



03095

7

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

---

CENTRO DE CIENCIAS DE LA ATMOSFERA  
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

EL PROBLEMA INVERSO EN OBSERVACIONES

UMKEHR Y COMPARACION CON  
OZONOSONDEOS ATMOSFERICOS

TESIS

PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS  
(FISICA DE LA ATMOSFERA)  
QUE PRESENTA

JOSE LUIS BRAVO CABRERA

DIRECTOR DE TESIS: DR. CARLOS GAY GARCIA

CIUDAD UNIVERSITARIA

julio, 2000

03095



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

EL PROBLEMA INVERSO EN OBSERVACIONES  
UMKEHR Y COMPARACION CON  
OZONOSONDEOS ATMOSFERICOS

R E S U M E N

Los objetivos de esta tesis son: implementar un método de inversión para las observaciones Umkehr realizadas en la Ciudad de México para obtener perfiles verticales de ozono en la Ciudad de México y comparar los resultados con observaciones realizadas mediante ozonosondeos. Las observaciones con ozonosondeos permiten determinar la distribución vertical de ozono desde los primeros kilómetros de la tropósfera hasta la estratósfera baja y las observaciones Umkehr lo hacen hasta una altitud de 45 km. El método de inversión se compara con el empleado por el Observatorio Meteorológico de Canadá. Se estudia el comportamiento de la distribución vertical del ozono troposférico de origen antropogénico. Los objetivos planteados en este trabajo ponen en claro algunas interrogantes acerca del problema de la disminución de la capa de ozono en la Ciudad de México. Los resultados presentados aquí corresponden a determinaciones de la distribución de ozono realizadas a lo largo de 20 años, esto permitirá detectar tendencias en el comportamiento de la concentración de ozono a varias altitudes sobre la Ciudad de México. Esta primera serie de observaciones realizadas en México tiene importancia para detectar tendencias futuras que estén dentro de los límites de error de las mediciones.

La inversión de las observaciones Umkehr es un caso del problema general de inversión de una ecuación integral. Se ha utilizado el método iterativo del Servicio Meteorológico de Canadá adaptado para la variabilidad de las curvas Umkehr de la Ciudad de México.

Se estudia la influencia de la contaminación atmosférica en la variabilidad de las curvas Umkehr y en las inversiones de las mismas. Se hace un análisis del error de los resultados y se estima la tendencia de la concentración de ozono en 9 capas atmosféricas a lo largo de 20 años de observaciones.



M. en C. José Luis Bravo



Dr. Carlos Gay García  
Director de Tesis

THE INVERSE PROBLEM IN UMKEHR OBSERVATIONS  
AND COMPARISON WITH  
ATMOSPHERICAL SOUNDINGS

ABSTRACT

The objective of this thesis is to implement an inversion method for the Umkehr observations made in Mexico City to obtain vertical ozone profiles and compare the results with ozone profiles obtained from ozone-soundings. The ozone-soundings permit the determination of the vertical ozone distribution for the first kilometers of the troposphere to the lower stratosphere, and the Umkehr observations make determinations until a height of 45 km. The results of the inversion method are compared with those obtained by the Meteorological Observatory of Canada. The behavior of the vertical distribution of antropogenic ozone in the troposphere is studied. The objectives outlined in this work contribute to the understanding of the ozone layer over Mexico City. 20 year of trends of ozone distributions are presented in this work, this permits the detection of the behavior of the ozone concentration for several altitudes over Mexico City. This first series of observations obtained in Mexico has importance in the detection of future trends within the error limits of the measurements.

The inversion of the Umkehr observations is a case of the general inversion problem of an integral equation. The iterative method of the Meteorological Service of Canada was adapted for the Mexico City variability of Umkehr curves.

The influence of the atmospheric pollution in the variability of the Umkehr curves and in the ozone distributions obtained from the inversions is considered. An error analysis is made and the trends of ozone in 9 atmospheric layers are compared with these errors.



M en C José Luis Bravo



Dr Carlos Gay García.

A mi esposa Diana

A la memoria de mis padres

A mis hijos Karla, Diana Fátima, María del Carmen y José Luis

A mis nietos Jesús y Karla Mariana

A mis Amigos

# INDICE

Introducción	i
<b>Capítulo 1. EL PROBLEMA INVERSO EN GENERAL</b>	
Introducción	1
Planteamiento del Problema Físico	5
Descripción Cualitativa del Efecto Umkehr	6
Planteamiento del Modelo Matemático	9
Métodos de Solución	11
Método de Dütsch	13
Figuras 4-5	F4, F5
<b>Capítulo 2. MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA LAS OBSERVACIONES UMKEHR</b>	
Propiedades Deseables de las Soluciones	15
El Procedimiento Iterativo de Solución	16
Patrones Característicos de las Curvas Umkehr	18
Procedimiento Estadístico	19
Componentes Principales	23
Explicación Física	33
Figuras 6 - 12	F6 - F12
<b>Capítulo 3. METODO TEVE</b>	
Consideración de Errores	35
Solución Completa de las Ecuaciones Lineales	36
Solución Suavizada	42
<b>Capítulo 4. APLICACION DEL METODO DE INVERSION</b>	
El Método de Inversión Empleado	46

## Capítulo 5. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Resultados	50
Comparación de Resultados Entre Orizabita, Hgo. y la Ciudad de México	51
Comparación Entre Métodos de Inversión de Observaciones	53
Determinación del Error	54
Comparación del Error Conjunto de Medición y las Diferencias Entre Métodos de Inversión	55
Comparación con Determinaciones Directas	55
Comparación de Perfiles Históricos con Perfiles Actuales	56
Conclusiones	58
Figuras 13 – 27	F13 – F27
Bibliografía	60
Agradecimientos	65
Apéndice 1 Valor de $\eta$ para la distribución estándar y primeras y segundas derivadas parciales de $\eta$	66
Apéndice 2 Matriz de normalización usada para controlar la varianza del conjunto de soluciones.	71
Apéndice 3 Inversiones de las Observaciones Umkehr realizadas desde 1979 a la fecha, en la Ciudad Universitaria y en las localidades de Crizabita, Hgo. y en San Felipe, Edo. de Mex.	72
Apéndice 4 Comparación de la interpretación de las Observaciones Umkehr realizada en Canadá con la interpretación propuesta.	74

## Introducción

Los objetivos de esta tesis son: implementar un método de inversión para las observaciones Umkehr realizadas en la Ciudad de México para obtener perfiles verticales de ozono en la Ciudad de México y comparar los resultados con observaciones realizadas mediante ozonosondeos. Las observaciones con ozonosondeos permiten determinar la distribución vertical de ozono en los primeros kilómetros de la tropósfera. El método de inversión se compara con el empleado por el Observatorio Meteorológico de Canadá. Se estudia también el comportamiento de la distribución vertical del ozono troposférico de origen antropogénico. Los objetivos planteados en este trabajo ponen en claro algunas interrogantes acerca del problema de la disminución de la capa de ozono en la Ciudad de México. Es un problema bien conocido que durante los últimos años el espesor de la capa de ozono ha disminuido significativamente en la región antártica y se plantea la posibilidad de detectar esta disminución en otras regiones del planeta. Los resultados presentados aquí corresponden a determinaciones de la distribución de ozono realizadas a lo largo de 20 años, esto permitiría detectar tendencias en el comportamiento de la concentración de ozono a varias altitudes sobre la Ciudad de México. Desgraciadamente, como ocurre en muchas series de datos, no existe continuidad en las observaciones, sin embargo, se tienen observaciones al principio del período, en la parte intermedia y en la parte final. Esto deberá de ser suficiente para hacer una primera estimación de la tendencia a diferentes altitudes.

Esta primera serie de observaciones realizadas en México tiene importancia para detectar tendencias futuras que estén dentro de los límites de error de las mediciones.

El primer espectrofotómetro Dobson fue diseñado y construido durante la década 1920 – 1930 con el objetivo de realizar mediciones del ozono, el recién descubierto componente atmosférico. Desde estas fechas intrigó a los meteorólogos la presencia y la distribución de este gas en la atmósfera, en consecuencia se desarrollaron redes de medición del ozono total para caracterizar su presencia en la atmósfera y sus variaciones. Posteriormente, después del desarrollo de la teoría fotoquímica, surgió el interés por el estudio de la distribución vertical, dado que al principio había controversias entre la teoría fotoquímica

elemental, desarrollada por Chapman en 1930, y las observaciones. Las primeras observaciones de la distribución vertical de ozono se realizaron mediante el empleo de globos sonda y de cohetes, sin embargo, debido a la magnitud de las escalas de tiempo de la variación de la concentración del ozono a los diferentes niveles atmosféricos obtenidas de la teoría fotoquímica, se dedujo que los movimientos de la atmósfera, o circulación general, eran el factor principal que influía en las variaciones diarias del ozono.

Debido a estas circunstancias surgió la necesidad de realizar mediciones de ozono con una red de estaciones y de explorar en ellas las características de la distribución vertical. Esto mostró la necesidad de encontrar métodos más económicos que los globos sonda y los cohetes para su estudio. El método Umkehr fue el más sencillo y económico para la estimación de la distribución vertical, aunque presenta algunos inconvenientes, entre los cuales está el de no ser muy preciso.

En la Ciudad de México se cuenta, desde hace ya algún tiempo, con un espectrofotómetro Dobson que funciona regularmente desde 1974. Con este instrumento se han realizado tanto mediciones del ozono total en la columna atmosférica, como observaciones Umkehr que permiten estimar su distribución vertical. La Ciudad de México se localiza en la cuenca del Valle de México, rodeada por montañas elevadas y a una altura de 2260 msnm. Este hecho, junto con la gran cantidad de automóviles que circulan en ella y la industria existente en el Valle, impone condiciones de elevada contaminación atmosférica.

El contaminante que alcanza concentraciones más importantes es el ozono troposférico, RAMA 1995, IACA 1996. El ozono troposférico presenta la mayor frecuencia de concentraciones altas en la parte suroeste del Valle, que es el área en la que se encuentra el Observatorio de Radiación Solar del Instituto de Geofísica, que es donde se realizan las observaciones de ozono. Dada la importancia que tiene el ozono para la meteorológica, su intervención en los problemas de salud pública puesto que es un contaminante oxidante dañino para la salud y como filtro para la radiación ultravioleta B, se justifica ampliamente su estudio en la Ciudad de México, tanto en la troposfera y en la estratósfera. En un primer estudio Bravo (1984) reporta la influencia del ozono troposférico en la medición del ozono total cuando las mediciones se hacen a lo largo del día. Se demuestra que en la Ciudad de

México existe una variación diurna anómala del ozono total, con amplitud de aproximadamente 7.5% de la columna total y que presenta su valor máximo después de la culminación del sol, la variación es causada por las elevadas concentraciones de ozono troposférico que se extienden hasta la altura de la capa de mezcla. Estos resultados motivaron el estudio de la distribución vertical del ozono en la Ciudad de México y de este modo evaluar la influencia que tiene la presencia de ozono troposférico en las mediciones Umkehr y estimar el comportamiento de la concentración de ozono en los primeros kilómetros de la tropósfera.

Para la determinación de la distribución vertical de ozono se requiere resolver el llamado problema inverso, esto es la inversión de una ecuación integral de Fredholm del primer tipo. En este trabajo se implementó el método empleado por el Servicio Meteorológico de Canadá realizando modificaciones en la matriz de escalamiento de las soluciones, con el propósito de contar con un procedimiento de inversión que permita, en tiempo real, evaluar distribuciones verticales de ozono y contar con una base para desarrollos futuros en el área del ozono atmosférico. Los resultados del método implementado en este trabajo se compararon con inversiones realizadas por el Servicio Meteorológico de Canadá para asegurarse de la bondad del método y evaluar el efecto del ozono troposférico en la inversión. La comparación de los resultados obtenidos mediante la inversión de las observaciones confirmó la bondad del método empleado en esta tesis.

No se encontró evidencia de la influencia de la presencia de ozono troposférico en las observaciones Umkehr, hecho inusitado cuya explicación resulta difícil pues se esperaba detectar cantidades elevadas de ozono en las capas bajas de la tropósfera. Para entender esta aparente inconsistencia se recurrió a la realización de ozonosondeos que determinan químicamente el perfil vertical del ozono. Los ozonosondeos mostraron concentraciones elevadas de ozono a alturas inferiores a 6 km atribuibles a las emisiones troposféricas en superficie. Este es el límite inferior de detección de concentración de ozono por el método Umkehr. Sin embargo este hecho aun no justifica totalmente la aparente inconsistencia. Dado que en la interpretación de las observaciones Umkehr se incluye a la cantidad total de ozono dentro de una ecuación más del sistema lineal que se ha de resolver y cuya solución

representa la distribución del ozono en la atmósfera. La presencia de ozono en las capas inferiores debería detectarse como una inconsistencia en la ecuación que representa el balance de la cantidad total de ozono, esto no ocurrió. Sin embargo, de la primera fase del estudio del ozono en la Ciudad de México (Bravo, 1984) y del monitoreo sistemático realizado por la Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA 1995), se concluye que durante las primeras horas de la mañana y últimas de la tarde, el ozono troposférico alcanza sus valores mínimos, semejantes a los encontrados en atmósferas limpias. Durante las horas de las observaciones Umkehr el ozono troposférico se encuentra en sus valores mínimos debido a la ausencia de radiación solar suficiente para iniciar las reacciones fotoquímicas responsables de la producción del ozono superficial. Las observaciones Umkehr se realizan justamente durante las primeras horas de la mañana y/o últimas de la tarde, que es el periodo durante el cual la concentración de ozono superficial es mínima.

De esto se concluye que las observaciones Umkehr realizadas en las condiciones atmosféricas de la Ciudad de México son confiables, no así las observaciones para determinar el ozono total y que se realicen a alturas solares superiores a  $60^\circ$ .

Las observaciones Umkehr reportadas aquí son las primeras realizadas en México, así como también los ozonosondeos, estos últimos pusieron de manifiesto la presencia de la capa superficial de ozono y su espesor. La primera evidencia de esta capa se reporta en vuelos realizados por el Instituto Mexicano del Petróleo en el proyecto AGUILA, (Nickerson 1992) y Pérez – Vidal y Raga (1998).

## CAPITULO I

### EL PROBLEMA INVERSO EN GENERAL

#### INTRODUCCIÓN

El caso que se trata en esta tesis es el de la determinación de la distribución vertical del ozono en la atmósfera mediante observaciones realizadas con el espectrofotómetro Dobson #98. El procedimiento consiste en medir la radiación que proviene del cenit en bandas angostas de longitudes de onda, en la región del ultravioleta cercano, a varias alturas solares y cuando el sol se encuentra a pocos grados sobre el horizonte. La radiación que viene del cenit en estas condiciones procede de la dispersión de la luz por las capas altas de la atmósfera, según se muestra en la figura 1.

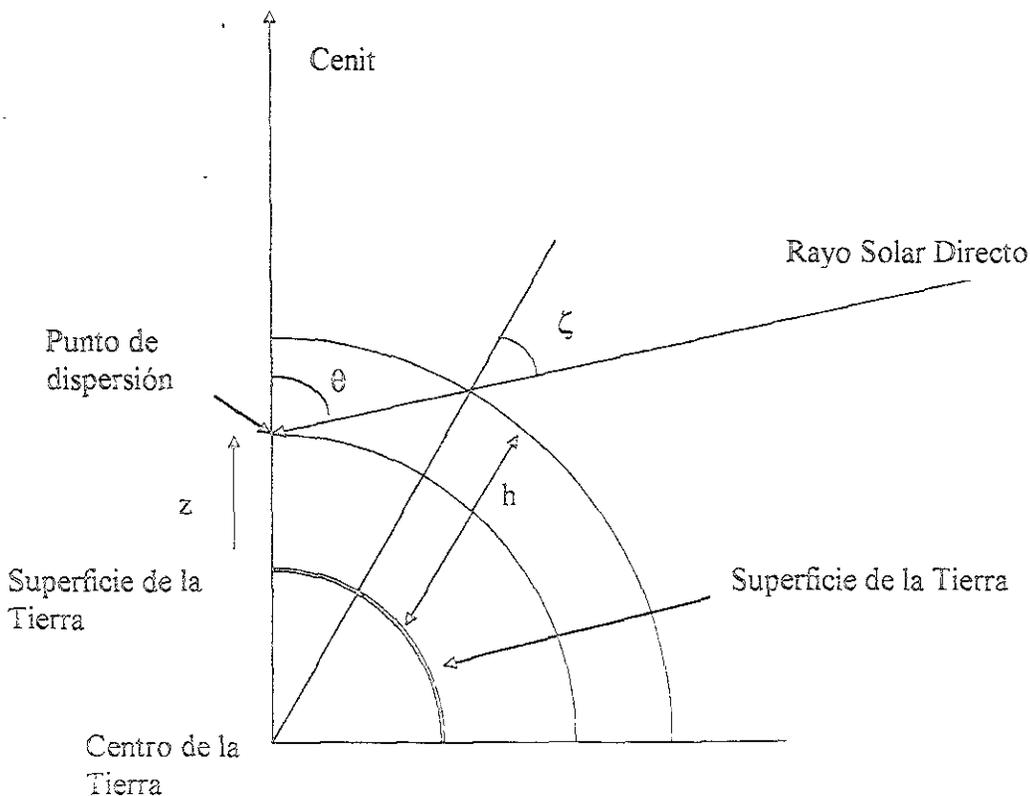


Fig 1. Camino que sigue el rayo solar directo al punto de dispersión, y el que sigue el rayo dispersado, desde este punto, hacia el instrumento en la superficie de la Tierra.

A este método se le conoce con el nombre de observaciones Umkehr y permite hacer estimaciones de la distribución vertical del ozono en la atmósfera (Waiton G F, 1957, Deepack A. 1977, Paterson G 1969, Deepack A., et al. 1989) Es un caso particular del problema inverso o indirecto general, que consiste en estimar el contenido, la magnitud o la distribución de un componente del medio (la atmósfera o el subsuelo), a partir de la respuesta cuando incide un estímulo sobre el medio. Como ejemplos se pueden citar el averiguar la distribución de tamaños de partículas suspendidas en la atmósfera, cuando ésta es iluminada por radiación solar, compuesta por un continuo de longitudes de onda, o averiguar la distribución vertical de temperaturas de la atmósfera midiendo la radiación infrarroja que emite.

La mayoría de “nuestros” métodos de medición de parámetros en general son indirectos. Los objetos se pesan observando que tanto deforman un resorte, las temperaturas se miden observando que tanto se mueve una columna de mercurio a lo largo de un capilar de vidrio. El interés de este trabajo no se refiere a este tipo de mediciones indirectas, sino que está enfocado a la estimación de la distribución de la concentración de una componente del medio empleando un conjunto de mediciones, cada una de las cuales, está influenciada en alguna forma por todos los valores de la distribución desconocida.

Una ilustración puede ayudar a aclarar el significado de esto (Twomey S., 1977, Newman 1979). Supóngase que cada nivel en la atmósfera emite radiación infrarroja en una cantidad que depende de una manera conocida de su temperatura, y supóngase también que cada nivel radía energía sólo en una longitud de onda característica de ese nivel y no lo hace en ninguna otra, lo cual no es del todo cierto. Claramente podríamos colocar un instrumento adecuado en un satélite sobre la atmósfera y obtener la temperatura en cualquier nivel midiendo la intensidad infrarroja en las longitudes de onda apropiadas, las longitudes de onda podrían ser obtenidas de una gráfica contra la altura, como se muestra en la figura 2A. De la figura 2A podríamos construir la figura 2B, que muestra, para un conjunto de longitudes de onda  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , la contribución relativa de varias altitudes a la radiación

medida en esa longitud de onda

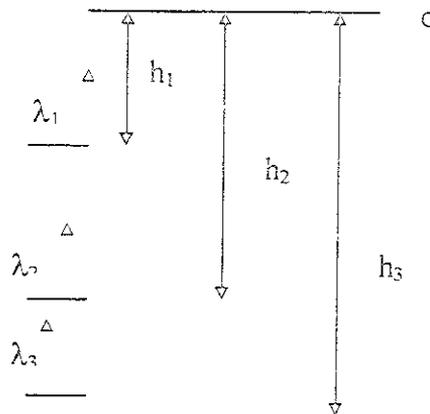


Fig 2A. Diagrama esquemático de una medición indirecta de temperatura desde un satélite.

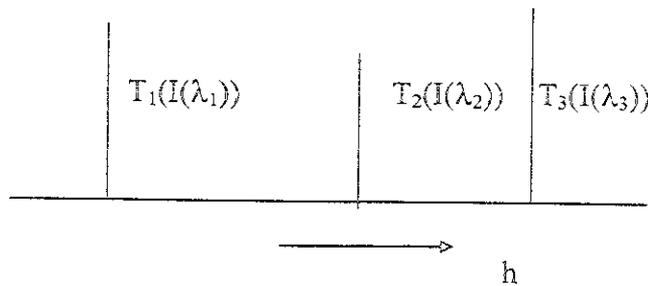


Fig 2B. Correspondencia esquemática entre intensidad de la radiación y altura.

Debido a la relación única imaginaria entre la altitud y la longitud de onda, esta contribución es cero a todas las alturas, excepto en la altitud que indica la figura 2A y que es la que radia en esa particular longitud de onda.

Si la relación ideal mencionada existiera, la gráfica de la figura 2B sería una versión única de la figura 2A. Supóngase ahora que deseamos describir la situación cuando esta relación ideal se vuelve algo difusa (cuando el nivel dado en los ejemplos contribuye más fuertemente a la longitud de onda correspondiente pero los niveles vecinos contribuyen también, de una

manera disminuida conforme nos alejamos del nivel máximo de contribución) Esto no puede ser adecuadamente mostrado en un esquema similar al de la figura 1A pero se muestra fácilmente por la modificación en la figura 1B que se presenta en la figura 3

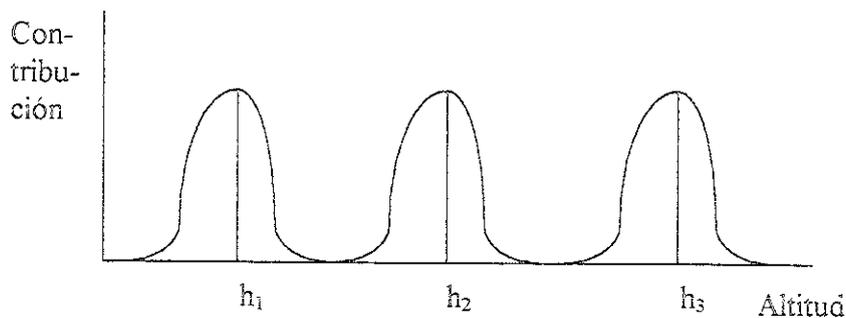


Fig 3 Caso real en donde la radiación medida no se origina en un solo nivel, cada nivel contribuye con cierta cantidad a la medición.

Cada contribución relativa es todavía localizada alrededor de un solo nivel, pero ya no se refiere a un solo punto, sino que es una curva que disminuye conforme se aleja en ambos lados del máximo central. Mientras más ancha sea la curva, más severa es la difusión o alejamiento de la correspondencia uno a uno entre la longitud de onda y la altura (Rodgers C. D. 1970, Rodgers C. D. 1975, Rodgers C. D. 1976)

No es difícil describir el proceso de dispersión mencionado en una forma matemática (Twomey, S., 1961, 1963, 1965, Twomey S. and Howell B., 1963, Phillips, D. L., 1962, Borisenkov E. P. et al. 1977). Sea  $f(x)$  la distribución buscada (concentración de algún compuesto en el medio) y sea  $K(x)$  la curva que representa la contribución relativa de cada una de las altitudes  $x$ . Este concepto se puede generalizar para cada longitud de onda y en consecuencia, agregamos un subíndice  $i$ , para cada longitud de onda. La distribución  $f(x)$  no depende de la longitud de onda dado que es una propiedad del medio y en consecuencia la función  $K_i(x)$  es la que depende de  $i$ . Alternativamente, podemos especificar la dependencia de la longitud de onda considerando las contribuciones relativas con una función de dos

variables y escribiéndola como  $K(\lambda, x)$ , en la mayoría de las situaciones la notación del subíndice representa mejor la situación práctica de tener un número finito de longitudes de onda  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . La diferencia es solamente de notación, se tiene  $K(\lambda_i, x) \equiv K_i(x)$ .

Una medición en la longitud de onda  $\lambda_i$  involucra radiación no solamente de una altura digamos  $x$  en la cual  $K_i(x)$  tiene su máximo, sino también de la región vecina, dentro de la cual la contribución y  $K_i(x)$  no se anula. Si el intervalo entre  $x$  y  $x - \Delta x$  contribuye a la  $i$ -ésima medición con la cantidad  $f(x) K_i(x) \Delta x$  entonces la cantidad total de radiación medida

es claramente  $\int K_i(x) f(x) dx$ , al término  $K_i(x)$  se le denomina kernel de la integral, los

límites de esta integral dependen de las circunstancias particulares. En casi todos los experimentos  $x$  no puede ser negativa y en muchos no excede un límite superior  $X$ . Nosotros podemos encontrar problemas de percepción remota en los cuales la integral es

$\int_0^{\infty} K_i(x) f(x) dx$  o  $\int_0^X K_i(x) f(x) dx$ . En este último caso siempre es posible normalizar la

variable independiente de  $x$  como  $x/X$  y en consecuencia la integral anterior se puede

expresar como  $\int_0^1 K_i(x) f(x) dx$  (Strand O. N., 1968). Esta es una ecuación integral lineal

del primer tipo, en la cual se conoce el valor de la función  $K_i(x)$ , el valor de la integral para distintos valores de  $i$  y se averiguará el valor de la función  $f(x)$ .

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA FÍSICO

Originalmente el averiguar la distribución vertical de ozono en la atmósfera se encaminó a la investigación de la disminución de la "capa de ozono" y de las tendencias a largo plazo de la concentración en los diferentes niveles atmosféricos. Sin embargo, como se demostrará más adelante, el método Umkehr por sí solo es insuficiente para obtener conclusiones que permitan hacer afirmaciones confiables acerca de las tendencias de la concentración de ozono en los diferentes niveles debido a la fuerte correlación que presentan las

observaciones (Ilias 1991, Scientific Assessment of Ozone Depletion, 1991)

Para encontrar una distribución a partir de mediciones indirectas se requiere del planteamiento del problema desde un punto de vista físico (Dutsch, H. U. 1957, 1959 a,b, 1963, Mateer C L et al., 1960, Mateer C. L., et al. 1964, Mateer C L., 1964, 1965, Mateer et al. 1971, Mateer 1972, Mateer 1977, Mateer 1978, Mateer et al. 1986) En los casos de sondeos atmosféricos mediante luz el problema se reduce a la solución de una ecuación integral lineal del primer tipo, semejante a la planteada en el inciso anterior. Los procesos físicos involucrados se encuentran en el kernel,  $K_i(x)$ , de la integral, cuyos límites de integración van desde el tope superior de la atmósfera hasta la superficie terrestre. El kernel es una función de dos variables: la variable de integración, que es la altura cuando se trata de sondeos atmosféricos; un rango de radios, cuando se trata de encontrar la distribución de partículas, etc. La otra variable que interviene en el kernel es aquella sobre la cual se realizan las observaciones. En el caso de sondeos atmosféricos puede ser el ángulo de dispersión, o la intensidad de la luz en varias longitudes de onda, como se ha mencionado anteriormente.

La evaluación del efecto Umkehr involucra el cálculo de la cantidad  $\log(I'/I)+C$  (Mateer C. L., 1964), en donde  $I'$  e  $I$  representan las intensidades observadas por el espectrofotómetro en dos longitudes de onda (3114 y 3324 Å ) y  $C$  una constante instrumental aditiva desconocida. El valor de este cociente se obtiene mediante una doble cuadratura numérica. La constante instrumental se elimina con el uso de cálculos posteriores en los que se emplea la cantidad  $(\log I'/I)_{\theta} - (\log I'/I)_{\theta_0}$ , en donde  $\theta$  es el ángulo cenital con el cual incide la luz a la atmósfera en el punto de dispersión, Figura 1, y  $\theta_0$  es un ángulo para el cual el valor de la medición depende fundamentalmente de la cantidad total de ozono y poco de su distribución vertical (Ding Wen, W. et al., 1965, Ramanathan, K. R., et al., 1957)

## DESCRIPCIÓN CUALITATIVA DEL EFECTO UMKEHR

El efecto Umkehr se observa cuando se hacen mediciones de la razón de las intensidades de

dos bandas angostas de longitud de onda con un espectrofotómetro ultravioleta. Las mediciones se hacen de la radiación proveniente del cenit cuando el sol se encuentra cerca del horizonte. La longitud de onda más corta,  $I$ , ( $\lambda = 3114 \text{ \AA}$  para el caso del espectrofotómetro Dobson) es fuertemente absorbida por el ozono, la otra,  $I'$  ( $\lambda = 3324 \text{ \AA}$ ), la más larga, es débilmente absorbida. Si el valor de  $\log I/I'$  se grafica contra el ángulo cenital solar, se observa que el logaritmo de esta razón disminuye cuando el ángulo cenital solar aumenta hasta alcanzar un mínimo para un ángulo de alrededor de  $85^\circ$  (Figura 4). Conforme el ángulo se va incrementando aun más, el logaritmo de la razón se incrementa. Este efecto, notado primeramente por Götz (1931), se ilustra en la Figura 4, en donde se grafica la cantidad  $(-100 \log I/I' - \text{constante})$ , el inverso del cociente mencionado) contra la cuarta potencia del ángulo cenital. Se ha empleado en la gráfica como abscisa una potencia alta del ángulo cenital para separar los valores cuando el Sol se encuentra cerca del horizonte.

La razón para la ocurrencia de este efecto y de su sensibilidad a las características a gran escala de la distribución de ozono fueron explicadas por Götz, Meetham y Dobson (1934). Para entenderlo, primero se describirán las características principales de la distribución vertical de ozono, que se muestran en la figura 5 (Atmospheric Ozone 1985, Frederick J. 1973, Mateer C. L. et al. 1960, Mateer C. L. 1964). La distribución vertical de la presión parcial del ozono presenta un máximo por arriba de 20 km. y valores más bajos arriba y abajo de este nivel. Si consideramos la luz que es dispersada solo una vez en la atmósfera, la que llega al instrumento es el resultado de la dispersión hacia abajo proveniente de todos los niveles. La cantidad de luz que contribuye por dispersión desde una altura particular depende de (a) el número de moléculas de aire que hay disponibles a esa altura para dispersar la luz y (b) la atenuación, o sea la absorción por ozono y la dispersión por moléculas de aire antes y después de haberse sufrido la dispersión. Para un ángulo dado del sol el efecto del factor (a) es de disminuir la contribución conforme la altura del punto de dispersión se incrementa; por el contrario, el efecto de (b) es incrementar la contribución al aumentar la altura del punto de dispersión, pues cuanto más camino óptico recorre la luz en una trayectoria vertical y menos lo hace en una trayectoria inclinada menos se atenúa la luz,

es decir, al aumentar la altura de la capa de dispersión considerada aumenta la contribución de dicha capa debido al factor (b). Debido a este efecto, para un ángulo cenital dado, la luz que contribuye a la intensidad medida proviene de una capa efectiva de dispersión más o menos bien definida y, por tanto, es posible definir una altura equivalente de dispersión. Esta altura equivalente depende de los coeficientes de absorción del ozono y del ángulo solar cenital, incrementándose con cada uno de estos. Entonces, la altura efectiva de dispersión será más grande para la longitud de onda corta, que es más fuertemente absorbida. En consecuencia, cuando el Sol se aproxima al horizonte, las dos intensidades decrecen, pero  $I$  más rápidamente que  $I'$ , de tal modo que  $I/I'$  disminuye. Cuando la altura efectiva de dispersión de la longitud de onda corta queda por arriba del máximo de concentración de ozono  $I$  decrece más lentamente que  $I'$ , porque la absorción del ozono ocurre mayormente en el camino vertical atmosférico después del evento de dispersión, que es más corto, y entonces el cociente  $I/I'$  aumenta hasta que la altura efectiva de dispersión de la longitud de onda larga quede por arriba del máximo, entonces nuevamente el cociente  $I/I'$  disminuye. Para todos los pares de longitudes de onda empleados en el espectrofotómetro de Dobson esta segunda inversión del cociente se efectúa cuando el Sol se encuentra debajo del horizonte.

Es claro que la existencia de la inversión en el comportamiento del cociente implica la existencia de un máximo de concentración de ozono en algún nivel de la atmósfera. Además, se espera que la posición de este punto de inversión esté relacionado con la cantidad total de ozono y con la posición del máximo en la atmósfera. El problema es ¿qué tanta información de la distribución vertical contienen las observaciones Umkehr? Este problema es de gran importancia pues durante el desarrollo de los métodos de inversión, a este tipo de observaciones se le han atribuido posibilidades que no tiene en cuanto a encontrar la estructura fina de la distribución de ozono (Mateer C. L. 1964, 1965).

## PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMÁTICO

La evaluación del efecto Umkehr involucra el cálculo, por integración numérica en la vertical, de la cantidad  $\log(I/I')$  más una constante instrumental. Esta constante se eliminará posteriormente al obtener otros cocientes. Se usará la cantidad  $(\log I/I')_{\theta} - (\log I/I')_{\theta_0}$ , en donde  $\theta_0$  es un ángulo cenital para el cual el término  $(\log I/I')_{\theta_0}$  depende más de la cantidad total de ozono que de su distribución vertical.

Refiriéndose a la figura 1, si  $I_0$  es la intensidad espectral en una banda angosta fuera de la atmósfera terrestre, la intensidad,  $I_s$ , en la altura de dispersión,  $z$ , será:

$$I_s = I_0 \exp \left\{ - \int_z^{\infty} (\alpha r_3 + \beta)(\sec \zeta) \rho dh \right\} \quad (1)$$

En esta fórmula se ha considerado únicamente la absorción por ozono y la dispersión molecular del aire.

Los símbolos usados tienen el siguiente significado:

$\alpha$  representa el coeficiente de absorción del ozono ( $\text{gm}^{-1}$ )

$r_3$  Razón de mezcla del ozono (maza de ozono/maza de aire que contiene al ozono) a la altura  $h$ .

$\beta$  es el coeficiente de dispersión de Rayleigh ( $\text{gm}^{-1}$ )

$\zeta$  es el ángulo de incidencia del rayo directo a la altura  $h$ ; y

$\rho$  es la densidad del aire a una altura  $h$ .

La cantidad de energía dispersada hacia abajo por las moléculas de aire en la dirección del instrumento por una capa de grosor  $dz$  es:

$$dI_s = K\beta(1 + \cos^2 \theta)I_s \rho dz \quad (2)$$

en donde  $K$  es una constante y  $\theta$  es el ángulo cenital de la luz directa en el punto de dispersión (figura 3) Esta energía sufrirá una posterior atenuación en su camino vertical desde el punto de dispersión hasta el instrumento. La cantidad de esta energía que se recibe finalmente en el instrumento es:

$$dI = dI_s \exp \left\{ - \int_0^z (\alpha r_3 + \beta) \rho dh \right\} \quad (3)$$

La intensidad total recibida en el instrumento, por la contribución hacia abajo de todas las capas atmosféricas, se obtiene integrando (3) sobre toda la columna vertical. Combinando (1), (2) y (3) la intensidad total,  $I$ , viene dada por:

$$I = I_0 K \beta (1 + \cos^2 \theta) \int_0^\infty \exp \left\{ - \int_0^z (\alpha r_3 + \beta) \rho dh - \int_z^\infty (\alpha r_3 + \beta) (\sec \zeta) \rho dh \right\} \rho dz \quad (4)$$

Se puede plantear una ecuación similar para la longitud de onda larga,  $I'$ , del espectrofotómetro Dobson. La evaluación de (4) envuelve una doble cuadratura, porque  $\rho$ ,  $r_3$ , y  $\zeta$  son todas funciones de la altura. Primero debe evaluarse el exponente en el término exponencial por medio de una cuadratura. Calculando una función fuente

$$\chi(z) = \rho(z) \cdot \exp \left\{ - \int_0^z (\alpha r_3 + \beta) \rho dh - \int_z^\infty (\alpha r_3 + \beta) (\sec \zeta) \rho dh \right\} \quad (5)$$

y posteriormente realizando la segunda cuadratura para evaluar la integral de  $\chi(z)$  sobre todas las alturas. La expresión anterior se puede simplificar ligeramente notando que los factores multiplicativos comunes a  $I$  e  $I'$  se cancelarán cuando se calcule el cociente de ambas. Además, los factores multiplicativos comunes a los ángulos se cancelarán cuando se

elimine la constante instrumental. Podemos omitir en adelante la cantidad

$$K\beta(1 + \cos^2 \theta) \exp \left\{ - \int_0^{\infty} (\alpha_3 + \beta) \rho dh \right\}$$

Notando que esta integral no depende de  $z$  y es posible sacarla de la primera integral

La cantidad restante se puede escribir como

$$Q(\theta) = \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \int_z^{\infty} (\alpha_3 + \beta) [( \sec \zeta ) - 1] \rho dh \right\} \rho dz \quad (6)$$

y la función fuente de (5) redefinida como

$$\chi(\theta, z) = \rho(z) \exp \left\{ - \int_z^{\infty} (\alpha_3 + \beta) [( \sec \zeta ) - 1] \rho dh \right\} \quad (7)$$

La cantidad requerida para comparar con las mediciones del instrumento es

$$100 \left\{ \log \left( \frac{Q'(\theta)}{Q(\theta)} \right) - \log \left( \frac{Q'(\theta_0)}{Q(\theta_0)} \right) \right\} \quad (8)$$

## MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Se han propuesto 3 métodos para encontrar la distribución de ozono una vez que se tienen mediciones de las intensidades  $I$  e  $I'$  para varias alturas solares. En el primer método, también llamado método A, desarrollado por Götze, Meetham y Dobson (1934), se realizan mediciones en 3 alturas solares  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  y  $86.5^\circ$ . Se propone un modelo de atmósfera dividido en 5 capas en las cuales las concentraciones de ozono guardan

proporciones propuestas de la teoría fotoquímica y de observaciones con ozonosondas, se resuelven los valores de  $Q$  y  $Q'$  para los ángulos mencionados y para series de valores  $x_1$  y  $x_2$ , las cantidades de ozono en las capas 1 y 2. Se hacen dos gráficas, una para el ángulo  $80^\circ$  y otra para el ángulo  $86.5^\circ$ ,  $\Omega$  es la cantidad total de ozono, igualando los valores calculados

$$\eta(\theta_k, \Omega, x_1, x_2) = 100 \left\{ \log \frac{Q'(\theta_k)}{Q(\theta_k)} - \log \frac{Q'(\theta_0)}{Q(\theta_0)} \right\} \quad (9)$$

con los observados

$$N(\theta_k, \Omega, x_1, x_2) = 100 \left\{ \left( \log \frac{I'}{I} \right)_{\theta_k} - \left( \log \frac{I'}{I} \right)_{\theta_0} \right\}. \quad (10)$$

el punto de intersección de dichas gráficas es la concentración de ozono en las capas 1 y 2 y con ellas, y en base a las relaciones propuestas, se calculan las concentraciones en el resto de las 3 capas. Este método, aunque es totalmente objetivo, es laborioso y proporciona solamente una idea muy cruda de la distribución del ozono

Existe otro método ideado también por Götz y usado por Karandikar y Ramanathan (1949) para obtener mayor detalle de la distribución vertical. El método consiste en encontrar los valores de la ecuación (9) para 8 alturas solares en función de las concentraciones de ozono en 9 capas en las que se divide la atmósfera, se evalúan las derivadas parciales de  $\eta(\theta, \Omega, x_1, x_2, \dots, x_9)$  con respecto a  $x_1, x_2, \dots, x_9$  para 3 cantidades estándar de ozono total  $\Omega_1, \Omega_2$  y  $\Omega_3$ , resolviendo el sistema de ecuaciones, en el que  $\Omega_3$  es la cantidad total de ozono para la distribución estándar correspondiente.

$$\sum_{i=1}^9 \frac{\partial \eta_k}{\partial x_i} \delta x_i = N_k - \eta_k. \quad k = 1, 2, \dots, 7 \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^9 \delta x_i = \Omega - \Omega_s \quad (12)$$

en el cual la última ecuación se refiere a la condición impuesta a la distribución resultante de que la suma de la cantidad de ozono en cada una de las capas sume la cantidad total de ozono en la atmósfera. Este sistema consta de 8 ecuaciones y 9 incógnitas, pues se pierde una ecuación al restar a las 8 ecuaciones la correspondiente al ángulo de  $60^\circ$  de altura solar para eliminar la constante instrumental  $C$  que esta indeterminada. La solución de este sistema no es única, escogiéndose una solución que sea físicamente aceptable. Este método aunque proporciona perfiles más detallados es subjetivo dejando de este modo mucha incertidumbre en las soluciones.

