01174



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO SECCIÓN DE INGENIERÍA PETROLERA

FILTRO PARA RUIDO DE TRUNCAMIENTO EN PRUEBAS DE VARIACIÓN DE PRESIÓN

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA PETROLERA, OPCIÓN YACIMIENTOS

PRESENTA FÍS. FEDERICO GONZÁLEZ TAMEZ DIRECTOR DR. RODOLFO G.CAMACHO VELÁZQUEZ

MÉXICO, D.F.

28 DE ABRIL DEL 2000





Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO			
FACULTAD DE INGENIERIA			

.

	FACULTAD DE INGENIERIA
	DEPARTAMENTO DE EXPLORACION Y EXPLOTACION DE RECURSOS ENERGETICOS DEL SUBSUELO
VNIVERIDAD NACIONAL	
Avtonma de	
MEXKO	
DR. GABRIEL SANCHI JEFE DE LA DIVISION ESTUDIOS DE POSGR FACULTAD DE INGEN Presente,	EZ GUERRERO DE RADO, IERIA, UNAM
En relación con la solicitue Ing. Petrolera	d de: FEDERICO GONZALEZ TAMEZ, alumno de la Maestría de
	XAMEN FINAL DE ESPECIALIZACION
XE	XAMEN DE GRADO DE MAESTRIA
Me permito proponer el sig	juiente tipo de examen: Ing. Petrolera
FINAL	SIN TESIS CON TESIS _XX
DIRECTOR DE TESIS :	DR. RODOLFO G. CAMACHO VELAZQUEZ
NOMBRE DEL TEMA :	FILTRO PARA RUIDO DE TRUNCAMIENTO EN PRUEBAS DE VARIACION DE PRESION
JURADO :	
PRESIDENTE	OR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO
VOCAL	DR. RODOLFO G. CAMACHO VELAZQUEZ
SECRETARIO	DR. JESUS RIVERA RODRIGUEZ
SUPLENTE	DR. JOSE LUIS SANCHEZ BUJANOS
SUPLENTE	DR. SERGIO BERUMEN CAMPOS
A tentamente "POR MI RAZA HABLARA Cd. Universitaria, D.F., a 13 EL COORDINADOR DE L	EL ESPIRITU de Marzo del 2000. A SECCIÓN DE ING. PETROLERA

DR. DANIEL CARCÍA GAVITO JEFE DE LA SECCIÓN

i

.



A Mónica, con su amor hace divertido y transitable el camino de mi vida.

A Itzel, que sin que ella lo sepa, proporciona energía para que yo siga en el camino.

A Tomás Ramírez, que puso la carretera de bajada, el auto, la gasolina y, además, le dio un empujón para que yo iniciara y recorriera la maestría. Gracias amigo.

A Rodolfo Camacho, quien además de estar pendiente de mi desempeño en la maestría, me impresionó con su alta capacidad de trabajo efectivo. Tengo mucho que aprender de él. Gracias por tu paciencia en los trabajos que hemos desarrollado juntos y por ser el director de esta tesis.

Al Dr. Fernando Samaniego, Al Dr. Jesús Rivera , Al Dr. José Luis Sánchez y Al Dr. Sergie Berumen

Al Dr. Sergio Berumen

Gracias por revisar atentamente esta tesis y por ser jurado del examen. Gracias por su esfuerzo y sugerencias para mejorar el trabajo.

Y por supuesto,

A Eva Sánchez,

A Roberto Figueroa,

A Oscar Morán y

A J. Antonio Ruiz

Con ellos, mis amigos, fue divertido y estimulante recorrer la maestría. Gracias por estar ahí, hacer equipo y por compartir el exquisito recorrido gourmet semanal.

iii. Índice

I.	DEDICATORIA	I
II.	Agradecimientos	
Ш.	ÍNDICE	n.
IV.	NOMENCLATURA	v
V.	Resumen	• /11
Сар	ÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	1
Сар	ÍTULO 2. ANTECEDENTES	1
0	bjetivo	
In	terpretación / Aplicación de resultados	4 A
0	rganización de esta tesis.	4 5
CAP	TULO 3. REVISIÓN DE LA LITERATURA	, 7
Pi	resencia de ruido en las pruebas de presión	, 7
La	os conceptos de wavelets	י &
Capi	TULO 4. MEDICIÓN, SIMULACIÓN DE PRUEBAS DE VARIACIÓN DE PRESIÓN Y RUIDO	n
М	edición	0 0
Si	mulación de pruebas de presión	í
Si	nulador de ruidos	1
Capí	TULO 5. FILTROS LINEALES Y NO LINEALES.	, R
Fi	Itros lineales	, ,
Ap	roximaciones polinomiales.	2
Su	b-Muestreo (diezmado) de datos	,
Wa	avelets	r
Capí	rulo 6. Aplicación de filtros a pruebas de presión.	
An	alitico	ł
Eje	emplos de campo con datos reales	
Capít	ULO 7. DISCUSIÓN DE RESULTADOS	
Capít	ULO 8. CONCLUSIONES	
Саріт	ULO 9. PERSPECTIVAS	
Саріт	ULO 10. REFERENCIAS	

- *a* Parámetro de escala de la Transformada de Ondícula.
- *b* Parámetro de traslación de la Transformada de Ondícula
- C_D Coefficiente adimensional de almacenaje en el pozo.
- C(a,b) Transformada de Ondicula.
- dB Decibelios. Es una medida de potencia relativa de una señal.
- ET Escala Total de medición de la herramienta.
- h/t/ Filtro pasa altas.
- j Nivel j.
- k_j Parámetro multiplicativo en el nivel j, de la Ec. (10).
- (t) Filtro pasa bajas.
- L Parametro adimensional³. (derivada numérica)
- ntest Número efectivo de bits de resolución de los datos.
- n_{tool} Número de bits de resolución de la herramienta de medición.
- *p*_{wD} Solución en el espacio de Laplace. Yac. Homogéneo, infinito, con daño y almacenamiento.
- $\overline{p_{wDfu}}$ Solución en el espacio de Laplace. Yac. fracturado, infinito sin daño y sin almacenamiento en el pozo.
- $\overline{p_{wDf}}$ Solución en el espacio de Laplace. Yac. fracturado, infinito con daño y almacenamiento en el pozo.
- $\overline{p_{wDu}}$ Solución en el espacio de Laplace. Yac. Homogéneo, infinito sin daño y almacenamiento en el pozo.
- *p_D* Presión adimensional.
- P_{j}^{c} Probabilidad de falsa alarma a nivel j
- rtest Cambio máximo de presión (rango) en la prueba.
- rtool Rango de presión de la herramienta de medición, Eq. (1)
- R(t) Función de autocorrelación del ruido.
- $R_{hh}(t)$ Función de autocorrelación de los coeficientes de detalle.
- $R_{u}(t)$ Función de autocorrelación de los coeficientes de tendencia.
- Rhi(t) Función de correlación cruzada.

v

- s Señal de presión.
- S Factor de daño mecánico.

SQNR Relación de señal a ruido de cuantización. Signal Quantization Noise Ratio)

- t Tiempo en horas.
- b Tiempo adimensional.
- T_j Umbral para los coeficentes de detalle del nivel j
- *u* Variable de Laplace.
- *wo* Frecuencia angular adimensional.
- Δ_{test} Resolución analógica de los datos de la prueba de presión.
- Δ_{tool} Resolución analógica de la herramienta de medición. ($\Delta_{test} = \Delta_{tool}$)
- λ Parámetro de interporosidad de flujo en estado estacionario.
- σ_j Desviación estándar a nivel *j*.
- Ψ Función Ondícula.
- **Φ** Función de Escala.
- ω Relación de almacenamientos.

v. Resumen

Este trabajo trata sobre algunas técnicas para disminuir los efectos de ruido en los datos de pruebas de variación de presión, asociados a la resolución de la herramienta (sonda) de medición. Estos ruidos se conocen con el nombre *de truncamiento* o de *cuantización* y en algunas pruebas de variación de presión se puede observar en la gráfica de diagnóstico (Log-Log), que los datos aparentan formar una escalera. También se presentan ruidos gaussianos, que son debidos a factores que aparecen aleatoriamente, tanto en la electrónica de la sonda como en el pozo y yacimiento.

En las pruebas de variación de presión, los ruidos de truncamiento y gaussianos mayores a una milésima del cambio total de presión, modifican la forma de la curva de la derivada logarítmica, por lo que resulta dificil interpretar los parámetros y características importantes del yacimiento. Este ruido es más evidente en las pruebas de variación de presión en yacimientos de alta permeabilidad, ya que el cambio total de presión es muy pequeño.

En este trabajo se muestra que el espectro de frecuencias de los ruidos de truncamiento y gaussiano ocupan la misma banda de frecuencias de las señales del yacimiento. Usando ajustes polinomiales y ondículas (wavelets), para el filtraje, se logra incrementar, en muchos de los casos, hasta en 8 dB la relación señal-ruido (SNR) de la señal filtrada. Esto equivale a medir con una herramienta de un bit adicional de resolución. También se observó que se obtienen mejores resultados si el ruido es sólo de tipo gaussiano.

Se presentan resultados de las técnicas mencionadas aplicados a datos de pruebas de presión sintéticos y de campo.

Capítulo 1. Introducción.

Las pruebas de variación de presión son una técnica importante para medir el comportamiento dinámico del pozoyacimiento. Para realizar las pruebas de variación de presión, se varía el gasto del pozo y se miden los disturbios de presión que ocurren en el yacimiento (dentro del pozo, a la misma profundidad que el yacimiento), o en un pozo cercano, para medir el grado de interferencia sobre el pozo de observación. La interpretación de la información permite obtener información referente a la capacidad y eficiencia de flujo del yacimiento, determinar el volumen de hidrocarburos y la geometría aproximada del área (volumen) de drene, entre otros parámetros físicos. Esta información es muy valiosa para los administradores del yacimiento porque permite tomar decisiones certeras para el mantenimiento, operación y predicción del comportamiento de la producción y para lograr su óptima explotación.

