

01161 12
2ej



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería

*Actualización Bayesiana de la distribución del daño acumulado en
estructuras sometidas a sismos*

TESIS que para obtener el grado de MAESTRO EN INGENIERÍA con especialidad en
ESTRUCTURAS presenta:

Antonio Zeballos Cabrera

Asesor: Dr. Ernesto Heredia Zavoni

México D.F., 1999 | 1999

273007

TESIS CON
FALLA DE ORIGEN



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

RESUMEN

Se desarrolla un método para actualizar la densidad de probabilidad a-priori del nivel de daño en estructuras con propiedades inciertas después de ocurrido un sismo, con base en información acerca de la respuesta inelástica durante dicho sismo. Se propone un modelo de función de daño para modelar la respuesta no lineal de los sistemas estructurales. Se definen un conjunto de variables aleatorias que miden las diferencias entre los valores de las rigideces secantes obtenidas de la respuesta estructural y los valores predichos por el modelo de función de daño. Mediante el teorema de Bayes se obtiene densidades de probabilidad posteriores del daño y de los parámetros aleatorios relacionados con propiedades inciertas de la estructura en términos de sus distribuciones previas y de factores que incorporan información sobre la respuesta inelástica de la estructura.

Se utilizó el método propuesto en tres ejemplos. En el primero de ellos se supone que la estructura no está dañada al momento de ser sometida a un sismo determinado. En el segundo ejemplo, la estructura del ejemplo anterior enfrenta una secuencia de dos sismos. Las distribuciones previas al segundo sismo son las densidades de probabilidad actualizadas después del primero de ellos. En el tercer ejemplo, la estructura es sometida a la misma secuencia de dos sismos del ejemplo anterior pero la respuesta durante el primero de ellos no es registrada. En este caso, las distribuciones previas al segundo sismo no están actualizadas. Los resultados muestran que el método propuesto es capaz de generar densidades de probabilidad del daño acordes con el comportamiento exhibido por la estructura. Las distribuciones actualizadas obtenidas pueden usarse para calcular costos esperados de reparación después de un sismo para un umbral dado del índice de daño.

ABSTRACT

A method to update the prior probability density distribution of damage in structures with uncertain properties that subjected to earthquake ground motions based on the information about its inelastic response is developed. A damage-function model is proposed to represent the nonlinear response of structures. A set of random variables is defined to measure the differences between the secant stiffnesses obtained from the structural response and the values obtained with the damage-function model. Bayes theorem is used to obtain the posterior probability density functions of damage and of random parameters related to uncertain structural properties in terms of their prior distributions and of factors that take into account information about the structure inelastic response.

The method was used in three examples. In the first one it is supposed that the structure is not damaged when is subjected to an earthquake ground motion. In the second example, the same structure is subjected to a sequence of two earthquakes. The distribution of damage prior to the occurrence of the second earthquake is that obtained after the first one. In the third example the structure is subjected to the same sequence of earthquakes but only the response to the second one is available. The results show that the proposed method is able to generate probability density functions that agree with its behavior during strong ground motions. The updated distributions can be used to evaluate expected repair costs after an earthquake given a damage threshold.

DEDICATORIAS

A Sandra.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. Ernesto Heredia Zavoni su dedicación y asesoría durante el desarrollo de esta tesis.

Agradezco al Dr. Luis Esteva Maraboto, al Dr. Roberto Meli Piralla, a la Dra. Sonia Ruiz Gómez y al Dr. Eduardo Miranda Mijares la revisión crítica de la tesis y sus valiosos comentarios y sugerencias.

Agradezco a Dante Campos por su colaboración con los programas de análisis inelásticos empleados en este trabajo.

Agradezco la beca de estudios otorgada por la Dirección General de Asuntos del Personal Académico, UNAM, a través del programa PAPIIT, proyecto IN 114296, y al Instituto de Ingeniería de la UNAM por facilitar sus instalaciones.

ÍNDICE

RESUMEN	ii
ABSTRACT	iii
DEDICATORIAS	iv
AGRADECIMIENTOS	v
ÍNDICE	vi
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
1. INTRODUCCIÓN	1
2. PLANTEAMIENTO ANALÍTICO	4
2.1. Introducción	4
2.2. Función de daño	5
2.3. Estimación Bayesiana del daño acumulado	12
3. EJEMPLOS	18
3.1. Introducción	18
3.2. Marco de Estudio	19
3.3. Primer Caso. Estructura sometida a una excitación sísmica específica	22

3.4. Segundo Caso. Estructura previamente dañada sometida a una excitación sísmica específica	28
3.5. Tercer Caso. Estructura dañada sin monitoreo previo sometida a una excitación sísmica específica	33
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	36
BIBLIOGRAFÍA	38

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.2.1: Rigidez secante normalizada κ_i vs desplazamiento Δ_i/Δ_0 en función del daño acumulado D_i .	6
Figura 2.2.2: Rigidez secante κ_i vs desplazamiento Δ_i/Δ_0 en función del parámetro n .	9
Figura 2.2.3: Rigidez secante κ_i vs daño acumulado D_i en función del parámetro q .	11
Figura 3.2.1: Características del marco de estudio.	19
Figura 3.2.2: Detalle del refuerzo de los elementos componentes del marco de análisis.	20
Figura 3.2.3: Relación fuerza-deformación producto del análisis no lineal estático.	21
Figura 3.3.1: Registro de aceleraciones SCT, 19 de septiembre de 1985, componente E-O.	23
Figura 3.3.2: Historia de desplazamientos laterales a nivel de la viga durante SCT.	23
Figura 3.3.3: Respuesta histerética en términos de fuerza cortante en la base vs desplazamiento lateral.	24
Figura 3.3.4: Distribución previa de la varianza σ^2 .	25
Figura 3.3.5: Distribuciones (a) previa y (b) posterior de los parámetros n y q .	25
Figura 3.3.6: Distribución previa y posterior del daño acumulado.	26
Figura 3.3.7: Función de distribución de probabilidad acumulada después de SCT.	27
Figura 3.4.1: Historia de desplazamientos de la estructura dañada (respuesta a SCT-2).	28

