

30



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ESCUELA NACIONAL DE ESTUDIOS PROFESIONALES "ACATLAN"

CONSTRUCCION Y ANALISIS DE UN MODELO DE SERIES DE TIEMPO PARA EL PRONOSTICO DEL INDICE DE PRECIOS Y COTIZACIONES DE LA BOLSA MEXICANA DE VALORES

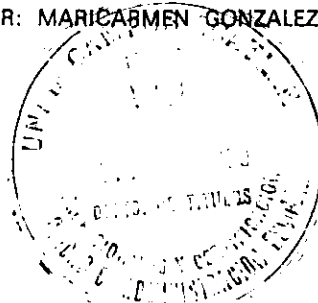
T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE ACTUARIO PRESENTA EDGAR EDUARDO YESCAS LOPEZ



ASESOR: MARICARMEN GONZALEZ VIDEGARAY

27945



MAYO, 2000



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Índice

Introducción.....	1
<b>CAPÍTULO 1. Pronósticos.....</b>	<b>3</b>
1.1 Historia de los pronósticos.....	3
1.2 La importancia de pronosticar.....	7
1.2.1 ¿Porqué se necesitan los pronósticos?.....	8
1.3 Factores que afectan la eficacia de los pronósticos.....	9
1.3.1 Predicciones a corto plazo.....	9
1.3.2 Predicciones a mediano plazo.....	10
1.3.3 Predicciones a largo plazo.....	11
1.4 Pronósticos en la Bolsa.....	11
<b>CAPÍTULO 2. Presentación del Índice de Precios y Cotizaciones.....</b>	<b>13</b>
2.1 Características principales del IPC.....	14
2.2 Mecánica del Cálculo.....	15
2.2.1 Muestra.....	16
2.2.2 Criterios de selección.....	20
2.2.3 Restricciones adicionales y eventos especiales.....	21
2.2.4 Tamaño de la muestra.....	21
2.2.5 Revisión de la muestra.....	22
2.3 Mecanismos de difusión.....	22
<b>CAPÍTULO 3. Introducción a la metodología Box-Jenkins.....</b>	<b>23</b>
3.1 Series de Tiempo.....	23
3.1.1 Componentes de una serie de tiempo.....	23
3.1.2 Tipos de estimaciones.....	25
3.1.3 Métodos de estimación.....	26
3.2 Método de Box y Jenkins.....	26
3.2.1 Identificación del modelo.....	28
3.2.1.1 Función de autocorrelación y autocorrelación parcial.....	30
3.2.2 Modelos de series de tiempo.....	33
3.2.3 Modelos de series de tiempo estacionales.....	44
3.2.4 Estimación de los parámetros.....	46
3.2.5 Diagnóstico del modelo.....	50
3.2.6 Pronósticos.....	53
3.2.6.1 Intervalos de confianza.....	54
<b>CAPÍTULO 4. Construcción de un modelo ARIMA para el IPC.....</b>	<b>56</b>
4.1 Identificación de un modelo ARIMA(p,d,q) para el IPC.....	56
4.2 Estimación de parámetros.....	63
4.3 Verificación del modelo.....	64
4.4 Pronósticos.....	71
4.4.1 Actualización de pronósticos.....	77
Conclusiones.....	79
Bibliografía.....	81
Apéndice.....	82

## Introducción.

Durante los últimos años la elaboración de pronósticos ha llamado cada vez más la atención de autoridades en sectores económicos y financieros de países en crisis que han tenido que lamentar los estragos de malas decisiones; de igual forma en el sector privado el desarrollo de técnicas de pronóstico para mejorar la toma de decisiones y en consecuencia la reformulación de estrategias ha tenido bastante aceptación.

También se ha visto un avance considerable en campos como la econometría y la estadística por el desarrollo de métodos que sirvan para pronosticar. Dentro de estos avances se encuentran los estudios de George Box y Gwilym Jenkins en el análisis de series de tiempo.

La metodología propuesta por Box y Jenkins para construir un modelo de series de tiempo consiste fundamentalmente en las siguientes etapas:

- 1.- En la primera etapa se pretende identificar un modelo de series de tiempo que permita representar al fenómeno en estudio.
- 2.- En la segunda etapa se estiman los parámetros que están contenidos en dicho modelo.
- 3.- Se verifica que los parámetros estimados sean los óptimos.
- 4.- Los valores de la serie son pronosticados con el modelo más adecuado

De tal forma, el presente trabajo pretende explicar de manera sencilla la metodología de Box-Jenkins y aplicarla al pronóstico del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores *IPC* (su principal indicador) basándose en los pasos propuestos por Box y Jenkins. Por lo que se consideró conveniente dividir esta tesis de la siguiente forma:

- En el primer capítulo se narra como han avanzado en general las técnicas de pronóstico; desde la atenuación exponencial hasta el método Autorregresivo Integrado y de Promedios Móviles *ARIMA* propuesto por Box y Jenkins. También se expone la importancia que tiene pronosticar eventos futuros, considerando que las malas decisiones tomadas por los hombres de negocios han desencadenado grandes pérdidas financieras por operar en ambientes de incertidumbre y no comprender los riesgos de cada inversión, por lo que es importante recalcar la importancia que juegan los pronósticos para mejorar la toma de decisiones. Es igualmente importante marcar los factores que pueden llegar a afectar la precisión de los pronósticos, y por último el por qué hacer pronósticos en la Bolsa de Valores.



### 1.1 Historia de los pronósticos.

Durante la década de 1940, la elaboración sistemática de pronósticos en las empresas era escasa o nula. aunque se contaba con algunas metodologías tales como la regresión y la descomposición de series tiempo, sus aplicaciones se limitaban a los principales departamentos académicos de economía política y a las grandes oficinas de gobierno. La falta de datos oportunos y los tediosos cálculos requeridos dificultaron en gran medida la aplicación formal y extensa de tales técnicas. A mediados de la década dos hechos cambiaron radicalmente el campo de los pronósticos. El primero fue la introducción de una amplia gama de técnicas de atenuación exponencial y el segundo gran acontecimiento fue la introducción de la computadora, la cual no sólo permitió la atenuación exponencial sino también el uso continuo de un sinnúmero de otros métodos de pronóstico.

Las principales ventajas de las técnicas de atenuación exponencial, las cuales tenían bases empíricas y orientación práctica, fueron su simplicidad conceptual y su facilidad de cálculo. Sin embargo fue una lástima que aún cuando tales metodologías eran muy aceptadas por los profesionistas en el campo, la mayor parte de los académicos y pronosticadores profesionales consideraron que tales métodos tan simples no podían ser lo suficientemente exactos como para merecer una seria atención. Se requirieron casi 30 años para aceptar que los métodos de atenuación exponencial-simples o complejos como puedan ser, son muy útiles si se les compara con muchos de sus competidores más complejos.

Desde que se inició el estudio de los métodos de atenuación en la década de 1950, se han desarrollado diversas variaciones y extensiones de tales técnicas. Las más notables de éstas son las de Brown, Holt y Winters.

No mucho después de que los métodos de atenuación empezaran a despertar interés a mediados de la década de 1950, las técnicas de descomposición comenzaron a llamar la atención. En este grupo destacó el método del Censo II, desarrollado por Julius Shiskin de la Oficina de Censos del gobierno de Estados Unidos. Si bien éstos procedimientos de descomposición tuvieron poco apoyo estadístico, sí interesaron a los profesionales en el área.

A medida que aumentó la disponibilidad de las computadoras (1960), quedó todo listo para métodos estadísticos de pronóstico más complejos. Técnicas tales como los métodos econométricos se volvieron prácticos y se les utilizó para cuantificar y probar la teoría econométrica con los datos empíricos. Una década más tarde, éste campo se convirtió en una profesión independiente, y para principios de la década de 1980, representaba un mercado de varios cientos de millones de dólares al año.

Durante las décadas de 1950 y 1960 se buscaba una teoría unificadora del pronóstico. Finalmente, con el trabajo de los profesores George Box y Gwilym Jenkins se hizo realidad. La metodología Box-Jenkins, tal como ahora se conoce, proporcionó un procedimiento sistemático para el análisis y pronóstico de series de tiempo que fue lo bastante general como para manejar prácticamente todos los patrones de datos acerca de las series de tiempo observadas en forma empírica. Se dio un importante impulso al método cuando varios estudios comparativos de pronóstico demostraron que el método Box-Jenkins era al menos tan exacto como los métodos econométricos.

También a mediados de la década de 1970 surgió una variante del método autorregresivo y de medias móviles (*ARMA*) desarrollado por Box y Jenkins, estos fueron los métodos *ARMA* de parámetro adaptivo. Posteriormente Parzen desarrolló métodos más eficientes para el modelado de éstos procesos, una de las dificultades asociadas con los primeros métodos de modelado era su complejidad estadística, la cual dificultaba su comprensión a los profesionistas no especializados. No fue hasta finales de la década cuando éstas técnicas lograron aceptación general cuando se desarrollaron métodos de modelado más eficientes que ayudaron a la interpretación de los resultados del modelo. Uno de los adelantos más interesantes en el campo de los pronósticos a principios de 1980 fue la demostración de que los pronósticos solos son inútiles. A menos que se les aplique a la planeación y a la toma de decisiones.

El avance de las ciencias de la computación ha permitido que hoy en día podamos disponer de ordenadores de gran potencia. Pese a ello, existen tareas que ni las grandes supercomputadoras son capaces de resolver, o lo hacen de un modo poco eficiente, mientras que el cerebro lo viene haciendo desde hace millones de años con suma facilidad y eficiencia.

Por esta razón, los científicos volvieron la vista hacia el cerebro tratando de estudiarlo desde el punto de vista de la computación. Con la idea de tomar las características esenciales de la estructura neuronal del cerebro para crear sistemas que lo mimeticen en parte, o por medio de sistemas electrónicos o mediante simulación por ordenador, aprovechando sus propiedades de cálculo. Estos sistemas están compuestos por multitud de procesadores simples que operan sobre la base de reconocimiento de patrones, y que pueden adquirir, almacenar y utilizar conocimiento experimental, obtenido a partir de ejemplos.

Las redes neuronales artificiales son un paradigma computacional que trata de resolver tareas que la computación algorítmica tradicional e inteligencia artificial convencional no han resuelto de un modo suficientemente satisfactorio. Tareas tales como el reconocimiento de patrones, problemas de optimización o clasificación. En las redes neuronales el conocimiento no se programa de forma directa en la red sino que se adquiere por medio de una regla de aprendizaje por ajuste de parámetros mediante ejemplos. Como vemos es un método inductivo, que recuerda más a los modelos estadísticos que a los sistemas expertos, la otra gran rama de la inteligencia artificial.

En general las redes neuronales pueden cubrir un hueco importante en las decisiones no estructuradas, debido a esa capacidad de encontrar relaciones complejas entre los patrones de entrada. No son tan apropiadas en tareas muy estructuradas, en las que se piensa que es más recomendable utilizar programas informáticos convencionales o sistemas expertos. Por lo cual existe la recomendación de profesores en estadística de hacer más estudios bajo qué condiciones las redes neuronales son más apropiadas.

Originalmente la red neuronal no dispone de ningún tipo de conocimiento almacenado. Para que ejecute una tarea es preciso entrenar a la red neuronal. El entrenamiento se realiza mediante patrones-ejemplo. Existen dos tipos de aprendizaje: supervisado y no supervisado. Si la red utiliza un tipo de aprendizaje supervisado debemos proporcionarle parejas de patrones entrada-salida y la red aprende a asociarlos. En terminología estadística equivale a los modelos en los que hay vectores de variables independientes y dependientes.

Si el entrenamiento es no supervisado, únicamente debemos suministrar a la red los datos de entrada para que extraiga los rasgos característicos esenciales. Estas redes neuronales no supervisadas están relacionadas con modelos estadísticos como el análisis de conglomerados o las escalas multidimensionales.



Durante la fase de aprendizaje en la mayor parte de los modelos se produce una variación de los pesos sinápticos, es decir, de la intensidad de interacción entre las neuronas, lo que en terminología estadística equivale a calcular los coeficientes de las funciones de ajuste.

Una de las aplicaciones de las redes, con entrenamiento por propagación hacia atrás *back propagation*, que fué propuesto por D.E. Rumelhart, G.E. Hilton y R.J. Williams en 1986; es la aproximación de funciones. El siguiente ejemplo (figura 1.1) realiza la función con la siguiente arquitectura:

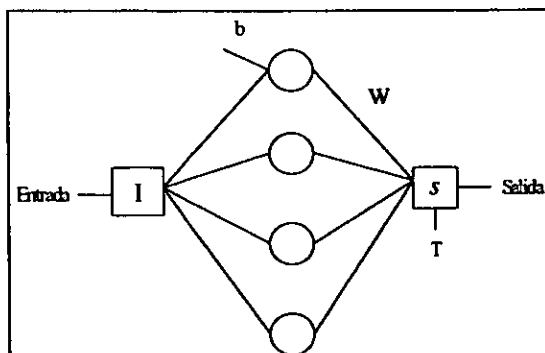


FIGURA 1.1

El dato presentado a la entrada  $Y$  es alimentado a las neuronas de la capa escondida, multiplicado por el peso de la conexión. En cada neurona el valor recibido es sumado al elemento de tendencia  $b$ , y el resultado de esta operación es entregado al neurona de la etapa de salida, la cual suma los datos, su propio elemento de tendencia, y pasa el resultado a través de la función de activación, en este caso es una función sigmoide, una de sus cualidades es el no ser lineal.

La salida de la red es comparada entonces contra el dato de entrenamiento  $T$  si existe error, este provoca un ajuste en los pesos  $W$  (hacia la neurona de salida) y después éste mismo error es propagado hacia las neuronas de la capas ocultas, en el proceso conocido como *back propagation*.

## 1.2 La importancia de pronosticar

Es necesario pronosticar ya que en la actualidad la mayoría de las organizaciones operan en un ambiente de incertidumbre, a pesar de esto, se deben tomar decisiones que afectan el futuro de las organizaciones. Para los dirigentes de las agrupaciones, las conjeturas académicas son más valiosas que las no académicas. Esto no quiere decir que el pronóstico intuitivo sea malo, al contrario, los sentimientos intuitivos de quienes administran organizaciones, con frecuencia proporcionan el mejor pronóstico disponible.

Quienes toman decisiones lo harían mejor si a partir de las técnicas de comprensión de pronóstico, tanto cualitativas como cuantitativas, las utilizan de manera adecuada, en vez de que se vean forzados a planear el futuro sin el beneficio de esta valiosa información complementaria. *Una técnica puramente cualitativa es aquella que no requiere de una abierta manipulación de datos, sólo utiliza el juicio de quien pronostica. Por otra parte una técnica puramente cuantitativa no requiere de elementos de juicio, son procedimientos mecánicos que producen resultados cuantitativos.*

En los últimos años, el papel del pronóstico con base en el juicio ha cambiado. Antes de la llegada de las técnicas modernas de pronóstico y del poder de las computadoras, el juicio del administrador era la única herramienta de pronóstico disponible. No existe evidencia de que los pronósticos basados sólo en juicios no sean tan precisos como aquellos que emplean la cabal aplicación de las técnicas cuantitativas. Según S. Makridakis:

*El ser humano posee un conocimiento único e información interior que no están disponibles en los métodos cuantitativos. Sin embargo de manera sorprendente, estudios empíricos y experimentos de laboratorio han demostrado que sus pronósticos no son más precisos que los de los métodos cuantitativos. El ser humano tiende a ser optimista y subestimar la incertidumbre del futuro. Además, el costo del pronóstico con métodos de juicio es a menudo considerablemente más alto que cuando se utilizan métodos cuantitativos.<sup>1</sup>*

---

<sup>1</sup> Makridakis, Spyros. THE ART AND SCIENCE OF FORECASTING. International Journal of Forecasting, Vol. 2, (1986). Pág. 17.

Aquella persona que pronostica de la manera más efectiva es capaz de formular una hábil mezcla de buen juicio y técnicas de pronóstico cuantitativas, así como evitar el caso extremo de la total dependencia en alguno de ellos. En un extremo encontramos al ejecutivo que por ignorancia y miedo a las técnicas cuantitativas y a las computadoras, se basa sólo en la intuición y en el sentir. En el otro extremo está el pronosticador capacitado en las últimas técnicas de manipulación de datos, que no es capaz o no desea relacionar el proceso de pronóstico con las necesidades de la organización y de quienes toman decisiones en ésta.

Se debe enfatizar que junto con los procedimientos mecánicos y de manipulación de datos, se deben emplear elementos de juicio y sentido común. Sólo en esta forma se puede llevar a cabo un pronóstico inteligente.

### 1.2.1 ¿Porqué se necesitan los pronósticos?

1. *Para satisfacer la curiosidad.* Para los empresarios este tipo de pronósticos tiene poco valor directo. Sin embargo, estos pueden ayudar a ver el futuro de una manera más clara. Los directores podrían prever mejor el futuro estableciendo cuadros a largo plazo y formulando estrategias generales, que podrían contribuir a que sus organizaciones cambiasen para enfrentar mejor el porvenir.

2. *Para mejorar la toma de decisiones.* Algunos pronósticos van dirigidos a mejorar el valor de la toma de decisiones. Las predicciones sobre la Bolsa de Valores, el comienzo de la próxima recesión, el número de siniestros en las aseguradoras, y el partido que ganará las próximas elecciones son pronósticos cuyo acierto puede beneficiar o perjudicar -en el caso de que estén equivocados- a la persona o a la organización que los utiliza como base para sus decisiones; por ejemplo, los suicidios y asesinatos relacionados directamente con expectativas falsas (pronósticos) sobre la Bolsa de Valores. Los pronósticos en este terreno no son neutrales, pueden ser tan perjudiciales como beneficiosos y ha que tener mucho cuidado al utilizarlos. Por consiguiente, hay que saber hasta qué punto son acertados. Pero, además de ser acertados, los pronósticos deben ser fiables. Alguien que hace predicciones puede acertar el 90% de las veces; pero el 10% restante podría ocasionar resultados desastrosos. Conocer el grado de incertidumbre asociado a los pronósticos puede ser un factor tan esencial como el propio acierto cuando el objeto es utilizar los pronósticos para mejorar la toma de decisiones orientadas al futuro.

3. *Para generar un consenso.* Se trata de una función importante y útil del pronóstico de la que se habla escasamente, poco entendida y aún menos explotada. Los pronósticos pueden jugar un importante papel para conseguir el consenso relativo a la forma de manejar la organización entre los altos directivos. Los programas y pronósticos a largo plazo entran en esta categoría.

### **1.3 Factores que afectan la eficacia de los pronósticos.**

El acierto de los pronósticos vendrá determinado en gran medida por todas las normas y las relaciones que varían y por cuanto gente puede influir en los hechos futuros.

*Las normas o relaciones pueden cambiar con el tiempo.* Una condición determinante para el acierto de un pronóstico es que las pautas o relaciones, una vez identificadas y medidas, permanezcan constantes.

*Las personas pueden influir sobre los hechos futuros.* En el medio económico y de los negocios, las predicciones pueden convertirse en profecías que se realizan o se frustran por sí mismas anulando los pronósticos. Por ejemplo, consideremos el pronóstico de una recesión que tiene que llegar durante un año de elecciones. Cualquier partido en el poder que quiera ser reelegido hará lo posible para evitar la recesión anunciada, haciendo así inexacto lo que de otra forma hubiera sido un pronóstico perfecto. De la misma manera una atractiva oportunidad para invertir puede acarrear grandes pérdidas si varios competidores llegan al mismo pronóstico.

*Plazo de tiempo del pronóstico.* Cuanto más lejano sea el tiempo de los pronósticos, mayor es la probabilidad de que las pautas y relaciones establecidas varíen, anulándolos, de modo que la exactitud de los pronósticos disminuye a medida que el plazo de tiempo aumenta.

#### **1.3.1 Predicciones a corto plazo.**

El pronóstico a corto plazo y la estimación de la incertidumbre son técnicamente factibles y pueden emplearse sobre una base de rutina para una mejor planeación y programación financiera. Aunque a corto plazo pueden ocurrir pocas cosas que alteren los patrones establecidos, siempre son posibles algunas variaciones ocasionales que introducen un elemento adicional de incertidumbre.

### 1.3.2 Predicciones a mediano plazo.

El pronóstico a mediano plazo es relativamente fácil cuando no cambian las pautas y relaciones. Sin embargo a medida que aumenta el horizonte del pronóstico, lo hace también la posibilidad de cambio en las pautas y relaciones establecidas, situación que puede suceder por los ciclos económicos. Esto hace que el pronóstico a mediano plazo sea arriesgado, porque las recesiones y los periodos de euforia (*booms*) pueden empezar en cualquier momento en una planificación a dos años (la duración usual del mediano plazo).

Al tratar los ciclos económicos es importante recordar que un *boom* o una recesión no duran siempre, la historia pasada muestra claramente que los ciclos son temporales y seguirán siéndolo a menos que se produzca un cambio fundamental en el mundo económico y de los negocios, lo que en este momento es improbable. De modo que cuando un país está en crisis sus gobernantes deben planificar su recuperación. Si hay un largo periodo de pujanza, deben preocuparse por el próximo retroceso. En la planificación y recesión sólo hay una cosa segura: que después de un largo *boom*, la crisis es inevitable. Lo único que no se sabe es cuándo empezará y qué tan profunda será. Así que es necesario hacer planes de contingencia para las próximas dificultades.

La revista británica *The Economist* publicó una portada en la cual aparecía un inversionista lanzándose al vacío desde un edificio neoyorquino. El título de la portada era "Crash, Dammit" que podría traducirse como "Desplómate ya".

El artículo recordaba el décimo aniversario del crack bursátil de 1987 y apuntaba: "La tendencia de la historia a repetirse a sí misma está bien documentada. Por ello no sorprende que este décimo aniversario del crack bursátil de octubre de 1987 encuentre a algunos inversionistas en un estado de gran nerviosismo"

Una de las razones de este nerviosismo es, simplemente, el hecho de que los mercados bursátiles del mundo entero han venido subiendo fuertemente desde hace tiempo. Allan Greenspan, presidente de la Reserva Federal o banco central de los Estados Unidos, advirtió en distintos foros desde hace tiempo que era absurdo pensar que el mercado pudiera seguir ascendiendo indefinidamente. La Bolsa Mexicana había subido casi 60 por ciento en 1997 cuando alcanzó su nivel máximo en la primera quincena de octubre.

Lo mismo pasa durante periodos de recesión, es segura una recuperación. La única cuestión es cuándo empezará y cuál será su pujanza. Desde luego que siempre es posible que una recesión pueda convertirse en una depresión o, incluso que no pueda terminar nunca. Aunque existe esta posibilidad, es muy improbable, sin embargo para prevenir estas posibles tragedias financieras, qué mejor que estar prevenidos para tomar decisiones que puedan ayudar a salir lo mejor librados y en el lapso más breve.

### **1.3.3 Predicciones a largo plazo.**

Cuando se va hacia el distante y lejano largo plazo, la exactitud de los pronósticos disminuye drásticamente, ya que pueden pasar muchas cosas que hagan variar las patrones y las relaciones establecidas. En estos casos, el fin del pronóstico es dar orientación general sobre el camino que tomara cierto fenómeno, por ejemplo, los indicadores bursátiles, en las Bolsas del Mundo.

### **1.4 Pronósticos en la Bolsa**

Invertir en la Bolsa es una actividad tan importante en nuestros días. Si bien es verdad que la mayoría de la gente no tiene acciones en la Bolsa, lo que ocurre en los mercados bursátiles, si tiene un impacto muy importante en la vida diaria. Ya que puede desencadenar devaluaciones que impactan de manera directa en el poder adquisitivo de la gente que nunca en su vida ha tenido una acción cotizando en Bolsa.

Un inversionista se puede hacer millonario si acierta en la compra de acciones o de igual manera se pueden perder enormes sumas de dinero eligiendo de manera equivocada y al mismo tiempo afectar a millones de personas en un país. En la actualidad hay gran variedad de revistas que ofrecen consejos sobre la Bolsa, éstas reseñan todas las acciones que cotizan y analizan su marcha. Todo esto produce un enorme volumen de predicciones de Bolsa, que son sin duda de vital importancia para tomar decisiones acertadas.

El pronóstico de algún índice bursátil de la Bolsa, es verdaderamente tan complicado debido a la gran variabilidad que éste presenta y a los diversos fenómenos que pueden afectar el comportamiento del mismo.

Sin embargo el lograr predecir el *IPC* de la manera más precisa, nos ayuda a tener un panorama tan amplio de lo que puede suceder en el mercado bursátil en las próximas sesiones. Ya que el *IPC* refleja el comportamiento de todo el mercado de manera global.

De aquí la importancia y la esencia de este trabajo, ya que al considerar al *IPC* como el indicador más importante de la Bolsa Mexicana de Valores, se puede construir una técnica de pronóstico que nos ayude a predecir su comportamiento y que sirva de instrumento adicional para la toma de decisiones de los inversionistas. Sin duda hay muchos otros factores que un inversionista toma en cuenta al considerar una inversión en el piso de remates, pero también hay que mencionar que un análisis del posible comportamiento que puede tener las acciones más representativas que cotizan en Bolsa es de suma importancia, y una herramienta que no puede desechar.