La Unidad de Perforación y Mantenimiento a Pozos de PEP, (UPMP) realiza un promedio anual de 260 operaciones de pruebas de presión con sonda electrónica de alta resolución, de las cuales 150 se realizan con equipo SIMPP de Pemex y el restante lo realizan compañías extranjeras. La UPMP estima que el costo promedio interno de Pemex por cada operación es de 9,000 USD. El precio por operación promedio de las compañías es de 32,000 USD. La inversión promedio anual en toma de registros de alta resolución es de aproximadamente 4'870,000 USD.

Debido a que más de la mitad de la producción de Pemex proviene de yacimientos de alta permeabilidad, debe de existir anualmente una gran cantidad de información que es difícil de interpretar.

El fenómeno de ruido aparece con mayor intensidad al discretizar los datos de las pruebas realizadas con herramientas mecánicas de baja resolución (llamadas "Ameradas"). Sin embargo, el ruido de cuantización no afecta la interpretación de mediciones estáticas o en estado estacionario. Este mercado de toma de información se satisface 100% con recursos internos de Pemex. El número de operaciones anuales que se realizan en Pemex es del orden de 550.

En la operación de toma de registros de pruebas de variación de presión, intervienen factores múltiples que incrementan el riesgo de falla o de inducción de ruidos en la información, por ejemplo, existen equipos de generación de energía eléctrica ruidosos, malacates con colectores eléctricos (conexiones móviles), conexiones expuestas a fluidos altamente conductivos, a altas presiones, temperaturas y condiciones de corrosión. Además, el estándar actual para buenas mediciones eléctricas en campo es de 0.05% de escala total. Para reducir esta cota a menos de 0.01% (grado laboratorio), que es el caso de las sondas de 14 bits de resolución, se requiere de diseños complejos con dispositivos de muy alta calidad y de soporte de temperatura. Como ejemplo, la electrónica estándar opera bien debajo de temperaturas de 75°C, la electrónica de grado militar opera bien hasta los 120°C. Algunos yacimientos mexicanos llegan a tener temperaturas de cerca de los 200°C.

Actualmente existen herramientas (sondas), que según sus fabricantes, llegan a proporcionar medidas de 18 (0.0004% de Escala Total "E.T.") y hasta 23 (0.00001% E.T.) bits de resolución. ¡Si es que realmente funcionan, deben de ser bastante complejas!

Se buscó literatura para ver cómo se podría filtrar el ruido de cuantización y los métodos de solución. Sin embargo, se detectó que es un problema no resuelto y sólo se menciona que se puede disminuir usando las técnicas estándar de filtraje lineal, aunque no se comenta el posible efecto que pueda causar en atenuar o desaparecer algunas características de la señal de presión asociadas a las propiedades del sistema pozo – yacimiento, que son el objetivo de la interpretación.

Este trabajo inició con la intención de estudiar este fenómeno para proponer algunas técnicas de solución o atenuación los síntomas.

Objetivo

El objetivo de esta tesis es demostrar que con el uso de técnicas wavelets (ondículas) y de aproximación polinomial^{*}, es posible disminuir el ruido de cuantización y gaussiano, sin afectar las características del yacimiento. El ruido de cuantización aparece en los datos de pruebas de variación de presión, tomados con herramientas electrónicas de alta resolución. El ruido gaussiano aparece en todos los datos de presión.

Interpretación / Aplicación de resultados.

Las técnicas estándar, que se usan en todos los paquetes de software comercial para interpretación de datos de pruebas de presión, sólo pueden procesar y dar resultados congruentes para datos con ruidos inferiores al 0.1%. Las técnicas desarrolladas en esta tesis, hacen posible incrementar el rango de interpretación de datos con ruidos de 10 a 30 veces mayores a los que se pueden procesar con técnicas estándar.

^{*} Aproximación polinomial, es igual a decir regresión polinomial. En este trabajo se calculan los coeficientes del polinomio por la técnica de minimos cuadrados.

Organización de esta tesis.

Esta tesis está organizada de manera que inicia con la descripción del objetivo. Continúa en el Capítulo Dos con una revisión bibliográfica sobre la derivada logarítmica para la interpretación en pruebas de variación de presión. Se mencionan artículos que hablan sobre los ruidos de cuantización y finalmente sobre wavelets, teoría, y su aplicación en la industria petrolera.

El Capítulo Tres trata sobre las sondas de medición que existen en el mercado y su resolución. También se mencionan un par de modelos para simulación de pruebas de variación de presión. Además, se describen los modelos usados para la generación de ruido de cuantización y gaussiano y se ofrece un listado del código en Matlab©, tanto para los generadores de ruido, como para los modelos de yacimiento y de la transformada inversa de Laplace.

En el Capítulo Cuatro se trata sobre los filtros lineales pasa bajas, altas y de banda y su aplicación con la transformada de Fourier en el espacio de frecuencias. Posteriormente se continúa con una aproximación polinomial, que es un tipo especial de filtro pasabajas, que se aplica en el espacio del tiempo. Después se ofrece una descripción corta de los wavelets, de la transformada wavelet discreta (DWT) y del concepto de multiresolución. Aquí se ofrece un primer ejemplo de aplicación de los wavelets para el filtraje de datos sintéticos de presión.

En Capítulo Cinco se describe en forma más detallada cada uno de los conceptos encontrados, obsrvando el desempeño de cada método en estudio. Primero se discute sobre la transformada de Fourier numérica implementada con el método de Roumboustos²³, con la cual se disminuyen los problemas de duplicado (alias, o efecto fantasma) en el espació de las frecuencias. Se muestra cómo el espectro de los ruidos ocupa todo el espacio de frecuencias, lo que ocasiona que se superpongan con el espectro de la señal del yacimiento. Posteriormente se aplican los métodos propuestos a señales con ruidos sintéticos. Se estudian yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados con la formulación de doble porosidad, incluyendo una aplicación a datos reales de un pozo en la zona marina, en un yacimiento altamente fracturado y para concluir, se discuten dos ejemplos de campo publicados en la literatura petrolera.

Se concluye este trabajo con una discusión de resultados, conclusiones y perspectivas.

La derivada logarítmica de la presión, o simplemente "derivada", se ha usado ampliamente como una herramienta de análisis y diagnóstico para la interpretación de pruebas de pozo.^{12, 3, 4, 5, 6} Sin embargo, su aplicación produce una amplificación de los ruidos presentes en los datos de presión. Existen algunas técnicas numéricas para calcular la derivada.^{4,5,6} El método propuesto en la Ref. 5, requiere la interacción con el analista para variar el número de datos, según el período de flujo. Raghavan⁷, menciona que no existe una técnica para el cálculo de la derivada que sea aplicable a todos los casos. Esto es importante, ya que la interpretación que resulta de la curva de la derivada afecta tanto la selección del modelo de yacimiento, así como la exactitud de la estimación sus parámetros.

Presencia de ruido en las pruebas de presión.

A pesar de que se han realizado grandes avances para mejorar la sensibilidad de los nuevos transductores (herramientas) para la medición de las variaciones en la presión, éstos aún introducen ruidos debidos a truncamiento de los datos debido a la resolución de la herramienta. Estos ruidos son más evidentes cuando los cambios máximos de presión en la prueba son muy pequeños, comparados con el rango de operación de la herramienta de medición (Escala Total). Los errores de truncamiento son más evidentes en datos densamente muestreados y de manera gráfica dan la apariencia de escalones.⁸, 9 Los problemas de ruido de truncamiento son más evidentes después del efecto de almacenamiento, ya que las variaciones de presión en esa zona son comparables a la resolución de la herramienta.

El ruido de cuantización y el ruido gaussiano, ocupan todo el rango de frecuencias, esto es, se superponen a la señal del yacimiento, por lo que el uso de filtros lineales pasa-bajas es insuficiente para eliminarlos, y es probable que dañen o modifiquen frecuencias que reflejan características importantes del yacimiento.

Los conceptos de wavelets.

En este trabajo se aborda el problema de remover el ruido con el uso de filtros no-lineales, por medio de la Transformada de Wavelets Discreta¹⁰ (Discrete Wavelet Transform), con su esquema de descomposición en multiresolución. Este procedimiento se aplica a señales no estacionarias, como son las pruebas de presión. Las tendencias (eventos gruesos) se describen mejor con baja resolución, los cambios rápidos y los ruidos son representados mejor con alta resolución.

En la literatura petrolera se han propuesto aplicaciones de los wavelets a la solución de algunos problemas de reducción de ruido gaussiano en los datos de permeabilidad y en pruebas de presión de larga duración.^{11,12,13} El método utilizado consiste en transformar la señal en los coeficientes de los wavelets, el cual se conoce como *multirresolución*. Después se hacen cero los coeficientes que estén por debajo de un umbral de referencia, calculado según la cantidad de ruido, y se realiza la transformación inversa con los nuevos coeficientes. Se obtiene así una señal con una reducción considerable de ruido. El esquema mencionado, tiene varios problemas inherentes; un umbral alto reduce el ruido a costa de disminuir señales

de baja frecuencia y a la inversa, un umbral bajo preserva senal pero disminuye menos ruido. Donoho¹⁴ define el umbral como una función de la desviación estándar del ruido. Sin embargo, cualquier persona que ha usado este método desearía ajustar manualmente el umbral según su experiencia y preferencias.

En este trabajo se utilizó una técnica automática para el cálculo de umbral, en la cual se propone el porcentaje de ruido a eliminar y se calcula en función de la desviación estándar del ruido. Se utilizó la técnica *hard*¹⁴ que ajusta a cero los coeficientes bajo el umbral determinado.

También se explora la manera de disminuir el efecto de ruidos de truncamiento y gaussiano en la derivada de presión.

Un reporte de esta tesis se presentó en el artículo técnico¹⁵: "Truncation De-noising in Transient Pressure Tests", escrito por Federico González, el Dr. Rodolfo Camacho-Velázquez, y el Dr. Boris Escalante-Ramírez, UNAM.

Capítulo 4. Medición, simulación de pruebas de variación de presión y ruido.

Medición.