Figura 3.4.2: Ciclos histeréticos en términos de fuerza cortante vs desplazamiento lateral para el caso de SCT-2.....	30
Figura 3.4.3: Distribuciones previa y posterior del daño acumulado D después de SCT-2.....	30
Figura 3.4.4: Distribución conjunta de n y q posterior a SCT-2.	31
Figura 3.4.5: Distribución de probabilidad acumulada previa y posterior a SCT-2.....	32
Figura 3.5.1: Densidad de probabilidad previa y posterior del daño después de SCT-2.	34
Figura 3.5.2: Distribuciones acumuladas actualizadas del daño estructural después de la secuencia de registros SCT & SCT-2, y después de SCT-2.....	35

1. INTRODUCCIÓN

En el diseño sísmico, los ingenieros deben asegurar un desempeño adecuado de las estructuras durante su tiempo de vida conciliando seguridad con economía. Las especificaciones de diseño permiten que las estructuras respondan en el rango inelástico durante sismos intensos, lo que ocasiona daño en los elementos estructurales y afecta la integridad del sistema. Bajo la acción de un sismo de moderada intensidad se acepta cierto nivel de daño estructural, mientras que en sismos intensos de ocurrencia muy rara la estructura puede ser dañada severamente pero no debe colapsar. Estudios previos han propuesto índices para describir cuantitativamente el daño en estructuras sometidas a movimientos sísmicos. Los índices de daño dependen generalmente de la rigidez secante, normalizada respecto a la rigidez elástica (Lybas y Sozen, 1977), o de la amplitud del desplazamiento de los ciclos histeréticos normalizados respecto al desplazamiento último bajo carga monotónica (Chung, Meyer y Shinozuka, 1987; Olivera, 1975; Wang y Shah, 1987). Se han propuesto también índices de daño basados en el concepto de ductilidad (Newmark y Rosenblueth, 1974) e índices que miden la capacidad de disipación de energía (Banon, Biggs e Irvine, 1981). Un índice definido por la combinación lineal del daño causado por deformación máxima y la energía histerética disipada durante los ciclos repetidos de carga ha sido propuesto por Park y Ang (1984). Para medir la capacidad destructiva de los sismos, Rodríguez (1994) ha propuesto un índice que involucra una energía histerética normalizada y las derivas permitida y máxima durante una excitación sísmica.

Pocos estudios se han dirigido a estudiar la influencia del daño en la confiabilidad de estructuras para soportar sismos durante su tiempo de vida útil. Díaz y Esteva (1993, 1996) analizaron la influencia del deterioro de la resistencia en la disminución de la confiabilidad en marcos nuevos y dañados mediante simulaciones de Monte Carlo para sismos de una intensidad determinada. Las variaciones en el valor medio del daño residual, después de un sismo de una cierta intensidad, respecto de la media del daño inicial antes de dicha

excitación han sido estudiados también por Díaz y Esteva (1997). Con base en sus resultados, se propusieron estrategias de mantenimiento en términos de umbrales de daño residual para reparación considerando análisis costo-beneficio en el ciclo de vida de la estructura.

Por otro lado, algunos trabajos han propuesto modelos para representar el comportamiento no lineal de los sistemas estructurales que se deterioran en el tiempo. Salgado (1996) observó que las rigideces secantes de los sistemas estructurales sometidos a excitaciones sísmicas intensas varían en función de la amplitud de los desplazamientos de los ciclos histeréticos y de la fatiga producida por la repetición de ciclos de carga y descarga. Con base en esto, propuso un modelo de comportamiento para fines de identificación y predicción de respuesta sísmica que consiste en sistemas lineales equivalentes que toman en cuenta el deterioro de la estructura. En su formulación intervienen las principales propiedades que definen a un sistema estructural, como son la rigidez secante y el amortiguamiento viscoso equivalente. Adicionalmente, propuso leyes de variación de estas propiedades con respecto a ciertas variables de la historia de respuesta. Estas variables son la amplitud del desplazamiento en cada ciclo de respuesta inelástica, un índice de daño, y un conjunto de parámetros que deben determinarse a partir de un proceso de identificación de sistemas. Para poder predecir la respuesta del sistema, Salgado propone un procedimiento de iteración por ventanas con el fin de obtener un conjunto óptimo de parámetros.

El presente trabajo está relacionado con el desarrollo de una metodología analítica para describir de manera probabilista la acumulación de daño en estructuras con propiedades inciertas sometidas a excitaciones sísmicas que pudieran ocurrir durante su vida útil. Nuestra habilidad para caracterizar los sistemas estructurales a medida que éstos se dañan y se deterioran, así como para estimar la confiabilidad residual para soportar sismos futuros, pueden proveer las bases para desarrollar criterios más racionales y robustos de toma de decisiones sobre mantenimiento y reparación de estructuras. El objetivo del trabajo es desarrollar una formulación Bayesiana para actualizar la distribución del daño previa a un sismo en sistemas estructurales de 1 grado de libertad dado que se cuenta con información

sobre su respuesta inelástica ante dicha excitación. Se propone una función de daño para modelar la respuesta inelástica de sistemas con propiedades mecánicas inciertas en términos del daño inicial y de la amplitud del desplazamiento. La función de daño describe la evolución de la rigidez secante durante los ciclos de respuesta inelástica en función del daño acumulado y de la amplitud del desplazamiento. Una solución analítica cerrada se obtiene para la densidad de probabilidad posterior del daño, después de un movimiento sísmico, en términos de la distribución previa y de los parámetros que incorporan información sobre la respuesta inelástica a dicha excitación a través de la amplitud de desplazamientos y rigideces secante.

