tan sólo el gasto en I&D promedio en estos países es más de 75 veces el que destina

¹² **Gasto I&D.** Gasto destinado a investigación y desarrollo en millones de dólares americanos. **I&D (%PIB).** Porcentaje del PIB asignado. **G.Emp.I&D.** Gasto de las empresas en investigación y desarrollo en millones de dólares americanos. **Personal I&D.** Personal en el ámbito nacional destinado a I&D de tiempo completo (miles).

México. Es importante mencionar la relación que guarda el gasto de las empresas en este grupo con el personal dedicado a I&D en estas naciones ($\rho = 0.9738$).

Estadísticas Descriptivas de la OCDE

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Gasto I&D	24	21,956.042	110	184,665	47,190.668
I&D (%PIB)	24	1.668	0	3.59	0.867
G.Emp.I&D	24	14,643.958	34	134,200	32,965.744
Personal I&D	24	161.04583	1.7	962.7	269.797

Con respecto a la muestra de la OCDE también estamos muy por debajo de las medias. En el gasto en I&D estos países destinan en promedio 24 veces lo que gasta México. La correlación más notable para este grupo es entre el gasto destinado a I&D y el personal dedicado de tiempo completo a investigación y desarrollo ($\rho = 0.9805$).

Estadísticas Descriptivas de la OEA

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Gasto I&D	6	1,160.666	206	4,070	1,462.049
I&D (%PIB)	6	0.441	0.254	0.674	0.160
G.Emp.I&D	6	331.833	97	1,307	478.728
Personal I&D	6	21.566	6.6	33.3	9.436

En comparación con la muestra de la OEA estamos por debajo de la media en la mayoría de las variables, excepto en el aspecto del personal dedicado a I&D, en donde tenemos el máximo del grupo. Podemos observar que la dispersión existente en el conjunto de países de la OEA es la menor al compararla con la correspondiente de la muestra total, del G7 y de la OCDE.

Ciencia y Tecnología

Para esta parte utilizaremos las siguientes variables cuya definición presentamos a continuación:

- **Cooperación Tecnológica.** Encuesta (¿Es común entre las compañías?).
- **Cooperación en Investigación.** Encuesta (¿Es suficiente entre universidades y Cías.?).
- **Recursos Financieros.** Encuesta (No son impedimento para el desarrollo tecnológico).
- **Desarrollo y Aplicación de la Tecnología.** Encuesta (¿Son apoyados por el entorno legal?).

- **Facilidades para cambiar de residencia para la I&D.** Encuesta (No es una amenaza para el futuro de la economía).
- **Investigación Básica.** Encuesta (Apoya el desarrollo económico y tecnológico a largo plazo).
- **Ciencia y Educación.** Encuesta (¿La ciencia es enseñada adecuadamente en las escuelas de carácter obligatorio?).
- **Ciencia-Tecnología y Juventud.** Encuesta (¿La ciencia y la tecnología despiertan el interés de la juventud?).

Estadísticas Descriptivas para la muestra en conjunto

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Coop.Tecnológica	46	4.443	2.93	6.16	0.961
Coop.Investigación	46	4.107	2.31	6.36	1.104
Rec.Financieros	46	3.906	0.89	6.52	1.576
D&Ap.Tecnología	46	5.787	3.87	7.58	0.888
Facilidades I&D	46	5.290	3.23	7.27	0.800
Inv.Básica	46	4.856	2.6	7.13	1.266
Ciencia y Educ.	46	5.194	2.81	8.16	1.353
Cienc.Tecno. y Juv.	46	5.544	3.8	7.6	0.924

En todas las variables estamos por abajo de la media, a continuación enumeramos cada una de las calificaciones de México para realizar una comparación más a detalle. En cooperación tecnológica (3.15) estamos por abajo de la media en poco más de un punto. Con respecto a la cooperación en investigación (2.44) tenemos que estamos muy cerca del mínimo. En recursos financieros (2.04) observamos que la media tiene una evaluación de casi el doble que la nuestra. En desarrollo y aplicación de la tecnología (5.05) estamos por abajo del promedio. Las facilidades para cambiar de residencia para la I&D de México (5.21) están casi al nivel promedio del conjunto. La investigación básica (3.07) tiene una evaluación de poco más de punto y medio por debajo de la media. En ciencia y educación (3.68) y ciencia-tecnología y juventud (4.68) basta decir únicamente que estamos por abajo de las medias.

Las relaciones más significativas para la muestra en conjunto son entre la cooperación en investigación y la cooperación tecnológica ($\rho = 0.8980$), la investigación básica y la cooperación en investigación ($\rho = 0.8970$) y ésta a su vez con los recursos financieros asignados a este rubro ($\rho = 0.8426$). El desarrollo y aplicación de la tecnología están correlacionados en buena media con la cooperación en investigación ($\rho = 0.7994$).

Estadísticas Descriptivas para G7

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Coop.Tecnológica	7	5.138	4.27	5.99	0.672
Coop.Investigación	7	4.588	2.7	6.21	1.060
Rec.Financieros	7	4.938	3.11	6.17	1.043
D&Ap.Tecnología	7	5.827	4.72	6.96	0.668
Facilidades I&D	7	5.504	3.88	7.27	0.998
Inv.Básica	7	5.881	3.29	7.13	1.252
Ciencia y Educ.	7	5.205	3.98	7.27	1.246
Cienc.Tecno. y Juv.	7	5.344	4.02	6.82	0.828

Es suficiente decir que en cooperación en investigación, cooperación tecnológica, ciencia y educación, recursos financieros e investigación básica estamos por abajo de los mínimos de este grupo. En ciencia-tecnología y juventud, desarrollo y aplicación de la tecnología y facilidades para I&D nos encontramos debajo de las medias. Las correlaciones más notables para G7 son la que guardan los recursos financieros y la investigación básica ($\rho = 0.9266$) y la que existe entre la cooperación en investigación con los recursos financieros ($\rho = 0.9468$).

Estadísticas Descriptivas de la OCDE

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Coop.Tecnológica	25	4.785	2.97	6.16	0.910
Coop.Investigación	25	4.423	2.44	6.36	1.100
Rec.Financieros	25	4.742	2.04	6.52	1.320
D&Ap.Tecnología	25	6.058	4.72	7.58	0.740
Facilidades I&D	25	5.380	3.88	7.27	0.813
Inv.Básica	25	5.281	3.07	7.13	1.240
Ciencia y Educ.	25	5.190	3.68	7.27	1.020
Cienc.Tecno. y Juv.	25	5.53	4.02	7.01	0.763

Al compararnos con la OCDE, grupo en el cual ingresamos recientemente, observamos que en cooperación tecnológica, desarrollo y aplicación de la tecnología, facilidades I&D, ciencia-tecnología y juventud nos encontramos por debajo de las medias respectivamente. Y lo más impactante es que en cooperación en investigación, recursos financieros destinados a ésta e investigación básica tenemos los mínimos de la muestra. La correlación más significativa se da entre la investigación básica y la cooperación en investigación ($\rho = 0.925$).

Estadísticas Descriptivas de la OEA

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Coop.Tecnológica	6	3.306	3.15	3.56	0.183
Coop.Investigación	6	2.776	2.44	3.41	0.342
Rec.Financieros	6	2.27	2.04	2.99	0.364
D&Ap.Tecnología	6	4.841	4.09	5.2	0.448
Facilidades I&D	6	5.088	4.53	5.74	0.415
Inv.Básica	6	3.38	2.6	4.67	0.725
Ciencia y Educ.	6	3.406	2.86	3.88	0.407
Cienc.Tecno. y Juv.	6	4.79	4.26	5.26	0.441

La OEA debería ser un grupo más ad hoc para nosotros, sin embargo en cooperación en tecnología, cooperación en investigación y recursos financieros destinados a investigación tenemos los valores mínimos de la muestra. En investigación básica estamos por debajo de la media de la muestra, pero en desarrollo y aplicación de la tecnología y facilidades I&D nos encontramos por encima del promedio. Las relaciones más importantes para este grupo están dadas por los recursos financieros con respecto a la investigación básica ($\rho = 0.9289$) y con la cooperación en investigación ($\rho = 0.9067$).

Población

Las variables que tomaremos en cuenta para este rubro son:

- **Población Total.** Estimación en millones.
- **Razón de Dependencia.** Población menor de 15 años y mayor de 65 años dividida entre la población activa (15 a 65 años).
- **Fecundidad.** Número promedio de nacimientos por cada mil mujeres en edad fértil.
- **Natalidad.** Número promedio de nacimientos (incluyendo vivos y muertos) por cada mil personas a la mitad del año.
- **Mortalidad.** Número promedio de decesos por cada mil personas a la mitad del año.

Estadísticas Descriptivas para la muestra en conjunto

	n	\bar{x}	Mínimo	Máximo	s
Pob. Total	46	90.395	0.3	1238.6	228.043
Razón Depend.	46	52.897	41.2	67.8	7.773
Fecundidad	46	2.071	1.1	5.3	0.813
Natalidad	46	15.730	8.8	30.4	6.051
Mortalidad	46	8.402	4.7	14.1	2.307

En cuanto a población total observamos que estamos por arriba de la media (98.20) por cerca de 8 millones de personas. Nuestra razón de dependencia (66.70) está muy cerca del máximo del conjunto lo cual denota que somos todavía un país extremadamente joven. La tasa de fecundidad que posee México (3.10) está por encima del promedio, la de natalidad (30.40) es la máxima de la muestra y la tasa de mortalidad que observamos (4.80) para nuestro país esta por debajo de la media. Lo que indica que no hemos entrado en la fase de transición demográfica que se mencionó en el estudio de educación de Asia de Tan y Mingat.

Estadísticas Descriptivas de G7

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Pob. Total	7	96.585	30.3	265	79.781
Razón Depend.	7	48.842	43.5	53.8	4.1628
Fecundidad	7	1.6	1.2	2.1	0.3
Natalidad	7	11.585	9.2	14.9	2.108
Mortalidad	7	9.114	7	10.9	1.545

Con respecto a la población total promedio de estas naciones, tenemos que estamos ligeramente por arriba. Nuestra razón de dependencia supera el máximo de este grupo, la tasa de fecundidad supera el máximo del G7, la tasa de natalidad que presenta México es el doble del máximo que tienen estos países y en cuanto a la tasa de mortalidad se refiere estamos por debajo del mínimo de este grupo. Es notorio mencionar las relaciones que en general guardan la tasa de fecundidad con la población menor de 15 años ($\rho = 0.9586$) y a su vez ésta con la tasa de natalidad ($\rho = 0.9721$).

Estadísticas Descriptivas de la OCDE

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Pob. Total	25	39.496	0.3	265	58.011
Razón Depend.	25	51.352	43.5	66.7	5.916
Fecundidad	25	1.896	1.2	5.3	0.819
Natalidad	25	13.296	9.2	30.4	4.523
Mortalidad	25	8.924	4.8	11.6	1.724

Comparándonos con este grupo observamos que en cuestión de población total estamos por encima de la media, no sólo eso sino que tenemos un poco más del doble de habitantes que el promedio de este grupo. Tenemos los valores máximos en cuanto a razón de dependencia, tasa de natalidad y tasa de mortalidad se refiere. Para la tasa de fecundidad observamos que estamos por arriba de la media.

Estadísticas Descriptivas para la OEA

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Pob. Total	6	60.95	14.6	158.6	56.239
Razón Depend.	6	61.45	58.2	66.7	3.106
Fecundidad	6	2.743	2.3	3.1	0.294
Natalidad	6	23.566	17.9	30.4	4.830
Mortalidad	6	6.333	4.7	9.2	1.820

La población de nuestro país es mayor que el promedio de la muestra por casi 30 millones. La razón de dependencia de México es la máxima de la muestra, así como también tenemos los valores máximos en las tasas de fecundidad y natalidad. En mortalidad observamos que estamos por debajo de la media y muy cerca del mínimo.

Estructura Educativa

Este es el último rubro que tomaremos en cuenta en este estudio y el más importante ya que las variables que compararemos son:

- **Sistema Educativo.** Encuesta. (Conoce las necesidades de una economía competitiva)
- **Analfabetismo.** (Porcentaje de la población de 15 años o más que no sabe leer y escribir).
- **Matrícula para Educación Media.** Porcentaje.
- **Matrícula para Educación Superior.** Porcentaje de la población entre 20 y 24 años inscrita en alguna institución.
- **Gasto Público en Educación.** US\$ per cápita.

Estadísticas Descriptivas para la muestra en conjunto

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Sist. Educativo	46	4.641	1.74	7.45	1.303
Analfabetismo	46	5.973	0	48	8.693
Mat.Educ.Med.	46	84.452	35	123	23.360
Mat.Educ.Sup.	46	33.231	3.8	102.9	19.261
Gasto Pub.Educ.	46	730.328	10.7	2304.3	637.000

Nuestro sistema educativo tiene una calificación (3.74) por debajo de la media de la muestra en conjunto, este rasgo debe considerarse importante ya que quiere decir que estamos lejos

de tener conciencia a cerca de lo que la globalización implica en las economías. En la tasa de analfabetismo (10.40) observamos que estamos por arriba de la media lo cual no es muy halagador. En cuanto a las matrículas escolares tenemos que para educación media (57.50) estamos debajo del promedio por casi 30 puntos y para la educación superior (13.80) es abrumador el notar que la media es más del doble de lo que presenta México. En gasto en educación pública tenemos que en promedio los países de la muestra destinan 3.5 veces lo que México (207). Es importante mencionar la relación negativa que guarda el analfabetismo con la matrícula de educación media ($\rho = -0.6562$) y con la matrícula de educación superior ($\rho = -0.5314$), por otro lado el gasto en educación público tiene una correlación negativa con el analfabetismo ($\rho = -0.5436$).

Estadísticas Descriptivas para G7

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Sist. Educativo	7	4.464	3.39	5.33	0.729
Analfabetismo	7	1.857	0	4.5	1.867
Mat.Educ.Med.	7	96.714	81.5	105.5	8.040
Mat.Educ.Sup.	7	53.385	30.4	102.9	27.587
Gasto Pub.Educ.	7	1171.142	852.8	1354.6	214.024

México en comparación con el promedio de este grupo tiene una calificación inferior para su sistema educativo. En comparación nuestra tasa de analfabetismo es casi 6 veces la media de G7 y esta tasa es más del doble del máximo. Las matrículas de educación media y superior de México están por debajo de los mínimos de este grupo y el gasto público promedio en educación de G7 es 5.6 veces lo que gasta nuestro país. Es notable mencionar la importante correlación que existe en este grupo de naciones entre el gasto en educación pública y la matrícula de educación superior ($\rho = 0.8495$).

Estadísticas Descriptivas para la OCDE

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Sist. Educativo	25	4.956	3.39	7.45	1.151
Analfabetismo	25	2.552	0	17.7	4.649
Mat.Educ.Med.	25	98.18	57.5	123	16.840
Mat.Educ.Sup.	25	42.386	13.8	102.9	19.029
Gasto Pub.Educ.	25	1134.292	73.1	2304.3	579.233

En comparación con este grupo del cual somos miembros, nuestro sistema educativo tiene una calificación menor al promedio. Nuestra tasa de analfabetismo representa más de 4 veces el promedio de las naciones de la OCDE. En matrícula de educación media y superior somos los mínimos del grupo respectivamente y por último tenemos que decir que el gasto público que en promedio destinan los miembros de esta organización es más de 5 veces lo que asigna México. En la OCDE, el Gasto público destinado a educación y la tasa de analfabetismo tienen una relación negativa ($\rho = -0.6616$).

Estadísticas Descriptivas para la OEA

	n	\bar{X}	Mínimo	Máximo	s
Sist. Educativo	6	3.278	2.09	4.14	0.755
Analfabetismo	6	8.883	3.8	16.7	4.603
Mat.Educ.Med.	6	55.666	35	72.5	15.351
Mat.Educ.Sup.	6	22.75	11.5	40.5	11.162
Gasto Pub.Educ.	6	173.65	66.1	305.4	87.511

Como ya hemos visto a lo largo de los cotejos con todos los rubros este es un grupo más adecuado a la realidad de México. En este grupo nuestro país tiene una calificación en su sistema educativo por arriba de la media, aunque nuestra tasa de analfabetismo es superior al promedio. Nuestra matrícula en educación media está por arriba de la media, sin embargo la matrícula de educación superior de nuestro país esta por debajo del promedio, lo que indica que no tenemos un buen seguimiento en la preparación del capital humano. Lo anterior parecería algo contradictorio siendo que nuestro gasto en educación pública es superior al promedio de los países pertenecientes a esta muestra. La correlación más importante para este grupo esta dada entre la matrícula en educación superior y la tasa de analfabetismo ($\rho = -0.8035$).

SUMARIO

Los cotejos que se realizaron a lo largo de esta parte parecen a primera vista monótonos, pero nos darán una panorámica clara del lugar que realmente ocupa México a nivel mundial y de las necesidades básicas que tenemos para poder fomentar un crecimiento económico sostenido.