**CAPITULO II**

---

---

**PRESENTACION DEL INDICE DE PRECIOS Y COTIZACIONES**



## 2.2 Mécanica del Cálculo

En la actualidad, prácticamente todas las bolsas de valores del mundo cuentan con un indicador que expresa el rendimiento promedio de sus respectivos mercados accionarios.

Del mismo modo, la mayoría de los sistemas de cálculo procuran que el índice represente la dinámica operativa del mercado y no así las fluctuaciones de los títulos de baja bursatilidad; por lo que el cálculo se basa en una muestra de las acciones que tienen mayor incidencia en la evolución bursátil.

En general, los procedimientos de cálculo utilizados internacionalmente se agrupan en las siguientes modalidades:

- Índices de precios acumulativos simples.
- Índices no ponderados (promedio geométrico).
- Índices de precios ponderados (Laspeyres, Paasche).
- Índices ponderados por valor (Fisher).

El Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores es un índice ponderado por valor de capitalización (precio de mercado por acciones inscritas). Esto significa que el cambio de precio de una acción integrante del *IPC*, influye en el comportamiento del Índice en forma relativa al peso que dicha acción tiene en la muestra.

Así, el impacto en el índice de un movimiento de precios del 5% de una emisora pequeña en valor de capitalización será menor al causado por una emisora más grande con la misma variación porcentual en el precio.

A diferencia de la mayoría de índices de este tipo, relaciona el valor actual con el día anterior y no con el valor en la base, debido a que la muestra del *IPC* es revisada frecuentemente con el objeto de considerar a las emisoras líderes y no permitir que la muestra se vuelva anacrónica y obsoleta, perdiendo consecuentemente su representatividad.

Al integrar la muestra del *IPC* con las emisoras que presentan un mayor dinamismo operativo (Bursatilidad), se asegura la representatividad respecto al comportamiento general del mercado en cuanto a sus fluctuaciones en el Salón de Remates de la Bolsa Mexicana de Valores.

En la mayoría de los mercados se utiliza como único criterio de selección la rotación (Turnover), es decir, la relación entre la cantidad de títulos negociados y títulos inscritos.

El procedimiento aplicado por la Bolsa Mexicana de Valores toma como criterio de selección el índice de bursatilidad, el cual se calcula automáticamente considerando un periodo de observación diaria durante seis meses de las siguientes variables:

- Importe negociado en el período.
- Volumen de acciones negociadas
- Rotación (Importe/Valor de capitalización).
- Cantidad de operaciones efectuadas.
- Total de días de negociación.

Este indicador, debidamente validado y autorizado por la Comisión Nacional de Valores, permite seleccionar la muestra dentro de un listado de emisores, jerarquizados según su índice de bursatilidad.

En ocasiones el valor de capitalización considerado como un criterio adicional, es determinante para la selección, puesto que este es el ponderador que se utiliza en el cálculo del índice.

### **2.2.1 Muestra**

La muestra así constituida es revisada cada dos meses observando los criterios arriba mencionados. Se cuenta además con un listado de emisoras para una posible sustitución antes de la fecha de revisión si el caso así lo amerita. El número de títulos accionarios incluidos en la muestra, para el cálculo del *IPC* de la Bolsa Mexicana de Valores ha fluctuado entre 35 y 50 en los últimos años.

El tamaño de la muestra está en función a la representabilidad que se pretende tenga la misma, esto es, se trata de incluir en la muestra a las funciones más representativas de los siete sectores económicos en los cuales están clasificadas las emisoras inscritas en la Bolsa Mexicana de Valores atendiendo al giro de cada una de las empresas.

Por lo tanto de una lista jerarquizada de mayor a menor bursatilidad, se selecciona a las emisoras más bursátiles para formar parte de la muestra del *IPC* considerando además su valor de capitalización respecto a las demás emisoras dentro de un mismo sector, logrando con ello que las emisoras seleccionadas sean las más representativas del sector al que pertenecen.

El tamaño de la muestra usado para construir un índice, es un factor muy importante. Un pequeño porcentaje de la población total suministra información válida del comportamiento el total de esa población si la muestra es seleccionada apropiadamente. Si esto no ocurre el tamaño por sí mismo no tiene significado alguno.

Una vez definida la composición y tamaño de la muestra, el cálculo del *IPC* es efectuado en tiempo real, registrando automáticamente cada cambio de precio de las acciones que componen la muestra, ocurrido en el Salón de Remates de la Bolsa Mexicana de Valores.

La fórmula utilizada es la siguiente:

$$I_t = (I_{t-1}) \cdot \frac{\sum_i^n P_{i,t} \cdot Q_{i,t}}{\sum_i^n P_{i,t-1} \cdot Q_{i,t-1} \cdot F_{i,t}} \quad t \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

Donde:

$I_t$  = *IPC* el día  $t$ .

$P_{it}$  = Precio de la acción  $i$  el día  $t$ .

$Q_{it}$  = Cantidad de acciones inscritas de la acción  $i$  el día  $t$ .

$F_{it}$  = Factor de ajuste por derechos de la acción  $i$  el día  $t$ .

$t-1$  = Día hábil inmediato anterior.

$n$  = Número total de emisoras de la muestra.

Esta fórmula indica que la suma del valor de capitalización de todas las emisoras incluidas en la muestra, dividida entre la suma del valor de capitalización de dicha muestra del día hábil anterior, ajustada en su caso, determina el factor de variación del *IPC* respecto al día hábil anterior.

El factor de ajuste siempre es igual a 1 excepto cuando en la emisora *i* se aplica un derecho o una reestructuración de capital.

Además del índice general del mercado accionario, la Bolsa Mexicana de Valores calcula y difunde otros importantes indicadores de precios y cotizaciones, entre los cuales se encuentran los Índices Sectoriales.

Estos indicadores permiten analizar el mercado accionario por estratos, los cuales agrupan a las emisoras de acuerdo con su campo de actividad, mediante una muestra que incluye más del doble de títulos que de la del *IPC* y representa el comportamiento de las acciones, clasificadas en siete sectores, a saber: Extractivo, Transformación, Construcción, Comercio, Comunicaciones y Transportes, Servicios y Varios.

La mecánica del cálculo y selección de la muestra de los Índices Sectoriales es la misma del *IPC*, sin embargo, sus bases de cálculo tenían una diferencia de más de dos años. La base del *IPC* era 781.62 el 30 de Oct. de 1978, en cambio la de los Índices Sectoriales era 100 el 30 de Oct. de 1980.

En mayo de 1991 se realizó la unificación de las bases de cálculo, utilizando un procedimiento que consistió en la determinación retroactiva de los índices por sectores y ramos, durante los 26 meses de diferencia con el *IPC*, el enlace con los índices existentes, se llevo a cabo respetando sus variaciones porcentuales hasta ese momento.

Con el propósito de facilitar el análisis y seguimiento de carteras de inversión y evaluar el comportamiento de los diferentes tipos de actividad, el procedimiento aplicado para el cálculo de índices sectoriales se utiliza para señalar el comportamiento de los ramos dentro de cada sector, la conformación de éstos se observa en la tabla 2.2.

Sector	Ramo
Extractivo	Mineras
Transformación	Industrias químicas y petroquímicas. Celulosa y papel. Imprenta editorial e industrias conexas Industria siderúrgica. Productos metálicos. Electrico-electrónica. Maquinaria y equipo de transporte. Alimentos, bebidas y tabaco. Textil, vestido y cuero. Productos de caucho y plástico. Productos minerales no metálicos. Otras industrias de la transformación
Construcción	Construcción. Industria cementera. Materiales para la construcción
Comercio	Casas comerciales.
Comunicaciones y transportes	Transportes. Comunicaciones.
Servicios	Bancos, casa de bolsa, seguros y grupos financieros.
Varios	Controladoras. Otros.

TABLA 2.2

La evolución de los precios del mercado accionario, en los últimos diez años, se vió afectada por la inflación ocurrida en este período. Desde octubre de 1978 hasta marzo de 1991 la inflación acumulada fue superior a 25 mil por ciento y el *IPC* tuvo un crecimiento nominal de 102 mil por ciento en el mismo lapso.

Esta situación provocó que el *IPC* alcanzara una cifra de seis dígitos, poco manejable para el gremio bursátil, la Bolsa Mexicana de Valores decidió eliminar tres dígitos, tanto al Índice de Precios y Cotizaciones, como a los índices sectoriales, medida que se puso en práctica el 13 de mayo de 1991 y se difundió ampliamente durante ese mes.

Desde luego esta medida incidió en la base del *IPC*, así como en la de los índices sectoriales, la cual se transformó el 30 de octubre de 1978=0.78 que viene a ser la misma para los índices sectoriales debido a la unificación de bases.

### 2.2.2 Criterios de selección

Con la finalidad de obtener la representatividad del dinamismo del mercado, los criterios utilizados para la selección de las emisoras que integran la muestra del *IPC* son los siguientes:

1. Se obtienen las emisoras que califican en el nivel y de alta bursatilidad
2. En segundo término se seleccionan las emisoras del primer cuartil de bursatilidad media, tomando en cuenta la frecuencia en que incurrn en este nivel del estrato.
3. De ser necesario se complementa la muestra, con emisoras ubicadas en la primera mitad de bursatilidad media. En este criterio se analizan dos aspectos:
  - El primero considera la selección de las emisoras con mayor capitalización.
  - En segundo término, se busca que permitan el mejor balance sectorial, característica que se cubre al realizar una agrupación previa de las emisoras por sector, seleccionando aquellas que cumplan con el objetivo de este criterio.

### **2.2.5 Revisión de la muestra.**

La revisión se realiza cada dos meses, en la revisión se evalúan los criterios de selección antes mencionados. En caso de que existan emisoras que dejen de calificar en dichos criterios son eliminadas y reemplazadas por aquellas que califiquen, o bien puede ser que existan emisoras que hayan alcanzado mejores niveles en los criterios de selección que las actuales integrantes de la muestra y suplan a las que tengan los niveles inferiores. El reemplazo de empresas será comunicado públicamente con la mayor oportunidad.

Si por alguna razón una emisora cancela su inscripción en Bolsa, será reemplazada por cualquier emisora que cumpla con los requerimientos antes expuestos, de tal suerte que la muestra mantenga siempre su representatividad.

Para poder cumplir con lo anterior se cuenta con una lista de emisoras que son candidatas a suplir las posibles cancelaciones de emisoras en la muestra.

La sustitución o reemplazo se comunicará con la mayor antelación que permita el evento que lo genere.

### **2.3 Mecanismos de difusión**

Los medios para la difusión de este indicador serán:

1. **Tiempo Real**
  - 1.1. **INTERNET (Red de Información)**
  - 1.2. **Tandem (SIVA), servicio de la Bolsa en el que se distribuye información a los medios interesados.**
  - 1.3. **Agencias de Información.**
2. **Impresos**
  - 2.1. **Boletín del Mercado de Capitales.**
  - 2.2. **Indicadores Bursátiles**
  - 2.3. **Diversos Medios de Comunicación Nacionales e Internacionales (Prensa en general)**
3. **Medios magnéticos**

**CAPITULO III**

---

---

**INTRODUCCION A LA METODOLOGIA BOX - JENKINS**



### 3.1 Series de Tiempo

Una Serie de Tiempo se puede definir como un conjunto de datos numéricos, observados a intervalos iguales de tiempo, que son el resultado de un fenómeno determinado. Se denotara por  $Z(\tau)$  al conjunto de observaciones, o por  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$  como el número de observaciones. La ventaja de esta notación es que no es necesario indicar en cada observación la fecha en que se observó, ya que con el subíndice podemos saberlo. Por ejemplo, en nuestro caso con el Índice de Precios y Cotizaciones sólo basta indicar la fecha en que empiezan las observaciones, el período que separa las observaciones consecutivas (anual, mensual, semanal, etc.) y el número de datos.

Desde el punto de vista probabilístico una serie de tiempo es la sucesión de observaciones generadas por un proceso estocástico, cuyo conjunto índice se toma en relación al tiempo discreto, es decir:

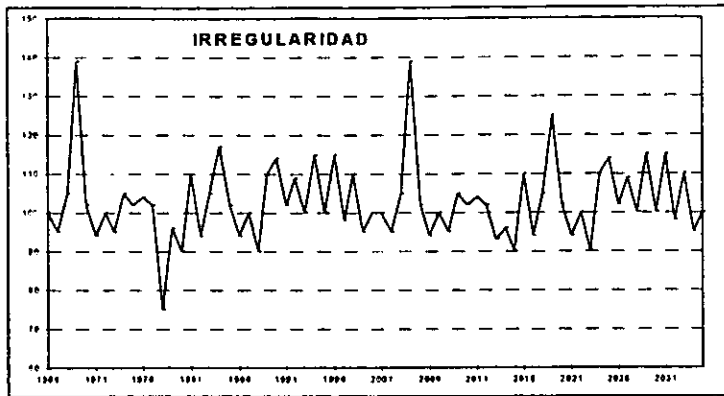
$\{Z(\tau); \tau \in T\}$  en donde  $T$  es el conjunto índice (tiempo) y  $Z(\tau)$  es la variable aleatoria correspondiente al elemento  $\tau$  de  $T$ .

#### 3.1.1 Componentes de una serie de tiempo

Una serie de tiempo no sólo esta formada por componentes deterministas, sino que también tiene la presencia de una componente aleatoria. Tales componentes se utilizan para caracterizar distintos movimientos que puede presentar una serie como son: la tendencia, el ciclo, la estacionalidad, y la fluctuación irregular. A continuación se da una explicación más detallada de cada componente.

**Tendencia:** Son los movimientos crecientes o decrecientes que caracterizan una serie de tiempo en un período mucho mayor en relación a la unidad de tiempo: esta tendencia refleja un crecimiento a largo plazo o un declive de la serie. Podemos mencionar la tendencia creciente de *IPC* durante los últimos dos años.

**Ciclo:** Oscilación casi periódica alrededor del nivel de la tendencia caracterizada por períodos alternantes de expansión y contracción, o una medida uniforme de pico a pico o de valle a valle. Las fluctuaciones cíclicas no son necesariamente causadas por cambios en factores económicos, pueden ser causadas por cambios políticos o sociales. obsérvese la gráfica 3.1.



GRÁFICA 3.3

Por otra parte las componentes no se presentan solas, pueden ocurrir en una combinación o todas al mismo tiempo. Hoy en día no conocemos una técnica de estimación que sirva para estimar una serie de tiempo con características de alguna componente y tampoco una serie en la que se presente una combinación de todas las componentes. De aquí la importancia de saber que metodología sirve para cada situación, como lo señala *Spyros Makridakis et al*, “uno de los problemas más importantes al hacer estimaciones de una serie de tiempo es escoger que técnica es la más apropiada”<sup>2</sup>.

### 3.1.2 Tipos de estimaciones

Hay dos tipos de estimaciones, estimación puntual y por intervalos. La estimación puntual es un número que representa la mejor predicción de la variable en cuestión, dado un punto en el tiempo, es la mejor suposición para el valor futuro de la variable a estimar. Un intervalo de confianza es un rango de valores calculados a un porcentaje de confianza en el cual se asegura que el valor real de la variable estimada estará en dicho intervalo.

En el pronóstico del *IPC* se utilizará tanto la estimación puntual como la estimación por intervalos, la estimación por intervalos con el 95% de confianza.

<sup>2</sup> MAKRIDAKIS, Spyros. THE FORECASTING ACCURACY OF MAJOR TIME SERIES METHOD. John Wiley and Sons, 1984. Pág. 3.

### 3.1.3 Métodos de estimación

**Métodos Cualitativos:** Estos modelos se requieren cuando no se dispone de una serie histórica, o cuando son pocos los datos y poco confiables. Estas técnicas de estimación cualitativas pueden ser el Método Delphi o el método de Cambio Tecnológico.

**Métodos Cuantitativos:** Estas técnicas involucran el análisis de la serie histórica con el propósito de poder predecir los valores futuros de la variable de interés. Una técnica es la de análisis causal donde se involucra la identificación de otras variables que están relacionadas con la variable que se va a predecir, esta relación debe estar dada por un modelo estadístico que describa la relación. Sin embargo el procedimiento más usual es el llamado serie de tiempo, aquí la serie histórica de la variable que se va a pronosticar es analizada en un intento por identificar el patrón que siguen los datos. Suponiendo que continuará en el futuro, este patrón es extrapolado para producir pronósticos.

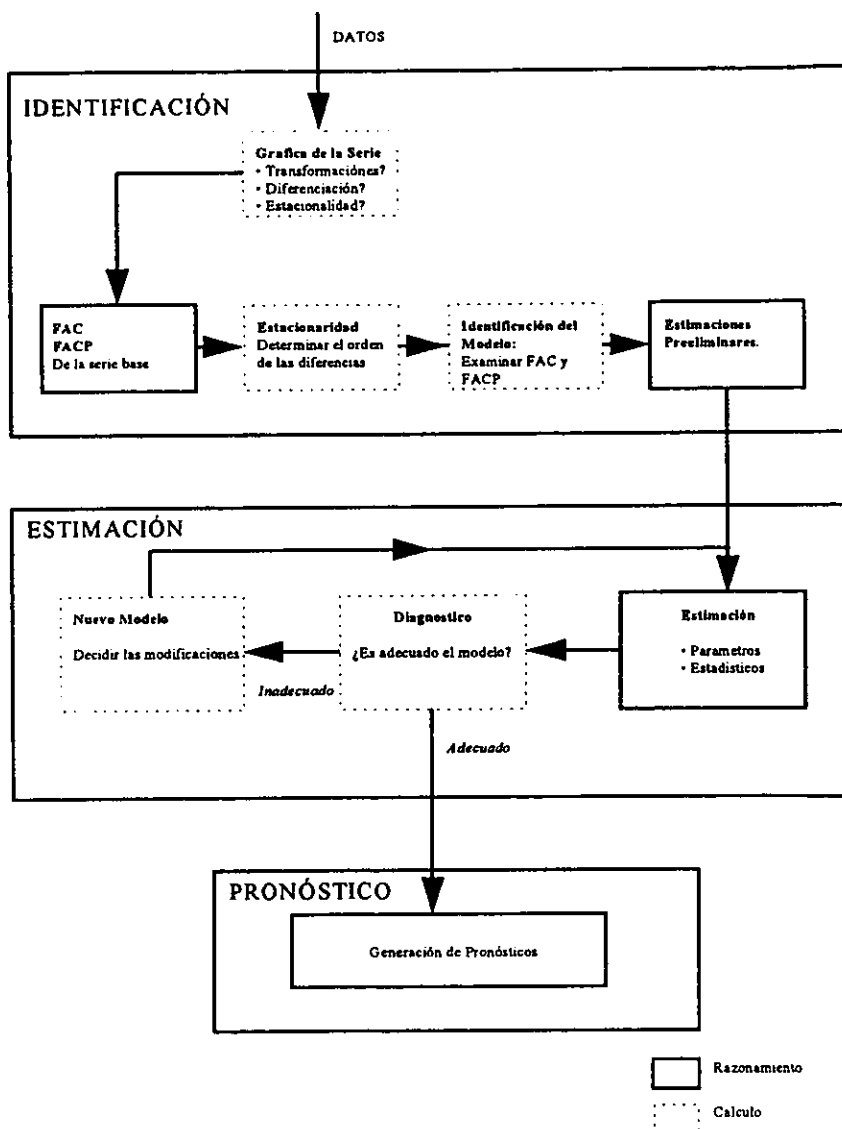
Box y Jenkins desarrollaron una técnica de predicción que busca de manera sistemática un modelo de pronóstico que da excelentes resultados en comparación con otros. Esto puede ser porque comienza examinando el pasado, por tanto no pueden pasarse por alto los patrones y regularidades apreciables en la serie histórica.

Sin embargo algunos inconvenientes del método es que requiere al menos de 50 observaciones para construir un buen modelo, cosa que puede resultar en algunas ocasiones tardado y costoso. Por ejemplo, cuando se dispone de información de tipo mensual o anual, es poco factible recabar la suficiente información para desarrollar un buen modelo. Pero en los casos donde los intervalos de tiempo son pequeños y se tiene bastante información acumulada, el método de Box y Jenkins es idóneo, como con el *IPC* donde se dispone de observaciones diarias.

### 3.2 Método de Box y Jenkins.

El método de Box y Jenkins consiste en extraer los movimientos predecibles de las observaciones. La serie se descompone en diversas componentes utilizando filtros, a fin de obtener residuales no predecibles cuyo comportamiento tiene poca influencia en el resultado final.

El proceso de Box-Jenkins para construir modelos de series de tiempo consiste esencialmente en los siguientes pasos. Ver la siguiente gráfica.



GRÁFICA 3.4

Los filtros utilizados por el método de Box y Jenkins son:

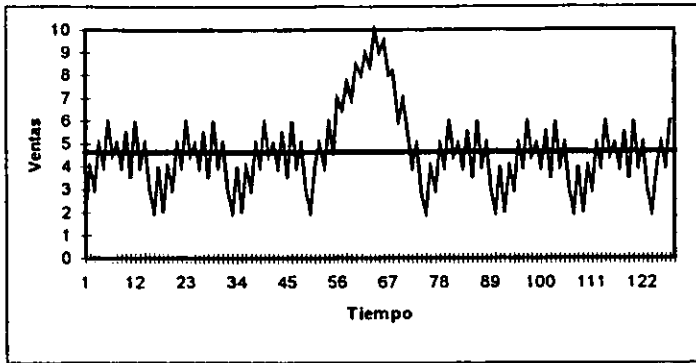
- Filtro autorregresivo
- Filtro de integración
- Filtro de medias móviles

Como muestra la gráfica 3.4 del proceso desarrollado por Box y Jenkins, las etapas de la metodología son: La identificación del modelo, la estimación y diagnóstico de los parámetros, y el pronóstico de futuros acontecimientos.

### 3.2.1 Identificación del modelo.

Se utilizan las observaciones de la serie de tiempo, para identificar un modelo alternativo, y así poder hacer estimaciones de la serie. Por lo que debemos comprender conceptos como el de autocorrelación, autocorrelación parcial, ya que los datos son usados para generar funciones de autocorrelación y después ser comparados con funciones de autocorrelación teóricas para elegir el modelo de pronóstico, aquí se determinan los ordenes de los polinomios autorregresivos y de promedios móviles. Los conceptos de estacionaridad y no estacionaridad también son importantes, de otra manera no sabríamos el número de veces que se tiene que aplicar el operador diferencia para eliminar la no-estacionaridad homogénea. Por el momento sólo nos basta con mencionar que existen operadores para eliminar la tendencia polinomial adaptiva que se explicaran a continuación. Los operadores utilizados para eliminar la tendencia polinomial multiplicativa se explicaran más detalladamente dentro de este mismo capítulo al estudiar los modelos estacionales.

Se dice que una serie de tiempo es estacionaria si aún cuando durante cierto periodo se aleje de la media, esta regresará a una vecindad de la misma. Esto quiere decir que las relaciones estadísticas entre  $n$  observaciones con origen  $t$ , son las mismas relaciones con origen  $t+j$ . Obsérvese la gráfica 3.5.



GRÁFICA 3.5

Sin embargo como lo más común es encontrarse con series que sean no estacionarias, hay que identificarlas y saber que transformaciones debemos hacer para volverla estacionaria. Si la identificación determina que la serie de tiempo es no estacionaria, es necesario transformar esta por otra que sí lo sea. Cuando únicamente el nivel de la serie se ve afectado por la no estacionaridad, significa que la no estacionaridad de la serie es homogénea, por que existe una tendencia polinomial adaptiva. Una tendencia polinomial adaptiva de primer orden se vuelve constante al aplicar una vez el operador diferencia, una de segundo orden se vuelve constante al aplicar dos diferencias ordinarias y así consecutivamente. Podemos convertir la serie estacionaria, mediante la aplicación del operador diferencia  $\nabla$  un número apropiado de veces, pero también hay que tener cuidado en no sobrediferenciar la serie para evitar problemas al identificar un posible proceso generador de la serie.

Se define el operador diferencia ordinaria por:

$$\nabla^k Y_t = \sum_{j=0}^k \frac{k!}{j!(k-j)!} (-1)^j Y_{t-j} \quad \forall \quad \begin{matrix} k = 0,1,2,\dots \\ t \text{ cualquiera} \end{matrix}$$

de donde la primera diferencia ordinaria de la serie esta dada por:

$$Z_t = \nabla Y_t = Y_t - Y_{t-1} \quad \forall \quad t = 2,3,\dots,n$$

Si al aplicar la primera diferencia a la serie, esta aún no es estacionaria conviene aplicar la segunda diferencia:

$$Z_t = \nabla^2 Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}$$

Y así sucesivamente, sin embargo es poco usual aplicar más de dos diferencias ordinarias para transformar una serie en estacionaria. Hay que recordar que debemos tener cuidado en no sobrediferenciar la serie.

Por otra parte si la no-estacionariedad es causada por que la varianza no es constante, tenemos que aplicar una transformación estabilizadora de varianza. Esta transformación es útil antes de cancelar la posible tendencia polinomial adaptiva, por consiguiente antes de aplicar el operador diferencia.