## MÉTODO DE DÜTSCH

En una serie de reportes, Dütsch (1957, 1959a, 1959b, 1963) introdujo objetividad en la evaluación de las mediciones Umkehr por el método B. El método es completamente objetivo una vez que el sistema básico de solución se ha escogido. Dütsch divide la atmósfera en capas de aproximadamente 2.5 km. de ancho, de tal modo que la presión en el fondo de cada capa es  $\sqrt{2}$  veces la presión en la parte superior. Usó tres distribuciones verticales estándar de ozono, asignando ozono en cada capa hasta una altura de 72 km. Las cantidades de ozono en las capas superiores se basan en sus cálculos fotoquímicos suponiendo que la densidad de ozono es constante en cada capa, y usando las funciones de Bemporad, su fórmula de cuadratura fue

$$I = I_0 K \beta \left( i + \cos^2 \theta \right) \sum_{i=1}^n \frac{\Delta p_i}{p_0} \exp \left[ -\alpha \left\{ \sum_{k=1}^i x_k + \sum_{k=1+1}^n a_{ik} x_k \right\} \right] \quad (13)$$

en donde  $a_{ik}$  es la trayectoria óptica inclinada relativa a través de la capa  $k$  para el rayo

dispersado hacia abajo en la capa  $i$ ,  $\Delta p_i$  es la diferencia de presiones entre la parte superior y la inferior de la capa  $i$  y  $p_0 = 1013.250$  mb es la presión de la superficie de una atmósfera estándar

Dütsch no eliminó la constante instrumental para el cálculo de los valores de  $\eta_i$  y poder compararlos con los valores  $N_k$ , pero la estimó empíricamente. Además, no uso directamente en el sistema de soluciones el requerimiento de que la cantidad total de ozono de la distribución vertical sea exactamente equivalente a la cantidad total de ozono medida. En su lugar uso la comparación de la cantidad total de ozono calculada y la medida como un criterio para evaluar la precisión de la solución.

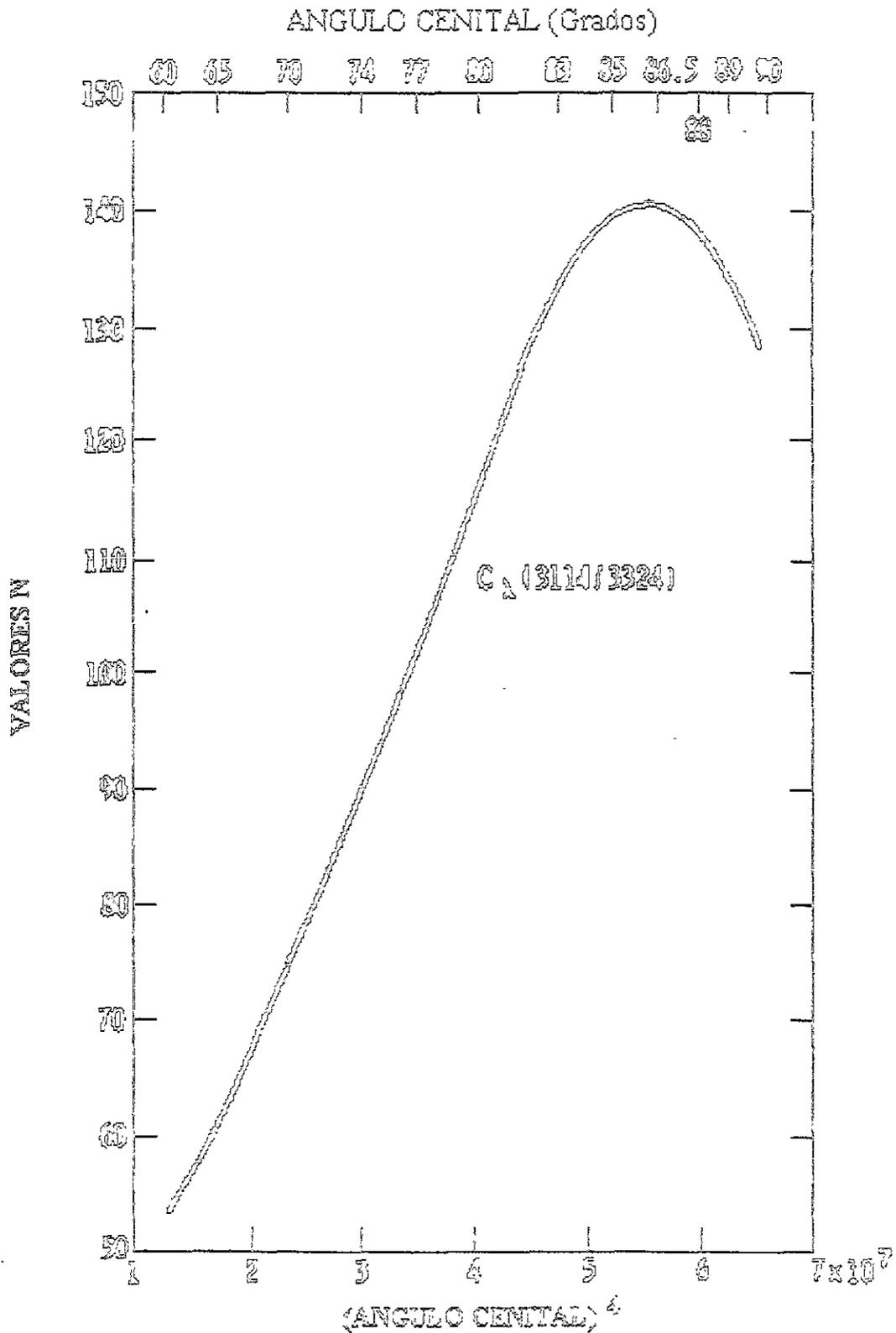


Figura 4. Ejemplo de curva Umkehr mostrando el cambio de dirección para un ángulo aproximado de 86.5°.

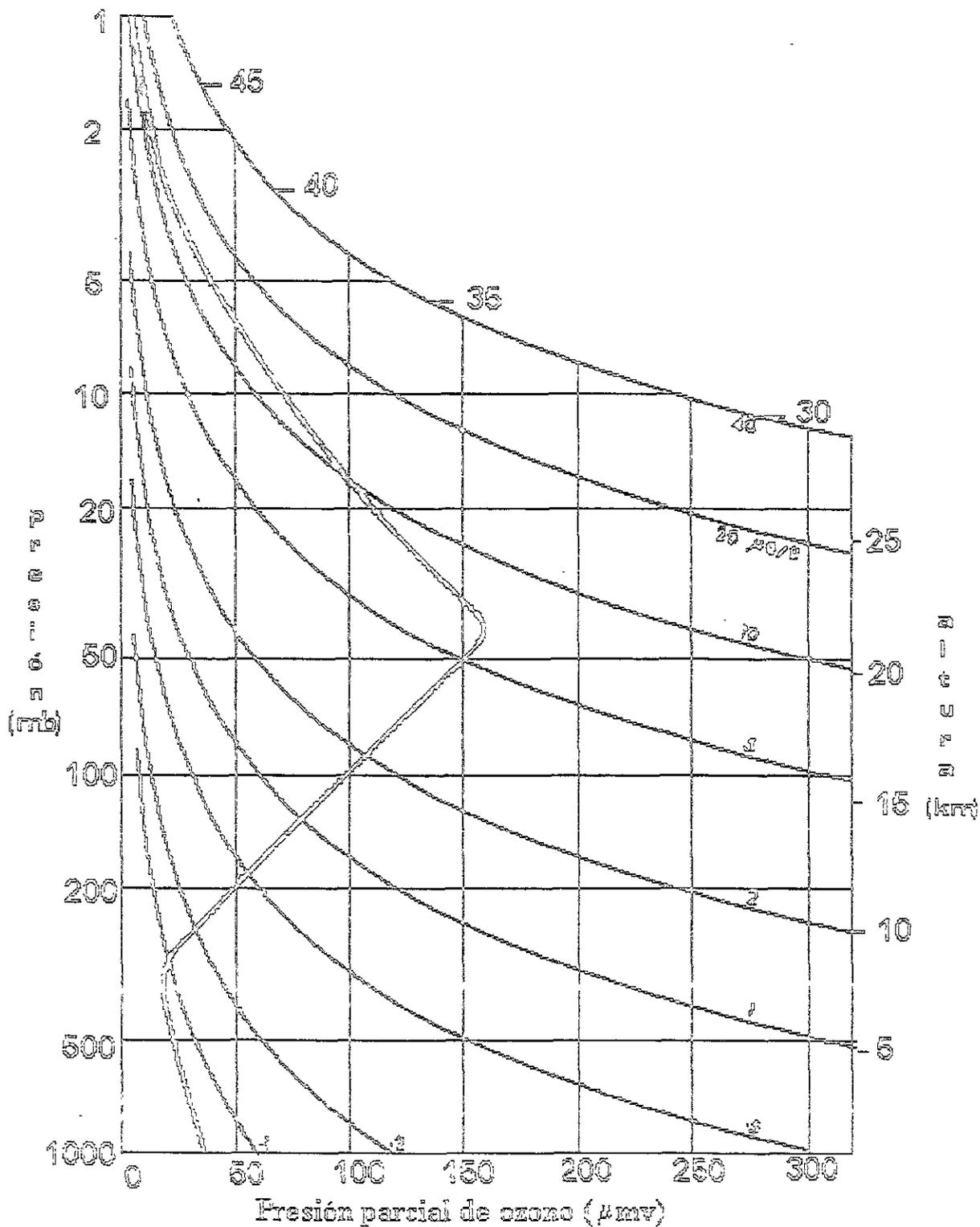


Figura 5. Distribución vertical promedio de ozono

## CAPÍTULO 2

### MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA LAS OBSERVACIONES UMKEHR

#### PROPIEDADES DESEABLES DE LAS SOLUCIONES

Es deseable que el procedimiento para resolver un conjunto de observaciones Umkehr tenga las siguientes características para obtener soluciones consistentes (Mateer C. L., *et al*, 1964):

- a) El procedimiento debe ser insensible al error aleatorio puro en los datos observados. Twomey y Howell (1963) demostraron que los errores aleatorios en los datos observados producen grandes oscilaciones en las soluciones, al grado de hacer estas últimas físicamente irreales. Este requisito es equivalente a imponer la condición de que la solución sea suave. No es suficiente suavizar los datos observados porque el sistema lineal de evaluación es lo suficientemente inestable para producir grandes oscilaciones aún cuando no haya error aleatorio en las observaciones (Mateer, 1964).
- b) Es deseable que la distribución vertical obtenida en latitudes altas, en las que durante los meses de invierno no se alcanzan alturas solares por arriba de los  $60^\circ$ , sean compatibles con las observaciones que se realizan en latitudes bajas en donde el sol, todo el año, alcanza alturas solares por arriba de los  $60^\circ$ .
- c) Se emplean tres distribuciones estándar con las que se obtienen soluciones suaves del procedimiento para invertir las ecuaciones. Se escoge una de las tres según la cantidad total de ozono en el sitio de observación. No debe haber discontinuidades en las características de las soluciones cuando el sitio de observación tenga cantidades totales de ozono que se encuentren en la parte media de entre las cantidades totales de ozono correspondientes a cada distribución estándar.

## EL PROCEDIMIENTO ITERATIVO DE SOLUCIÓN

El procedimiento iterativo de solución se basa en la expansión de Taylor (Mateer C. L., et al., 1964)

$$N_k = \eta_k + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \eta_k}{\partial f_i} \Delta f_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 \eta_k}{\partial f_i \partial f_j} \Delta f_i \Delta f_j + \dots \quad (14)$$

donde

$N_k$  = valor observado para el  $k$ -ésimo ángulo cenital

$\eta_k$  = valor de  $N$  para la distribución estándar y para el  $k$ -ésimo ángulo cenital.

$f_i = \frac{X_i}{X_{is}}$ , el cociente de la cantidad de ozono ( $x_i$ ) en la  $i$ -ésima capa de la solución y la cantidad de ozono ( $x_{is}$ ) en la  $i$ -ésima capa de la distribución vertical estándar.

Si ignoramos el último término del lado derecho de la ecuación (14), la distribución vertical se obtiene encontrando la solución de un conjunto de ecuaciones simultáneas algebraicas en el cual las incógnitas son  $\Delta f_i$  y los valores de las derivadas parciales se calculan numéricamente de las cuadraturas mencionadas en el capítulo anterior. Si suponemos que tal solución existe, usamos el superíndice  $m$  para denotar la  $m$ -ésima iteración y definimos

$$S_k^{(0)} = 0$$

$$S_k^{(m)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial \eta_k}{\partial f_i \partial f_j} \Delta f_i^{(m)} \Delta f_j^{(m)} \quad (15)$$

en donde tenemos

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \eta_k}{\partial f_i} \Delta f_i^{(m)} = N_k - \eta_k - S_k^{(m-1)} \quad (16)$$

como la base de un proceso iterativo de solución. La iteración se detiene cuando

$$\sum_{k=1}^{12} |S_k^{(m)} - S_k^{(m-1)}| \leq \varepsilon \quad (17)$$

donde  $\varepsilon$  es algún número pequeño predeterminado

Los valores de  $\eta_k$ ,  $\frac{\partial \eta_k}{\partial f_i}$  y  $\frac{\partial^2 \eta_k}{\partial f_i \partial f_j}$  se calculan para un total de doce ángulos cenitales

(Mateer C. L., et al., 1964), (60, 65, 70, 74, 77, 80, 83, 85, 86.5, 88, 89 y 90°). En el apéndice A1 se muestran los valores  $\eta_k$ , las derivadas parciales y las derivadas parciales de segundo orden. Para el caso en el que  $i = j$  las derivadas parciales son tabuladas

como  $\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \eta_k}{\partial f_i^2}$  de tal forma que (15) se puede escribir como

$$S_k^{(m)} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 \eta_k}{\partial f_i \partial f_j} \Delta f_i^{(m)} \Delta f_j^{(m)} \quad (18)$$

en su trabajo inicial, Dütsch encontró que las capas troposféricas no podrían ser subdivididas porque las derivadas son muy similares en estas capas. Encontró el mismo resultado para las capas por arriba de 2 mb. Entonces, las derivadas en la troposfera se combinan en un conjunto de una sola capa y lo mismo se hace para las capas por arriba de 2 mb. En estas capas combinadas se supone que el ozono permanece siempre con la misma proporción relativa que en la distribución estándar. La distribución vertical es especificada por nueve cantidades a saber: las soluciones de los nueve cocientes ( $f$ ) en las nueve capas. Estas capas son: 500 - 250 mb, 250-125 mb, 125-62.5 mb, ..., 3.9-1.96 mb y 1.96 -0.98 mb.

En los procedimientos de solución discutidos aquí los únicos cambios con respecto al método original de Dütsch se encuentran en la manera de resolver el sistema lineal. El método original usado por Dütsch para obtener una solución suave no se usa aquí porque falla en el segundo y tercer criterio de las características de las soluciones explicadas en el párrafo anterior.

## PATRONES CARACTERÍSTICOS DE LAS CURVAS UMKEHR

Una propiedad natural de las variables geofísicas que se miden secuencialmente en el tiempo en una red de puntos es que se encuentren con un alto grado de correlación espacial entre las medidas individuales sobre los puntos de la red. Además existe un alto grado de correlación serial en las mediciones individuales de cada uno de los puntos. En el caso de las observaciones Umkehr es natural preguntarse acerca del grado de independencia de las mediciones individuales en un medio día dado. Por ejemplo, ¿es independiente la medición a la elevación solar de  $1^\circ$  de la observación a  $0^\circ$  y de la realizada a  $2^\circ$ ? Götz *et al.* (1934) mencionan una fuerte interdependencia entre los puntos de las curvas Umkehr y también señalan que la forma de la curva está fuertemente relacionada con la cantidad total de ozono. Sin embargo existen variaciones en la curva, a pesar de que la cantidad total de ozono permanece constante, lo cual sugiere una variabilidad en la distribución vertical del ozono.

El problema de la interdependencia surge también en la formulación de una técnica puramente estadística para evaluar el efecto Umkehr (Westwater E. R. *et al.* 1968). Supongamos que  $p_1, \dots, p_9$  son las presiones parciales medias del ozono en las nueve capas atmosféricas de tal forma que estos nueve números especifican la distribución vertical completa. Supóngase además que se tienen doce mediciones en doce puntos de la curva Umkehr  $u_1, \dots, u_{12}$ . Si tenemos un conjunto de observaciones de estas cantidades podemos derivar una transformación estadística lineal para resolver los valores de  $p_i$  de los valores  $u_j$ . Entonces

$$P = AU \quad (19)$$

donde los elementos de  $P$  son  $p_{ik}$  y representan los valores estimados de la presión parcial del ozono para la  $i$ -ésima capa de la  $k$ -ésima observación y los elementos de  $U$  son  $u_{jk}$  y representan el  $j$ -ésimo punto de la  $k$ -ésima curva. No hay pérdida de generalidad en medir los valores de  $p_i$  y  $u_j$  con respecto a sus respectivos valores medios referidos al índice  $k$ . La solución por mínimos cuadrados para  $A$  es simplemente

$$A = (PU^*)(UU^*)^{-1} \quad (20)$$

en donde  $U^*$  es la matriz transpuesta de  $U$ . La matriz de transformación existe si y solo si  $UU^*$  tiene inversa, es decir si  $UU^*$  es no singular. Si hay una fuerte interdependencia lineal entre los puntos de la curva, la matriz  $UU^*$  será singular o muy cercana a ello de tal modo que la matriz inversa, para todo propósito práctico, no existe.

## PROCEDIMIENTO ESTADÍSTICO

Para investigar el grado de independencia de las observaciones, se empleará el método de las funciones empíricas ortogonales introducido a la meteorología por Lorenz (1956, 1959). De acuerdo con Lawley y Maxwell (1963), la técnica fue implementada por Pearson en 1901 y posteriormente desarrollada por Spearman en 1904, con el nombre de Análisis de Factores y por Hotelling en 1933 como Análisis de Componentes Principales. Hay algunas discrepancias entre los nombres precisos que reciben las técnicas pero no son de importancia para los propósitos de este trabajo, de modo que se seguirá la notación empleada por los meteorólogos y se empleará el procedimiento llamado de las "Funciones Empíricas Ortogonales" de Lorenz o "Patrones característicos" (eigenvectores) de Grimmer (1963).

Lo que se busca en este procedimiento es efectuar una reducción en el número de variables que se requieren para describir la curva Umkehr de tal forma que sus características principales se mantengan y los errores aleatorios de medición o ruido de la curva se eliminen. Es esencialmente un problema de filtrado. Para llevar a cabo esto se buscan transformaciones lineales a un nuevo conjunto de variables  $y_i$ , de la forma

$$y_{ik} = \sum_{j=1}^{12} b_{ij} u_{jk} \quad (21)$$

donde, como antes,  $k$  representa el  $k$ -ésimo conjunto de observaciones. En notación matricial

$$Y=BU \quad (22)$$

Se sigue inmediatamente que, si  $\bar{u}_j = 0$ , entonces también  $\bar{y}_j = 0$ . Se requerirá que el nuevo conjunto de variables  $y_i$  sea no correlacionado. En notación matricial esta condición se escribe como

$$YY^* = \Lambda \quad (23)$$

donde  $\Lambda$  es una matriz diagonal. Introduciendo (22) en (23) tenemos

$$B(UU^*)B^* = \Lambda. \quad (24)$$

Este es el bien conocido problema de determinar los valores característicos y vectores característicos de la matriz simétrica real  $UU^*$ , en la cual los elementos son proporcionales a la matriz de covarianza de los puntos de la curva Umkehr. Se puede demostrar que existe una solución en la cual los valores característicos, los elementos diagonales de  $\Lambda$ , son todos reales y no negativos y los vectores característicos son los renglones de la matriz  $B$ . No hay pérdida de generalidad en ordenar los valores característicos  $\lambda_i, i = 1, \dots, 12$ , en los elementos de la diagonal de la matriz  $\Lambda$  en orden de magnitud decreciente, siempre y cuando los renglones de  $B$  se ordenen según se ordenaron los valores característicos. Tampoco se

pierde generalidad requiriendo que los vectores característicos ortogonales, sean también ortonormales, esto es

$$BB^* = B^*B = I \quad (25)$$

donde  $I$  es la matriz idéntica. Estos vectores característicos son las “Funciones Empíricas Ortogonales” de Lorenz que han sido llamadas “Patrones Característicos” por Grimmer. Se llamarán en adelante Patrones Característicos de la curva Umkehr. La razón de esta nomenclatura se vuelve clara si desarrollamos el vector de puntos de cada curva Umkehr en términos de estos Patrones Característicos. Entonces, de (22) y (25) tenemos

$$U = B^*Y \quad (26)$$

que en forma vectorial se puede expresar

$$\bar{u}_k = y_{1k}\bar{b}_1 + y_{2k}\bar{b}_2 + y_{3k}\bar{b}_3 + \dots + y_{12k}\bar{b}_{12} \quad \text{con } k = 1, \dots, n \quad (27)$$

en donde  $\bar{u}_k$  es el vector de la  $k$ -ésima observación y  $\bar{b}_i$  es el  $i$ -ésimo patrón característico y  $n$  el número de observaciones Umkehr.

Es útil introducir el concepto de varianza total de la  $k$ -ésima curva Umkehr como

$$v_k^2 = \sum_{j=1}^{12} u_{jk}^2 \quad (28)$$

Se sigue directamente, de (25), (26) y (27), que

$$v_k^2 = \sum_{i=1}^{12} y_{ik}^2 \quad (29)$$

puesto que los vectores  $\bar{b}_i$  son ortonormales.

Como  $y_{ik}$  es el coeficiente del  $i$ -ésimo vector patrón de  $B$  en la expansión (26), tenemos que el  $i$ -ésimo patrón característico explica  $y_{ik}^2 / v_k^2$  de la varianza total de la curva Umkehr.

Además, como de la ecuación (23)

$$\sum_{k=1}^n y_{ik}^2 = \lambda_i \quad (30)$$

y

$$V = \sum_{k=1}^n v_k^2 = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{12} u_{jk}^2 = \sum_{j=1}^{12} \sum_{k=1}^n y_{jk}^2 \quad (31)$$

podemos decir que la fracción de la varianza total,  $V$ , del conjunto de curvas Umkehr explicada por el patrón  $i$ -ésimo es solamente  $\lambda_i / V$ . Entonces los patrones característicos ocurren en  $B$  en el orden de su habilidad para explicar la varianza total de las curvas Umkehr. Se puede demostrar (Lorenz 1956 o 1959 o Kendal 1957) que esta representación es óptima en el sentido de que entre todas las posibles combinaciones lineales de los puntos en la curva Umkehr, estos patrones toman en cuenta, sucesivamente las más grandes proporciones posibles de la varianza original total.

## COMPONENTES PRINCIPALES

Corno se mencionó anteriormente el procedimiento de Dütsch involucra la selección de doce puntos  $u_1, u_2, \dots, u_{12}$  de cada curva Umkehr. Los métodos de solución más usuales restan el valor del ángulo cenital más pequeño al resto de los puntos de la curva para eliminar la constante instrumental y se añade una ecuación más que involucra la cantidad total de ozono. Ambas representaciones se utilizarán en esta parte de este estudio. Hay además dos maneras posibles de representar la matriz  $UU^*$ , a saber, la Matriz de covarianza y la matriz de correlación de los puntos de la curva Umkehr. La matriz de covarianza es simplemente  $UU^*$  en la cual cada elemento se divide por  $n$ , el número de observaciones Umkehr empleado. La matriz de correlación se obtiene de la matriz de covarianza dividiendo el  $(i, j)$ -ésimo elemento por la cantidad

$$\left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u_{ik}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n u_{jk}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

que normaliza la varianza de las observaciones. En este trabajo se empleará la matriz de covarianza de las observaciones completas y la matriz de covarianza cuando se elimina la constante instrumental. Cuando se emplea la matriz de covarianza y la cantidad total de ozono es uno de los puntos de la curva Umkehr se debe dar una ponderación adecuada a la cantidad total de ozono para que su variabilidad no domine la variabilidad de la curva. Para el estudio de las componentes principales, se divide la cantidad total de ozono entre 10, esto permite comparar los resultados obtenidos aquí con los reportados por otros autores.

Se obtuvieron los patrones característicos y los valores característicos para la matriz de covarianza después de eliminar la constante instrumental y de que el ozono total forma parte de la curva Umkehr y también de la matriz de covarianza de la curva Umkehr completa sin eliminar la constante instrumental. Se emplea una muestra de 33 observaciones obtenidas en la Ciudad Universitaria y otra de 9 observaciones obtenidas en Orizabita, Hgo., una

localidad que se encuentra a 130 km. al norte del Distrito Federal cuyas condiciones no difieren mucho de las que se presentan en el Observatorio de Radiación Solar del Instituto de Geofísica. La diferencia fundamental entre una localidad y otra consiste en el hecho de que Orizabita es un área rural con industria nula en la que no se presenta contaminación atmosférica.

La determinación de los vectores y patrones característicos de las matrices de covarianza se hizo empleando la subrutina eigvalores del paquete Statgraph en una computadora personal. Los valores obtenidos para la Ciudad de México y para Orizabita se comparan entre si y con los reportados por Mateer (1964) para observaciones obtenidas en Estados Unidos y en Arosa, Suiza. Los valores son comparables ya que como se mencionará representan características esenciales de las curvas Umkehr, las que presentan formas similares en muchas localidades. En la tabla No. 1 se muestran los ocho primeros valores característicos de la matriz de covarianza de la curva Umkehr completa (sin los valores del ozono total añadidos), normalizados y ordenados según su habilidad para explicar la variabilidad de los conjuntos de curvas Umkehr, entre paréntesis se muestra el coeficiente de correlación entre la cantidad total de ozono de cada observación y el coeficiente correspondiente al primer vector característico cuando la observación Umkehr completa (sin el ozono total como un punto de la curva), se desarrolla en términos de los doce vectores característicos. Como puede verse los coeficientes de correlación son grandes y próximos a la unidad, lo que indica claramente que la primera componente principal esta relacionada con la cantidad total de ozono. Los resultados son claros: Los valores característicos que se muestran en la tabla No. 1 representan el porcentaje de la varianza de la curva Umkehr explicada por cada una de las componentes principales; más del 95% de la varianza de la curva para Orizabita, Norte América y Arosa se explica por la primera componente principal, para el caso de la Ciudad de México se explica 93% de la varianza con la primera componente, que como ya se mencionó, es la cantidad total de ozono.

El primer Patrón Característico es simplemente un desplazamiento hacia arriba o hacia abajo de la curva Umkehr completa, la magnitud de este desplazamiento depende de la cantidad total de ozono. Como explica gran parte de la varianza fija la forma básica de las curvas. En

consecuencia la magnitud del desplazamiento de la curva y su forma básica dependen fuertemente de la cantidad total de ozono, hecho que como ya se mencionó fue descubierto primeramente por Dütsch.

Tabla 1. Ocho primeros valores característicos de la matriz de covarianza de la curva Umkehr completa (sin los valores del ozono total añadidos)

Ciudad Universitaria	Orizabita	Norte América	Arosa
93.270 (0.925)	96.811 (0.975)	96.922 (0.887)	97.767 (0.988)
4.624 (0.042)	2.395 (-0.089)	1.870 (-0.317)	1.505 (-0.056)
1.089 (0.091)	0.422 (0.043)	0.814 (-0.106)	0.529 (-0.074)
0.556 (-0.204)	0.191 (0.087)	0.264 (0.191)	0.114 (-0.032)
0.123 (-0.063)	0.108 (-0.034)	0.050 (0.012)	0.034 (0.008)
0.106 (-0.065)	0.047 (0.098)	0.023 (-0.014)	0.020 (0.014)
0.076 (0.078)	0.021 (-0.147)	0.018 (-0.044)	0.009 (-0.026)
0.045 (-0.051)	0.005 (0.017)	0.011 (-0.021)	0.007 (-0.015)

Nótese que los valores de la varianza explicada para Orizabita, Estados Unidos y Canadá son más grandes que el valor para la ciudad de México. Esto podría ser consecuencia de la presencia de contaminantes en la atmósfera ya que contribuirían a la varianza total de la curva como un factor más de variabilidad que no se encuentra presente en las otras localidades.

En la tabla No. 2 se muestran los resultados del método de componentes principales para la matriz de covarianza, con la constante instrumental removida e incluyendo el ozono total como un punto más de la curva. Ocurre un comportamiento diferente dado que la variabilidad de la cantidad total de ozono dividida entre 10 se añade a la de la curva Umkehr pero se elimina el desplazamiento total de la curva relacionado con la cantidad total de ozono. En este caso se requieren tres o cuatro patrones característicos para explicar el 97% de la varianza. La desviación causada por la cantidad total de ozono se ha eliminado solamente hasta el punto concerniente a la inclusión de la variabilidad de la cantidad total de ozono dentro de la matriz de covarianza. Los patrones característicos se muestran en las figuras 6, 7 y 8. Puede apreciarse la similitud en la forma de los Patrones Característicos correspondientes a la Ciudad de México y Orizabita, así mismo el segundo Patrón Característico para los datos de Estados Unidos difiere de todos los demás. Esto demuestra que los Patrones Característicos son una propiedad esencial de las curvas, difiriendo, sin embargo, el segundo Patrón, lo que sugiere que se encuentra relacionado con diferencias menores en la forma de las curvas, relacionadas con diferencias en las distribuciones verticales entre las estaciones.

La variabilidad explicada por la primera componente principal ha disminuido y para el caso de la ciudad de México la variabilidad explicada por la primera componente es todavía menor que la explicada por la componente correspondiente para las localidades en donde las observaciones se hacen sin contaminación atmosférica.

En la tabla No. 3 se muestran los patrones característicos para la matriz de covarianza cuando se elimina la constante instrumental y la cantidad total de ozono dividida, entre 10, se añade como un punto más de la curva.

Tabla 2 . Valores Característicos para la matriz de covarianza, con la constante instrumental removida e incluyendo el ozono total como un punto más de la curva				
Número del Valor Característico	México	Orizabita	Estados Unidos	Arosa
1	0.60433	0.920	0.65569	0.80605
2	0.31425	0.649	0.29271	0.13376
3	0.03638	0.006	0.02975	0.04425
4	0.01904	0.005	0.00890	0.00849
5	0.00759	0.002	0.00570	0.00289
6	0.00550	0.002	0.00192	0.00143
7	0.00420	0.001	0.00180	0.00100
8	0.00326	0.001	0.00118	0.00067
valor medio de la varianza de la curva	170.1	115.1	124.2	185.9
raíz cuadrática media de la desviación de los puntos	3.0	2.6	3.2	3.9

Tabla 3 Patrones característicos para la matriz de covarianza cuando se elimina la constante instrumental y la cantidad total de ozono dividida, entre 10, se añade como un punto más de la curva.(c o n t i n ú a).

	evect1	evect2	evect3	evect4
MEX	-0.001755	0.620063	0.269636	0.172481
ORIZA 90°	0.048624	0.514002	-0.185212	0.243645
EU	-0.32217	0.22497	0.62426	0.08037
MEX	-0.005329	0.573043	-0.075606	-0.089968
ORIZA 89°	0.084046	0.372942	-0.44964	0.122595
EU	-0.31989	0.25767	0.37491	0.04244
MEX	0.0694495	0.433179	-0.182955	-0.029245
ORIZA 88°	0.132754	0.0987191	-0.3697	-0.16201
EU	-0.3197	0.29777	0.09812	-0.01011
MEX	0.186033	0.256057	-0.341471	0.0086768
ORIZA 86.5°	0.256319	-0.032756	-0.422284	0.370773
EU	-0.27332	0.34968	-0.24682	0.08099
MEX	0.366913	0.0666217	-0.391383	-0.136638
ORIZA 85 °	0.390154	-0.165499	-0.197186	-0.038751
EU	-0.16005	0.40192	-0.42012	0.17243
MEX	0.49706	-0.117516	-0.184366	-0.181549
ORIZA 83°	0.441785	-0.040704	0.141554	0.444031
EU	0.04732	0.41605	-0.32447	0.04745
MEX	0.508582	-0.07927	0.0104715	-0.159258
ORIZA 80°	0.420987	0.0307194	0.343509	0.184807
EU	0.28913	0.3899	-0.01912	-0.12274
MEX	0.392829	-0.02685	0.297342	0.315518
ORIZA 77°	0.368945	0.0200941	-0.05363	-0.237396
EU	0.36049	0.31687	0.14929	-0.31746
MEX	0.323985	0.0146818	0.211545	0.115403
ORIZA 74°	0.330977	0.0060045	-0.146013	-0.402247
EU	0.33195	0.22026	0.16852	-0.24298
MEX	0.204347	0.0158954	0.413805	0.087076
ORIZA 70°	0.255782	0.0172907	0.111347	-0.505657
EU	0.23608	0.14114	0.1652	-0.21075
MEX	0.13128	0.0499525	0.394226	0.0324791
ORIZA 65°	0.21589	0.0342792	0.204435	-0.151848
EU	0.0966	0.05846	0.01834	-0.14372
MEX	0.0437626	-0.075609	-0.352719	0.873342
ORIZA $\Omega$	0.157876	0.523105	0.439558	0.179338
EU	0.44756	0.11456	0.19679	0.84447

Tabla 3 Patrones característicos para la matriz de covarianza cuando se elimina la constante instrumental y la cantidad total de ozono dividida, entre 10, se añade como un punto más de la curva (c o n t i n u a c i ó n).

	evect5	evect6	evect7	evect8
MEX	-0.470784	0.380774	0.118955	-0.131876
ORIZA 90°	-0.002743	0.609754	-0.145244	0.144136
EU	-0.27764	-0.15652	-0.47737	-0.00295
MEX	0.0064403	-0.223512	-0.149571	0.273689
ORIZA 89°	0.0925792	-0.413318	-0.416118	-0.418475
EU	0.10991	0.23137	0.20370	0.16477
MEX	0.0862381	-0.475618	-0.028821	-0.088902
ORIZA 88°	-0.283537	-0.412392	0.0650563	0.466505
EU	0.25992	0.14620	0.43829	-0.08376
MEX	0.624459	0.154222	0.0518288	0.155694
ORIZA 86.5°	0.0245705	0.0508435	0.246667	0.10513
EU	0.19351	-0.23669	0.24123	-0.20654
MEX	0.053455	0.463946	0.0950418	-0.48351
ORIZA 85 °	0.152759	-0.057638	0.433524	-0.208007
EU	0.05772	-0.41993	-0.33606	-0.10094
MEX	-0.396103	0.0592912	-0.089019	0.608103
ORIZA 83°	0.386952	-0.0305	-0.329187	0.165049
EU	-0.16470	0.47743	-0.19566	0.59317
MEX	-0.195696	-0.244539	0.29489	-0.177309
ORIZA 80°	-0.743866	-0.109452	-0.156729	-0.036662
EU	-0.41511	0.35080	0.05730	-0.53735
MEX	0.12614	0.023906	-0.705042	-0.193845
ORIZA 77°	-0.140748	0.40696	-0.021565	-0.418293
EU	-0.17384	-0.35800	0.08888	-0.02567
MEX	0.0705619	-0.288708	-0.028831	-0.098534
ORIZA 74°	0.0335238	0.144246	0.218675	0.221656
EU	0.16730	-0.34570	0.18600	0.46931
MEX	0.213585	-0.183706	0.546019	-0.042674
ORIZA 70°	0.237206	-0.098625	-0.325441	-0.138887
EU	0.47192	0.21780	-0.09816	-0.19050
MEX	0.323733	0.396279	0.127553	0.414528
ORIZA 65°	0.232585	-0.006344	-0.201928	0.484543
EU	0.55082	0.15018	-0.51707	-0.12107
MEX	-0.10757	-0.042275	0.209098	0.140037
ORIZA Ω	0.229616	-0.268875	0.474164	-0.159371
EU	0.13689	-0.01676	0.07968	-0.02278

Tabla 3 Patrones característicos para la matriz de covarianza cuando se elimina la constante instrumental y la cantidad total de ozono dividida, entre 10, se añade como un punto más de la curva. (c o n t i n u a c i ó n).

	evect9	evect10	evect11	evect12
MEX	-0.077609	-0.190003	0 0581328	-0.263427
ORIZA 90°	-0 456971	0 125155	0.0301265	0.0264466
EU	-0 21388	-0.07109	0 16239	-0 20686
MEX	0 109184	-0.095288	-0.241039	0.656815
ORIZA 89°	0.0524805	-0 270648	0.138735	-0 11711
EU	0 20688	0.16233	-0.29131	0.63297
MEX	0.0283502	0.590401	0.151409	-0.398145
ORIZA 88°	-0.223781	0.0322547	-0.345543	0 408494
EU	0.26346	-0.05963	-0 06523	-0.65888
MEX	-0.091206	-0.466606	-0.049921	-0.337575
ORIZA 86.5°	0.525825	0.485855	0.172521	-0.005846
EU	-0 35352	-0.31720	0 47262	0.30375
MEX	0 165418	0.250596	0.167158	0.331759
ORIZA 85 °	-0.414018	0.003953	-0.275341	-0.524309
EU	0.09671	0 35684	-0.40744	-0.04018
MEX	0.246316	-0.016108	0.225104	-0.149805
ORIZA 83°	-0.153692	-0.186004	-0.015807	0.277861
EU	-0.00304	0.00487	0 25722	-0.07569
MEX	-0.381393	-0.04976	-0.58567	-0.046333
ORIZA 80°	-0.048165	0.0638761	0.168462	-0.208972
EU	-0.16955	-0.19240	-0.30743	0.03552
MEX	0.22146	0.0067001	-0.22213	-0.086183
ORIZA 77°	0.318275	-0.177757	-0.4373331	0.345289
EU	0.56319	0.10720	0.37848	0.08780
MEX	-0.44839	-0.215108	0.654604	0.24909
ORIZA 74°	0.0128043	-0.411651	0.643925	0.0644506
EU	-0.38551	-0.23969	-0.37397	-0.07478
MEX	0.623657	-0.086715	0.0512683	0.0274264
ORIZA 70°	-0.148422	0.649122	0.155028	0.0870171
EU	-0.35171	0.60575	0.20989	-0.04586
MEX	-0.314878	0 510107	-0.07518	0.0940638
ORIZA 65°	0.375238	-0.112953	-0.307224	-0.439764
EU	0.29185	-0.51260	-0.06726	0.07628
MEX	-0.035263	0.0945782	-0.073163	0.114012
ORIZA Ω	-0.014349	0.0111951	0.0438051	0.313951
EU	0.06549	-0.03752	0 05274	-0.01849

En un intento por encontrar cuántos patrones se requieren para explicar la variabilidad de la curva hasta un nivel en el cual solamente reste la variabilidad causada por errores en la observación, las curvas Umkehr se desarrollan en términos de los patrones característicos (eigenvectores) de la matriz de covarianza. Para cada observación se han sumado, sucesivamente, la variabilidad explicada por cada patrón característico hasta obtener un valor de 6 unidades  $N^2$  (que son las unidades en las que se observa con el espectrofotómetro Dobson), que son las unidades arbitrarias hasta una constante instrumental aditiva, correspondientes al error de medición en las observaciones. En cada observación se requiere un número diferente de patrones característicos para completar la varianza no atribuible a errores observacionales o ruido, los resultados se muestran en la tabla No. 4 en la cual aparece la distribución de frecuencias del nivel de truncamiento para las diferentes expansiones. En general la mayoría de las curvas requieren solamente tres patrones característicos para explicar toda la varianza a excepción de la atribuible al error experimental de 6 unidades  $N^2$ , como se ha mencionado. Las más de las curvas requieren solamente un patrón característico más. Para las curvas de la Ciudad de México se requiere un patrón característico más para explicar la misma varianza. Esto puede ser debido a la presencia de contaminantes que no presentan una variación diurna semejante al ozono troposférico, es decir con presencia de contaminantes desde temprana hora de la mañana y permanece hasta la tarde.