México tiene un PIB inferior al promedio de los países de la muestra, exceptuando al grupo de la OEA. El PIB per cápita promedio de la muestra representa más de 3 veces lo que posee nuestro país. La eficiencia de nuestro estado no ha sido de las mejores ya que en servicios públicos tenemos una calificación por debajo de la media de la muestra total, además en seguridad observamos que no sólo estamos debajo de todas los promedios sino que somos el país con evaluación mínima en seguridad en la OCDE. Es notable mencionar la alta correlación que existe entre la calidad de los servicios públicos y la seguridad que brinda nuestro estado ($\rho = 0.8057$).

Otro rubro importante que se comparó fue el referente al costo y a la calidad de vida, en el cual tenemos que aunque nuestro costo comparativo de vida es menor al promedio de los países que integraron la muestra, la calidad de vida de México está por debajo de la media y en promedio las naciones integrantes de la muestra de la OCDE tienen el doble de calidad de vida que México. Aquí hay que mencionar las relaciones negativas que guarda la calidad de vida con respecto al costo comparativo de vida y a la inflación ($\rho = -0.5179$), con respecto a ésta podemos decir que nuestro país tiene una inflación por arriba del promedio, de hecho es casi el doble de la media de la muestra total y en comparación con la media de la muestra de la OCDE, nuestra tasa de inflación es casi 4 veces lo que tienen estos países.

La Investigación y Desarrollo es una parte importante en el progreso de las economías, pero en nuestro país al parecer se han tenido problemas al identificar la prioridad que representa este ramo ya que el gasto público promedio asignado por los países de la muestra total es casi 14 veces lo que en México destina el gobierno. Y esto no sólo ha sido un problema de nuestro gobierno, sino del país en general, el gasto que realizan las empresas privadas en I&D en promedio es casi 45 veces lo que destina el sector privado en México.

De manera muy relacionada con la I&D tenemos la ciencia y la tecnología, en todas las variables que se compararon en este sector, observamos que México está por debajo de los promedios de la muestra total. La relación entre nuestras universidades y centros de investigación con el sector público y privado de nuestro país ha sido pobre, ya que en cooperación en investigación estamos muy cerca del valor mínimo de la muestra. La investigación básica en México tiene una evaluación inferior al promedio de las naciones, la calificación de recursos financieros que en promedio los países asignan a investigación es casi el doble de lo que nuestro gobierno destina. Es notable mencionar la correlación positiva ($\rho = 0.8426$) que existe entre los recursos financieros y la investigación básica. Además hay que mencionar que en el grupo de la OCDE tenemos los mínimos de la muestra en lo concerniente a recursos financieros, cooperación en investigación e investigación básica.

Pasando al rubro de población, observamos que México tiene una población total por encima del promedio de las naciones involucradas en la muestra. Comparándonos con los países miembros de la OCDE, nosotros tenemos el valor máximo en cuanto a razón de dependencia. Las tasas de natalidad y fecundidad de México son elevadas ya que en comparación con la muestra de la OEA, nosotros poseemos los valores máximos. Todo esto nos muestra que México es un país joven y con un crecimiento demográfico notable.

Por último y como punto más importante tenemos que hablar de la sección de estructura educativa. El sistema educativo de México tiene una evaluación por debajo de la media de la muestra total, nuestra tasa de analfabetismo está por arriba de la media, lo cual es preocupante ya que esto va muy relacionado con el hecho de que en las tasas de matrículas de educación media y superior estamos por debajo de las medias de la muestra total y al compararnos con la OCDE, observamos que México presenta los valores mínimos. Un problema importante, aunque no es la causa total como ya vimos en el capítulo anterior es que en promedio los países destinan como gasto público en educación el doble de lo que nuestro gobierno asigna. Tenemos una correlación negativa entre analfabetismo y gasto público en educación ($\rho = -0.5436$), así como también una relación negativa en la muestra de los países de la OEA en matrícula en educación superior y analfabetismo ($\rho = -0.8035$).

2.2 ANÁLISIS ECONOMETRICO DE CRECIMIENTO ECONOMICO

Para realizar un análisis de los factores que pueden influir en el desarrollo económico de un país podríamos tomar en cuenta una gran parte de las variables que utilizamos para el estudio descriptivo en la sección anterior, pero debido a los propósitos del modelo que se planteará en el capítulo siguiente nos limitaremos a estudiar la relación entre el crecimiento económico de los países de la muestra con respecto a las siguientes variables a las que volveremos a definir para remarcar la importancia de éstas para las finalidades del modelo.

- **Producto Interno Bruto per cápita.** US\$.
- **Gasto Público en Educación per cápita.** US\$.
- **Investigación Básica.** Encuesta (Apoya el desarrollo económico y tecnológico a largo plazo)
- **Razón de Dependencia.** Población menor de 15 años y mayor de 65 años dividida entre la población activa (15 a 65 años)

De modo que el modelo queda planteado de la siguiente manera:

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

donde Y= Producto Interno Bruto per cápita
 X₁= Investigación Básica
 X₂= Razón de Dependencia
 X₃= Gasto Público en Educación per cápita

tomando en cuenta el modelo lineal general $\underline{Y} = \underline{X}\underline{\beta} + \underline{u}$

bajo los supuestos de que $E[\underline{u}] = \underline{0}$ y $\text{Var}[\underline{u}] = \sigma^2 \mathbf{I}$ y que $\underline{u} \sim N(\underline{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ tenemos que

$$\underline{Y} \sim N(\underline{X}\underline{\beta}, \sigma^2 \mathbf{I})$$

Estimando el vector de parámetros $\underline{\beta}$ por el método de mínimos cuadrados obtenemos:

$$\underline{\hat{\beta}} = (\underline{X}' \underline{X})^{-1} \underline{X}' \underline{Y}$$

Utilizando el paquete Statistica obtenemos los siguientes resultados

Resumen de la Regresión

R = .96621280

R² = .93356718

	β	Se(β)	t(43)	p-level
INV BASIC	1,793.047	691.495	2.593	0.013
RAZON DEP	-66.519	50.031	-1.330	0.191
GPUB EDUC	14.039	1.663	8.444	0.000

De tal manera que el modelo ajustado es $\hat{y} = 1,793.047 x_1 - 66.519 x_2 + 14.039 x_3$ donde podemos notar que la razón de dependencia de la población es la única variable que tiene una relación inversa con el PIB per cápita. Además el coeficiente de determinación (R²) nos dice que el modelo explica el 93 % de la variabilidad que presentan los datos de la variable dependiente.

Antes de probar la validez del modelo es conveniente revisar la tabla de análisis de varianza:

Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	Estadística F	p-level
Regresión	16,208,105,472	3	5,402,701,824	201.423	0.000
Residual	1,153,371,904	43	26,822,602		
Total	17,361,477,632				

Con esta tabla podemos realizar las pruebas de hipótesis necesarias para comprobar la significancia del modelo.

En primer lugar realizaremos la prueba:

$$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_{p-1} = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a: \beta_i \neq 0, \text{ para alguna } i$$

Ya que F=201.423 excede el valor del cuantil $F_{(3,43)}^{.95} \approx 2.84$, rechazamos la hipótesis nula y se puede concluir que el PIB per cápita puede ser explicado por al menos alguno de los regresores que consideramos en el modelo.

Ahora procederemos a realizar pruebas de hipótesis para determinar si cada uno de los regresores tiene sentido en el modelo, por lo que utilizaremos las estadísticas (t) de prueba que tenemos en la tabla de resumen de la regresión.

La prueba de hipótesis para cada regresor queda planteada de la siguiente manera:

$$H_0: \beta_i = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a: \beta_i \neq 0; \quad i=1,2,3$$

El valor de $t_{(43)}^{.975} \approx 2.021$, luego para los regresores x_1 y x_3 se tiene que el valor absoluto de su t_i correspondiente es mayor que el cuantil de tablas por lo que nos inclinamos a rechazar la hipótesis nula lo cual quiere decir que estas dos variables aportan información significativa al modelo. Por el contrario el valor absoluto de t_2 es menor que $t_{(43)}^{.975}$, con lo que no rechazamos la nulidad y esto quiere decir que x_2 es un fuerte candidato a ser eliminado del modelo.

De ahora en adelante vamos a verificar los supuestos de nuestro modelo, es decir, que los residuales se distribuyen normalmente, con una varianza constante, media cero y que éstos son independientes.

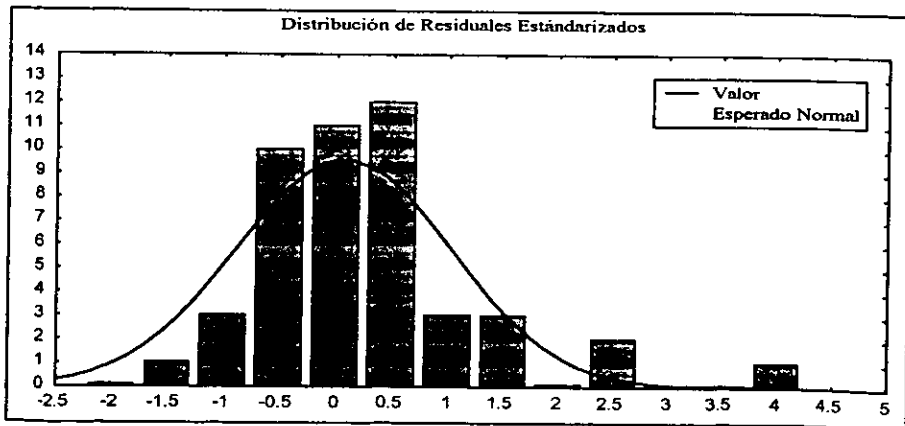
Revisemos si el modelo tiene autocorrelación, para esto utilizaremos la siguiente estadística Durbin-Watson $d = 2.0898$

Para un tamaño de muestra $n=46$ con 3 regresores tenemos que $d_L=1.38$ y $d_U=1.665$ con lo que las pruebas de hipótesis quedan de la siguiente manera:

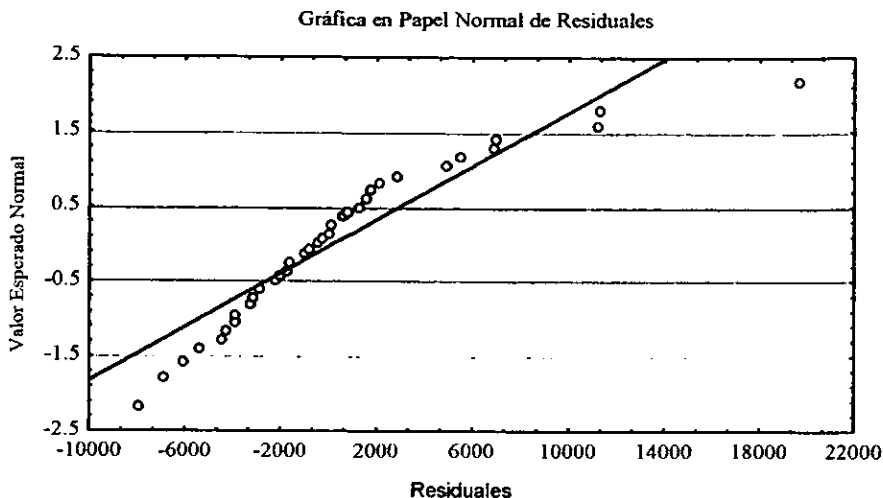
(Para una correlación positiva) $H_0: \rho = 0$ vs. $H_a: \rho > 0$
 como d es mayor que d_U entonces decidimos no rechazar la hipótesis nula.

(Para una correlación negativa) $H_0: \rho = 0$ vs. $H_a: \rho < 0$
 como d es menor que $4 - d_U = 2.335$ entonces no rechazamos H_0 , con lo que podemos concluir que el modelo no presenta autocorrelación.

Para el supuesto de normalidad nos ayudaremos de dos métodos, uno intuitivo como lo es revisar las gráficas de los residuales y otro más formal, la prueba Lilliefors para normalidad.



Con esta gráfica podemos ver que el supuesto de normalidad se está violando aunque para asegurarnos de esta aseveración observaremos la gráfica contra papel normal.



La gráfica sigue confirmando lo que se había visto anteriormente, los datos no presentan una distribución normal. Sin embargo, le daremos un tratamiento más formal presentado la prueba de hipótesis:

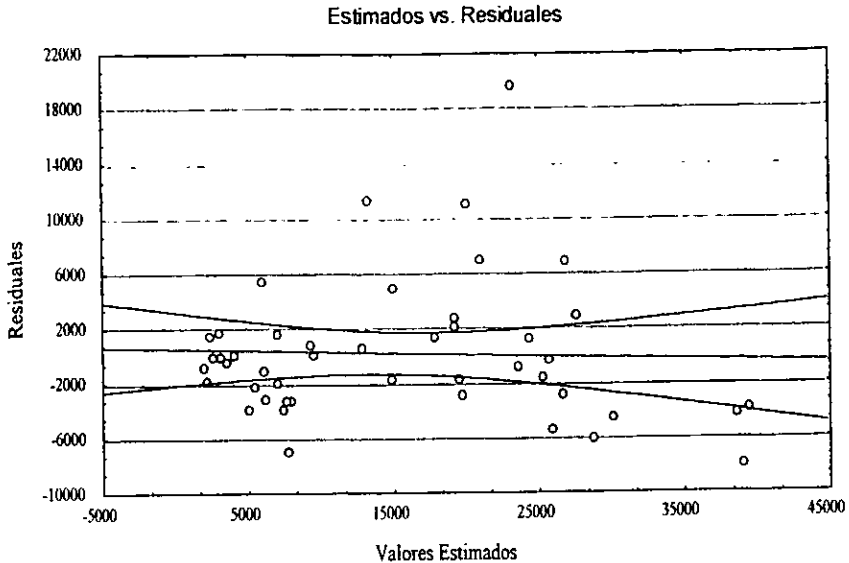
H_0 : Los residuales tienen distribución Normal con media y varianza no Especificados.

vs. H_a : La función de distribución de los residuales no es normal.

La estadística de prueba es $d = 0.16175$, la regla de decisión es rechazar H_0 al nivel α si d excede el cuantil $W_{1-\alpha}$, es decir, si $\alpha = 0.05$ entonces $W_{0.95} = 0.13063$.

Por lo tanto, como $d > W_{0.95}$ entonces rechazamos la hipótesis nula y con esto terminamos por confirmar que los residuales no tienen una distribución normal.

El siguiente supuesto a verificar es el de varianza constante, de igual manera lo podemos comprobar mediante un método intuitivo como será la gráfica de residuales contra los valores estimados. Aunque existe otra manera más formal de revisar este supuesto, es decir, si realizáramos la prueba para detección de heterocedasticidad de Bartlett.



Como podemos notar en la gráfica los residuales presentan una tendencia en forma de rombo o disco. Lo que nos lleva a pensar que se está violando el supuesto de homocedasticidad, pero la interpretación de este esquema puede causar controversias por lo que realizaremos la prueba de heterocedasticidad de Bartlett. Esta prueba supone que existen k muestras independientes, lo que se desea probar con esta estadística es si existe igualdad de varianzas de muestra a muestra.

Intuitivamente, lo que Bartlett plantea es comparar por medio de razones la variación de cada grupo (muestra) con respecto a la variación total.

De tal manera que la prueba de hipótesis queda expuesta del siguiente modo:

H_0 : Homogeneidad de varianzas
en las k poblaciones.

vs.

H_a : No homogeneidad de varianzas
en las k poblaciones.

Bajo H_0 , B (la estadística de prueba) se distribuye como una $\chi^2_{(k-1)}$. La regla de decisión es rechazar H_0 al nivel de significancia α si B excede el cuantil $W_{1-\alpha}$, es decir, si $\alpha = 0.05$ entonces $W_{0.95} = 15.5$ que es el cuantil 0.95 de una Ji-cuadrada con 8 grados de libertad ya que al tener una muestra total de tamaño 46 decidimos hacer la partición en 8 muestras de tamaño 5 y una muestra de tamaño 6.

Apoyándonos en el paquete Statistica obtenemos $B = 21.51296$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula y entonces tenemos que el supuesto de varianzas constante no se cumple.

Recapitulando brevemente podemos decir que el modelo plantea una relación significativa para estudiar el comportamiento del PIB per cápita, aunque un regresor (Razón de dependencia de la población) no debe ser tomado en cuenta. Además el modelo no presenta autocorrelación, normalidad ni varianza constante. La primera es una ventaja y las dos últimas son violaciones a nuestros supuestos que terminan por debilitar el modelo y sus alcances. Por lo que trataremos de corregir estos problemas realizando transformaciones en nuestro modelo, pero conservando el supuesto de que nuestro modelo es "lineal bajo los parámetros".

Entonces tenemos que el modelo planteado originalmente es de la forma:

$$Y = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

Sean las $X'_i = \ln(X_i)$ para $i = 1, 2, 3$.

Con esta transformación intentaremos estabilizar la varianza, lograr normalidad y sobre todo que el regresor asociado a la dependencia de la población sea significativo en el estudio del PIB per cápita.

Ahora el modelo es $Y = \beta_1 X'_1 + \beta_2 X'_2 + \beta_3 X'_3$ bajo los mismos supuestos que se plantearon para el análisis de regresión anterior.