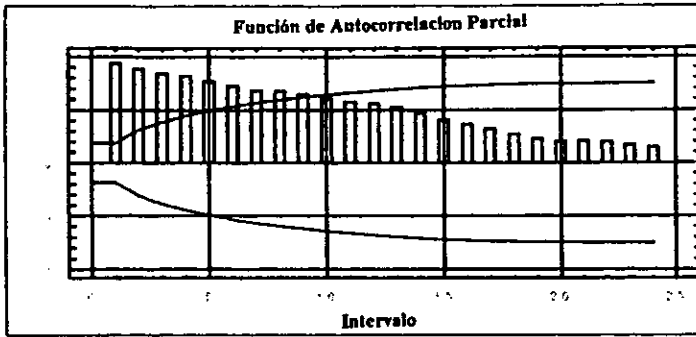
La transformación potencia es:

$$T(Z_t) = \begin{cases} Z_t^\lambda & \text{si } \lambda \neq 0 \\ \log(Z_t) & \text{si } \lambda = 0 \end{cases}$$

Esta transformación se explicará más detalladamente en el próximo capítulo (sección 4.1), durante la identificación del modelo para el IPC.

### 3.2.1.1 Función de autocorrelación y autocorrelación parcial

La función de autocorrelación (FAC) es de gran importancia ya que sirve para identificar si un proceso es estacionario o no, como la  $\rho_k$  mide la autocorrelación entre dos observaciones de la serie de tiempo retrasadas  $k$  unidades de tiempo. Al graficar la FAC podemos observar que es no-dimensional, esto es  $\rho_0 = 1$  y  $(-1 \leq \rho_k \leq 1)$  para  $k > 1$ , además es simétrica alrededor de  $k=0$ , es decir,  $\rho_k = \rho_{-k}$ . Un valor de  $\rho_k$  cercano a 1 indica que las observaciones en el tiempo  $t$  y  $t+k$  son similares en valor, de manera similar cuando las observaciones en el tiempo  $t$  y  $t+k$  son muy distintas  $\rho_k$  se acerca a  $-1$ . Obsérvese la siguiente gráfica de las autocorrelaciones estimadas (*estimated autocorrelations*).



GRÁFICA 3.6

La gráfica es la FAC de una serie no-estacionaria, se puede observar como disminuye muy lentamente. Hay que señalar que sólo se graficaron las primeras 24 autocorrelaciones, ya que son suficientes para mostrarnos el comportamiento de toda la FAC.

Como la  $\rho_k$  no se puede conocer a ciencia cierta, debido a que sólo contamos con una realización finita del proceso, utilizaremos el estimador de  $\rho_k$  que es la autocorrelación muestral  $r_k$ , que denota:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Esta equivalencia entre valores esperados y promedios muestrales de una realización lo suficientemente extensa del período, es por la suposición de que el proceso estacionario posee ciertas propiedades ergódicas.

La gráfica o registro de  $r_k$  para  $k = 1, 2, \dots, n$  Se conoce como Función de Autocorrelación Muestral (FACM). Similarmente la gráfica o registro de los valores de  $\rho_k$  para  $k = 1, 2, \dots, n$  se conoce como Función de Autocorrelación Teórica.

En el proceso de identificación es importante saber en que valores las autocorrelaciones son cero, sin embargo esto requiere criterios especiales, ya que puede suceder que  $\rho_k$  sea cercana a cero, pero no igual.

Esto es por que la FACM esta afectada por variaciones muestrales, que desvirtúan el comportamiento auténtico de las autocorrelaciones.



Para que podamos concluir que tan pequeña debe ser  $r_k$  para que  $\rho_k$  sea cero en cierto valor  $k > q$ .

Utilizamos el siguiente criterio.

$$\rho_k = 0 \quad \text{para } k > q \quad \text{si}$$

$$|r_k| \leq 2 \sqrt{\frac{1}{n-d} \left( 1 + 2 \sum_{j=1}^q r_j^2 \right)} \quad \text{para } k > q$$

Por otra parte otro instrumento para determinar si una series es estacionaria, es la Función de Autocorrelación Parcial. Se denota la autocorrelación parcial entre dos observaciones de la serie de tiempo separadas  $k$  unidades de tiempo por  $\rho_{kk}$ . Como  $\rho_{kk}$  no se puede conocer con certeza utilizaremos un estimador del mismo, que será la autocorrelación parcial muestral denotada por  $r_{kk}$ , que esta dada por la siguiente expresión:

$$r_{kk} = \begin{cases} r_1 & \text{si } k = 1 \\ \frac{r_k - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} r_{k-1,j} r_j} & \text{si } k = 2, 3, \dots \end{cases}$$

donde  $r_{kj} = r_{k-1,j} - r_{kk} r_{k-1,k-j}$  para  $j = 1, 2, \dots, k-1$

La gráfica o registro de  $r_{kk}$  para  $k = 1, 2, \dots, n$  Se conoce como Función de Autocorrelación Parcial Muestral (FACPM). Similarmente la gráfica o registro de los valores de  $\rho_{kk}$  para  $k = 1, 2, \dots, n$  se conoce como Función de Autocorrelación Parcial Teórica (FACPT).

Ahora debemos determinar que tan pequeña debe ser  $r_{kk}$  para que  $\rho_{kk}$  sea cero en cierto valor  $k=p$ .

$$\rho_{kk} = 0 \quad \text{para } k > p \quad \text{si:}$$

$$|r_{kk}| \leq \frac{2}{\sqrt{n-d}} \quad \text{para } k > p$$

### 3.2.2 Modelos de series de tiempo.

#### Modelos autorregresivos $AR(p)$ .

En general un proceso autorregresivo de orden  $p$  esta dado por la siguiente expresión.

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$$

Se llama autorregresivo porque  $Z_t$  es expresado en función de previas realizaciones  $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$  de la misma serie. Si el proceso  $Z_t$  tiene nivel medio constante, es decir,  $E(Z_t) = \mu$  para toda  $t$ , la ecuación se transforma:

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} - \dots - \phi_p Z_{t-p} - \mu = a_t$$

de manera simplificada. esto es:

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = a_t \quad \text{donde} \quad \tilde{Z}_t = Z_t - \mu$$

Un proceso  $AR$  puede ser estacionario o no-estacionario, dependiendo de los valores que tomen las raíces de la ecuación característica  $\phi(x) = 0$ . Un proceso será estacionario, si y sólo si las raíces de la ecuación se encuentran fuera del círculo unitario.

#### Modelo $AR(1)$

Un caso particular de un modelo autorregresivo es un autorregresivo de orden uno  $AR(1)$ . Expresado por:

$$\tilde{Z}_t(1 - \phi(B)) = a_t$$

La condición para que la serie sea estacionaria es:

$$|\phi| < 1$$

Esto es porque la ecuación característica para un proceso autorregresivo de primer orden es  $1 - \phi(x) = 0$ , que se debe encontrar fuera del círculo unitario.

Por otra parte un proceso autorregresivo también se puede expresar en términos de los errores aleatorios, para un modelo  $AR(1)$  quedaría:

Como  $|\phi| < 1$ . Se puede mostrar que la FAC tiende a cero en forma exponencial cuando  $0 < \phi < 1$ , y en forma de senos cuando  $-1 < \phi < 0$ . Además de que la FACP tiende a desaparecer después de un retraso.

### Modelo AR(2)

Un modelo autorregresivo de segundo orden es de la forma:

$$\tilde{Z}_t(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) = a_t$$

Con las siguientes condiciones para que la serie sea estacionaria.

$$\begin{aligned} |\phi_2| &< 1 \\ \phi_2 + \phi_1 &< 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &< 1 \end{aligned}$$

Si las condiciones anteriores se cumplen no es difícil demostrar que la media para un proceso AR(2) es cero y su varianza es:

$$\begin{aligned} \text{Var}(\tilde{Z}_t) &= \gamma_0 = E(\tilde{Z}_t)^2 \\ &= \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \sigma_a^2 \end{aligned}$$

De igual manera las autocovarianzas son:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t+k}) \\ &= \phi_1 E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t+k-1}) + \phi_2 E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t+k-2}) \\ &= \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} \end{aligned}$$

y al dividir  $\gamma_k$  entre la varianza, obtenemos la autocorrelación:

$$\begin{aligned} \rho_k &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \\ &= \frac{\phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2}}{\gamma_0} \\ &= \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} \end{aligned}$$

Donde las dos primeras autocorrelaciones son:

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2$$

Al expresarlas estas relaciones en términos de  $\phi_1$  y  $\phi_2$

$$\rho_1 = \frac{\phi_1}{1 - \phi_2}$$

$$\rho_2 = \frac{\phi_1^2}{1 - \phi_2} + \phi_2$$

Se puede mostrar que la FACP tiende a desaparecer después de dos retrasos y que la FAC decrece en forma exponencial o en forma sinoidal.

### Modelo AR(P)

Como ya se vió anteriormente un proceso autorregresivo de orden  $p$ , esta dado por:

$$\bar{Z}_t = \phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \phi_2 \bar{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + a_t$$

El proceso es estacionario si las raíces de la ecuación  $1 - \phi_1(x) - \phi_2(x^2) - \dots - \phi_p(x^p) = 0$ , se encuentran fuera del círculo unitario.

La media, varianza y función de covarianza del proceso son

$$\begin{aligned} E(\bar{Z}_t) &= E(\phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \phi_2 \bar{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + a_t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\bar{Z}_t) &= E[\bar{Z}_t(\phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \phi_2 \bar{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + a_t)] \\ &= \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\bar{Z}_t) &= E(\bar{Z}_t \bar{Z}_{t+k}) \\ &= \begin{cases} \phi_1 + \phi_2 \gamma_1 + \dots + \phi_p \gamma_{p-1} \\ \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p \gamma_{p-2} \\ \vdots \\ \phi_1 \gamma_{p-1} + \phi_2 \gamma_{p-2} + \dots + \phi_p \end{cases} \end{aligned}$$

La FAC para las primeras  $p$  autocorrelaciones de un proceso  $AR(p)$  surgen de las ecuaciones de Yule-Walker.

$$\rho_k = \begin{cases} \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \dots + \phi_p\rho_{p-1} & k = 1 \\ \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p\rho_{p-2} & k = 2 \\ \vdots & \\ \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \dots + \phi_p & k = p \end{cases}$$

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \dots + \phi_p\rho_{k-p} \quad k \geq p+1$$

La FAC converge a cero, dicho comportamiento es dictado por las primeras  $p$  autocorrelaciones y por la relación de  $\rho_k$  para  $k > p$ . La FACP muestra que las primeras  $p$  autocorrelaciones parciales son distintas de cero.

#### Modelo de promedios móviles o medias móviles (MA).

Un proceso de medias móviles lo podemos representar de la siguiente manera:

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Siendo  $\mu$  el nivel del proceso, y  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  los parámetros de promedios móviles. Estos parámetros a diferencia de los autorregresivos no tienen que cumplir condiciones para que el proceso sea estacionario, pero sí en cambio para que el proceso sea invertible.

El término invertible se utilizará cuando un proceso  $MA$  pueda representarse en forma de un autorregresivo  $AR(\infty)$ . Esto ya lo vimos anteriormente cuando se expuso cual sería la representación de un modelo  $AR(1)$  en términos de los errores aleatorios, hay que recordar que la condición que se debía cumplir era que  $|\phi| < 1$ .

Para que un proceso  $MA$  sea invertible se requiere que las raíces de la ecuación  $\theta(x) = 0$  se encuentren fuera el círculo unitario. Podemos pensar ¿De qué manera nos puede servir saber si un proceso  $MA$  es invertible?, la importancia radica en que todo proceso invertible está determinado de manera única por su función de autocorrelación.

Esto quiere decir que podemos tener dos procesos *MA* del mismo orden, y con procesos que están determinados de distinta manera, sin embargo al analizar la FAC de los dos notaremos que es la misma.

Por otra parte puede observarse que el proceso depende totalmente del ruido blanco y no del valor de las mismas observaciones. Otra alternativa para expresar el proceso de manera más simple es:

$$\tilde{Z}_t = \theta(B)a_t; \text{ donde } \tilde{Z}_t = Z_t - \mu$$

Al saber que el proceso es invertible su representación es

$$\pi(B)\tilde{Z}_t = a_t$$

donde:

$$\pi(B)\theta(B) = 1$$

### Modelo MA(1)

Un modelo particular de un proceso de medias móviles es un proceso de medias móviles de orden uno, que se denota por *MA(1)*:

$$\tilde{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Para que el proceso sea invertible se debe cumplir que:

$$|\theta_1| < 1$$

Con media y varianza

$$\begin{aligned} E(\tilde{Z}_t) &= E(Z_t) - \mu \\ &= 0 \\ \text{Var}(\tilde{Z}_t) &= E[(\tilde{Z}_t - \mu)^2] \\ &= \sigma_a^2(1 + \theta_1^2) \end{aligned}$$

las autocovarianzas y la función de autocorrelación para este proceso son:

$$\gamma_k = \begin{cases} -\theta\alpha_a^2 & \text{cuando } k = 1 \\ 0 & \text{si } k \geq 2 \end{cases}$$

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta}{1+\theta^2} & \text{si } k = 1 \\ 0 & \text{si } k \geq 2 \end{cases}$$

La FACP de un proceso *MA* decrece siguiendo una mezcla de exponenciales y/o sinusoidal, en cambio la FAC tiende a desaparecer después de un retraso. Cabe señalar que aunque sólo se tenga la primera autocorrelación esta debe cumplir  $|\rho_1| \leq 0.5$ , ya que de otra forma pensaríamos en un modelo *AR* por la alta correlación entre las observaciones.

#### Modelo MA(2)

Un proceso de medias móviles de segundo orden *MA(2)* lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$\tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)\alpha_t$$

Para que el proceso sea invertible se requiere que se cumplan las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} |\theta_2| &< 1 \\ \theta_2 + \theta_1 &< 1 \\ \theta_2 - \theta_1 &< 1 \end{aligned}$$

Un proceso *MA(2)* tiene como media, varianza y covarianza las siguientes relaciones:

$$E(\tilde{Z}_t) = 0$$

$$Var(\tilde{Z}_t) = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma_a^2$$

$$\gamma_k = \begin{cases} (-\theta_1 + \theta_1\theta_2)\sigma_a^2 & \text{si } k = 1 \\ (-\theta_2)\sigma_a^2 & \text{si } k = 2 \\ 0 & \text{si } k \geq 3 \end{cases}$$

Conociendo  $\gamma_k$  es sencillo obtener la FAC para el proceso *MA(2)*

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & \text{si } k=1 \\ \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2} & \text{si } k=2 \\ 0 & \text{si } k \geq 3 \end{cases}$$

La FACP de un proceso  $MA(2)$  decrece siguiendo una mezcla de exponenciales y/o senos. además de que su FAC tiende a desaparecer después de dos retrasos. Es importante saber las restricciones que existen acerca de los valores que puede tomar las autocorrelaciones para que pertenezcan a un  $MA(2)$ , las cuales son:

$$\begin{aligned} \rho_1^2 &\leq 0.5 \\ |\rho_2| &\leq 0.5 \end{aligned}$$

#### Modelo $MA(q)$

Anteriormente se expuso la representación de un modelo  $MA(q)$ , ahora sólo resta calcular sus momentos

$$\begin{aligned} E(\tilde{Z}_t) &= (a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}) \\ &= 0 \\ \text{Var}(\tilde{Z}_t) &= (a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q})^2 \\ &= \sigma_a^2 \sum_{i=0}^q \theta_i^2 \end{aligned}$$

con la condición de que  $\theta_0 = 1$ . La autocovarianza de  $MA(q)$  es

$$\begin{aligned} \gamma_k &= E(\tilde{Z}_t \tilde{Z}_{t-k}) \\ &= E(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q})(a_{t-k} - \theta_1 a_{t-k-1} - \dots - \theta_q a_{t-k-q}) \end{aligned}$$

Como se puede observar en un proceso  $MA$  ni la media, varianza y covarianza dependen del tiempo.

Podemos expresar la covarianzas de manera más general por:

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 (-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q) & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Utilizando los resultados de la varianza y las covarianzas podemos notar que la función de autocorrelación es



$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q)}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Las restricciones sobre los valores que pueden tomar las autocorrelaciones  $\rho_k$  en un proceso  $MA(q)$  son

$$|\rho_k| \leq \begin{cases} \cos[\pi / (M + 1)] & \text{si } k \text{ es divisor de } k + 1 \\ \cos[\pi / (M + 2)] & \text{si } k \text{ no es divisor de } k + 1 \end{cases}$$

donde

$$M \text{ (mayor entero)} \leq \frac{(q+1)}{k}$$

#### Modelo autorregresivo y de promedios móviles $ARMA(p, q)$

Al construir algún modelo de series de tiempo se trata que este incluya el menor número de parámetros, sabiendo esta necesidad se han generalizado los modelos  $AR(p)$  y  $MA(q)$ , combinándolos y obteniendo un modelo  $ARMA(p, q)$ , el cual incluye parámetros autorregresivos y de medias móviles, cumpliendo de esta manera el principio de parsimonia.

La representación del modelo  $ARMA(p, q)$  es

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \alpha_t$$

Las condiciones de estacionaridad e invertibilidad para un modelo  $AR(p)$  y  $MA(q)$  respectivamente, son exactamente las mismas para el modelo  $ARMA(p, q)$ .

Un  $ARMA(p, q)$  es estacionario si los valores de la ecuación  $\phi(x) = 0$  se encuentran fuera del círculo unitario, y es invertible si las raíces de la ecuación  $\theta(x) = 0$  se encuentran también fuera el círculo unitario.

Un caso particular de un modelo  $ARMA(p, q)$  es el modelo  $ARMA(1, 1)$

$$(1 - \phi_1 B) \tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B) \alpha_t$$

el modelo  $ARMA(1, 1)$  es estacionario e invertible si

$$|\phi_1| < 1$$

$$|\theta_1| < 1$$

Si el proceso es estacionario e invertible, implica que podemos representar el proceso en función de previas realizaciones  $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-j}$  de la misma serie, y/o en términos de ruido blanco  $a_t$ . Es importante saber la manera en que podemos representar un proceso, ya que es útil al calcular los momentos del modelo. De esta forma sabremos fácilmente cuál es la media, varianza y autocovarianzas del proceso.

$$\begin{aligned} E(\bar{Z}_t) &= E(\phi Z_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Var}(\bar{Z}_t) &= E[(\bar{Z}_t)]^2 \\ &= \phi E(\bar{Z}_t \bar{Z}_{t-1}) + E(\bar{Z}_t a_t) - \theta E(\bar{Z}_t a_{t-1}) \\ &= \phi \gamma_1 + \sigma_a^2 - \theta \phi \sigma_a^2 + \theta^2 \sigma_a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\bar{Z}_t, \bar{Z}_{t-k}) &= \phi E(\bar{Z}_{t-1}, \bar{Z}_{t-k}) + E(a_t, \bar{Z}_{t-k}) - \theta E(a_{t-1}, \bar{Z}_{t-k}) \\ &= \begin{cases} \phi \gamma_0 - \theta \sigma_a^2 & \text{si } k = 1 \\ \phi \gamma_{k-1} & \text{si } k \geq 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Para determinar la FAC hay que hacer unas sencillas sustituciones para expresar la varianza y la primera covarianza en términos de los parámetros autorregresivos y los de medias móviles:

$$\begin{aligned}
\gamma_0 &= \frac{(1-2\phi\theta+\theta^2)\sigma_a^2}{1-\phi^2} \\
\gamma_1 &= \frac{(1-\phi\theta)(\phi-\theta)\sigma_a^2}{1-\phi^2} \\
\gamma_2 &= \frac{\phi(1-\phi\theta)(\phi-\theta)\sigma_a^2}{1-\phi^2} \\
&\vdots \\
\gamma_k &= \frac{\phi^{k-1}(1-\phi\theta)(\phi-\theta)\sigma_a^2}{1-\phi^2} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots
\end{aligned}$$

dando origen a la FAC

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(1-\phi\theta)(\phi-\theta)}{1-2\phi\theta+\theta^2} & k = 1 \\ \phi\rho_{k-1} & k \geq 2 \end{cases}$$

Se puede mostrar como la FAC de un proceso  $ARMA(1,1)$  decrece en forma exponencial a partir de  $\rho_1$ . En general para un proceso  $ARMA(p,q)$ , los primeros  $q$  retrasos de la FAC serán afectados sólo por los parámetros de medias móviles, y para los retrasos mayores a  $q$  serán afectados por los parámetros autorregresivos.

#### Modelo autorregresivo integrado y de promedios móviles

Estos son una generalización de los  $ARMA$ . Supongamos que el proceso  $Z_t$  es no estacionario, y supongamos también que esto es causado por una tendencia polinomial adaptiva. Como se vió antes, esto no significa algún problema en el estudio de series de tiempo, debido a que si aplicamos el operador diferencia ordinaria un número adecuado de veces podemos eliminar la tendencia y a su vez volver la serie estacionaria. Este proceso estacionario se denotará por  $\{W_t\}$  y lo emplearemos en el estudio de los modelos  $ARIMA(p,d,q)$ .

El modelo  $ARIMA(p,d,q)$  consta de un polinomio autorregresivo de orden  $p$ , una diferencia ordinaria de orden  $d$  y de un polinomio de promedios móviles de orden  $q$ .

La expresión para el modelo es

$$\phi(B)W_t = \theta(B)\alpha_t \quad \text{donde } W_t = \nabla^d \bar{Z}_t$$

### 3.2.3 Modelos de series de tiempo estacionales

Una serie estacional es aquella que aparte de contener una tendencia y/o ciclos de larga duración muestre fluctuaciones que se repiten periódicamente, tal vez con cambios graduales con el paso de los años. Antes de empezar con el estudio de los modelos estacionales definiremos el operador salto hacia atrás (backward shift operator) o de retraso  $B$ .

$$\begin{aligned} B(Z_t) &= Z_{t-1} \\ &\vdots \\ B^k(Z_t) &= Z_{t-k} \end{aligned}$$

Ahora nos será más fácil notar la relación que existe entre el operador  $B$  y el operador diferencia ordinaria.

$$\nabla = 1 - B$$

$$\text{En general } \nabla^d Z_t = (1 - B)^d Z_t$$

donde  $d$  es el grado de diferenciación ordinaria requerido para producir una serie de tiempo estacionaria.

Hay que notar que la mayoría de las expresiones utilizadas por Box y Jenkins hacen uso del operador  $B$ , expresando en términos de este los modelos que ya estudiamos.

El interés por estudiar el operador estacional surge de la importancia para producir series estacionarias, por ejemplo, hay ocasiones en las que una serie  $Z_t$  posee variación estacional y puede ser no estacionaria, al aplicar el operador  $\nabla$  se puede producir estacionaridad, sin embargo hay veces en que es necesario aplicar el operador estacional para producir series estacionarias. Definimos al operador estacional por

$$\nabla_s = (1 - B^s)$$

$$\text{En general } \nabla_s Z_t = Z_t - Z_{t-s}$$

### Modelo estacional autorregresivo

Podemos expresar un modelo estacional autorregresivo  $SAR(P)$  por

$$\Phi(B^s)\tilde{Z}_t = a_t$$

donde

$$\Phi(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{ps}$$

En particular un modelo  $SAR(1)$  puede denotarse por

$$\tilde{Z}_t = \Phi \tilde{Z}_{t-s} + a_t$$

Cabe mencionar que la FAC para un modelo estacional autorregresivo  $SAR(P)$  es similar en características a la de un modelo ordinario autorregresivo  $AR(p)$ . De esta forma la metodología ya desarrollada para modelos  $AR(p)$  se generaliza para los modelos que son puramente estacionales. Es importante indicar que los valores de las autocorrelaciones distintas de cero aparecen en intervalos múltiplos de  $s$  para los modelos estacionales.

También es digno de mención la introducción de letras mayúsculas en el orden ( $P$ ) de los modelos estacionales para evitar confusión con los modelos ordinarios.

### Modelos estacionales de medias móviles

Una serie de tiempo esta gobernada por un proceso de medias móviles estacionales si el valor actual de la serie la podemos representar a través de errores aleatorios ocurridos  $s, 2s, \dots$  observaciones antes. Esto es

$$\tilde{Z}_t = \Theta(B^s)a_t$$

donde

$$\Theta(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_q B^{qs}$$

En particular un modelo estacional de promedios móviles de primer orden  $SMA(1)$  se representara por

$$\tilde{Z}_t = a_t - \Theta_1 a_{t-s}$$

Al igual que en los modelos autorregresivos existe analogía entre las FAC's de los procesos  $MA(q)$  y los  $SMA(Q)$ , esta analogía se generaliza para modelos como los multiplicativos que se estudiarán a continuación.