En el capítulo 2 se desarrolla de manera rigurosa la metodología propuesta. Se define un índice de daño que se calcula en términos de los desplazamientos máximos en cada ciclo de respuesta inelástica normalizados respecto al desplazamiento último bajo la acción de carga monotónica. Se propone el modelo de función de daño para el comportamiento no lineal de los sistemas estructurales, el cual predice un valor de la rigidez secante durante cada ciclo de respuesta. Las incertidumbres relacionadas al modelo propuesto se toman en cuenta mediante un conjunto de variables aleatorias que miden las diferencias entre el valor predicho por el modelo y el valor de la rigidez secante obtenido a partir de la respuesta de la estructura. Se considera que los valores que tomen estas variables aleatorias forman una muestra de una distribución normal con media conocida y varianza incierta. Se aplica el teorema de Bayes usando familias de densidad de probabilidad conjugadas para el caso de muestras de distribución normal con media conocida y varianza incierta. Se obtiene una expresión para la distribución posterior del daño y de otros parámetros que determinan las tasas de degradación de rigidez del sistema.

En el capítulo 3 se presentan tres ejemplos para ilustrar el uso y la capacidad de la metodología de actualización Bayesiana propuesta. Se analiza un marco de concreto reforzado de un nivel. Se estudian los casos de la estructura sometida a un registro de aceleraciones y a una serie de dos registros, obteniéndose las distribuciones actualizadas del daño y de los parámetros inciertos de la estructura. Finalmente, en el capítulo 4 se presentan las conclusiones y recomendaciones surgidas del trabajo realizado.

2. PLANTEAMIENTO ANALÍTICO

2.1. Introducción

La respuesta de estructuras diseñadas de acuerdo a los códigos de diseño actuales presenta una componente no lineal importante cuando éstas enfrentan sismos severos. La amplitud de las deformaciones en los ciclos de respuesta no lineal y el número de estos ciclos están asociados al daño que las estructuras sufren durante su incursión en el rango de comportamiento no lineal. El daño que acumula la estructura debido a los ciclos de respuesta inelástica afectan a la rigidez y resistencia de la misma, degradándolas progresivamente hasta presentarse el colapso del sistema.

En este capítulo se propone una función de daño mediante la cual se representa el comportamiento no lineal de las estructuras. El modelo de función de daño propuesto involucra parámetros inciertos relacionados con el comportamiento de la estructura ante sollicitaciones dinámicas y un índice de daño con el que se determina la degradación de su rigidez. La disminución de la resistencia de la estructura no se tomará en cuenta en este estudio.

Las incertidumbres asociadas al modelo propuesto se toman en cuenta mediante variables aleatorias cuyas distribuciones reflejan el conocimiento que sobre ellas se tenga antes de obtener información sobre el estado de daño de la estructura, por ejemplo a través del registro de la respuesta durante los próximos temblores. Mediante el teorema de Bayes se pueden obtener distribuciones posteriores de estas variables condicionadas a la respuesta estructural.

2.2. Función de daño

Consideremos un elemento o sistema estructural que sometido a un movimiento sísmico intenso incursiona en el rango de comportamiento inelástico a consecuencia de lo cual el daño estructural se incrementa. En este estudio, el daño acumulado al inicio del i -ésimo ciclo de respuesta se evalúa mediante el índice de daño D_i ,

$$D_i = D + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\Delta_j}{\Delta_0} \right)^m \quad (2.2.1)$$

donde Δ_j es la amplitud del desplazamiento de la estructura en el j -ésimo ciclo de respuesta inelástica y Δ_0 es el desplazamiento de falla cuando la estructura es sometida a una carga monotónicamente creciente; Δ_j y Δ_0 pueden referirse a una medición de la respuesta global de la estructura o a la respuesta local de un elemento o sección transversal crítica, o a la de un entrepiso, etc. En (2.2.1), D es una variable aleatoria que indica el nivel de daño al inicio del primer ciclo de respuesta inelástica y toma en cuenta el comportamiento de la estructura frente a la historia previa de eventos sísmicos a que ha estado sometida; m es un parámetro incierto cuya distribución se debe determinar previamente con base en resultados experimentales o estudios híbridos analítico-experimentales de manera que se logre el mejor ajuste a la condición de que la falla de la estructura ocurre cuando $D_i=1$. Los índices de daño D y D_i toman valores comprendidos entre 0 y 1, que están asociados a los estados de daño nulo y de falla de la estructura, respectivamente. En la ecuación (2.2.1), solo las deformaciones inelásticas en una misma dirección contribuyen a incrementar el daño D_i , por lo que es necesario definir un índice de daño para cada dirección de análisis. Por ejemplo, si las deformaciones que consideramos son rotaciones en el extremo de un elemento sometido a flexión, se tendrá un índice de daño para el sentido definido como positivo asociado a las rotaciones en dicho sentido, y otro índice de daño para el sentido negativo.

Con fines de identificación y predicción de la respuesta sísmica de sistemas estructurales que sufren grandes deformaciones inelásticas cuando son sometidas a movimientos sísmicos intensos, Salgado (1996) propuso un modelo lineal equivalente con rigidez y amortiguamiento variables que toma en cuenta la degradación del sistema en función de la amplitud del desplazamiento alcanzado en cada ciclo y de la fatiga debida al número de ciclos de carga reversibles. Con base en su modelo, se propone la siguiente función aleatoria de daño para modelar la rigidez secante normalizada κ_i :

$$\kappa_i = \frac{K(\Delta_i, D_i)}{K_0} = \frac{C_0(D_i)}{1 + a \left(\frac{\Delta_i}{\Delta_0} \right)^n} \quad (2.2.2)$$