Recalculando el vector de estimadores y las estadísticas de prueba con ayuda del paquete Statistics obtenemos:

Resumen de la Regresión¹³

R = .96118228

R² = .92387137

	β	Se(β)	t(43)	p-level
ln(Invbasic)	10,079.75	2,323.629	4.337	0.008
ln(Razondep)	-8,232.52	953.219	-8.636	0.000
ln(Gpubeduc)	5,499.30	735.370	7.478	0.000

Aplicando las transformaciones de logaritmo natural a los datos de los tres regresores nos dan como resultado un nuevo modelo ajustado, $\hat{y} = 10,079.75 x'_1 - 8,232.52 x'_2 + 5,499.30 x'_3$

¹³ En esta tabla son modificadas las columnas de los errores estándar y de las estadísticas t, debido a que en el análisis de regresión anterior se presentó el problema de heterocedasticidad, se ha aplicado la corrección de Heterocedasticidad de White para evitar que las pruebas posteriores carezcan de significado. Para ver metodología revisar el Apéndice.

del cual observamos nuevamente que la razón de dependencia de la población es la única variable que tiene una relación inversa con el PIB per cápita. El coeficiente de determinación (R^2) nos dice que el modelo explica el 92.3 % de la variabilidad que presentan los datos de la variable dependiente, quizá perdimos un poco de explicación al realizar este ajuste en el modelo, pero pronto averiguaremos si obtuvimos más beneficios a este pequeño costo.

Análisis de Varianza

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	Estadística F	p-level
Regresión	16,039,772,160	3	5,346,590,720	173.944	0.000
Residual	1,321,705,600	43	30,737,340		
Total	17,361,477,632				

Nuevamente la tabla ANOVA nos ayudará a realizar las pruebas de hipótesis necesarias para comprobar la significancia del modelo.

En primer lugar la prueba:

$$H_0: \beta_1 = \dots = \beta_{p-1} = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a: \beta_i \neq 0, \text{ para alguna } i$$

Ya que $F=173.944$ excede el valor del cuantil $F_{(3,43)}^{95} \approx 2.84$, rechazamos la hipótesis nula y se puede concluir que el PIB per cápita puede ser explicado por al menos alguno de los regresores que consideramos en el modelo.

Una vez probado que al menos uno de los regresores aporta información al modelo procederemos a realizar pruebas de hipótesis para determinar si cada uno de los regresores tiene sentido en el modelo, por lo que utilizaremos las estadísticas (t) de prueba que tenemos en la tabla de resumen de la regresión.

Las pruebas de hipótesis para cada regresor quedan planteadas de la siguiente manera:

$$H_0: \beta_i = 0 \quad \text{vs.} \quad H_a: \beta_i \neq 0; \quad i=1,2,3$$

El valor de $t_{(43)}^{975} \approx 2.021$, luego para los regresores x^1 , x^2 y x^3 se tiene que el valor absoluto de su t; correspondiente es mayor que el cuantil de tablas por lo que nos inclinamos a rechazar la hipótesis nula lo cual quiere decir que las tres variables aportan información significativa al modelo.

De ahora en adelante vamos a verificar los supuestos del modelo, es decir, que los residuales se distribuyen normalmente, con una varianza constante y que éstos son independientes. En el modelo anterior violamos los dos primeros, lo que nos orilló a realizar

transformaciones con el afán de lograr que se cumplan todos los supuestos, con lo que el modelo tendrá más confianza si se llegara a necesitar para realizar inferencias.

El modelo anterior no presentó autocorrelación, veamos si después de haber realizado las transformaciones se sigue preservando este resultado.

Durbin-Watson $d = 1.951939$

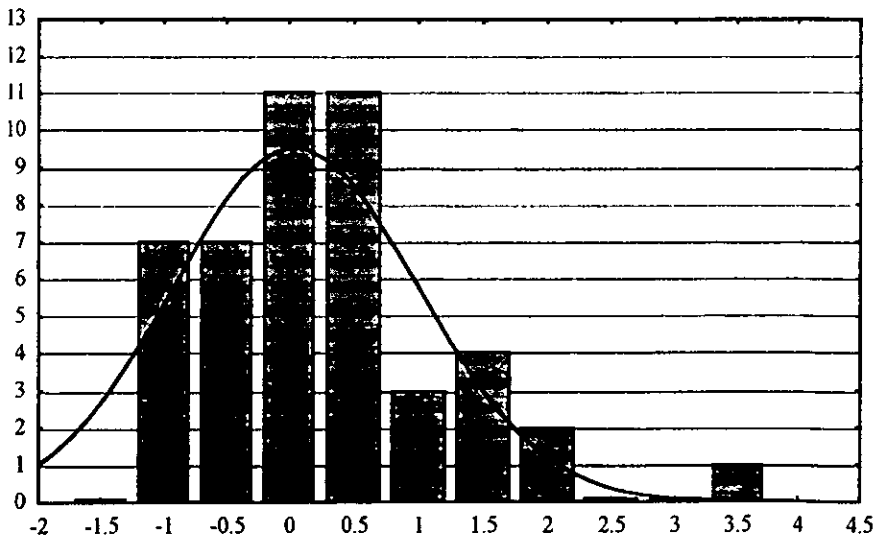
Para un tamaño de muestra $n=46$ con 3 regresores tenemos que $d_L=1.38$ y $d_U=1.665$ con lo que las pruebas de hipótesis quedan de la siguiente manera:

(Para una correlación positiva) $H_0: \rho = 0$ vs. $H_a: \rho > 0$
 como d es mayor que d_U entonces decidimos no rechazar la hipótesis nula.

(Para una correlación negativa) $H_0: \rho = 0$ vs. $H_a: \rho < 0$
 como d es menor que $4 - d_U = 2.335$ entonces no rechazamos H_0 , con lo que podemos concluir que el modelo no presenta autocorrelación.

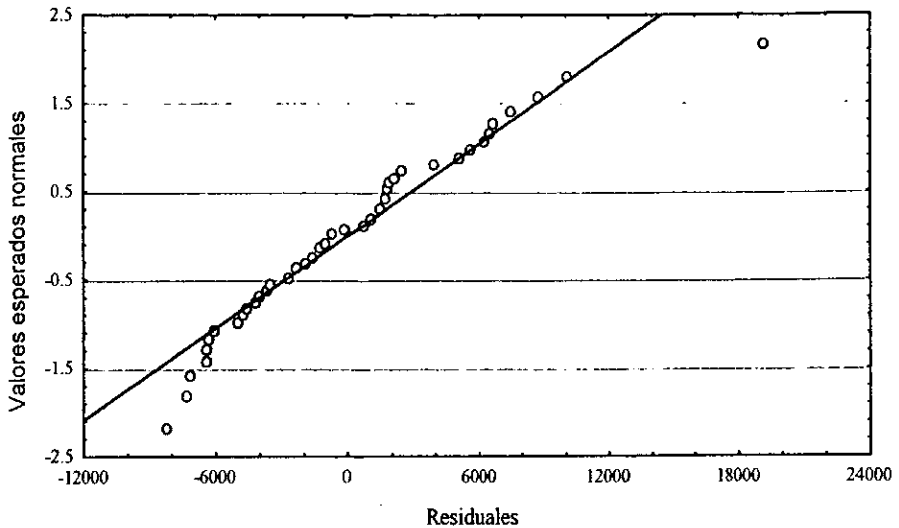
Para el supuesto de normalidad utilizaremos primero el método gráfico nuevamente y después la prueba Lilliefors para normalidad.

Distribución de residuales estandarizados



Realmente al comparar esta gráfica con respecto a la del modelo anterior podríamos afirmar que no se logró ninguna mejoría en cuanto a la normalidad de los residuales, pero concluir de esta manera es algo drástico por lo que vale la pena revisar la siguiente gráfica y la prueba para ver en conjunto que concluimos.

Gráfica de residuales en papel normal



Esta gráfica si nos permite observar una mejora relativa, pero para asegurar nuestra decisión le daremos un tratamiento más formal realizando la prueba de hipótesis:

H_0 : Los residuales tienen distribución Normal con media y varianza no Especificados.

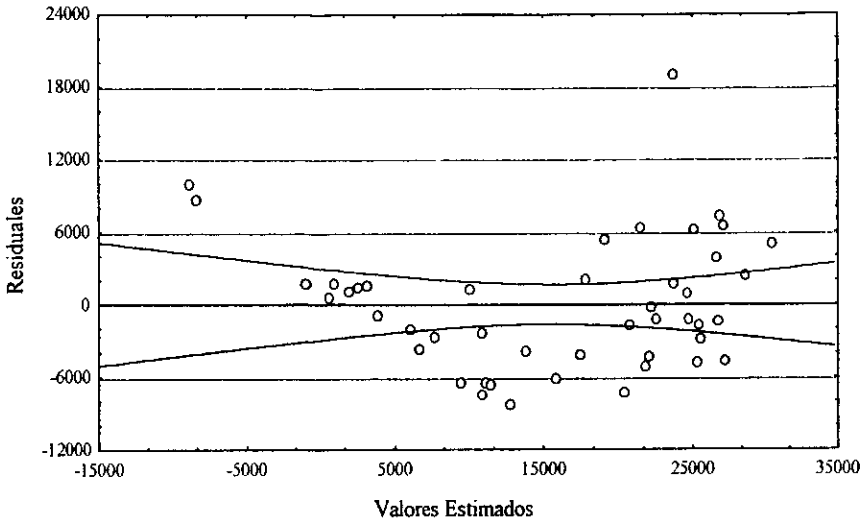
vs. H_a : La función de distribución de los residuales no es normal.

La estadística de prueba es $d = 0.11339$, la regla de decisión es rechazar H_0 al nivel α si d excede el cuantil $W_{1-\alpha}$, es decir, si $\alpha = 0.05$ entonces $W_{0.95} = 0.13063$.

Por lo tanto, como $d < W_{0.95}$ entonces no rechazamos la hipótesis nula y con esto podemos concluir que los residuales tienen una distribución normal.

Otro supuesto que no se cumplió en el modelo anterior fue el de varianza constante, veremos si las transformaciones lograron estabilizar la varianza y como en todos nuestros análisis de residuales, las gráficas no nos han permitido ser concluyentes, también volveremos a plantear la prueba de heterocedasticidad de Bartlett.

Valores Estimados vs. Residuales



Al parecer hay una aparente mejora con respecto al modelo anterior, pero no parece que sea lo suficiente como para aseverar que el supuesto de varianza constante se está cumpliendo.

La prueba de heterocedasticidad se vuelve a plantear como:

H_0 : Homogeneidad de varianzas
en las k poblaciones.

vs.

H_a : No homogeneidad de varianzas
en las k poblaciones.

Recordemos que Bajo H_0 , B se distribuye como una $\chi^2_{(k-1)}$. La regla de decisión es rechazar H_0 al nivel de significancia α si B excede el cuantil $W_{1-\alpha}$, es decir, si $\alpha = 0.05$ entonces $W_{0.95} = 15.5$ que es el cuantil 0.95 de una Ji-cuadrada. Apoyándonos en el paquete Statistica obtenemos $B = 18.23166$, por lo tanto rechazamos la hipótesis nula y entonces tenemos que el supuesto de varianza constante no se cumple nuevamente.

En conclusión podemos decir que a pesar de realizar las transformaciones $X'_i = \text{Ln}(X_i)$ para $i = 1, 2, 3$ el modelo no presenta varianza constante, esto nos puede traer algunas consecuencias desfavorables, como por ejemplo: los estimadores podrán tener grandes desviaciones estándar, como consecuencia de lo mencionado anteriormente los intervalos de confianza para los parámetros serán grandes y las pruebas pueden llegar a tener baja sensibilidad. Afortunadamente nuestro objetivo no es el de realizar inferencia por que entonces si tendríamos serios problemas, en cambio lo que tratamos es buscar una relación que pudiera explicar el comportamiento del PIB per cápita en base a las variables que definimos. Por lo que al tener un modelo que no presenta autocorrelación, tiene normalidad

en sus residuales, tiene un buen poder explicativo y en el cual todas las variables aportan información importante al modelo podemos calificar como satisfactorios nuestros resultados.

Por otro lado, comprobamos empíricamente relaciones muy importantes para el desarrollo del modelo que se presentará en el capítulo siguiente, como son:

- El gasto público en educación per cápita tiene un efecto positivo para el desarrollo del PIB per cápita en los países de la muestra.
- El desenvolvimiento de la investigación básica de manera conveniente en los países apoya el desarrollo económico.
- La razón de dependencia de la población afecta al PIB per cápita de manera negativa, pero cabe mencionar que este efecto será tan grande o tan pequeño dependiendo de la razón que presente cada nación.

Un par de puntos que es importante aclarar son, en primer lugar que los dos análisis de regresión no presentan el problema de multicolinealidad ya que en el inciso anterior al revisar la matriz de correlaciones para realizar el estudio descriptivo tuvimos la precaución de no incluir en el modelo variables que estuvieran altamente correlacionadas. En segundo término, los dos modelos no presentan intercepto, esto debido a que en ambos casos presentan un mejor ajuste sin el intercepto que aquellos en los que si se tomaba en cuenta.

2.3 ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS

Hemos visto que podemos explicar el comportamiento del PIB per cápita a través de diferentes variables que en resumen las podríamos concentrar dentro del gasto que realiza el gobierno en educación pública, la manera de generar investigación en una nación y su crecimiento demográfico. Teniendo en cuenta que tenemos los datos para los diferentes países y para cada una de estas variables, es conveniente estudiar la clasificación de las naciones de acuerdo a los hechos que presentan sus datos y no a las relaciones o convenios internacionales que pueden involucrar otros intereses y que nos llevan a encasillar a los países en diferentes asociaciones, independientemente de si su realidad es acorde con dicha clasificación.

Para esto realizaremos un análisis multivariado definiéndolo como un conjunto de técnicas que describen o modelan el comportamiento de dos o más variables hechas sobre los individuos que provienen de una o varias poblaciones. En esta parte utilizaremos la técnica llamada análisis de conglomerados (cluster analysis) que nos dará una clasificación de los países en grupos, sin involucrar ninguna suposición, sólo se tomarán en cuenta los datos de las naciones para las siguientes variables:

- **Gasto Público en Educación per cápita.**
- **Investigación Básica.**
- **Razón de Dependencia.**

Y sólo agregaremos una variable más, **Gasto de las empresas en I&D**, medido en millones de dólares americanos. Ya que consideramos importante que no sólo el gobierno cargue con la responsabilidad de generar las condiciones propicias para realizar investigación y

desarrollo en un país sino por el contrario, debe ser un compromiso de la sociedad en general para poder generar un crecimiento económico sostenido.

Dentro del análisis de conglomerados se tienen diferentes técnicas de clasificación jerárquica, para el estudio que realizaremos hemos elegido el método de Ward. Su procedimiento busca optimizar los grupos de manera que se minimizarán las pérdidas de información en cada etapa de agrupamiento. Ward mide la pérdida de información a partir de la suma de cuadrados de las desviaciones respecto a la media.

Consideremos un ejemplo univariado muy sencillo para poder notar las ventajas de este método:

$$\text{Suma de Cuadrados} = \sum (X_i - \bar{X})^2 \quad \text{para } i = 1, \dots, n$$

Supongamos que tenemos los valores de cierta variable medida a 10 individuos: 2, 6, 5, 6, 2, 2, 2, 0, 0, 0. El promedio de los diez valores es 2.5, entonces la suma de cuadrados sería:

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = (2-2.5)^2 + (6-2.5)^2 + \dots + (0-2.5)^2 = 50.5$$

Si ahora se ordenan los valores y se agrupan de la siguiente forma:

(0,0,0), (2,2,2,2), (5), (6,6) la suma de cuadrados sería la suma de las desviaciones al cuadrado con respecto a cada grupo. Como en este caso la media de cada grupo es igual a sus elementos, pues todos son iguales, resulta que la “suma de cuadrados total” es igual a cero. Esto es, no hay pérdida de información en este agrupamiento.