La resolución analógica de una herramienta^{*} para la medición de la presión se determina según la ecuación (4.1), donde r_{tool} y n_{tool} son el rango de operación o Escala Total (ET) y el número de bits de resolución digital de la herramienta, respectivamente,

$$\Delta_{iool} = \frac{r_{iool}}{2^{niool} - 1} = \frac{r_{iest}}{2^{niest} - 1};$$
(4.1)

Existen herramientas comerciales con diferentes resoluciones digitales (r_{tool}) a escala total (ET), como las ameradas (sondas mecánicas) con 12 bits de resolución digital. Las que usan *strain gauge* con 16 bits. Las de zafiro con 17 y las de cuarzo, que según el arreglo electrónico, se diseñan con resoluciones digitales que van desde 18 hasta 23 bits. Por ejemplo, una herramienta con un *rango* de $r_{tool} = 10^4$ psi y una resolución digital de $n_{tool} = 20$ bits tiene una resolución analógica de $\Delta_{tool} = \pm 10^{-2}$ psi.

Otros conceptos importantes son el rango máximo de la prueba r_{test} , esto es el cambio máximo de presión de la prueba, Δ_{test} es la resolución analógica de los datos y n_{test} que es el número de bits efectivos de la medición.

Para fines prácticos se cumple que si el rango de la prueba es la mitad del rango de la herramienta ($r_{test} = 2^{T} r_{tool}$), el número

^{*} Es la variación de presión minima que la herramienta puede detectar.

efectivo de bits de resolución de los datos es un bit menos del correspondiente de la herramienta ($n_{test} = n_{toot} I$). Si el rango de la prueba es un cuarto del rango de la herramienta ($r_{test} = Z^2 r_{tool}$), el número efectivo de bits de resolución de los datos es dos bits menos del correspondiente de la herramienta ($n_{test} = n_{toor} I$). En general se cumple que si $r_{test} = Z^k r_{tool}$ entonces $n_{test} = n_{toor} k$. La afirmación anterior significa que en la medida que la resolución digital de los datos disminuye, se hace más evidente el efecto de escalera en los datos, esto es el ruido de cuantización se incrementa.

En la teoría de señales¹⁶ se demuestra que para incrementar en 6 decibeles la relación señal ruido de cuantización (SQNR) es necesario incrementar en un bit la resolución de la herramienta. Lo mismo ocurre para incrementar esta relación para la prueba, como se muestra en la siguiente ecuación

$$SQNR_{tool}(dB) = 1.76 + 6.02 n_{tool}$$
(4.2)
$$SQNR_{test}(dB) = 1.76 + 6.02 n_{test}$$

Simulación de pruebas de presión.

Yacimiento homogéneo.

Raghavan⁷, presenta la solución en el espacio de Laplace para un yacimiento homogéneo, con almacenamiento en el pozo y daño mecánico. Para el caso de un yacimiento homogéneo e infinito para gasto constante, sin daño ni almacenamiento, la ecuación es:

$$\overline{p}_{vDu} = \frac{K_0(\sqrt{u})}{u^{\frac{3}{2}}K_1(\sqrt{u})}$$
(4.3)

y la solución en la que se incorpora el daño y el almacenamiento según la siguiente ecuación.

$$\overline{p}_{wD} = \frac{u\overline{p}_{wDu} + s}{u[1 + uC_D(u\overline{p}_{wDu} + s)]}$$
(4.4)

Combinadas las ecuaciones (4.3) y (4.4) se obtiene la solución buscada, mostrada en siguiente ecuación.

$$\vec{p}_{wD} = \frac{K_0(\sqrt{u}) + s\sqrt{u}K_1(\sqrt{u})}{u\left\{\sqrt{u}K_1(\sqrt{u}) + C_D u\left[K_0(\sqrt{u}) + s\sqrt{u}K_1(\sqrt{u})\right]\right\}}$$
(4.5)

Donde \overline{p}_{uD} es la transformada de Laplace de p_{uD} , u es la variable de Laplace y K_0 y K_1 son las funciones de Bessel modificadas de primera clase de orden cero y uno, respectivamente. A continuación se muestra el código fuente en MATLAB © para la simulación de una prueba de presión en un yacimiento homogéneo.

function pwd = LPWDHomogeneo(CD,s,u) pu = Pu(u); $pwd = (1./(pu+s./u) + u.^2.*CD).^{(-1)};$

function pu = Pu(u)
su = sqrt(u);
pu = besselk(0,su)./(besselk(1,su).*(su.^3));

Yacimiento fracturado.

Warren y Root¹⁷ presentan las ecuaciones para simular un yacimiento fracturado. Si se sustituye la siguiente ecuación,

$$\sqrt{u} \Rightarrow \sqrt{uf(u)} \tag{4.6}$$

en el argumento de las funciones Bessel de la (4.3), se obtiene la solución carente de almacenamiento y sin daño para un yacimiento fracturado,

$$\overline{P}_{wD/u} = \frac{K_0(\sqrt{uf(u)})}{u^{\frac{3}{2}}K_1(\sqrt{uf(u)})}$$
(4.7)

donde:

$$f(u) = \frac{uw(1-w) + \lambda}{u(1-w) + \lambda}$$
(4.8)

donde λ es la relación de transmisividad y ω es la relación de almacenamiento. La ecuación de un yacimiento fracturado con almacenamiento y daño, se expresa con la siguiente ecuación.

$$\overline{p}_{*Df} = \frac{K_0(\sqrt{uf(u)}) + s\sqrt{u}K_1(\sqrt{uf(u)})}{u\left\{\sqrt{u}K_1(\sqrt{uf(u)}) + C_D u\left[K_0(\sqrt{uf(u)}) + s\sqrt{u}K_1(\sqrt{uf(u)})\right]\right\}}$$
(4.9)

A continuación se muestra el código fuente en MATLAB © para la simulación de una prueba de presión en un yacimiento fracturado.

```
function pwd = LPWDFracturado(CD,s,w,l,u)

pu = Pu(w,l,u);

pwd = ((1./(pu+s./u) + u.^2.*CD).^{(-1)});
```

```
function pu = Pu(w,l,u)
G = g(w,l,u);
su = sqrt(u . * G);
pu = besselk(0,su)./(besselk(1,su).*(u . * su));
```

function G = g(w,l,u) $G = (w^{*}(l-w)^{*}u+l)./((l-w)^{*}u+l);$

Transformada inversa de Laplace.

La inversión numérica en el tiempo de la (4.4) y la (4.9) se realiza con el algoritmo de Stehfest.¹⁸ Si $F_a(t)$ es el valor aproximado de la inversa de f(u) al tiempo t, entonces $F_a(t)$ está dado por:

$$F_{a}(t) = \left(\frac{\ln 2}{t}\right) \sum_{i=1}^{n} V_{i} P\left[i\left(\frac{\ln 2}{t}\right)\right]$$
(4.10)

donde:

$$V_{i} = (-1)^{\left[(N/2)+i\right]} \sum_{k=(i+1)/2}^{\min\{i,N-2\}} \frac{k^{N/2}(2k)!}{(N/2-k)!k!(k-1)!(i-k)!(2k-i)!}$$
(4.11)

Donde P(u) es la función cuya inversa se busca. N es un número par y k es un entero. V_i depende sólo de N. Nusualmente está entre 8 y 12. A continuación se muestra el código fuente en MATLAB © para obtener la transformada inversa de Laplace.

```
function v = V(n)
    v = zeros(n:1);
  for i = 1:n
    s = 0:
    for k = floor((i+1)/2):min(i,n/2)
      s = s + (k^{(n/2)} * f(2 * k)) / (f(n/2 - k) * f(k) * f(k - 1) * f(i - k) * f(2 * k - i));
    end :
    v(i) = (-1)^{n/2+i} *_{s}
  end :
function F = f(x)
   s = 1:
   while x > 1,
    s = s * x;
    x = x - 1;
  end
   F = s;
```

Simulador de ruidos.

El ruido se simula usando un generador de números aleatorios de distribución uniforme, a los valores así obtenidos se les procesa con las distribuciones Beta y Normal, para generar ruido de cuantización y normal, respectivamente. La amplitud del ruido se calcula según el cambio máximo de señal y la sensibilidad, o cantidad de "divisiones en la escala de la regla con la que se mide la altura". En la Fig. 4.1, se puede observar que el cambio al escalón siguiente no es repentino, aparecen aleatoriamente algunos datos del siguiente nivel, esto es, se intercalan los puntos en dos niveles cercanos. Es muy alto el ruido que este efecto genera.

También se puede observar que al aumentar en uno el número de bits de resolución, se duplica el número de escalones y se reduce el error entre la señal original y la señal cuantizada, o procesada con el convertidor analógico-digital (sonda). Para mejorar la calidad en la medición es necesario incrementar el número de bits de resolución del convertidor analógico-digital (sonda). En las Figs, 4.2 4.3 se muestra una prueba de presión simulada, para un yacimiento de doble porosidad, contaminada con ruidos cuántico y gaussiano.

A continuación se presenta el código, en MATLAB®, de los generadores de ruido.



Fig. 4.1 Cuantización de señal analógica. Es equivalente a medir la altura entre el máximo y el mínimo de la curva con reglas (escalas) de 2³=8, 2⁴ = 16, 2⁵=32 divisiones. Los exponentes equivalen al número de bits del convertidor analógico digital.

Cuantización

(código en MATLAB ®)
function z = cuantiza(x,bits)
minrango = min(x);
maxrango = max(x);
n = 2^bits;
rand('state',sum(100*clock));
z = n * (x-minrango)/(maxrango-minrango);
for i = 1:length(x)
d = z(i) - floor(z(i));

$$if d \le 0.5$$

 $r = betapdf(2*d, 1, 0.13)* rand;$
 $elseif r \ge 0.5$
 $z(i) = floor(z(i));$
 $else$
 $z(i) = ceil(z(i));$
 $end;$
 $if d \ge 0.5$
 $r = betapdf(2*(1-d), 1, 0.13)* rand;$
 $elseif r \ge 0.5$
 $z(i) = ceil(z(i));$
 $else$
 $z(i) = floor(z(i));$
 $end;$
 end
 $z = minrango + z*(maxrango-minrango)/n;$



Fig. 4.2 Prueba de presión simulada para un yacimiento fracturado y medido de máximo a mínimo con una convertidor analógico-digital de 6 bits (2⁶=64). También se muestra ruido gaussiano de tres desviaciones estándar=30=(máx-min)/2⁶ de ruido máximo.