Tabla 4. Distribución de la frecuencia de truncamiento para el desarrollo de las curvas Umkehr en términos de sus Patrones Característicos.

Número del Patrón Característico	Ciudad de México	Norte América	Arosa
1	1	14	9
2	11	46	29
3	5	29	50
4	15	6	11
5	0	3	1
6	0	0	0
7	1	0	0
8	0	0	0

Se concluye de los resultados anteriores que cuando se elimina la constante instrumental y la cantidad total de ozono dividida entre 10 se incluye como un punto más de la curva, se requieren, a lo más, cuatro patrones característicos para explicar la forma de la curva Umkehr. Al menos los primeros tres patrones característicos son propiedades fundamentales de la curva y posiblemente el cuarto sea también importante. Los patrones restantes son, en su mayor parte ruido, particularmente los correspondientes a los valores característicos muy pequeños, los cuales muestran cambios de signo frecuentes de un ángulo a otro como se muestra en la tabla 3; estos patrones característicos no explican casi ninguna varianza. Si suponemos que la información de la distribución vertical de ozono se encuentra mayormente contenida en la forma de la curva Umkehr entonces no vamos a poder obtener más de cuatro piezas independientes de información acerca de la distribución vertical de ozono de las observaciones Umkehr, como se ha demostrado.

Para el caso de las observaciones en la ciudad de México, estos resultados sugieren que, como se ha añadido un factor más responsable de la variabilidad de las curvas, la información que se puede obtener de la distribución vertical de ozono es aún menor.

De la evidencia presentada aquí, se muestra como lo sugieren Götz y Mateer no se puede obtener información adicional observando en ángulos adicionales a los 12 ya empleados debido a la fuerte interdependencia entre los puntos de la curva.

En la figura 9 se muestra evidencia gráfica acerca del severo control que ejerce la cantidad total de ozono en la curva Umkehr. Son diagramas de dispersión en los cuales el coeficiente del primer patrón característico (matriz de covarianza cuando el ozono total ha sido incluido como un punto), se grafica contra la cantidad total de ozono. Existe alguna redundancia en esto, porque la variabilidad del ozono se ha incluido en la variabilidad de la curva, sin embargo, la cantidad total de ozono no domina el comportamiento y el alto grado de correlación entre el coeficiente y la cantidad total de ozono no existiría si la cantidad total de ozono no jugara un papel predominante en la forma de la curva Umkehr.

## EXPLICACIÓN FÍSICA

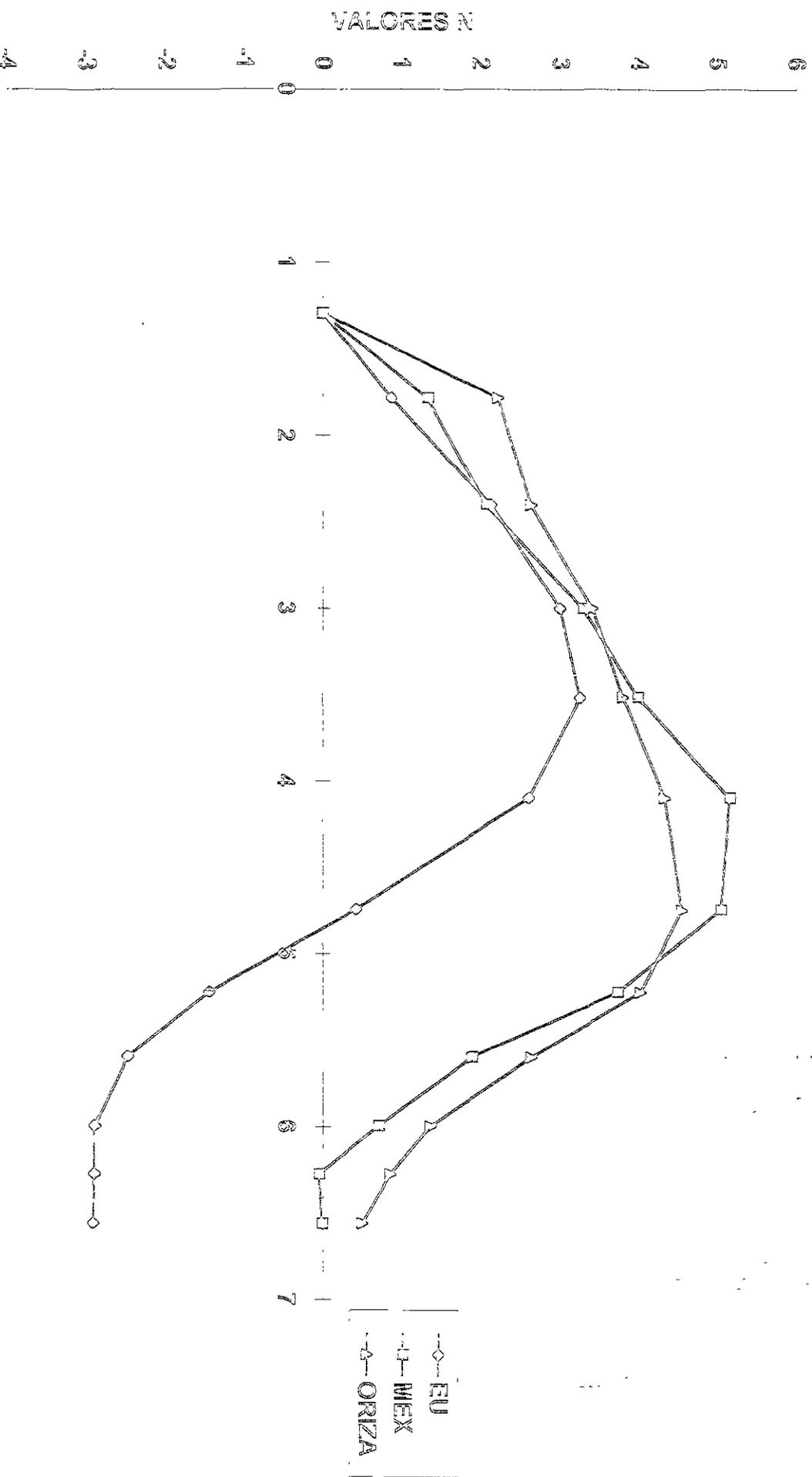
Para encontrar una explicación física para la fuerte correlación existente entre las mediciones a distintos ángulos en la curva Umkehr se recurre a integrar la función fuente a lo largo de la vertical desde el punto  $z$  hasta el infinito (ecuación 7 del capítulo 1), esta función  $\chi(\theta, z)$  representa la contribución a la brillantez del cenit del punto con altitud  $z$ , cuando el sol se encuentra a un ángulo cenital  $\theta$ . El resultado se muestra en las figuras 10, 11 y 12, para 3 pares de longitudes de onda empleados por el Dobson, en donde los valores de las abscisas se han normalizado a 1 en el punto de valor máximo y corresponden a una distribución vertical estándar de ozono con una cantidad total de 360 m-atm-cm

Como se ha mencionado anteriormente, para un ángulo solar determinado, la radiación proviene de una altura equivalente de la atmósfera, sin embargo esta región es muy ancha, es decir, el espesor de la capa que se requiere para que la intensidad se reduzca en un 50% va de 10 a 30 km. Esto implica que se requieren a lo más tres mediciones en ángulos distintos para cubrir toda la región de la atmósfera que contribuye a la radiación en una observación Umkehr. Si consideramos  $\frac{3}{4}$  de la intensidad máxima, se requieren a lo más 5 observaciones a 5 ángulos distintos. Estas serían las piezas independientes de información que se mencionan. Los ángulos intermedios contienen información de capas que se traslapan en casi 50 % una de otra y por tal razón es de esperarse que estén fuertemente correlacionadas.

En las figuras 10 a 12 se han graficado también las funciones correspondientes a las longitudes de onda A y D. Como puede apreciarse los tres pares de longitudes de onda contienen información de la misma región de la atmósfera y las capas correspondientes son casi del mismo espesor y por tanto, las longitudes de onda A y D no aportan más información que la que contienen las observaciones con las longitudes de onda C. Es decir, estas se encontrarían fuertemente correlacionadas con las observaciones en el par de longitudes de onda C.

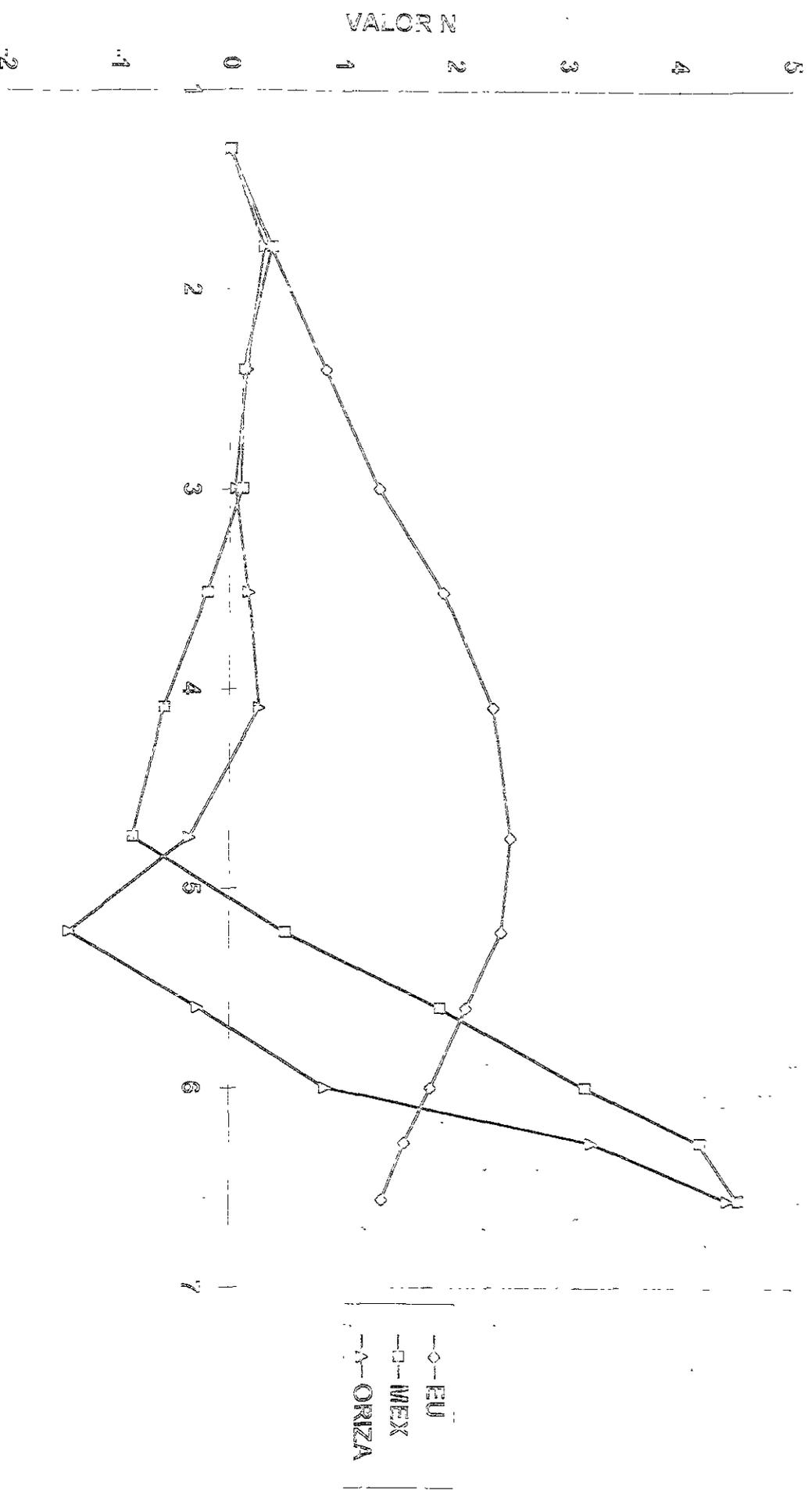
Figura 6

Primer patron caracteristico de la matriz de covarianza sin la constante instrumental



Segundo patrón característico de la matriz de covarianza con la constante instrumental eliminada

Figura 7



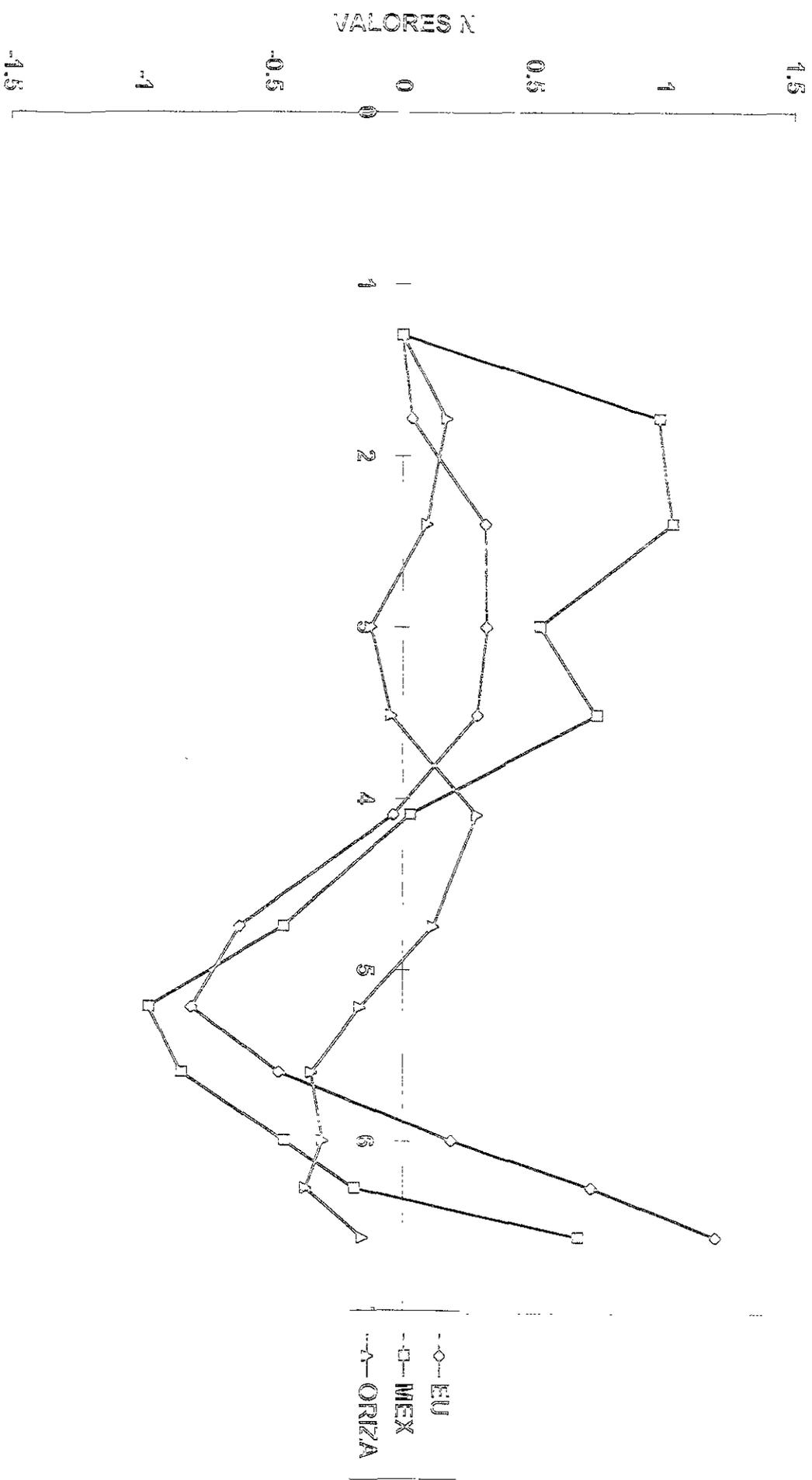
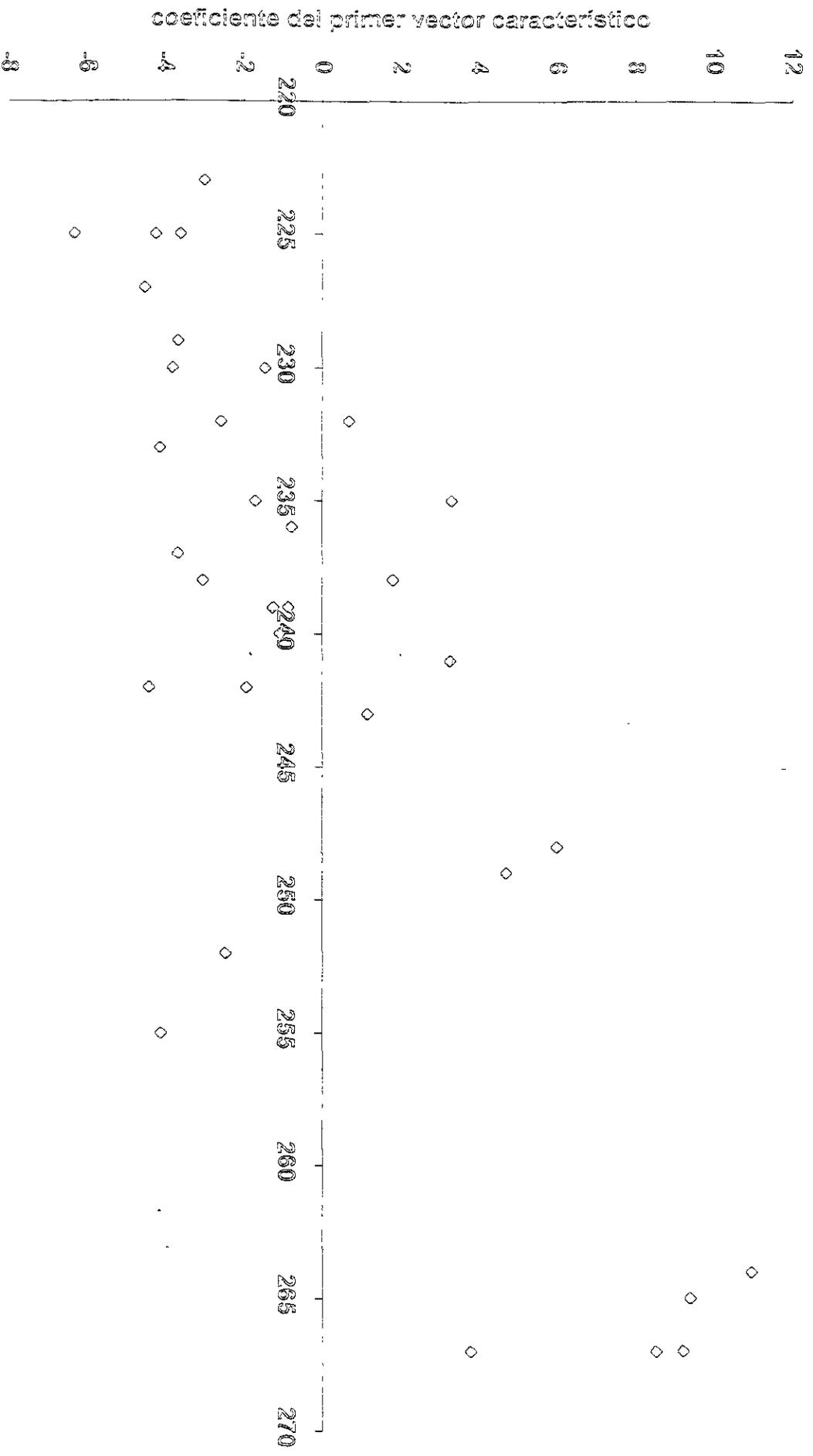


Figura 8

tercer patrón característico de la matriz de covarianza sin la constante instrumental

Figura 9

Diagrama de dispersión del coeficiente del primer vector característico vs. ozono total



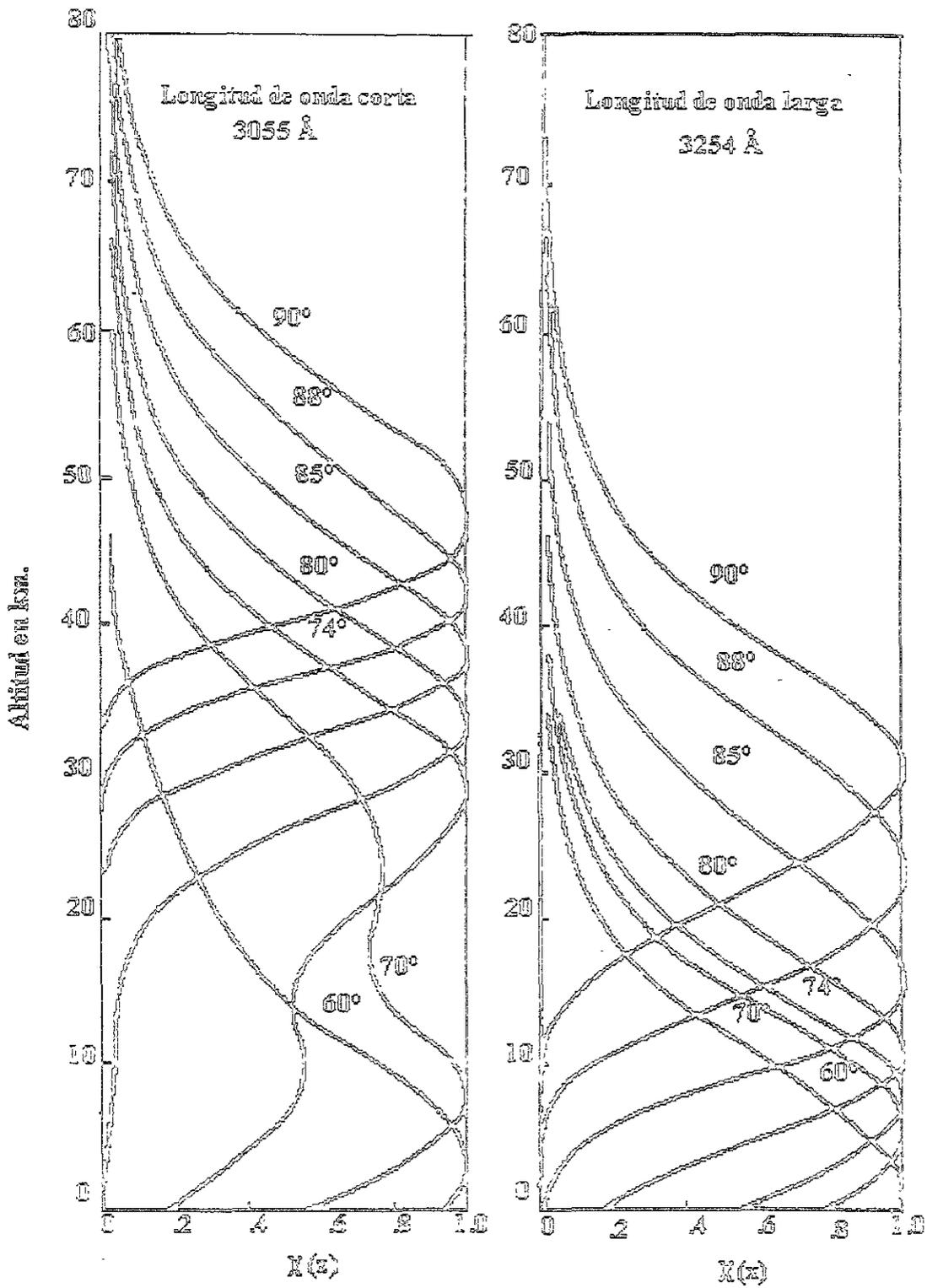


Figura 10. Contribución relativa al brillo de cenit de las capas atmosféricas para la longitud de onda  $\lambda$  y algunos ángulos cenitales.

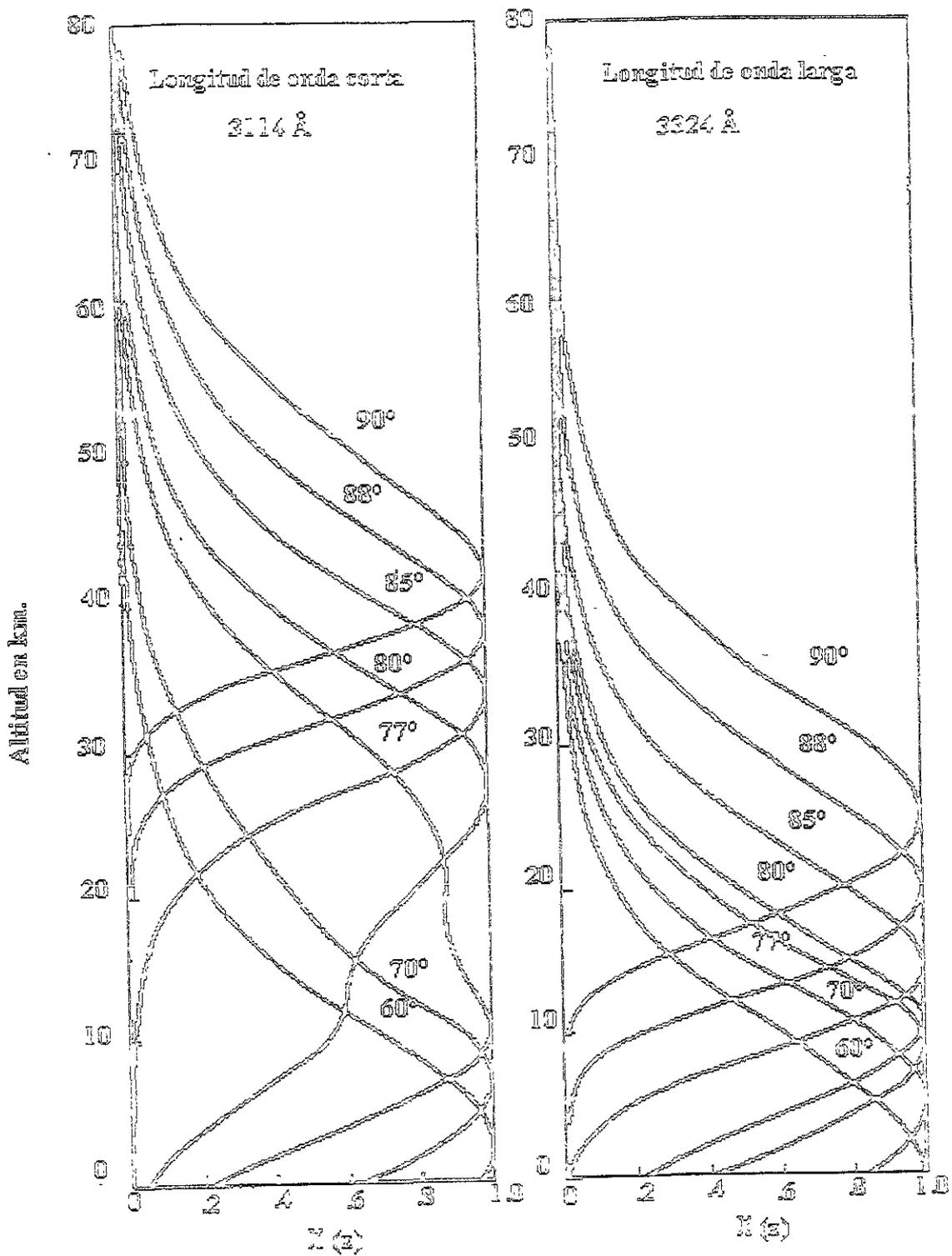


Figura 11. Contribución relativa al brillo de cenit de las capas atmosféricas para la longitud de onda  $\lambda$  y algunos ángulos cenitales.

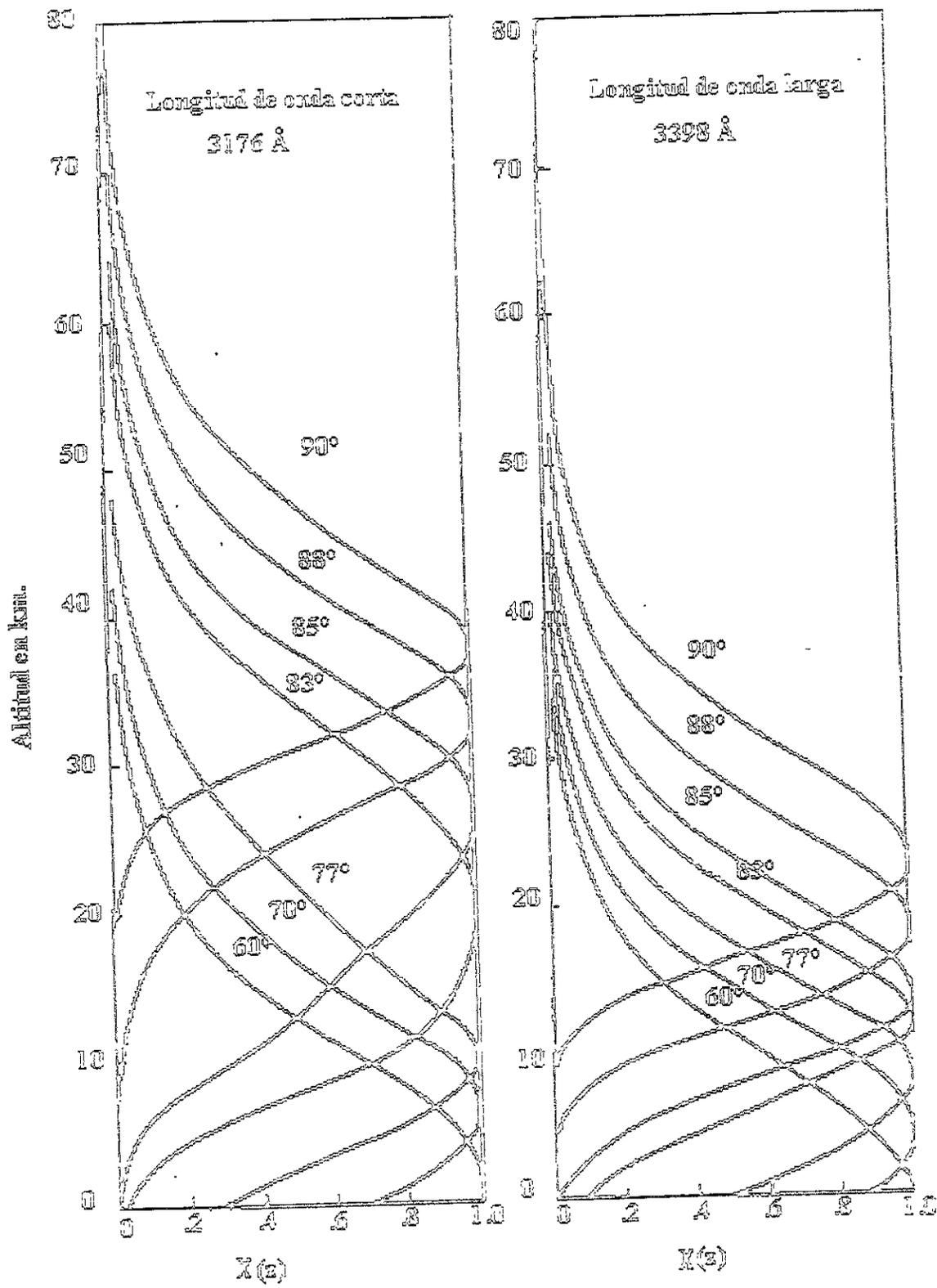


Figura 12. Contribución relativa al brillo de cenit de las capas atmosféricas para la longitud de onda D y algunos ángulos cenitales.

## CAPÍTULO 3

### METODO TEVE

#### CONSIDERACIÓN DE ERRORES

En los capítulos anteriores se ha mostrado como podría definirse una transformación lineal entre las observaciones Umkehr y la distribución vertical de ozono. Se ha demostrado cómo la información que hay en la observación no proporciona datos más allá del contenido de ozono en 4 capas independientes y además, que el aumento en la cantidad de observaciones no incrementa el contenido de información debido a la fuerte correlación existente entre los puntos de la curva, ya que al observar en más puntos no se está haciendo otra cosa que repetir las mismas observaciones. Debido a estas razones es previsible encontrarse con dificultades al resolver la transformación lineal

$$\sum_{j=1}^9 d_{ij} p_j = u_i \quad (33)$$

con  $i = 1, \dots, 12$ ,  $p_j$  la presión parcial media en la capa  $j$ ,  $u_i$  el valor de la medición de la curva para el ángulo  $i$  medida desde el valor correspondiente de la curva estándar ( $N(\theta) - \eta(\theta)$ ) y  $d_{ij}$  es  $\partial \eta_i / \partial p_j$ .

La solución de este sistema se dificulta aun más por la presencia de errores tanto en la observación como de errores introducidos en la modelación. Por ejemplo, el forzar un problema no lineal y resolverlo como lineal, que significa el empleo de algún método iterativo y de las segundas derivadas parciales. Otra dificultad más se encuentra en los errores introducidos en la evaluación de  $d_{ij}$ , etc. Esto permite el planteamiento de la ecuación anterior de la forma siguiente:

$$\sum_{j=1}^9 d_{ij} p_j = u_i + \varepsilon_i - \delta_i \quad (34)$$

en donde  $\varepsilon_i$  representa los errores instrumentales y  $\delta_i$  los errores de modelación. Estos errores pueden considerarse en un término único de error  $e_{ik} = \varepsilon_{ik} + \delta_k$ , que no necesariamente posee media cero y ser no correlacionado.