donde

$$C_0(D_i) = 1 - D_i^q; \quad a = \frac{\Delta_0 K_0}{F_0} - 1 \quad (2.2.3)$$

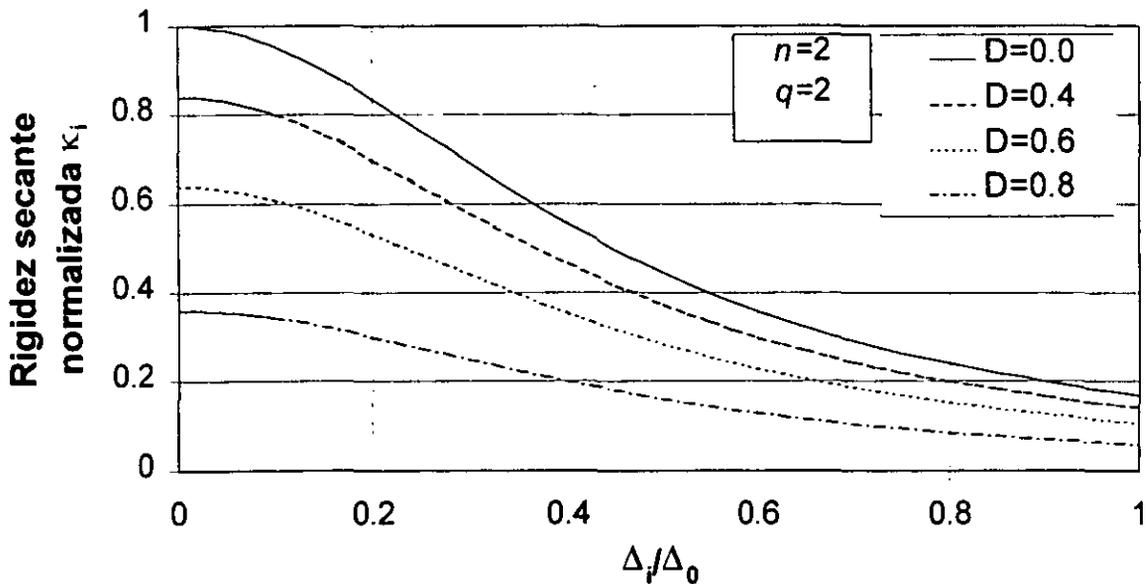


Figura 2.2.1: Rigidez secante normalizada κ_i vs desplazamiento Δ_i/Δ_0 en función del daño acumulado D_i .

En el modelo de función de daño propuesto en (2.2.2) y (2.2.3), $K(\Delta_i, D_i)$ es la rigidez secante durante el i -ésimo ciclo de respuesta inelástica calculada como función de la deformación del ciclo y del daño acumulado hasta el inicio de dicho ciclo de respuesta, K_0 es la rigidez inicial de la estructura sin daño, F_0 es la fuerza en el estado de falla de la estructura cuando ésta es sometida a carga monotónicamente creciente, y n y q son parámetros inciertos que determinan la tasa de reducción de la rigidez como consecuencia de la amplitud de la deformación y de los ciclos de carga reversibles. Si consideramos un sistema o elemento estructural con comportamiento elástico lineal, entonces $\alpha=0$ dado que $K_0 = \frac{F_0}{\Delta_0}$ y $C_0(D_i)=1$ dado que $D_i=0$, lo que resulta en $K(\Delta_i, D_i)=K_0$; es decir el daño estructural no se incrementa cuando no hay deformaciones inelásticas y la estructura responde con la rigidez inicial a lo largo de todo el proceso de carga.

Si el sistema o elemento estructural, por el contrario, presenta un comportamiento dúctil y durante la excitación sísmica sobrepasa el límite elástico, la rigidez se deteriora. En general, el desplazamiento de falla Δ_0 y el parámetro α son inciertos; su distribución de probabilidad podría determinarse con base en estudios experimentales y/o analíticos de la respuesta estructural bajo condiciones de carga monotónicamente creciente. En este estudio, se desprecian las incertidumbres sobre Δ_0 y α , y el valor de estos se obtendrán de la respuesta del sistema a carga monotónicamente creciente empleando los valores medios de las propiedades geométricas y del material.

Con fines de ilustración, la Figura 2.2.1 muestra la variación de la rigidez secante normalizada κ_i en función de la amplitud del desplazamiento normalizada Δ_i/Δ_0 para ciertos valores muestrales de las variables aleatorias n y q . Considere una estructura no dañada, es decir $D=0$, que durante el primer ciclo de respuesta inelástica alcanza una deformación máxima $\Delta_1/\Delta_0=0.15$. De la curva correspondiente a $D_1=0$ (en la Figura 2.2.1) para dicho valor de Δ_1/Δ_0 el valor de la rigidez secante predicho por el modelo es $\kappa_1=0.9$. Para el siguiente ciclo de respuesta, el daño acumulado D_2 toma un valor de acuerdo con la ecuación (2.2.1), $D_2=(0.15)^m$. La rigidez durante el segundo ciclo de respuesta, según el

modelo propuesto, se obtiene con una curva correspondiente a D_2 y con el valor de la amplitud de la deformación normalizada en este ciclo de respuesta, Δ_2/Δ_0 .

La rigidez secante que se obtiene del modelo de función de daño en (2.2.2) y (2.2.3) disminuye a medida que aumenta el nivel de daño D_i y aumentan las deformaciones Δ_i/Δ_0 . Nótese que el modelo propuesto no predice un valor de rigidez secante nulo en el ciclo en que se produce la falla del sistema; de acuerdo con la ecuación (2.2.1):

$$D_i = D + \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{\Delta_j}{\Delta_0} \right)^m = D + \sum_{j=1}^{i-2} \left(\frac{\Delta_j}{\Delta_0} \right)^m + \left(\frac{\Delta_{i-1}}{\Delta_0} \right)^m = D_{i-1} + \left(\frac{\Delta_{i-1}}{\Delta_0} \right)^m. \quad (2.2.4)$$

Si al inicio del i -ésimo ciclo de respuesta el daño acumulado es tal que $D_{i-1}=1$, entonces el estado de falla se alcanzó en el ciclo anterior; de la ecuación (2.2.4) se tiene que en el ciclo de falla,

$$\left(\frac{\Delta_{i-1}}{\Delta_0} \right)^m = 1 - D_{i-1} \quad (2.2.5)$$

y

$$\Delta_{i-1} = \Delta_0 (1 - D_{i-1})^{1/m}. \quad (2.2.6)$$

Sustituyendo (2.2.6) y (2.2.3) en (2.2.2), se obtiene:

$$\kappa_{i-1} = \frac{(1 - D_{i-1}^q)}{\left[1 + a(1 - D_{i-1})^{n/m} \right]} \neq 0. \quad (2.2.7)$$

La ecuación (2.2.7) indica que la rigidez secante normalizada en el ciclo en que se produce la falla del elemento no es necesariamente nula. Sin embargo, es razonable suponer que si el número de ciclos de respuesta inelásticos es grande, el valor de D_{i-1} sea próximo a 1, y entonces el valor de κ_{i-1} tenderá a cero, de manera que en la falla el sistema habrá perdido prácticamente toda su rigidez.