Gaussiano

(código en MATLAB®)

function z = RuidoGaussiano(x,bits)
minrango = min(x);
maxrango = max(x);
n = 2^bits;
randn('state',sum(100*clock))
Dp = (maxrango-minrango)/n;
z = x+ Dp*randn(length(x), 1)/6;

% Se divide entre seis para asegurar un 99% del ruido: 3*sigma sea de la % misma magnitud Pico a Pico que el del ruido de cuantización.



Fig. 4.3 Acercamiento a la Fig. 4.2. Es notoria la diferencia entre el ruido Gaussiano y el de cuantización. El eje "y" está en escala lineal.

Filtros lineales.

Los filtros numéricos se utilizan para dar relieve a algunas características de la información. Los filtros lineales permiten resaltar o disminuir señales de frecuencia altas, bajas o de banda intermedia.

La forma tradicional de hacerlo es aplicando la transformada de Fourier a la señal numérica, mutiplicarla por el filtro pasa alta, baja o de banda. Posteriormente se le aplica la transformación inversa de Fourier para obtener la señal filtrada, en las figuras 5.1 y 5.2 se ilustra el proceso. Se utilizó un filtro¹⁶ "elíptico pasa banda IIR" (Infinite Impulse Response) de octavo orden, con frecuencia pasa banda entre 10 y 20 Hz.

Filtros similares pasa bajas o pasa altas se pueden usar para separar cada señal de diferente frecuencia.

Aproximaciones polinomiales.

La regresión o aproximación polinomial¹⁹ es el cálculo de los coeficientes de un polinomio para que pase lo más cerca posible de un conjunto de puntos. Se usa como un filtro especial pasa bajas, ya que es posible ver las tendencias "gruesas" o "regionales". Un ejemplo de su funcionamiento se puede observar en la figura 5.3.



Fig. 5.1 La señal original es la suma de senoides de 5, 15 y 30 hertz. Al aplicar el filtro pasa banda centrado en 15 Hz, da como resultado la señal de amplitud 1.5 y 15 Hz.

La matriz de transición se muestra en la (5.1). Las (x_i, y_i) son las coordenadas x, y de cada uno de los p puntos, y n es el grado del polinomio.

Entonces el vector de coeficientes C de mejor aproximación, según la técnica de mínimos cuadrados, del polinomio de grado n para los "p" puntos se calcula con la ecuación (5.3), donde el vector de mediciones es Y.

$$XC = Y \tag{5.1}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^n \\ & & & \\ 1 & x_{p-1} & x_{p-1}^2 & x_p^n \\ 1 & x_p & x_p^2 & x_p^n \end{bmatrix}; p \ge n+1$$
(5.2)

$$C = (X^{T}X)^{-1}X^{T}Y$$
 (5.3)



Fig. 5.3 La aproximación polinomial aplica un filtro pasa bajas a los datos. Así se pueden visualizar las tendencias globales de la señal.

Sub-Muestreo (diezmado) de datos.

Elig-Economides²⁰ experimentó con el sub-muestreo logaritmico de datos de pruebas de variación de presión y encontró que es posible disminuir el ruido en la derivada. Ella observó que disminuyó significativamente el ruido en la derivada cuando sub-muestreó 5 conjuntos de datos de más de 2000 puntos cada uno (igualmente espaciados en el tiempo), a sólo 71 puntos igualmente espaciados en el logaritmo del tiempo (cerca de 20 por ciclo logarítmico).

Para explorar este hecho, en esta tesis se simuló una prueba de presión para un yacimiento infinito de doble porosidad y con almacenamiento y daño. Se obtuvieron 40 puntos por ciclo logarítmico y se le añadió ruido de cuantización y gaussiano, equivalente a medir con una herramienta de 8 bits de resolución, en el cambio total de presión. Ver figuras 5.4 a 5.7. Se sub-muestrearon los datos para obtener 20, 10 y 5 puntos por ciclo, y se procesó la información como si fueran pruebas diferentes.

Los resultados son muy interesantes ya que se observa una correlación en la disminución de ruido en la derivada, con la disminución de los puntos de muestreo.

Este efecto parece ser un filtrado de ventana, o promedio de puntos. Lo interesante es que no se promedia, sino que se toma el dato real.

Sería interesante utilizar la técnica de sub-muestreo logarítmico hasta lograr la mejor calidad en la derivada logarítmica, y a estos nuevos datos procesarlos con wavelets y la aproximación polinomial.



Fig. 5.4 Muestra el efecto de sub-muestreo logarítmico. La señal original está muestreada a 40 puntos por ciclo. Se sub-muestreó a 20, 10 y 5 puntos por aclo. Aparece el efecto de disminución de ruido en la derivada al disminuir el número de puntos por ciclo de la señal original.



Fig. 5.5 Muestra el efecto de sub-muestreo logaritmico. La señal original está muestreada a 40 puntos por ciclo. Se sub-muestreó a 20, 10 y 5 puntos por aclo. Aparece el efecto de disminución de ruido en el espectro de Fourier (amplitud) al disminuir el





Fig.5.6 Misma que Fig. 5.4 pero con ruido gaussiano



Fig.5.7 Misma que Fig. 5.5 pero con ruido gaussiano

23

Wavelets.

Una onda se define como una función oscilatoria en el tiempo o el espacio, tal como una función seno. El análisis de Fourier es el análisis de ondas. Éste expande señales o funciones en términos de sumas de funciones trigonométricas senos y œsenos, o equivalentemente, en sumas de funciones exponenciales con argumento complejo.

Este método resulta ser muy poderoso para el análisis de señales periódicas, invariantes en el tiempo, o en fenómenos estacionarios. Wavelets u ondículas son *"pequeñas ondas"* que tienen su energía concentrada en un intervalo de tiempo, y permiten generar una herramienta para el análisis de fenómenos transitorios, no estacionarios, o variantes en el tiempo. Las wavelets conservan las características de ondas (frecuencia), pero añaden la posibilidad de realizar análisis simultáneo en el tiempo.

En la figura 5.8 se ilustra una onda senoidal de amplitud constante en el intervalo $-\infty < t < \infty$, y por lo tanto, tiene energía infinita. También se muestra una wavelet, con energía concentrada en un intervalo.

Se pueden usar wavelets en expansiones en series, de la misma forma que se usan las series de Fourier. Además, existe la versión digital, tal como la Transformada Rápida de Fourier, o la Transformada Discreta de Fourier.



Fig. 5.8 (a) Señal senoidal y (b) wavelet Daubechies 10 (ψ₁₀) La primera tiene energia infinita ya que -∞ < t < ∞, la segunda tiene energia finita y está localizada en el tiempo.

Transformada Wavelet.

Una señal o función f(t) a menudo puede ser analizada mejor si se expresa como una descomposición (expansión) lineal ∞ mo

$$f(t) = \sum_{i} a_i \psi_i(t) \tag{5.3}$$

donde *l* es un índice entero para la suma finita o infinita, a_l son los coeficientes real-valuados de la expansión y el conjunto de funciones f(t) real-valuadas. El conjunto de funciones $\psi_i(t)$ se llama base, si la expansión es única. Si la base es ortogonal, entonces se puede expresar como:

$$\left\langle \Psi_{k}(t), \Psi_{l}(t) \right\rangle = \int \Psi_{k}(t) \Psi_{l}(t) dt = \begin{cases} 0; k \neq l \\ 1; k = l \end{cases}$$
(5.4)

y los coeficientes pueden ser calculados con

$$a_{k} = \left\langle f(t), \psi_{k}(t) \right\rangle = \int f(t) \psi_{k}(t) dt$$
(5.5)

Para las series de Fourier, las funciones base $\psi_k(t)$ son $sin(kw_0t)$ y $cos(kw_0t)$, con frecuencia kw_0 Para las series de Taylor, con base no ortogonal, son monomios de t^k , y para otras expansiones existen varios polinomios. Existen algunas expansiones que utilizan splines y otras fractales.

Para la expansión en wavelets, se construyó un sistema de dos parámetros, similar a la ecuación (5.3), como se muestra a continuación

$$f(t) = \sum_{k} \sum_{j} a_{j,k} \psi_{j,k}(t)$$
(5.6)

Donde k y j son indices enteros y $\psi_{j,k}(t)$ son las funciones de expansión wavelet, que generalmente forman una base ortogonal. El conjunto de coeficientes $a_{j,k}$ es llamado la Transformada Wavelet Discreta (DWT) de f(t) y la ecuación 6.6 es su inversa (IDWT).

Sistemas de Wavelets

El conjunto de expansión wavelet no es único. Existen muchos sistemas wavelets diferentes que pueden ser usados eficientemente, pero todos parecen tener las siguientes tres características generales²¹.

- 1. Un sistema wavelet es un conjunto de bloques para construir o representar una señal o función. Es un conjunto de expansión bidimensional (generalmente una base) para alguna clase de señales. En otras palabras, si el conjunto de wavelets está dado por $\psi_{j,k}(t)$, para índices j,k=1,2,3,..., para algún conjunto de coeficientes $a_{j,k}$ puede existir una expansión lineal $f(t) = \sum_k \sum_i a_{j,k} \psi_{j,k}(t)$.
- 2. La expansión de la señal en wavelts permite localizarla en frecuencia tiempo. Esto significa que mucha de la energía de la señal se puede representar con muy pocos coeficientes de expansión, $a_{j,k}$
- El cálculo de los coeficientes (DWT) de la señal puede realizarse eficientemente. Esto debido a que el número de operaciones aritméticas es proporcional al número de puntos de la señal.