### Modelo multiplicativo estacional

Con el fin de representar aún más una mayor cantidad de fenómenos, se han extendido la aplicabilidad de los modelos hasta aquí estudiados. Antes de construir el modelo multiplicativo estacional es conveniente definir el modelo estacional autorregresivo  $ARIMA(P,D,Q)$

$$\Phi(B^s)\tilde{Z}_t = \Theta(B^s)a_t$$

Ahora ya es posible construir un modelo mezclado llamado modelo multiplicativo estacional nos da casi la certeza de que se encontraremos un modelo adecuado al fenómeno. Este modelo es denotado por  $ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)$  y su representación es

$$\begin{aligned} \phi(B)\Phi(B^s)\tilde{Z}_t &= \theta(B)\Theta(B^s)a_t \\ \text{con } \tilde{Z}_t &= Z_t - \mu \end{aligned}$$

#### 3.2.4 Estimación de los parámetros.

Una vez que se ha identificado un buen modelo, el siguiente paso es obtener los estimadores de los parámetros del modelo. Los estimadores para los  $p$  parámetros autorregresivos  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  y los  $q$  parámetros de medias móviles  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ .

Al llevar a cabo la estimación se propone encontrar un vector  $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p)$  y un vector  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)$  que minimicen la suma de los errores al cuadrado:

$$S(\phi, \theta) = \sum_{t=1}^n a_t^2$$

los vectores que minimizan  $S(\phi, \theta)$  serán

$$\hat{\phi} = (\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_q)$$

$$\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_q)$$

por lo tanto  $S(\phi, \theta)$  se transforma en

$$S(\hat{\phi}, \hat{\theta}) = \sum_{i=1}^n \hat{a}_i$$

Para aplicar el método de máxima verosimilitud (*ML*) se supone que los errores  $a_i$  se distribuyen normalmente con media cero y varianza  $\sigma_a^2$ .

$$f(a_i) = \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(a_i)^2}{2\sigma_a^2}}$$

donde la función de verosimilitud es

$$L(\phi, \theta, \sigma_a^2, a_1, a_2, \dots, a_n) = \prod_{i=1}^n f(a_i)$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(a_i)^2}{2\sigma_a^2}}$$

el siguiente paso del método consiste en aplicar el logaritmo a la función de verosimilitud

$$\log L(\phi, \theta, \sigma_a^2, a_1, a_2, \dots, a_n) = \log \left[ \left( \frac{1}{\sigma_a^2 2\pi} \right)^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (a_i)^2}{2\sigma_a^2}} \right]$$

$$= -\frac{n}{2} \log \sigma_a^2 - \frac{n}{2} \log 2\pi - \frac{\sum_{i=1}^n (a_i)^2}{2\sigma_a^2}$$

ahora  $\log L(\phi, \theta, \sigma_a^2, a_1, a_2, \dots, a_n)$  debe maximizarse, para esto derivamos con respecto a  $\sigma_a^2$  e igualamos a cero la expresión

$$\left. \frac{\partial \log L(\phi, \theta, \sigma_a^2, a_1, a_2, \dots, a_n)}{\partial \sigma_a^2} \right|_{\sigma_a^2 = \hat{\sigma}_a^2} = 0$$

$$\hat{\sigma}_a^2 = \frac{\sum_{i=1}^n a_i^2}{n}$$

Se observa que el problema de maximizar  $\log L(\phi, \theta, \sigma_a^2, a_1, a_2, \dots, a_n)$  se reduce a minimizar la suma de los errores al cuadrado. También podemos verificar que bajo la suposición de normalidad el estimador de máxima verosimilitud es igual al de mínimos cuadrados.

*Nota: el método de estimación por mínimos cuadrados (OLS) consiste en minimizar los*

$$\text{residuales } \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

Al tratar de minimizar  $S(\phi, \theta)$  nos podemos topar con algunas dificultades (cuando el proceso contiene términos de medias móviles), debido a que la expresión

$$a_i = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} W_i \text{ es no lineal.}$$

donde  $W_i = \nabla^d \tilde{Z}_i$ .

Para ver esto más claramente supongamos que contamos con un modelo  $ARMA(1, 1)$

$$\begin{aligned} a_i &= \left[ \frac{1 - \phi(B)}{1 - \theta(B)} \right] \tilde{Z}_i \\ &= \left[ (1 - \phi(B))(1 + \theta B + (\theta B)^2 + \dots) \right] \tilde{Z}_i \\ &= \left[ 1 - (\phi - \theta)B - \theta(\phi - \theta)B^2 - \theta^2(\phi - \theta)B^3 - \dots \right] \tilde{Z}_i \end{aligned}$$

en esta expresión podemos observar como los parámetros de medias móviles son no lineales. Así en general

cuando tratemos encontrar un valor  $\hat{\theta}$  que sea solución de  $\left. \frac{\partial S(\phi, \theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta = \hat{\theta}} = 0$  se debe aplicar un proceso de

estimación no lineal.



Para estos casos Box y Jenkins sugieren un método de estimación no lineal, que es usado por varios paquetes estadísticos. Donde los valores iniciales serán corregidos iterativamente hasta minimizar  $S(\phi, \theta)$ .

El método requiere entonces de la obtención de valores iniciales. Si el modelo es un  $AR(p)$  estos valores pueden obtenerse como solución de las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} r_1 &= \tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_2 r_1 + \dots + \tilde{\phi}_p r_{p-1} \\ r_2 &= \tilde{\phi}_1 r_1 + \tilde{\phi}_2 + \dots + \tilde{\phi}_p r_{p-2} \\ &\vdots \\ r_p &= \tilde{\phi}_1 r_{p-1} + \tilde{\phi}_2 r_{p-2} + \dots + \tilde{\phi}_p \end{aligned}$$

Si el modelo es  $MA(q)$  las relaciones entre los parámetros  $\theta_1, \dots, \theta_q$  y las autocorrelaciones  $\rho_i$  son no lineales, por lo tanto se deberá resolver el siguiente sistema de ecuaciones no lineales

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{(-\tilde{\theta}_1 + \tilde{\theta}_1 \tilde{\theta}_2 + \dots + \tilde{\theta}_{q-1} \tilde{\theta}_q)}{(1 + \tilde{\theta}_1^2 + \tilde{\theta}_2^2 + \dots + \tilde{\theta}_q^2)} \\ r_2 &= \frac{(-\tilde{\theta}_2 + \tilde{\theta}_1 \tilde{\theta}_3 + \dots + \tilde{\theta}_{q-2} \tilde{\theta}_q)}{(1 + \tilde{\theta}_1^2 + \tilde{\theta}_2^2 + \dots + \tilde{\theta}_q^2)} \\ &\vdots \\ r_q &= \frac{(-\tilde{\theta}_q)}{(1 + \tilde{\theta}_1^2 + \tilde{\theta}_2^2 + \dots + \tilde{\theta}_q^2)} \end{aligned}$$

Finalmente si el modelo es un  $ARMA(p, q)$  se presentan tanto ecuaciones lineales como no lineales para obtener los valores iniciales. El siguiente sistema proporciona las estimaciones iniciales  $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \dots, \tilde{\phi}_p$  que deberán sustituirse en las ecuaciones de las primeras  $q$  autocorrelaciones muestrales para determinar los valores iniciales  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_q$ .

$$\begin{aligned} r_{q+1} &= \tilde{\phi}_1 r_q + \tilde{\phi}_2 r_{q-1} + \dots + \tilde{\phi}_p r_{q-p+1} \\ r_{q+2} &= \tilde{\phi}_1 r_{q+1} + \tilde{\phi}_2 r_q + \dots + \tilde{\phi}_p r_{q-p+2} \\ &\vdots \\ r_{q+p} &= \tilde{\phi}_1 r_{q+p-1} + \tilde{\phi}_2 r_{q+p-2} + \dots + \tilde{\phi}_p r_q \end{aligned}$$

### 3.2.5 Diagnóstico del modelo

Después que se ha identificado un modelo apropiado para la serie de tiempo, es importante la adecuación o diagnóstico del modelo, y en caso de ser necesario sugerir mejoras. El camino que se debe seguir es el análisis de los residuales, esto quiere decir que debemos examinar las diferencias entre los datos observados y la estimación dada por el modelo.

Los residuales para un modelo  $\phi(B)W_t = \theta(B)a_t$ , son

$$\hat{a}_t = \frac{\hat{\phi}(B)}{\hat{\theta}(B)} W_t$$

Es fácil obtener  $\hat{a}_t$  en términos de  $W_t$  y de  $\hat{W}_t$

$$\begin{aligned} \text{si } W_t &= \hat{a}_t + \hat{\pi}_1 W_{t-1} + \hat{\pi}_2 W_{t-2} + \dots & \text{y } \hat{W}_t &= \hat{\pi}_1 \hat{W}_{t-1} + \hat{\pi}_2 \hat{W}_{t-2} + \dots \\ \therefore \hat{a}_t &= W_t - \hat{W}_t \end{aligned}$$

donde se puede ver que los residuales miden la discrepancia entre los valores observados y los valores estimados del modelo. Cuando el tamaño de la muestra es grande  $a_t$  y  $\hat{a}_t$  son básicamente iguales.

En el análisis de los residuales se realiza la verificación de los siguientes supuestos.

1.  $\{a_t\}$  tiene media cero.

Primero hallemos la media y la varianza de los residuales

$$\begin{aligned} \bar{\hat{a}} &= \sum_{t=d+p+1}^N \frac{\hat{a}_t}{N-d-p} \\ \hat{\sigma}_a &= \sqrt{\frac{\sum_{t=d+p+1}^N (\hat{a}_t - \bar{\hat{a}})^2}{N-d-p-1}} \end{aligned}$$

$$\text{si } \left| \frac{\bar{\hat{a}} \sqrt{N-d-p}}{\hat{\sigma}_a} \right| < 2 \text{ no se rechaza el supuesto}$$

si  $\left| \frac{\hat{a} \sqrt{N-d-p}}{\hat{\sigma}_a} \right| \geq 2$  se rechaza el supuesto, esto quiere decir que la media de los residuales es

significativamente distinta de cero.

En caso de rechazar el supuesto, se deben analizar dos situaciones

- Existencia de una tendencia adaptiva en los residuales, por lo que se debe aplicar una diferencia adicional.
- Existencia de alguna tendencia determinista, en donde se deberá incluir en el modelo una constante  $\theta_0$ , que puede calcularse de  $\theta_0 = \bar{\hat{a}}$ .

2.  $\{a_t\}$  tiene varianza constante

Se debe realizar un gráfica de los residuales contra el tiempo, no se rechaza la hipótesis si se observa en la distribución de los residuales una banda sin gran dispersión de los mismos.

En caso de que la varianza no sea constante se deberá hacer una corrección de la transformación estabilizadora de varianza.

3.  $\{a_t\}$  son independientes.

Esto es que  $Corr(a_t, a_{t+k}) = 0$  para  $k \neq 0$ . Lo anterior puede verificarse si la FACM de los residuales son tan pequeños o nulos, tomando como estadístico

$$Q(K) = (N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2(\hat{a})}{(N-d-p-k)}$$

donde la FACM de los residuales  $\{r_k(\hat{a})\}$  esta dada por

$$r_k(\hat{a}) = \frac{\sum_{t=d+p+1}^{N-k} \hat{a}_t \hat{a}_{t+k}}{\sum_{t=d+p+1}^N \hat{a}_t^2} \quad k > 0$$

Por otra parte  $Q(K) \sim \chi_{K-p-q}^2$

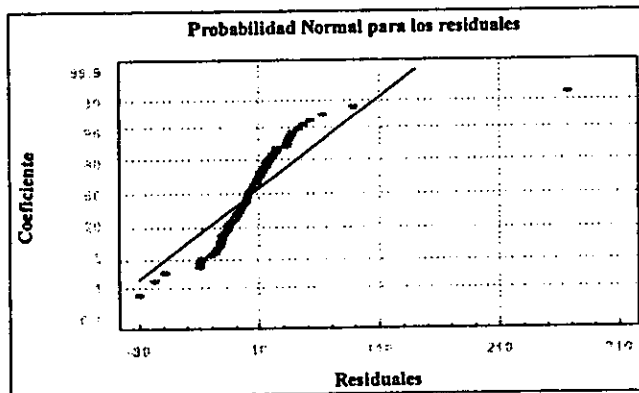
El modelo es adecuado si los errores son ruido blanco, este supuesto se rechaza si los valores de  $Q(K)$  son grandes en relación con los valores en tablas de la ji cuadrada.

El supuesto no se rechaza si  $Q(K) < \chi^2_{K-p-q}$ .

4.  $a_i \sim N(0, \sigma_a^2)$

Para realizar esta verificación se utilizará la gráfica de la probabilidad normal para los residuales. En caso de que los residuales se distribuyan normalmente, su acumulación es casi uniforme sobre la recta.

Aún cuando el modelo sea adecuado algunos residuales pueden mostrar desviación de la línea, por lo que debemos tomar en cuenta sólo las desviaciones muy grandes. Los datos de los residuales que se despegan bastante de la recta deben investigarse minuciosamente, ya que esto puede deberse a causas exógenas al proceso, o por un error en el registro de los datos. ver gráfica 3.7



GRÁFICA 3.7

5. De no aberrantes.

La gráfica de los residuales contra el tiempo permite ver si existen este tipo de observaciones irregulares. Los residuales deben estar en el intervalo  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$ , en caso contrario puede ser por un simple error de copiado de datos, o que ocurrió un evento altamente improbable. Hay que tener bastante cuidado ya que cada observación puede ser muy valiosa en el análisis de la serie.

### 3.2.6 Pronósticos.

La generación de pronósticos es la última etapa del proceso de Box-Jenkins y lo que me motivó a desarrollar este tema, esta por demás remarcar la importancia de los pronósticos ya que esto se profundizó en el primer capítulo. Sólo resta estudiar la mecánica del cálculo de pronósticos que en realidad no tiene mayor dificultad, además que podemos apoyarnos en paquetes estadísticos que resuelven estas tareas de manera más ágil.

Supongamos que contamos con un modelo *ARMA* que se desea utilizar para la obtención de pronósticos de la serie  $\{W_t\}$  estacionaria. Si el modelo se puede representar por

$$W_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)} a_t$$

donde

$$\frac{\phi(B)}{\theta(B)} = \psi(B) \quad y \quad W_t = \nabla^d T(Z_t)$$

definiremos a

$\tilde{W}_t(h)$  Pronóstico de la observación  $W_{t+h}$  a partir del origen  $t$ .

$\hat{W}_t(h)$  Pronóstico óptimo de la observación  $W_{t+h}$  a partir del origen  $t$ .

Donde el error cuadrático medio mínimo es el criterio que se utiliza para determinar lo óptimo del pronóstico. En otras palabras  $\hat{W}_t(h)$  debe satisfacer

$$E_t [W_{t+h} - \hat{W}_t(h)]^2 = \min_{\tilde{W}_t(h)} E_t [W_{t+h} - \tilde{W}_t(h)]^2$$

$E_t$  expresa la esperanza condicional, dada toda la información en el momento  $t$

El pronóstico con error cuadrático medio mínimo es

$$\hat{W}_t(h) = E_t(W_{t+h})$$

y el error del pronóstico con origen en el tiempo  $t$

$$e_t(h) = W_{t+h} - \hat{W}_t(h)$$

generalizando obtenemos

$$E_i(W_{t+h-j}) = \begin{cases} W_{t+h-j} & \text{si } j \geq h \\ \hat{W}_i(h-j) & \text{si } j < h \end{cases}$$

$$E_i(a_{t+h-j}) = \begin{cases} W_{t+h-j} - \hat{W}_i(h-j-1)(1) & \text{si } j \geq h \\ 0 & \text{si } j < h \end{cases}$$

Para pronosticar series no estacionarias no hay mayor problema, supongamos que contamos con un proceso *ARIMA(p,d,q)* con alguna transformación  $T(Z)$ .

$\phi(B)\nabla^d T(Z_t) = \theta(B)a_t$ , para mayor comodidad integraremos  $\phi(B)\nabla^d = \phi(B)$ , en este caso el pronóstico óptimo de la serie  $T(Z_t)$  es

$$\begin{aligned} \hat{T}(Z_t)(h) &= E_i[T(Z_{t+h})] \\ &= \varphi_1 E_i[T(Z_{t+h-1})] + \dots + \varphi_{p+d} E_i[T(Z_{t+h-p-d})] + E_i(a_{t+h}) - \theta_1 E_i(a_{t+h-1}) - \dots - \theta_q E_i(a_{t+h-q}) \end{aligned}$$

generalizando los pronósticos con errores mínimos cuadráticos para series no estacionarias

$$E_i[T(Z_{t+h-j})] = \begin{cases} T(Z_{t+h-j}) & \text{si } j \geq h \\ \hat{T}(Z_t)(h-j) & \text{si } j < h \end{cases}$$

$$E_i(a_{t+h-j}) = \begin{cases} T(Z_{t+h-j}) - \hat{T}(Z_t)(h-j-1)(1) & \text{si } j \geq h \\ 0 & \text{si } j < h \end{cases}$$

### 3.2.6.1 Intervalos de confianza

Los límites con el 95% de confianza de  $T(Z_{t+h})$  serán

$$\hat{T}(Z_t)(h) \pm 1.96 \left( \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2 \right)^{1/2} \sigma_a$$

En general para límites de  $100(1-\alpha)\%$  de confianza

$$\hat{T}(Z_t)(h) \pm Z_{\alpha/2} \left( \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2 \right)^{1/2} \sigma_a$$

donde

$$\hat{\psi}_j = \begin{cases} \hat{\theta}_j + \hat{\phi}_1 \hat{\psi}_{j-1} + \dots + \hat{\phi}_{p+d} \hat{\psi}_{j-p-d} & \text{si } j = 1, \dots, q \\ \hat{\phi}_1 \hat{\psi}_{j-1} + \dots + \hat{\phi}_{p+d} \hat{\psi}_{j-p-d} & \text{si } j > q \end{cases}$$

$$\hat{\psi}_0 = -1 \quad \text{y} \quad \hat{\psi}_{j-i} = 0 \quad \text{si } j < i$$

Otro aspecto importante al pronosticar es la actualización de estos pronósticos, ya que con el paso del tiempo los pronósticos que habíamos hecho van perdiendo validez al ser reemplazados por su valores reales que son de mayor utilidad en la realización de nuevos pronósticos.

Al ajustar los pronósticos lo podemos hacer por:

- Pronósticos actualizados en forma secuencial (se reestiman los parámetros)
- Pronóstico Adaptivo (sólo se cambia el origen)





#### 4.1 Identificación de un modelo ARIMA(p,d,q) para el IPC.

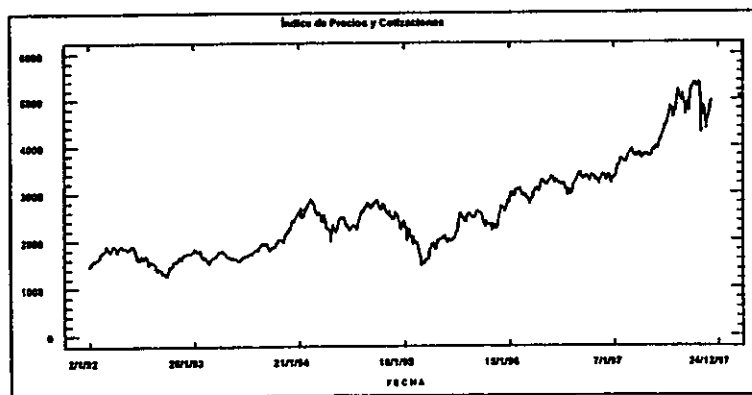
El objetivo principal de este capítulo es aplicar la metodología ya estudiada en el análisis de series de tiempo en la construcción de un modelo *ARIMA* que nos sirva para pronosticar el Índice de Precios y Cotizaciones.

Para llevar a cabo la construcción del modelo se requirió de registros del Índice de Precios y Cotizaciones de enero de 1992 a noviembre de 1997, estos datos fueron proporcionados en la Subdirección de Información y Estadística de la Bolsa Mexicana de Valores.

Como sugiere la metodología de Box y Jenkins, antes de empezar con la evaluación de posibles modelos, es conveniente graficar la serie original del *IPC* así como sus respectivas *FAC* y *FACP* esto es fundamental dentro del proceso de identificación.

Cabe señalar que los datos originales del *IPC*, así como las posibles transformaciones que se le hicieron a la serie se presentan en el apéndice de esta tesis.

La siguiente gráfica muestra el comportamiento del *IPC* durante los últimos cinco años.

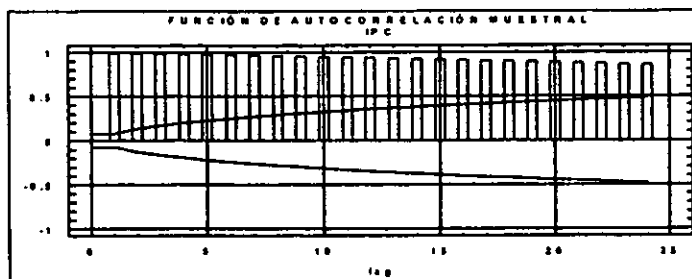


GRÁFICA 4.1

Podemos observar a simple vista las características más relevantes del *IPC* como son la tendencia creciente, y heteroscedasticidad (varianza no constante). Es importante notar que durante todo el año de 1992 y gran parte de 1993 el índice se mantenía por debajo de las 2000 unidades, con un nivel medio más o menos estable, este nivel fue tornándose inestable caracterizado con grandes variaciones.

Por ejemplo; las caídas del índice en enero de 1995 y noviembre de 1997, aunque en 1997 se observa una rápida recuperación.

Para tener más información acerca de la serie se graficaron a continuación su Función de Autocorrelación.



GRÁFICA 4.2

Se nota como la FACM decrece en forma extremadamente lenta, por lo que suponemos que la serie es no estacionaria. La no estacionariedad homogénea de la serie la podemos eliminar fácilmente aplicando el operador diferencia ordinaria, como ya lo hablamos estudiado antes; sin embargo antes hay que analizar que transformación potencia estabiliza la varianza. La varianza la podemos estabilizar aplicando transformaciones logarítmicas o raíces cuadradas, no obstante para saber a ciencia cierta que transformación es la idónea recurriremos al criterio utilizado por *Bartlett*.

El método consiste en elegir la potencia  $\lambda$  que proporcione el mínimo coeficiente de variación, de tal forma que satisfaga

$$S_h / \bar{Z}_h^{1-\lambda} = \text{constante} \quad h = 1, \dots, H$$

donde;  $S_h$  es la desviación estándar del grupo  $h$  y  $\bar{Z}_h^{1-\lambda}$  es la media del grupo  $h$  elevado a la  $(1-\lambda)$ . Los valores que toma la Potencia  $\lambda$  son  $-1, -0.5, 0, 0.5, 1$ . Para llevar a cabo lo anterior se dividió las 1482 observaciones del IPC en 6 grupos ( $H$ ), con 247 observaciones contiguas, esto es importante ya que por lo regular anualmente se tienen 250 observaciones con lo que podemos asegurar homogeneidad entre los 6 grupos.

El siguiente paso es calcular la media y la varianza de cada grupo que podría considerarse como la media y varianza anual del IPC. Posteriormente se calcula el coeficiente de variación que es resultado de dividir la desviación estándar del grupo  $h$  entre la media del mismo grupo. Por último se escogerá la potencia con la que se haya obtenido el coeficiente con mínima variación. Los cálculos a realizar son los siguientes:

GRUPOS (H)	$\lambda$				
	-1	-0.5	0	0.5	1
1	$S_1/\bar{Z}_1^2$	$S_1/\bar{Z}_1^{1.5}$	$S_1/\bar{Z}_1$	$S_1/\bar{Z}_1^{0.5}$	$S_1$
2	$S_2/\bar{Z}_2^2$	$S_2/\bar{Z}_2^{1.5}$	$S_2/\bar{Z}_2$	$S_2/\bar{Z}_2^{0.5}$	$S_2$
3	$S_3/\bar{Z}_3^2$	$S_3/\bar{Z}_3^{1.5}$	$S_3/\bar{Z}_3$	$S_3/\bar{Z}_3^{0.5}$	$S_3$
4	$S_4/\bar{Z}_4^2$	$S_4/\bar{Z}_4^{1.5}$	$S_4/\bar{Z}_4$	$S_4/\bar{Z}_4^{0.5}$	$S_4$
5	$S_5/\bar{Z}_5^2$	$S_5/\bar{Z}_5^{1.5}$	$S_5/\bar{Z}_5$	$S_5/\bar{Z}_5^{0.5}$	$S_5$
6	$S_6/\bar{Z}_6^2$	$S_6/\bar{Z}_6^{1.5}$	$S_6/\bar{Z}_6$	$S_6/\bar{Z}_6^{0.5}$	$S_6$
	desv est (-1) Med (-1)	desv est (-0.5) Med (-0.5)	desv est (0) Med (0)	desv est (0.5) Med (0.5)	desv est (1) Med (1)
<b>Coefficiente de Variación</b>	desv est (-1) / Med (-1)	desv est (-0.5) / Med (-0.5)	desv est (0) / Med (0)	desv est (0.5) / Med (0.5)	desv est (1) / Med (1)

TABLA 4.1

En nuestro caso el menor coeficiente de variación se logra con la Potencia  $\lambda = 0$ , la transformación que se empleará para estabilizar la varianza es el logaritmo natural de la serie IPC.