### SOLUCIÓN COMPLETA DE LAS ECUACIONES LINEALES

La ecuación (33) se puede escribir en notación matricial como

$$D\bar{p} = \bar{u} \quad (35)$$

En el sistema de Dütsch este es un sistema de 12 ecuaciones con 9 incógnitas y la solución por mínimos cuadrados puede ser escrita como.

$$\bar{p} = (D^* D)^{-1} D^* \bar{u} \quad (36)$$

Existe una solución única cuando la matriz  $D^*D$  es no singular. En este caso el determinante de la matriz es cercano a cero y en consecuencia las soluciones presentan inestabilidades. Este tipo de soluciones es discutido ampliamente por Twomey y Howell (1963), quienes demuestran que se introducen oscilaciones extrañas en las soluciones que dan como resultado concentraciones de ozono negativas en algunas capas atmosféricas, que son físicamente irreales.

Para mostrar la razón de la existencia de las contribuciones inestables a las soluciones considérese el vector solución escalado o normalizado de la siguiente manera:

$$\bar{p} = \Sigma \bar{\pi} \quad (37)$$

en donde  $\Sigma$  es una matriz diagonal que tiene como elementos las desviaciones estándar de las presiones parciales del ozono en cada una de las capas. Entonces la ecuación (35) se puede expresar

$$D\Sigma\bar{\pi} = \Delta\bar{\pi} = \bar{u} \quad (38)$$

con  $\Delta = D\Sigma$ . La necesidad de este escalamiento radica en el hecho de que las varianzas del vector  $u$  no son iguales para todos los ángulos de observación, este escalamiento se relaciona con la obtención de  $\bar{\pi}$  por el método de mínimos cuadrados ponderados. Seguidamente expresaremos al vector solución normalizado en términos de un conjunto de vectores ortonormales de la manera siguiente:

$$\bar{\pi} = W * \bar{b} \quad (39)$$

en donde los vectores ortogonales se encuentran en los renglones de la matriz  $W$  y  $\bar{b}$  es el vector de los coeficientes de la combinación lineal de los vectores de  $W$ . Esta manera de expresar las soluciones es perfectamente general porque los vectores en  $W$  son una base para el espacio vectorial de las soluciones, y cualquier solución puede expresarse en términos de una base ortogonal.

Si sustituimos (39) en (38) obtenemos

$$\Delta W * \bar{b} = \bar{u} \quad (40)$$

que tiene por ecuaciones normales

$$(\Delta W^*) * \Delta W * \bar{b} = (\Delta W^*) * \bar{u} \quad (41)$$

y por solución por mínimos cuadrados para los coeficientes

$$\bar{b} = (W\Delta * \Delta W^*)^{-1} W\Delta * \bar{u} \quad (42)$$

En seguida se requiere que la contribución a la solución por cada uno de los vectores “explique” una porción independiente de la varianza total de la curva Umkehr

La varianza residual de la curva Umkehr es

$$\begin{aligned}
 (\bar{u} - \Delta W^* \bar{b})^* (\bar{u} - \Delta W^* \bar{b}) &= \bar{u}^* \bar{u} - 2\bar{b}^* (\Delta W^*)^* \bar{u} + \bar{b}^* W \Delta^* \Delta W^* \bar{b} \\
 &\quad \bar{u}^* \bar{u} - \bar{b}^* W \Delta^* \bar{u} + \bar{b}^* [(\Delta W^*)^* (\Delta W^*) \bar{b} - (\Delta W^*)^* \bar{u}] \\
 &\quad \bar{u}^* \bar{u} - \bar{b}^* (\Delta W^*)^* \bar{u} \\
 &\quad \bar{u}^* \bar{u} - \bar{b}^* (W \Delta^* \Delta W^*) \bar{b}
 \end{aligned} \tag{43}$$

En la deducción de esta última fórmula se emplean las ecuaciones normales (41), esta expresión (43) es escalar. La contribución de cada vector a la solución explicara una porción independiente de la varianza total de la curva Umkehr cuando

$$W(\Delta^* \Delta)W^* = \Lambda, \tag{44}$$

siendo  $\Lambda$  una matriz diagonal. Esto se ve de la ecuación 43 ya que  $\bar{u}^* \bar{u}$  representa la varianza de la curva y el término  $\bar{b}^* (W \Delta^* \Delta W^*) \bar{b}$  es la varianza explicada por la regresión. Como se mencionó anteriormente, este es el problema de la determinación de los valores y vectores característicos de la matriz simétrica real  $\Delta^* \Delta$ . Como en el caso anterior, se ordenan los valores característicos,  $\lambda_i, i = 1, \dots, 9$ , en la diagonal de  $\Lambda$  en orden de magnitud decreciente y los renglones de  $W$  se ordenan de acuerdo a como se ordenaron los valores característicos.

La ecuación (42) se convierte entonces en

$$\bar{b} = \Lambda^{-1} W (\Delta^* \bar{u}). \tag{45}$$

En seguida, desarrollando la ecuación (45) notamos que los coeficientes  $\bar{b}_j$  se determinan independientemente unos de otros y son el producto del recíproco del valor característico correspondiente,  $\lambda_j$ , y el producto punto de los vectores  $\bar{w}_j$  y  $(\Delta^* \bar{u})$ , en donde  $\bar{w}_j$  es el  $j$ -ésimo renglón de  $W$ . Es decir,

$$\bar{b}_j = \lambda_j^{-1} \bar{w}_j (\Delta^* \bar{u}) \tag{46}$$

Además, se sigue de (43) y (44) que la varianza explicada por el vector j-ésimo en la solución por mínimos cuadrados es  $\lambda_j b_j^2$ .

En la tabla 5 se muestra un ejemplo de valores y vectores característicos para la matriz  $\Delta^* \Delta$  para una configuración de matriz con las primeras derivadas parciales calculadas por Mateer y Dütsch (1964), en la cual se ha eliminado la constante instrumental, se ha usado la cantidad total de ozono con un peso de 0.1 y se han empleado el vector de escalamiento dado en la misma tabla.

Tabla 5. valores y vectores característicos para la matriz  $\Delta^* \Delta$  para una configuración de matriz con las primeras derivadas parciales calculadas por Mateer y Dütsch (1964), en la cual se ha eliminado la constante instrumental, se ha usado la cantidad total de ozono con un peso de 0.1.

	EVECTS1	EVECTS2	EVECTS3	EVECTS4	EVECTS5
EVALS	52.507117	26.754902	3.1915934	0.4903086	0.0575023
comp 1	0.127778	-0.192158	0.212642	-0.479378	0.594125
comp 2	0.48476	-0.130109	0.511947	-0.353285	-0.089875
comp 3	0.502523	0.0787809	0.240669	0.193146	-0.308586
comp 4	0.461445	0.168118	-0.066927	0.315171	-0.057309
comp 5	0.39406	0.241111	-0.279765	0.227306	0.350969
comp 6	0.216956	0.347168	-0.411085	-0.242022	0.347568
comp 7	-0.020768	0.530078	-0.154961	-0.555695	-0.410101
comp 8	-0.171944	0.477338	0.317067	-0.04723	-0.041694
comp 9	-0.225543	0.473479	0.508418	0.295766	0.355704
vector de pesos	12	30	24	18	14

	EVECTS6	EVECTS7	EVECTS8	EVECTS9
EVALS	0.0062184	0.0003899	9.464E-05	8.372E-05
comp 1	0.375543	-0.385201	0.10266	0.137089
comp 2	-0.263177	0.441452	-0.279812	-0.10327
comp 3	-0.052364	-0.310785	0.670069	0.0498966
comp 4	0.174767	-0.441404	-0.652282	0.0292604
comp 5	0.396797	0.58157	0.165921	0.101313
comp 6	-0.598316	-0.163431	0.0742063	-0.306328
comp 7	0.163818	0.0071498	-0.036065	0.435207
comp 8	0.363464	-0.017075	0.0267608	-0.710612
comp 9	-0.286438	0.0063036	-0.040618	0.410756
vector de pesos	9	6	3	1.3

Se nota lo siguiente:

- i) Hay un rango muy grande en las magnitudes de los valores característicos de la matriz, puesto que van desde 52.51 como valor máximo, hasta 8.372E-05 como valor mínimo siendo su relación  $6.27E+5$
- ii) Los vectores de orden bajo, correspondientes a los valores característicos grandes, tienen pocos cambios de signo algebraico de un elemento del vector al siguiente, su contribución al vector solución  $\bar{\pi}$  será suave.
- iii) Los vectores característicos de orden alto, correspondientes a valores característicos muy pequeños, muestran frecuentes cambios de signo de un elemento al siguiente y en consecuencia su contribución a la solución no será suave.

Defínase la “Razón de inestabilidad”,  $R_j$ , para la contribución de la solución normalizada del  $j$ -ésimo vector característico como la suma de los cuadrados de la contribución del  $j$ -ésimo

vector característico en las diferentes capas (ecuación 39), dividida entre la cantidad de varianza explicada por este vector en la curva Umkehr. Esto es:

$$R_j = \frac{\sum_{i=1}^9 (b_j w_{ji})^2}{\lambda_j b_j^2} = \frac{1}{\lambda_j} \quad (47)$$

La última igualdad se obtiene sacando  $b_j^2$  como factor común de la sumatoria y debido a que las componentes de la matriz  $W$  son ortonormales, el valor de la sumatoria será 1.

Los vectores correspondientes a valores característicos grandes tienen un valor pequeño para el cociente de inestabilidad y, por la ecuación (47), la contribución de ellos a la solución es pequeña en comparación con su contribución a la explicación de la varianza de la curva Umkehr resultante. Por otro lado, los vectores característicos que tienen un valor característico pequeño tienen un cociente de inestabilidad grande y su contribución a la explicación de varianza de la curva Umkehr es pequeña mientras que su contribución a la solución es grande.

Esta es una situación contradictoria pues los vectores que contribuyen más a la composición de la solución, no explican varianza en la curva Umkehr, es decir, no se tiene información de ellos en la observación y viceversa, los vectores que contribuyen poco a la solución explican mucha varianza en la curva Umkehr.

Viendo el problema de otro modo, debemos considerar la “predictibilidad”  $P_j$  del coeficiente del  $J$ -ésimo vector como el inverso de la razón de inestabilidad. Entonces, los vectores que explican muy poca o ninguna varianza de la curva, pero que contribuyen mucho a la solución, no son realmente predecibles de la observación. O, en otras palabras Los vectores característicos asociados con valores característicos muy chicos representan combinaciones lineales de las variables desconocidas acerca de las cuales las observaciones Umkehr no contienen información. (Lanczos, 1956) El problema de decidir en donde termina la información y empieza el ruido se debe resolver con experimentos numéricos asociados con información de los probables errores experimentales.

## SOLUCIÓN SUAVIZADA

Hasta este punto es claro que las observaciones Umkehr no contienen información de la variación en el contenido de ozono de una capa a la siguiente. Esta información viene dada por los vectores de orden alto, acerca de los cuales la observación no contiene información. Hay un infinito múltiple de soluciones que satisfacen la ecuación (35). Existe una cantidad infinita de estas soluciones que no tienen significado físico. Sin embargo hay otro conjunto infinito de soluciones que si lo tienen. Es necesario, para la inversión de las observaciones, diseñar un método para seleccionar la mejor solución consistente con la información que sabemos contiene una observación Umkehr.

Una forma de obtener una solución del sistema es expandirla en términos de los vectores característicos de la matriz  $\Delta^o\Delta$ , truncando la solución en tres o cuatro vectores. Este sistema de resolver las ecuaciones conduce a la explicación de una cantidad satisfactoria de la varianza de la curva. Además las soluciones obtenidas de este modo son físicamente aceptables cuando se ha escogido un sistema de normalización adecuado.

Considerando el trabajo de Phillips (1962), que resuelve un sistema similar de ecuaciones, Twomey (1963) introdujo un método de suavizamiento objetivo que es particularmente apropiado para el presente caso. Twomey y Howell (1963) discutieron también la aplicación de este método en la evaluación de sondeos indirectos de la atmósfera.

Twomey parte de la ecuación (38) con un vector de error  $\bar{e}$ , añadido como sigue:

$$\Delta\pi = \pi + \bar{e} \quad (48)$$

al que se impone la condición de que

$$\sum_{i=1}^{12} e_i^2 = \text{constante} \quad (49)$$

y se aplica la restricción de que la suma de cuadrados de la desviación de la solución con respecto a una solución tentativa sea mínima. En nuestro problema particular, una solución

tentativa obvia es la distribución estándar para la cual la matriz  $D$  de las derivadas parciales se ha calculado. Esto equivale a la minimización de la siguiente cantidad

$$\sum_{j=1}^9 \pi_j^2 + \gamma^{-1} \sum_{i=1}^{12} e_i^2 \quad (50)$$

en donde  $\gamma$  es un multiplicador indeterminado de Lagrange. Para obtener el mínimo de la expresión anterior Twomey la diferencia con respecto a  $\pi_j$ . Notando de (48) que

$$\frac{\partial e_i}{\partial \pi_j} = \delta_{ij} \quad (51)$$

se obtiene

$$\gamma \pi_j + \sum_{i=1}^{12} e_i \delta_{ij} = 0 \quad (52)$$

o

$$\Delta^* \bar{e} = -\gamma \bar{\pi} \quad (53)$$

Premultiplicando ambos lados de (48) por  $\Delta^*$  e introduciendo (53), se obtiene

$$(\Delta^* \Delta + \gamma I) \bar{\pi} = \Delta^* \bar{u} \quad (54)$$

que tiene la solución

$$\bar{\pi} = (\Delta^* \Delta + \gamma I)^{-1} \Delta^* \bar{u} \quad (55)$$

Para determinar el significado preciso de esta ecuación en términos de nuestra discusión previa, es conveniente expandir la solución en términos de los vectores característicos de la matriz  $(\Delta^* \Delta + \gamma I)$ . Sea

$$V(\Delta^* \Delta + \gamma I)V^* = \Lambda' \quad (56)$$

Pero

$$V(\gamma I)V^* = \gamma \bar{I}$$

entonces

$$V(\Delta^* \Delta)V^* = \Lambda' - \gamma \bar{I}$$

Pero como

$$W\Delta^* \Delta W^* = \Lambda$$

y entonces

$$\Lambda' = \Lambda + \gamma \bar{I}$$

y

$$W = V$$

imponemos la condición de que los vectores característicos en los renglones de  $V$  sean ortonormales. Entonces estamos expandiendo nuestra solución en términos de los mismos vectores característicos de antes, pero ahora cada uno de los valores característicos se han incrementado en  $\gamma$ . La solución para los coeficientes de los vectores característicos se debe ahora escribir como

$$b_j = (\lambda_j + \gamma)^{-1} \bar{w}_j(\Delta^* \bar{u}) \quad (57)$$

que es una expresión equivalente a la (46).

De este modo en la determinación de  $b_j$ , ahora multiplicamos por  $(\lambda_j + \gamma)^{-1}$  en lugar de  $\lambda_j^{-1}$ . La cantidad  $\gamma$  es, ahora, un factor de suavizado que debe de ser escogido lo suficientemente grande para que los coeficientes de los vectores característicos de alto orden se reduzcan efectivamente a cero y que los coeficientes de los vectores característicos de bajo orden permanezcan esencialmente sin cambios.

El dar un valor adecuado a  $\gamma$  tiene el efecto de tomar en cuenta para la solución únicamente los vectores característicos asociados con valores característicos grandes, que representan combinaciones lineales de las variables desconocidas acerca de las cuales las observaciones Umkehr si contienen información

Se han explicado entonces dos métodos de solución, el método TEVE y el del multiplicador indeterminado de Lagrange. Ambos métodos son equivalentes:

En el método TEVE se escogen los 3 o 4 primeros vectores característicos de la matriz  $\Delta^* \Delta$ , que son los que contribuyen con patrones suaves a la solución y de los cuales la observación Umkehr contiene poca información.

En el segundo método se recurre a determinar por ensayo y error el valor del multiplicador indeterminado de Lagrange que minimice la contribución de los vectores característicos inestables y maximice la de los vectores estables.

Como se ha demostrado, en ambos métodos de solución se emplean los mismos vectores característicos de modo que ambos procedimientos son totalmente equivalentes.

Por facilidad del procedimiento operativo y por ser el método de los multiplicadores indeterminados de Lagrange el estándar empleado en el Servicio Meteorológico de Canadá, que es la institución designada por la Organización Mundial Meteorológica, en este trabajo se ha adoptado este método, que se explicara con más detalle en el siguiente capítulo así como su implementación para las condiciones de la Ciudad de México.

## CAPÍTULO 4

### APLICACION DEL METODO DE INVERSION

#### EL MÉTODO DE INVERSIÓN EMPLEADO

Partiendo de la ecuación (50) en la cual se ha impuesto la constricción de que la diferencia con respecto a una solución ensayo  $\tilde{u}$  sea mínima, podemos plantear la ecuación

$$\sum_{j=1}^9 (\pi_j - \tilde{\pi}_j)^2 + \gamma^{-1} \sum_{i=1}^{12} e_i^2 \quad (58)$$

en donde  $\pi$  es la diferencia de la solución  $u$  con respecto a la solución estándar y  $\tilde{\pi}$  es la diferencia de la solución ensayo  $\tilde{u}$  con respecto a la solución estándar. Siguiendo el procedimiento de solución explicado en el capítulo anterior, derivamos la ecuación (58) con respecto a  $\pi_j$ , y considerando que

$$\frac{\partial e_i}{\partial \pi_j} = \delta_{ij} \quad (59)$$

obtenemos

$$\gamma(\pi_j - \tilde{\pi}_j) + \sum_{i=1}^{12} e_i \delta_{ij} \quad j = 1, 2, 3, \dots, 9$$

en donde  $\delta_{ij}$  son los elementos de la matriz  $\Delta$  de las primeras derivadas parciales. Igualando a cero obtenemos

$$\gamma(\pi_j - \tilde{\pi}_j) + \sum_{i=1}^{12} e_i \delta_{ij} = 0 \quad (60)$$

o

$$\Delta^* \bar{e} = -\gamma(\bar{\pi} - \bar{\pi}) \quad (61)$$

premultiplicando la ecuación (48) por  $\Delta^*$  e introduciendo (61) se obtiene

$$(\Delta^* \Delta + \gamma I) \bar{\pi} = \Delta^* \bar{u} + \gamma \bar{\pi} \quad (62)$$

cuya solución es

$$\begin{aligned} \bar{\pi} &= (\Delta^* \Delta + \gamma I)^{-1} (\Delta^* \bar{u} + \gamma \bar{\pi}) \\ &= (\Delta^* \Delta + \gamma I)^{-1} (\Delta^* \bar{u}) + \bar{\pi}' \end{aligned} \quad (63)$$

en donde  $\bar{\pi}'$  es un vector constante, independiente de las observaciones  $\bar{u}$ , y que se añade a todas las soluciones.

Después de restar a todas las ecuaciones la ecuación correspondiente a la observación de  $60^\circ$  se usa la ecuación siguiente, que representa la condición de igualdad entre el ozono determinado mediante la observación Umkehr y el ozono total determinado con una observación estándar con radiación directa.

$$\sum_{i=1}^9 C_i \pi_i = \Omega - \Omega_s \quad (64)$$

en donde  $C_i$  es el factor de conversión entre la anomalía de la presión parcial normalizada  $\pi_i$  en las 9 capas y la anomalía entre el ozono total medido  $\Omega$  y el ozono total correspondiente a la distribución estándar  $\Omega_s$ .

Una vez establecido el procedimiento de solución resta tomar tres decisiones: la primera corresponde a la matriz de escalamiento, la segunda al peso que se deberá dar a la ecuación de conservación de ozono y la tercera al valor del multiplicador indeterminado de Lagrange.

La primera decisión se relaciona con la variabilidad de las soluciones y con la congruencia de los resultados con el conocimiento que se tiene de la distribución vertical del ozono, la segunda esta relacionada con el error que se está dispuesto a tolerar con respecto a la cantidad total de ozono medida mediante la observación Umkehr y la cantidad total de ozono medida con una observación común de ozono total. Finalmente la tercera, el multiplicador de Lagrange que se relaciona con el suavamiento de la solución.

Se hicieron gran cantidad de pruebas y ensayos numéricos combinando todos estos factores y tratando de respetar los valores sugeridos por Mateer para la matriz de normalización y conservar la varianza de las soluciones comparable a la del procedimiento estándar de solución. La matriz de normalización empleada se tabula en el apéndice A2.

Los valores para el multiplicador de Lagrange y para el peso de la ecuación de conservación de ozono fueron 0.5 y 0.3 respectivamente.

Como se ha mencionado, la solución ensayo de la cual deben diferir en un mínimo las soluciones es la distribución estándar y en consecuencia el vector aditivo  $\bar{\pi}$  en la solución (63) es cero. Este vector aditivo permite ajustar un conjunto de soluciones cuando se tiene información adicional confiable acerca de la distribución del ozono medida por otro procedimiento. En el caso de esta tesis se han usado dos procedimientos de ajuste para el conjunto de soluciones: comparación con las observaciones realizadas durante 1995, las cuales fueron interpretadas por el Servicio Meteorológico de Canadá, que es la organización encargada de la recopilación mundial de datos de ozono; y la comparación directa con ozonosondeos realizados durante 1997 en la atmósfera de la Ciudad de México. Desgraciadamente los ozonosondeos se efectuaron en un período de cielo nublado durante el cual no fue posible hacer observaciones Umkehr y hacer una comparación simultánea. Los globos sonda alcanzan una altura no mayor de 35 km, mientras que las observaciones Umkehr contienen información de la concentración de ozono a alturas superiores a 45 km. Sin embargo, comparando los resultados reportados por el Servicio meteorológico de Canadá, los ozonosondeos y los resultados de las observaciones interpretadas por el procedimiento reportado aquí se determinó el vector  $\bar{\pi}$  (0, -12.5, 3, 12.5, 1, 2, -1, -0.5,

0 4) expresado en unidades Dobson, que al sumarse al conjunto de soluciones permite el ajuste adecuado de los resultados.

En el apéndice A3 se ha listado la totalidad de las soluciones para todas las observaciones Umkehr que se han realizado desde 1974 a la fecha.

En el siguiente capítulo se muestran gráficamente los resultados comparándose los perfiles de ozono obtenidos en los diferentes puntos de observación y en las épocas en que se observó.

## CAPÍTULO 5

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

#### RESULTADOS

El comportamiento, forma y variabilidad de las curvas Umkehr observadas en México no difieren sustancialmente de lo reportado para las mismas observaciones en otras partes en donde se ha realizado este tipo de análisis, sin embargo, existe una diferencia en cuanto al comportamiento de la variabilidad que se ha puesto de manifiesto en el análisis de componentes principales que se hace en el capítulo 2 de este trabajo. Esta diferencia consiste en la menor variabilidad explicada por la primera componente principal en la Ciudad de México cuando se le compara con la explicada en Orizabita, Arosa y Estados Unidos. Esta diferencia se presenta únicamente para la matriz de observaciones en el área en donde la observaciones se realizaron en presencia de una marcada contaminación atmosférica producida no solamente por ozono troposférico, que presenta una variación diurna, como se mencionara más adelante, sino por otro tipo de contaminantes como partículas suspendidas y otros gases. Este hecho se explica si consideramos que la influencia de la contaminación atmosférica distinta del ozono troposférico es un factor más de variabilidad presente en la Ciudad de México y ausente en las demás localidades, esta fuente adicional de variabilidad se refleja disminuyendo la varianza explicada por cada componente principal en el área contaminada. Esto se traduce en la necesidad de usar un vector característico más para explicar la misma varianza de la observación, como se mencionó en el capítulo 2. La inclusión de este vector más aumenta la variabilidad de las soluciones pues se incluyen vectores de orden mayor, con mayor variabilidad.

## COMPARACIÓN DE RESULTADOS ENTRE ORIZABITA, HGO Y LA CIUDAD DE MÉXICO

En las figuras 13 a 21 se muestran los resultados clasificados por años y localidades de los perfiles verticales de ozono. Los límites de cada capa se muestran en la tabla 6 en donde también se han tabulado los factores de conversión que permiten el cálculo del contenido de ozono en cada capa en unidades Dobson considerando una atmósfera estándar a partir de la presión parcial promedio de ozono. Para convertir micro-milibarios ( $\mu\text{mb}$ ) a unidades Dobson basta con multiplicar por el factor dado en la tabla 6.

Tabla 6. Límites de las 9 capas atmosféricas empleadas para la inversión de las observaciones Umkehr y factores de conversión entre micro-milibarios y unidades Dobson

Capa	Presión mb	km	UD=k* $\mu\text{mb}$
1	500-250	6.0-10.7	0.5453
2	250-125	10.7-15.4	0.5486
3	125-62.5	15.4-20.1	0.5477
4	62.5-31.2	20.1-24.8	0.5473
5	31.2-15.6	24.8-29.5	0.5474
6	15.6-7.8	29.5-34.2	0.5474
7	7.8-3.9	34.2-38.9	0.5476
8	3.9-1.96	38.9-43.6	0.5463
9	1.96-0.98	43.6-48.3	0.5457

Comparando los perfiles de ozono obtenidos en la Ciudad de México con los obtenidos en Orizabita se aprecia la mayor variabilidad de las concentraciones en la Ciudad, incluso observaciones con concentraciones negativas que no tienen sentido físico en las capas 2 y 3, este hecho es relevante ya que, como se ha mencionado puede ser causado por la presencia de aerosoles en la atmósfera.

Se tienen 2 grupos de observaciones: Las realizadas desde 1979 a 1985, que son el grupo de observaciones históricas y el de las realizadas entre 1994 y 1997. En el lapso de nueve años entre 1985 y 1994, por problemas técnicos, no se contó con observaciones Umkehr, sin embargo, se compararán los grupos de observaciones mencionados.

Dentro del último grupo, 1994 – 1997, se tiene un conjunto de observaciones en la

localidad de Orizabita, en el Estado de Hidalgo, que como se ha mencionado, está apartada de fuentes de contaminación atmosférica. Las observaciones en Orizabita se realizaron pocos días después de las realizadas en la Ciudad de México en los periodos 1995 y 1996 con el objeto de hacer comparaciones de conjuntos de observaciones y evaluar el efecto que tiene en la medición y en la inversión de las observaciones la presencia de la contaminación atmosférica en la Ciudad de México. La suposición involucrada es que la distribución vertical no difiere mucho entre las localidades escogidas. Esta suposición se apoya en que las dos localidades no están muy apartadas geográficamente y que las observaciones no difieren mucho en el tiempo (5 días). La figura 21 muestra el perfil de la concentración de ozono para las 2 observaciones más próximas en el tiempo realizadas en Orizabita y en la Ciudad de México, como se ve los perfiles son muy similares, lo que apoya la suposición mencionada. Las observaciones correspondientes al año de 1995 fueron interpretadas también por el Servicio Meteorológico de Canadá y los resultados se emplearon para la determinación del vector aditivo  $\vec{r}$  de la ecuación (63). Los valores medios se muestran en las figuras 22 a 24. En la figura 22 se muestra la comparación de las distribuciones verticales promedio para la Ciudad de México y Orizabita realizadas en el año de 1995 e interpretadas mediante el método descrito aquí. En la figura 23 se muestra la misma comparación de distribuciones pero obtenidas con el método Canadiense y en la figura 24 se muestra la comparación de las distribuciones obtenidas durante 1996 en las 2 localidades mencionadas, en esta última las distribuciones fueron obtenidas con el método descrito aquí. En ellas puede apreciarse una gran semejanza. Para cuantificar esta semejanza se realizaron pruebas de Student, que son las más comunes para evaluar las diferencias en las medias entre dos muestras independientes. Ninguna de las dos muestras presentó diferencia significativa en la media o en la varianza en ninguno de los niveles ni en ninguno de los periodos. Dado que se cuenta con muy pocas observaciones en cada una de las muestras y la prueba de Student no es robusta con respecto a las suposiciones y como la suposición de normalidad es prácticamente imposible de comprobar satisfactoriamente, se realizó también la prueba de Mann-Whitney que es libre de distribución. Esta prueba muestra resultados semejantes, sin embargo, para los niveles 5, 6 y 7, durante 1996 la prueba resultó significativa al 0.05 % indicando una mayor concentración de ozono en Orizabita. Este resultado, aparentemente contradictorio, en el cual no se muestra diferencia en los

resultados entre un sitio contaminado y uno limpio, al menos en las capas bajas de la atmósfera, puede deberse al hecho de que las observaciones Umkehr se realizan durante las primeras horas de la mañana o las últimas de la tarde, a la salida o puesta del sol, es decir, cuando no se ha iniciado la actividad fotoquímica, o cuando está por terminar. En este caso los niveles de ozono troposférico aun son bajos y no perturban la medición. La diferencia significativa mostrada en las capas entre 24 y 39 km no son atribuibles a fenómenos fotoquímicos en la tropósfera puesto que su contribución a las mediciones Umkehr ocurre a ángulos cenitales grandes, del orden de  $80^\circ$  como se mencionó anteriormente, y con ángulos cenitales de este orden la actividad fotoquímica en superficie es casi nula. Esta diferencia es pues atribuible a una diferencia real causada por la diferencia de tiempo o localidad de las observaciones. Es decir, la hipótesis de igualdad de las distribuciones entre Orizabita y la Ciudad de México no se rechaza para las capas bajas de la atmósfera y si puede rechazarse para altitudes de entre 24 y 29 km. Esto está de acuerdo con el hecho de que las escalas de variación para el ozono total son del orden de días y ocurren a la altura de la máxima concentración de ozono (Craig, 1965).

De lo dicho anteriormente se puede concluir que las observaciones Umkehr no se ven influenciadas por la actividad fotoquímica en la tropósfera de la Ciudad de México en sus valores medios, sin embargo la variabilidad se incrementa considerablemente en las capas bajas de la atmósfera.

## COMPARACIÓN ENTRE MÉTODOS DE INVERSIÓN DE OBSERVACIONES

Con el propósito de comparar el método de inversión de las observaciones Umkehr, objeto de este trabajo, con el método que se emplea en el Observatorio Meteorológico de Canadá se enviaron los datos correspondientes al año de 1995 al mencionado Observatorio, y los resultados se compararon con los obtenidos por el método empleado aquí después de haberlos ajustado mediante el vector  $\vec{\pi}$ . Los resultados se muestran en las figuras del apéndice A4. En la figura 25 se muestran los promedios de ambos métodos de interpretación y que permitió la evaluación del vector de ajuste mencionado. Las diferencias mostradas en las figuras del apéndice se deben a los distintos métodos de

inversión empleados. El valor absoluto medio de las diferencias es de 1.4 (2.6), 2.6 (4.7), 2.1 (3.8), 3.6 (6.6), 1.3 (2.4), 1.6 (2.9), 0.6 (1.1), 0.2 (0.4), 0.1 (0.2) unidades Dobson ( $\mu\text{mb}$ ), respectivamente, en cada una de las capas.

## DETERMINACIÓN DEL ERROR

### Error conjunto de determinación

Se han hecho muchos esfuerzos para determinar el error de medición de las observaciones (DeLuisi J. J. 1969, DeLuisi J. J. et al. 1971, DeLuisi J. J. 1971, DeLuisi J. J. et al. 1978, DeLuisi J. J. 1979, DeLuisi J. J. et al. 1979). Para hacer una estimación del error conjunto de la determinación de la distribución vertical de ozono se hizo uso de 4 observaciones realizadas en condiciones especiales en la localidad de Orizabita. Dichas 4 observaciones corresponden a los días 2 y 3 de marzo de 1996, las observaciones se realizaron durante la mañana y la tarde y las condiciones meteorológicas durante la realización de estas observaciones fueron óptimas, es decir, carencia de nubosidad y viento en calma, lo que permite suponer estabilidad atmosférica y por tanto como las variaciones en el ozono estratosférico involucran escalas de tiempo de 2 o 3 días (Craig, 1965), es razonable suponer que con una diferencia de a lo más 12 horas entre cada una de las observaciones la concentración de ozono varía poco. Basándose en esto las diferencias de las concentraciones de ozono en cada una de las capas podría ser una estimación del error conjunto. El valor máximo absoluto para cada una de las capas, expresado en unidades Dobson y  $\mu\text{mb}$  (entre paréntesis), es el siguiente: 4.3 (7.9), 5.1 (9.3), 4.7 (8.6), 4.0 (7.3), 3.8 (6.9), 1.9 (3.5), 0.7 (1.3), 0.5 (0.9) y 0.4 (0.7), que representan el 28, 71, 30, 8, 6, 4, 3, 5 y 13 por ciento respectivamente en cada capa, del valor medio de la concentración del ozono en el periodo 1994-1996.

## COMPARACIÓN DEL ERROR CONJUNTO DE MEDICIÓN Y LAS DIFERENCIAS ENTRE MÉTODOS DE INVERSIÓN.

Como se ve el error máximo conjunto de determinación es mayor que el valor absoluto medio de las diferencias entre los métodos de inversión. Es decir, el error atribuible al método Umkehr en sí mismo es mayor que el atribuible al causado por el método de inversión empleado, lo cual da validez al método de inversión de esta tesis.

## COMPARACION CON DETERMINACIONES DIRECTAS

Como se mencionó anteriormente durante el mes de abril de 1997 se realizaron en la Ciudad de México 15 ozonosondeos y uno más en Orizabita. Las ozonosondas empleadas fueron de la marca Vaisala, del tipo de celda electroquímica de concentración que tienen un funcionamiento más confiable que la tipo Brewer Mast (Barnes *et al.* 1985). Experimentos realizados por Kornhyr, W. D. *et al.* (1995), demuestran que en las capas 3 y 5-7 los errores llegan a ser del 4% mientras que en la capa 4 la concordancia es del 7.8%. Se mencionan también errores mayores en comparaciones con observaciones Umkehr realizadas en condiciones de alta contaminación atmosférica.

La figura 26 muestra una comparación de los promedios de las observaciones realizadas durante 1994 a 1996 y los resultados de los ozonosondeos. Puede apreciarse como los valores obtenidos de los ozonosondeos son significativamente más grandes en las capas 5 y 6 que los encontrados con el método Umkehr. En el resto de las capas las diferencias no son significativas. La diferencia en las capas 5 y 6 es del orden del 20 % que es superior a todas las estimaciones del error para esas capas, de modo que no solamente es significativa sino que no es atribuible a errores de medición. Esta diferencia es atribuible a la época del año en la que se realizaron las mediciones, pues mientras las observaciones Umkehr se realizan casi en su totalidad durante los meses de octubre a enero o febrero, los ozonosondeos se realizaron durante el mes de abril. Los valores mínimos de la variación estacional de la cantidad total de ozono se presentan justamente durante la época de realización de las observaciones Umkehr, según se ha establecido por Bravo (1984), mientras que los

ozonosondeos se realizaron en la proximidad de los valores máximos de ozono total reportados por el mismo autor. Este resultado confirma el hecho de que las variaciones estacionales en el ozono total se deben a variaciones de la concentración de ozono en la región del máximo (Craig, 1965).

Como se ha mencionado, en las figuras 13 a 21 se muestran los resultados de las observaciones, en ellas se puede ver como la variabilidad en la concentración se da en las capas bajas de la estratósfera y de la tropósfera, es decir, entre la capa 1 y la 6. Esto implica que las variaciones diarias de la cantidad total de ozono se deben a variaciones en las capas bajas (capas 1 a 3). Las variaciones estacionales, con escalas de tiempo de meses se deben a variaciones en la concentración en las capas 4, 5 y 6. La concentración en las capas por arriba del máximo de ozono permanece relativamente constante. Reinsel *et al.* (1989) y Miller *et al.* (1995) analizan la tendencia a largo plazo, con constantes de tiempo del orden de 10 años, del comportamiento de la concentración de ozono obtenida por distintos procedimientos. Ellos encuentran que la tendencia es hacia la disminución por arriba y por abajo del valor máximo de concentración de ozono.

## COMPARACIÓN DE PERFILES HISTÓRICOS CON PERFILES ACTUALES

No obstante que, como se ha mencionado, hay poca precisión en las mediciones, especialmente en las capas 1 y 2 que son las más próximas a la superficie terrestre, el contar con observaciones históricas es una oportunidad para calcular tendencias de la concentración del ozono a diferentes niveles. Sin que los resultados sean definitivos son un primer indicio del comportamiento de la distribución vertical del ozono a lo largo del tiempo sobre la Ciudad de México. Los resultados se presentan en la tabla 7. Se ha recurrido a la prueba de Kruskal – Wallis para el análisis de varianza, sin darle a ésta un carácter definitivo y únicamente como guía con respecto a la significancia de las diferencias. Se tabula la mediana de los valores para cada capa y para las 2 épocas de observación. Los mismos resultados se presentan en forma de diagramas de Box & whisker en la figura 27.

Los valores de la prueba de Kruskal – Wallis todos muestran valores bajos de significancia, a excepción de la capa 5 que tiene un valor límite. Las tendencias de la concentración de ozono en las diferentes capas no muestran un comportamiento uniforme, como es de esperarse. La concentración en las capas 3 y 4 no muestran disminución de la concentración, no obstante que la disminución de ozono a nivel mundial ocurre en esas capas. Esto nos permite rechazar la hipótesis de la disminución de la capa de ozono sobre la Ciudad de México

Tabla 7. Valor de la mediana ( $\mu\text{mb}$ ) para las observaciones históricas y actuales, tendencia mostrada durante el período de observaciones y significancia de la prueba de Kruskal – Wallis.