Todos los sistemas wavelets tienen estas características generales. Las series de Fourier mapean funciones de una variable continua, monodimensionales en una secuencia monodimensional de coeficientes. La expansión en wavelets mapea en una secuencia de arreglo bidimensional de coeficientes. Las dos dimensiones son de frecuencia y tiempo; son similares a la representación musical en pentagrama, la vertical representa la frecuencia o tono musical y la horizontal, el tiempo en que ocurre.

Características específicas de las wavelets

Existen tres características adicionales^{21,22} que son más específicas para las expansiones en wavelets.

 Todas las nombradas "primera generación de wavelets" son generadas por una función de escala (wavelet) a través de escalamientos y traslaciones simples. La parametrización bidimensional (algunas veces se conoce como "generadora de wavelets o "wavelet madre") se alcanza por la función \u03c0(t) definida por:

$$\Psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \Psi(2^j t - k); j, k \in \mathbb{Z}$$
(5.7)

Donde Z es el conjunto de todos los enteros y el factor 2^{i2} mantiene una norma constante independiente de la escala *j*. Esta parametrización en el tiempo o espacio localizado por *k* y la frecuencia o escala por *j*, son muy eficientes.

- 2. Casi todos los sistemas prácticos de wavelets satisfacen las condiciones de multirresolución. Esto significa que si un conjunto de señales puede ser representada por una suma pesada de $\varphi(t-k)$, entonces también se puede representar por el conjunto de sumas pesadas de $\varphi(2t-k)$. Esto es, si el conjunto de funciones de expansión originales se hacen la mitad de ancho, y se traslada por intervalos de medio ancho, entonces es posible incluso obtener una mejor representación de la señal original.
- Los coeficientes de baja resolución pueden ser calculados a partir de los coeficientes de alta resolución, por medio de una estructura arbórea llamada "banco de filtros". Esto permite un cálculo eficiente de coeficientes de expansión (conocido como la Transformada Wavelet Discreta (DWT))

Las operaciones de traslación y escalamiento son la razón de la eficiencia en la expansión en wavelets. En las figuras 5.9 a 5.11 se muestran representaciones de traslación y escalamiento.



Fig.5.9 Función senoidal, con efecto de escalamiento.



Fig. 5.10 Efecto de escala en una función wavelet.



Multirresolución.

La propiedad de multirresolución de los wavelets, o mejor dicho de la DWT, permite visualizar las características de la señal en diferentes grados de acercamiento, o niveles de resolución.

El efecto de multirresolución se puede explicar de manera aproximada e informal como "peinar" la señal con un peine con muchos dientes, pero muy blandos, de manera que suaviza todo los pequeñísimos detalles, pero permanecen las tendencias grandes. Hemos obtenido entonces dos series de datos, la "regional" o peinada, y los picos que le quitamos con el peine. Ahora, a estos nuevos datos regionales, se les peina con un peine con sólo la mitad de dientes que el que se usó la primera ocasión, pero con los dientes del doble de espesor. Nuevamente obtenemos dos series de datos, regionales y de detalle. Continuamos el procedimiento hasta que sea suficiente para el propósito de la aplicación (generalmente 4 o 5 niveles). Es evidente que si se añaden los datos regionales con los de alta resolución de un nivel, se obtienen los datos regionales del nivel inmediato inferior. Si a éste se le añaden los datos de alta resolución correspondientes, se obtiene los datos regionales de un nivel inferior y así hasta obtener los datos originales. Peinar es equivalente a aplicar la DWT y el añadir coeficientes del mismo nivel hasta obtener la señal original, es el proceso inverso o IDWT.

Continuando con la explicación informal de multirresolución, al aplicar la DWT, se obtienen un conjunto de pares de series de coeficientes de alta y baja resolución. Supongamos que detectamos que una de las series de alta resolución, es exactamente el ruido que perturba la señal. Entonces, inteligentemente lo sustituimos por ceros y aplicamos la transformada inversa IDWT. Esperaríamos quitar (filtrar) de ese ruido la señal; y sí se logra. De esta forma funciona el filtraje con wavelets. Un punto adicional es no hacer cero toda la señal, sino seleccionar un ubmral alto, que deje pasar los picos grandes (porque pueden ser debidos a señales regionales) y se hacen cero todos los valores debajo del umbral; a esto se le conoce como método HARD. Después de usar el método HARD, a todos los picos grandes se les resta el umbral, entonces se le conoce como método SOFT.

La figura 5.12 se presentan diversos acercamientos de una prueba simulada de incremento de presión en un yacimiento fracturado. Los datos se midieron con una herramienta hipotética de n_{test} =7 bits de resolución, pico a pico de la señal. Con la intención de mostrar el efecto de filtraje, también se presenta la derivada (Bourdet, parámetro 0.3) de los datos de presión, con y sin ruido de cuantización.

La expansión de coeficientes que resulta de la DWT, consiste en dos series de coeficientes, de baja resolución o suave-burda, y de alta resolución o de gran detalle.

Las subgráficas de la columna izquierda de la figura 5.8, representa la expansión de coeficientes de baja resolución, o descomposición burda, las subgráficas de la columna derecha representa la descomposición en coeficientes de gran detalle (se muestra el valor absoluto de los coeficientes).

En la subgráfica superior izquierda se muestran los datos "originales", a los cuales se le añadieron las derivadas calculadas con el método de Bourdet (L=0.3), para los datos sin y con ruido de cuantización, esto con la intención de mostrar el efecto de filtraje con wavelets. En la subgráfica superior derecha se muestran solamente los datos con ruido de cuantización. La segunda subgráfica de la derecha muestra los primeros y de más alto detalle de los coeficientes de descomposición de la DWT. Las subgráficas 2, 3, 4, 5 y 6 de la derecha corresponden a los coeficientes de alto detalle pero "peinados" con peines de menos dientes. Las subgráficas 2, 3, 4, 5 y 6 de la izquierda corresponden a los coeficientes de baja resolución asociados a los de alto detalle de la derecha.



Cuantización. Resolución de 7 bits.

Fig. 5.12 Multirresolución, prueba de presión simulada. Se puede observar una técnica muy usada y de fácil empleo, para filtraje de información con wavelets. Simplemente se hacen cero los coeficientes de alto detalle que corresponden al ruido y se aplica la transformada inversa.

Si sumamos (es impreciso pero aproximado) los datos de las subgráficas de nivel 6, obtenemos los datos de presión de baja resolución (izquierda) representados en la subgráfica 5 izquierda. Así podemos continuar hasta regresar a la señal original.

El filtraje se observa si analizamos el procedimiento descrito de manera inversa. Consideremos la señal original mostrada en la subgráfica 1 izquierda. El primer nivel de coeficientes, subgráficas 2, presenta la señal de alto detalle (derecha) y la de baja resolución (izquierda). La señal de baja resolución ya está filtrada.

Ahora sumemos las dos señales del nivel 5; obtenemos la señal de presión de baja resolución del nivel 4 (izquierda)

En el siguiente nivel de subgráficas 3, la señal de baja resolución está filtrada, y ya no tiene los "ruidos" del nivel 2 y 3. Así hasta el nivel 6. La señal de baja resolución de la subgráfica 6, está filtrada de todas las señales desde el nivel 6 hasta el nivel uno. Es equivalente a definir como cero todos los conjunto de coeficientes de alta resolución, excluyendo el nivel 6 y realizado la transformada inversa IDWT.

Se puede observar que en las subgráficas 4, se obtiene una derivada que denota aproximadamente la tendencia original. Sin embargo, las distorsiones existentes para tiempos largos, son evidentes. Para disminuir ese problema, en este trabajo se duplicó la señal, se invirtió de derecha a izquierda y se añadió al final de la señal original. Todos los análisis tienen este tratamiento.

Capítulo 6. Aplicación de filtros a pruebas de presión.

Los ruidos en los datos de pruebas de presión se puede clasificar en dos tipos, los aleatorios y los sistemáticos. Los ruidos aleatorios se presentan en todos los sistemas de medición y generalmente siguen una distribución estadística de tipo gaussiana. Los ruidos sistemáticos se generan debido a una operación inadecuada en el manejo de los equipos electrónicos y electromecánicos que se utilizan en la toma de datos, o en operaciones recientes de cambio de gasto en pozos cercanos o en el mismo pozo. Los ruidos de cuantización se clasifican como sistemáticos ya que dependen de la sensibilidad de la herramienta de medición.

Los ruidos de cuantización y gaussianos son "blancos" porque con similitud a la luz blanca que está compuesta por todos los colores, sus frecuencias aparecen en todo el espacio de Fourier, aunque la amplitud crece en las altas frecuencias. Es por eso que el ruido se superpone a la señal de la prueba de presión en todo el espectro; este efecto se muestra en la figura 6.1.

Para realizar el análisis espectral de los datos de presión, se calculó la transformada analítica de Fourier para el caso de dos yacimientos infinitos, uno homogéneo y el otro de doble porosidad, ambos con almacenamiento y daño. Se usó la solución analítica en el espacio de Laplace y se sustituyó la variable de Laplace por $iw_D = 2\pi i / b$. La figura 5.2 presenta una comparación de los espectros analíticos y los obtenidos por el procedimiento numérico propuesto por Roumboustos y Stewart²³. Puede observarse un parecido excelente entre las transformadas numérica y analítica. El intervalo de tiempo fue $10^2 < t_D < 10^7$ con 2^{10} puntos igualmente espaciados en el logaritmo del tiempo, para el algoritmo de la Ref. 23.



Fig. 6.1 Se muestra la similitud en el comportamiento de los ruidos de cuantización y gaussiano. El ruido aparece en todo el espectro de la señal. Se contaminó una señal con ruido de cada tipo, se graficó la diferencia de espectros de señal limpia y ruidosa.