Aunque los parámetros n y q en el modelo de función de daño son tratados como variables aleatorias, se les ha asignado valores específicos para ilustrar, mediante la Figura 2.2.2 y la

Figura 2.2.3, la influencia que estos parámetros tienen en el modelo de función de daño. La Figura 2.2.2 muestra la variación de κ_i respecto a Δ_i/Δ_0 en función de n para valores muestrales de $q=2$ y $D_i=0$ (valor que corresponde al caso en que la estructura inicialmente no presenta daño alguno). La rigidez secante disminuye a medida que el desplazamiento normalizado Δ_i/Δ_0 aumenta y la tasa de disminución del valor de κ_i es función del parámetro n . Un valor de n pequeño implica una rápida disminución en el valor de κ_i con respecto al desplazamiento, mientras que un valor alto de n implica una pérdida de rigidez mas lenta; un valor menor de n esta asociado a una mayor degradación de la rigidez del sistema. La tasa de variación de la rigidez es función del parámetro n . En la Figura 2.2.2 se puede ver que para valores grandes de n (por ejemplo $n=3$), la tasa de variación de la rigidez (la pendiente de las curvas) es baja cuando el desplazamiento es pequeño y crece cuando aumenta el desplazamiento, mientras que para valores pequeños de n (por ejemplo $n=0.1$) la tasa de variación de rigidez es importante para desplazamientos pequeños y disminuye a medida que el desplazamiento aumenta. Debe notarse que en la Figura 2.2.2, todas las curvas predicen el mismo valor de κ_i para los casos extremos de $\Delta_i/\Delta_0=0$ y $\Delta_i/\Delta_0=1$. El valor de la rigidez secante en estos casos es función del daño acumulado D_i y del parámetro q , es decir que el valor de estas variables determina la máxima rigidez

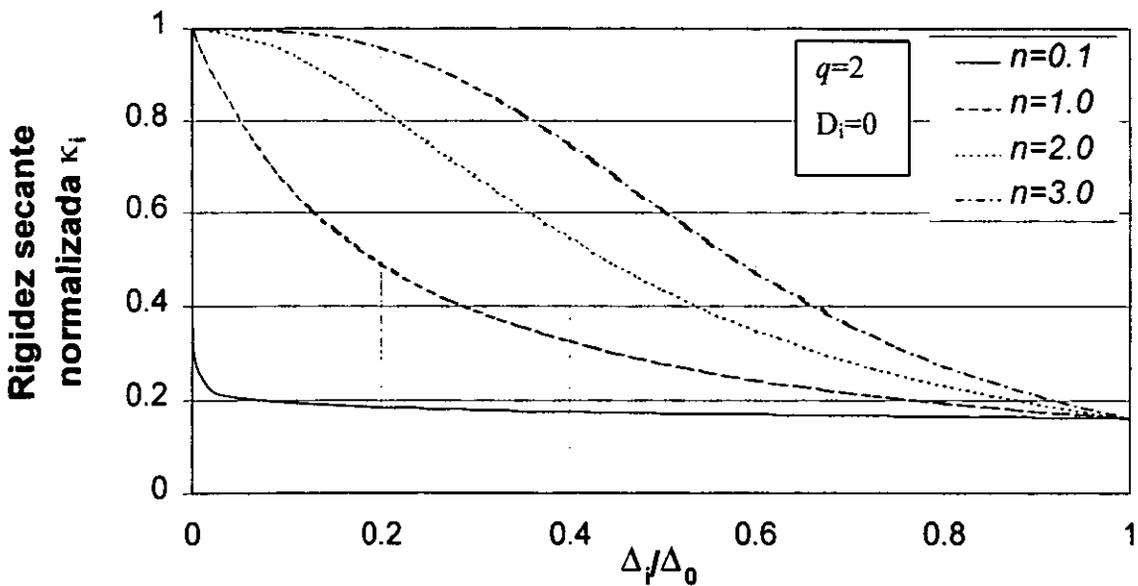


Figura 2.2.2: Rigidez secante κ_i vs desplazamiento Δ_i/Δ_0 en función del parámetro n .

secante (cuando $\Delta_i/\Delta_0=0$) y el menor valor que la rigidez puede tomar (cuando $\Delta_i/\Delta_0 \rightarrow 1$) bajo las actuales condiciones. Cuando $\Delta_i/\Delta_0=0$, el valor de la rigidez secante es $\kappa_i = 1 - D_i^q$, es decir que con un mayor valor de D_i , la rigidez secante es menor, y a medida que aumente q el valor de κ_i también aumentará. Cuando $\Delta_i/\Delta_0=1$, la rigidez secante es una fracción del valor de la rigidez cuando el desplazamiento es nulo, $\kappa_i = \frac{1 - D_i^q}{1 + a}$, en donde a es una constante. De manera análoga a cuando el desplazamiento es nulo, en este caso la rigidez predicha por el modelo es menor cuando aumenta el valor de D_i , y es mayor cuando q toma valores mayores. La Figura 2.2.3 muestra la variación de la rigidez secante κ_i con respecto al valor del daño acumulado D_i en función de q , para un valor muestral de $n=2$ y para $\Delta_i/\Delta_0=0.2$. De manera similar al caso de n , la degradación de la rigidez es mayor a medida que q disminuye. La tasa de variación de la rigidez en este caso indica que cuando $q>1$, la tasa de degradación es pequeña para valores pequeños de D_i y ésta se incrementa gradualmente a medida que aumenta el valor del daño. Cuando $q<1$ la tasa de degradación es grande para valores pequeños de D_i y disminuye a medida que aumenta el valor del daño. Si $q=1$, la tasa de degradación es una constante y no depende del valor de D_i . Al igual que en la Figura 2.2.2, en este caso las curvas de la Figura 2.2.3 toman el mismo valor para los casos extremos. Cuando $D_i=0$, la rigidez secante según el modelo es igual a