Año/ Capa	1979	1983	1984	1994	1995	1996	Ten dencia	Significancia
1	55.1	71.9	40.9	30.8	30.1	23.9	-	0.13
2	39.7	54.8	27.2	8.3	9.8	19.4	-	1.7
3	19.9	8.3	28.2	18.5	18.1	46.7	+	0.12
4	86.3	73.6	91.4	91.1	87.1	97.9	+	3.3
5	122.5	116.4	120.7	117.6	113.8	113.0	-	5.8
6	103.0	99.3	95.6	90.7	88.2	84.3	-	0.000
7	49.3	44.1	45.9	42.4	43.7	43.3	-	2.4
8	16.5	13.0	15.7	15.4	16.8	17.9	+	0.5
9	4.3	2.2	4.5	4.5	5.5	6.0	+	0.000

## CONCLUSIONES

- a) El comportamiento forma y variabilidad de las curvas Umkehr no difieren sustancialmente de las observadas en otras estaciones, sin embargo, para el caso de las observaciones en la Ciudad de México la variabilidad explicada por las primeras componentes principales es menor. Esto puede ser debido a la presencia de contaminantes que no tienen un comportamiento dominado por la fotoquímica y que están presentes en la atmósfera desde las primeras horas de la mañana, tal es el caso de los aerosoles atmosféricos. Su efecto consiste en el aumento en la incertidumbre en la determinación de la concentración de ozono. Esto explica la mayor variabilidad de la concentración de ozono en la troposfera observada en la Ciudad de México que la observada en Orizabita. Esta variabilidad ocasiona observaciones con concentraciones negativas, que no tienen sentido físico, en las capas bajas de la atmósfera.
- b) Los perfiles de ozono medidos en la Ciudad de México y en la localidad de Orizabita son muy similares cuando la diferencia en el tiempo de las observaciones es de a lo más 6 días.
- c) La concentración media del ozono que se mide con el método Umkehr en la Ciudad de México no presenta variación significativa cuando se le compara con la media de una localidad cercana en la que la contaminación industrial no está presente. La diferencia está en la variabilidad de las soluciones que es mayor en la Ciudad. Otra diferencia importante es la presencia de una mayor concentración de ozono en las capas 5, 6 y 7 en la localidad de Orizabita. Esta diferencia no es atribuible a la variabilidad de las soluciones ni a la presencia de contaminación en las capas bajas de la atmósfera. Esta diferencia es probablemente real y causada por la diferencia en localidades y tiempos.

Es decir, la hipótesis de igualdad de las distribuciones entre Orizabita y la Ciudad de México no se rechaza para las capas bajas de la atmósfera y si puede rechazarse para altitudes de entre 24 y 29 km. Esto está de acuerdo con el hecho de que las escalas de variación para el ozono total son del orden de días y ocurren a la altura de la máxima concentración de ozono (Craig, 1965).

- d) El valor máximo absoluto del error para cada una de las capas, expresado en unidades Dobson y  $\mu\text{mb}$  (entre paréntesis), es el siguiente: 4.3 (7.9), 5.1 (9.3), 4.7 (8.6), 4.0 (7.3), 3.8 (6.9), 1.9 (3.5), 0.7 (1.3), 0.5 (0.9) y 0.4 (0.7), que representan el 28, 71, 30, 8, 6, 4, 3, 5 y 13 por ciento del valor medio de la concentración del ozono en el periodo 1994-1996 respectivamente en cada capa. El error conjunto máximo de determinación alcanza su valor máximo en la segunda capa, es decir entre 10 y 15 km de altura
- e) El error conjunto de medición, que es atribuible al método Umkehr en si mismo porque se determina entre observaciones cuasi-simultaneas con el mismo instrumento, es mayor que el atribuible al método de inversión que se determina con inversiones realizadas con el método canadiense y el expuesto en este trabajo. Esto da validez a este método.
- f) De la comparación entre los perfiles obtenidos por el método Umkehr y las obtenidas mediante ozonosondeos se deduce la similitud de los perfiles, además se puede demostrar estadísticamente que las diferencias significativas se presentan en las capas 5 y 6. En esta región los errores son menores que las diferencias encontradas lo que permite atribuir las diferencias a la época del año de las observaciones y que dichas diferencias ocurren en la región del máximo del ozono. Las variaciones diarias de la cantidad total de ozono se deben a variaciones en las capas bajas (capas 1 a 3). Las variaciones estacionales, con escalas de tiempo de meses se deben a variaciones en la concentración en las capas 4, 5 y 6. La concentración en las capas por arriba del máximo de ozono permanece relativamente constante.
- g) El análisis de varianza de la concentración de ozono en las 9 capas atmosféricas indica diferencias significativas en 8 de ellas a lo largo del período de observaciones, y en la restante, la capa 5, que es la de máxima concentración, la significancia es marginal. Sin embargo los resultados no muestran disminución de la concentración a lo largo del tiempo en las capas 3 y 4, que es en las que se ha detectado la disminución en la concentración de ozono causada por los cloroflurocarbonos y otras sustancias dañinas a la capa de ozono.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO, DIVISION OF CHEMISTRY, 1953

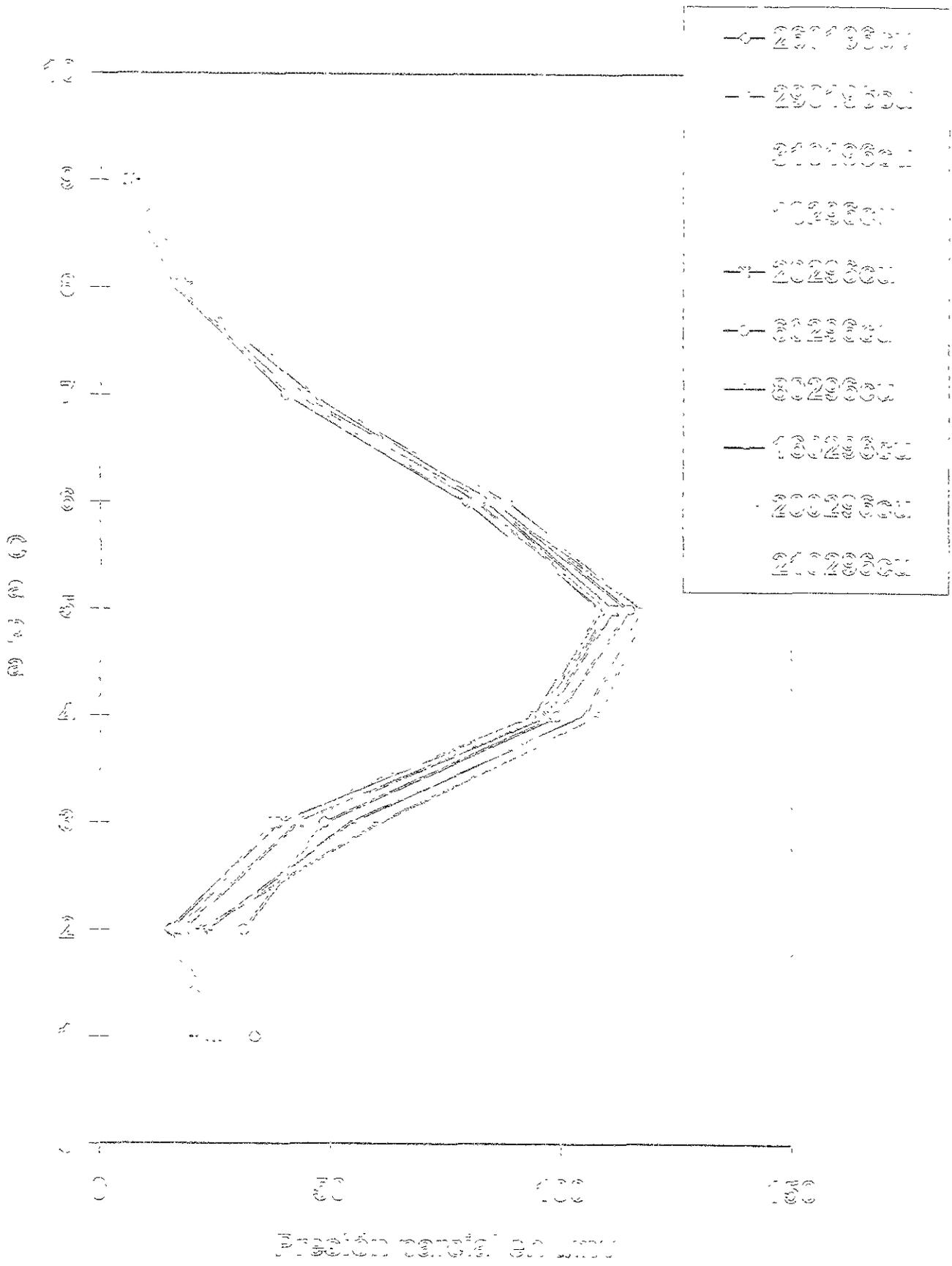
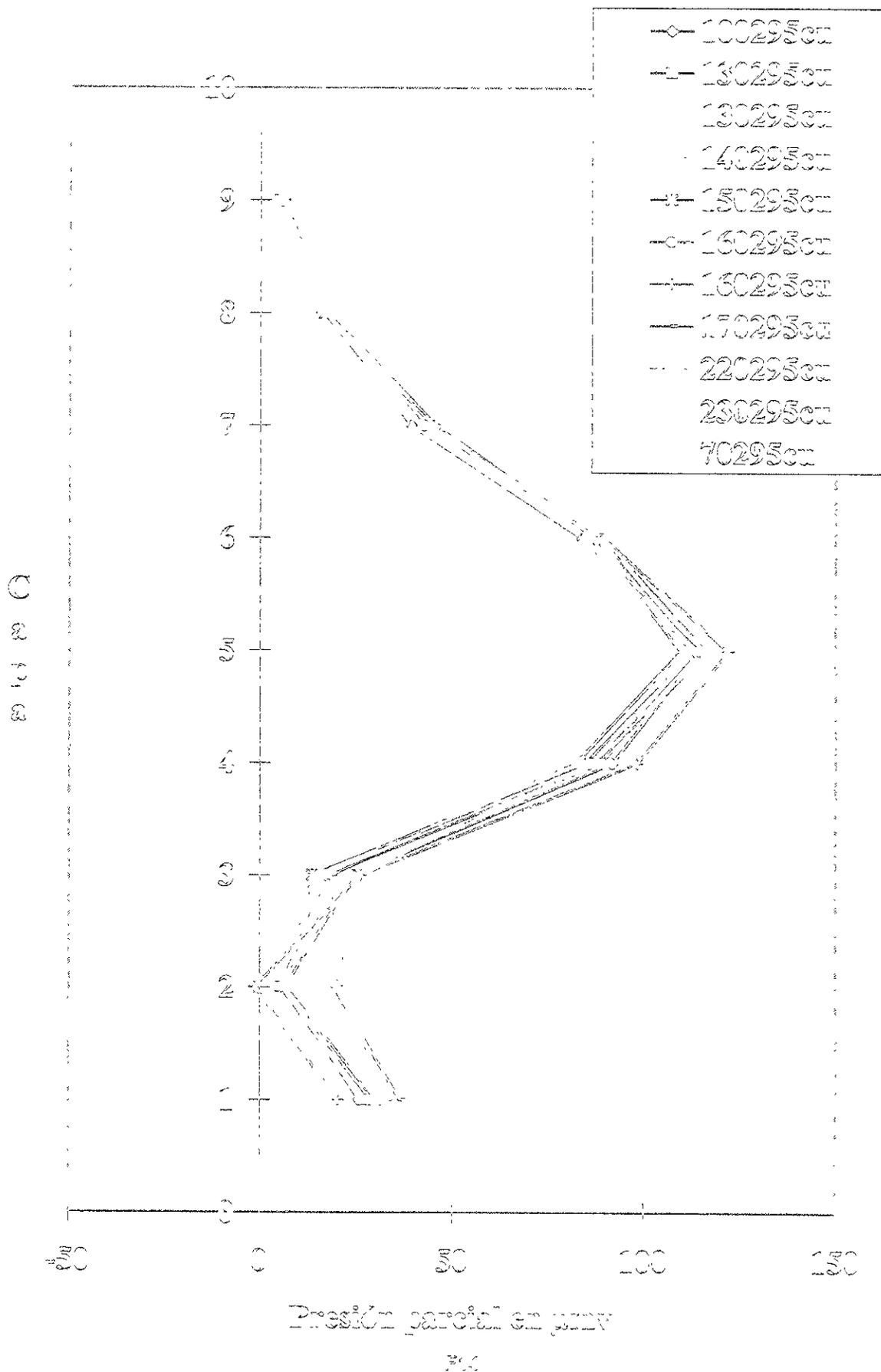
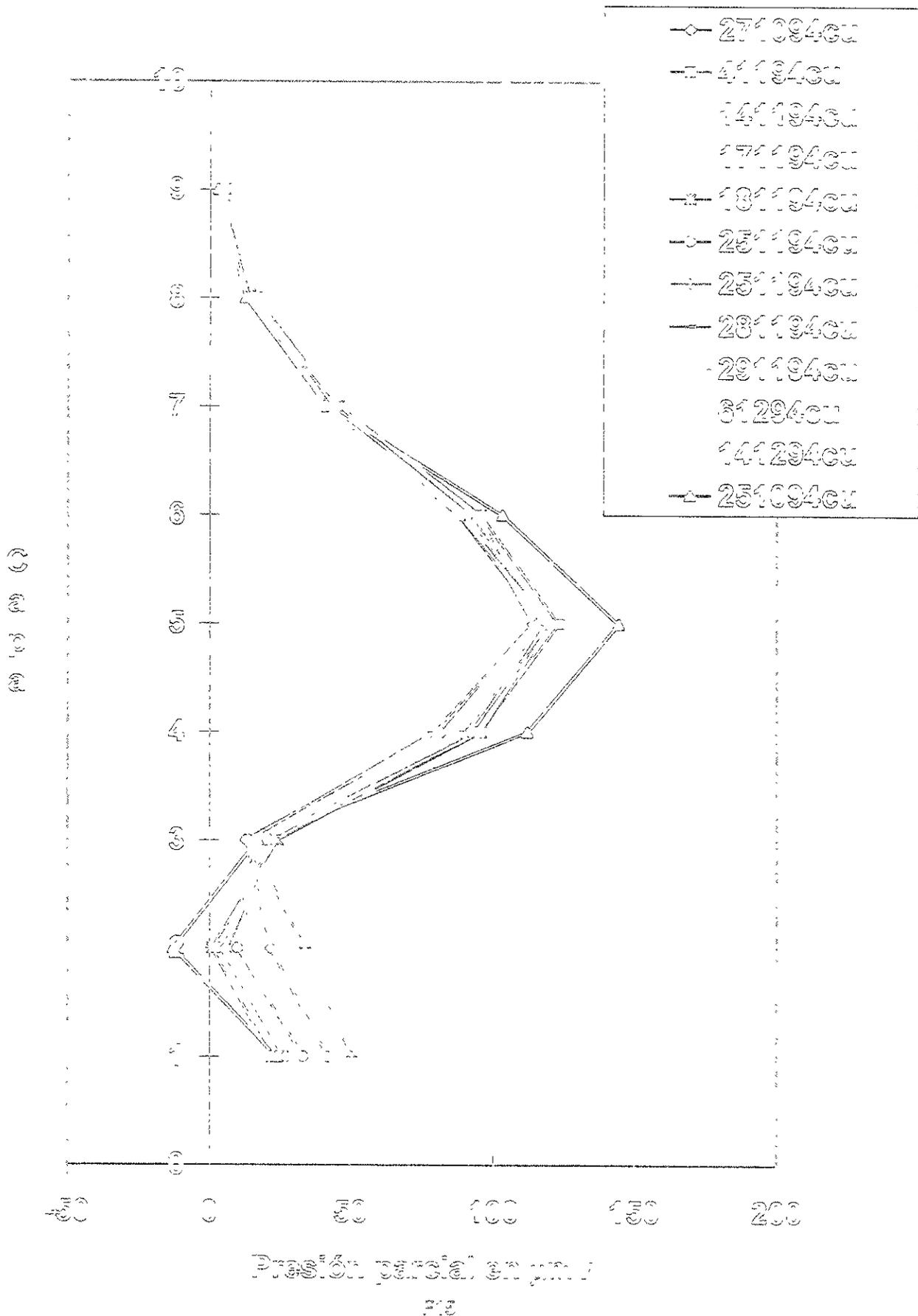


Figura 14

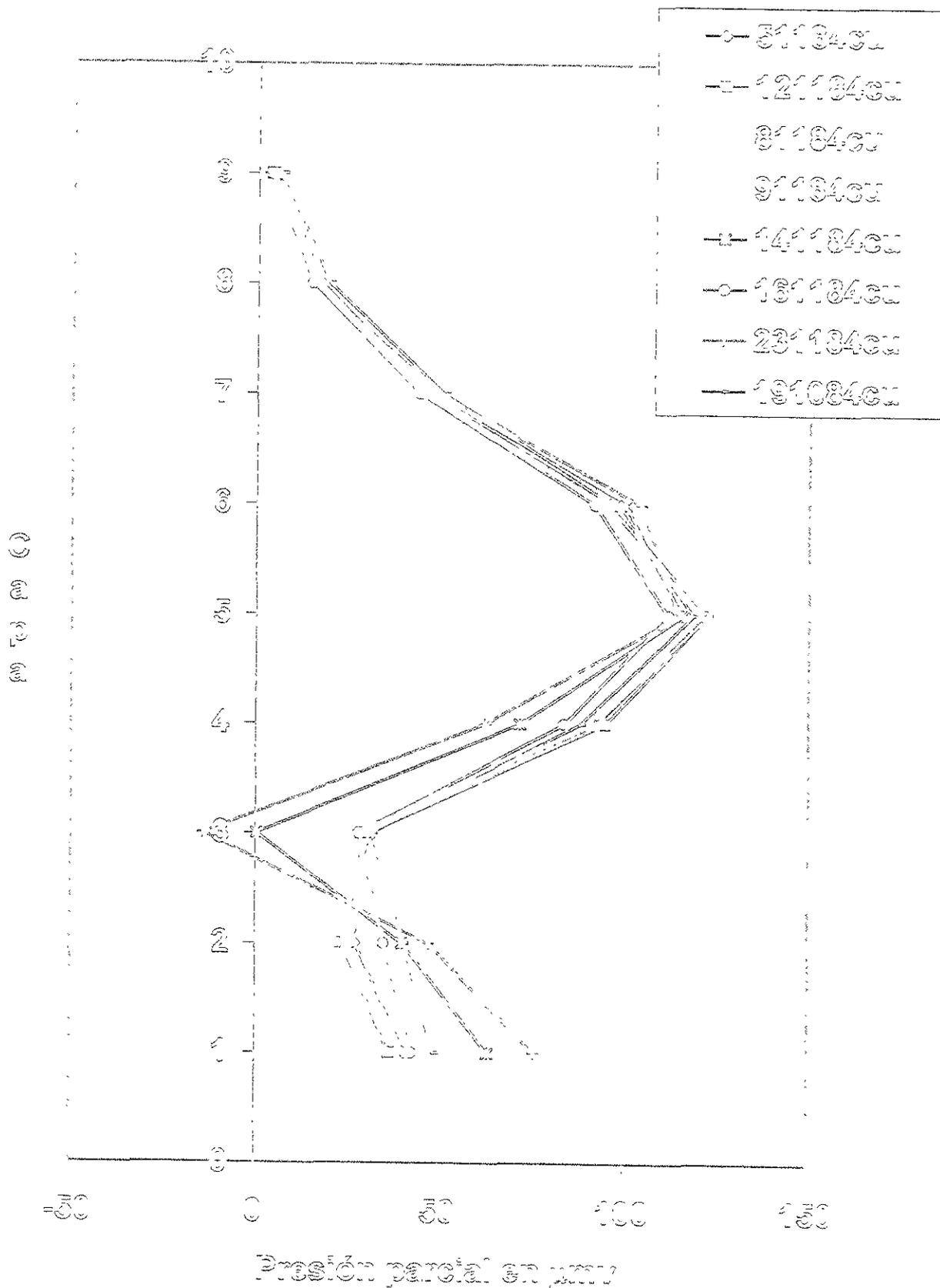
Perfil vertical de ozono, Ciudad de México, 1995



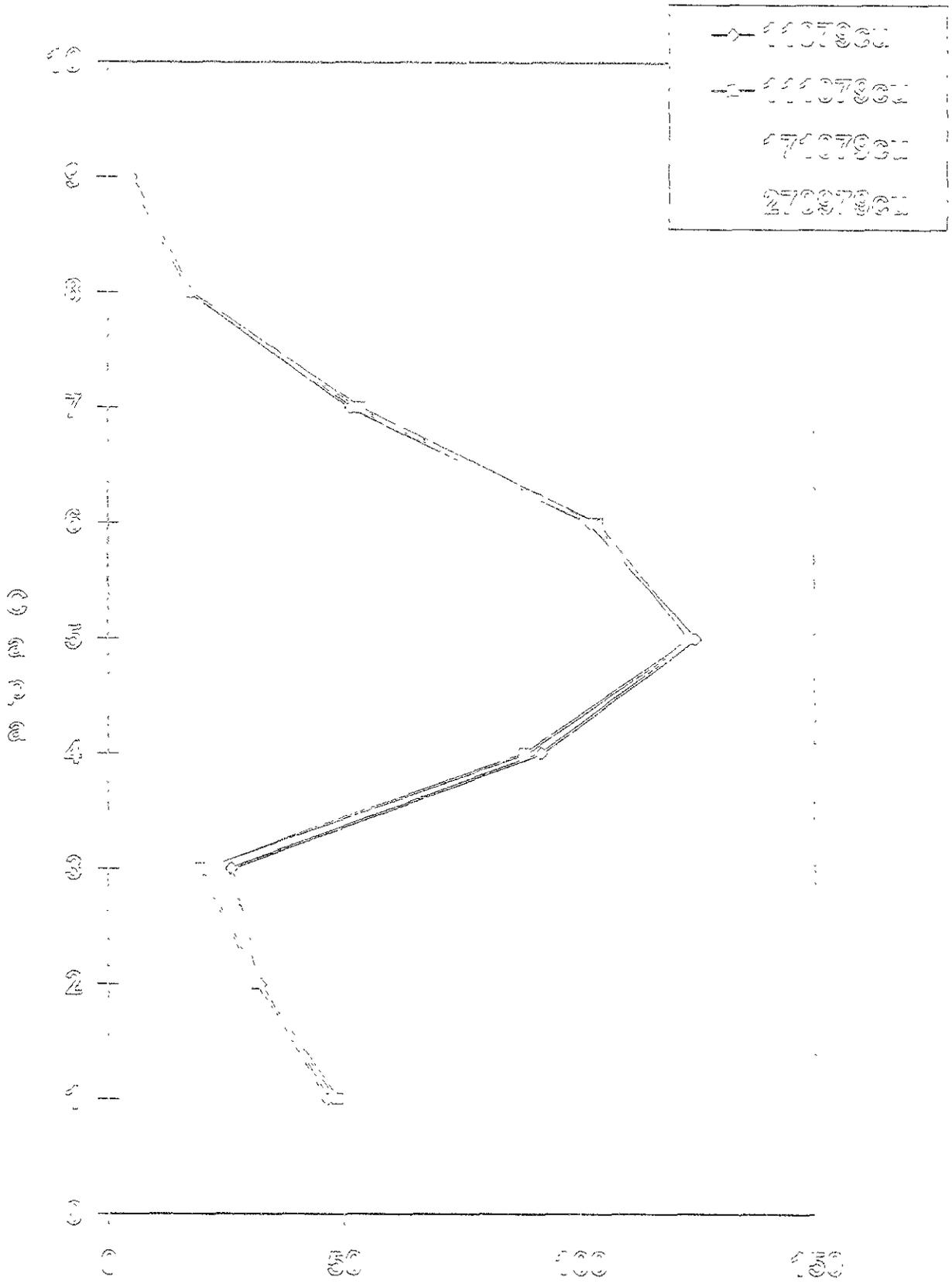
Densidad vertical de ozono, Ciudad de México, 1994



Perfil vertical de ozono, Ciudad de México, 1967

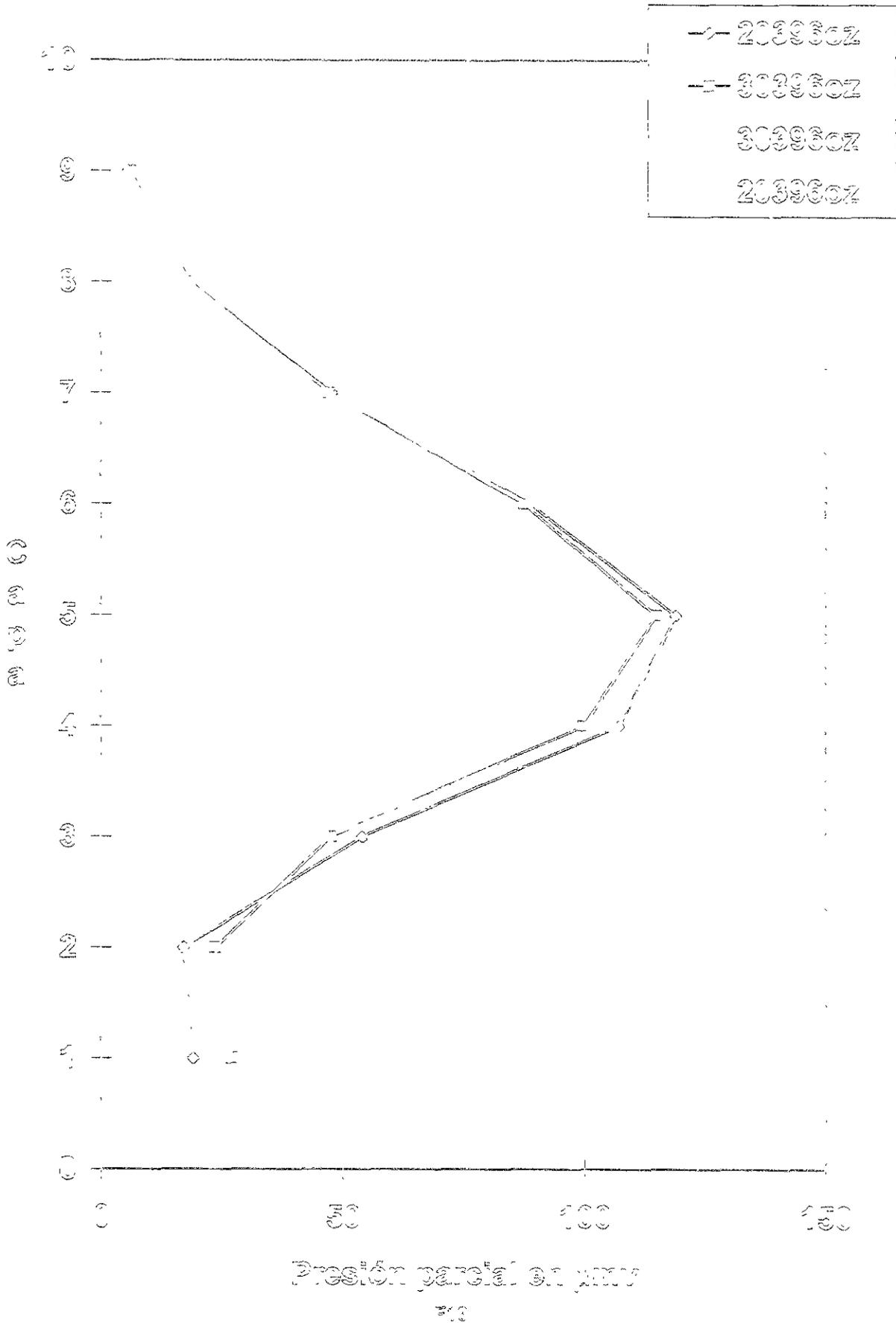


Perfil vertical de ozono, Ciudad de México, 1979

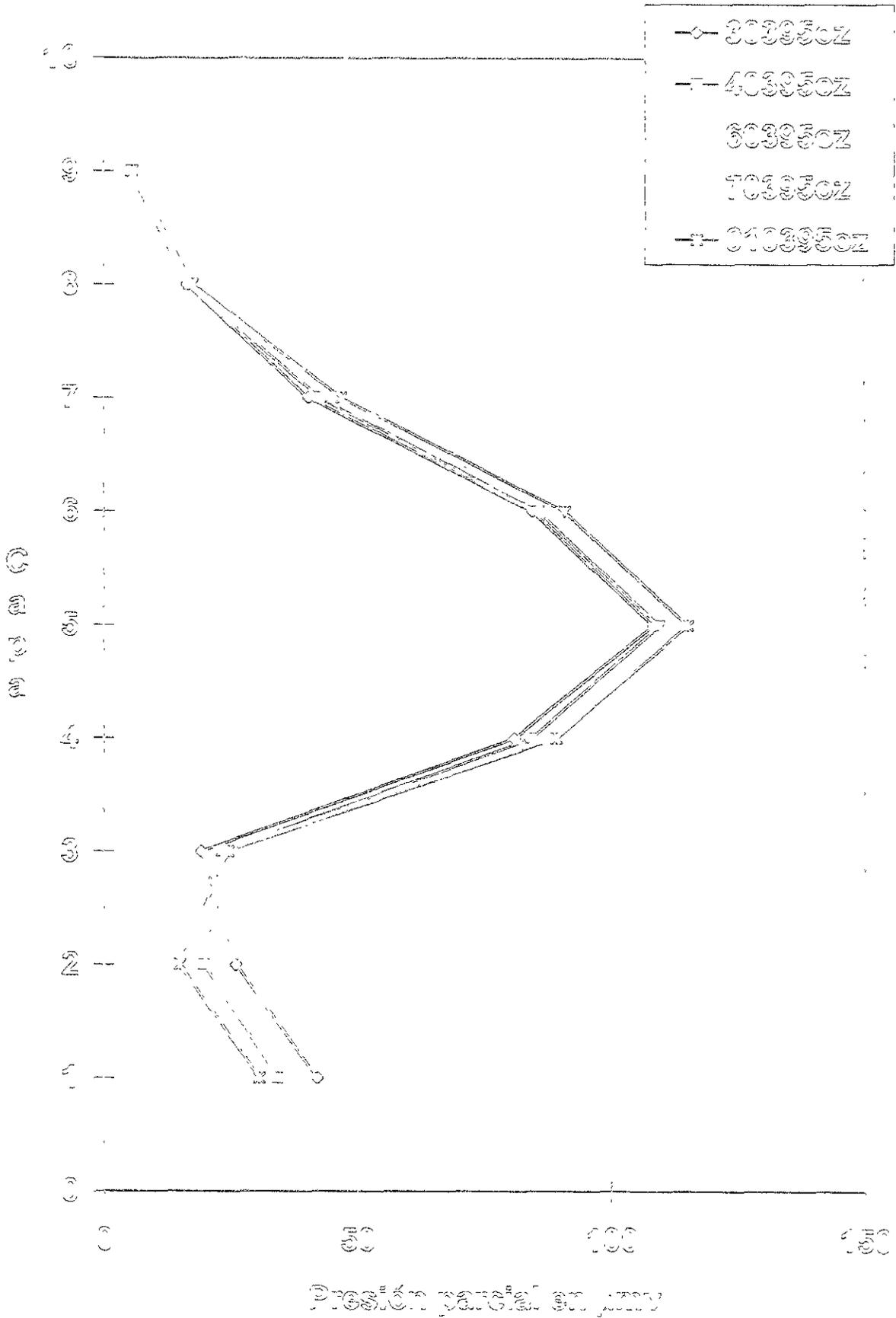


Presión (hPa) vs. Altitud (km)

Perfil vertical de ozono, Orizaba Hgo., 1993



Vertical profile of ozone, Orizaba, Mexico, 1935



Profile of the ozone, San Diego, California, 1969

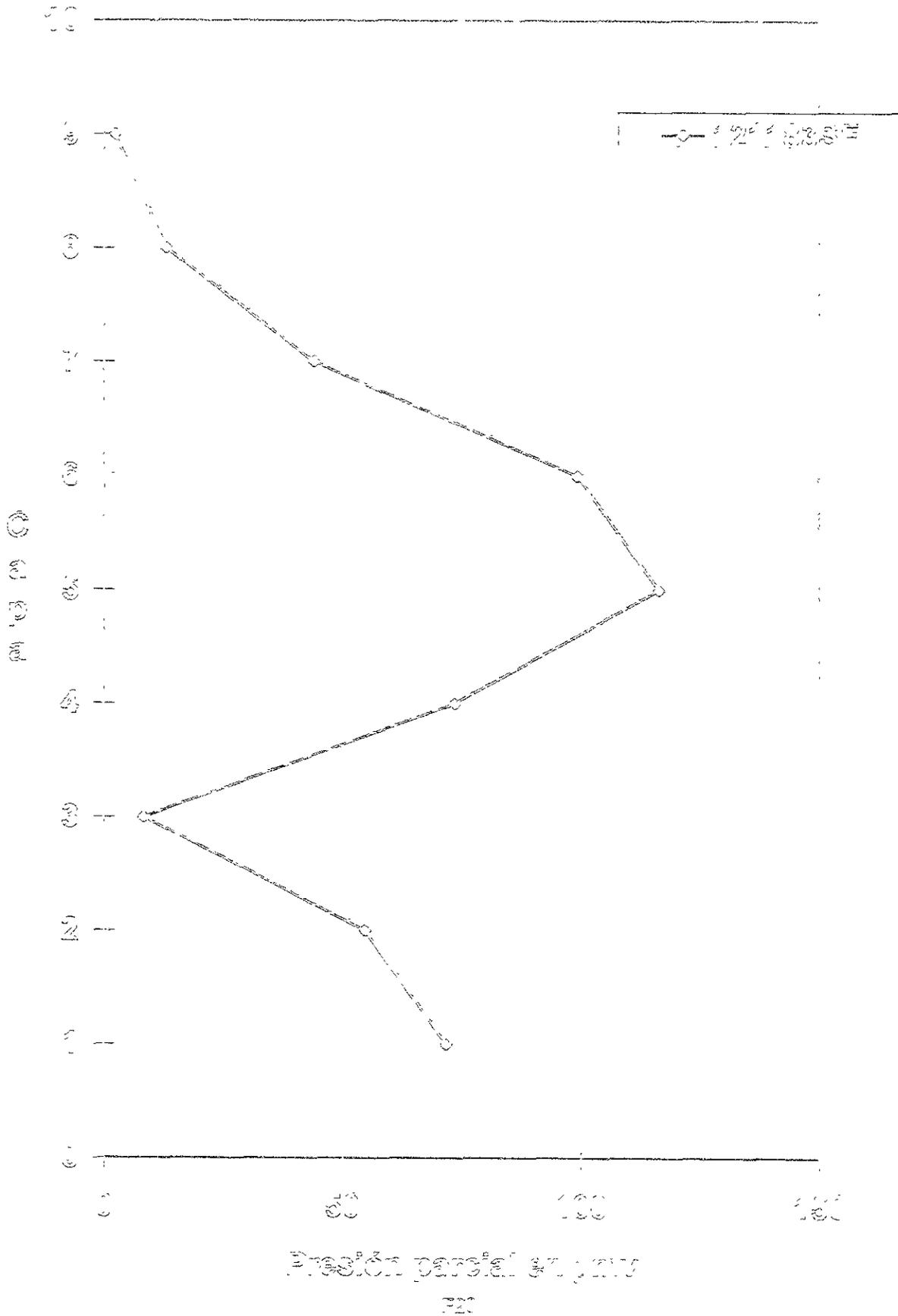


Figura 21

### Comparación de las 2 observaciones más cercanas en el tiempo Orizabita Hgo y Ciudad de México

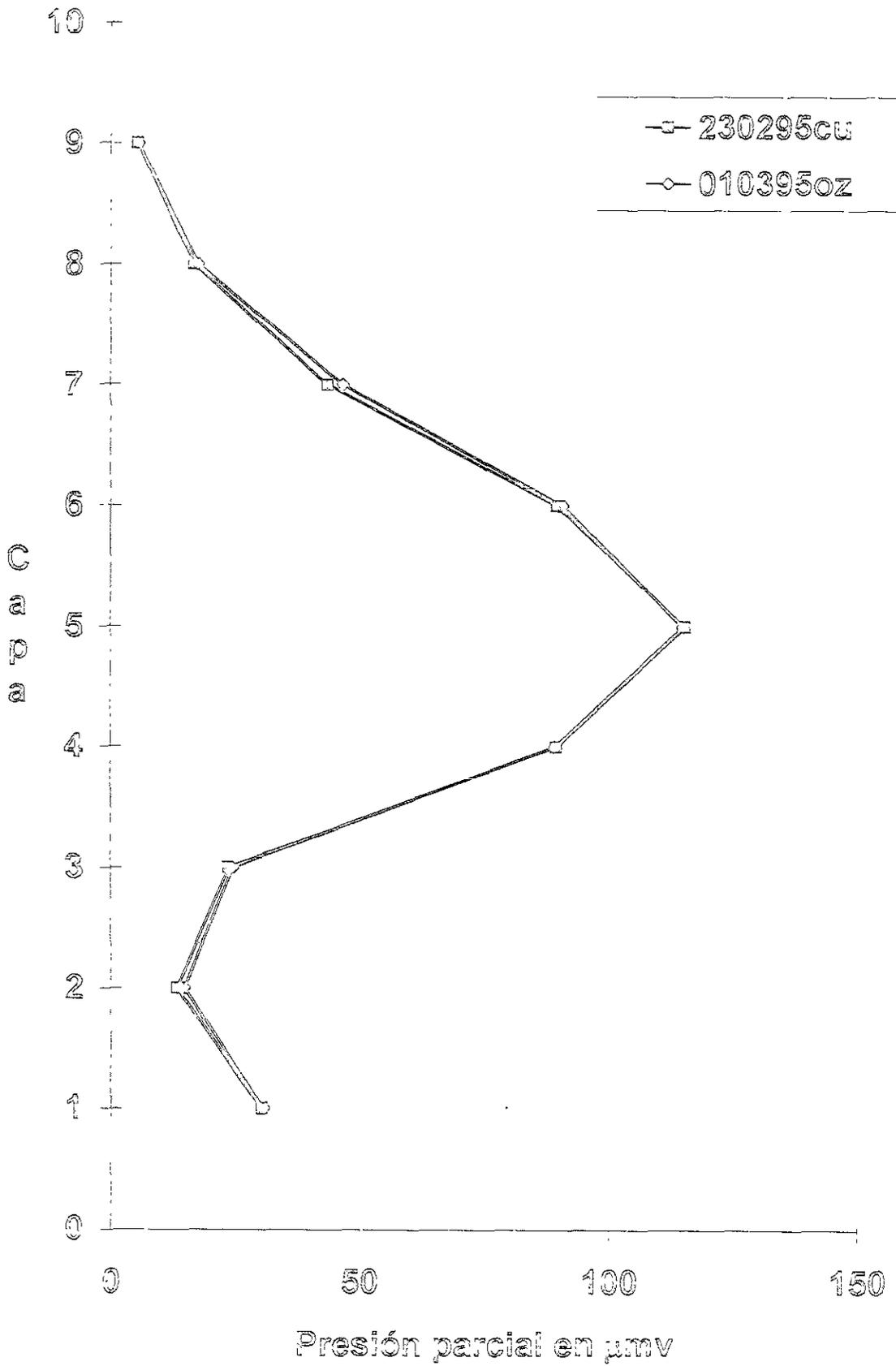


Figura 22

Distribución vertical de ozono para México y Orizabita, 1995, valores medios, método de interpretación de este trabajo