El uso de este método tiene la ventaja de evitar el efecto de superposición (*alias*) que se presenta con la Transformada Rápida de Fourier. En la misma curva se presentan las ∞ rrespondientes funciones derivadas de presión. También se puede observar que son pequeñas las diferencias absolutas entre los espectros de los dos tipos de modelos. Un concepto interesante de esta figura 6.2, es que la información importante para cuantificar los rasgos de fractura en el espectro están comprendidas entre 330 dB y 200 dB, esto es un rango de 330-200 = 130 dB, que equivalen, según la ecuación (4.2), a 21 bits de resolución en los datos. Esto es, si se quiere tener toda la información, se requiere de una herramienta que sea capaz de medir con 21 bits de resolución el cambio máximo en los datos. Actualmente sólo existen herramientas para medición en rango completo, esto es de 5,10,15 o 20 miles de psi. Para yacimientos de alta permeabilidad efectiva, los cambios son del orden de unidades de psi (lb/pg²), que es muy por debajo de la capacidad de las sondas actuales. En realidad se requieren herramientas con capacidad de medir con 21 bits de resolución cambios de 1, 5 o 10 psi. pero éstas no existen actualmente en el mercado.



Fig.6.2 Comparación entre la Transformada de Fourier analítica y la numérica calculada con el método de la Ref. 23.

La figura 6.3, presenta las diferencias relativas entre los espectros de frecuencia de dos yacimientos, uno homogéneo y el otro de doble porosidad¹⁷, con almacenamiento y daño, ambos calculados con el procedimiento de la Ref. 23. Se añadió un ruido de truncamiento equivalente a medir con una herramienta de 10 bits efectivos de resolución. Se observa una diferencia entre las dos señales a partir de la frecuencia angular adimensional $4x10^4$. De la figura se puede concluir que se pierde cerca de la mitad de la forma de las curvas de frecuencia, por lo cual es dificil diferenciar las señales de los yacimientos homogéneos y de doble porosidad cuando se mide la presión con una herramienta de 10 (o menos) bits efectivos de resolución. De esta figura se puede inferir que el uso de filtros pasa bajas probablemente distorsione la forma de las señales y hacer indistinguible su diferencia con el ruido.



Fig. 6.3 Diferencias relativas de los espectros correspondientes a modelos homogéneo y fracturado con señales limpias y ruidosas.

El método descrito en la sección de wavelets para reducción de ruido puede ser aplicado con cualquier clase de wavelets ortogonales. Sin embargo, la base wavelet (base del espacio vectorial) debe de seleccionarse altamente correlacionable con la forma de la señal, para asegurar una clara distinción del ruido. Por ejemplo, las ondículas Haar (wavelets escalón, o caja), se aproximan excelentemente a señales binarias o de saltos, pero son pésimas para curvas suaves como las generadas por las pruebas de presión.

Se experimentó con filtros a base de diferentes ondículas ∞ mo las Haar, Daubechies, Symmlets y Coiflets^{10,22}. Los mejores resultados se obtuvieron con Symmlets y Coiflets.

Para el caso de ruido de cuantización se encontró un mejor comportamiento con el uso de ondículas Coiflet de orden 5. Éstas poseen propiedades interesantes como soporte compacto^{*}, ortogonalidad, casi-simetría, momentos cero, regularidad arbitraria, exacta reconstrucción y fácil implementación. Se encontró que un esquema de cuarto nivel de multiresolución piramidal es suficiente para reducir ruido de cuantización, esto se debe a que a niveles más altos ya no se encuen-

tra este tipo de ruidos.

Se probaron varios métodos de definición de umbral como: rigrsure, heursure, sqtwolog, y minimax²⁴. Rigrshure, utiliza el estimador insegado de riesgo de Stein para asegurar el mínimo paso de señal indeseada. Sqtwlog, utiliza una forma fija de nivelador, calculándolo con el método minimax y multiplicándolo por un factor proporcional al logaritmo de la longitud del vector de coeficientes. Es una mezcla de las dos opciones previas, y se obtiene un SNR bajo. Minimax, es un método de calculo de umbral constante. Es una técnica estadística que estudia el mejor y el peor caso de una aproximación y decide por un término medio.

Sqtwolog fue el que dio mejores resultados para señales con ruido de cuantización y con resoluciones digitales en los datos superiores a 8 bits. También proporcionó buenos resultados para señales con ruido gaussiano, con resoluciones digitales en los datos superiores a 5 bits.

^{*} Soporte compacto es sinónimo de una base ortonormal. Las funciones de base en wavelets no necesariamente son linealmente independientes.

Es importante mencionar que ruidos con amplitud de 1% del total de cambio de presión $(0.01r_{test})$, son difíciles de encontrar en las pruebas convencionales con herramientas de alta resolución, salvo para cambios de presión muy pequeños. Sin embargo, las ameradas o herramientas mecánicas proporcionan datos con más de un 0.2% de ruido, dependiendo de r_{test} y r_{tool} . Por esta razón, es importante desarrollar procedimientos para filtrar datos de ameradas.

Para calcular el ruido en la señal, se utilizó un procedimiento de aproximación polinomial, (regresión por mínimos cuadrados) para aproximar los datos de presión. El conjunto de funciones base fue, 1, t^{1/4}, t^{1/2}, t, t^{3/2},t^{-1/2}, t⁻¹, log t, (log t)/t. Esta base se usó porque los vectores corresponden a muchas de las geometrías encontradas para pozos verticales²⁵, pozos horizontales^{26,27,28,29,30}, pozos fracturados horizontales^{31,32,33}, yacimientos lineales³⁴, flujo en estado seudo-estacionario de yacimientos compuestos y estratificados^{33,35,36,37}, pozos parcialmente penetrantes³⁸, con fallas de alta conductividad³⁹, pruebas de interferencia vertical⁴⁰. Hay casos no incluidos en esas funciones base, algunos de ellos son: pozos en limpieza⁴¹, el comportamiento en tiempos intermedios de yacimientos œtratificados³⁷, el comportamiento de la presión cuando existen subregiones circulares impermeables o compresibles.⁴²

Debido a que los vectores de base propuestos son linealmente dependientes, existen problemas de mal posicionamiento de las matrices, sin embargo, las soluciones fueron aceptables para todos los casos calculados. Es posible reparar este problema con una adecuada selección del producto interno y el uso de la ortogonalización de Gram-Schmidt¹⁹. El ajuste polinomial funciona bien para cambios suaves y moderados, como los que se presentan a tiempos mayores al máximo de la región de almacenamiento, y ofrece excelentes resultados para identificar los regimenes de flujo en la derivada, que son dificiles de identificar con los procedimientos estándar.

Como se mencionó previamente, el procedimiento de ajuste polinomial permite estimar el ruido de los datos. El ruido estimado se utiliza para calcular el umbral para el filtraje con ondículas. La magnitud del ruido se mide como la desviación estándar de la diferencia de la señal ruidosa menos el polinomio ajustado.

En la figura 6.4 se muestran las funciones de distribución de los coeficientes de ondículas Coiflet, para un ruido de cuantización de 1.6% del cambio máximo de presión de la prueba, esto es $n_{test}=6$ bits. Se puede observar como las distribuciones se parecen a la distribución gaussiana. La figura 6.5 presenta las desviaciones estándar de las ondículas Symmlet y Coiflet, en función del parámetro de escala *j*.



Fig.6.4 Distribución de los coeficientes de Ondículas Coiflet, para datos con ruido de cuantización y resolución efectiva de 6 bits.

Se realizaron 20 corridas, la línea gruesa representa el valor medio. Se ve que los Coiflets tienen un mejor comportamiento ya que las desviaciones estándar de los ruidos de cada nivel decrecen monotónicamente.



Fig. 6.5 Desviaciones estándar de los coeficientes de Ondículas Symlets y Coiflets, según el nivel j, para un nivel de resolución digital de los datos de 6 bits.

Este comportamiento se puede deber a que existe cierta œrrelación entre la forma de las ondículas Coiflets y las caracteristicas del ruido. Este comportamiento es otra de las razones por las cuales se decidió usar ondículas Coiflets en este trabajo. Los parámetros de umbral decrecen monotónicamente con el nivel, esto es debido al Teorema del Límite Central, ya que los coeficientes obedecen a funciones de distribución parecidas a la distribución gaussiana.

Analítico

Ejemplo1 con Datos Sintéticos. En la figura 6.6 se muestra el caso correspondiente a un sistema de doble porosidad, medido con resolución digital de los datos de n_{test} = 6 bits.

A la solución analítica se le añadió ruido gaussiano. Las derivadas de la función de ajuste y de los datos filtrados con wavelets se evaluaron con el mismo parámetro y procedimiento (Bourdet, L=0.3). Por ensaye y error se determinó la sección de curva a aproximar con el ajuste, [$t_D=3.5x10^4$, t_{Dmax}]. Se observa que el método proporciona excelentes resultados. Se

calculó el ruido con la diferencia de la señal ruidosa menos el polinomio y éste se uso para calcular las diferentes desviaciones estándar de los coeficientes del método piramidal. La figura 6.7 muestra un acercamiento de la 6.6, donde se puede apreciar el trabajo realizado por cada método.

La relación señal ruido para este caso es de SNR = 49.1dB. Después de aplicar el filtro de wavelets se obtuvo un SNR = 55.3dB, esto es, se mejoró la relación en 6.2dB. Calculando la SQNR con referencia a la curva ajustada y la sintética se obtuvo un SQNR = 64.4dB, esto es, una mejora de 15.3dB. Se observaron mejoras de en promedio 18dB cuando la señal sintética se contaminó con ruido gaussiano y se calculó con respecto a la curva de ajuste.

La figura 6.8 presenta el valor absoluto de los primeros cuatro coeficientes de detalle y sus umbrales correspondientes calculados de forma automática. Si los umbrales se ajustan manualmente, se pueden mejorar los resultados.



Fig. 6.6 Comportamiento de la derivada para datos de presión simulados con ruido gaussiano y con 6 bits una resolución digital.

41



Fig. 6.7 Acercamiento de la figura 6.6, se muestran las curvas sintética, la de ajuste y las obtenidas con el filtro con wavelets. Escala lineal en eje y



Fig. 6.8 Coeficientes de los primeros cuatro niveles y los correspondientes umbrales calculados automáticamente, para los curvas mostradas en las figuras 6.6 y 6.7.