$$\kappa_i = \frac{1}{1 + a \left(\frac{\Delta_i}{\Delta_0} \right)^n}$$

y cuando $D_i=1$, $\kappa_i=0$. Entonces, la rigidez secante cuando $D_i=0$ disminuye a medida que el cociente Δ_i/Δ_0 aumenta y el valor de n disminuye.

Las curvas de la Figura 2.2.2 y de la Figura 2.2.3, sugieren que valores de n y q cercanos a cero corresponden a casos que no son razonables debido a que no se espera una pérdida importante de rigidez para valores de desplazamiento o daño pequeños en sistemas estructurales que soportan sismos.

En lo que sigue se analizarán las ecuaciones del índice de daño y del modelo de función de daño con el objeto de determinar el rango de valores aceptables de los parámetros n y q . La ecuación (2.2.2) se deriva respecto de la deformación Δ_i/Δ_0 para obtener la razón de cambio de κ_i respecto a Δ_i/Δ_0 , como sigue.

$$\frac{d\kappa_i}{d(\Delta_i/\Delta_0)} = -\frac{C_0(D_i)}{\left[1 + a\left(\frac{\Delta_i}{\Delta_0}\right)^n\right]^2} an\left(\frac{\Delta_i}{\Delta_0}\right)^{n-1}. \quad (2.2.8)$$

En (2.2.8), $C_0(D_i)$ se calcula con las ecuaciones (2.2.3) y (2.2.1), considerando los desplazamientos alcanzados en los $(i-1)$ ciclos de respuesta anteriores, y por lo tanto no depende del valor de Δ_i/Δ_0 . Si $n < 0$, la razón de cambio de κ_i con Δ_i/Δ_0 se vuelve positiva, es decir que la rigidez secante aumenta con la deformación en ese ciclo de respuesta. Dado que esto no es probable que ocurra, n no puede tomar valores negativos. En el caso que $n=0$, la ecuación (2.2.2) queda igual a

$$\kappa_i = \frac{C_0(D_i)}{1+a} \quad (2.2.9)$$

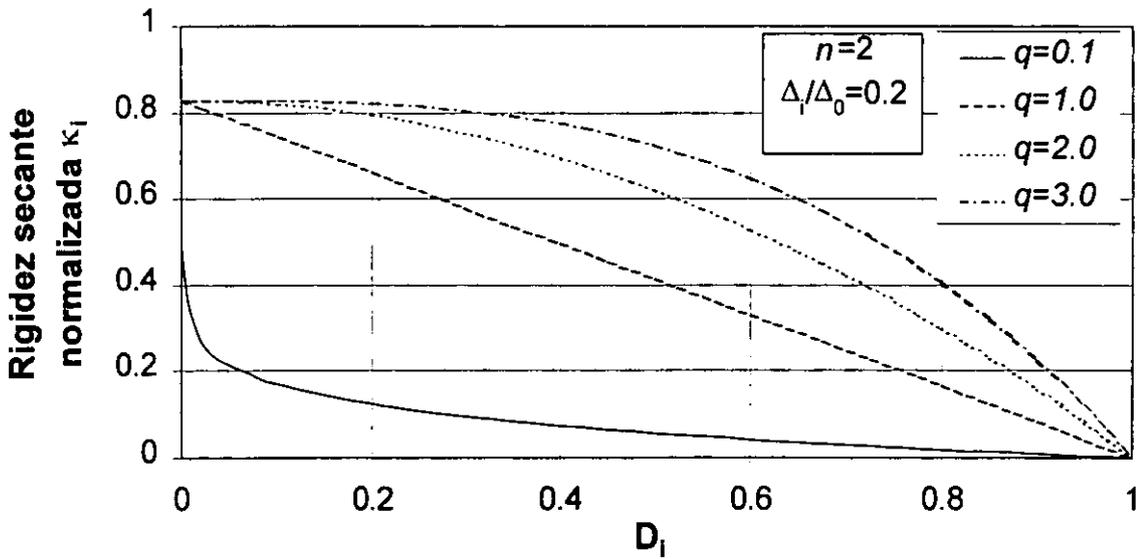


Figura 2.2.3: Rigidez secante κ_i vs daño acumulado D_i en función del parámetro q .

según la cual la amplitud máxima en un determinado ciclo de respuesta inelástica no tiene influencia alguna en el valor de la rigidez secante en ese ciclo. Esto no corresponde a casos reales, por lo tanto el parámetro n está restringido a tomar valores mayores que 0, $n > 0$. Por otro lado, si $q=0$, entonces de (2.2.3) se obtiene que $C_0(D_i)=0$ para cualquier valor de D_i . Consecuentemente $\kappa_i=0$, y la rigidez secante es nula independientemente del valor del daño acumulado por la estructura y de la amplitud de la respuesta; como esto no es razonable esperar, entonces $q > 0$.

2.3. Estimación Bayesiana del daño acumulado

Después de ocurrido un sismo intenso, es lógico suponer que el estado de la estructura (en este estudio, el estado de la estructura se referirá al daño estructural) se modifique debido a incursiones en el rango de comportamiento inelástico. Las distribuciones tanto de los parámetros del modelo de función de daño así como la distribución del daño mismo se pueden actualizar con base en la información disponible acerca de la respuesta de la estructura, por ejemplo por medio de registros de respuesta. Las distribuciones previas de m , n , q y D reflejan el conocimiento que se tenga sobre las propiedades mecánicas de la estructura y sobre el estado actual del daño antes de que un sismo ocurra y se obtenga nueva información de la respuesta estructural y la acumulación de daño. En lo que sigue se tomarán en cuenta explícitamente las incertidumbres acerca de n , q y D ; m se tratará como una constante conocida.