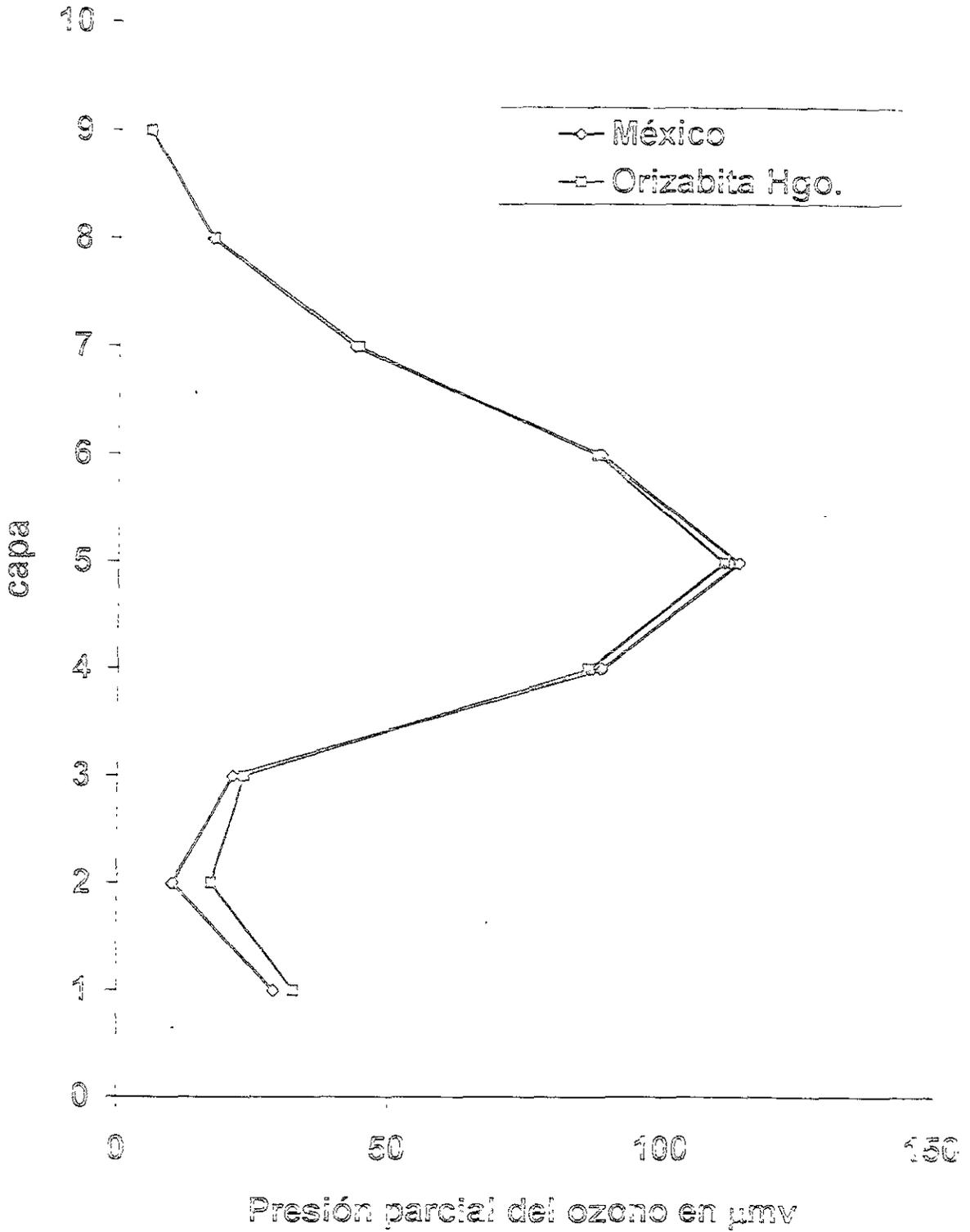


Figura 23

Distribución vertical de ozono para México y Orizabita, 1995, valores medios, método de interpretación de Canadá

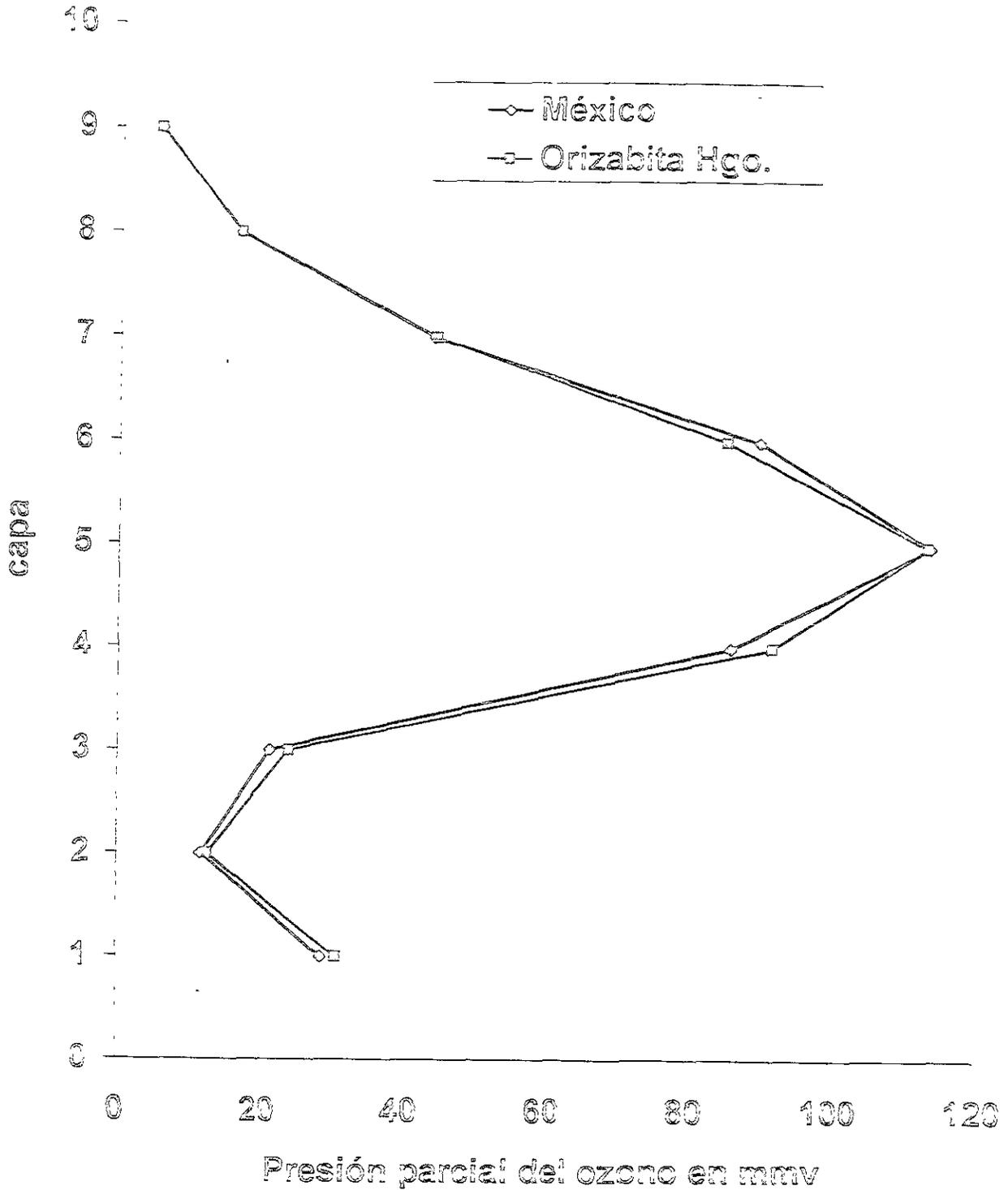


Figura 24

Distribución vertical de ozono para México y Orizabita, 1996, valores medios, método de interpretación de este trabajo

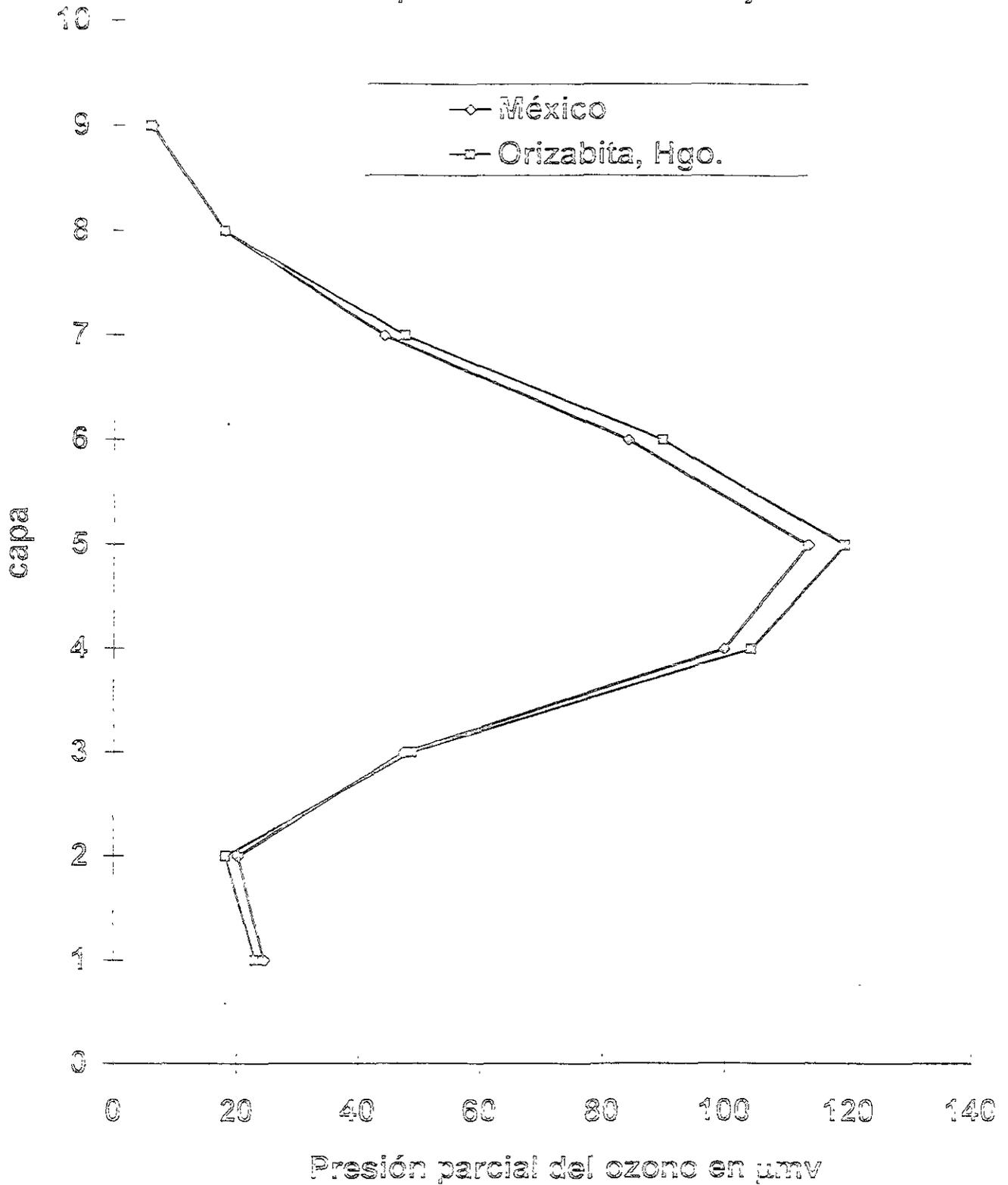


Figura 25

Comparación de medias de las inversiones con el método de esta tesis y con el Canadiense

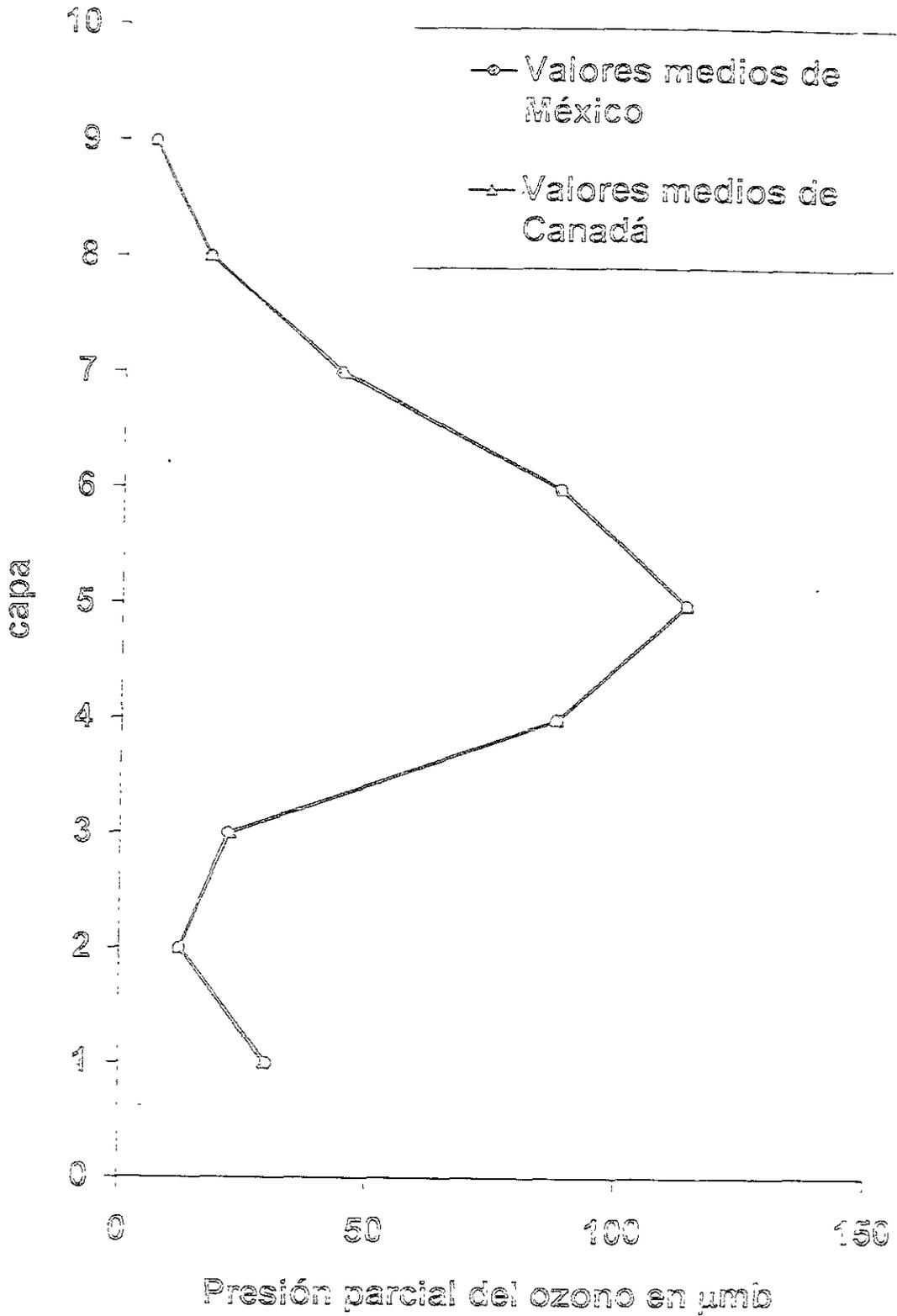


Figure 23

comparaison de valeurs

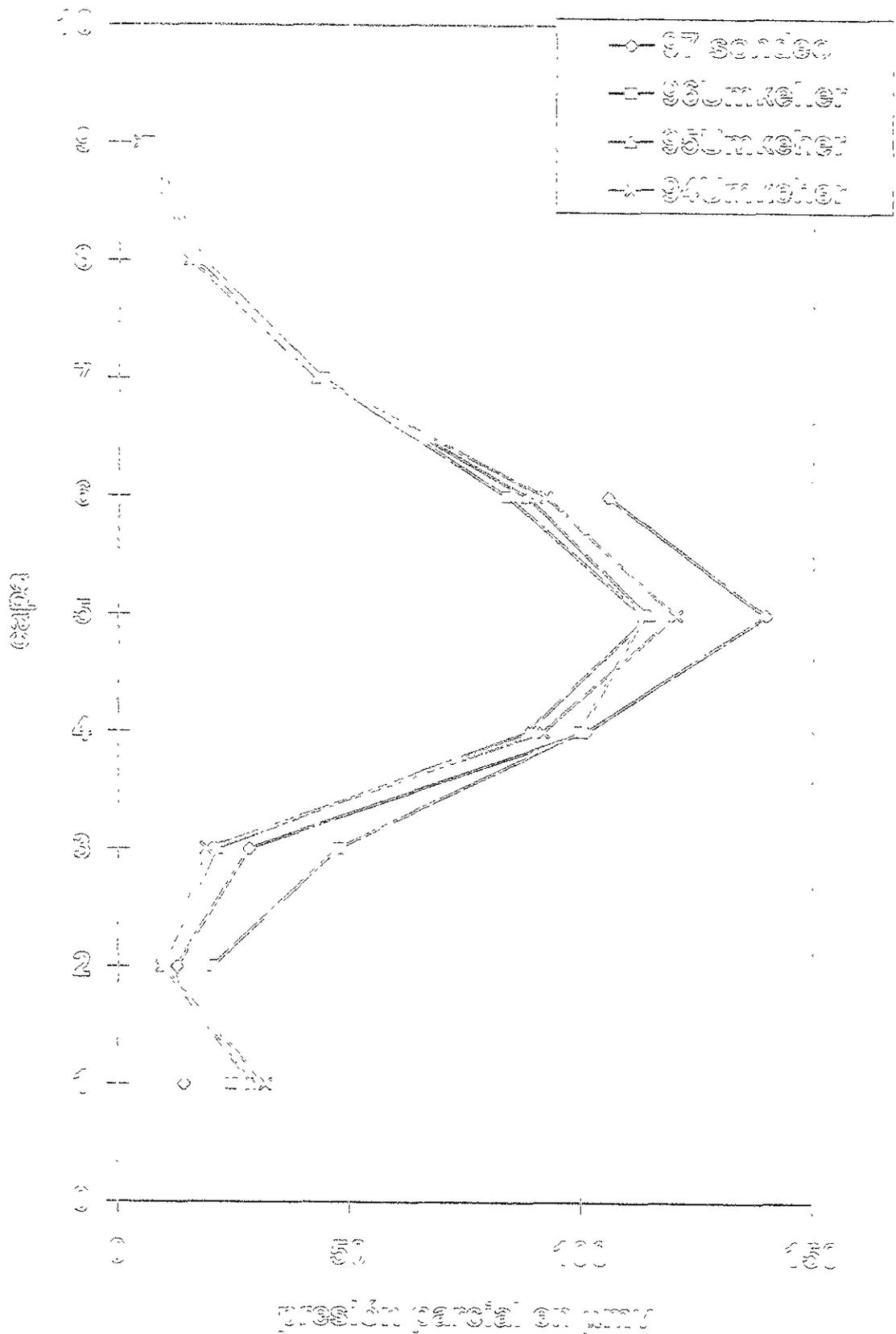
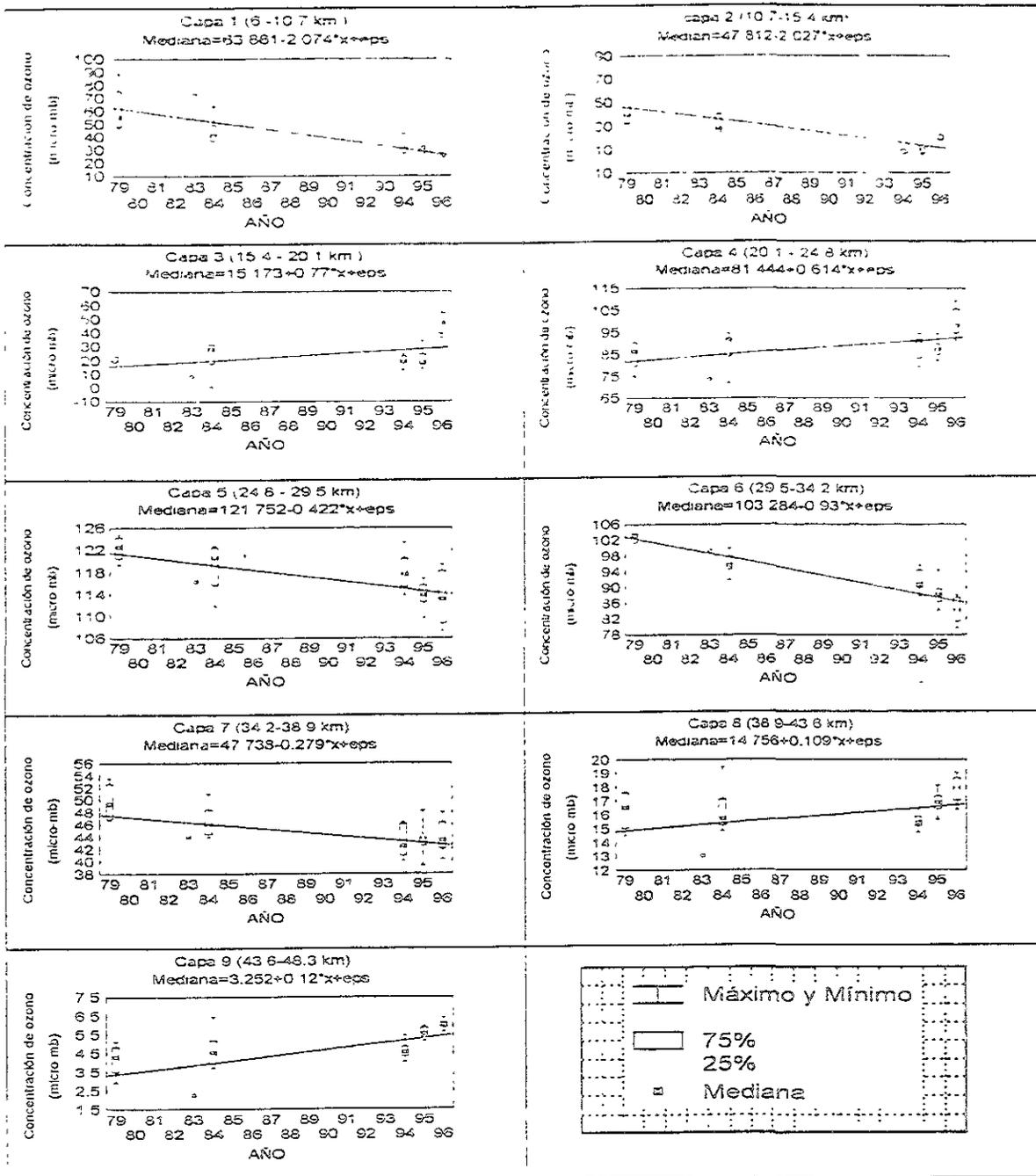


Figura 27 Tendencia durante las dos épocas de observación para las 9 capas. Se ha ajustado una recta al valor de las medianas



## BIBLIOGRAFIA

- Atmospheric Ozone 1985, World Meteorological Organization, Global Ozone Research and monitoring Project-Report No 16, 1985, Vols I, II, III.
- Barnes, R. A., Bandy, A. R. y Torres, A. L. 1985. Electrochemical concentration cell ozone accuracy and precision, *J. Geophys. Res.*, 90, 7881 - 7887
- Bravo J. L. 1984. Determinación del espesor de la capa de ozono con un espectrofotómetro de Dobson en una atmósfera urbana. Tesis para obtener el grado de Maestro en Ciencias UNAM, Instituto de Geofísica
- Chapman, S., 1930. A theory of upper atmospheric ozone. *Mem. Roy. Met. Soc.*, 3, 103
- Craig R. A. 1965. The upper atmosphere. Meteorology and physics. New York: Academic press. 509 pp
- Borisenkov E.P., Kaigorodtsev A. E. and Pokrovskii O.M. 1977. Determination of the ozone profile from the outgoing thermal radiation. *Meteorologiya i Gidrologiya*, No 5, pp 11-22.
- De Luisi J.J., 1969. A study of the effect of haze upon Umkehr measurements. *Quar. Jour. Roy. Met. Soc.* Vol 95, No. 403 pp 181-187
- De Luisi J. J. and Mateer C. L. 1971. On the application of the optimum statistical inversion technique to the evaluation of Umkehr observations. *Jour. Appl. Met.*, Vol 10, No. 2, pp. 328-334
- De Luisi J.J., 1971. Effect of the temperature dependence of ozone absorption on vertical ozone distributions deduced from Umkehr observations. *Jour. Geophys. Res.* Vol. 76, No. 9.
- De Luisi J.J. and Nimira J., 1978, Preliminary comparison of satellite BUV and surface based Umkehr observations of the vertical distribution of ozone in the upper stratosphere., *Jour. Geophys. Res.* Vol. 83, No. C1.
- De Luisi J.J., 1979, Umkehr vertical ozone profile errors caused by the presence of stratospheric aerosols. *Jour. Geophys. Res.* Vol. 84, No. C4.
- De Luisi J.J., Mateer C.L. and Heath D.F., 1979, Comparison of seasonal variations of upper stratospheric ozone concentrations revealed by Umkehr and Nimbus 4 BUV observations., *Jour. Geophys. Res.* Vol. 84, No. C7.
- Deepack A., 1977, Inversion methods in atmospheric remote sounding. Academic press, N.Y.
- Deepack A., Fleming E., Theon S., 1989, Advances in remote sensing retrieval methods. Deepack A., Publishing, Hampton, Virginia U.S.A.
- Ding Wen, W. and Chi Chin L., 1965, The Umkehr Method "C" for the measurement vertical distribution of ozone an improvement on the Umkehr methods "A" and "B", *Scientia Sinica*, Vol. 14, No. 9.

- Dutsch, H. U., 1957: Evaluation of the Umkehr effect by means of a digital electronic computer. Scientific Report No. 1. "Ozone and General Circulation in the Stratosphere" Arosa. Lishtklimatisches Observatorium.
- Dutsch, H. U., 1959a. Vertical ozone distribution over Arosa. Final Report. "Ozone and General Circulation in the Stratosphere" Arosa. Lishtklimatisches Observatorium
- Dutsch, H. U., 1959b. Vertical ozone distribution from Umkehr observations. Arch Meteor Geophys Bioklim, A11, 240-251
- Dutsch, H. U., 1963. Vertical ozone distribution over Arosa. Tech. Rep. No. 1. Vertical Ozone Distribution and Stratospheric Circulation. Boulder, National Center of Atmospheric Research
- Frederick J., 1973. Plan to reduce OGO-IV UV data to obtain total atmospheric ozone and the vertical distribution. Draft. Comunicacion personal de Mateer C. L. January.
- Gotz, F. W. P., 1931. Zum Strahlungsklima des Spitzbergen Sommers. Gerlands Beirrage zur Geophys., 31, 119 - 154.
- Gotz, F. W. P., Meetham, A. R. y Dobson G. M. B., 1934. The vertical distribution of ozone in the atmosphere. Proc Roy Soc. London, A145, 416-446
- Grimmer M., 1963. The space filtering of monthly surface temperature anomaly data in terms of pattern, using empirical orthogonal functions. Quart J Roy Met. Soc., 89, 395-408
- IACA 1996, Informe Anual de la Calidad del Aire 1996. Zona Metropolitana de la Ciudad de Mexico, Comisi3n Ambiental Metropolitana.
- Ilias M., 1991, Ozone depletion. Implication for the tropics. University of Science, Malaysia and United Nations Environmental Programme.
- Karandikar R. V y K. R. Ramanathan, 1949: Vertical distribution of atmospheric ozone in low latitudes. Proc. Ind. Acad. Sci., A29.
- Kendall, M. G., 1957: A course in Multivariate Analysis. London, Charles Griffin and Co., Ltd., 185 pp.
- Komhr, W.D.; Connor, B.J.; McDermid, I.S.; McGee, T.J.; Parrish, A.D.; Margitan, J.J. (1995). Comparison of STOIC 1989 ground-based lidar, microwave spectrometer, and Dobson spectrophotometer Umkehr ozone profiles with ozone profiles from balloon-borne electrochemical concentration cell ozonesondes. Journal of Geophysical Research 100(D5): 9273-9282.
- Lawley, D. N. y A. E. Maxwell, 1963: Factor Analysis as a Statistical Method. London, Butterworths, 177 pp.

- Larczos, C., 1956. Applied Analysis. Englewood Cliffs, Prentice – Hall, 539 pp
- Lorenz, E. N., 1956. Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction. Sci Rep No. 1, Statistical Forecasting Project, Dept. of Met., Mass Inst. Tech
- Lorenz, E. N., 1959. Prospects for statistical weather forecasting. Final Rep., Statistical Forecasting Project, Dept. of Met., Mass Inst. Tech
- Mateer C. L. and Godson W. L., 1960. The vertical distribution of atmospheric ozone over Canadian Stations from Umkehr observations, Quart. J. R. Met. Soc. Vol. 86, No. 370
- Mateer C. L., Dutsch H. U., 1964. Uniform evaluation of Umkehr Observations of the world ozone network. Part I. National Center for atmospheric research. Boulder, Colorado. October
- Mateer C. L., 1964. A study of the information content of Umkehr observations. Technical report No. 2, College of Engineering. Department of Meteorology and Oceanography. University of Michigan, April
- Mateer C. L., 1965. On the information content of Umkehr observations. Jour. Atmos. Sci. Vol. 22, pp. 370-381.
- Mateer C. L., Heath D. F. and Kruger A. J., 1971. Estimation of total ozone from satellite measurements of backscattered ultraviolet earth radiance. J. Atmos. Sci. 28.7, pp. 1307-1311.
- Mateer C. L., 1972. A review of some aspects of inferring the ozone profile by inversion of ultraviolet radiance measurements. NASA Technical Memorandum (TM X-62,150), August.
- Mateer C. L., 1977. Experience with the inversion of NIMBUS 4 BUV measurements to retrieve the ozone profile, Inversion methods in atmospheric remote sounding. Academic press, N.Y.
- Mateer C. L., 1978. A review of the estimation of the vertical profile of atmospheric ozone by the mathematical inversion of Umkehr observations. Prepared to ad-hoc working group on inversion methods of the international radiation commission. Comunicación personal.
- Mateer C. L., De Luisi J.J. and Porco C.C., 1986. The short Umkehr method, part I: Standard ozone profiles for use in the estimation of ozone profiles by the inversion of short Umkehr observations. NOAA. Tech. Memorandum. ERL ARL- 86.
- Miller A. J., Tiao G. C., Riensel G. C., Wuebbies D., Bishop L., Kerr J., Nagatani R. M., DeLuisi J. J., y Mateer C. L. (1995). Comparisons of observed ozone trends in the stratosphere through examination of Umkehr and balloon ozonosonde data. Jour. Geoph. Res., Vol. 100, No. D6, p. 11,209 – 11,217
- Nickerson E. C., Sosa G., Hochstein H., McCaslin P., Luke W. y Schanot A. 1992. Project AGUILA. In situ measurements of Mexico City air pollution by a reserch aircraft.

- Newman W., 1979, The application of Generalized Inverse Theory of the Recovery of Temperature Profiles Amer Met Soc., April
- Paterson G., 1969, The vertical distribution of ozone between 35 and 55 km as determined from satellite ultraviolet measurements B. A., University of California at Santa Barbara, Thesis for Master of Science Department of Astro geophysics
- Perez - Vidal y Raga G., 1998, On the vertical distribution of pollutants in Mexico City Atmosfera, 11, 95 - 108
- Phillips, D. L., 1962, A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind *J. Assoc. Comp. Mach.*, 9, 84-97
- RAMA, 1995, Informe anual 1995, Red Automatica de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de Mexico
- Ramanathan, K. R., and J. V. Dave, 1957, The calculation of the vertical distribution of ozone by the Gotz Umkehr effect, *Method B. Ann. I G Y.*, 5 (1), 23-45
- Reinsel G. C., Tiao G. C., DeLuisi J.J., Basu S. y Carriere K. (1989) Trend analysis of aerosol-corrected Umkehr ozone profile Data through 1987. *Jour. Geoph. Res.* Vol. 94, No. D13, p 16,373 - 16,386.
- Rodgers C. D., 1970, Remote sounding of the atmospheric temperature profile in the presence of cloud. *Quart. J. R., Met. Soc.*, 96, pp. 654-666
- Rodgers C. D., 1975, The vertical resolution of remotely sounded temperature profiles with a priori statistics. NCAR, Boulder Co., October, comunicación personal de C. L. Mateer.
- Rodgers C. D., 1976, Retrieval of atmospheric temperature and composition from remote measurements of thermal radiation. National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado, March 1976. Comunicación personal de C. L. Mateer.
- Scientific Assessment of Ozone Depletion: 1991, WMO., UNEP., NASA., NOAA., UKDE.
- Strand O. N., Westwater R., 1968 Statistical Estimation of the Numerical Solution of a Fredholm Integral Equation of the First Kind. *JACM* 15(1), 100-114.
- Twomey, S., 1961, On the deduction of the vertical distribution of ozone by ultraviolet spectral measurements from a satellite. *J. Geophys. Res.*, 66, 2153-2162.
- Twomey, S., 1963, On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature. *J. Assoc. Comp. Mach.*, 10, 97-101.

- Twomey S and Howell H B, 1963. A discussion of indirect sounding methods with special reference to the deduction of vertical ozone distribution from light scattering measurements. *Mon Wea Rev.* 91, 659-664
- Twomey S. 1965. The application of numerical filtering of the solution of integral equations encountered in indirect sensing measurements. *Journal of the Franklin Institute* V 279, No 2
- Twomey S (1977) Introduction to the Mathematics of Inversion in remote sensing and indirect measurements. *Developments in Geomathematics 3* Elsevier Scientific Publishing Company
- Walton G F, 1957. The calculation of the vertical distribution of ozone by the Gotz Umkehr effect. *Method A Ann I G Y.* 5 (1), 9-22 1957
- Westwater E R. and Neall O. 1968. Statistical information content of radiation measurements used in indirect sensing. *J. Atm. Sci.* Vol 25, pp 750-758

## AGRADECIMIENTOS

Hago explícito mi agradecimiento a las personas que colaboraron en la realización de este trabajo y sin cuya colaboración no hubiera podido realizarse. Al asesor Dr. Carlos Gay García por su valiosa guía, a los revisores Dr. Juan Manuel Espindola Castro por el ánimo infundido; Dr. Apolonio Juárez Nuñez, M. en C. Armando Baez Pedrajo, Dra. Graciela Raga, Dr. Víctor Magaña Rueda y Dr. Fernando García García. Agradezco al personal académico del Observatorio de Radiación Solar del Instituto de Geofísica de la UNAM, Drs. Amando Leyva, Agustín Muñia, Mauro Valdés por la ayuda prestada en la realización de los ozonosondeos. Agradezco también al personal técnico y administrativo Srs. Rogelio Montero, Vidal Valderrama, Luis Galindo y Emilia Velazco por la ayuda con la parte observacional.

Agradezco la colaboración de los Drs. Carlton L. Mateer, John DeLuisi, Walter Komhyr y Robert Evans por la valiosa información proporcionada y el ánimo infundido.

Agradezco al Dr. Edward Hare y al Servicio Meteorológico de Canadá por la interpretación de las observaciones.

APENDICE I

Valor de  $\eta$  para la distribución estandar y primeras y segundas derivadas parciales de  $\eta$  con respecto a la concentración de ozono en cada capa.