El cálculo automático de los umbrales consiste en determinar la desviación estándar del ruido y definir el umbral como tres veces su desviación estándar. Así se pretende asegurar un filtraje del 99.7 % del ruido; sin embargo, experimentalmente se observó que esta suposición no es operante. Finalmente se usaron 10, 10, 4 y 2 como factores multiplicativos de la varianza, calculada como se mencionó arriba, para los umbrales de los coeficientes de nivel 1 al 4, respectivamente. Además, se utilizó el método HARD de nivelación de coeficientes.

Ejemplo 2 con Datos Sintéticos. Las figuras 6.9 a 6.11, presentan información similar a las mostradas en las tres figuras anteriores, pero ahora con ruido de cuantización de la misma magnitud.

En la figura 6.9 se puede observar la calidad de las derivadas obtenidas de la función ajustada y de los wavelets. Sin embargo, el trabajo que realiza la derivada de Bourdet⁴ con ruido de cuantización es muy malo, ya que no reproduce el mínimo de la derivada, aún usando valores altos de L. Los resultados obtenidos con el filtro de wavelets son razonablemente buenos, considerando la calidad de los datos. La figrura 6.10 muestra un acercamiento de la 6.9, se presenta el trabajo que realiza el filtro de wavelets y como es afectado con ruido de cuantización.

La señal original presenta una relación señal-ruido de cuantización (SQNR) de 42.7 dB, después de aplicar el filtro de wavelets y el ajuste se obtuvieron 48.2 dB y 54.5 dB, respectivamente. Se realizaron varias corridas del programa de simulación (con números aleatorios diferentes generados en cada caso) y se obtuvieron mejoras promedio de SQNR de 8 dB para wavelets y hasta 16 dB para la aproximación polinomial.

La dificultad para eliminar el ruido de cuantización es lo que hace que este problema sea simultáneamente dificil y relevante.

43



Fig. 6.9 Comportamiento de la derivada para datos de presión simulados con ruido de cuantización y con 6 bits una resolución digital.



Fig. 6.10 Acercamiento de la Fig.6.9, se muestran las curvas sintética, la de ajuste y las obtenidas con el filtro con wavelets. Escala lineal en eje y



Fig. 6.11 Coeficientes de los primeros cuatro niveles y los correspondientes umbrales calculados automáticamente, para los resultados mostrados en las Figs. 6.9 y 6.10.

Ejemplos de campo con datos reales.

Ejemplo 1. El primer ejemplo de campo es una prueba de inyección (fall-off) tomada en el pozo A, en un campo marino. El pozo produce de una formación cretácica intensamente fracturada. La prueba es afectada por la represurización en la cabeza después del cierre, y además está presente ruido de truncamiento añadido por la herramienta de medición. En la figura 6.12, se muestra con "x" la derivada calculada con el método de Bourdet⁴ y con "+" la derivada de los datos filtrados con wavelets. En ambos casos se usó el mismo valor del L=0.3. Para los datos ajustados con el polinomio, representado con la línea continua, se usó la derivada de diferencias centrales. El tiempo a partir del cual se realiza el ajuste polinomial es de 0.065 horas. Se puede ver que la derivada del ajuste muestra un comportamiento de doble porosidad y esto es más evidente que con las derivadas obtenidas con los otros dos métodos.



Fig. 6.12 Comportamiento de la derivada para datos de una prueba de inyección. Pozo A.

La figura 6.13 muestra una amplificación de la 6.12. Se puede ver la presencia de ruido de cuantización y el trabajo que realizan el filtraje por wavelets y el ajuste polinomial. La figura 6.14 representa los primeros cuatro niveles de coeficientes y umbrales calculados automáticamente.

Los métodos propuestos se aplicaron a datos presentados en la literatura, que corresponden a las pruebas de incremento 5 y 11 de la Ref. 43.

Ejemplo 2. La prueba 5 y sus correspondientes resultados se muestran en las figuras 6.15 a 6.17. En la figura 6.16 se evidencia la presencia de ruido de truncamiento. En la figura 6.15 con la curva derivada de la función ajuste, se identifica flujo esférico, en el intervalo de 1 a 2 horas, y después flujo radial. Este último se verificó en una gráfica semilogarítmica. Con las derivadas estándar (Bourdet) y de los datos filtrados con wavelets es dificil llegar a esa conclusión.



Fig. 6.13 Acercamiento de la figura 6.12, de las curvas de ajuste y las obtenidas del filtro con wavelets a la señal sintética y ruidosa.



Fig. 6.14 Coeficientes de los primeros cuatro niveles y los correspondientes umbrales calculados automáticamente, para los resultados mostrados en las figuras 6.12 y 6.13.

Usando la curva ajustada como curva limpia, se calculó una relación señal ruido SQNR de 43.1dB de la señal original y corresponde a datos con una resolución digital de 7 bits.





Fig. 6.15 Comportamiento de la derivada para datos de una prueba de incremento. Prueba 5, Ref. 41.



Fig. 6.16 Acercamiento de la figura 6.15, de las curvas de ajuste y las obtenidas del filtro con wavelets a la señal sintética y ruidosa. El eje y está escala lineal

<u>،</u> -



Fig. 6.17 Coeficientes de los primeros cuatro niveles y los correspondientes umbrales calculados automáticamente, para los resultados mostrados en las figuras 6.15 y 6.16.

Los coeficientes y umbrales calculados automáticamente se muestran en la 6.17. A pesar de que la derivada de la señal filtrada es más suave que la señal original, los umbrales propuestos automáticamente no trabajan tan bien como en los casos sintéticos.

Ejemplo 3. La prueba de incremento 11⁴¹, se muestra en la figura 6.18. No es tan evidente la presencia de ruidos de cuantización en la figura 6.19. Sin embargo, existen otros tipos de ruido. La derivada de la función de ajuste muestra dos períodos radiales y un período intermedio de flujo lineal. Una vez más, la forma automática de calcular los umbrales no da resultados satisfactorios. La figura 6.20 presenta los coeficientes de ondícula y sus umbrales calculados de manera automática.

Se observó, en casos no presentados en este documento, que para mejorar los resultados con el uso de wavelets, se recomienda diezmar (disminuir) los datos de manera que se tengan del orden de 40 datos por ciclo logarítmico. También se



49

observó que se pueden ajustar los umbrales manualmente, y con algo de práctica es posible mejorar los resultados del filtraje con wavelets.



Fig. 6.18 Comportamiento de la derivada para datos de una prueba de incremento.



Fig. 6.19 Acercamiento de la figura 6.18 de las curvas de ajuste y las obtenidas del filtro con wavelets a la señal sintética y ruidosa. La escala del eje y es lineal.



.

Fig. 6.20 Coeficientes de los primeros cuatro niveles y los correspondientes umbrales calculados automáticamente, para los resultados mostrados en las figuras 6.18 y 6.19.

Capítulo 7. Discusión de resultados

La búsqueda de alternativas que mejoren el trabajo que realizan los filtros pasa bajas lineales, sobre los datos de presión contaminados con ruidos grandes (mayores que una milésima del cambio total de presión), cambió la dirección de este trabajo hacia las técnicas wavelets. Los resultados demuestran que con el uso de wavelets se mejora la calidad de la información filtrada, sin embargo no fue posible asegurar una operación automática para todos los casos. Se observó que para mejorar un la calidad de los datos se requería manipular adicionalmente la magnitud de los umbrales de los coeficientes de la DWT.

Sorprendentemente, el uso de la aproximación polinomial, que se diseñó con propósitos de calcular el ruido, ofreció resultados de suavizamiento de buena calidad, para ambos tipos de ruido gaussiano y de cuantización.

La resolución digital de la sonda que se requiere para observar las señales importantes del yacimiento del espectro de frecuencias, es de 21 bits. Esto se refiere a la "escala de la regla con la que se mide el cambio máximo de presión de la prueba", que para este caso es de dos millones de divisiones entre máximo y mínimo. Las sondas actuales miden con esa resolución para cambios de 5, 10, 15 ó 20 mil psi, que es el rango de operación de la herramienta. Pero no para pequeños cambios de presión de órdenes entre 1 a 20 psi (menos de 10 bits de resolución en los datos) que se obtienen de yacimientos de alta permeabilidad. Por lo que basados en los resultados de esta tesis, es posible concluir que los datos de pruebas de variación de presión obtenidos de yacimientos de alta permeabilidad no son analizables adecuadamente con las técnicas actuales que utilizan la función derivada. Basados en los resultados presentados, se pueden alcanzar las conclusiones siguientes:

- Si se quiere tener toda la información del yacimiento, es necesario usar una herramienta (sonda) que sea capaz de medir con 21 bits de resolución el cambio máximo en los datos. Actualmente sólo existen sondas para medición en rango completo, esto es de 5,10,15 o 20 miles de psi. Para yacimientos de alta permeabilidad efectiva, los cambios son del orden de unidades de psi, que es muy por debajo de la capacidad de las sondas actuales. En realidad se requieren herramientas con capacidad de medir con 21 bits de resolución cambios de 1, 5 o 10 psi. Pero éstas no existen. Es por eso el objetivo de este estudio, encontrar técnicas para disminuir el ruido que introducen las herramientas a los datos de pruebas de variación de presión.
- El uso de la función de ajuste polinomial permite la estimación de ruido y con eso realizar el cálculo automático de los umbrales para el filtro de wavelets.
- Con el ajuste polinomial se mejora la selección del modelo de yacimiento, ya que la derivada hace más evidente la presencia de períodos de flujo.
- 4. El uso de filtros pasa-bajas puede dañar información valiosa ya que el espectro del ruido de cuantización y gaussiano ocupa toda la banda de frecuencias y se superpone al espectro del yacimiento.
- 5. Se recomienda el uso de wavelets Coiflet de orden 5, combinado con ajuste *hard* de los coeficientes. Se observó, en casos no presentados en este documento, que para mejorar

53

los resultados con el uso de wavelets, se recomienda diezmar (disminuir) los datos de manera que se tengan del orden de 40 datos por ciclo logaritmico. También se observó que se pueden ajustar los umbrales manualmente, y con algo de práctica es posible mejorar los resultados del filtraje con wavelets.