Llamaremos $\hat{\kappa}_i$ a la rigidez secante normalizada en el i -ésimo ciclo durante la respuesta inelástica a un evento sísmico futuro. Debido a las incertidumbres inherentes a las características del movimiento sísmico así como a las propiedades mecánicas de la estructura, cualquier medición referente a la respuesta del sistema, como lo es $\hat{\kappa}_i$, debe considerarse incierta. Definimos a continuación un conjunto de variables aleatorias $\xi_i, i=1,2,\dots,L$, que representan a las desviaciones estadísticas entre los valores de respuesta

$\hat{\kappa}_i$ y las predicciones del modelo de función de daño propuesto en cada uno de los L ciclos de respuesta. En el i -ésimo ciclo de respuesta, la variable aleatoria ξ_i se define de la siguiente manera:

$$\xi_i = \text{Ln} \left[\frac{\kappa(\Delta_i, D_i)}{\hat{\kappa}_i} \right] \quad (2.3.1)$$

en donde $\kappa(\Delta_i, D_i)$, es el valor de la rigidez secante predicho por el modelo según la ecuación (2.2.2) como función del máximo desplazamiento y del daño acumulado por la estructura hasta el inicio de dicho ciclo y del vector de parámetros $Z = \{n, q\}$. Dados valores para estas variables, se supone que los ξ_i forman una muestra aleatoria de una distribución normal con media conocida, $E[\xi_i | D = d, Z = z] = 0$, y varianza incierta σ^2 . Considerar que la media de la muestra aleatoria es conocida tiene su justificación por el hecho de que si se requiere que el modelo propuesto no sea sesgado, en el sentido de que la mediana $\kappa_{i_{med}}(\Delta_i, D_i | d, z)$ sea igual a la mediana de las rigideces en cada ciclo de respuesta $\hat{\kappa}_{i_{med}}$, entonces,

$$\begin{aligned} E[\xi_i | D = d, Z = z] &= E[\text{Ln}\{\kappa(\Delta_i, D_i) | d, z\}] - E[\text{Ln}\{\hat{\kappa}_i\}] \\ &= \text{Ln}\{\kappa_{med}(\Delta_i, D_i | d, z)\} - \text{Ln}\{\hat{\kappa}_{i_{med}}\} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

En algunos casos, cierto tipo de daño (por ejemplo, la rotura de un estribo) pueden inducir un sesgo en las rigideces secantes y entonces la hipótesis de que $E[\xi_i | D = d, Z = z] = 0$ ya no sería apropiada. Para tomar en cuenta estos casos es necesario considerar la incertidumbre en el valor de $E[\xi_i]$, lo cual está fuera del alcance de este trabajo.

Sea $f_{D,Z,\sigma^2}(d,z,s)$ la densidad de probabilidad a-priori del daño de la estructura al inicio de la respuesta inelástica, D , del vector de parámetros inciertos Z , y de la varianza σ^2 , acorde con el estado de la estructura previo a la ocurrencia de un sismo determinado del cual se obtendrá información sobre la respuesta inelástica. Sea $R = \{\Delta_i, \hat{\kappa}_i, i=1,2,\dots,L\}$ el conjunto de variables aleatorias que representa a la respuesta estructural y $f_{D,Z,\sigma^2|R}(d,z,s | r)$ la densidad de probabilidad conjunta posterior de D , Z y σ^2 dada una respuesta $R=r$, donde

$r = \{\delta_i, \hat{k}_i, i=1,2,\dots,L\}$ son los valores que toman las variables Δ_i y \hat{k}_i del conjunto R durante este movimiento sísmico específico. Con base en el teorema de Bayes, $f_{D,Z,\sigma^2|R}(d,z,s|r)$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$f_{D,Z,\sigma^2|R}(d,z,s|r) \propto f_{D,Z,\sigma^2}(d,z,s) f_{R|D,Z,\sigma^2}(r|d,z,s). \quad (2.3.3)$$

en donde $f_{R|D,Z,\sigma^2}(r|d,z,s)$ es la densidad de probabilidad de R condicional en D, Z y σ^2 . La ecuación (2.3.3) indica que para conocer las distribuciones posteriores es necesario conocer (o proponer) distribuciones previas de D, Z y σ^2 , y además conocer la distribución de la respuesta R condicional en D, Z y σ^2 . La principal dificultad que se debe resolver para expresar la distribución posterior $f_{D,Z,\sigma^2|R}(d,z,s|r)$ de manera analítica es darle una forma funcional a la distribución condicional de la respuesta.

Con el fin de solucionar este problema, se debe notar que cuando se cuenta con los valores δ_i de las deformaciones en cada ciclo de respuesta, el evento $R=r=\{\delta_i, \hat{k}_i\}$ es equivalente al evento $R=\{\delta_i, x_i\}$, en donde x_i son los valores que toman las variables ξ_i dados $D=d$ y $Z=z$,

$$x_i = \text{Ln} \left[\frac{\kappa(\delta_i, D_i|d,z)}{\hat{k}_i} \right]. \quad (2.3.4)$$

La función de densidad de probabilidad de la respuesta estructural $f_{R|D,Z}(r|d,z)$ se puede expresar entonces como

$$f_{R|D,Z,\sigma^2}(r|d,z,s) = f_{\xi_1,\xi_2,\dots,\xi_L|D,Z,\sigma^2}(x_1,x_2,\dots,x_L|d,z,s) = \prod_{i=1}^L f_{\xi_i|D,Z,\sigma^2}(x_i|d,z,s). \quad (2.3.5)$$

Dado que $\xi_i, i=1,2,\dots,L$ se suponen variables aleatorias normalmente distribuidas con media nula para valores dados de D, Z y σ^2 ,

$$f_{\xi_i|D,Z,\sigma^2}(x_i|d,z,s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s}} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2s}\right). \quad (2.3.6)$$

Sustituyendo (2.3.6) en (2.3.5) se obtiene.

$$f_{R|D,Z,\sigma^2}(r|d,z,s) = \prod_{i=1}^L f_{\xi_i|D,Z,\sigma^2}(x_i|d,z,s) = \frac{1}{(2\pi s)^{L/2}} \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^L x_i^2}{2s}\right\}. \quad (2.3.7)$$

Nótese que en la ecuación (2.3.7), el número de ciclos de respuesta inelástica L depende de los valores del daño inicial D y de $Z=\{n,q\}$. Para ciertos valores de D y Z , L será el número de ciclos de respuesta hasta alcanzar el estado de falla ($D_{L+1}=1$) o el número total de ciclos de respuesta en el caso de que la condición anterior no sea posible de alcanzarse.