Dado que se desea encontrar una estructura de grupos (con base en las variables), es necesario definir una medida de la proximidad o similitud entre las variables. Para nuestro caso, consideraremos la distancia Euclidiana que se define como:

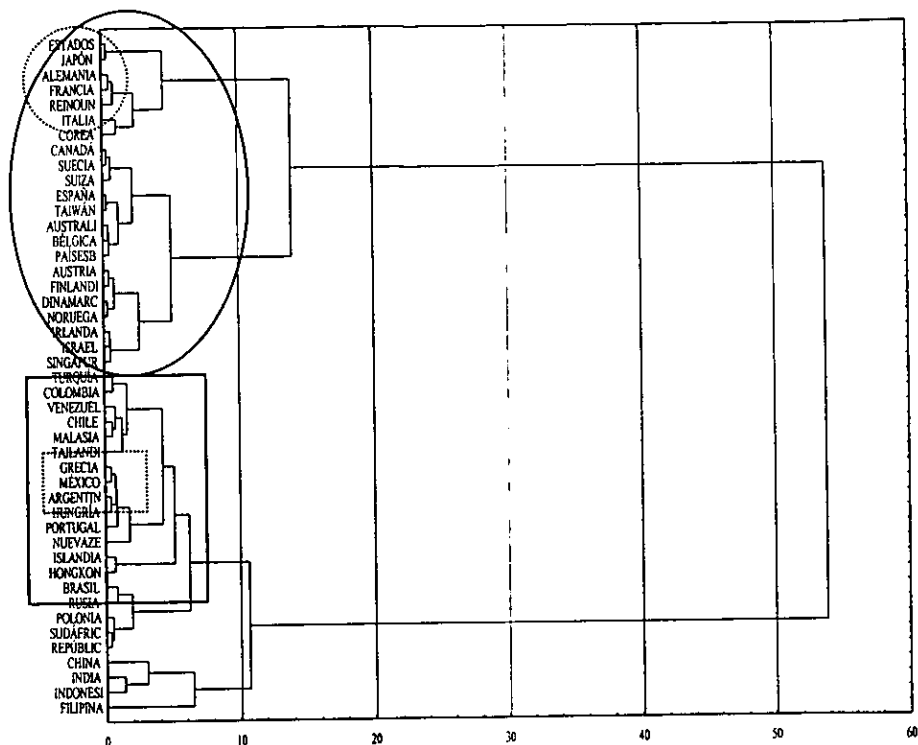
$$d(x, y) = [(x-y)'(x-y)]^{1/2} \quad \text{donde } x'=(x_1, \dots, x_p) \text{ y } y'=(y_1, \dots, y_p) \text{ son los}$$

vectores de atributos para dos individuos considerando p variables.

Una vez definido el método y distancia a usar, se genera una matriz de similitudes entre los individuos y en base al algoritmo de clasificación se forma un dendrograma que es un diagrama de dos dimensiones el cual ilustra la fusión hecha en cada paso del análisis.

Utilizando el paquete Statistics, obtenemos un dendrograma generado a partir de 45 vectores de dimensión 4. Hay que mencionar que se utilizaron los datos de las variables nombradas después de aplicarles la función logaritmo natural, esto debido a que permite una mejor apreciación del diagrama.

Dendrograma (Método de Ward - Distancia Euclidiana)



Si tuviéramos que hacer una clasificación de los países de la muestra con el sólo hecho de saber cuanto es lo que gastan en educación pública, en investigación y desarrollo tanto el sector público como el privado y cual es su razón de dependencia de la población obtendríamos una clasificación muy parecida a la que se da actualmente ya que se tiende a clasificar a los países que son “ricos” o industrializados y a los “pobres” o en vías de desarrollo con naciones que son de su misma categoría en cuanto a desarrollo económico se refiere. Pero aquí empiezan a aparecer ciertos fenómenos extraños, como por ejemplo:

- Si observamos el dendrograma podemos identificar primeramente a la mayoría de los integrantes del grupo de los 7 (excepto Canadá) formando un conglomerado que se encuentra señalado por la elipse con línea discontinua. ($d \approx 5$)
- En segundo lugar podemos encontrar una elipse con línea continua que contiene al primer grupo y a otros dos conglomerados que se unen en uno solo ($d \approx 12$). En este último conglomerado se encuentran la mayoría de los países de la OCDE que incluimos en la muestra. Al observarlos detenidamente podemos decir que se

encuentran los más desarrollados de acuerdo al análisis descriptivo que se realizó previamente.

- Al final tenemos un par de rectángulos que contienen a México, a su alrededor podemos ver que también se encuentran los países de la muestra que pertenecen a la OEA y otros más que los podríamos considerar como naciones en vías de desarrollo. El detalle extraño es que México es considerado como miembro de la OCDE siendo que estamos muy distantes, sólo el conglomerado al que pertenece nuestro país y el de los otros miembros de la OCDE se unen en uno final a una distancia de 54, lo cual es notorio ya que claramente se pueden visualizar dos grupos de naciones muy alejadas debido a sus características.

Ya habíamos comparado a México con los demás países para cada una de las variables y en ese entonces nos percatamos de la evidente diferencia que existe entre México y los otros miembros de la OCDE, por lo que no nos debe parecer extraño que de acuerdo a nuestras características estemos siendo clasificados junto a países en vías de desarrollo. A continuación vamos a ver el problema desde el punto de vista opuesto, es decir, vamos a dar la clasificación que se da de antemano mundialmente y vamos a seleccionar a cuatro países (incluyendo a México) para ver en dónde los tenemos que asignar de acuerdo a sus características dados grupos ya definidos.

2.4 ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Ésta es otra técnica del análisis multivariado que difiere con el análisis de conglomerados en que el discriminante ya tiene los grupos formados a priori. Su objetivo es clasificar a los individuos en uno y sólo uno de los grupos que se tienen como alternativa. Dicha asignación se hace con base en el vector de atributos de cada individuo y por medio de las funciones de clasificación.

El problema de discriminación puede ser establecido formalmente como se describe a continuación:

Asumiendo que tenemos g poblaciones o grupos D_1, D_2, \dots, D_g . El objetivo del análisis discriminante es asignar un individuo a uno de estos grupos en base al conjunto de observaciones

x_1, \dots, x_p . Si asociada con cada población D_j existe una función de densidad de probabilidad para las observaciones, de la forma $f_j(x)$ donde $x' = (x_1, \dots, x_p)$, entonces una regla intuitivamente sensible para la clasificación sería la siguiente:

Asignar el individuo con vector de atributos x , a D_j si $f_j(x) = \max f_i(x)$ para $i = 1, \dots, g$

Al igual que en el análisis de conglomerados, el discriminante tiene diferentes métodos para clasificar a los individuos. Las diferencias entre métodos aparecen debido a la variedad de supuestos distribucionales hechas sobre las variables descritas para cada objeto o individuo que va a ser clasificado. Como en otras áreas en las que se emplea la estadística, los métodos basados en el supuesto de normalidad son los más ampliamente usados en la

práctica. Nosotros nos enfocaremos en uno nada más, en el método de “función lineal discriminante de Fisher”.

Función Lineal Discriminante de Fisher

Las reglas de discriminación derivadas del supuesto de que las variables se distribuyen normalmente involucran el conocimiento de los valores poblacionales del vector de medias y de la matriz de covarianzas. En la práctica tal conocimiento no es posible, pero asumiendo la suposición de que los grupos se distribuyen con una densidad normal multivariada entonces podemos reemplazar los valores poblacionales por los estimadores máximo-verosimiles:

$$\hat{\mu}_i = \bar{x}_i \quad \text{para } i = 1, \dots, g$$

$$\hat{\Sigma} = S = \frac{1}{n} \sum n_i S_i \quad \text{donde } n = n_1 + \dots + n_g$$

Para $g = 2$ se asignará un individuo con vector de atributos x a D_1 si $a'[x - \frac{1}{2}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)] > 0$

donde $a = S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$, la función $a'x$ es conocida como la función lineal discriminante. Esto aparece de asumir una distribución normal multivariada dentro de cada población. Sin embargo, fue primeramente sugerido por Fisher en 1936, usando un argumento que no envuelve directamente el supuesto de normalidad. La idea de Fisher fue encontrar una combinación lineal de las p variables tal que separara las poblaciones tanto como fuera posible y mostró que para cualquier combinación, $a'x$, el cuadrado de la diferencia de medias muestrales dividida por el estimador de la varianza conjunta es maximizada tomando $a = S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$. Consecuentemente la regla de discriminación se espera que actúe bien aun cuando el supuesto de normalidad no sea totalmente justificado.

Un aspecto interesante de lo que propuso Fisher es que es posible obtener los coeficientes que definen la función lineal discriminante usando una aproximación con regresión. Se define una variable ficticia (dummy), y , la cual toma diferentes valores para los miembros de D_1 y D_2 . Si el conjunto de datos es tratado como una muestra en conjunto, los coeficientes en la regresión de y con respecto a x son proporcionales a $S^{-1}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$. Dos valores cualesquiera se pueden usar para identificar los grupos, pero los más convenientes son $n_2/(n_1+n_2)$ para las observaciones de D_1 y $-n_1/(n_1+n_2)$ para los datos de D_2 . Ahora un futuro individuo será asignado en D_1 o en D_2 de acuerdo a su correspondiente valor estimado de y , es decir, dependiendo de si es negativo o positivo.

Situándonos nuevamente en nuestro problema, tenemos que establecer dos grupos tales que podamos clasificar a los países de acuerdo a su desarrollo económico, una manera sencilla de hacerlo es mediante una hoja de cálculo, ordenándolos de mayor a menor conforme a sus datos para las cuatro variables definidas, además de tomar en cuenta la

clasificación de cada nación con respecto a si es miembro de la OCDE o si no pertenece a esta organización.

De tal modo que los dos grupo quedaron de la siguiente forma:

En el primer grupo (D_1) estarán los países industrializados como son, Alemania, Australia, Austria, Bélgica, Dinamarca, España, Estados Unidos, Finlandia, Francia, Irlanda, Israel, Italia, Japón, Noruega, Nueva Zelanda, Países Bajos, Reino Unido, Singapur, Suecia, Suiza y Taiwán. Por otro lado, en el grupo (D_2) de las naciones en vías de desarrollo se encuentran, Argentina, Brasil, Chile, China, Colombia, Corea, Filipinas, Grecia, Hong Kong, Hungría, India, Indonesia, Malasia, Polonia, Portugal, República Checa, Rusia, Sudáfrica, Tailandia y Venezuela.

Los países que dejamos libres para asignarlos después de encontrar las funciones de clasificación son: Canadá, Islandia, México y Turquía.

Utilizando la aproximación de regresión que Fisher propuso, obtenemos la función de clasificación siguiente, aunque hay que mencionar que para la regresión se emplearon los datos afectados por la transformación logaritmo natural ya que con esta transformación se obtuvo una mejor asignación por parte de los datos que forman los dos grupos.

Las variables ficticias que se introdujeron son:

$$\text{Para } D_1, \quad y = 20/41$$

$$\text{para } D_2, \quad y = -21/41$$

La función de clasificación es

$$\hat{y} = -2.95178249 + 0.54582865 X_1 + 0.17958366 X_2 + 0.18128032 X_3 + 0.04745773 X_4$$

donde

$$X_1 = \ln(\text{Investigación Básica})$$

$$X_2 = \ln(\text{Razón de Dependencia})$$

$$X_3 = \ln(\text{Gasto Público en Educación per cápita})$$

$$X_4 = \ln(\text{Gasto de las Empresas en I\&D})$$

Con esta regla discriminante que asigna un cierto país a D_1 si $\hat{y} > 0$ y lo clasifica en D_2 si $\hat{y} < 0$ obtuvimos el cien por ciento de clasificación correcta en los dos grupos.

Ahora vamos a clasificar a Canadá, Turquía, México e Islandia para saber si de acuerdo a los datos que presentan tienen que ser asignados como naciones industrializadas o como países en vías de desarrollo.

Canadá es un país en el cual sus empresas invirtieron alrededor de 5,970 millones de dólares en I&D en 1997, el gobierno aportó para la educación per cápita 1,331.9 dólares, obtuvieron una calificación en investigación básica de 5.75 y su razón de dependencia de la población es de 48.6, por lo que obtuvo un valor estimado positivo ($\hat{y} = 0.417233$) en la función de clasificación, lo que quiere decir que se le debe clasificar como país industrializado.

Turquía tiene una calificación en investigación básica de 3.53, una razón de dependencia de 65, un gasto público en educación per cápita de 73.1 dólares y una inversión por parte de sus empresas en investigación y desarrollo de 242 millones de dólares, con esto alcanzó un valor estimado negativo ($\hat{y} = -0.4751616$) por lo que ha sido clasificado como nación en vías de desarrollo.

Islandia tiene una razón de dependencia de 55.5, un gasto público en educación de 1,138 dólares, una inversión de sus empresas en I&D de 34 millones de dólares y una calificación en investigación básica de 4.78, con lo que obtiene un valor estimado positivo ($\hat{y} = 0.066438$), con esto lo asignamos dentro de los países industrializados.

Por último y como más importante México, con una razón de dependencia de la población de 66.7, es decir, la más alta de estos cuatro países. Una calificación en investigación básica de 3.07, una inversión por parte de las empresas de 184 millones de dólares en 1997 y un gasto público en educación de manera per cápita de 207 dólares. Al evaluar estos datos en la función de clasificación tenemos $\hat{y} = -0.37104456$ por lo que México debe ser clasificado al lado de los países en vías de desarrollo.

Quizás esto no nos parece nada asombroso ya que en el análisis de conglomerados nos pudimos percatar de las distancias que existen entre los países industrializados y México, pero entonces nos vemos obligados a formularnos la siguiente pregunta: ¿Por qué si México y Turquía de acuerdo a su realidad son clasificados como países en vías de desarrollo, también son considerados como miembros de la OCDE?

2.5 CONCLUSIONES DEL ANÁLISIS DE DATOS

A pesar de que cada uno de los estudios anteriores sirve para analizar a todos los países de la muestra debido a que se cuenta con la base de datos para todas las variables, como lo mencionamos desde el principio del capítulo sólo nos compete lo concerniente a México, así que los presentes comentarios serán entorno a él.

Hemos visto que una gran parte de la variabilidad del PIB per cápita de los países puede ser explicado mediante el gasto en educación pública, la razón de dependencia de la población y la investigación básica, de estas variables la única que influye de manera negativa es la razón de dependencia. Ha sido importante estudiar esta relación, ya que cualquier función del PIB nos puede auxiliar en los análisis del crecimiento económico, este crecimiento es importante debido a que a la larga determina el desarrollo de las naciones. Necesariamente a diferentes grados de desarrollo económico tenemos que tener segregaciones entre los países, al igual que en la naturaleza, la selección natural clasifica a

los individuos de cada especie en fuertes o débiles. En el caso de las naciones la clasificación se puede dar por diversos criterios pero el que nos interesa a nosotros es el referente a su desarrollo económico, que lo podemos estudiar de manera indirecta si tomamos en cuenta las variables mencionadas anteriormente, ya que éstas nos pueden explicar de manera aceptable el comportamiento de la economía desde un punto de vista más específico. Por ejemplo, nosotros generamos una clasificación con grupos formados tanto a priori como a posteriori que nos revelaron que México a pesar de pertenecer a asociaciones de países industrializados tiene características de una nación en vías de desarrollo, pero esto puede ser justificado al revisar los siguientes aspectos:

- El PIB per cápita de México es en promedio tres veces inferior a los países que fueron tomados en cuenta para los diferentes análisis del presente capítulo. Esto sólo es el reflejo de la pobre infraestructura con la que contamos para sustentar un crecimiento económico sostenido, al referirnos a la escasa infraestructura nos remitimos a los hechos de que la inversión realizada en I&D es extremadamente pobre, ya no vale la pena comparar más las cifras. Tenemos también la calificación mínima que fue otorgada a los miembros de la OCDE en investigación básica. El gasto público promedio que destinan los países de la muestra a educación es el doble de lo que en México se asigna.
- Somos un país con un crecimiento demográfico importante, lo que genera una constante demanda de condiciones favorables para la vida por parte de las nuevas generaciones que vienen empujando, si bien es cierto que el costo comparativo de vida es menor que en otras naciones también hay que decir que la calidad de vida en nuestro país está muy por debajo del promedio de la muestra. Esto se convierte en un círculo vicioso ya que la pobre inversión en capital humano trae como consecuencias que no poseamos una sociedad democrática y estable ya que esto es imposible sin un grado mínimo de alfabetismo y conocimientos por parte de los ciudadanos y sin un conjunto de valores en común. La educación puede contribuir a ambos, es decir, la educación de un niño beneficia a la sociedad con estabilidad.
- Pero el propósito de este trabajo no sólo es remarcar algunos de los aspectos en los que hemos fallado como país sino plantear una vía alternativa de solución con base en la inversión en capital humano, es decir, educación. El progreso en el sector educativo debe ser causado por estrategias eficientes como por ejemplo el poner más atención en dar buenos cimientos a los estudiantes y no en tratar de establecer un excelente sistema universitario al que pocos tienen alcance o que harán un mal uso de él sino se tienen buenas bases para aprovecharlo. Hay que romper con los círculos viciosos mediante ciclos virtuosos, la estrategia es promover la educación y el trabajo capacitado que nos proporcione equidad en ingreso y bienestar.
- Es importante establecer que dicha tarea no debe caer como responsabilidad única del gobierno, la tradición de que el estado se haga cargo de la educación ha traído como consecuencia que esto se de por hecho y se le ha dado la obligación indiscriminada de ofrecerla a toda costa. El papel del gobierno debe ser el tener un estándar mínimo para el funcionamiento de las instituciones de educación y la sociedad en general debe comprender los beneficios que recibirá al realizar inversiones en capital humano.
- El problema de generar crecimiento económico sostenido debe ser considerado como un reto a largo plazo y que no tiene una solución mágica en los próximos 5 años. Todo

esto en conjunto nos lleva a plantearnos la necesidad de desarrollar un modelo que garantice de manera óptima el desarrollo económico de nuestro país por medio del establecimiento de buenos fundamentos en la población, educar a la población de manera que se genere una sociedad más democrática y estable que a través del trabajo especializado pueda a la larga generar la investigación y desarrollo básicos necesarios para poder establecer la conexión clave entre las necesidades de las empresas y nuestros centros de investigación y universidades para así poder crecer todos juntos como nación en cuestión de riqueza y bienestar.