Angulo	Valor $\eta$	Capa			
		1	2	3	4
90	122.9	1.07	0.94	1.77	2.69
89	128.2	1.07	0.92	1.72	2.98
88	131.4	1.06	0.91	1.8	3.77
86.5	132.8	1.07	1.02	2.37	6.36
85	129.4	1.13	1.31	3.51	10.31
83	118.9	1.28	1.82	5.05	14.62
80	99.5	1.52	2.29	6	16.28
77	82.8	1.66	2.37	5.85	15.13
74	69.7	1.72	2.28	5.38	13.49
70	57.0	1.72	2.09	4.74	11.55
65	45.7	1.68	1.87	4.08	9.71
60	37.9	1.62	1.69	3.58	8.39

Angulo	Capa				
	5	6	7	8	9
90	2.5	2.34	7.74	12.03	10.27
89	3.7	5.22	11.08	11.44	8.2
88	5.95	9.02	12.93	10.22	6.69
86.5	11.77	14.54	13.82	8.61	5.19
85	18.73	18.52	13.7	7.39	4.2
83	24.68	20.46	12.7	6.17	3.34
80	25.5	18.92	10.62	4.85	2.55
77	22.81	16.23	8.81	3.95	2.07
74	19.91	13.9	7.45	3.32	1.73
70	16.77	11.57	6.15	2.74	1.43
65	13.94	9.55	5.06	2.25	1.17
60	11.95	8.16	4.31	1.91	1

Segundas derivadas parciales del valor de  $\eta$  con respecto a la concentración de ozono en cada uno de los niveles

Angulo Cenital = 60 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1.422E-03	1.960E-03	-2.334E-03	-3.035E-03	-2.425E-03	-8.228E-04	-1.820E-04	-2.084E-05	9.217E-06
	-1.604E-03	-4.440E-03	-5.831E-03	-4.738E-03	-1.660E-03	-4.080E-04	-9.773E-05	2.520E-06
		-5.070E-03	-1.517E-02	-1.244E-02	-4.474E-03	-1.145E-03	-2.168E-04	-1.572E-05
			-1.780E-02	-3.280E-02	-1.195E-02	-3.153E-03	-6.426E-04	-8.226E-05
				-2.207E-02	-1.814E-02	-4.874E-03	-1.036E-03	-1.637E-04
					-5.712E-03	-3.491E-03	-7.645E-04	-1.362E-04
						-8.456E-04	-4.244E-04	-8.106E-05
							-8.621E-05	-3.851E-05
								-7.782E-06

Angulo Cenital = 65 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-2.501E-03	-3.692E-03	-4.552E-03	-6.144E-03	-5.052E-03	-1.739E-03	-3.801E-04	-3.720E-05	2.481E-05
	-3.178E-03	-9.123E-03	-1.245E-02	-1.042E-02	-3.734E-03	-9.068E-04	-1.419E-04	1.376E-05
		-1.071E-02	-3.313E-02	-2.803E-02	-1.026E-02	-2.624E-03	-4.804E-04	-1.967E-05
			-3.960E-02	-7.494E-02	-2.786E-02	-7.368E-03	-1.471E-03	-1.599E-04
				-5.109E-02	-4.273E-02	-1.155E-02	-2.425E-03	-3.527E-04
					-1.359E-02	-8.370E-03	-1.823E-03	-3.114E-04
						-2.043E-03	-1.026E-03	-1.919E-04
							-2.098E-04	-9.301E-05
								-1.897E-05

Angulo Cenital = 70 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-4.400E-03	-7.153E-03	-9.323E-03	-1.329E-02	-1.141E-02	-4.028E-03	-8.695E-04	-6.877E-05	7.181E-05
	-6.703E-03	-2.031E-02	-2.929E-02	-2.562E-02	-9.416E-03	-2.275E-03	-3.279E-04	6.150E-05
		-2.487E-02	-8.090E-02	-7.152E-02	-2.690E-02	-6.879E-03	-1.199E-03	8.994E-06
			-9.953E-02	-1.957E-01	-7.485E-02	-1.988E-02	-3.846E-03	-3.003E-04
				-1.362E-01	-1.169E-01	-3.184E-02	-6.557E-03	-8.206E-04
					-3.782E-02	-2.354E-02	-5.083E-03	-8.063E-04
						-5.827E-03	-2.925E-03	-5.284E-04
							-6.055E-04	-2.651E-04
								-5.493E-05

Angulo Cenital = 74 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-8.754E-03	-1.229E-02	-1.710E-02	-2.600E-02	-2.351E-02	-8.582E-03	-1.852E-03	-1.190E-04	1.790E-04
	-1.283E-02	-1.146E-02	-6.376E-02	-5.867E-02	-2.228E-02	-5.381E-03	-7.095E-04	2.097E-04
		-5.354E-02	-1.848E-01	-1.719E-01	-6.681E-02	-1.712E-02	-2.816E-03	1.906E-04
			-2.359E-01	-1.849E-01	-1.918E-01	-5.122E-02	-9.522E-03	-3.666E-04
				-3.468E-01	-3.069E-01	-8.438E-02	-1.693E-02	-1.665E-03
					-1.018E-01	-6.422E-02	-1.369E-02	-1.951E-03
						-1.622E-02	-8.143E-03	-1.401E-03
							-1.715E-03	-7.385E-04
								-1.565E-04

Angulo Cenital = 77 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-8.727E-03	-1.789E-02	-2.666E-02	-4.334E-02	-4.139E-02	-1.573E-02	-3.438E-03	-1.924E-04	3.614E-04
	-2.117E-02	-7.334E-02	-1.205E-01	-1.169E-01	-4.606E-02	-1.119E-02	-1.360E-03	5.512E-04
		-1.008E-01	-3.700E-01	-3.626E-01	-1.461E-01	-3.765E-02	-5.836E-03	7.816E-04
			-1.929E-01	-1.062E-0	-4.353E-01	-1.170E-01	-2.082E-02	1.497E-04
				-7.849E-01	-7.188E-01	-1.996E-01	-3.887E-02	-2.600E-03
					-2.464E-01	-1.580E-01	-3.316E-02	-4.102E-03
						-4.108E-02	-2.062E-02	-3.341E-03
							-4.449E-03	-1.878E-03
								-4.092E-04

Angulo Cenital = 80 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-9.541E-03	-2.302E-02	-3.753E-02	-6.665E-02	-6.856E-02	-2.768E-02	-6.234E-03	-3.180E-04	6.926E-04
	-3.299E-02	-1.256E-01	-2.249E-01	-2.342E-01	-9.742E-02	-2.405E-02	-2.643E-03	1.470E-03
		1.900E-01	-7.573E-01	-7.953E-01	-3.374E-01	-8.802E-02	-1.256E-02	2.933E-03
			-1.078E-0	-2.475E-0	-1.067E-0	-2.904E-01	-4.839E-02	3.792E-03
				-1.936E-0	-1.867E-0	-5.265E-01	-9.795E-02	-1.782E-03
					-6.824E-01	-4.499E-01	-9.231E-02	-8.803E-03
						-1.240E-01	-6.243E-02	-9.186E-03
							-1.410E-02	-5.775E-03
								-1.318E-03

Angulo Cenital = 83 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-0.255E-03	-1.894E-02	-3.427E-02	-6.760E-02	-7.651E-02	-3.376E-02	-7.997E-03	-3.536E-04	0.539E-04
	-3.790E-02	-1.630E-01	-3.225E-01	-3.674E-01	-1.655E-01	-4.213E-02	-3.944E-03	3.269E-03
		-2.895E-01	-1.277E-0	-1.461E-0	-6.683E-01	-1.785E-01	-2.227E-02	9.174E-03
			-2.028E-0	-5.075E-0	-2.352E-0	-6.543E-01	-9.796E-02	1.985E-02
				-4.435E-0	-4.661E-0	-1.349E-0	-2.340E-01	1.411E-02
					-1.985E-0	-1.388E-0	-2.759E-01	-1.504E-02
						-4.407E-01	-2.254E-01	-2.837E-02
							-5.628E-02	-2.198E-02
								-5.433E-03

Angulo Cenital = 85 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-2.427E-03	-8.867E-03	-1.686E-02	-3.530E-02	-4.274E-02	-2.039E-02	-5.048E-03	-1.456E-04	6.798E-04
	-2.539E-02	-1.184E-01	-2.465E-01	-2.984E-01	-1.441E-01	-3.782E-02	-2.771E-03	3.676E-03
		-2.480E-01	-1.164E-0	-1.407E-0	-6.864E-01	-1.880E-01	-1.965E-02	1.333E-02
			-2.067E-0	-5.516E-0	-2.714E-0	-7.731E-01	-1.019E-01	3.706E-02
				-5.587E-0	-6.455E-0	-1.921E-01	-3.106E-01	4.402E-02
					-3.513E-0	-2.665E-01	-5.158E-01	-1.028E-02
						-1.049E-0	-5.512E-01	-5.845E-02
							-1.576E-01	-5.806E-02
								-1.570E-02

Angulo Cenital = 86.5 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-5.995E-04	-2.592E-03	-4.942E-03	-1.060E-02	-1.343E-02	-6.897E-03	-1.798E-03	-1.893E-05	2.762E-04
	-1.117E-02	-5.450E-02	-1.142E-01	-1.429E-01	-7.346E-02	-2.000E-02	-9.935E-04	2.403E-03
		-1.355E-01	-6.495E-01	-8.029E-01	-4.133E-01	-1.167E-01	-9.508E-03	1.087E-02
			-1.281E-0	-3.545E-0	-1.821E+0	-5.322E-01	-5.948E-02	3.584E-02
				-4.370E+0	-5.615E+0	-1.711E+0	-2.562E-01	5.955E-02
					-4.417E+0	-3.705E+0	-6.914E-01	1.051E-02
						-1.949E-0	-1.050E-0	-8.566E-02
							-3.568E-01	-1.197E-01
								-3.651E-02

Angulo Cenital = 88 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-5.594E-05	-3.004E-04	-5.760E-04	-1.330E-03	-1.825E-03	-1.050E-03	-3.200E-04	-9.616E-06	4.698E-05
	-2.445E-03	-1.225E-02	-2.582E-02	-3.385E-02	-1.917E-02	-5.798E-03	-2.462E-04	7.824E-04
		-3.720E-02	-1.776E-01	-2.243E-01	-1.253E-01	-3.855E-02	-2.557E-03	4.388E-03
			-3.755E-01	-1.054E+00	-5.691E-01	-1.773E-01	-1.621E-02	1.617E-02
				-1.828E+00	-2.731E+00	-8.398E-01	-1.125E-01	4.269E-02
					-4.265E+00	-4.073E+00	-6.880E-01	5.584E-02
						-3.461E+00	-1.872E+00	-6.873E-02
							-8.598E-01	-2.320E-01
								-9.176E-02

Angulo Cenital = 89 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.643E-06	-1.007E-06	-2.823E-05	-1.373E-04	-2.556E-04	-1.835E-04	-7.200E-05	-1.067E-05	4.308E-06
	-1.872E-04	-1.426E-03	-4.786E-03	-8.081E-03	-5.557E-03	-2.098E-03	-2.560E-04	1.720E-04
		-3.386E-03	-2.797E-02	-5.360E-02	-3.865E-02	-1.505E-02	-2.086E-03	1.033E-03
			-3.372E-02	-1.719E-01	-1.383E-01	-5.620E-02	-8.504E-03	3.349E-03
				-5.005E-01	-9.366E-01	-2.969E-01	-4.026E-02	1.724E-02
					-3.269E+00	-3.355E+00	-4.943E-01	8.225E-02
						-4.811E+00	-2.496E+00	2.735E-02
							-1.638E+00	-3.235E-01
								-1.848E-01

Angulo Cenital = 90 Grados

NIVEL

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.236E-06	1.300E-05	1.245E-05	2.842E-06	-2.030E-05	-2.365E-05	-1.282E-05	-4.199E-06	-1.092E-06
	4.615E-04	1.187E-03	2.853E-04	-1.453E-03	-1.708E-03	-8.988E-04	-2.535E-04	-3.636E-05
		1.391E-02	2.441E-02	-3.873E-03	-1.539E-02	-9.378E-03	-2.998E-03	-6.511E-04
			1.561E-01	1.287E-01	-3.276E-02	-3.448E-02	-1.329E-02	-3.891E-03
				2.313E-01	-5.808E-02	-7.090E-02	-2.282E-02	-3.314E-03
					-1.711E+00	-1.672E+00	-2.122E-01	6.721E-02
						-6.017E+00	-2.601E+00	2.186E-01
							-3.330E+00	-2.819E-01
								-4.267E-01

## APENDICE A2

Matriz de normalizacion usada para controlar la varianza del conjunto de soluciones

MATRIZ $\Sigma$									
Nivel	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	20	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	24	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	18	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	14	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	9	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	6	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	3	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	1.5

APENDICE A3

Inversiones de las Observaciones Umkehr realizadas desde 1979 a la fecha, en la Ciudad Universitaria y en las localidades de Orizabita, Hgo y en San Felipe, Edo de Mex.

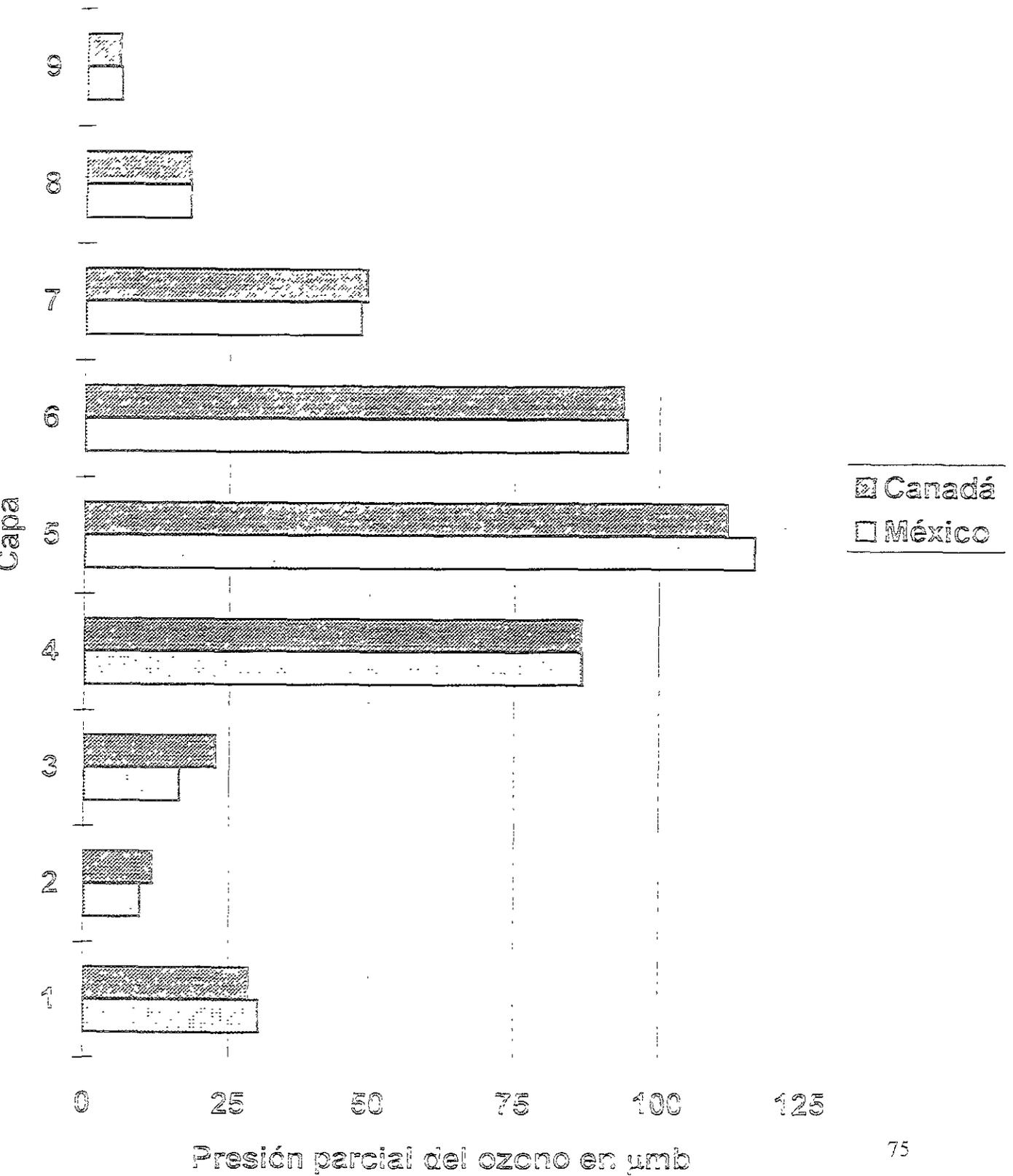
Presion Parcial de ozono en  $\mu\text{mb}$

Lugar	Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CU	27/09/79	88.4	101.9	12.5	52.0	117.6	100.0	48.8	15.4	2.2
CU	27/09/79	88.4	101.9	12.5	52.0	117.6	100.0	48.8	15.4	2.2
CU	01/10/79	46.5	55.1	20.7	69.1	122.9	98.8	53.5	18.6	4.4
CU	1/10/79	46.5	55.1	20.7	69.1	122.9	98.8	53.5	18.6	4.4
CU	11/10/79	48.7	54.5	14.3	65.8	121.9	100.2	55.4	18.5	3.8
CU	11/10/79	48.7	54.5	14.3	65.8	121.9	100.2	55.4	18.5	3.8
CU	17/10/79	61.5	69.9	14.5	61.1	119.5	96.7	48.5	16.4	3.2
CU	17/10/79	61.5	69.9	14.5	61.1	119.5	96.7	48.5	16.4	3.2
SF	12/11/83	71.9	77.6	2.8	50.8	114.5	95.7	45.9	13.9	1.5
SF	12/11/83	71.9	77.6	2.8	50.8	114.5	95.7	45.9	13.9	1.5
CU	19/10/84	48.6	63.3	26.1	65.3	116.7	94.2	52.9	20.4	5.7
CU	19/10/84	48.6	63.3	26.1	65.3	116.7	94.2	52.9	20.4	5.7
CU	5/11/84	40.9	50.0	23.5	69.6	119.5	91.7	48.7	18.0	4.4
CU	05/11/84	40.9	50.0	23.5	69.6	119.5	91.7	48.7	18.0	4.4
CU	8/11/84	32.2	31.9	11.8	68.5	120.9	91.9	45.8	16.3	3.8
CU	9/11/84	40.0	47.9	20.9	69.1	118.9	90.9	46.9	16.1	3.2
CU	12/11/84	36.6	46.3	25.6	72.0	120.6	92.5	47.7	17.0	4.1
CU	14/11/84	63.5	62.8	-5.1	49.1	113.7	96.4	50.2	16.6	3.0
CU	16/11/84	42.7	57.8	22.7	60.9	110.0	88.2	46.2	15.8	3.2
CU	23/11/84	75.9	70.1	-19.7	39.7	112.6	100.9	51.8	16.1	2.3
SF	5/03/85	35.7	48.2	23.5	64.6	114.3	94.1	57.5	22.0	6.3
SF	6/03/85	60.4	80.1	14.1	39.1	91.0	80.2	50.8	22.3	6.9
SF	7/03/85	41.3	57.2	20.8	49.5	92.0	70.3	42.7	21.4	7.4
SF	8/03/85	33.9	45.1	19.4	59.6	104.7	81.1	46.4	19.3	5.6
CU	25/10/94	23.8	10.0	11.7	89.3	142.6	99.7	43.4	13.6	2.4
CU	27/10/94	41.9	44.6	7.4	59.1	112.3	89.5	47.5	16.3	3.3
CU	4/11/94	26.2	27.0	15.6	72.1	121.5	92.0	47.9	17.4	4.4
CU	14/11/94	32.9	34.3	11.6	64.6	114.4	86.5	43.9	16.2	3.8
CU	17/11/94	44.4	50.4	11.7	60.3	113.4	90.7	48.1	16.8	3.6
CU	18/11/94	22.0	23.9	18.9	73.0	118.5	86.3	44.6	17.3	4.7
CU	25/11/94	33.4	33.0	13.4	69.3	118.6	86.9	42.5	15.9	3.8
CU	25/11/94	50.5	56.7	8.8	56.3	112.0	91.6	47.9	16.5	3.4
CU	28/11/94	26.9	29.3	17.3	70.0	115.7	84.2	41.9	15.6	3.7
CU	29/11/94	28.6	28.9	12.7	67.3	115.9	85.9	42.7	16.1	4.0
CU	6/12/94	27.1	28.8	17.5	71.7	118.7	87.3	43.6	16.3	4.1
CU	14/12/94	21.7	19.7	14.8	72.6	118.3	84.3	41.4	15.9	4.0

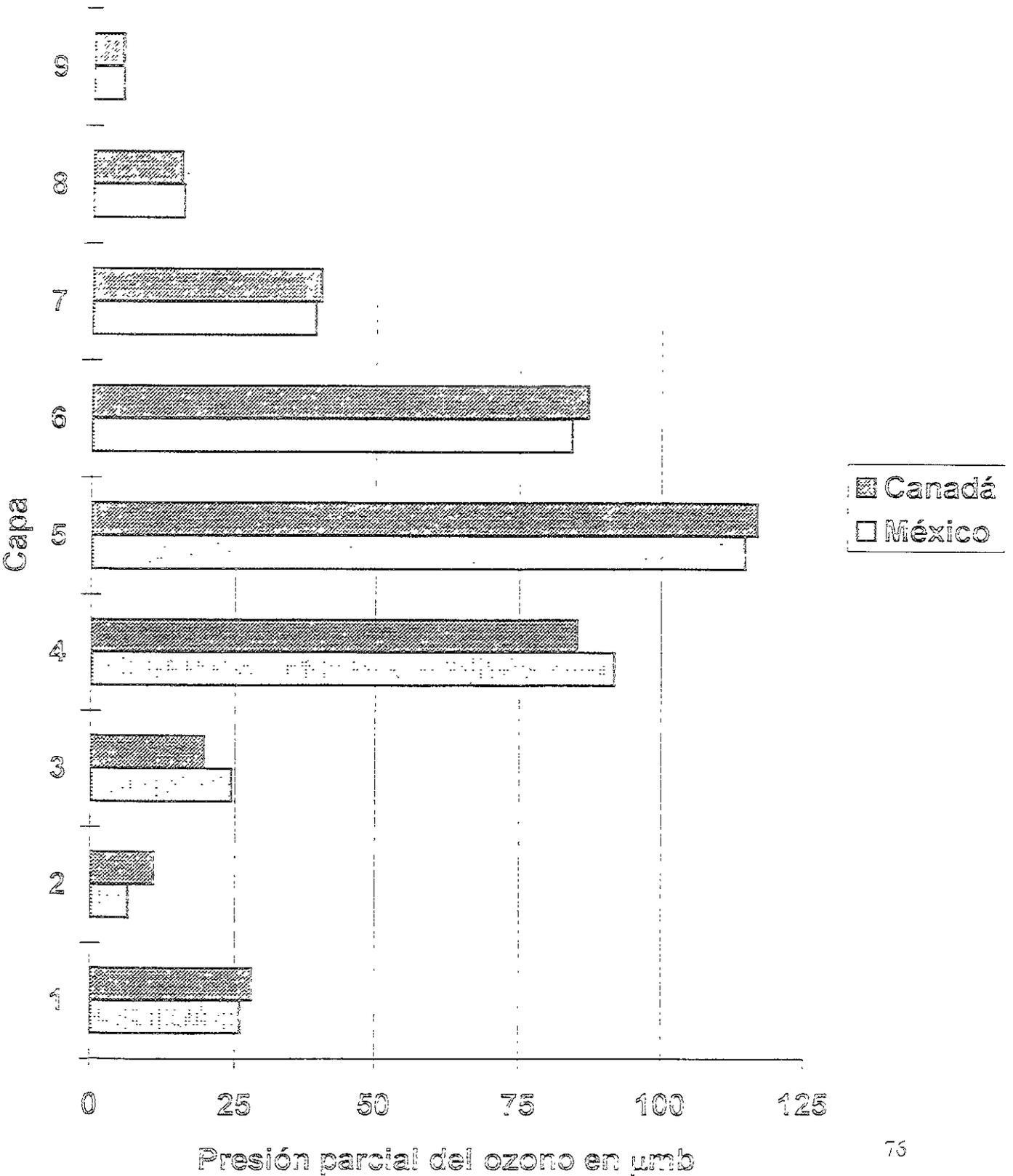
Presión Parcial de ozono en  $\mu\text{mb}$

Lugar	Fecha	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CU	7/02/95	30.2	32.4	11.0	63.8	115.1	90.7	50.1	19.0	5.2
CU	10/02/95	26.0	29.3	18.9	69.0	112.9	80.5	41.1	16.8	4.6
CU	13/02/95	26.8	28.3	12.0	64.6	111.8	84.6	45.3	17.3	4.4
CU	13/02/95	22.1	32.8	28.6	71.7	112.1	80.6	41.3	16.6	4.6
CU	14/02/95	32.5	34.9	9.5	59.3	108.1	82.7	44.4	17.6	4.7
CU	15/02/95	30.0	29.7	8.2	61.9	111.3	84.9	45.5	17.7	4.7
CU	16/02/95	28.0	28.3	11.9	65.8	114.6	85.9	45.6	18.2	5.1
CU	16/02/95	20.3	21.5	20.8	75.5	120.2	86.2	45.7	18.7	5.6
CU	17/02/95	36.4	42.1	13.1	59.5	107.9	84.0	47.6	18.7	4.9
CU	22/02/95	34.0	42.8	19.7	63.8	110.6	84.5	45.6	18.2	5.1
CU	23/02/95	30.4	36.2	18.3	66.8	113.8	86.1	45.6	17.7	4.8
Orizabita	1/03/95	30.8	37.7	19.1	66.4	113.4	87.3	48.7	18.6	4.9
Orizabita	3/03/95	42.2	48.8	13.8	58.1	106.5	80.9	42.3	17.3	4.6
Orizabita	4/03/95	34.4	42.6	18.0	61.5	107.8	82.1	44.5	17.9	4.9
Orizabita	6/03/95	28.0	37.4	20.5	64.5	109.3	84.3	47.7	18.6	5.0
Orizabita	7/03/95	27.6	32.4	17.0	65.9	111.8	85.0	46.9	18.1	4.8
CU	26/01/96	23.9	38.1	33.2	71.2	106.8	76.0	42.2	17.8	5.1
CU	29/01/96	27.1	40.1	32.2	71.7	108.9	78.2	42.5	17.3	4.7
CU	31/01/96	28.1	42.6	31.0	68.5	105.9	77.7	43.8	17.9	4.9
CU	01/02/96	23.4	42.6	39.0	72.1	105.5	76.8	45.6	18.8	5.3
CU	2/02/96	23.9	40.8	37.6	74.0	109.4	80.6	48.1	19.7	5.6
CU	6/02/96	33.8	54.1	43.3	76.2	112.9	81.7	44.7	18.3	5.2
CU	8/02/96	20.8	44.7	55.2	85.1	116.3	80.6	44.4	20.0	6.8
CU	16/02/96	23.9	45.9	49.0	81.9	115.9	84.5	48.1	18.8	5.2
CU	20/02/96	22.7	41.7	46.5	82.9	116.6	84.2	49.8	19.6	5.4
CU	21/02/96	17.3	38.5	51.4	86.5	117.5	83.8	49.3	19.4	5.4
Orizabita	2/03/96	24.7	40.1	40.0	81.3	119.6	87.6	48.4	18.5	5.0
Orizabita	2/03/96	19.0	39.8	48.6	84.2	117.0	85.3	49.6	18.7	4.9
Orizabita	3/03/96	26.8	46.4	42.1	76.9	113.0	84.0	49.1	19.3	5.3
Orizabita	3/03/96	21.9	37.1	41.5	83.4	120.1	87.5	49.6	18.4	4.7

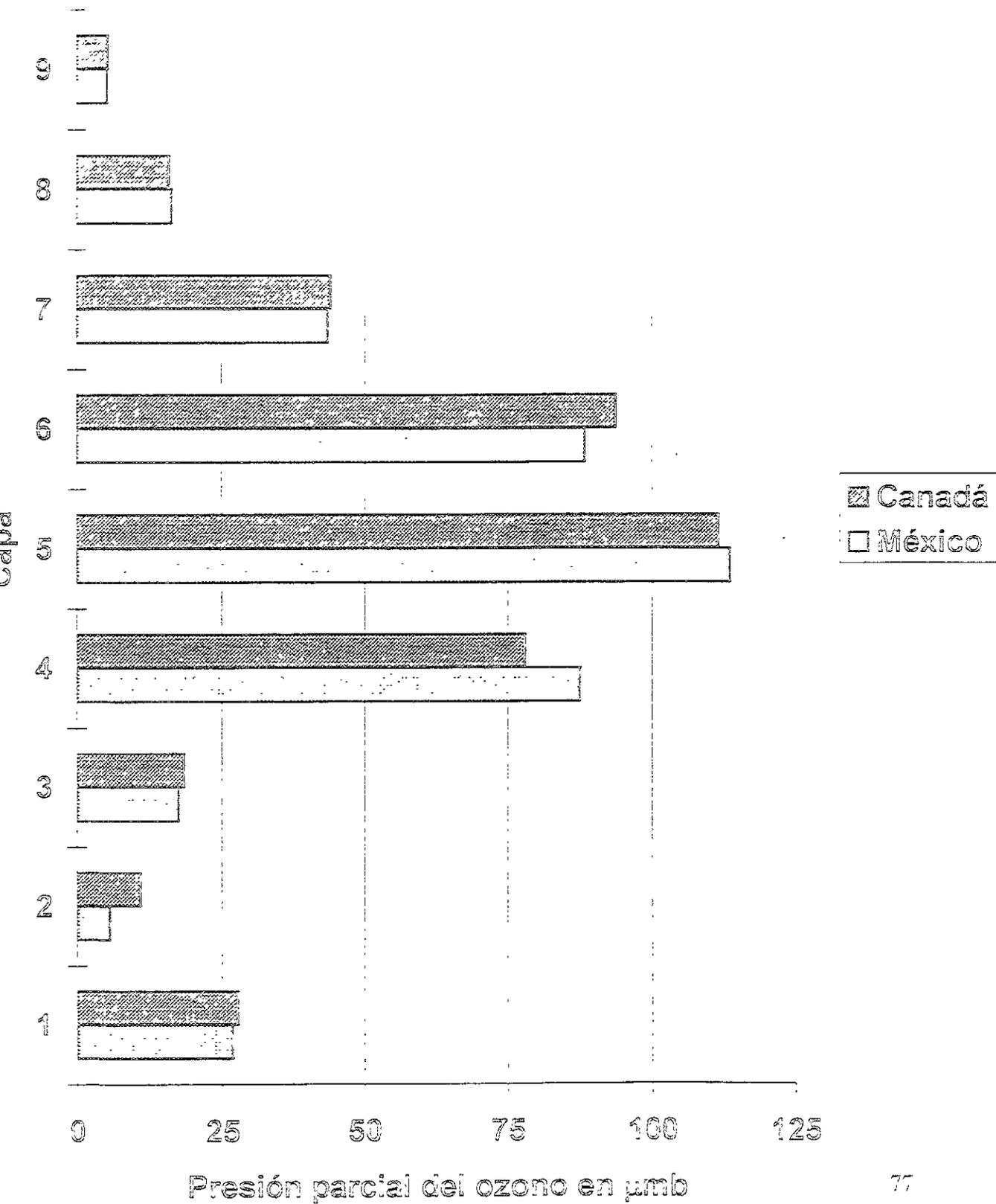
### Ciudad Universitaria, 07/02/95, comparación de métodos de inversión



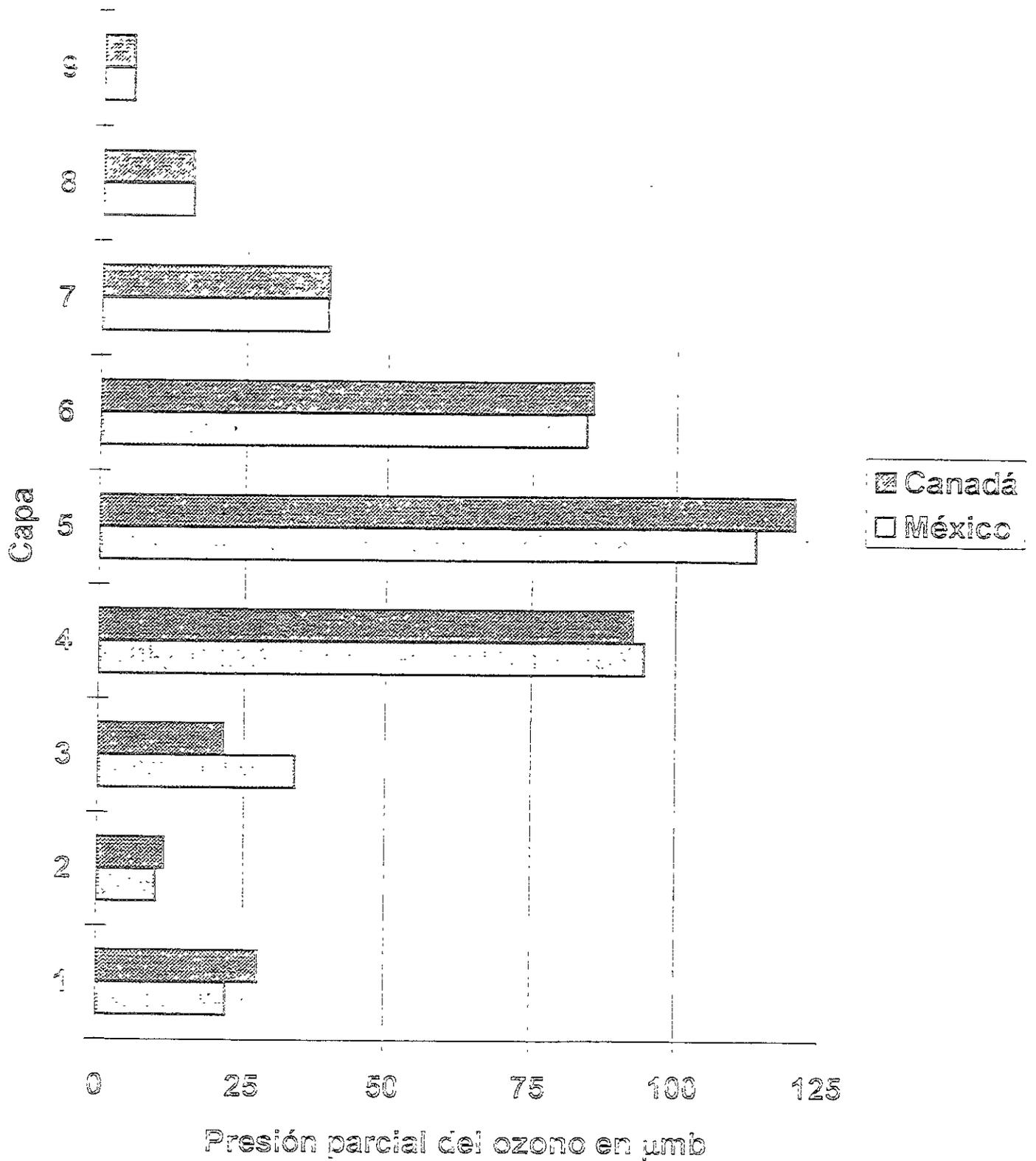
### Ciudad Universitaria, 10/02/95, comparación de métodos de inversión



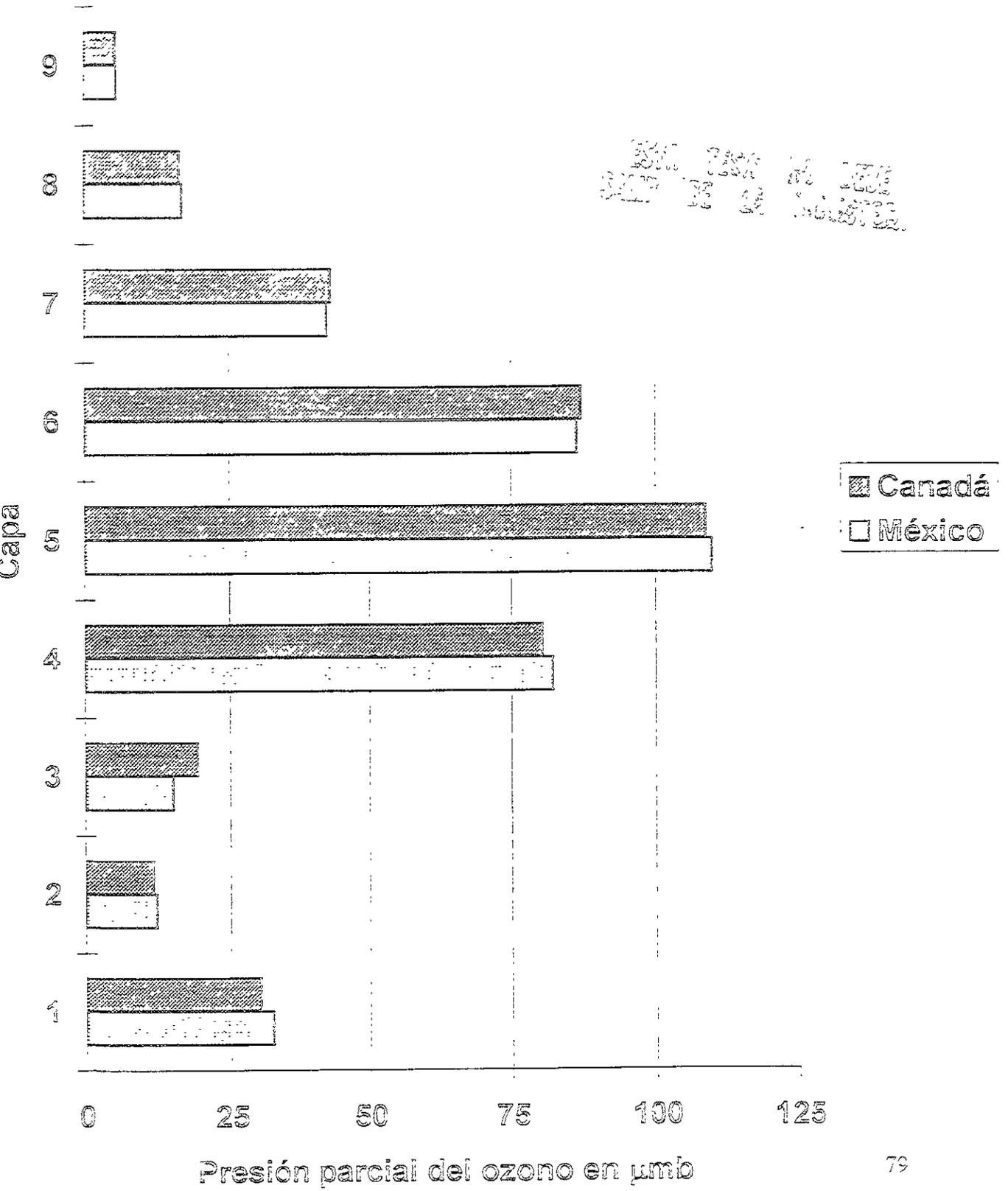
Ciudad Universitaria, 13/02/95, matutina, comparación de métodos de inversión