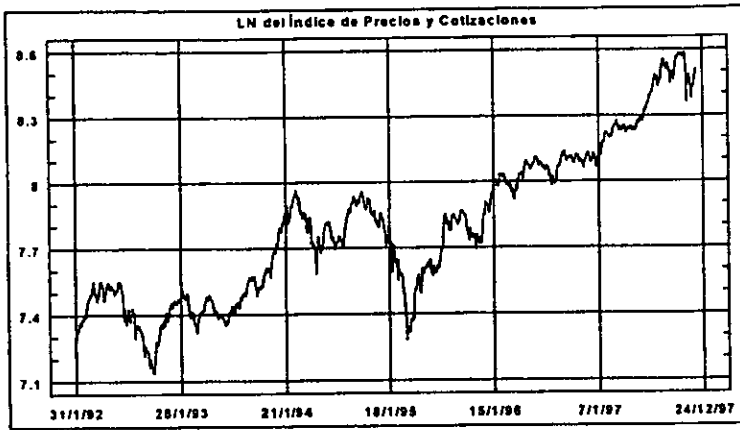
GRUPOS	$\lambda$				
	-1	-0.5	0	0.5	1
1	0.000062535	0.00253743	0.10295934	4.17769614	169.5149261
2	0.000065457	0.00278508	0.1185	5.0419625	214.5264569
3	0.000031081	0.00155783	0.07808103	3.91354768	196.1533515
4	0.000064883	0.00302747	0.141262	6.59130763	307.5514654
5	0.000018626	0.00104366	0.05847886	3.27671452	183.6023949
6	0.000034188	0.00223739	0.1442511	9.58273016	627.1377614
Desviación Estándar Media	0.00002059	0.0007605	0.0348285	2.3344766	99.876437
Coefficiente de Variación	0.00004613	0.0021981	0.1076177	5.4306598	178.724766
	0.44638116	0.34597104	0.3236316	0.42986979	0.558828337

TABLA 4.2

Se eligió utilizar el logaritmo a la serie IPC aplicando el criterio estudiado por Bartlett en el tercer capítulo:

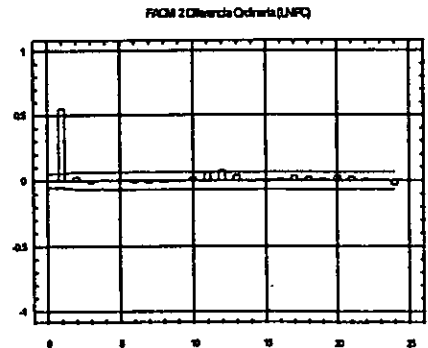
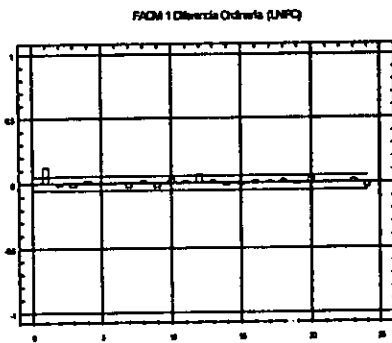
$$T(Z_i) = \log\{Z_i\} \quad \text{si} \quad \lambda = 0$$

La siguiente gráfica nos muestra la aplicación del logaritmo natural a la serie IPC



GRÁFICA 4.3

Ahora que ya logramos estabilizar la varianza podemos aplicar el operador diferencia ordinaria y así eliminar la tendencia de la serie. Para saber cuántas diferencias debemos aplicar es necesario graficar la FAC muestral de  $\{\nabla T(Z,)\}$ ,  $\{\nabla^2 T(Z,)\}$ .



GRÁFICA 4.4

La FACM de la serie muestra que al aplicar la primera diferencia ordinaria la serie se vuelve estacionaria, no obstante con la segunda diferencia también se observa un rápido decaimiento a cero.

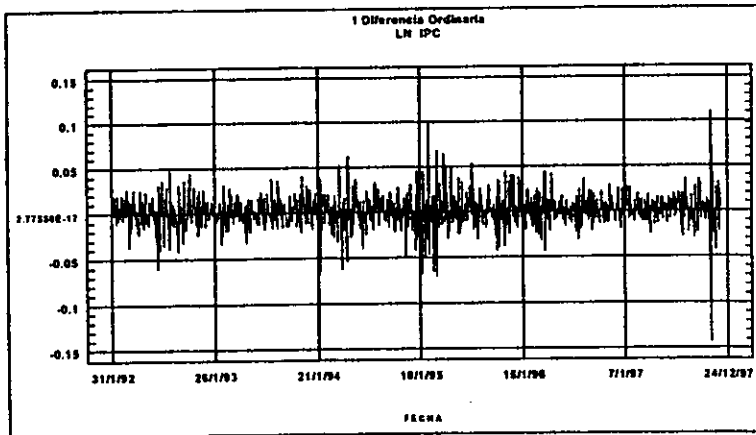
Para saber cuántas diferencias  $d$  debemos aplicar exactamente y no sobrediferenciar la serie, podemos calcular la desviación estándar muestral de las series  $\{\nabla T(Z_t)\}$ ,  $\{\nabla^2 T(Z_t)\}$ . Así el grado de diferenciación requerido será el que obtenga la menor desviación estándar. Haciendo cálculos obtenemos

$$S^2[T(Z_t)] = 0.344636090$$

$$S^2[\nabla T(Z_t)] = 0.016971397$$

$$S^2[\nabla^2 T(Z_t)] = 0.022411715$$

Aquí podemos ver que aplicando una diferencia ordinaria obtenemos la menor desviación estándar, por lo que de ahora en adelante trabajaremos con la serie transformada  $\nabla T(Z_t) = \nabla\{\log(IPC)\}$  ya que con esta se ha logrado estabilizar la variabilidad y volver estacionaria la serie. A continuación se observa la gráfica de la serie  $\nabla T(Z_t)$ .



GRÁFICA 4.5

Una vez que estabilizamos la varianza y el nivel de la serie; el siguiente paso es asociar la FACM de la serie con alguna correspondiente a un proceso  $ARIMA(p, d, q)$ .

Cabe recordar que la FACM nos servirá para poder identificar un posible proceso de medias móviles, debido a que los modelos autorregresivos podemos identificarlos con la FACPM.

Ya que conocemos la FACM de  $\nabla T(Z_t)$  (ver gráfica 4.4) observamos que posiblemente se trate de un proceso  $ARIMA(0,1,1)$ . No obstante es conveniente verificar que  $\rho_k = 0$  para  $k \neq 1$  de acuerdo con la expresión

$$|r_k| \leq 2 \sqrt{\frac{1}{n-d} \left( 1 + 2 \sum_{j=1}^q r_j^2 \right)} \quad \text{para } k > q$$

En la tabla 4.3 se observa que  $r_1 > 2 \sqrt{\frac{1}{1482-1} (1 + 2(0))} = 0.05196$  por lo que no es razonable suponer que  $\rho_1 = 0$ . sin embargo las demás autocorrelaciones muestrales cumplen la condición excepto  $r_{12}$  lo cual puede ser causado por variaciones muestrales.

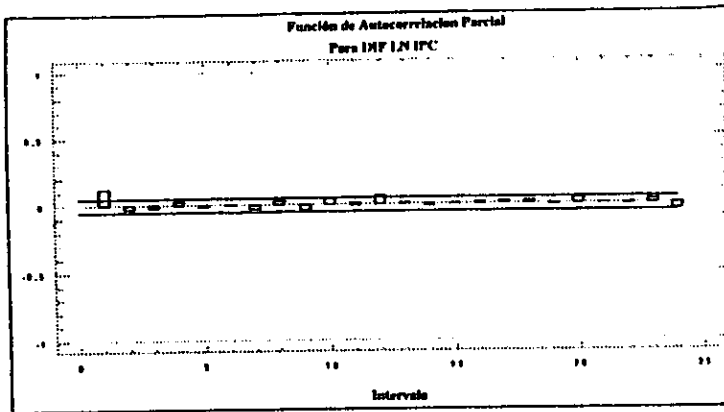
FACM  $\nabla T(Z_t)$

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r_k$	0,12181	-0,01543	-0,02392	0,02147	0,00202	-0,00038	-0,03034	0,01885	-0,03018	0,03558	0,01945	0,06698
$k$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$r_k$	0,02009	-0,01045	-0,00725	0,01692	0,01481	0,02632	-0,00681	0,04057	0,00997	0,00208	0,02822	-0,03109

TABLA 4.3

Como lo había mencionado antes, en el caso de los procesos autorregresivos es necesario hacer uso de la FACPM. Ahora lo que resta es calcular las autocorrelaciones parciales de la serie y graficarlas para poder asociarlas con un posible proceso generador.

A continuación se muestra la gráfica 4.6 de la FACPM de la serie  $\nabla T(Z_t)$ . podemos observar a simple vista como la primera autocorrelación parcial es significativamente grande en comparación con las restantes. esto nos conduce a pensar en un modelo autorregresivo de primer orden. Para verificar que se trata de un  $AR(1,1)$  es necesario que  $\phi_{kk} = 0$  para  $k > 1$ .



GRÁFICA 4.6

Ahora lo que deseamos saber es que tan pequeña debe ser  $r_{kk}$  para que  $\rho_{kk}$  sea cero en cierto valor  $k-p$ .

Para que lo anterior se cumpla debe comprobar que

$$|r_{kk}| \leq \frac{2}{\sqrt{n-d}} \quad \text{para } k > p$$

En la tabla 4.4 podemos ver que  $r_{11} > \frac{2}{\sqrt{1482-1}} = 0.05196$  esta fuera del intervalo  $\pm \frac{2}{\sqrt{1481}}$  por

lo que es razonable pensar en un modelo  $ARIMA(1,1,1)$ , ya que  $\phi_{11} \neq 0$ , y para  $k > 1$  los valores de la FACPM están en el intervalo antes indicado: solamente la autocorrelación parcial para  $k=12$  se encuentra fuera del intervalo, por lo que también es razonable pensar en un modelo mezclado del tipo  $ARIMA(1,1,1) \times (1,0,0)$ .

FACPM  $\nabla I(Z_t)$

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$r_{kk}$	0,12181	-0,03072	-0,01853	0,02871	-0,00501	0,0005	-0,02975	0,02715	-0,03788	0,04445	0,01071	0,06338
k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$r_{kk}$	0,00801	-0,01381	0,00039	0,01217	0,01448	0,02162	-0,0051	0,04118	0,00192	-0,00269	0,02699	-0,04424

TABLA 4.4

#### 4.2 Estimación de parámetros.

Una vez que ya hemos identificado los posibles modelos:  $ARIMA(1,1,1)$  y  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$ , el siguiente paso es buscar los coeficientes de  $\phi$  y  $\theta$  que están contenidos los modelos.

$$1. \phi(B)\nabla T(Z_t) = \theta(B)\alpha_t$$

$$2. \phi(B)\Phi(B^{12})\nabla T(Z_t) = \theta(B)\alpha_t$$

basándose en las expresiones de la sección 3.2.4 para obtener los valores iniciales de los parámetros autorregresivos y de medias móviles de un modelo  $ARMA(1,1)$

$$\begin{aligned}\tilde{\phi} &= r_2 / r_1 \\ &= -0.1266726\end{aligned}$$

donde el valor inicial de  $\theta$  lo podemos obtener resolviendo la siguiente ecuación cuadrática

$$\begin{aligned}(r_1 - \tilde{\phi})\tilde{\theta}^2 + (1 - \tilde{\phi}^2 - 2\tilde{\phi}r_1)\tilde{\theta} + (r_1 - \tilde{\phi}) &= 0 \\ \tilde{\theta}_1 &= -3.822431027 \\ \tilde{\theta}_2 &= -0.2616136148\end{aligned}$$

podemos observar que  $\tilde{\theta}_1$  no satisface las condiciones de invertibilidad, por lo que  $|\tilde{\theta}_2| < 1$  es utilizado por los paquetes estadísticos como valor inicial. Después de algunas iteraciones se obtienen los siguientes estimadores finales

$$\begin{aligned}\tilde{\phi} &= 0.05532 \\ \tilde{\theta} &= -0.07508\end{aligned}$$

Los valores de los coeficientes del modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$ , los obtenemos también con ayuda del paquete estadístico, que después de algunas iteraciones arroja los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}\tilde{\phi} &= 0.05335 \\ \tilde{\Phi} &= 0.06805 \\ \tilde{\theta} &= -0.07544\end{aligned}$$

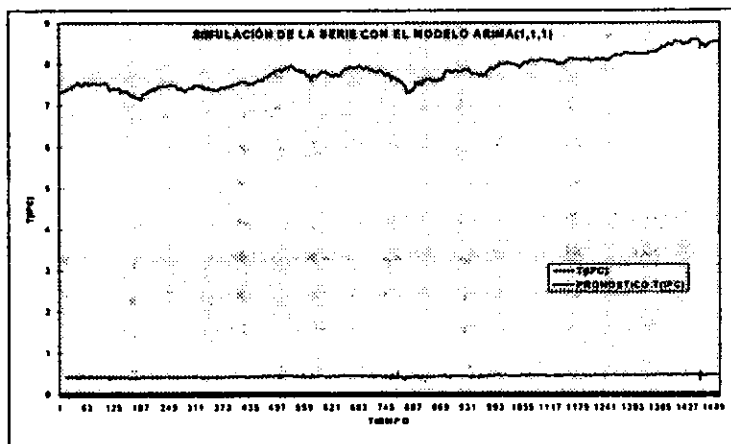


### 4.3 Verificación del modelo.

Aquí verificaremos que los criterios expuestos en el tercer capítulo se cumplan para los dos modelos.

Antes de empezar con la verificación de las pruebas estadísticas es conveniente graficar la simulación de la serie con el modelo propuesto. La gráfica 4.7 muestra la simulación con el siguiente modelo:

$$(1 - 0.05532B)\nabla T(Z_t) = (1 + 0.07508B)\alpha_t$$



GRÁFICA 4.7

Como podemos observar la simulación con el primer modelo no es nada buena. sin embargo debemos continuar verificando el modelo. Ahora empezaremos la verificación de la pruebas estadísticas del modelo *ARIMA(1,1,1)*:

1. El primer supuesto es  $\{\alpha_t\}$  tiene media cero. Para verificar obtenemos la media y la desviación estándar de los residuales.

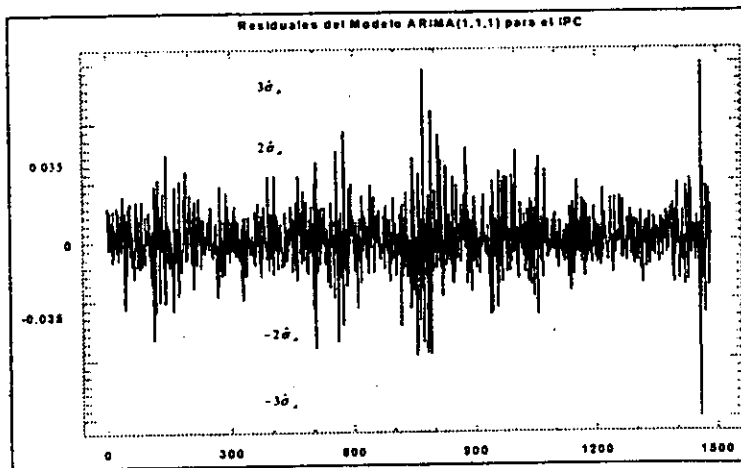
$$\bar{a} = 0.000732281$$

$$\hat{\sigma}_a = 0.0169219$$

Una vez calculadas  $\bar{a}$  y  $\hat{\sigma}_a$ , observamos que  $\frac{\sqrt{N-d-p(\bar{a})}}{\hat{\sigma}_a} = 1.665916673$  es menor a 2, lo cual es indicativo de que la media de los residuales es cero, por lo que no es conveniente incluir un parámetro  $\theta_0$  que represente la parte determinista del proceso.

2.  $\{a_t\}$  tiene varianza constante

Para verificar esta hipótesis necesitamos graficar los residuales



GRÁFICA 4.8

No se rechazamos la hipótesis, debido a que los residuales se distribuyen uniformemente en el intervalo  $(2\hat{\sigma}_a, -2\hat{\sigma}_a)$ , y no mostrando gran dispersión a pesar de la considerable cantidad de datos.

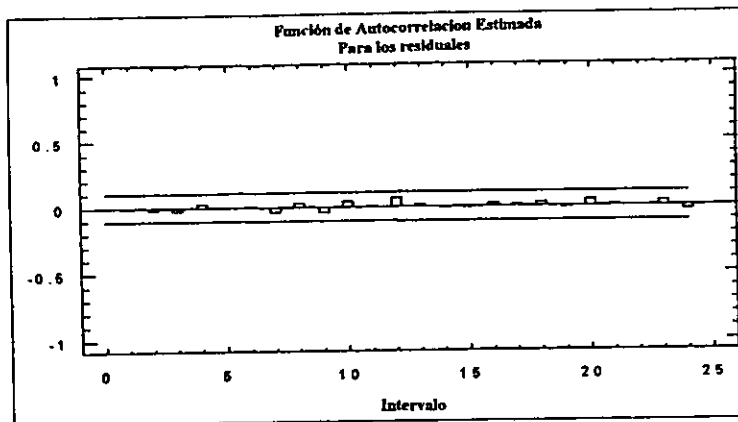
Además menos del 5% de los residuales se encuentran fuera de la banda, lo que supone normalidad.

3.  $\{a_t\}$  son independientes.

Para que los residuales sean independientes se requiere que estos sean tan pequeños o nulos, es decir,

$$\text{Corr}(a_t, a_{t-k}) = 0 \text{ para } k \neq 0.$$

Para observarlo más claramente no apoyamos en la FACM de los residuales. Ver gráfica 4.9.



GRÁFICA 4.9

Podemos observar como la mayoría de las autocorrelaciones son casi nulas. sin embargo para corroborar esta suposición necesitamos mostrar que los errores son realmente ruido blanco, para lo que nos basamos en la siguiente prueba. conocida como Prueba Portmanteau.

$$Q(K) \sim \chi^2_{k-p-q}$$

$$Q(K) = (N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2(\hat{a})}{(N-d-p-k)}$$

$$= \frac{(1482)(1484) [-0.00487^2 + \dots + (-0.03775)^2]}{1462}$$

$$= 24.15$$

Los valores de la *ji-cuadrada* con 22 grados de libertad, para los puntos porcentuales del 5%, 10%, y 25% son los siguientes:

$$\chi^2_{0.05}(22) = 33.9 \quad \chi^2_{0.10}(22) = 30.8 \quad \chi^2_{0.25}(22) = 26$$

No rechazamos el supuesto ya que

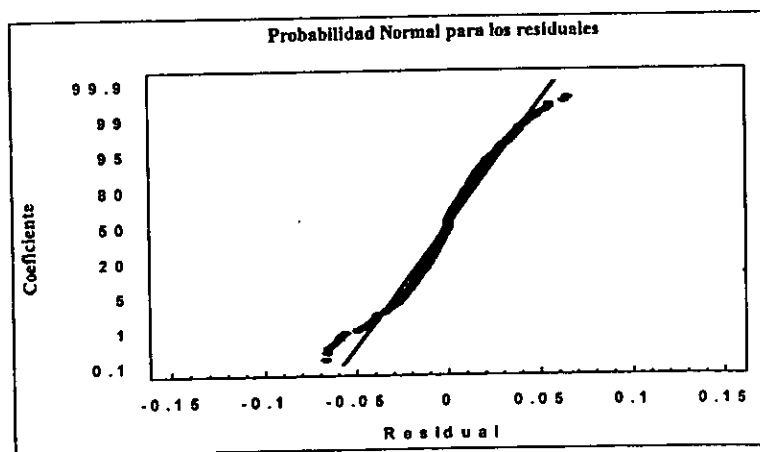
$$Q(K) < \chi^2_{k-p-q}$$

4.  $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$

Para realizar esta verificación podemos graficar la probabilidad normal para los residuales, si estos se encuentran acumulados uniformemente a lo largo de la recta, no rechazamos el supuesto.

Aún cuando el modelo sea adecuado los residuales pueden mostrar desviación de la línea, por lo que debemos tomar en cuenta sólo las desviaciones muy grandes.

En la figura 4.10 se gráfica las probabilidades de los residuales, hay que observar como todos los residuales se acumulan a lo largo de la recta, lo que no pone en duda la aceptación del supuesto. Cabe mencionar que el grosor de la curva asíntota que siguen los residuales se debe a la gran cantidad de datos.



GRÁFICA 4.10

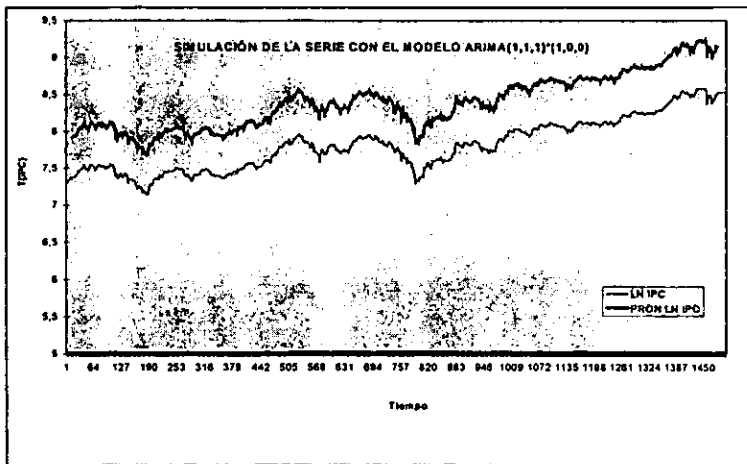
5. De no aberrantes.

La gráfica 4.8 de los residuales contra el tiempo permite ver que no existen observaciones irregulares. La mayoría de los residuales están en el intervalo  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$ , a excepción de los comprendidos en los períodos de diciembre de 1994 a enero de 1995 donde se suscitó la crisis financiera después de la sucesión presidencial, y la reciente de noviembre de 1997 ocasionada por el efecto dragón que sacudió la mayoría de los mercados financieros.

Como se ha visto hasta este momento el modelo  $ARIMA(1,1,1)$  ha resultado apropiado ya que en el análisis de los residuales se cumplieron todos los supuestos, sin embargo para decir que un modelo es realmente bueno para realizar pronósticos es necesario que haga una buena simulación de la serie; lo que el modelo  $ARIMA(1,1,1)$  no cumplió.

De cualquier forma necesitamos verificar el modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$  y elegir entre los dos modelos aquel que menos fallas tenga. A continuación verificaremos el modelo mezclado  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$

Empezamos con la simulación de la serie en la gráfica 4.11.



GRÁFICA 4.11

Observamos que a diferencia del primer modelo, el  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$  si proporciona una buena reproducción de la serie. La simulación es muy buena ya que sólo se están sobrestimando los valores de la serie  $T(IPC)$ .

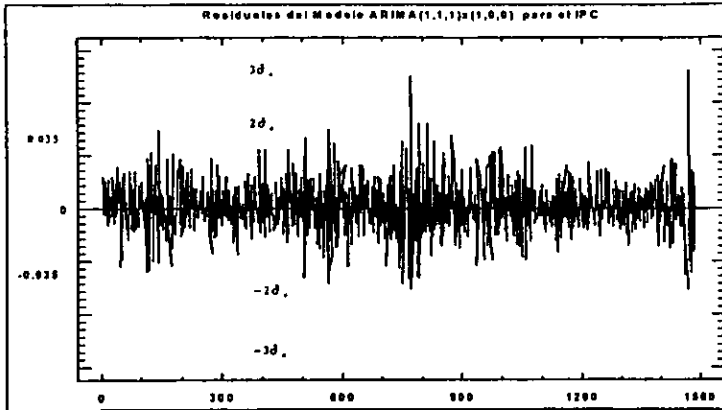
Esto hace que nos inclinemos en principio por el segundo modelo; sin embargo necesitamos verificar los siguientes supuestos de normalidad.

1.  $\{a_t\}$  tiene media cero.

$$\bar{a} = 0.000732281 \quad y \quad \hat{\sigma}_a = 0.0169219$$

$$\frac{\left[ \sqrt{N-d-p}(\hat{a}) \right]}{\hat{\sigma}_a} = 1.5714 < 2, \text{ no se rechaza el supuesto.}$$

2.  $\{a_i\}$  tiene varianza constante



GRÁFICA 4.12

No se rechazamos el supuesto, ya que los residuales se distribuyen uniformemente en el intervalo  $(2\hat{\sigma}_a, -2\hat{\sigma}_a)$ , incluso se distribuyen de una forma más equilibrada que los del modelo  $ARIMA(1,1,1)$ .

3.  $\{a_i\}$  son independientes.