CAPÍTULO III

EL MODELO

3.1 INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Sin ningún género de dudas, la teoría del crecimiento económico es la rama de la economía de mayor importancia y la que debería ser objeto de mayor atención entre los investigadores económicos. No es difícil darse cuenta que pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento, sostenidas durante largos periodos de tiempo, generan enormes diferencias en niveles de ingreso per cápita. Para poner un ejemplo, el producto interno bruto (PIB) per cápita de los Estados Unidos, pasó de 2,244 dólares en 1870 a 18,258 dólares en 1990¹⁴. Es decir, en poco más de un siglo, el PIB se multiplicó por ocho. Este sustancial cambio, que representó una tasa de crecimiento anual del 1.75 por ciento, convirtió a los Estados Unidos en el país más rico del mundo.

Para ver lo que esta tasa de crecimiento significa, imaginemos tres países hipotéticos cuyo PIB en el año 1870 es idéntico, pero cuyas tasas de crecimiento medio han diferido en un simple uno por ciento. Supongamos que el país A ha tenido una tasa de crecimiento del 1.75 por ciento, la misma tasa que los Estados Unidos. Consideremos ahora el país B con una tasa de crecimiento del 0.75 %, el nivel de 1990 no hubiera sido de 18,258 dólares sino de 5,519 dólares: menos de una tercera parte. Esto significa que, en lugar de ser el país más rico del mundo, Estados Unidos tendría un ingreso per cápita del nivel de México o Hungría y disfrutaría de 1,000 dólares menos por persona que Portugal o Grecia. ¡Y la diferencia entre uno y otro escenario es solamente un punto porcentual en la tasa de crecimiento!

Si imaginamos ahora un país C con una tasa de crecimiento del 2.75 por ciento, manteniendo constante el nivel inicial, el PIB per cápita en 1990 hubiera sido de 60,841 dólares, que es 27 veces mayor que el nivel descrito en 1870. Ese nivel de PIB por persona es tres veces mayor que el nivel efectivamente disfrutado por la economía norteamericana en 1990. Vemos pues, que pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento a largo plazo pueden dar lugar a grandes diferencias en los niveles de ingreso per cápita y de bienestar social a largo plazo.

Es importante mencionar, que tasas de crecimiento entre 0.75 y 2.75 por ciento son razonables a la vista de las experiencias de los distintos países de nuestro mundo actual. Por ejemplo, la tasa media de crecimiento anual de la India entre 1900 y 1987 fue del 0.64 %, la de Pakistán del 0.88 % y la de Filipinas del 0.86 %. Al otro extremo están las economías de Japón y Taiwan, cuyas tasas anuales fueron del 2.95 y 2.75 por ciento respectivamente. Es decir, el mundo en el que nos movemos ha visto países cuyas tasas de crecimiento a largo plazo estaban cerca del 0.75 % y países cuyas tasas estaban cerca del 2.75 %. Por lo tanto, el ejercicio comparativo entre los países A, B y C no parece descabellado.

En las economías de la vida real, el crecimiento no siempre es sostenido, los países sufren fluctuaciones cíclicas, periodos de auge y de recesión. La mayor parte de la teoría macroeconómica trata de investigar las causas de dichos movimientos cíclicos y las maneras de evitar los periodos de recesión y estancamiento. Por lo tanto, el objetivo primordial de la investigación debe ser el descubrimiento de los factores que determinan la tasa de crecimiento a largo plazo y las políticas que los pueden afectar.

A partir de ese momento, la teoría del crecimiento se convirtió en un mundo matemático de alta complejidad y reducida relevancia. El objetivo de los investigadores era cada vez más la pureza y elegancia matemática, y cada vez menos la aplicabilidad empírica. La pérdida del

¹⁴ Ambos medidos en dólares reales de 1985.

contacto con la realidad hizo que las llamadas teorías del desarrollo económico tomaran el relevo y se convirtieran en la única rama que estudiaba el crecimiento económico a largo plazo desde un punto de vista aplicado. Los economistas del desarrollo utilizaban modelos de poca sofisticación matemática (aunque empíricamente útiles), lo que limitaba las posibilidades de esta rama de la economía. A principios de los años setenta, la teoría del crecimiento murió miserablemente sumergida en su propia irrelevancia. Los macroeconomistas pasaron a investigar el ciclo económico y demás fenómenos de corto plazo.

La publicación en 1986 de la tesis doctoral de Paul Romer (escrita en 1983) y la consiguiente contribución de Robert Lucas (1988) hicieron renacer la teoría del crecimiento económico como campo de investigación activo. Estos nuevos investigadores tuvieron como objetivo crucial la construcción de modelos en los que, a diferencia de los modelos neoclásicos, la tasa de crecimiento a largo plazo fuera positiva sin la necesidad de suponer que alguna variable del modelo (como la tecnología) crecía de forma exógena. De ahí que a estas nuevas teorías se les bautizara con el nombre de teorías de “crecimiento endógeno”. La primera generación de modelos (Romer (1986), Lucas (1988), Rebelo (1991) y Barro (1991)) consiguieron generar tasas positivas de crecimiento, a base de eliminar los rendimientos decrecientes de escala a través de externalidades o de introducir capital humano.

Una segunda generación de contribuciones (Romer (1990), Aghion y Howitt (1992) y Grossman y Helpman (1991)) utilizó el entorno de competencia imperfecta para construir modelos en los que la inversión en investigación y desarrollo (I+D) de las empresas generaba progreso tecnológico de forma endógena. En estos modelos, la sociedad premia a las empresas investigadoras con el disfrute de poder monopolístico si éstas consiguen inventar un nuevo producto o si consiguen mejorar la calidad de productos ya existentes. En este tipo de entornos, la tasa de crecimiento tiende a no ser óptima de Pareto, por lo que la intervención gubernamental es decisiva. En este sentido, la aparición de gobiernos que garanticen los derechos de propiedad física e intelectual, que regulen el sector financiero y exterior y eliminen las distorsiones, y que mantengan un marco legal garante del orden es deseable. El gobierno, por lo tanto, juega un papel importante en la determinación de la tasa de crecimiento a largo plazo.

Una de las principales diferencias entre la nueva generación de economistas y la de los años setenta es el gran interés que los investigadores actuales prestan a los temas de carácter empírico. Más que por la pureza y elegancia matemática, los economistas modernos se han dejado guiar por los datos y las experiencias económicas reales de los diferentes países del mundo. Así pues, los trabajos empíricos han jugado un papel importantísimo y es esta interacción constante entre teoría y aplicación lo que hará que, a diferencia de lo ocurrido en el pasado, la literatura del crecimiento económico no muera.

3.2 ELEMENTOS DEL MODELO

3.2.1 Consideraciones Importantes

El cálculo de variaciones es el método clásico para enfrentar problemas de análisis dinámico. Un desarrollo más moderno para lidiar con dichos problemas es encontrado en la teoría del control óptimo. Como su nombre lo dice, la formulación de problemas de análisis dinámico a través de control óptimo, involucra una o más variables de control que sirven como instrumento de optimización. La teoría del control óptimo tiene su principal objetivo en la determinación de la vía de tiempo óptimo para la variable de control (u). Por supuesto una vez encontrado el control óptimo (u^*), podemos encontrar el estado óptimo (y^*).

Un par de preguntas surgen como consecuencia de lo mencionado anteriormente: ¿Qué hace a una variable, una "variable de control"? y ¿Cómo entra esto en un problema de optimización dinámica?. Para responder a esto, consideremos el problema más simple que aparece en el control óptimo desde un punto de vista económico.

Supongamos que existe una economía con una reserva finita de un recurso no renovable S (tal como lo es el petróleo o el carbón), con $S(0)=S_0$. Como este recurso está siendo extraído y usado, la reserva de tal recurso se reducirá de acuerdo a la relación

$$\dot{S}(t) = -E(t)$$

donde $E(t)$ denota la tasa de extracción del recurso al tiempo t . La variable $E(t)$ se califica como una "variable de control" porque posee las siguientes propiedades:

- Es algo que está sujeto a nuestra elección de manera discrecional.
- Nuestro manejo de $E(t)$ afecta a la variable $S(t)$, la cual indica es estado del recurso a cada instante del tiempo.

Consecuentemente, la variable $E(t)$ es como un mecanismo de control con el cual nosotros podemos dirigir la variable estado $S(t)$ a varias posiciones en el tiempo t por medio de la ecuación diferencial

$$\dot{S}(t) = -E(t)$$

mediante una dirección sensata de tal variable de control, nosotros podemos proponernos optimizar criterios (actitudes) expresadas por un objetivo funcional. Para el presente ejemplo podemos postular una sociedad que desea maximizar la utilidad total derivada de usar el recurso no renovable a través de un periodo de tiempo dado $[0, T]$. Si la reserva terminal no está restringida, el problema de optimización dinámica puede tener la siguiente forma:

$$\text{Maximizar } \int_0^T U(E) e^{-\rho t} dt$$

sujeto a $\dot{S}(t) = -E(t)$
 $S(0) = S_0$ y $S(T)$ libre

Como vemos en este ejemplo la variable de control (E) entra en el objetivo funcional. De este modo, podemos ver la necesidad de hacer uso de las técnicas¹⁵ de optimización de la teoría del control óptimo para enfrentarnos a los problemas que aparezcan a continuación.

Desde una perspectiva de crecimiento, los recursos gubernamentales pueden ser gastados en dos diferentes formas. Los recursos pueden ser asignados para usos que sostengan el crecimiento y para usos que generen el crecimiento. En este caso, podemos citar que la provisión de servicios de salud es un ejemplo del primero y la provisión de servicios educativos es una muestra del segundo.

Los modelos de crecimiento óptimo tienen 2 ingredientes principales:

- Un proceso de acumulación, el cual puede realmente causar que el crecimiento ocurra.
- Algunos criterios que le permiten al planificador tomar decisiones solamente restringido por la producción potencial de la economía.

Asumiendo que la capacidad de producción de la economía está dada mediante una función de producción, la cual describe la transformación del capital y el trabajo en rendimientos.

La función de producción $Y_t = F(K_t, L_t)$ presenta ciertas características como son las siguientes:

- K_t es el capital acumulable (conocimiento)
- L_t no puede ser acumulado, aunque aumenta a una tasa constante. (recursos no renovables, trabajo)
- Y_t es la producción final (agregada).

La función de producción neoclásica, es aquella que presenta rendimientos constantes a escala ($\alpha + \beta = 1$) y rendimientos decrecientes en cada uno de los factores ($0 < \beta < 1$).

Si consideramos como ejemplo una función de producción Cobb-Douglas tenemos que:

$$Y = AK^\beta L^\alpha$$

donde A es el nivel de tecnología (desarrollo) de la economía. Es importante ya que 2 economías con las mismas cantidades de K y L se pueden diferenciar en su producción debido al valor de A.

¹⁵ Ver Apéndice

si tomamos a L como la población, entonces podemos definir:

$k = \frac{K}{L}$ como el capital per cápita y por lo tanto $\dot{\gamma}_t = \frac{\dot{k}}{k}$ es la tasa instantánea de crecimiento del capital per cápita.

3.2.2 El Objetivo Funcional: La función de utilidad

En el crecimiento neoclásico se permite determinar la trayectoria de consumo de forma óptima. Así que supongamos que la utilidad de los individuos es la suma (Integral por ser caso continuo) de sus funciones instantáneas de utilidad $u(c_t)$, descontadas (valor presente) a la tasa ρ . Entonces el objetivo funcional queda planteado en forma general de la siguiente manera:

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) L_t dt \quad \text{donde,}$$

c_t = consumo per cápita ($c_t = \frac{C_t}{L_t}$)

ρ = tasa de descuento.

L_t = tamaño de la población.

El horizonte temporal es infinito. Este supuesto podría parecer muy poco razonable dado que la vida humana tiene, obviamente un final. No obstante, este modelo se puede interpretar como las herencias intergeneracionales. En este contexto, deberemos suponer que los agentes del modelo son familias, siendo el número de individuos pertenecientes a cada generación L_t , los adultos esperan que el tamaño de sus familias crezca a la tasa n , considerando la influencia neta de la mortalidad y la fertilidad. Aquí consideramos a n como una variable exógena.

Si normalizamos el número de adultos en el tiempo $t=0$ en la unidad, entonces el tamaño de la familia en el tiempo t , la cual corresponde a la población adulta es $L_t = e^{nt}$, por lo

tanto, la tasa de crecimiento de la población $\frac{\dot{L}}{L} = n$ es constante.

Ahora el objetivo funcional toma la forma:

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} u(c_t) e^{nt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} u(c_t) dt$$

La tasa de descuento¹⁶ representa el hecho de que aunque los individuos se interesan por el futuro de sus descendientes, prefieren el consumo presente al de los hijos. El descuento está relacionado con las tasas de preferencias en el tiempo, $\rho > 0$. Un valor grande de ρ significa que los individuos prefieren consumir ahora que después. Se supone, sólo por razones de simplicidad, que la tasa de descuento dentro del tiempo de vida de una persona es la misma a través de las generaciones.

Dado que c_t es el consumo per cápita, $u(c_t)$ que es una función, refleja el flujo de utilidad per cápita derivado de la cantidad de consumo c_t .

Supongamos que $u(c_t)$ es creciente ($u'(c_t) > 0$) y cóncava ($u''(c_t) < 0$), la utilidad instantánea al tiempo t viene dada por el producto entre la utilidad instantánea per cápita y la población ($u(c_t)L_t$). El supuesto de que $u(c_t)$ es cóncava genera un anhelo por un patrón suave de consumo en el tiempo.

También supondremos que $u(c_t)$ satisface las condiciones de Inada:

- La productividad marginal del capital tiende a infinito cuando el capital se aproxima a cero, es decir,

$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty$$

- La productividad marginal del capital se aproxime a cero cuando el capital tienda a infinito, es decir,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$$

- La productividad del capital se aproxima a cero cuando el capital tienda a cero,

$$\lim_{k \rightarrow 0} f(k) = 0$$

Estas condiciones aseguran que el camino de la economía no diverja.

Supongamos que la función de utilidad adopta la siguiente forma:

¹⁶ Ramsey (1928) supone una tasa de descuento nula ($\rho=0$). Así él interpreta al agente optimizador como un planificador social, quien se plantea la elección óptima desde el punto de vista del Estado; por eso considera que la introducción de una tasa de descuento ($\rho > 0$) era éticamente indefendible ya que, mediante este artificio, el Estado estaba ponderando en mayor medida a las generaciones presentes que a las futuras.

$$u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \quad \text{donde } \theta > 0$$

El parámetro θ mide el grado de concavidad de la función de utilidad. Supondremos que las preferencias son intertemporalmente aditivas o fuertemente separables, es decir,

$$u = v(c_1, c_2, \dots, c_t)$$

$$u = v(c_1) + \dots + v(c_t)$$

y cuanto mayor sea θ , mayor será el deseo de alisar el consumo a través del tiempo. Si $\theta=0$, la función de utilidad es lineal, de modo que los individuos no desean alisar el consumo de una forma especial. A medida que θ tiende a uno, la función se transforma en una función de tipo logarítmico.

Si tenemos $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta}$ entonces $\lim_{\theta \rightarrow 1} \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} = \infty$, pero al agregar el término “-1” en

la función de utilidad tenemos que $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ y $\lim_{\theta \rightarrow 1} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} = 0$ por lo que al ser

una forma indeterminada podemos aplicar la regla de L'Hôpital. Entonces

$$\lim_{\theta \rightarrow 1} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} = \lim_{\theta \rightarrow 1} \frac{-c_t^{1-\theta} \ln c}{-1} = \ln c (\lim_{\theta \rightarrow 1} c_t^{1-\theta}) = \ln c$$

con lo que podríamos considerar

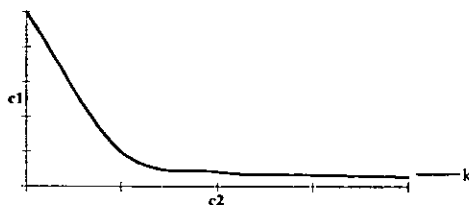
$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \quad \text{para } \theta > 0 \quad \theta \neq 1$$

$$u(c) = \ln c \quad \text{para } \theta \approx 1$$

Además cabe mencionar que $c_t^{1-\theta}$ es creciente si $\theta < 1$ y decreciente si $\theta > 1$, pero al dividir por $1-\theta$ nos aseguramos de que la utilidad marginal del consumo es positiva sin importar el valor de θ .

Con todo esto, podemos ahora visualizar el supuesto de que las preferencias de los individuos (consumidores) son convexas ya que si tomamos el caso más simple en el que un consumidor tiene dos bienes a consumir, entonces tenemos que,

$$u(c_1, c_2) = u(c_1) + u(c_2)$$



$$u(c_1) + u(c_2) = k$$

$$\ln c_1 + \ln c_2 = k$$

$$\ln c_1 c_2 = k$$

$$c_1 c_2 = e^k$$

$$c_1 = \frac{k_0}{c_2}$$

$$\text{sea } k_0 = e^k$$

de lo anterior podemos ver que las preferencias de los individuos son convexas.