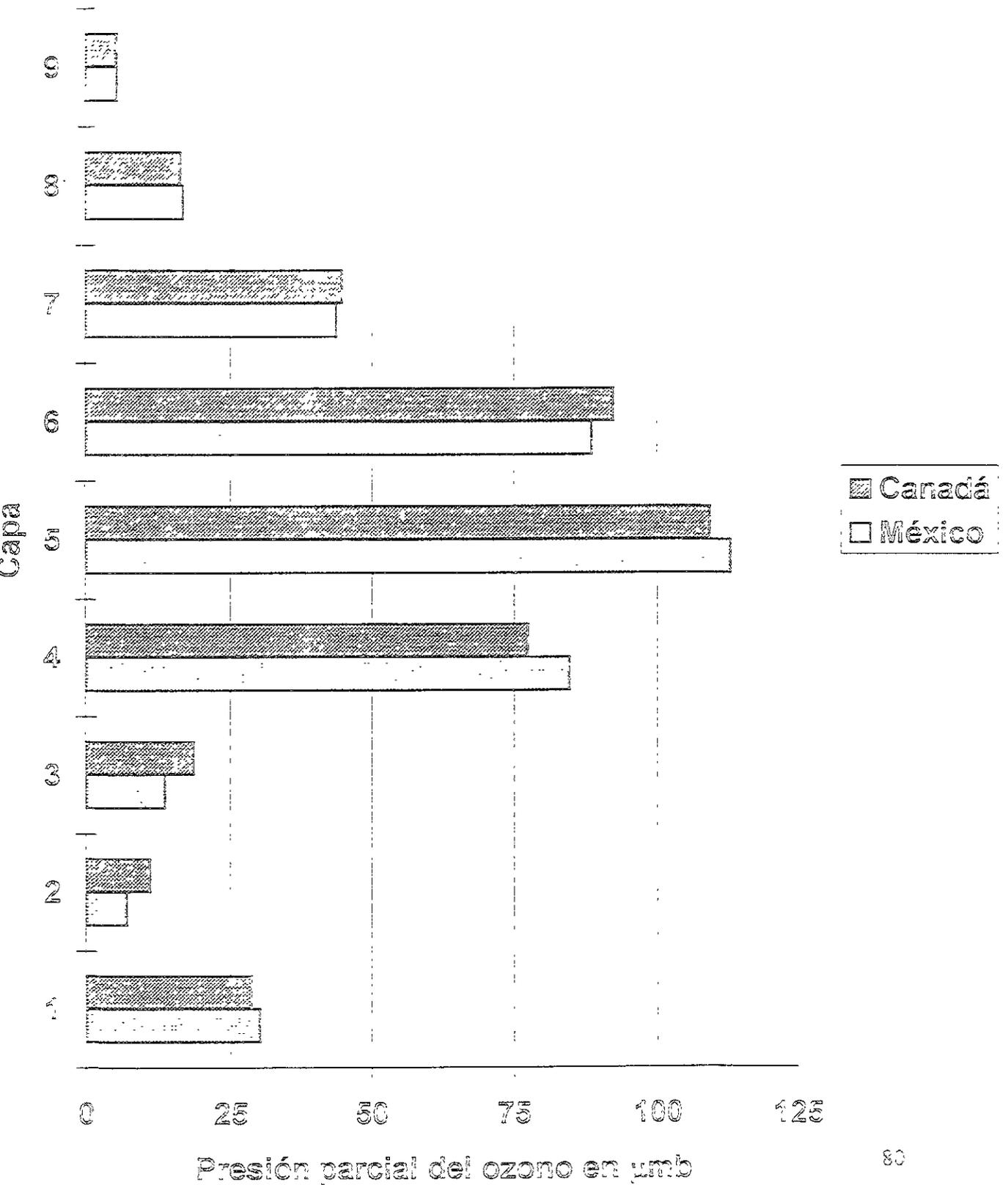
Ciudad Universitaria, 13/02/95, vespertina,  
 comparación de métodos de inversión



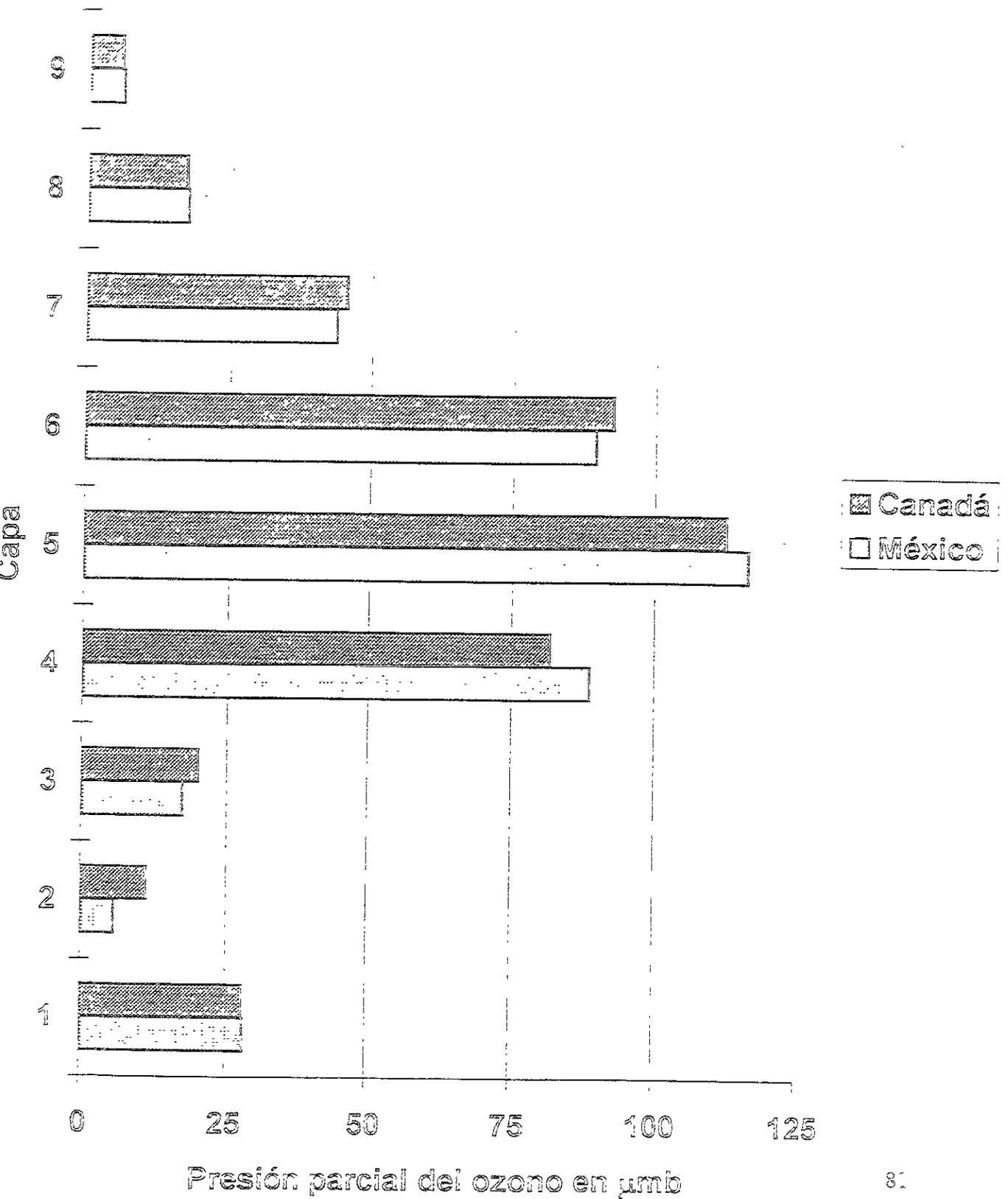
### Ciudad Universitaria, 14/02/95, comparación de métodos de inversión



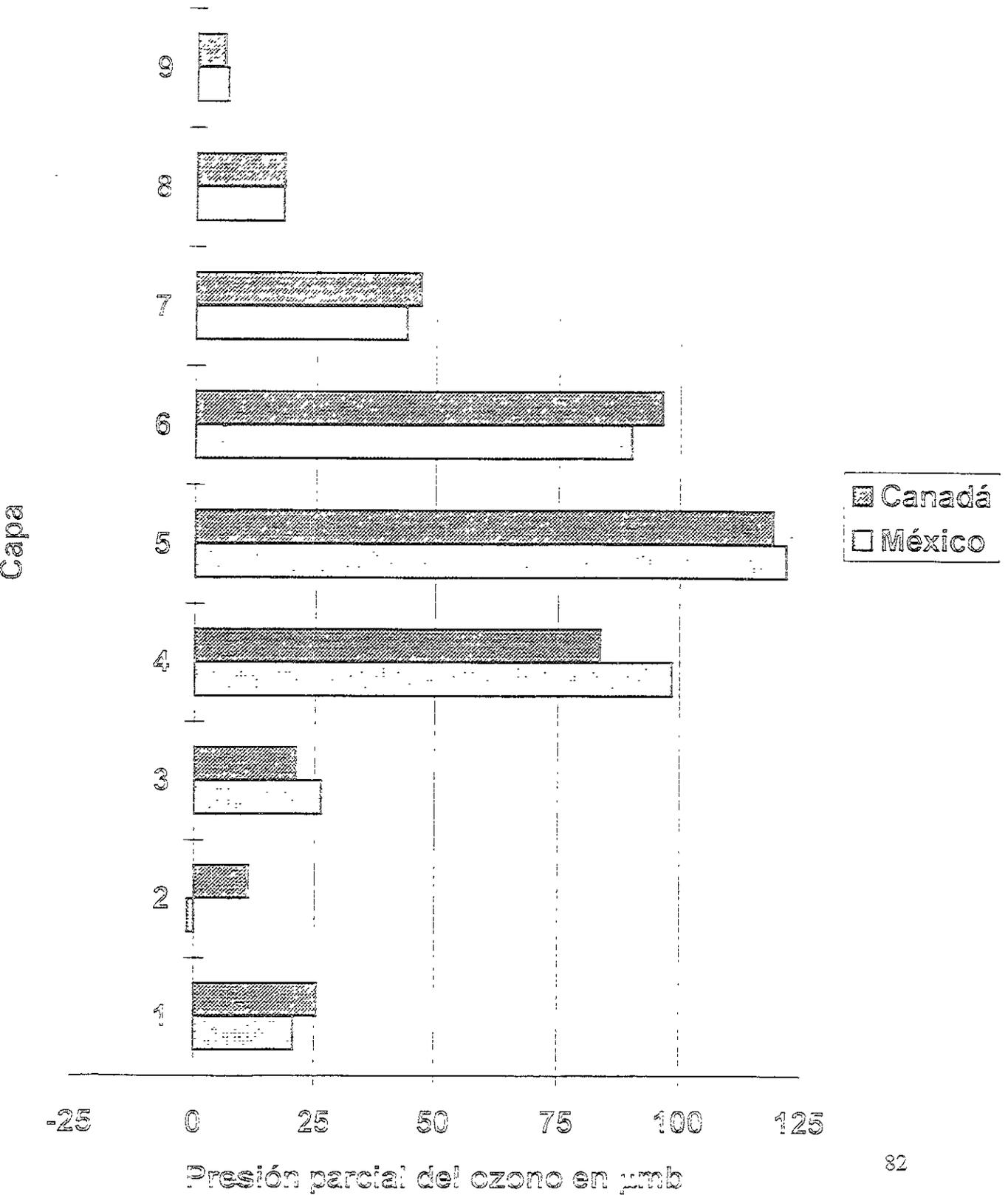
### Ciudad Universitaria, 15/02/95, comparación de métodos de inversión



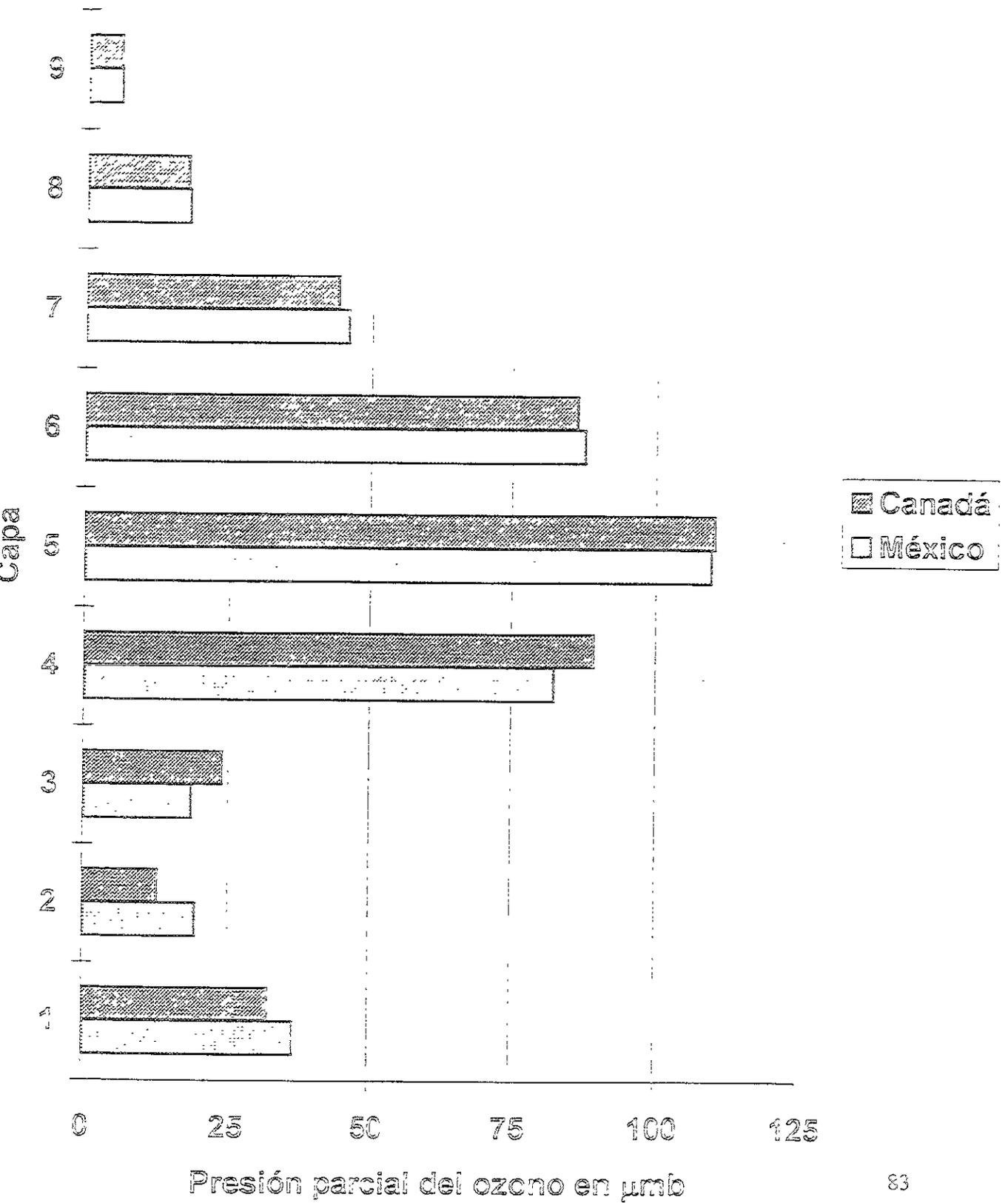
Ciudad Universitaria, 16/02/95, matutina, comparación de métodos de inversión



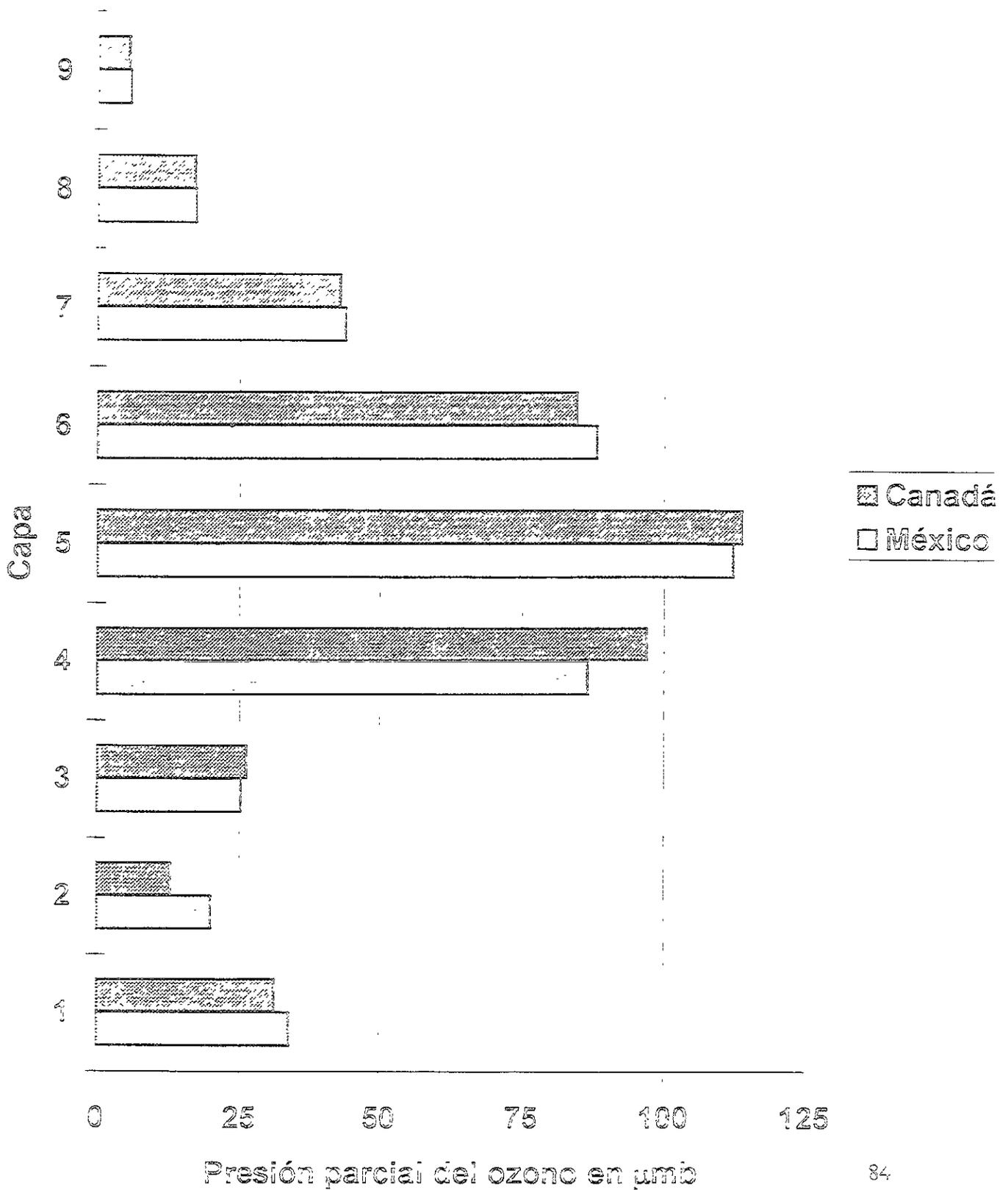
Ciudad Universitaria, 16/02/95, vespertina,  
 comparación de métodos de inversión



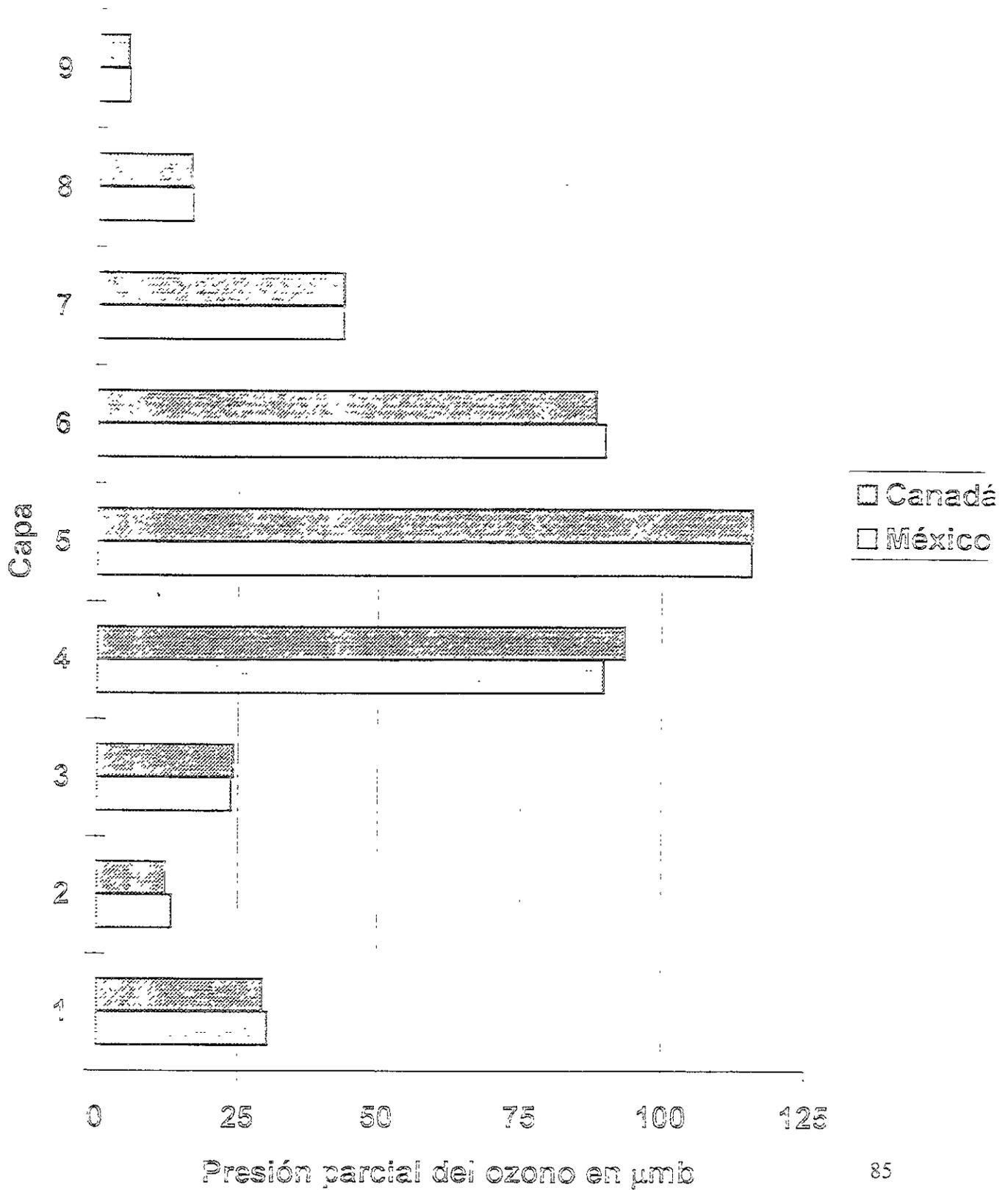
## Ciudad Universitaria, 17/02/95, comparación de métodos de inversión



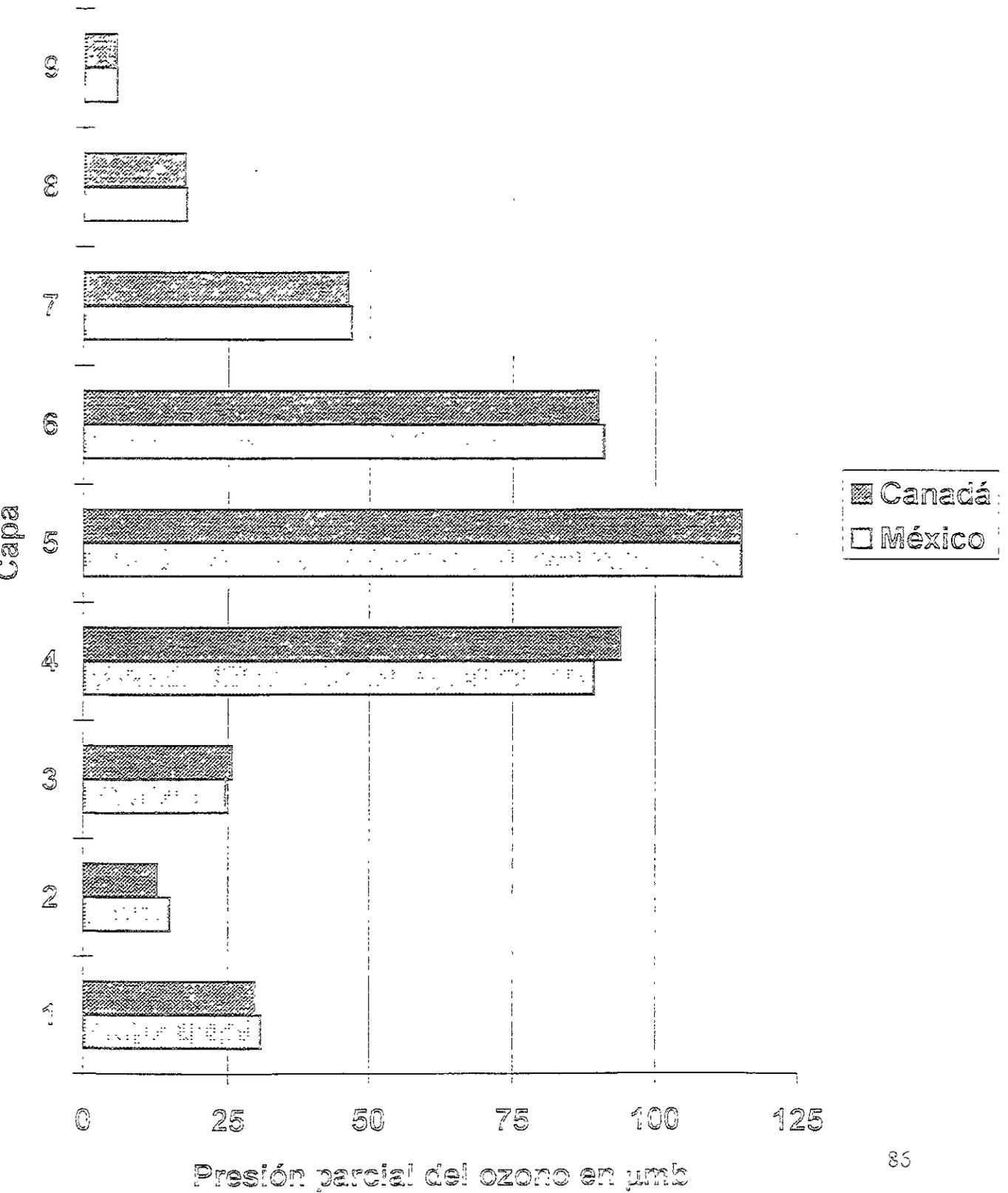
## Ciudad Universitaria, 22/02/95, comparación de métodos de inversión



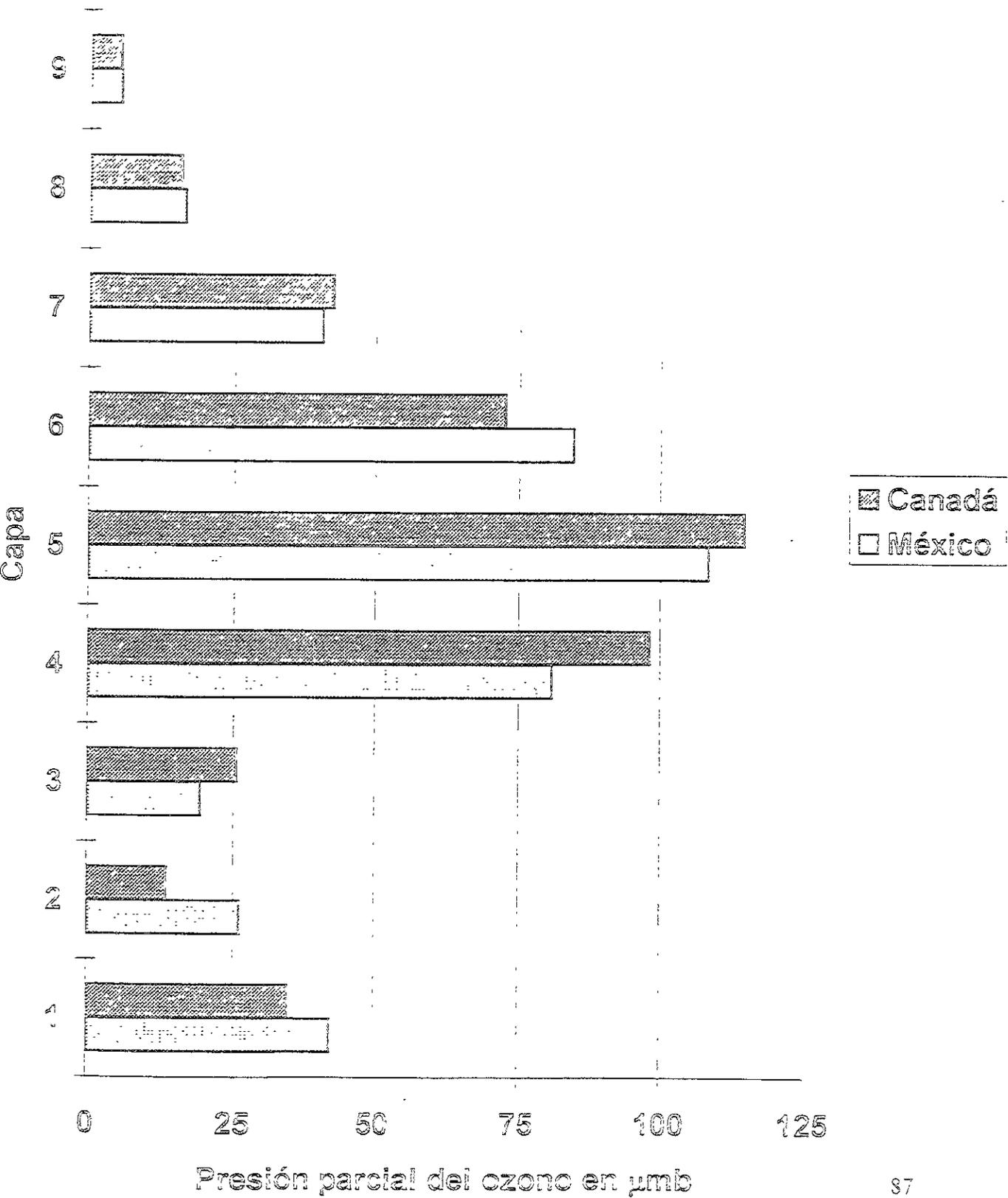
## Ciudad Universitaria, 23/02/95, comparación de métodos de inversión



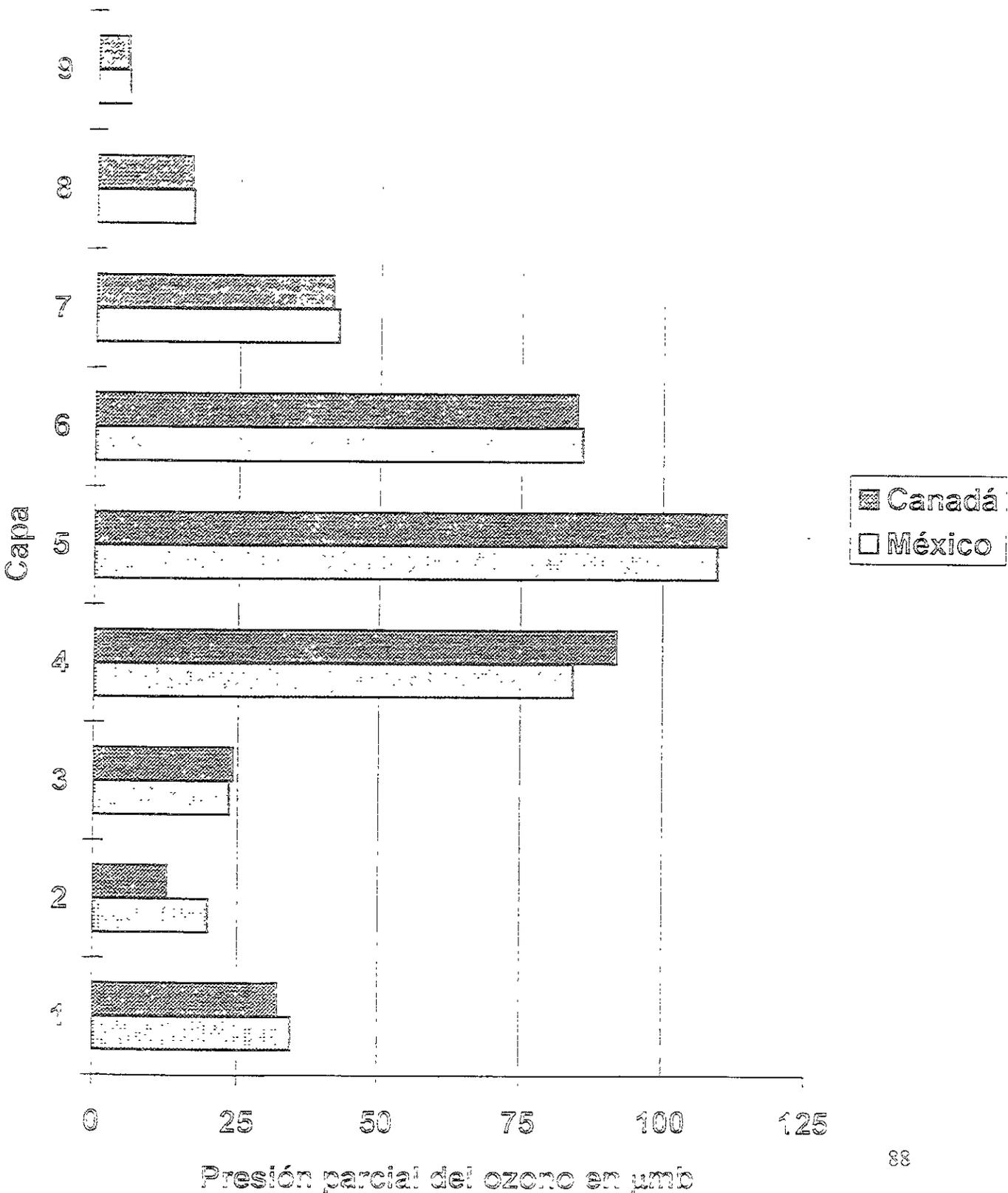
### Orizabita, 01/03/95, comparación de métodos de inversión



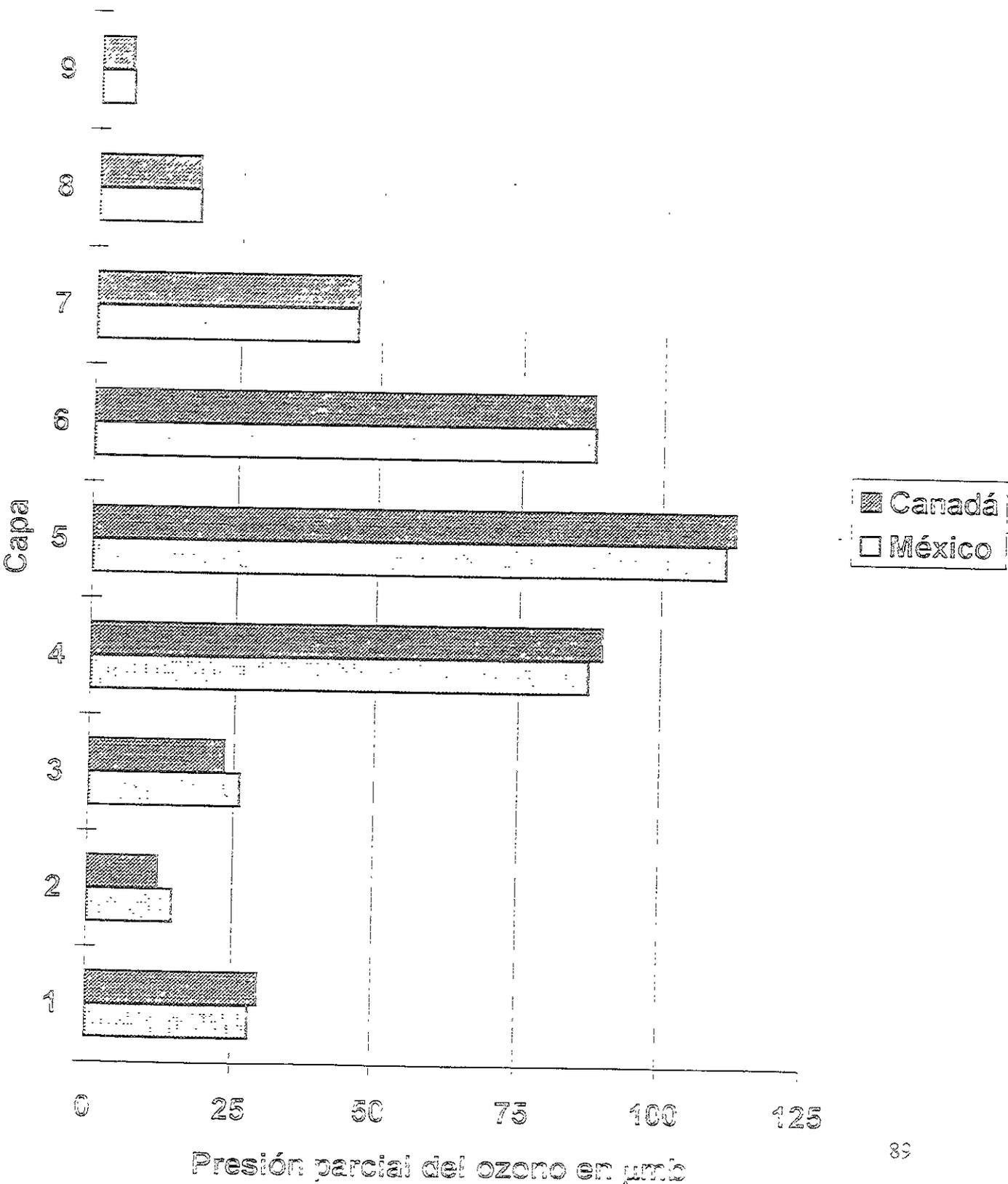
# Orizabita, 03/03/95, comparación de métodos de inversión



### Orizabita, 04/03/95, comparación de métodos de inversión



### Orizabita, 06/03/95, comparación de métodos de inversión



### Crizabita, 07/03/95, comparación de métodos de inversión