Para esto necesitamos mostrar que los errores son ruido blanco. Por lo que primero debemos obtener el estadístico de Ljung-Box ( $Q(K)$ ), y luego realizar la prueba  $Q(K) \sim \chi^2_{K-p-q}$ .

$$Q(K) = (N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^K \frac{r_k^2(\hat{a})}{(N-d-p-k)}$$

$$= 17.98$$

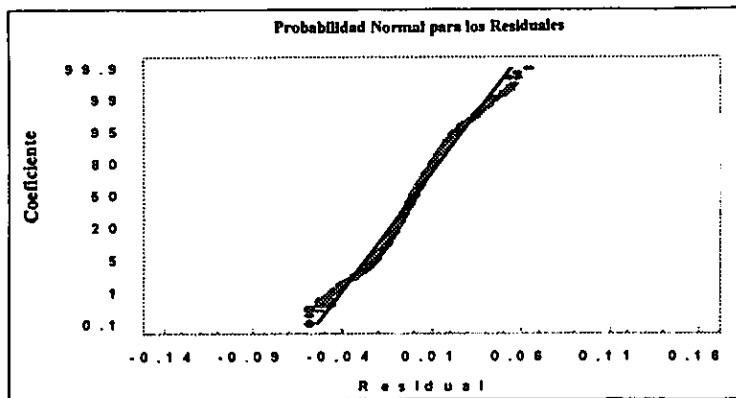
Los valores de la *ji-cuadrada* con 22 grados de libertad, para los puntos porcentuales del 5%, 10%, 25% y 50% son los siguientes:

$$\chi^2_{0.05}(22) = 33.9 \quad \chi^2_{0.10}(22) = 30.8 \quad \chi^2_{0.25}(22) = 26 \quad \chi^2_{0.5}(22) = 21.3$$

No rechazamos el supuesto ya que se cumple  $Q(K) < \chi_{k-p-q}^2$ , incluso para  $\chi_{0.5}^2(22)$ .

$$4. a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$$

A continuación graficaremos la probabilidad normal para los residuales del modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$



GRÁFICA 4.13

5. De no aberrantes.

En la gráfica 4.12 de los residuales del modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$  se observa como la mayoría están en el intervalo  $(-3\hat{\sigma}_a, 3\hat{\sigma}_a)$

Una vez terminada la verificación de los residuales de los modelos antes propuestos, llegamos a la conclusión que el modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$  es el más apropiado. Aún cuando los dos modelos cumplen todos los supuestos; se eligió el modelo mezclado por las siguientes razones:

- La varianza de los residuales se distribuye de manera más uniforme que la del modelo  $ARIMA(1,1,1)$ .
- En la gráfica de la probabilidad normal para los residuales se observa mayor ajuste.
- Además que  $Q(K) < \chi_{k-p-q}^2$ , incluso para  $\chi_{0.5}^2(22)$ , lo que no ocurre para el modelo  $ARIMA(1,1,1)$ .
- La simulación con el modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$  es mucho mejor que la del  $ARIMA(1,1,1)$ .

Tomando en consideración que se debe elegir aquel modelo que presente menos fallas, la elección fue por el modelo mezclado  $\theta(B)\Phi(B^{12})\nabla T(Z_t) = \theta(B)a_t$ .

Como ya lo había comentado para pensar que un modelo de pronóstico sea realmente confiable, éste debe reproducir de la manera mas cercana a la realidad la serie original. Por ejemplo en nuestro caso si no se hubiese hecho la simulación del primer modelo podríamos pensar que el  $ARIMA(1,1,1)$  es un buen modelo debido a que todos los supuestos de normalidad se cumplen.

Ya una vez hecha la simulación de la serie con el  $ARIMA(1,1,1)*(1,0,0)$  y comprobado que todos los supuestos

Ahora sólo resta elaborar los pronósticos del  $IPC$  para el mes de diciembre de 1997, esto lo veremos en la siguiente sección.

#### 4.4 Pronósticos.

Ya que hemos verificado que el modelo  $ARIMA(1,1,1)x(1,0,0)$  representa razonablemente a la serie  $IPC$ , ahora resta pronosticar los valores del  $IPC$ , con sus respectivos intervalos de confianza. Para esto necesitamos sustituir los valores de los coeficientes autorregresivos y de medias móviles en el modelo. Lo que nos genera la siguiente expresión:

$$(1 - 0.05335B)(1 - 0.06805B^{12})\nabla T(Z_t) = (1 + 0.07544)a_t$$

Para pronosticar el valor del  $IPC$  a partir del mes de diciembre es necesario despejar  $T(Z_t)$

$$T(Z_t) = 1.05335T(Z_{t-1}) - 0.05335T(Z_{t-2}) + 0.06805T(Z_{t-12}) - 0.07168T(Z_{t-13}) + 0.003630T(Z_{t-14}) + a_t + 0.07544a_{t-1}$$

Donde el pronóstico del  $IPC$  para el 1° de diciembre de 1997 será:

$$\hat{T}(IPC_{1483})(1) = 1.05335T(IPC_{1482}) - 0.05335T(IPC_{1481}) + 0.06805T(IPC_{1471}) - 0.07168T(IPC_{1470}) + 0.003630T(IPC_{1469}) + 0.07544a_{1483}$$

y los pronósticos para los siguientes días estarán dados por

$$\begin{aligned} \hat{T}(IPC_{1483})(2) &= 1.05335\hat{T}(IPC_{1482})(1) - 0.05335T(IPC_{1482}) + 0.06805T(IPC_{1472}) - 0.07168T(IPC_{1471}) + 0.003630T(IPC_{1470}) \\ \hat{T}(IPC_{1483})(3) &= 1.05335\hat{T}(IPC_{1482})(2) - 0.05335\hat{T}(IPC_{1481})(1) + 0.06805T(IPC_{1473}) - 0.07168T(IPC_{1472}) + 0.003630T(IPC_{1471}) \\ &\vdots \end{aligned}$$



Los valores pronosticados del *IPC* hasta el 31 de diciembre de 1997, junto con sus respectivos valores reales los encontramos en la siguiente tabla. La representación gráfica de estos valores es la figura 4.15.

FECHA	$\hat{T}(IPC)$	T(IPC)
1-12-97	8,5147	8,5406
2-12-97	8,5160	8,5422
3-12-97	8,5168	8,5425
4-12-97	8,5169	8,5431
5-12-97	8,5169	8,5390
8-12-97	8,5182	8,5390
9-12-97	8,5204	8,5393
10-12-97	8,5188	8,5262
11-12-97	8,5197	8,5078
15-12-97	8,5213	8,5188
16-12-97	8,5221	8,5345
17-12-97	8,5223	8,5394
18-12-97	8,5225	8,5252
19-12-97	8,5226	8,5064
22-12-97	8,5227	8,5034
23-12-97	8,5227	8,5023
24-12-97	8,5227	8,5077
26-12-97	8,5227	8,5240
29-12-97	8,5229	8,5410
30-12-97	8,5228	8,5577
31-12-97	8,5228	8,5620

TABLA 4.5

Ahora para calcular los intervalos de confianza de la serie *IPC* hacemos uso de la siguiente fórmula

$$\hat{T}(Z_t)(h) \pm 1.96 \left( \sum_{j=0}^{h-1} \psi_j^2 \right)^{1/2} \sigma_a$$

donde los valores de  $\psi_j$  los obtenemos de la siguiente expresión:

$$\hat{\psi}_j = \begin{cases} \hat{\theta}_j + \hat{\phi}_1 \hat{\psi}_{j-1} + \dots + \hat{\phi}_{p+d} \hat{\psi}_{j-p-d} & \text{si } j = 1, \dots, q \\ \hat{\phi}_1 \hat{\psi}_{j-1} + \dots + \hat{\phi}_{p+d} \hat{\psi}_{j-p-d} & \text{si } j > q \end{cases}$$

En la tabla 4.6 se muestran los límites de confianza para el *IPC* del mes de diciembre. los valores de  $\psi_j$  los obtenemos de forma recursiva y se presentan en la tercera columna de la tabla.

$h$	$\hat{T}(IPC_{1485})(h)$	$\Psi_j$	$z_{i,m}(\sum_{j=1}^m \Psi_j)^{1/m} \sigma_z$	$T(IPC_{i,m}(h)) - z_{i,m}(\sum_{j=1}^m \Psi_j)^{1/m} \sigma_z$	$T(IPC_{i,m}(h)) \cdot z_{i,m}(\sum_{j=1}^m \Psi_j)^{1/m} \sigma_z$
1	8,5147	-1	0,03314	8,4816	8,54784
2	8,5160	-1,2934	0,04998	8,4660	8,56598
3	8,5168	-1,3007	0,06256	8,4542	8,57936
4	8,5169	-1,3015	0,07302	8,4439	8,58992
5	8,5169	-1,3015	0,08215	8,4348	8,59905
6	8,5182	-1,3017	0,09037	8,4278	8,60857
7	8,5204	-1,3013	0,10489	8,4155	8,62529
8	8,5188	-1,3015	0,11144	8,4074	8,63024
9	8,5197	-1,0333	0,11763	8,4021	8,63733
10	8,5213	-1,5700	0,12350	8,3978	8,6448
11	8,5221	-1,3014	0,12911	8,3930	8,65121
12	8,5223	-1,4622	0,13514	8,3872	8,65744
13	8,5225	-1,4836	0,14099	8,3815	8,66349
14	8,5226	-1,4851	0,14661	8,3760	8,66921
15	8,5227	-1,4851	0,15203	8,3707	8,67473
16	8,5227	-1,4845	0,15725	8,3655	8,67995
17	8,5227	-1,4855	0,16231	8,3604	8,68501
18	8,5227	-1,4939	0,16722	8,3555	8,68992
19	8,5229	-1,4853	0,17199	8,3509	8,69489
20	8,5228	-1,4842	0,17662	8,3462	8,69942
21	8,5228	-1,4853	0,18114	8,3417	8,70394

TABLA 4.6

Hasta este momento hemos pronosticado el valor de la serie  $T(IPC)$ , sin embargo lo que deseamos conocer es el valor real del  $IPC$ . Aquí podemos pensar que si aplicamos la función inversa a la transformación hecha para estabilizar la varianza podemos obtener el pronóstico real del  $IPC$ , sin embargo esto no es cierto cuando la transformación hecha no es lineal. Cuando esto ocurre tenemos que multiplicar el valor del pronóstico por un factor que corrija el sesgo que introduce la aplicación de la transformación inversa.

Como en nuestro caso la transformación fue el logaritmo natural de la serie  $IPC$ , con  $\lambda = 0$ . El factor por el que debemos multiplicar los pronósticos de la serie  $T(IPC)$  es el siguiente:

$$\hat{c}_{i,\lambda}(h) = \exp\left\{V_{\hat{T}}(e_i(h))/2\right\}$$

Esto quiere decir que los pronósticos óptimos, así como de los intervalos de confianza para estos serán:

$$\hat{Z}_t(h) = T^{-1}[\hat{T}(Z_t)(h)] \cdot \hat{e}_{t,\lambda}(h)$$

$$\hat{e}_{t,\lambda}(h) \cdot T^{-1}\left\{\hat{T}(Z_t)(h) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{V\hat{a}r[e_t(h)]}\right\}$$

Los valores de los pronóstico óptimos y sus respectivos intervalos de confianza se muestran en la siguiente tabla 4.7.

$h$	$\hat{T}(IPC_{1485})(h)$	$V\hat{a}r_{1485}[e_{1485}(h)]$	$\hat{e}_{1485,0}(h)$	$\hat{Z}_{1485}(h)$	Intervalos del 95% de confianza	
1	8,5147	0,0003	1,0001	4988,21	5156,43	4825,48
2	8,5160	0,0008	1,0004	4995,95	5274,33	4732,26
3	8,5168	0,0012	1,0006	5001,26	5360,09	4666,45
4	8,5169	0,0017	1,0009	5003,07	5428,65	4610,86
5	8,5169	0,0022	1,0011	5004,30	5488,45	4562,86
6	8,5182	0,0027	1,0014	5011,62	5549,46	4525,90
7	8,5204	0,0032	1,0016	5023,82	5611,91	4497,35
8	8,5188	0,0037	1,0018	5017,10	5650,09	4455,02
9	8,5197	0,0040	1,0020	5022,61	5683,76	4438,36
10	8,5213	0,0047	1,0023	5032,15	5754,77	4400,28
11	8,5221	0,0052	1,0026	5037,55	5800,07	4375,27
12	8,5223	0,0057	1,0028	5040,01	5840,52	4349,22
13	8,5225	0,0063	1,0031	5042,41	5888,90	4317,60
14	8,5226	0,0069	1,0035	5044,45	5936,31	4286,59
15	8,5227	0,0075	1,0038	5046,33	5981,96	4257,04
16	8,5227	0,0082	1,0041	5047,96	6025,80	4228,80
17	8,5227	0,0088	1,0044	5049,56	6068,34	4201,81
18	8,5227	0,0094	1,0047	5051,57	6110,28	4176,30
19	8,5229	0,0101	1,0050	5053,92	6151,52	4152,15
20	8,5228	0,0107	1,0054	5054,97	6190,32	4127,85
21	8,5228	0,0113	1,0057	5056,89	6229,29	4105,14

TABLA 4.7

Para ver más detalladamente que tan eficaces fueron nuestros pronósticos es recomendable comparar las estimaciones puntuales y por intervalos con los valores reales del IPC, esta comparación se muestra en la siguiente tabla 4.8.

Al pronosticar el *JPC* con el modelo *ARIMA* antes seleccionado, podemos notar que los valores del *IPC* durante diciembre de 1997 están dentro de los intervalos del 95% de confianza y aún las propias estimaciones puntuales no se alejan de los datos reales. Por lo que los excelentes resultados arrojados por la técnica de series de tiempo son evidentes.

Es importante subrayar que para utilizar un modelo de series de tiempo es fundamental verificar que éste realice una reproducción confiable de los datos y por otra parte hacer pronósticos de un período conocido para ver la calidad de los pronósticos.

Por último es necesario señalar la forma en que las observaciones anormales pueden influir en la identificación y pronóstico de eventos, ocasionando en algunos casos imprecisiones que pueden ser demasiado costosas. Por lo que es conveniente medir su influencia y ver si al eliminar los residuales correspondientes a tales observaciones se obtienen mejores predicciones.

## **Bibliografía.**

Anderson, Oliver. "Forecasting, Proceedings of the Institute of Statistician". North-Holland Publishing Company, 1979.

Bowman, B y O'Connell, R. "Time Series and Forecasting". Duxbury Press, Delmont, California, 1979.

Box, G. E. P. y Jenkins, G. "Time Series Analysis, Forecasting and Control". Holden-Day, Inc. San Francisco, 1970.

Chatfield C. "The Analisis of Time Series". Chapman and Hall, 1975.

González, V. M. "Modelos de Decisión con Procesos Estocásticos II, Metodología de Box-Jenkins". UNAM, 1991.

Guerrero, V. M. "Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas". Colección CBI, 1991.

Jarrett, Jeffrey. "Business Forecasting Methods". Basil Blackwell, 1991.

Makridakis, Spyros. "The Forecasting Accuracy of Major Time Series Method". John Wiley & Sons, Inc. New York, 1984.

Makridakis, S. y Wheelwright, S. "Forecasting, Methods and Aplications". John Wiley & Sons, Inc. New York, 1978.

Montgomery, D. C. y Johnson L. A. "Forecasting and Time Series Analisis". McGraw-Hill, 1976.

Thomopoulos, N. T. "Applied Forecasting Methods". Prentice Hall, Inc Englewood Cliffs, New Jersey, 1980.

Wheelwright, S. y Makridakis, S. "Forecasting Methods for Management". John Wiley & Sons, 1981.



#ECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
2/1/92	1,444.86	7,275.0	-0.0113
3/1/92	1,475.18	7,285.5	-0.0208
6/1/92	1,472.31	7,284.7	-0.0118
1/1/92	1,466.42	7,304.1	0.0094
1/1/92	1,515.74	7,373.7	0.0195
9/1/92	1,529.63	7,332.8	0.0081
10/1/92	1,574.84	7,329.6	-0.0031
1/1/92	1,535.03	7,336.3	0.0067
1/1/92	1,564.31	7,355.2	0.0189
1/1/92	1,565.40	7,356.9	0.0007
16/1/92	1,583.25	7,367.2	0.0113
17/1/92	1,576.12	7,362.7	-0.0045
20/1/92	1,574.77	7,361.9	-0.0009
21/1/92	1,557.13	7,350.6	-0.0113
22/1/92	1,564.44	7,355.3	0.0047
23/1/92	1,594.92	7,374.8	0.0193
24/1/92	1,603.76	7,380.1	0.0055
27/1/92	1,591.10	7,372.2	-0.0076
28/1/92	1,603.07	7,382.5	0.0055
29/1/92	1,611.68	7,387.9	0.0055
30/1/92	1,615.27	7,385.4	0.0009
31/1/92	1,622.47	7,392.3	0.0062
3/2/92	1,624.51	7,393.0	0.0006
4/2/92	1,618.11	7,387.6	-0.0052
6/2/92	1,648.22	7,408.1	0.0203
7/2/92	1,647.07	7,406.8	-0.0013
10/2/92	1,677.38	7,425.0	0.0182
11/2/92	1,709.48	7,443.9	0.0190
12/2/92	1,739.41	7,461.3	0.0174
13/2/92	1,723.31	7,453.2	-0.0061
14/2/92	1,737.87	7,460.4	0.0073
17/2/92	1,761.19	7,473.7	0.0133
18/2/92	1,756.00	7,471.9	-0.0118
19/2/92	1,762.48	7,474.5	0.0029
20/2/92	1,791.52	7,495.8	0.0163
21/2/92	1,785.58	7,474.7	-0.0333
24/2/92	1,777.11	7,427.7	-0.0220
25/2/92	1,825.53	7,509.8	0.0269
27/2/92	1,836.19	7,516.5	0.0069
28/2/92	1,860.63	7,528.7	0.0211
2/3/92	1,873.87	7,535.8	0.0071
3/3/92	1,905.03	7,552.3	0.0165
4/3/92	1,836.63	7,515.7	-0.0366
5/3/92	1,881.10	7,528.9	0.0132
6/3/92	1,792.65	7,491.6	-0.0374
9/3/92	1,784.78	7,487.0	-0.0045
10/3/92	1,809.17	7,500.8	0.0136
11/3/92	1,796.54	7,493.8	-0.0070
12/3/92	1,762.59	7,474.5	-0.0191
13/3/92	1,757.98	7,471.9	-0.0026
16/3/92	1,734.81	7,458.7	-0.0119
17/3/92	1,767.93	7,474.6	0.0118
18/3/92	1,710.99	7,478.8	0.0012
19/3/92	1,795.96	7,493.1	0.0143
20/3/92	1,838.94	7,516.9	0.0239
23/3/92	1,868.37	7,543.8	0.0263
24/3/92	1,880.13	7,539.1	-0.0044
25/3/92	1,900.62	7,549.9	0.0108
26/3/92	1,907.29	7,553.4	0.0035
27/3/92	1,881.58	7,539.9	-0.0138
30/3/92	1,868.78	7,533.0	-0.0068
31/3/92	1,875.73	7,536.8	0.0037
1/4/92	1,852.51	7,524.3	-0.0125
2/4/92	1,842.48	7,518.9	-0.0054
3/4/92	1,822.27	7,507.8	-0.0110
6/4/92	1,783.38	7,462.3	-0.0218
7/4/92	1,741.44	7,425.5	-0.0238
8/4/92	1,743.69	7,426.3	0.0013
9/4/92	1,784.51	7,475.6	0.0119
10/4/92	1,810.54	7,501.4	0.0258
13/4/92	1,838.27	7,516.6	0.0154
15/4/92	1,871.64	7,534.6	0.0180
20/4/92	1,850.13	7,523.0	-0.0116
23/4/92	1,869.72	7,533.5	0.0105
22/4/92	1,897.08	7,546.1	0.0145
23/4/92	1,891.65	7,545.2	-0.0029
24/4/92	1,882.86	7,540.5	-0.0047
27/4/92	1,867.97	7,529.9	-0.0106
28/4/92	1,831.59	7,512.9	-0.0170
28/4/92	1,852.87	7,524.5	0.0116
30/4/92	1,838.30	7,516.6	-0.0079
4/5/92	1,827.62	7,510.8	-0.0058
6/5/92	1,872.12	7,534.8	0.0241
7/5/92	1,852.48	7,524.3	-0.0105
8/5/92	1,841.64	7,517.1	-0.0028
11/5/92	1,845.30	7,520.4	-0.0013
12/5/92	1,844.17	7,519.8	-0.0008

#ECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
13/5/92	1,840.30	7,519.0	-0.0018
14/5/92	1,828.94	7,510.4	-0.0078
15/5/92	1,810.16	7,503.2	-0.0082
16/5/92	1,785.74	7,487.8	-0.0138
19/5/92	1,811.10	7,501.7	0.0141
20/5/92	1,815.59	7,504.2	0.0025
21/5/92	1,820.80	7,507.1	0.0029
22/5/92	1,822.38	7,507.9	0.0008
25/5/92	1,829.81	7,511.9	0.0040
26/5/92	1,830.32	7,512.2	0.0004
27/5/92	1,833.75	7,514.1	0.0018
28/5/92	1,856.21	7,528.3	0.0122
29/5/92	1,892.33	7,545.6	0.0193
1/6/92	1,907.36	7,553.5	0.0079
2/6/92	1,894.21	7,546.8	-0.0069
3/6/92	1,886.93	7,542.7	-0.0039
4/6/92	1,825.90	7,541.4	0.0047
5/6/92	1,887.25	7,542.9	-0.0048
8/6/92	1,873.09	7,535.3	-0.0075
9/6/92	1,843.70	7,519.5	-0.0158
10/6/92	1,796.34	7,483.5	-0.0260
11/6/92	1,802.57	7,497.0	0.0033
12/6/92	1,809.88	7,501.0	0.0040
15/6/92	1,742.54	7,463.1	-0.0379
16/6/92	1,692.94	7,434.2	-0.0289
17/6/92	1,593.29	7,373.6	-0.0607
18/6/92	1,634.19	7,386.9	0.0253
19/6/92	1,686.25	7,430.3	0.0314
22/6/92	1,824.34	7,392.9	-0.0374
23/6/92	1,828.48	7,399.4	0.0026
24/6/92	1,862.71	7,354.2	-0.0415
25/6/92	1,599.92	7,317.1	0.0234
26/6/92	1,600.97	7,318.4	0.0005
28/6/92	1,603.38	7,319.9	0.0015
30/6/92	1,568.28	7,377.3	0.0368
17/7/92	1,658.81	7,413.8	0.0367
27/7/92	1,678.69	7,424.6	0.0160
37/7/92	1,683.04	7,428.4	0.0038
6/7/92	1,672.91	7,422.3	-0.0060
7/7/92	1,614.19	7,385.6	-0.0357
8/7/92	1,582.33	7,366.7	-0.0199
9/7/92	1,590.25	7,371.8	0.0050
10/7/92	1,617.33	7,385.5	0.0169
13/7/92	1,640.45	7,402.7	0.0142
14/7/92	1,638.00	7,400.7	-0.0027
15/7/92	1,639.78	7,402.3	0.0023
16/7/92	1,669.18	7,432.0	0.0097
17/7/92	1,674.18	7,425.1	-0.0088
20/7/92	1,647.89	7,407.3	-0.0158
23/7/92	1,657.24	7,412.8	0.0021
22/7/92	1,625.21	7,383.4	-0.0195
23/7/92	1,584.12	7,367.8	-0.0296
24/7/92	1,522.94	7,328.4	-0.0394
27/7/92	1,466.62	7,290.7	-0.0377
28/7/92	1,537.60	7,338.0	0.0473
29/7/92	1,547.78	7,344.6	0.0065
30/7/92	1,551.23	7,346.0	0.0022
31/7/92	1,569.73	7,358.7	0.0119
3/8/92	1,587.08	7,350.6	-0.0081
4/8/92	1,536.88	7,337.4	-0.0132
5/8/92	1,537.98	7,338.2	0.0008
6/8/92	1,582.78	7,347.8	0.0098
7/8/92	1,560.40	7,327.7	-0.0142
10/8/92	1,538.34	7,335.8	-0.0097
11/8/92	1,515.81	7,323.5	-0.0150
12/8/92	1,525.43	7,330.0	0.0065
13/8/92	1,518.35	7,325.4	-0.0047
14/8/92	1,518.82	7,324.2	-0.0041
17/8/92	1,510.32	7,320.1	-0.0042
18/8/92	1,498.87	7,312.3	-0.0077
19/8/92	1,474.13	7,295.8	-0.0165
20/8/92	1,439.03	7,271.7	-0.0241
21/8/92	1,424.84	7,261.7	-0.0101
24/8/92	1,366.78	7,220.2	-0.0415
25/8/92	1,353.09	7,210.1	-0.0101
26/8/92	1,386.76	7,241.8	0.0318
27/8/92	1,423.19	7,260.7	0.0149
28/8/92	1,408.98	7,250.6	-0.0100
31/8/92	1,384.14	7,235.8	-0.0061
1/9/92	1,363.36	7,232.5	-0.0006
3/9/92	1,395.27	7,240.8	0.0088
4/9/92	1,392.64	7,239.0	-0.0019
7/9/92	1,385.28	7,237.3	-0.0053
8/9/92	1,369.85	7,222.5	-0.0112
9/9/92	1,325.96	7,189.9	-0.0326
10/9/92	1,285.77	7,159.1	-0.0308
11/9/92	1,294.09	7,165.6	-0.0064
14/9/92	1,342.81	7,202.5	0.0370

#ECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
15/9/92	1,328.17	7,191.6	-0.0110
17/9/92	1,318.20	7,184.0	-0.0075
18/9/92	1,307.74	7,176.1	-0.0080
21/9/92	1,298.75	7,166.8	-0.0092
22/9/92	1,272.08	7,148.4	-0.0185
23/9/92	1,264.42	7,142.4	-0.0060
24/9/92	1,257.35	7,136.4	-0.0056
25/9/92	1,252.10	7,132.6	-0.0042
26/9/92	1,257.90	7,137.2	0.0046
29/9/92	1,289.09	7,161.7	0.0245
30/9/92	1,327.07	7,180.7	0.0259
1/10/92	1,358.12	7,214.6	0.0239
2/10/92	1,350.22	7,206.0	0.0253
5/10/92	1,454.35	7,282.3	0.0455
10/10/92	1,448.87	7,277.0	-0.0053
17/10/92	1,453.42	7,281.7	0.0047
20/10/92	1,437.94	7,271.0	-0.0107
9/11/92	1,437.25	7,281.9	-0.0080
13/11/92	1,427.59	7,264.0	0.0021
14/11/92	1,432.61	7,273.3	0.0032
19/11/92	1,454.79	7,282.6	0.0154
16/12/92	1,491.66	7,307.6	0.0250
19/12/92	1,509.69	7,319.7	0.0120
20/12/92	1,555.22	7,349.4	0.0297
21/12/92	1,560.36	7,352.7	0.0033
22/12/92	1,568.83	7,357.0	0.0061
23/12/92	1,565.40	7,356.9	-0.0006
26/12/92	1,557.87	7,352.8	-0.0051
28/12/92	1,548.88	7,345.5	-0.0133
30/12/92	1,557.33	7,376.1	0.0203
31/1/92	1,558.40	7,351.4	-0.0247
4/1/92	1,547.75	7,344.8	-0.0069
5/1/92	1,568.59	7,357.9	0.0134
6/1/92	1,609.60	7,383.7	0.0258
9/1/92	1,642.78	7,404.1	0.0204
10/1/92	1,635.84	7,412.1	0.0079
11/1/92	1,631.92	7,409.7	-0.0024
12/1/92	1,631.60	7,397.3	-0.0124
13/1/92	1,608.08	7,382.8	-0.0145
16/1/92	1,585.71	7,368.8	-0.0140
17/1/92	1,608.18	7,382.8	0.0118
18/1/92	1,627.25	7,394.0	0.0118
19/1/92	1,634.58	7,399.1	0.0045
21/1/92	1,670.33	7,426.2	0.0270
24/1/92	1,691.54	7,433.4	0.0072
25/1/92	1,681.80	7,433.4	0.0000
26/1/92	1,703.48	7,440.4	0.0070
27/1/92	1,727.23	7,454.3	0.0138
30/1/92	1,715.89	7,447.6	-0.0067
1/2/92	1,689.13	7,432.0	-0.0158
2/2/92	1,687.97	7,431.3	-0.0007
3/2/92	1,698.99	7,437.8	0.0065
4/2/92	1,713.95	7,446.6	0.0088
5/2/92	1,723.78	7,452.3	0.0057
8/2/92	1,74		

FECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
27/1/93	1.740 69	7 4620	-0.0218
28/1/93	1.680 83	7 4270	-0.0580
29/1/93	1.633 22	7 4105	-0.0166
1/2/93	1.664 32	7 4172	0.0067
2/2/93	1.624 15	7 3927	-0.0244
3/2/93	1.601 56	7 3825	-0.0103
4/2/93	1.659 69	7 4144	0.0319
8/2/93	1.640 42	7 4027	-0.0117
9/2/93	1.625 70	7 3937	-0.0090
10/2/93	1.631 85	7 4011	0.0074
11/2/93	1.661 32	7 4154	0.0142
12/2/93	1.634 77	7 4017	-0.0137
13/2/93	1.624 32	7 3953	-0.0064
16/2/93	1.595 02	7 3746	-0.0201
17/2/93	1.572 86	7 3607	-0.0140
18/2/93	1.556 71	7 3503	-0.0103
19/2/93	1.574 11	7 3614	0.0111
22/2/93	1.573 04	7 3606	-0.0007
23/2/93	1.542 66	7 3413	-0.0195
24/2/93	1.515 48	7 3236	-0.0176
25/2/93	1.504 15	7 3160	-0.0078
26/2/93	1.546 68	7 3439	0.0279
10/3/93	1.563 63	7 3548	0.0109
20/3/93	1.590 43	7 3718	0.0170
30/3/93	1.612 99	7 3858	0.0141
4/3/93	1.604 87	7 3808	-0.0050
5/3/93	1.637 86	7 4011	0.0203
8/3/93	1.650 09	7 4095	0.0074
9/3/93	1.644 43	7 4051	-0.0034
10/3/93	1.650 41	7 4088	0.0037
11/3/93	1.655 52	7 4119	0.0031
12/3/93	1.637 60	7 4011	-0.0108
15/3/93	1.642 81	7 4040	0.0029
16/3/93	1.683 58	7 4167	0.0127
17/3/93	1.658 00	7 4134	-0.0034
18/3/93	1.666 78	7 4186	0.0053
19/3/93	1.670 45	7 4208	0.0022
22/3/93	1.661 51	7 4155	-0.0054
23/3/93	1.669 11	7 4200	0.0046
24/3/93	1.702 10	7 4396	0.0196
25/3/93	1.737 54	7 4602	0.0206
26/3/93	1.732 46	7 4573	-0.0029
29/3/93	1.768 33	7 4778	0.0205
30/3/93	1.773 86	7 4809	0.0031
31/3/93	1.791 71	7 4937	0.0112
1/4/93	1.756 59	7 4711	-0.0088
2/4/93	1.741 97	7 4626	-0.0083
5/4/93	1.744 37	7 4641	0.0014
6/4/93	1.763 61	7 4763	0.0121
7/4/93	1.783 74	7 4876	0.0113
12/4/93	1.791 29	7 4907	0.0031
13/4/93	1.777 40	7 4826	-0.0078
14/4/93	1.776 03	7 4836	-0.0010
15/4/93	1.759 61	7 4728	-0.0109
16/4/93	1.761 40	7 4739	0.0019
19/4/93	1.742 66	7 4632	-0.0107
20/4/93	1.739 47	7 4613	-0.0022
21/4/93	1.732 15	7 4571	-0.0042
22/4/93	1.744 65	7 4643	0.0072
23/4/93	1.707 18	7 4426	-0.0219
26/4/93	1.681 04	7 4272	-0.0164
27/4/93	1.694 48	7 4351	0.0080
28/4/93	1.638 84	7 4018	-0.0334
29/4/93	1.654 58	7 4113	0.0056
30/4/93	1.665 41	7 4176	0.0065
3/5/93	1.634 33	7 3990	-0.0188
6/5/93	1.642 47	7 4040	0.0050
6/5/93	1.666 59	7 4185	0.0146
7/5/93	1.664 91	7 4175	-0.0010
10/5/93	1.652 25	7 4099	-0.0076
11/5/93	1.636 43	7 4003	-0.0096
12/5/93	1.601 63	7 3768	-0.0215
13/5/93	1.607 87	7 3827	0.0039
14/5/93	1.609 42	7 3836	0.0010
17/5/93	1.632 63	7 3979	0.0143
18/5/93	1.631 73	7 3971	-0.0009
19/5/93	1.637 33	7 4008	0.0034
20/5/93	1.635 43	7 4021	0.0013
21/5/93	1.627 84	7 3950	-0.0071
24/5/93	1.629 22	7 3959	0.0008
25/5/93	1.630 83	7 3968	0.0010
26/5/93	1.619 07	7 3896	-0.0073
27/5/93	1.609 27	7 3835	-0.0060
28/5/93	1.613 88	7 3865	0.0029
31/5/93	1.612 99	7 3858	-0.0008
1/6/93	1.603 16	7 3797	-0.0067
2/6/93	1.595 64	7 3750	-0.0041
3/6/93	1.577 77	7 3638	-0.0113
4/6/93	1.575 14	7 3621	-0.0017

FECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
7/6/93	1.534 84	7 3490	-0.0131
8/6/93	1.580 84	7 3657	0.0167
9/6/93	1.590 83	7 3720	0.0063
10/6/93	1.570 16	7 3589	-0.0131
11/6/93	1.563 79	7 3549	-0.0041
14/6/93	1.567 48	7 3572	0.0024
15/6/93	1.593 66	7 3739	0.0167
16/6/93	1.585 45	7 3749	0.0010
17/6/93	1.632 14	7 3978	0.0227
18/6/93	1.647 29	7 4069	0.0092
21/6/93	1.655 17	7 4117	0.0048
22/6/93	1.646 14	7 4062	-0.0055
23/6/93	1.633 54	7 4107	0.0045
24/6/93	1.635 43	7 3997	-0.0110
25/6/93	1.651 05	7 4092	0.0035
26/6/93	1.672 07	7 4216	0.0127
29/6/93	1.701 13	7 4390	0.0172
30/6/93	1.670 29	7 4206	-0.0183
1/7/93	1.671 75	7 4216	0.0009
2/7/93	1.661 82	7 4157	-0.0060
5/7/93	1.660 42	7 4148	-0.0008
6/7/93	1.644 17	7 4050	-0.0058
7/7/93	1.657 56	7 4131	0.0081
8/7/93	1.634 67	7 4352	0.0221
9/7/93	1.710 65	7 4446	0.0094
12/7/93	1.712 81	7 4459	0.0013
13/7/93	1.730 89	7 4564	0.0105
14/7/93	1.726 60	7 4539	-0.0025
15/7/93	1.742 76	7 4650	-0.0050
16/7/93	1.719 20	7 4486	-0.0093
19/7/93	1.726 11	7 4501	0.0005
20/7/93	1.702 90	7 4401	-0.0101
21/7/93	1.694 53	7 4352	-0.0049
22/7/93	1.680 69	7 4270	-0.0082
23/7/93	1.745 66	7 4648	0.0379
26/7/93	1.776 23	7 4822	0.0174
27/7/93	1.771 08	7 4793	-0.0029
28/7/93	1.740 60	7 4620	-0.0174
29/7/93	1.765 21	7 4760	0.0140
30/7/93	1.769 71	7 4768	0.0025
2/8/93	1.790 84	7 4904	0.0119
3/8/93	1.777 05	7 4827	-0.0077
4/8/93	1.804 72	7 4882	0.0155
5/8/93	1.807 25	7 4905	0.0014
6/8/93	1.806 65	7 4888	-0.0008
9/8/93	1.807 02	7 4994	0.0006
10/8/93	1.763 79	7 4665	-0.0126
11/8/93	1.810 16	7 5011	0.0148
12/8/93	1.778 89	7 4837	-0.0174
13/8/93	1.844 52	7 5200	0.0362
16/8/93	1.842 58	7 5189	-0.0011
17/8/93	1.873 08	7 5353	0.0164
18/8/93	1.868 81	7 5331	-0.0023
19/8/93	1.877 96	7 5379	0.0049
20/8/93	1.809 38	7 5045	0.0161
23/8/93	1.932 57	7 5666	0.0121
24/8/93	1.930 97	7 5658	-0.0008
25/8/93	1.918 14	7 5591	-0.0087
26/8/93	1.941 36	7 5711	0.0120
27/8/93	1.939 56	7 5702	-0.0009
30/8/93	1.908 92	7 5543	-0.0159
31/8/93	1.905 59	7 5528	-0.0017
1/9/93	1.916 65	7 5583	0.0054
2/9/93	1.933 01	7 5679	0.0095
3/9/93	1.933 26	7 5670	-0.0009
6/9/93	1.929 98	7 5653	-0.0017
7/9/93	1.949 51	7 5753	0.0101
8/9/93	1.943 46	7 5722	-0.0031
9/9/93	1.936 37	7 5688	-0.0037
10/9/93	1.922 93	7 5618	-0.0070
13/9/93	1.892 63	7 5457	-0.0159
14/9/93	1.864 88	7 5310	-0.0148
15/9/93	1.848 34	7 5220	-0.0089
17/9/93	1.827 80	7 5109	-0.0112
20/9/93	1.801 13	7 4963	-0.0137
21/9/93	1.776 22	7 4817	-0.0145
22/9/93	1.802 41	7 4969	0.0152
23/9/93	1.837 24	7 5160	0.0181
24/9/93	1.841 25	7 5182	0.0022
27/9/93	1.838 71	7 5157	-0.0024
28/9/93	1.848 62	7 5211	0.0054
29/9/93	1.860 13	7 5284	0.0073
30/9/93	1.840 72	7 5169	-0.0105
1/10/93	1.834 02	7 5143	-0.0036
4/10/93	1.848 22	7 5220	0.0077
5/10/93	1.848 90	7 5223	0.0004
6/10/93	1.852 16	7 5241	0.0018
7/10/93	1.850 06	7 5230	-0.0011
8/10/93	1.863 48	7 5313	0.0083

FECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
11/10/93	1.909 62	7 5506	0.0133
13/10/93	1.944 04	7 5725	0.0200
14/10/93	1.950 81	7 5760	0.0035
15/10/93	1.982 87	7 5827	0.0062
16/10/93	1.991 61	7 5967	0.0145
20/10/93	1.960 83	7 5810	-0.0157
20/10/93	1.982 95	7 5973	0.0115
21/10/93	2.011 41	7 6068	0.0143
22/10/93	2.027 72	7 6144	0.0078
25/10/93	2.004 84	7 6032	-0.0112
26/10/93	2.029 06	7 6153	0.0121
27/10/93	2.010 42	7 6061	-0.0092
28/10/93	1.977 58	7 5896	-0.0163
29/10/93	2.020 26	7 6110	0.0212
31/1/93	2.000 05	7 6005	-0.0101
4/1/93	2.011 98	7 6059	0.0059
5/1/93	1.968 07	7 5648	-0.0221
8/1/93	1.927 92	7 5642	-0.0096
9/1/93	1.853 84	7 5378	0.0134
10/1/93	2.035 33	7 6184	0.0409
11/1/93	2.056 35	7 6287	0.0103
12/1/93	2.108 44	7 6537	0.0250
15/1/93	2.123 33	7 6607	0.0070
16/1/93	2.159 35	7 6776	0.0168
17/1/93	2.148 50	7 6725	-0.0050
18/1/93	2.166 04	7 6807	0.0081
19/1/93	2.185 66	7 6897	0.0090
22/1/93	2.182 94	7 6884	-0.0012
23/1/93	2.156 08	7 6760	-0.0124
24/1/93	2.164 07	7 6797	0.0037
25/1/93	2.231 14	7 7103	0.0305
26/1/93	2.281 20	7 7237	0.0134
29/1/93	2.243 13	7 7156	-0.0060
30/1/93	2.215 69	7 7033	-0.0123
1/1/93	2.231 53	7 7104	0.0071
2/1/93	2.270 76	7 7279	0.0174
3/1/93	2.324 09	7 7511	0.0232
6/1/93	2.386 14	7 7774	0.0263
7/1/93	2.384 08	7 7768	-0.0009
8/1/93	2.433 27	7 7970	0.0204
9/1/93	2.398 14	7 7824	-0.0145
10/1/93	2.409 35	7 7871	0.0047
13/1/93	2.411 61	7 7880	0.0009
14/1/93	2.366 99	7 7692	-0.0168
15/1/93	2.380 96	7 7790	0.0068
16/1/93	2.422 85	7 7927	0.0137
17/1/93	2.454 57	7 8057	0.0130
20/1/93	2.461 02	7 8204	0.0147
21/1/93	2.479 73	7 8159	-0.0045
22/1/93	2.505 81	7 8263	0.0104
23/1/93	2.581 84	7 8465	0.0222
24/1/93	2.567 07	7 8505	0.0020
27/1/93	2.583 57	7 8608	0.0103
28/1/93	2.574 66	7 8535	-0.0073
29/1/93	2.599 91	7 8632	0.0098
30/1/93	2.602 63	7 8643	



FECHA	IPC	LN IPC	Diff (LN IPC)
17/2/94	2.775 52	7.9286	-0.0017
18/2/94	2.709 22	7.9044	-0.0242
21/2/94	2.684 14	7.8951	-0.0093
22/2/94	2.635 05	7.8767	-0.0185
23/2/94	2.577 35	7.8526	-0.0241
24/2/94	2.597 33	7.8603	0.0077
25/2/94	2.596 39	7.8619	0.0016
28/2/94	2.588 44	7.8577	-0.0043
1/3/94	2.514 15	7.8297	-0.0280
2/3/94	2.567 68	7.8488	0.0191
3/3/94	2.561 93	7.8465	-0.0023
4/3/94	2.569 52	7.8515	0.0050
7/3/94	2.601 69	7.8640	0.0125
8/3/94	2.571 41	7.8522	-0.0118
9/3/94	2.533 08	7.8372	-0.0150
10/3/94	2.508 14	7.8265	-0.0107
11/3/94	2.510 93	7.8294	0.0019
14/3/94	2.429 88	7.7956	-0.0328
15/3/94	2.362 03	7.7673	-0.0283
16/3/94	2.382 23	7.7758	0.0085
17/3/94	2.398 67	7.7818	0.0060
18/3/94	2.383 01	7.7767	-0.0057
22/3/94	2.511 92	7.8208	0.0427
23/3/94	2.443 37	7.8413	0.0126
26/3/94	2.520 78	7.8323	-0.0090
28/3/94	2.446 15	7.8023	-0.0301
29/3/94	2.457 59	7.8069	0.0047
30/3/94	2.410 38	7.7875	-0.0194
4/4/94	2.265 49	7.7255	-0.0620
5/4/94	2.234 15	7.7116	-0.0139
6/4/94	2.260 52	7.7234	0.0117
7/4/94	2.273 33	7.7290	0.0057
8/4/94	2.229 25	7.7094	-0.0198
11/4/94	2.209 48	7.7001	-0.0094
12/4/94	2.243 16	7.7158	0.0158
13/4/94	2.199 90	7.6862	-0.0195
14/4/94	2.208 51	7.6992	0.0030
15/4/94	2.198 84	7.6958	-0.0036
18/4/94	2.137 62	7.6674	-0.0281
19/4/94	2.064 97	7.6328	-0.0347
20/4/94	1.957 33	7.5793	-0.0534
21/4/94	1.975 32	7.5976	0.0185
22/4/94	1.909 31	7.5604	-0.0372
25/4/94	1.910 03	7.5621	-0.0023
26/4/94	1.984 13	7.6337	0.0416
27/4/94	1.932 78	7.5848	0.0211
28/4/94	1.921 23	7.5759	-0.0050
29/4/94	1.929 10	7.5811	-0.0118
2/5/94	1.780 73	7.4701	-0.0280
3/5/94	1.739 23	7.4439	-0.0038
4/5/94	1.735 12	7.4421	-0.0018
6/5/94	1.778 70	7.4656	-0.0265
9/5/94	1.747 58	7.4721	-0.0135
10/5/94	1.713 09	7.4621	-0.0300
11/5/94	1.719 57	7.4669	-0.0153
12/5/94	1.735 70	7.4723	0.0054
16/5/94	1.740 17	7.4743	0.0020
17/5/94	1.728 56	7.4657	-0.0081
18/5/94	1.735 18	7.4728	0.0037
19/5/94	1.604 91	7.3653	-0.0124
20/5/94	1.610 30	7.3694	0.0051
23/5/94	1.431 43	7.1982	-0.0058
24/5/94	1.468 52	7.2114	0.0151
25/5/94	1.472 16	7.2128	0.0015
26/5/94	1.435 45	7.2061	-0.0068
27/5/94	1.485 05	7.2180	0.0120
30/5/94	1.485 41	7.2182	0.0001
31/5/94	1.483 73	7.2175	-0.0007
1/6/94	1.438 98	7.1993	-0.0182
2/6/94	1.448 06	7.2022	0.0029
3/6/94	1.464 98	7.2059	0.0077
8/6/94	1.494 84	7.2220	0.0120
7/6/94	1.436 25	7.2028	-0.0156
8/6/94	1.408 98	7.1874	-0.0180
8/6/94	1.413 38	7.1883	0.0014
10/6/94	1.385 35	7.1772	-0.0118
13/6/94	1.291 12	7.1368	-0.0404
14/6/94	1.300 94	7.1411	0.0043
15/6/94	1.296 87	7.1393	-0.0018
16/6/94	1.328 80	7.1522	0.0129
17/6/94	1.310 50	7.1452	-0.0070
20/6/94	1.283 61	7.1325	-0.0117
21/6/94	1.257 69	7.1221	-0.0114
22/6/94	1.257 63	7.1221	0.0000
23/6/94	1.242 93	7.1155	-0.0066
24/6/94	1.287 27	7.1604	-0.0251
27/6/94	1.239 19	7.1139	0.0235
28/6/94	1.232 73	7.1110	-0.0029

FECHA	IPC	LN IPC	Diff (LN IPC)
29/6/94	2.270 93	7.7279	0.0170
30/6/94	2.262 56	7.7243	-0.0037
1/7/94	2.262 65	7.7243	0.0000
4/7/94	2.267 94	7.7265	0.0022
5/7/94	2.276 06	7.7320	0.0055
6/7/94	2.309 99	7.7450	0.0130
7/7/94	2.334 39	7.7555	0.0105
8/7/94	2.314 77	7.7471	-0.0084
11/7/94	2.292 00	7.7372	-0.0099
12/7/94	2.288 28	7.7356	-0.0016
13/7/94	2.284 97	7.7323	-0.0102
14/7/94	2.282 78	7.7331	0.0078
15/7/94	2.281 25	7.7323	-0.0007
18/7/94	2.274 26	7.7294	-0.0031
19/7/94	2.253 30	7.7210	-0.0084
20/7/94	2.210 95	7.7012	-0.0199
21/7/94	2.232 81	7.7110	0.0098
22/7/94	2.300 68	7.7410	0.0299
25/7/94	2.313 94	7.7467	0.0058
26/7/94	2.383 40	7.7805	0.0338
27/7/94	2.433 22	7.7960	0.0165
28/7/94	2.429 18	7.7963	-0.0117
29/7/94	2.462 37	7.8058	0.0135
1/8/94	2.473 54	7.8134	0.0046
2/8/94	2.438 52	7.8030	-0.0029
3/8/94	2.587 31	7.8596	0.0566
4/8/94	2.573 81	7.8531	0.0025
5/8/94	2.642 97	7.8797	0.0265
8/8/94	2.603 90	7.8648	-0.0149
9/8/94	2.594 98	7.8613	-0.0034
10/8/94	2.574 87	7.8535	-0.0078
11/8/94	2.598 89	7.8621	0.0066
12/8/94	2.637 76	7.8777	0.0156
15/8/94	2.651 50	7.8829	0.0052
16/8/94	2.694 60	7.8990	0.0161
17/8/94	2.699 65	7.9009	0.0019
18/8/94	2.698 24	7.9004	-0.0025
19/8/94	2.708 18	7.9040	0.0037
22/8/94	2.758 97	7.9224	0.0168
23/8/94	2.754 55	7.9214	-0.0012
24/8/94	2.794 22	7.9387	0.0154
25/8/94	2.776 21	7.9288	-0.0079
26/8/94	2.772 17	7.9274	-0.0016
29/8/94	2.745 58	7.9179	-0.0095
30/8/94	2.732 64	7.9131	-0.0048
31/8/94	2.702 73	7.9020	-0.0111
1/9/94	2.693 61	7.8988	-0.0034
2/9/94	2.674 83	7.8916	-0.0070
5/9/94	2.668 03	7.8883	-0.0033
6/9/94	2.704 07	7.9025	0.0142
7/9/94	2.738 92	7.9153	0.0128
8/9/94	2.762 16	7.9238	0.0084
9/9/94	2.755 35	7.9213	-0.0025
12/9/94	2.708 79	7.9043	-0.0170
13/9/94	2.713 34	7.9050	0.0017
14/9/94	2.743 18	7.9169	0.0109
15/9/94	2.804 64	7.9390	0.0222
19/9/94	2.803 62	7.9387	0.0001
20/9/94	2.810 07	7.9410	0.0023
21/9/94	2.794 83	7.9355	-0.0054
22/9/94	2.828 51	7.9475	0.0120
23/9/94	2.857 52	7.9677	0.0202
26/9/94	2.840 08	7.9516	-0.0061
27/9/94	2.818 43	7.9439	-0.0077
28/9/94	2.784 82	7.9247	-0.0192
29/9/94	2.717 51	7.9075	-0.0173
30/9/94	2.748 11	7.9179	0.0105
31/9/94	2.686 01	7.8958	-0.0221
1/10/94	2.670 02	7.8958	-0.0020
6/10/94	2.641 39	7.8791	-0.0108
7/10/94	2.638 91	7.8774	-0.0017
7/10/94	2.649 79	7.8822	0.0049
10/10/94	2.621 63	7.8718	-0.0107
11/10/94	2.665 50	7.8882	0.0166
12/10/94	2.740 82	7.9160	0.0278
13/10/94	2.759 81	7.9228	0.0068
14/10/94	2.777 69	7.9294	0.0065
17/10/94	2.755 97	7.9215	-0.0079
18/10/94	2.725 05	7.9102	-0.0113
19/10/94	2.750 13	7.9194	0.0092
20/10/94	2.743 38	7.9169	-0.0025
21/10/94	2.686 65	7.8961	-0.0208
24/10/94	2.833 62	7.8761	-0.0200
25/10/94	2.878 38	7.8949	-0.0212
26/10/94	2.880 00	7.8955	0.0016
27/10/94	2.592 29	7.8603	-0.0348
28/10/94	2.511 82	7.8329	-0.0300
31/10/94	2.552 08	7.8647	-0.0278
31/10/94	2.543 07	7.8411	-0.0235