Dada la función de utilidad que hemos propuesto $u(c_t) = \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta}$ tenemos que su utilidad

marginal es $u'(c_t) = c_t^{-\theta}$ de aquí podemos ver que la elasticidad marginal con respecto al consumo es igual a la constante $-\theta$ ya que

$$u'(c_t) = c_t^{-\theta} \quad \text{y} \quad u''(c_t) = -\theta c_t^{-\theta-1}$$

$$\frac{c_t u''(c_t)}{u'(c_t)} = \frac{-\theta c_t^{-\theta-1} c_t}{c_t^{-\theta}} = -\theta$$

Ahora relacionaremos este resultado con un punto importante. Definamos la elasticidad de sustitución intertemporal de consumo entre los tiempos t_1 y t_2 como el recíproco del

cambio proporcional en la magnitud de la pendiente de una curva de indiferencia en respuesta a un cambio proporcional en la razón $\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}}$.

Si denotamos dicha elasticidad como σ , entonces encontramos que

$$\sigma = \left[- \frac{\left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right) d \left(\frac{u'(c_{t_1})}{u'(c_{t_2})} \right)}{\left(\frac{u'(c_{t_1})}{u'(c_{t_2})} \right) d \left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)} \right]^{-1}$$

donde $-\frac{u'(c_{t_1})}{u'(c_{t_2})}$ es la (relación técnica de sustitución) magnitud de la pendiente de la curva de indiferencia.

Para nuestro caso particular sea $f \left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right) = \frac{u'(c_{t_1})}{u'(c_{t_2})} = \left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)^{-\theta}$ si calculamos la elasticidad de

la utilidad marginal con respecto al consumo entre 2 puntos el tiempo tenemos:

$$\frac{\left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)}{f} \frac{\partial f}{\partial \left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)} = \frac{\left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)}{\left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)^{-\theta}} \left(-\theta \left(\frac{c_{t_1}}{c_{t_2}} \right)^{-\theta-1} \right) = -\theta \quad \text{por lo tanto} \quad \sigma = \frac{1}{\theta}$$

Ahora si tomamos como $\sigma = -\frac{u'(c_t)}{c_t u''(c_t)}$ tenemos que $\sigma = -\frac{c_t^{-\theta}}{c_t (-\theta c_t^{-\theta-1})} = \frac{1}{\theta}$

Entonces encontramos que para este caso en particular la elasticidad de sustitución intertemporal es la inversa de la magnitud de la elasticidad negativa de la utilidad marginal. En general esto es cierto, si se toma el límite cuando t_2 tiende a t_1 , aunque no se demostrará en este trabajo.

Dado que la elasticidad de sustitución para nuestra función de utilidad es la constante $\sigma = \frac{1}{\theta}$. Por lo tanto, esta forma es llamada la función de utilidad de elasticidad de sustitución intertemporal constante.

Entre más grande sea θ , más rápida es la caída proporcional en $u'(c_t)$ en respuesta a incrementos en c_t y por lo tanto, es menor el deseo de las familias a desviarse de un patrón de consumo uniforme en el tiempo. Cuando θ se aproxima a cero, la función de utilidad se aproxima a una forma lineal en c_t , de modo que los individuos no desean alisar el consumo de alguna manera especial.

Teniendo nuestro objetivo funcional planteado de la siguiente forma:

$$\int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

Para que la utilidad sea finita o esté acotada (de modo que nos enfrentemos a un problema con significado económico), se debe imponer la restricción de que los términos del integrando se aproximen a cero cuando t tienda a infinito.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) = \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} \right) - \frac{1}{1-\theta} \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(\rho-n)t} = 0$$

$$\therefore \rho > n$$

3.3 GASTO PÚBLICO Y CRECIMIENTO

Barro (1990) proporciona una forma alternativa de interpretar la tecnología AK, basada en la introducción de factores de producción de provisión pública en la función de producción. La función de producción presenta rendimientos constantes a escala, pero existen rendimientos decrecientes en cada uno de los factores.

$$Y = f(k, g) = Ak^\beta g^{1-\beta} \quad 0 < \beta < 1$$

donde g es un bien privado cuya provisión corre a cargo del estado, se puede considerar como un bien público parcialmente rival.

Cada individuo representa una parte muy reducida del tamaño de la economía, de forma que toma el gasto público como dado. Supongamos un equilibrio en el presupuesto, por lo que no se permite la existencia de déficit público. Como lo que nos interesa es el largo plazo, entonces este supuesto es razonable.

La única fuente de ingresos públicos es un impuesto sobre la renta, con un tipo de gravamen constante e igual a τ .

Entonces el problema de los consumidores es:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt \\ \text{Sujeto a} \quad & \dot{k} = (1-\tau)Ak^\beta g^{1-\beta} - c - (\delta+n)k \\ & k_0 > 0 \\ & g \text{ dado} \end{aligned}$$

como vemos en la dinámica del stock del capital per cápita, los individuos toman en consideración su ingreso después de impuestos. δ es la tasa de depreciación que se considera constante al igual que la tasa de crecimiento de la población (n).

El estado recauda $\tau Ak^\beta g^{1-\beta}$ unidades de renta y las transforma en bienes públicos (g). Entonces la restricción presupuestaria del sector público puede expresarse como $g = \tau y = \tau Ak^\beta g^{1-\beta}$.

Que los agentes individuales tomen el gasto público como dado quiere decir que estos resuelven su problema de optimización sin ser conscientes del efecto que tienen sus decisiones de inversión.

El Hamiltoniano de este problema es:

$$H = e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + \lambda [(1-\tau)Ak^\beta g^{1-\beta} - c - (\delta+n)k]$$

las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} - \lambda$$

$$e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta} = \lambda$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial c^2} = -\theta e^{-(\rho-n)t} c^{-\theta-1} < 0$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda \left[(1-\tau) A \beta k^{\beta-1} g^{1-\beta} - (\delta+n) \right]$$

$$\dot{\lambda} = -\lambda \left[(1-\tau) A \beta \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\beta} - (\delta+n) \right]$$

La condición de transversalidad está dada por $\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda(t)k_t = 0$

Si tenemos $e^{-(\rho-n)t} c_t^{-\theta} = \lambda(t)$, tomando logaritmos y derivando con respecto al tiempo de ambos lados

$$-(\rho-n)t - \theta \ln c_t = \ln \lambda(t)$$

$$-(\rho-n) - \theta \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{\dot{\lambda}(t)}{\lambda(t)}$$

$$(\rho-n) + \theta \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \left[(1-\tau) A \beta \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\beta} - (\delta+n) \right]$$

$$\gamma_{c_t} \equiv \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta} \left[(1-\tau) A \beta \left(\frac{g}{k} \right)^{1-\beta} - \delta - \rho \right]$$

Por lo tanto, el crecimiento del consumo debe ser proporcional a la diferencia que existe entre la tasa de rendimiento (productividad marginal neta del capital después de impuestos) y el término ρ .

Para expresar el tipo impositivo τ tendremos que trabajar con la restricción presupuestal del gobierno

$$g = \tau y = \tau A k^{\beta} g^{1-\beta}$$

$$\tau = \frac{g}{y} = \frac{g}{A k^{\beta} g^{1-\beta}}$$

$$\tau = A^{-1} \left(\frac{g}{k} \right)^{\beta}$$

$$\frac{g}{k} = (A\tau)^{1/\beta}$$

sustituyendo en γ_{c_t} , tenemos

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta} \left[(1-\tau)A\beta(A\tau)^{\frac{1-\beta}{\beta}} - \delta - \rho \right]$$

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta} \left[\beta A^{\frac{1}{\beta}} (1-\tau)\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - \delta - \rho \right]$$

Tomemos ahora la ecuación de la dinámica del capital

$$\dot{k} = (1-\tau)Ak^\beta g^{1-\beta} - c - (\delta+n)k$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = (1-\tau)Ak^{\beta-1}g^{1-\beta} - \frac{c}{k} - (\delta+n)$$

$$\gamma_k = (1-\tau)A\left(\frac{g}{k}\right)^{1-\beta} - \frac{c}{k} - (\delta+n)$$

$$\gamma_k = (\vartheta\gamma_c + \rho + \delta)\frac{1}{\beta} - \frac{c}{k} - (\delta+n)$$

$$\frac{c}{k} = (\vartheta\gamma_c + \rho + \delta)\frac{1}{\beta} - \gamma_k - (\delta+n)$$

$$\ln\left(\frac{c_t}{k_t}\right) = \ln\left[(\vartheta\gamma_c + \rho + \delta)\frac{1}{\beta} - \gamma_k - (\delta+n)\right]$$

$$\ln c_t - \ln k_t = \ln\left[(\vartheta\gamma_c + \rho + \delta)\frac{1}{\beta} - \gamma_k - (\delta+n)\right]$$

derivando con respecto al tiempo de ambos lados obtenemos

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} - \frac{\dot{k}_t}{k_t} = 0$$

$$\therefore \gamma_c = \gamma_k = \gamma^*$$

La tasa de crecimiento del consumo es igual a la tasa de crecimiento del capital. El consumo es siempre proporcional al capital, por lo que el capital crece a una tasa constante¹⁷. El modelo no presenta ninguna transición dinámica ya que todos los factores crecen a la tasa dada por γ^* , por lo que la producción debe crecer a esta tasa también.

¹⁷ Definamos estado estacionario como aquella situación en la cual todas las variables crecen a una tasa constante. La tasa de crecimiento del capital en los primeros momentos es grande, pero va disminuyendo con el paso del tiempo, al ir aproximándose la economía a su posición de estado estacionario. Cuando este punto es alcanzado, el crecimiento se detiene. La razón intuitiva que explica la ausencia de crecimiento en el estado estacionario es el supuesto de que los rendimientos del capital son decrecientes y se aproximan a cero.

Algo que es importante mencionar es la relación que debe guardar el tamaño del estado y la tasa de crecimiento de la economía.

$$\gamma_c = \frac{1}{\theta} \left[\beta A^{1/\beta} (1-\tau) \tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - \delta - \rho \right]$$

Esta ecuación relaciona la tasa de crecimiento con el tipo impositivo τ . De la restricción presupuestal del estado tenemos que el tipo impositivo debe ser igual al peso del sector público en la economía. ($\tau = g/y$)

Pero, ¿cuál es la relación existente entre el tamaño del estado y la tasa de crecimiento?

Supongamos $\tau = 0$

La productividad marginal del capital después de impuestos es cero, entonces $g=0$ por lo que $\gamma = (-\rho-\delta)/\theta$ es negativa. Esto se debe a que cuando $\tau = 0$, el estado no puede proveer bienes públicos. Cuando no existen bienes públicos, el rendimiento de la inversión privada es cero.

En el extremo opuesto cuando $\tau = 1$, el estado provee una cantidad enorme de bienes públicos, que hacen que el capital privado sea muy productivo. (Este efecto es universal ya que las acciones del gobierno siempre se tienen que financiar y ello conlleva distorsiones que reducen los incentivos a la inversión y el crecimiento.

El problema entonces estriba en que el rendimiento neto después de impuestos vuelve a ser negativo. Por lo tanto, la tasa de crecimiento γ es negativa.

$$\text{Dada } \gamma = \frac{1}{\theta} \left[\beta A^{1/\beta} (1-\tau) \tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - \delta - \rho \right]$$

podemos encontrar el tipo impositivo óptimo (τ^*) para el crecimiento de la economía,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = \frac{1}{\theta} \beta A^{1/\beta} \frac{d(1-\tau) \tau^{\frac{1-\beta}{\beta}}}{d\tau} = \frac{\beta}{\theta} A^{1/\beta} \frac{d(\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - \tau^{\frac{1}{\beta}})}{d\tau} = 0$$

$$\tau^* = (1 - \beta)$$

Esto indica que el estado puede maximizar el crecimiento de la economía adoptando un tamaño igual al que resultaría del mercado en un equilibrio competitivo con factores de

producción privados. Dicho de otro modo, la participación que viene determinada por la tecnología, $1-\beta$. Ya que $1-\beta$ es el exponente del factor de producción público en la función de producción.

La tasa de crecimiento será:

$$\gamma^* = \frac{1}{\theta} \left[\beta A^{\frac{1}{\beta}} \beta (1-\beta)^{\frac{1-\beta}{\beta}} - \rho - \delta \right]$$

3.3.1 La Economía del Planificador Central y el crecimiento óptimo

El comportamiento del planificador irá más allá de los agentes y tomará en consideración los efectos de la inversión privada sobre los ingresos públicos, que a su vez afectan al resto de los agentes individuales. De otro modo, cuando un individuo decide invertir, se preocupa únicamente de la tasa de rendimiento privado de su inversión. Sin embargo, cuando invierte una unidad adicional de capital está aumentando los ingresos fiscales del sector público. El estado utiliza estos recursos para proveer un mayor número de unidades g . La tasa de rendimiento social es superior a la privada. Pero, dado que cada uno de los productores representa una parte muy reducida de la economía, ninguno de ellos tomará en consideración el rendimiento social, por lo que la inversión privada será inferior a la que sería deseable desde un punto de vista social. De hecho se está produciendo una “externalidad¹⁸ de inversión” que opera a través de la restricción presupuestaria del sector público.

A diferencia de los agentes privados el planificador maximiza la utilidad sujeto a la restricción del sector privado y sujeto a la restricción del presupuesto del sector público.

$$\dot{k} = (1 - \tau) A k^{\beta} g^{1-\beta} - c - (\delta + n)k$$

$$k_0 > 0$$

$$\tau y = \tau A k^{\beta} g^{1-\beta}$$

Estrictamente hablando, el planificador no debería restringirse a utilizar un impuesto sobre la renta. Si se le dejara escoger libremente el tipo de imposición así como también el nivel g , entonces maximizaría sujeto a:

$$\dot{k} = A k^{\beta} g^{1-\beta} - c - (\delta + n)k - g$$

¹⁸ Externalidad es una falla de mercado que conlleva a no tener eficiencia en el sentido de Pareto. Ésta es presente cuando el bienestar de un consumidor o las posibilidades de producción de una firma son directamente afectadas por acciones de otro agente de la economía.

La solución a este problema es idéntica a la mencionada cuando el tamaño del impuesto al nivel óptimo es $1-\beta$.

Regresando al problema del planificador, tenemos que sustituyendo las dos restricciones obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} \quad & U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt \\ \text{Sujeto a} \quad & \dot{k} = (1-\tau)kA^{\frac{1}{\beta}}\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - c - (\delta+n)k \\ & k_0 > 0 \end{aligned}$$

El Hamiltoniano para este problema es,

$$\begin{aligned} H &= e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + \lambda \left[(1-\tau)kA^{\frac{1}{\beta}}\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - c - (\delta+n)k \right] \\ \frac{\partial H}{\partial c} &= e^{-(\rho-n)t} c_t^{-\theta} - \lambda \\ \dot{\lambda} &= -\frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda \left[(1-\tau)A^{\frac{1}{\beta}}\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - (\delta+n) \right] \end{aligned}$$

tomando las sustituciones habituales

$$\begin{aligned} e^{-(\rho-n)t} c_t^{-\theta} &= \lambda \\ \dot{\lambda} &= -\lambda \left[(1-\tau)A^{\frac{1}{\beta}}\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - (\delta+n) \right] \\ -(\rho-n)t - \theta \frac{\dot{c}}{c} &= \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \\ (\rho-n)t + \theta \frac{\dot{c}}{c} &= (1-\tau)A^{\frac{1}{\beta}}\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - (\delta+n) \\ \gamma_{plan} &= \frac{1}{\theta} \left[A^{\frac{1}{\beta}}(1-\tau)\tau^{\frac{1-\beta}{\beta}} - (\delta+\rho) \right] \end{aligned}$$

ESTA TESIS NO DEBE
SALIR DE LA BIBLIOTECA

La diferencia entre esta tasa y la que se obtuvo en el equilibrio competitivo radica en que el la última aparece el parámetro β multiplicando la tasa de rendimiento. Dado que $0 < \beta < 1$ es evidente que

$$\gamma_c < \gamma_{plan}$$

La razón intuitiva es que los agentes privados no toman en consideración el efecto que tienen sus decisiones de inversión en el presupuesto del sector público e indirectamente, a través de éste, sobre la productividad de los demás productores. Puesto que la tasa de rendimiento que ellos perciben es inferior a la tasa social, tenderán a invertir insuficientemente y por este motivo, la economía crecerá a una tasa inferior a la óptima.

La tasa de crecimiento se maximiza para $\tau^* = 1 - \beta$, el mismo resultado que en el equilibrio competitivo. Sustituyendo τ^* en γ_c y γ_{plan} se concluye que la tasa de crecimiento que se alcanza en una economía regida por un planificador central, será superior a la que se obtiene si se deja que los mercados funcionen de manera competitiva.

3.4 EL CRECIMIENTO ECONÓMICO POR MEDIO DE LA ACUMULACIÓN DE CAPITAL HUMANO.

En la tecnología AK se considera el trabajo como capital humano que puede ser susceptible a ser acumulado. Uno de los supuestos implícitos se apoya en el hecho de que el capital físico y el humano eran bienes similares, en el sentido de que ambos podían ser acumulados a partir de unidades de producción detraídas del consumo.