- 6. Los parámetros de umbral decrecen monotónicamente con el nivel. Esto se debe al teorema del límite central, ya que los coeficientes obedecen funciones de distribución parecidas a la distribución gaussiana.
- Se observó que sub-muestreando (diezmando) logarítmicamente los datos de presión (separados equidistantemente en el logaritmo del tiempo) es posible disminuir el ruido. Esto se ve claramente en el espectro de Fourier.

Capítulo 9. Perspectivas.

- El desarrollo de sondas (herramientas electrónicas) que puedan medir con 21 bits de resolución el cambio máximo de presión de la prueba, puede ser la solución definitiva al problema de ruido y uso de la derivada logarítmica en la interpretación.
- Para mejorar la calidad de la aproximación polinomial, puede ser que el uso de la ortogonalización de Gram Schmidt a los vectores base propuestos incremente el seguimiento de tendencia y evite el mal posicionamiento de la matriz de transición. También es posible que se pueda extender la aplicación del polinomio a toda la curva, esto es que se inicie la aproximación desde el primer punto de los datos.
- El desarrollo de un software para el filtraje con wavelets que permita la manipulación interactiva en el nivel del umbral, permitirá profundizar más en la comprensión del uso y optimización del filtraje de ruido.
- La investigación y desarrollo de técnicas para el análisis de pruebas de presión en el espacio de Fourier, permitirá incrementar las técnicas para determinar características que son imposibles de observar con el uso del análisis tradicional en el tiempo. Por ejemplo, algo no documentado hasta la fecha es que se requieren 21 bits de resolución en la herramienta para medir el cambio total de presión en una prueba. Cuando se analice el espectro de potencia, se podrá calcular el número de bits efectivos con los que fueron medidos. También ahí será posible reconocer cuándo es imposible obtener más información de los datos. El análisis y comparación con espectros de los diferentes modelos de yacimiento, permitirá reconstruir señales de manera más acertada.

Capítulo 10. Referencias.

- Tiab,Djebbar y Kumar, Anil. "Application of p'D-functions to interference analysis", SPE-AIME, Oct, 1976
- Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A. y Pirad, Y.M.: "A New Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis," World Oil (1983) 95-106.
- Chow, V.T.: "On the Determination of Transmissibility and Storage Coefficients from Pumping Test Data," Trans. Am. Geophys. Un. 33 (1952) 397-404.
- Bourdet, D., Ayoub, J.A., y Pirad, Y.M.: "Use of Pressure Derivative in Well-Test Interpretation," SPEFE (Junio 1989) 293-302; Trans., AIME, 287.
- Clark, D.G. y van Golf-Racht, T.D.: "Pressure-Derivative Approach to Transient Test Analysis: A High-Permeability North Sea Reservoir Example", JPT (Nov. 1985) 2023-39.
- Lane, H.S., Lee, J.W. y Watson, A.T.: "An Algorithm for Determining Smooth, Continuos Pressure Derivatives from Well Test Data", SPEFE (Diciembre 1991) 493-499.
- Raghavan, R.: Well Test Analysis, Prentice Hall, Petroleum Engineering Series, Englewood Cliffs, New Jersey, (1993) 61, 212-214.
- Osman, M.S., Stewart, G.: "Pressure data filtering and horizontal well test analysis case study". SPE 37802, presentada en muestra del medio oeste, Bahrain, 15-18, Marzo. 1997.
- Veneruso, A.F., Ehlig-Economides, C.A., y Akmansoy, A.M.: "Computer-Based Downhole Data Acquisition and Transmission in Well Testing", SPE 24728, presentada en el 67º reunion anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE en Washington, D.C., Octubre 4-7, 1992.

- 10. Burrus, C.S., Gopinath, R.A., y Guo H.: Introduction to Wavelets and Wavelets Transform, Prentice Hall (1998).
- Kikani, J. y He, M.: "Multi-resolution Analysis of Long-Term Pressure Transient Data Using Wavelet Methods," paper SPE 48966 presentada en el 1998 reunion anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE, Septiembre 27-30.
- 12. Chu, L., Schatzinger, R.A. y Tham, M.K.: "Application of Wavelet Analysis to Upscaling of Rock Properties," paper SPE 36517 presentada en el 1996 reunión anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE, Denver, Octubre 6-9.
- Panda, M.N., Mosher, C., and Chopra, A.K.: "Application of Wavelet Transforms to Reservoir Data Analysis and Scaling," paper SPE 36516 presentada en el 1996 reunión anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE, Denver, Oct. 6-9.
- Donoho, D.L.: "Denoising by Soft-Thresholding," Technical Report, Dept. of Statistics, Stanford U., 1992.
- 15. Federico González-Tamez, Rodolfo Camacho-Velázquez, y Boris Escalante-Ramírez. "Truncation De-noising in Transient Pressure Tests", SPE 56422. reunión anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE Houston, TX, en octubre de 1999
- 16. Proakis, J.G., y Manolakis, D.G. Digital Signal Processing. Principles, Algorithms and Applications., Prentice Hall, Inc., 1997.
- Warren, J.E. y Root, P.J.:"The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs", Doc. Pet. Engr. Jour. (Septiembre 1963) 245-255
- Stehfest, H.: "Numerical Inversión of Laplace Transforms." Communications ACM, 13 No. 1 (1970) 47-49.
- Noble,B., Daniel J.W.; "Algebra Lineal Aplicada." Tercera Edición. Prentice-Hall Hispanoaméricana, 1989.
- Eligh-Economides, R.W. Ambross and J.A. Joseph, "Pressure Desuperposition Technique for Improved Late-Time Transient Diagnosis", SPE 20550, Presentada en la Nueva Orleans en la Conferencia y exhibición anual de la SPE en septiembre de 1990.

- 21. Wim Sweldens. Wavelets: what next? Proceedings of the IEEE, 84(4):680-685, April 1996.
- Daubechies, Ingrid. "Ten Lectures on wavelets". SIAM, Philadelphia, PA, 1992. Notas de la the 1990 CBMS-NSF Conferencia en aplicaciones de ondículas en Lowell, MA.
- Roumboutsos, A. y Stewart, G.: "A Direct Deconvolution or Convolution Algorithm for Well Test Analysis," paper SPE 18157, presentada en el 63° reunión anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE, Houston, Tx., Octubre 2-5; 1988.
- 24. Misiti, M., Misiti, Y., y Oppenheim, G.: MATLAB, Wavelet Toolbox, The MathWorks, Inc. (1996) 8-165.
- Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R. y Ramey, H.J., Jr.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow—I. Analytical Treatment," Soc. Pet. Eng. (Septiembre 1970) 279-290.
- Odeh, A.S. y Babu, D.K.: "Transient Flow Behavior of Horizontal Wells, Pressure Drawdown and Buildup Analysis," SPEFE Marzo 1990) 7-15.
- Kuchuk, F., J., Goode, P.A., Brice, B.W., Sherrard, D.W. y Thambynayagam, R.M.: "Pressure Transient Analysis for Horizontal Wells," JPT (Agosto 1990) 974-979-1028-1031.
- 28. Ozkan, E., Raghavan, R. y Joshi, S.D.: "Horizontal Well Pressure Analysis," Trans., AIME (1989) 287, 567-575.
- 29. Daviau, F., Mouronval, G., Bourdarot, G. y Curutchet, P.: "Pressure Analysis for Horizontal Wells," SPEFE (Diciembre 1988) 716-724.
- Goode, P.A. y Thambynayagam, R.M.: "Pressure Drawdown and Buildup Analysis for Horizontal Wells in Anisotropic Media," Trans., AIME (1987) 283, 683-697.
- Gringarten, A.C., Ramey, H.J., Jr. y Raghavan, R.: "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite-Conductivity Vertical Fracture," SPEJ (Augosto 1978) 347-360.
- 32. Cinco, L.H. y Samaniego, V.F.: Transient Pressure Analysis for Fractured Wells," JPT (Noviembre 1982) 2655-2666.

- Camacho-V., R.G., Raghavan, R. y Reynolds, A.C.: "Response of Wells Producing Layered Reservoirs: Unequal Fracture Length," SPEFE (Febrero 1987) 9-28.
- Miller, F.G.: "Theory of Unsteady State Influx of Water in Linear Reservoirs," J. Inst. Pet. 48 (1962) 365-379.
- Carter, R.D.: "Pressure Behavior of a Limited Composite Reservoir," SPEJ (1966) 328-333.
- 36. Lefkovits, H.C., Hazebroek, P., Allen, E.E. y Matthews, C.S.: "A Study of the Behavior of Bounded Reservoirs Composed of Stratified Layers," SPEJ (Marzo 1961) 43-58.
- 37. Larsen, L.: Wells Producing Commingled Zones with Unequal Initial Pressures and Reservoir Properties," Paper SPE 10325 (1981).
- 38. Chatas, A.T.: "Unsteady Spherical Flow in Petroleum Reservoirs," SPEJ (Junio 1966) 102-114.
- 39. Abbaszadeh, M.D. y Cinco-Ley, H.: "Pressure Transient Behavior in a Reservoir with a Finite-Conductivity Fault," paper SPE 24704, presentada en el 67º reunión anual, conferencia técnica y exhibición de la SPE, Washington, DC, Octubre 4-7, 1992.
- 40. Ehlig-Economides, C.A. y Ayoub, J.: "Vertical Interference Testing Across a Low Permeability Zone," SPEFE (Octubre 1986) 497-510.
- Larsen, L. y Kviljo, K.: "Variable-Skin and Cleanup Effects in Well Test Data," SPEFE (Septiembre 1990) 272-276.
- Grader, A.S. y Horne, R.N.: "Interference Testing: Detecting a Circular Impermeable or Compressible Subregion," SPEFE (Junio 1988) 420-428.
- 43. Horne, R.N.: Modern Well Test Analysis, A Computer-Aided Approach, Petroway Inc., Second Edition, Palo Alto, California, (1995) 220,230.