FECHA	IPC	LN IPC	Diff (LN IPC)
4/11/94	2.581 84	7.8362	0.0151
7/11/94	2.588 35	7.8588	0.0026
8/11/94	2.611 94	7.8678	0.0081
9/11/94	2.618 94	7.8705	0.0027
10/11/94	2.492 52	7.8319	-0.0386
11/11/94	2.528 99	7.8348	0.0138
14/11/94	2.488 64	7.8146	-0.0161
15/11/94	2.459 15	7.8076	-0.0111
16/11/94	2.510 41	7.8282	0.0206
17/11/94	2.485 21	7.8100	-0.0182
18/11/94	2.429 11	7.7953	-0.0148
21/11/94	2.428 19	7.7949	-0.0004
22/11/94	2.451 06	7.8043	0.0094
23/11/94	2.416 87	7.7901	-0.0141
24/11/94	2.438 96	7.7993	0.0092
25/11/94	2.485 17	7.8161	0.0168
28/11/94	2.562 83	7.8489	0.0308
29/11/94	2.598 16	7.8518	0.0129
30/11/94	2.591 34	7.8599	-0.0019
2/12/94	2.537 43	7.8389	-0.0210
5/12/94	2.511 42	7.8238	-0.0163
6/12/94	2.514 36	7.8298	-0.0028
7/12/94	2.529 89	7.8320	0.0026
8/12/94	2.490 90	7.8240	-0.0084
9/12/94	2.467 79	7.8111	-0.0129
13/12/94	2.407 99	7.7865	-0.0245
14/12/94	2.401 55	7.7839	-0.0027
15/12/94	2.376 66	7.7743	-0.0096
16/12/94	2.327 59	7.7526	-0.0217
19/12/94	2.231 11	7.7103	-0.0423
20/12/94	2.274 17	7.7294	0.0191
21/12/94	2.203 67	7.6979	-0.0315
22/12/94	2.308 26	7.7434	0.0455
23/12/94	2.341 85	7.7587	0.0153
26/12/94	2.342 79	7.7591	0.0054
27/12/94	2.216 30	7.7368	-0.0264
28/12/94	2.337 72	7.7569	0.0264
29/12/94	2.411 06	7.7878	0.0309
30/12/94	2.376 66	7.7730	-0.0148
31/12/94	2.334 24	7.7640	-0.0091
1/1/95	2.278 47	7.7513	-0.0237
4/1/95	2.268 87	7.7275	-0.0338
5/1/95	2.273 10	7.7289	0.0014
6/1/95	2.253 93	7.7204	-0.0085
9/1/95	2.104 05	7.6318	-0.0688
10/1/95	1.972 33	7.5870	-0.0546
11/1/95	1.927 67	7.6147	-0.0278
12/1/95	1.918 82	7.6586	0.0439
13/1/95	1.926 55	7.6707	0.0431
16/1/95	1.923 01	7.6756	0.0119
17/1/95	2.229 49	7.8225	-0.0388
18/1/95	1.958 13	7.6761	-0.0244
19/1/95	2.051 89	7.6265	-0.0496
20/1/95	2.065 85	7.6333	0.0068
23/1/95	2.098 49	7.6348	0.0013
24/1/95	2.095 61	7.6476	0.0130

FECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
104/96	3.044 61	0.0211	0.0116
114/96	3.044 01	0.0209	-0.0002
124/96	3.174 85	0.0630	0.0421
134/96	3.204 69	0.0724	0.0094
144/96	3.204 93	0.0712	-0.0012
174/96	3.234 62	0.0617	0.0105
184/96	3.273 52	0.0936	0.0120
194/96	3.284 48	0.0970	0.0033
224/96	3.251 23	0.0868	-0.0102
234/96	3.217 86	0.0765	-0.0103
244/96	3.252 87	0.0873	0.0108
254/96	3.239 01	0.0830	-0.0043
264/96	3.216 96	0.0782	-0.0058
294/96	3.203 09	0.0705	-0.0053
304/96	3.187 19	0.0663	-0.0040
324/96	3.162 51	0.0591	-0.0078
334/96	3.146 00	0.0539	-0.0052
354/96	3.152 68	0.0560	0.0021
374/96	3.168 16	0.0609	0.0049
384/96	3.194 42	0.0692	0.0083
394/96	3.181 97	0.0653	-0.0039
105/96	3.216 14	0.0758	0.0107
135/96	3.250 78	0.0867	0.0107
145/96	3.250 33	0.0865	-0.0001
155/96	3.232 14	0.0809	-0.0056
165/96	3.226 21	0.0791	-0.0018
175/96	3.259 37	0.0893	0.0102
205/96	3.316 21	0.1066	0.0173
215/96	3.323 71	0.1145	0.0080
225/96	3.352 88	0.1176	0.0030
235/96	3.316 04	0.1065	-0.0110
245/96	3.313 19	0.1057	-0.0009
275/96	3.327 24	0.1099	0.0042
285/96	3.315 35	0.1063	-0.0038
295/96	3.329 48	0.0954	-0.0109
305/96	3.360 86	0.0927	-0.0057
315/96	3.305 51	0.0728	-0.0171
369/96	3.191 76	0.0683	-0.0043
469/96	3.228 34	0.0797	0.0114
569/96	3.257 74	0.0886	0.0029
669/96	3.271 94	0.0931	0.0045
769/96	3.262 03	0.0901	-0.0030
106/96	3.242 33	0.0840	-0.0061
116/96	3.227 32	0.0794	-0.0046
126/96	3.216 30	0.0760	-0.0034
136/96	3.163 75	0.0634	-0.0050
146/96	3.174 85	0.0630	0.0028
156/96	3.190 58	0.0680	0.0058
186/96	3.202 15	0.0716	0.0038
196/96	3.210 83	0.0743	0.0027
206/96	3.180 99	0.0649	-0.0053
216/96	3.136 05	0.0507	-0.0142
246/96	3.132 22	0.0490	-0.0012
256/96	3.159 98	0.0583	0.0023
266/96	3.177 91	0.0640	0.0057
276/96	3.183 59	0.0658	0.0018
286/96	3.210 83	0.0743	0.0085
177/96	3.177 65	0.0639	-0.0104
217/96	3.198 91	0.0706	0.0067
317/96	3.181 80	0.0652	-0.0054
417/96	3.174 88	0.0630	-0.0022
517/96	3.105 92	0.0411	-0.0220
617/96	3.034 25	0.0179	-0.0231
717/96	3.085 68	0.0345	0.0166
817/96	3.087 48	0.0351	0.0006
117/96	3.056 29	0.0290	-0.0102
127/96	3.009 98	0.0097	-0.0153
157/96	2.918 55	0.0782	-0.0315
167/96	2.944 39	0.0807	0.0095
177/96	2.990 27	0.0831	0.0155
187/96	3.064 19	0.0975	0.0244
197/96	3.060 03	0.0892	-0.0013
227/96	3.014 68	0.0713	-0.0149
237/96	3.003 09	0.0074	-0.0039
247/96	2.943 03	0.0872	-0.0202
257/96	2.937 98	0.0855	-0.0017
267/96	2.990 93	0.0933	0.0179
297/96	2.969 91	0.0963	-0.0071
307/96	2.966 89	0.0920	0.0027
317/96	3.007 24	0.0988	0.0096
189/96	3.118 35	0.0951	0.0363
259/96	3.188 33	0.0972	0.0222
549/96	3.177 88	0.0940	-0.0033
689/96	3.206 78	0.0730	0.0091
789/96	3.169 00	0.0675	-0.0055
889/96	3.185 40	0.0663	-0.0011
989/96	3.219 02	0.0768	0.0105
1289/96	3.255 99	0.0883	0.0114
1389/96	3.235 68	0.0820	-0.0083

FECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
148/96	3.263 21	0.0811	0.0091
158/96	3.311 72	0.1052	0.0141
168/96	3.361 39	0.1201	0.0149
188/96	3.324 67	0.1091	-0.0110
208/96	3.401 79	0.1321	0.0229
218/96	3.412 37	0.1352	0.0031
228/96	3.389 33	0.1284	-0.0068
238/96	3.364 37	0.1210	-0.0074
268/96	3.357 17	0.1189	-0.0021
278/96	3.433 79	0.1414	0.0228
288/96	3.410 84	0.1347	-0.0067
298/96	3.334 90	0.1122	-0.0225
308/96	3.305 47	0.1033	-0.0089
249/96	3.309 58	0.1044	0.0010
329/96	3.309 99	0.0918	-0.0130
439/96	3.329 99	0.1107	0.0191
539/96	3.306 72	0.1037	-0.0070
639/96	3.340 83	0.1140	0.0045
939/96	3.341 19	0.1141	0.0001
1039/96	3.309 27	0.1045	-0.0090
1139/96	3.302 98	0.1026	-0.0019
1239/96	3.318 95	0.1074	0.0048
1339/96	3.311 61	0.1052	-0.0022
1739/96	3.353 79	0.1178	0.0127
1839/96	3.369 00	0.1124	0.0045
1939/96	3.348 36	0.1162	0.0024
2039/96	3.318 23	0.1072	-0.0060
2339/96	3.300 44	0.1012	-0.0054
2439/96	3.293 89	0.0997	-0.0021
2539/96	3.274 62	0.0939	-0.0058
2639/96	3.239 53	0.0832	-0.0107
2739/96	3.238 79	0.0823	-0.0008
3039/96	3.236 32	0.0822	-0.0001
1109/96	3.286 48	0.0976	0.0184
2209/96	3.358 32	0.1192	0.0216
3109/96	3.373 34	0.1237	0.0045
4109/96	3.376 05	0.1245	0.0003
7109/96	3.345 45	0.1154	-0.0091
8109/96	3.340 11	0.1138	-0.0016
9109/96	3.372 88	0.1235	0.0097
19109/96	3.365 35	0.1213	-0.0022
111109/96	3.335 15	0.1123	-0.0080
141109/96	3.287 38	0.0978	-0.0144
151109/96	3.251 17	0.0868	-0.0111
161109/96	3.263 01	0.0904	0.0038
171109/96	3.281 47	0.0982	0.0018
181109/96	3.319 64	0.1078	0.0094
211109/96	3.280 04	0.0974	-0.0102
221109/96	3.247 84	0.0857	-0.0117
231109/96	3.264 54	0.0909	0.0051
241109/96	3.279 21	0.0954	0.0045
251109/96	3.233 28	0.0813	-0.0141
261109/96	3.216 47	0.0760	-0.0052
291109/96	3.199 06	0.0706	-0.0054
301109/96	3.182 49	0.0691	-0.0115
311109/96	3.213 33	0.0751	0.0169
111196	3.255 82	0.0882	0.0131
411196	3.247 71	0.0857	-0.0025
511196	3.285 95	0.0974	0.0119
611196	3.290 38	0.0988	0.0013
711196	3.293 23	0.0998	0.0009
811196	3.347 68	0.1160	0.0164
1111196	3.369 72	0.1228	0.0068
1211196	3.374 42	0.1240	0.0014
1311196	3.400 96	0.1318	0.0078
1411196	3.392 22	0.1292	-0.0026
1511196	3.385 13	0.1271	-0.0021
1611196	3.366 22	0.1215	-0.0058
1911196	3.358 16	0.1191	-0.0024
2111196	3.320 04	0.1077	-0.0114
2211196	3.288 29	0.0981	-0.0096
2511196	3.246 85	0.0854	-0.0127
2611196	3.271 45	0.0930	0.0076
2711196	3.268 84	0.0922	-0.0003
2811196	3.273 09	0.0935	0.0013
2911196	3.291 69	0.0992	0.0067
3111196	3.311 07	0.1046	0.0029
3211196	3.336 44	0.1106	0.0059
4111196	3.350 48	0.1287	-0.0018
511196	3.376 81	0.1248	-0.0041
611196	3.332 89	0.1118	-0.0130
911196	3.335 12	0.1123	0.0002
1011196	3.307 06	0.1038	-0.0084
1111196	3.241 75	0.0839	-0.0199
1311196	3.205 21	0.0725	-0.0113
1611196	3.175 09	0.0631	-0.0094
1711196	3.253 97	0.0876	0.0245
1811196	3.273 16	0.0935	0.0049
1911196	3.330 14	0.1103	0.0173

FECHA	IPC	LN IPC	DF (LN IPC)
2012/96	3.311 36	0.1051	-0.0057
2312/96	3.299 17	0.1014	-0.0037
2412/96	3.296 47	0.1012	-0.0002
2612/96	3.310 89	0.1050	0.0038
2712/96	3.327 20	0.1099	0.0049
3012/96	3.348 95	0.1158	0.0059
3112/96	3.381 03	0.1200	0.0042
21/97	3.359 46	0.1195	-0.0015
31/97	3.396 95	0.1306	0.0101
61/97	3.492 17	0.1583	0.0278
71/97	3.516 13	0.1651	0.0058
81/97	3.551 97	0.1769	0.0118
91/97	3.576 34	0.1827	0.0057
101/97	3.598 09	0.1878	0.0049
131/97	3.581 55	0.1780	-0.0097
141/97	3.631 36	0.1974	0.0194
151/97	3.728 02	0.2738	0.0263
161/97	3.701 83	0.2168	-0.0070
171/97	3.733 16	0.2250	0.0084
201/97	3.739 59	0.2267	0.0017
211/97	3.771 34	0.2208	-0.0060
221/97	3.707 98	0.2182	-0.0025
231/97	3.695 18	0.2148	-0.0035
241/97	3.680 56	0.2108	-0.0040
271/97	3.685 17	0.2099	0.0013
281/97	3.676 78	0.2091	-0.0023
291/97	3.631 62	0.1974	-0.0128
301/97	3.691 92	0.2067	0.0113
311/97	3.647 17	0.2017	-0.0070
325/97	3.636 50	0.1988	-0.0029
425/97	3.652 99	0.2033	0.0045
625/97	3.654 66	0.2038	0.0005
725/97	3.684 34	0.2037	-0.0001
1029/97	3.679 13	0.2104	0.0068
1129/97	3.750 03	0.2295	0.0191
1229/97	3.602 63	0.2434	0.0139
1329/97	3.778 46	0.2371	-0.0064
1429/97	3.826 77	0.2458	0.0127
1729/97	3.850 44	0.2509	0.0062
1829/97	3.842 70	0.2539	-0.0020
1929/97	3.875 04	0.2623	0.0084
2029/97	3.839 73	0.2532	-0.0059
2129/97	3.880 04	0.2636	0.0104
2429/97	3.859 77	0.2641	0.0025
2529/97	3.938 68	0.2768	0.0125
2629/97	3.890 15	0.2662	-0.0124
2729/97	3.851 92	0.2563	-0.0059
2829/97	3.840 98	0.2563	-0.0028
333/97	3.795 92	0.2417	-0.0118
433/97	3.755 69	0.2310	-0.0107
533/97	3.762 49	0.2323	0.0018
633/97	3.808 96	0.2448	0.0117
733/97	3.809 75	0.2433	0.0007
1033/97	3.844 80	0.2545	0.0092
1133/97	3.804 12	0.2438	-0.0106
1233/97	3.758 09	0.2317	-0.0122
1333/97	3.745 39	0.2283	-0.0034
1433/97			

FECHA	IPC	LN IPC	DR (LN IPC)
6/5/97	3.798 23	8 2423	0 0088
7/5/97	3.774 02	8 2359	-0 0064
8/5/97	3.821 92	8 2485	0 0128
9/5/97	3.873 38	8 2619	0 0134
1/25/97	3.930 09	8 2764	0 0145
1/35/97	3.930 74	8 2766	0 0002
1/45/97	3.894 20	8 2672	-0 0093
1/55/97	3.887 20	8 2654	-0 0018
1/65/97	3.890 38	8 2663	0 0058
1/95/97	3.891 38	8 2742	0 0079
2/05/97	3.862 62	8 2621	0 0078
2/15/97	3.974 42	8 2876	0 0055
2/25/97	3.999 52	8 2939	0 0063
2/35/97	3.988 29	8 2911	-0 0028
2/65/97	3.985 02	8 2903	-0 0008
2/75/97	3.960 86	8 2842	-0 0061
2/85/97	3.906 25	8 2703	-0 0139
2/95/97	3.936 11	8 2779	0 0076
3/05/97	3.968 81	8 2862	0 0083
2/65/97	4.002 82	8 2944	0 0085
3/65/97	4.060 06	8 3090	0 0142
4/6/97	4.121 56	8 3240	0 0150
5/6/97	4.119 53	8 3235	-0 0005
6/6/97	4.160 85	8 3335	0 0100
9/6/97	4.126 30	8 3251	-0 0083
10/6/97	4.142 92	8 3292	0 0040
11/6/97	4.194 44	8 3475	0 0154
1/95/97	4.240 02	8 3523	0 0108
1/36/97	4.244 63	8 3534	0 0011
1/66/97	4.259 84	8 3570	0 0036
1/76/97	4.276 83	8 3610	0 0040
1/86/97	4.281 52	8 3621	0 0011
1/96/97	4.353 67	8 3768	0 0167
2/06/97	4.439 14	8 3982	0 0194
2/36/97	4.436 75	8 3977	-0 0005
2/46/97	4.403 45	8 3901	-0 0075
2/56/97	4.397 82	8 3889	-0 0013
2/66/97	4.464 98	8 4040	0 0152
2/76/97	4.481 11	8 4076	0 0036
3/06/97	4.457 97	8 4024	-0 0052
3/16/97	4.508 79	8 4138	0 0113
3/17/97	4.509 23	8 4249	0 0111
3/18/97	4.571 62	8 4320	0 0071
4/1/97	4.644 60	8 4435	0 0115
4/1/97	4.741 24	8 4641	0 0208
8/1/97	4.871 14	8 4908	0 0187
9/1/97	4.836 49	8 4838	0 0032
10/1/97	4.862 39	8 4893	0 0063
11/1/97	4.821 62	8 4809	-0 0084
1/1/97	4.777 07	8 4716	-0 0093
1/5/97	4.694 35	8 4541	-0 0175
1/6/97	4.787 43	8 4737	0 0198
1/7/97	4.816 37	8 4798	0 0060
1/8/97	4.720 56	8 4597	-0 0201
2/1/97	4.590 72	8 4317	-0 0280
2/2/97	4.652 19	8 4451	0 0134
2/3/97	4.742 12	8 4642	0 0191
2/4/97	4.762 65	8 4686	0 0043
2/5/97	4.722 42	8 4601	-0 0085
2/6/97	4.712 13	8 4679	-0 0022
2/7/97	4.797 49	8 4758	0 0179
3/1/97	4.914 23	8 5120	0 0362
3/1/97	5.067 83	8 5307	0 0188
4/8/97	5.067 03	8 5305	-0 0002
4/8/97	5.135 24	8 5439	0 0134
5/8/97	5.183 02	8 5531	0 0093
6/8/97	5.212 69	8 5589	0 0057
7/8/97	5.195 29	8 5555	-0 0034
8/8/97	5.075 05	8 5321	-0 0234
11/8/97	5.043 65	8 5259	-0 0062
1/28/97	5.002 88	8 5178	-0 0081
1/38/97	5.016 63	8 5205	0 0027
1/48/97	5.014 61	8 5201	-0 0004
1/58/97	4.966 61	8 5085	-0 0116
1/68/97	4.962 88	8 5077	-0 0008
1/98/97	5.041 46	8 5255	0 0177
2/08/97	5.124 16	8 5417	0 0163
2/18/97	5.070 47	8 5312	-0 0105
2/28/97	5.023 48	8 5210	-0 0093
2/38/97	4.896 18	8 5164	-0 0054
2/68/97	4.916 51	8 5204	-0 0161
2/78/97	4.912 88	8 4998	-0 0007
2/88/97	4.789 38	8 4742	-0 0253
2/98/97	4.648 41	8 4443	-0 0299
3/9/97	4.780 21	8 4722	0 0280
3/9/97	4.888 81	8 4947	0 0225
4/9/97	4.891 46	8 4952	0 0005
5/9/97	4.927 43	8 5026	0 0073
6/9/97	4.933 41	8 5038	0 0012

FECHA	IPC	LN IPC	DR (LN IPC)
9/9/97	4.937 96	8 5047	0 0009
10/9/97	4.822 11	8 4810	-0 0237
11/9/97	4.720 60	8 4587	-0 0213
12/9/97	4.848 49	8 4864	0 0267
1/9/97	4.833 12	8 4832	-0 0032
1/9/97	5.009 61	8 5191	0 0359
1/9/97	5.074 88	8 5321	0 0129
1/9/97	5.118 13	8 5405	0 0085
2/9/97	5.218 73	8 5714	0 0369
2/9/97	5.258 52	8 5876	-0 0216
2/9/97	5.210 62	8 5585	-0 0082
2/9/97	5.228 73	8 5819	0 0035
2/9/97	5.249 95	8 5660	0 0041
2/9/97	5.269 68	8 5697	0 0038
3/9/97	5.321 50	8 5795	0 0098
3/9/97	5.354 40	8 5857	0 0062
3/10/97	5.325 53	8 5803	-0 0054
3/10/97	5.314 18	8 5781	-0 0021
3/10/97	5.315 98	8 5785	0 0003
3/10/97	5.360 67	8 5864	0 0084
3/10/97	5.300 82	8 5756	-0 0112
3/10/97	5.287 28	8 5874	-0 0082
10/10/97	5.287 27	8 5693	0 0019
13/10/97	5.252 10	8 5684	-0 0029
14/10/97	5.323 98	8 5800	0 0138
15/10/97	5.345 18	8 5840	0 0040
16/10/97	5.341 18	8 5833	-0 0006
17/10/97	5.378 59	8 5708	-0 0125
20/10/97	5.372 57	8 5778	0 0070
21/10/97	5.369 48	8 5885	0 0107
22/10/97	5.289 19	8 5753	-0 0132
23/10/97	5.056 73	8 5289	-0 0464
24/10/97	4.920 06	8 5011	-0 0278
27/10/97	4.263 89	8 3579	-0 1431
28/10/97	4.762 33	8 4685	0 1106
29/10/97	4.794 95	8 4753	0 0068
30/10/97	4.829 50	8 4402	-0 0351
31/10/97	4.647 84	8 4442	0 0040
3/11/97	4.849 69	8 4367	0 0425
4/11/97	4.853 53	8 4375	0 0008
5/11/97	4.823 88	8 4313	-0 0062
6/11/97	4.860 21	8 4722	-0 0091
7/11/97	4.664 49	8 4477	-0 0245
10/11/97	4.545 52	8 4219	-0 0258
11/11/97	4.527 13	8 4178	-0 0041
12/11/97	4.334 79	8 3744	-0 0434
13/11/97	4.448 78	8 4004	0 0260
14/11/97	4.533 67	8 4191	0 0167
17/11/97	4.588 11	8 4312	0 0122
18/11/97	4.595 85	8 4328	0 0017
19/11/97	4.595 85	8 4329	0 0000
20/11/97	4.679 15	8 4509	0 0160
21/11/97	4.832 22	8 4831	0 0322
24/11/97	4.720 62	8 4598	-0 0233
25/11/97	4.787 07	8 4737	0 0139
26/11/97	4.897 08	8 4964	0 0237
28/11/97	4.974 57	8 5121	0 0035
1/12/97	5.118 16	8 5147	0 0028
2/12/97	5.126 67	8 5160	0 0013
3/12/97	5.127 91	8 5168	0 0008
4/12/97	5.131 14	8 5169	0 0001
5/12/97	5.110 16	8 5169	0 0000
6/12/97	5.110 38	8 5182	0 0012
9/12/97	5.111 87	8 5204	0 0022
10/12/97	5.045 43	8 5188	-0 0016
1/1/297	4.953 04	8 5197	0 0009
1/5/297	5.008 14	8 5213	0 0015
1/6/297	5.087 31	8 5221	0 0008
1/7/297	5.112 04	8 5223	0 0002
1/8/297	5.040 41	8 5225	0 0002
1/9/297	4.946 53	8 5228	0 0001
2/9/297	4.931 57	8 5227	0 0001
2/9/297	4.925 69	8 5227	0 0000
2/11/297	4.952 89	8 5227	0 0000
2/6/297	5.034 01	8 5227	0 0001
2/9/297	5.120 61	8 5229	0 0001
3/0/297	5.208 44	8 5228	-0 0001
3/11/297	5.229 35	8 5228	0 0001