Pero, se puede argumentar que el capital físico y el humano son bienes con propiedades enteramente diferenciadas. En particular la función de producción de capital físico es distinta a la del capital humano (proceso de educación). El proceso de educación requiere relativamente más capital humano que la producción de capital físico. Para acumular capital humano, el individuo debe emplear su propio tiempo, mientras que el capital físico se puede comprar, heredar o regalar sin necesidad de esfuerzo propio.

Lucas explotó esta idea para construir un modelo de dos sectores con crecimiento endógeno. En uno de los sectores, la producción final se obtiene mediante la combinación de capital físico y humano. Este producto final debe ser consumido o transformado en capital físico. En el otro sector, la producción y acumulación de capital humano se hace ex profeso a partir de capital físico y humano. Se considera que la tecnología para la obtención de capital humano es diferente de la que se emplea para obtención de la producción final.

Vamos a asumir como ya lo hemos hecho anteriormente que la función de utilidad de la sociedad permite un intercambio de posibilidades de consumo presentes y futuras con una elasticidad constante de sustitución.

$$U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

La función de producción viene dada por:

$$Y = AK^\beta (ubL)^\alpha h^\alpha$$

donde **A** es la tecnología (desarrollo) de la economía.

K es el stock de capital.

u es la fracción de tiempo que los individuos dedican a trabajar en el sector de bienes finales.

L es el número de personas en la economía.

b denota una medida de cualificación media de los trabajadores.

h recoge una externalidad del stock medio de capital humano, ya que es un medio de reflejar el hecho de que la gente es más productiva cuando está rodeada de individuos preparados y productivos.

De modo que el trabajo total efectivo o ajustado por su calidad-empleado en el sector de bienes finales es igual a **ubL**.

La restricción de acumulación del capital per cápita físico es,

$$\dot{k} = Ak^\beta (ub)^\alpha h^\alpha - c - (\delta + n)k$$

como es habitual, la tasa efectiva de depreciación de las variables en términos per cápita incluye el término n , ya que capta el hecho de que los aumentos del tamaño de la población reducen la cantidad de capital humano o físico por persona.

La razón por la cual los individuos no desean dedicar todo su tiempo a trabajar en la producción de bienes finales es debido a que desean dedicar parte de su tiempo a aumentar su capital humano, es decir, a estudiar.

Supongamos que en la producción de capital humano, el único factor de producción que se emplea es el mismo capital humano. Entonces en términos per cápita

$$\dot{b} = \phi b(1-u) - (\delta + n)b$$

Esto indica que el aumento neto del stock de capital humano per cápita es igual a la producción de capital humano menos la depreciación. La constante ϕ es el parámetro de productividad del sector educativo.

Entonces el problema de los individuos es el siguiente:

$$\text{Maximizar } U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt$$

$$\text{Sujeto a } \dot{k} = Ak^\beta (ub)^{1-\beta} h^\alpha - c - (\delta + n)k$$

$$\dot{b} = \varphi b(1-u) - (\delta + n)b$$

$$k_0 > 0 \quad b_0 > 0 \quad \text{h dados}$$

Los individuos eligen la trayectoria temporal del consumo y el tiempo que desean dedicar a la generación de conocimiento o a la producción de bienes finales.

Ahora tenemos dos variables de control (c y u) y dos variables de estado (k y b), por lo que el Hamiltoniano para este problema adopta la forma:

$$H = e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) + \lambda [Ak^\beta (ub)^{1-\beta} h^\alpha - c - (\delta + n)k] + \mu [\varphi b(1-u) - (\delta + n)b]$$

las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = e^{-(\rho-n)t} (c_t^{-\theta}) - \lambda$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \lambda [Ak^\beta b^{1-\beta} h^\alpha (1-\beta)u^{-\beta}] - \mu \varphi b$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda [A\beta k^{\beta-1} (ub)^{1-\beta} h^\alpha - (\delta + n)]$$

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial b} = -\lambda [Ak^\beta u^{1-\beta} (1-\beta)b^{-\beta} h^\alpha] - \mu [\varphi(1-u) - (\delta + n)]$$

las condiciones de transversalidad son

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda(t)k_t = 0$$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \mu(t)b_t = 0$$

Para tener una consistencia interna, debe cumplirse que b (el capital humano medio) sea igual a h (que también es el capital humano medio recogido por una externalidad), es decir,

$$b=h$$

como ya lo hemos hecho anteriormente, podemos obtener la tasa de crecimiento del consumo como:

$$e^{-(\rho-n)t} c_t^{-\theta} = \lambda$$

$$-(\rho-n) - \theta \ln c_t = \ln \lambda(t)$$

derivando con respecto al tiempo de ambos lados

$$-(\rho-n) - \theta \frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{\dot{\lambda}(t)}{\lambda(t)}$$

$$\gamma_{c_t} = \frac{\dot{c}_t}{c_t} = -\frac{1}{\theta} \left[\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + (\rho-n) \right]$$

$$\gamma_{c_t} = \frac{1}{\theta} \left[A \beta k^{\beta-1} (nb)^{1-\beta} n^\alpha - (\delta+n) - \rho + n \right]$$

$$\gamma_{c_t} = \frac{1}{\theta} \left[A \beta k^{\beta-1} u^{1-\beta} b^{1+\alpha-\beta} - \delta - \rho \right]$$

Para hallar la tasa de crecimiento del capital fisico,

$$\dot{K} = A k^\beta u^{1-\beta} b^{1+\alpha-\beta} - c(\delta+n)k$$

$$\gamma_k = \frac{\dot{k}}{k} = A k^{\beta-1} u^{1-\beta} b^{1+\alpha-\beta} - \frac{c}{k} - (\delta+n)$$

$$\gamma_k = \theta \gamma_{c_t} + \delta + \rho - \frac{c}{k} - \delta - n$$

$$\gamma_k = \theta \gamma_{c_t} - \frac{c}{k} + \rho - n$$

$$\ln \left(\frac{c_t}{k_t} \right) = \ln(\theta \gamma_{c_t} - \gamma_k + \rho - n)$$

teniendo en cuenta que las tasas de crecimiento en el estado estacionario son constantes y derivando con respecto al tiempo de ambos lados hallamos que:

$$\gamma_{c t} = \gamma_{k t}$$

vamos a encontrar la relación que existe entre γ_b , γ_k , γ_c

$$(\theta\gamma_c + \delta + \rho) \frac{1}{A\beta} = k^{\beta-1} u^{1-\beta} b^{1+\alpha-\beta}$$

$$\ln \left[\frac{1}{A\beta} (\theta\gamma_c + \delta + \rho) \right] = -(1-\beta) \ln k_t + (1-\beta) \ln U_t + (1+\alpha-\beta) \ln b_t$$

derivando con respecto al tiempo de ambos lados

$$0 = (1-\beta)\gamma_k + (1-\beta)\gamma_u + (1+\alpha-\beta)\gamma_b$$

como $0 < u < 1$, su tasa de crecimiento en el estado estacionario debe valer cero

$$0 = -(1-\beta)\gamma_k + (1+\alpha-\beta)\gamma_b$$

$$(1-\beta)\gamma_k = (1+\alpha-\beta)\gamma_b$$

esto relaciona la tasa de crecimiento en el estado estacionario del capital físico y el humano.

Si no existiesen externalidades ($\alpha=0$) la tasa de crecimiento del capital humano coincidiría con la del capital físico. En presencia de externalidades ($\alpha \neq 0$)

$$(1-\beta)\gamma_k = (1-\beta)\gamma_b + \alpha\gamma_b$$

$$\gamma_k = \left(1 + \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \gamma_b$$

la tasa de crecimiento de b es menor que la de k . Si tomamos la producción per cápita

$$y = Ak^\beta u^{1-\beta} b^{1+\alpha-\beta}$$

$$\ln y = \ln A + \beta \ln k + (1-\beta) \ln u + (1+\alpha-\beta) \ln b$$

derivando con respecto al tiempo

$$\begin{aligned}\frac{\dot{y}}{y} &= \beta \frac{\dot{k}}{k} + (1 + \alpha - \beta) \frac{\dot{b}}{b} \\ \gamma_y &= \beta \gamma_k + (1 + \alpha - \beta) \gamma_b \\ \gamma_y^* &= \gamma_k^* = \gamma_c^*\end{aligned}$$

En consecuencia, la producción per cápita crece a la misma tasa que el capital físico y que el consumo.

Hallaremos el valor de γ_k^* y γ_b^* como función de los parámetros del modelo

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \lambda [Ak^\beta b^{1-\beta} h^\alpha (1-\beta) u^{-\beta}] - \mu \phi b$$

$$\lambda [Ak^\beta b^{1-\beta} h^\alpha (1-\beta) u^{-\beta}] = \mu \phi b$$

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{\phi}{Ak^\beta b^{\alpha-\beta} (1-\beta) u^{-\beta}}$$

$$\ln\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \ln\left(\frac{\phi}{Ak^\beta b^{\alpha-\beta} (1-\beta) u^{-\beta}}\right)$$

$$\ln \lambda - \ln \mu = \ln \phi - \ln A - \beta \ln(\alpha - \beta) \ln b - \ln(1 - \beta) + \beta \ln u$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} - \frac{\dot{\mu}}{\mu} = -\beta \gamma_k - (\alpha - \beta) \gamma_b$$

sabemos que $\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -(\rho - n) - \mathcal{D}\gamma_c$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \lambda [Ak^\beta u^{1-\beta} (1-\beta) u^{-\beta} h^\alpha] - \mu \phi b$$

de $\lambda [Ak^\beta u^{1-\beta} (1-\beta) \beta^{\alpha-\beta}] = \mu \phi u$

sustituimos en $\frac{\dot{\mu}}{\mu} = -\frac{\partial H}{\partial b}$

$$\begin{aligned} \dot{\mu} &= -\lambda [Ak^\beta u^{1-\beta} (1-\beta)b^{\alpha-\beta}] - \mu[\varphi(1-u) - (\delta+n)] \\ \frac{\dot{\mu}}{\mu} &= -[\varphi u + \varphi - \varphi u - \delta - n] \\ \frac{\dot{\mu}}{\mu} &= -\varphi + \delta + n \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} &\text{como } \gamma_c^* = \gamma_k^* \\ &-(\rho-n) - \theta\gamma_c^* + \varphi - \delta - n = -\beta\gamma_k^* - (\alpha-\beta)\gamma_b^* \\ &-\rho + n - \theta\gamma_c + \varphi - \delta - n = -\beta\gamma_k - (\alpha-\beta)\gamma_b \\ &-(\theta\gamma_c + \rho + \delta) + \varphi = -\beta\gamma_k - (\alpha-\beta)\gamma_b \\ &(\alpha-\beta)\gamma_b = \theta\gamma_c + \rho + \delta - \varphi - \beta\gamma_k \\ &(\alpha-\beta)\gamma_b = (\theta-\beta)\gamma_k + \rho + \delta - \varphi \\ &(\alpha-\beta)\gamma_b - (\theta-\beta)\left(\frac{1+\alpha-\beta}{1-\beta}\right)\gamma_b = -(\varphi - \rho - \delta) \\ &\gamma_b = \frac{(\varphi - \rho - \delta)(1-\beta)}{\theta(1+\alpha-\beta) - \alpha} \end{aligned}$$

de $\gamma_k = \left(\frac{1+\alpha-\beta}{1-\beta}\right)\gamma_b$ y lo anterior tenemos que

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \left(\frac{1+\alpha-\beta}{1-\beta}\right) \left(\frac{(1-\beta)(\varphi - \rho - \delta)}{\theta(1+\alpha-\beta) - \alpha}\right) \\ \therefore \gamma_k^* &= \gamma_c^* = \gamma_y^* = \frac{(\varphi - \rho - \delta)(1+\alpha-\beta)}{\theta(1+\alpha-\beta) - \alpha} \end{aligned}$$

En ausencia de externalidades ($\alpha=0$)

$$\gamma_c^* = \gamma_k^* = \gamma_b^* = \frac{\varphi - \rho - \delta}{\theta}$$

de esto podemos decir que el sector que lleva el timón de la economía es el que permite generar capital humano.

Ahora calcularemos la fracción de tiempo utilizado en la educación en el estado estacionario:

$$\begin{aligned} \dot{b} &= \varphi b(1-u) - (\delta+n)b \\ \frac{\dot{b}}{b} &= \varphi(1-u) - (\delta+n) \\ \gamma_b &= \varphi(1-u) - (\delta+n) \\ (\gamma_b^* + \delta + n) \frac{1}{\varphi} &= (1-u) \end{aligned}$$

como $0 < u^* < 1$ y $\gamma_b^* > 0$

nos podemos enfrentar al problema de que la utilidad sea infinita, por lo que para darle un sentido económico tenemos que acotarla, por lo que:

$$\begin{aligned} U &= \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt \\ e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) &< a \\ -(\rho-n)t + \ln(c_t^{1-\theta} - 1) - \ln(1-\theta) &< \ln a \\ -(\rho-n) + \frac{(1-\theta)c_t^{-\theta} \dot{c}_t}{c_t^{1-\theta}} &< 0 \\ \rho - n &> (1-\theta)\gamma_c^* \\ \rho - n &> \frac{(1-\theta)(\varphi - \rho - \delta)(1 + \alpha - \beta)}{\theta(1 + \alpha - \beta) - \alpha} \end{aligned}$$

La dinámica de transición de este modelo es muy complicada por lo que se omitirá en el presente trabajo.

De manera intuitiva vamos a considerar el caso en que no existen externalidades ($\alpha=0$), las tasas de crecimiento del capital físico y humano en el estado estacionario coinciden, por lo que la relación de los dos tipos de capital $(k/b)^*$ es constante. La dinámica de la transición surge si los stocks de capital iniciales de k y b son tales que su relación $(k_0/b_0) \neq (k/b)^*$. En este modelo la transición surge debido a la presencia de una descompensación entre los dos sectores.

Uno de los descubrimientos más interesantes es la aparición de un comportamiento asimétrico entre b y k : la tasa de crecimiento de una economía con una relación k_0/b_0 baja estará por encima de la del estado estacionario. La de una economía con una relación k_0/b_0 alta estará por debajo de la del estado estacionario¹⁹. Un ejemplo de este último caso es una

¹⁹ Consultar Mulligan & Sala-i-Martin (1993)

economía que perdiese una gran cantidad de población en relación a su dotación de capital físico, tendería a crecer más lentamente. Por el contrario si una economía pierde una gran cantidad de capital físico en relación con su capital humano, la tasa de crecimiento durante la reconstrucción será alta. Como ejemplos podemos mencionar Alemania y Japón después de la segunda guerra mundial.

3.4.1 La Economía del Planificador Central

Como ya vimos, la diferencia entre el equilibrio del planificador y el del mercado reside en que el primero internaliza la externalidad, es decir, toma en consideración el hecho de que cuando alguien aumenta su stock de capital humano, también incrementa el stock medio de capital de la economía (h). Esto afecta a la productividad de todos los demás miembros de la economía a través del término h^α . A diferencia de las familias productoras, el planificador tendrá en cuenta este efecto subsidiario.

La tasa de crecimiento de capital humano vendrá dada por :

$$\gamma^*_{b(plan)} = \frac{1}{\theta} \left[\varphi - \frac{(1-\beta)(\rho + \delta) + \alpha(\delta + n)}{(1 + \alpha - \beta)} \right]$$

En ausencia de externalidades ($\alpha=0$) la tasa de crecimiento coincide con la que se obtiene en una economía competitiva

$$\gamma^* = \frac{1}{\theta} (\varphi - \rho - \delta)$$

Es decir, si no existen externalidades el equilibrio competitivo es óptimo, ya que los incentivos privados y sociales a invertir en educación coinciden. Cuando la externalidad es positiva, la tasa óptima del planificador es siempre mayor que la tasa de crecimiento competitiva. El motivo de esta discrepancia proviene del hecho de que el rendimiento privado de invertir en enseñanza es inferior al social, por lo que en una economía de mercado, el público no invertirá en capital humano tanto como sería deseable.

CONCLUSIONES

Una vez presentados ambos modelos (Barro & Lucas) podemos concluir lo siguiente:

- Se puede generar crecimiento a través de la introducción de factores de producción de provisión pública. Dichos bienes se pueden considerar como bienes parcialmente rivales con respecto a los bienes privados. Estos bienes públicos pueden ser considerados como educación provista por el Estado.
- A través del proceso de educación se puede generar crecimiento debido a la acumulación de capital humano útil para la economía.
- El proceso de la educación tiene altos costos ya que requiere más capital humano que la producción de capital físico. Para financiar estos costos se debe dar una cooperación Estado-Sociedad consciente y dejar atrás la idea paternalista de que el gobierno debe proveer todo ya que esto lleva a los individuos a invertir menos debido al desánimo que sienten y esto causa que la economía crezca a una tasa inferior a la óptima.
- El modelo recoge la externalidad del stock medio de capital humano ya que refleja el hecho de que la gente es más productiva cuando está rodeada de individuos preparados y productivos. Esto apoya la teoría de Birdsall y Sabot de que promover educación y trabajo capacitado llevará a un crecimiento económico, a una relativa equidad en la distribución del bienestar y el ingreso y a una reducción del crecimiento poblacional.
- En el equilibrio competitivo las tasas de crecimiento del consumo y del capital son idénticas. Pero en presencia de externalidades la tasa de crecimiento del capital humano será menor a la del capital físico.
- El planificador toma en consideración el hecho de que cuando alguien aumenta su stock de capital humano, también incrementa el stock medio de la economía, afectando a la productividad de los demás miembros. La tasa de crecimiento del planificador será mayor a la del equilibrio competitivo debido a que el rendimiento privado a invertir en educación es inferior al público por lo que no se invertirá lo deseable para crecer de manera óptima.
- Ambos modelos incluyen en las restricciones dinámicas que la tasa de depreciación en términos per cápita incluye al término n ya que capta el hecho de que aumentos en el tamaño de la población reducen la cantidad de capital humano por persona. Aunque los países subdesarrollados han expandido sus oportunidades educativas ante las presiones poblacionales, ha sido a costa de reducciones en la profundidad de la instrucción, bajos salarios de los maestros o incrementos en el número de alumnos por clase lo que los ha llevado a tener un rezago en la calidad de la educación (razón maestro-estudiante) de casi 30 años con respecto a los países industrializados.

- México no ha entrado a una transición demográfica como los países asiáticos por lo que el crecimiento de la población puede tener un efecto negativo no sólo en el sistema educativo sino en el ingreso. En el estudio presentado en el capítulo dos obtuvimos que la razón de dependencia de la población, de la cual México tiene una muy alta, afecta de manera negativa al PIB per cápita. La razón de dependencia de la juventud también fue utilizada en el estudio que realizaron Jee-Peng Tan y Alain Mingat como indicador de la demanda de servicios educativos, ya que un indicador de la capacidad de los países de invertir en educación está dado por la comparación entre el crecimiento de esta razón de dependencia y el crecimiento del ingreso.
- Es de notar que en la función de producción del capital humano se incluye un parámetro que contiene la productividad del sector educativo. Esto es importante ya que en ausencia de externalidades el sector educativo será el que lleve la pauta de la economía.
- México tiene una calificación muy baja en cuanto a la calidad de su sistema educativo. Se podría argumentar que esto es causado porque México destina casi la mitad de lo que asignan otros países en promedio a educación. Pero también podemos decir que seguramente poseemos un sector educativo ineficiente que gasta más y produce menos capital humano. Asia gasta los mismos porcentajes que África y América Latina en educación, a pesar de tener mayores ingresos. Pero la diferencia es simple: los rendimientos están determinados en gran medida por la eficiencia con la cual son usados los recursos así como la cantidad disponible de estos.
- El asignar mayores recursos a la educación traerá consigo un efecto positivo en el ingreso, así como un mejor desenvolvimiento de la investigación básica que apoyará a su vez el desarrollo económico a largo plazo. Pero regresando a lo mencionado en un punto anterior, la participación Estado-Sociedad es vital para el crecimiento óptimo de la economía. México ha adolecido de dicha relación ya que, por ejemplo, las empresas privadas tienen una relación muy pobre con las universidades y centros de investigación, lo que propicia el desinterés por invertir. (El gasto de las empresas privadas en México destinado a I&D es en promedio 45 veces menor a lo que destinan en promedio otros países) Si bien es cierto que no tenemos un ingreso (PIB) alto (de hecho es inferior al promedio), tenemos que comenzar a formar un ciclo virtuoso que nos lleve a generar un crecimiento económico sostenido, ya que los logros del pasado fueron debidos al proceso de industrialización e infraestructura, pero es necesario generar crecimiento a largo plazo. Ya que de seguir así no pasaremos de estar más que de “palabra” en grupos como la OCDE donde nuestra realidad en el sector educativo, investigación básica, I&D pública y privada que son un sectores que generan crecimiento económico a largo plazo nos ubica como un país en vías de desarrollo.

APENDICE

Tabla B

Determinantes de las razones Estudiante-Maestro: 1985

	Primaria			Secundaria		
Constante	36.66 (5.59)	38.04 (2.22)	34.46 (4.21)	22.54 (2.95)	28.53 (1.18)	24.64 (2.57)
Ln{Y/N}	-14.36 (-4.78)	-14.11 (-4.77)	-16.31 (-4.53)	-11.65 (-3.51)	-10.47 (-3.27)	-10.98 (-2.65)
Urbanización	0.22 (2.12)	0.22 (1.97)	0.31 (2.72)	0.36 (2.94)	0.31 (2.22)	0.37 (2.80)
N _{gr}	-0.98 (-0.5)		-1.15 (-0.55)	-2.88 (-1.17)		-3.46 (-1.24)
N _{5-15/N}		-0.14 (-0.25)			-0.44 (-0.57)	
Asia			3.91 (0.87)			-1.43 (-0.26)
Latino América			-3.35 (-0.78)			-5.92 (-0.77)
r ²	0.44	0.44	0.50	0.40	0.36	0.42
Observaciones	48	48	48	23	23	23

Fuente: Tablas 1 y 4.

Corrección para Heterocedasticidad de White

White ha derivado una matriz de covarianzas consistente para calcular errores estándar y estadísticos t. La referencia de este resultado se encuentra en Halbert White "A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix and a Direct Test for Heterokedasticity", *Econometrica* 48, 1980. La Matriz de covarianza propuesta por White esta dada por,

$$\frac{T}{T-k} (X'X)^{-1} \left(\sum_{i=1}^T u_i^2 x_i' x_i \right) ((X'X)^{-1})$$

donde T es el número de observaciones, k es el número de regresores y u_i son los mínimos cuadrados de los residuales.

Error Estándar

$Se = \sqrt{\frac{s}{n}}$ donde s es la desviación estándar y n es el número de observaciones.

Análisis de Conglomerados

Formulación Probabilística

Asumiendo que x_1, \dots, x_g son independientes y que pertenecen a una de g posibles subpoblaciones con f.d.p. $f(x; \theta_k)$, $k=1, \dots, g$, donde asumimos que g es conocida.

Sea $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$ un conjunto de indicadores tales que $\gamma_i = k$ si x_i proviene de la k -ésima población, $i=1, \dots, n$; $k=1, \dots, g$.

$C_k =$ al conjunto de las x_i asignado al k -ésimo grupo por γ , $k=1, \dots, g$. La función de verosimilitud es

$$L(\gamma; \theta_1, \dots, \theta_g) = \prod_{x \in C_1} f(x; \theta_1) \dots \prod_{x \in C_g} f(x; \theta_g)$$

Sean $\hat{\gamma}, \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_g$ los estimadores máximo verosímiles de γ y θ respectivamente y sean $\hat{C}_1, \dots, \hat{C}_k$ una partición bajo $\hat{\gamma}$. Entonces el mover un punto muestral de \hat{C}_k a \hat{C}_1 reducirá la verosimilitud,

$$L(\hat{\gamma}; \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_g) f(x; \hat{\theta}_1) / f(x; \hat{\theta}_k) \leq L(\hat{\gamma}; \hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_g)$$

entonces

$$f(x; \hat{\theta}_1) \leq f(x; \hat{\theta}_k) \text{ para } x \in \hat{C}_k \quad l \neq k \quad l=1, \dots, g$$

Métodos Jerárquicos

Aquí se considera una división en g y $g+1$ grupos que tienen las siguientes propiedades:

- Ellos tienen $g-1$ grupos idénticos
- El grupo restante de los g grupos, está dividido en dos en los $g+1$ grupos.

Por la naturaleza de esta asignación, una vez que un individuo ha sido asignado a un grupo, ya no puede ser reagrupado al mismo tiempo que g decrece. El producto final de estas técnicas es un diagrama de árbol (dendrograma). Estas técnicas operan sobre una matriz D de distancias entre los puntos x_1, \dots, x_n .

En los métodos jerárquicos la agrupación es obtenida a través de dos tipos de algoritmo:

(a) Aglomerativo- agrupamiento sucesivo de subconjuntos

(b) Divisivo- particiones sucesivas del conjunto

Dendrograma: árbol en el cual el eje de las x representa los individuos mientras que el eje de las y representa las distancias. El árbol tiene n-1 ligas.

Distancias

Sean P y Q dos puntos donde estos pueden representar medidas sobre x y y. Una función real $d(P,Q)$ es una función distancia si tiene las siguientes propiedades:

- Simetría, $d(P,Q)=d(Q,P)$
- No negatividad, $d(P,Q) \geq 0$
- La $d(P,P)=0$
- La $d(P,Q)=0$ sii $P=Q$
- Desigualdad del triángulo $d(P,Q) \leq d(P,R)+d(R,Q)$

Si todas se cumplen entonces d es llamada una métrica.

Para los propósitos del análisis definamos la "Distancia Euclidiana" como

Sea $X_{n \times p}$ una matriz con renglones x^1, \dots, x^n . Entonces la distancia entre los puntos x_i y x_j es d_{ij} , donde

$$d^2_{ij} = \sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2 = \|x_i - x_j\|^2$$

CONTROL ÓPTIMO DETERMINISTA

El continuo estudio de problemas variacionales ha dado paso al desarrollo de una teoría más moderna, es decir, la teoría del control óptimo. En la teoría del control el problema de optimización dinámica es visto como uno que está constituido por 3 tipos de variables. Además de la variable tiempo (t) y la variable de estado $y(t)$, se considera una variable de control $u(t)$. Para prestar atención en la variable de control implica que la variable de estado se relega a segundo plano. Esto sería aceptable sólo si la decisión en una vía óptima $u(t)$ determinará una vez dada una condición inicial sobre $y(t)$ una variable de estado como producto. Por esta razón

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y(t), u(t))$$

Esta ecuación es llamada ecuación de transición o de estado.

El problema de control óptimo queda expresado como:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar} \\
 &[u] = \int_0^T F(t, y(t), u(t)) dt \\
 &y'(t) = f(t, y(t), u(t)) \\
 &y(0) = A \\
 &y(T) = Z \\
 &u(t) \in U \\
 &t \in [0, T]
 \end{aligned}$$

El desarrollo más significativo en la teoría del control es conocido como “el principio máximo”. Este principio es asociado con el matemático Ruso L.S. Pontryagin.

Al problema se agrega otro tipo de variable llamada variable de co-estado a través de la función Hamiltoniano que se define como:

$$H(t, y, u, \lambda) \equiv F(t, y, u) + \lambda(t)f(t, y, u)$$

Ahora el problema queda planteado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 &\underset{u}{\text{Max}} H(t, y, u, \lambda) \\
 &\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \\
 &\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial y} \\
 &\lambda(T) = 0 \\
 &H(t, y, u^*, \lambda) \geq H(t, y, u, \lambda) \\
 &\forall t \in [0, T]
 \end{aligned}$$

Por simplicidad se ha tratado el problema con una variable de estado y una variable de control, pero la generalización del problema con variables múltiples de estado y de control es en principio análogo, pero la solución naturalmente se torna más complicada.

El Problema

Sean y_1, \dots, y_n variables de estado y u_1, \dots, u_m variables de control. Para n y m no hay restricción en la magnitud relativa, es decir, $n < m$, $n = m$ o $n > m$. Cada variable de estado y_j debe de aparecer con una ecuación de movimiento.

$$\dot{y}_1 = f^1(t, y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_m)$$

$$\dot{y}_n = f^n(t, y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_m)$$

Deben existir n condiciones iniciales en las variables (y). Asumiendo que el problema sea uno con puntos terminales fijos, deberíamos tener también n condiciones terminales en las variables de estado. En contraste, las variables de control no son acompañadas por ecuaciones de movimiento, pero cada variable de control puede ser sujeta de restricción a la región de control U_i .

Entonces el problema de control óptimo queda expresado como,

$$\text{Maximizar} \quad = \int_0^T F(t, y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_m) dt$$

$$\text{Sujeto a} \quad \dot{y}_1 = f^1(t, y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_m)$$

$$\dot{y}_n = f^n(t, y_1, \dots, y_n, u_1, \dots, u_m)$$

$$y_1(0) = y_{10}, \dots, y_n(0) = y_{n0}$$

$$y_1(T) = y_{1T}, \dots, y_n(T) = y_{nT}$$

$$u_1(t) \in U_1, \dots, u_m(t) \in U_m$$

Para una notación más compacta del problema, podemos emplear la notación vectorial.

$$y \equiv [y_1, \dots, y_n]$$

$$u \equiv [u_1, \dots, u_m]$$

$$\dot{y} \equiv \left[\dot{y}_1, \dots, \dot{y}_n \right]'$$

$$f(t, y, u) \equiv [f^1(t, y, u), \dots, f^n(t, y, u)]$$

Entonces las ecuaciones de estado pueden ser escritas conjuntamente en un simple vector y así se puede extender la idea para las condiciones iniciales, etc. Con esto el problema general queda planteado como lo vimos de manera univariada.

El Principio Máximo

La extensión de este principio es análoga. Antes que todo, para la forma del Hamiltoniano, se introduce un multiplicador de Lagrange por cada función f^j en el problema,

$$H = F(t, y, u) + \sum_{j=1}^n \lambda_j f^j(t, y, u)$$

donde y y u son los vectores de estado y de control.

$$\lambda' = [\lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t)]$$

Entonces el Hamiltoniano puede ser escrito como

$$H = F(t, y, u) + \lambda' f(t, y, u)$$

$$\dot{y}_j = \frac{\partial H}{\partial \lambda_j}$$

$$\dot{\lambda}_j = -\frac{\partial H}{\partial y_j}$$

$$j=1, \dots, n$$

Ambas representan un total de $2n$ ecuaciones diferenciales.

Las Condiciones de Transversalidad

Si los puntos terminales son variables, entonces necesitamos tener condiciones de transversalidad apropiadas.

$$[H]_{t=T} \Delta T - \lambda_1(T) \Delta y_{1T} - \lambda_2(T) \Delta y_{2T} \dots - \lambda_n(T) \Delta y_{nT} = 0$$

$$[H]_{t=T} = 0 \quad (\text{si } T \text{ es libre})$$

$$\lambda_j(T) = 0 \quad (\text{si } Y_{jT} \text{ es libre})$$

Las condiciones de transversalidad para los problemas de curva terminal y línea terminal son similares al caso de una variable. Suponiendo el tiempo terminal libre y para el caso de dos variables de estado Y_1 y Y_2 son requeridas las siguientes relaciones:

$$Y_{1T} = \phi_1(T) \quad \text{y} \quad Y_{2T} = \phi_2(T)$$

Entonces para ΔT pequeño esperaríamos que lo siguiente pasara

$$\Delta Y_{1T} = \phi'_1(T) \Delta T \quad \text{y} \quad \Delta Y_{2T} = \phi'_2(T) \Delta T$$

entonces la condición de transversalidad para un problema de curva terminal es,

$$[H - \lambda_1 \phi'_1 - \lambda_2 \phi'_2]_{t=T} = 0$$

Si el tiempo terminal es fijo y todas las variables de estado tienen líneas terminales, entonces la condición de transversalidad es

$$\lambda_j(T) \geq 0 \quad Y_{jT} \geq Y_{j,\min} \quad (Y_{jT} - Y_{j,\min}) \lambda_j(T) = 0$$

Finalmente, para el problema con un máximo permisible de tiempo terminal T_{\max} , la condición de transversalidad es

$$[H]_{t=T} \geq 0 \quad T_{\max} \geq T \quad (T - T_{\max}) [H]_{t=T} = 0$$

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Barro Robert J. & Sala-i-Martin Xavier. Economic Growth. McGraw Hill Co.
- [2] Blanchard Olivier Jean & Fisher Stanley. Lectures on Macroeconomics. MIT Press.
- [3] Boltvinik Julio. "Población y crecimiento económico". Revista DEMOS (1999).
- [4] Chiang Alpha C. Elementes of Dynamic Optimization. McGraw Hill Co.
- [5] Chiang Alpha C. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. McGraw Hill Co.
- [6] Deaton Angus. Understanding Consumption. Oxford University Press.
- [7] Everitt Brian & Dunn Graham. Applied Multivariate Data Analysis.
- [8] Glomn Gerhard & Ravikamar B. "Flat rate taxes, government spending on education and growth" (1996).
- [9] Kamien M.I. & Schwartz N.L. Dynamic Optimization: The calculus of variations and optimal control in economics and management. Northwestern University.
- [10] Kelley Allen C. "The Impacts of population growth in developing countries". Duke University, Springer-Verlag (1995).
- [11] Mardia Kent. Multivariate Analysis. London Academic Press.
- [12] Mas-Colell Andreu & Whinston Michael. Microeconomic Theory. Oxford University Press.
- [13] Mood Alexander, Graybill Franklin & Boes Duane. Introduction to the Theory of Statistics. McGraw Hill Co.
- [14] Romer David. Advanced Macroeconomics. McGraw Hill Co.
- [15] Sala-i-Martin Xavier. Apuntes de crecimiento económico. Universidad de Yale.
- [16] Van Zon A.H. & Muysken. "Health, education and endogenous growth". (1997)
- [17] Varian Hal R. Intermediate Microeconomics. W.W. Norton & Company.
- [18] Dinámica de la población de México. El Colegio de México (1981)
- [19] The World Competitiveness Yearbook. International Institute for Management Development (1998).