Usando la definición de funciones de densidad de probabilidad condicional,

$$f_{D,Z,\sigma^2}(d,z,s) = f_{\sigma^2|D,Z}(s|d,z)f_{D,Z}(d,z). \quad (2.3.8)$$

Supongamos que la varianza incierta σ^2 de los factores ξ_i tiene una densidad de probabilidad que es la conjugada natural de muestras con distribución normal de media conocida y varianza incierta, como sigue:

$$f_{\sigma^2|D,Z}(s;\alpha,\beta|d,z) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} s^{-(\alpha+1)} e^{-\beta/s}, \quad s>0 \quad (2.3.9)$$

donde $\alpha=\alpha(d,z)$ y $\beta=\beta(d,z)$ son funciones de d y z . Una variedad de funciones de densidad de probabilidad se pueden obtener de la ecuación (2.3.9) con diferentes valores de α y β .

Reemplazando (2.3.7), (2.3.8) y (2.3.9) en (2.3.3) se obtiene:

$$f'_{D,Z,\sigma^2|R}(d,z,s|r) \propto f_{D,Z}(d,z) \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} s^{-(\alpha+1)} e^{-\beta/s} \frac{1}{(2\pi s)^{L/2}} \exp\left\{-\frac{\sum_{i=1}^L x_i^2}{2s}\right\}. \quad (2.3.10)$$

Reordenando términos en (2.3.10),

$$f'_{D,Z,\sigma^2|R}(d, z, s|r) \propto \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)(2\pi)^{L/2}} f_{D,Z}(d, z) s^{-(\alpha+L/2+1)} \exp\left\{-\frac{\beta + (1/2)\sum_{i=1}^L x_i^2}{s}\right\}. \quad (2.3.11)$$

Definimos α' y β' , los valores actualizados de los parámetros α y β , de la siguiente manera:

$$\alpha'(d, z) = \alpha(d, z) + L/2 \quad (2.3.12)$$

y

$$\beta'(d, z) = \beta(d, z) + \frac{\sum_{i=1}^L x_i^2}{2}. \quad (2.3.13)$$

Entonces, la ecuación (2.3.11) puede re-escribirse en términos de estos parámetros actualizados como sigue:

$$f'_{D,Z,\sigma^2|R}(d, z, s|r) \propto \frac{\beta^\alpha \Gamma(\alpha')}{(\beta')^{\alpha'} \Gamma(\alpha)} \frac{1}{(2\pi)^{L/2}} f_{D,Z}(d, z) f_{\sigma^2|D,Z,R}(s; \alpha', \beta'|d, z, r) \quad (2.3.14)$$

donde

$$f_{\sigma^2|D,Z,R}(s; \alpha', \beta'|d, z, r) = \frac{(\beta')^{\alpha'}}{\Gamma(\alpha')} s^{-(\alpha'+1)} e^{-\beta'/s}, \quad s > 0. \quad (2.3.15)$$

En (2.3.14), $f_{\sigma^2|D,Z,R}(s; \alpha', \beta'|d, z, r)$ se puede considerar como la distribución de la varianza σ^2 con parámetros actualizados α' y β' condicional a la respuesta estructural registrada $R=r$ y dados D y Z . La distribución marginal del daño y del vector Z se obtienen integrando la ecuación (2.3.14) sobre todos los posibles valores de σ^2 . Como D , Z , y los parámetros actualizados, α' y β' , no dependen de los posibles valores de σ^2 , entonces,

$$f'_{D,Z|R}(d, z|r) \propto \frac{\beta^\alpha \Gamma(\alpha')}{(\beta')^{\alpha'} \Gamma(\alpha)} \frac{1}{(2\pi)^{L/2}} f_{D,Z}(d, z) \int_0^\infty f_{\sigma^2|D,Z}(s; \alpha', \beta'|d, z) ds \quad (2.3.16)$$

y dado que $\int_0^\infty f_{\sigma^2|D,Z}(s; \alpha', \beta'|d, z) ds = 1$, entonces

$$f'_{D,Z|R}(d, z|r) \propto \frac{\beta^{\alpha'} \Gamma(\alpha')}{(\beta')^{\alpha'} \Gamma(\alpha)} \frac{1}{(2\pi)^{L/2}} f_{D,Z}(d, z). \quad (2.3.17)$$

La expresión analítica de la ecuación (2.3.17) permite conocer la distribución posterior conjunta del daño y del vector de parámetros Z dada la respuesta inelástica $R=r$ de la estructura ante una excitación sísmica específica. La ecuación (2.3.17) es un aporte fundamental de este trabajo, y muestra que las distribuciones previas de D y Z se actualizan mediante un factor que depende del número de ciclos de respuesta inelástica, de las diferencias de las rigideces secantes en cada uno de estos ciclos respecto a los valores predichos por el modelo de función de daño, y de los valores previos y actualizados de α y β , para cada conjunto de valores de d y z . Nótese que en el proceso de actualización del daño, las distribuciones de los parámetros n y q del modelo de función de daño también se actualizan. Entonces, por definición,

$$f'_{D|R}(d|r) = \int f'_{D,Z|R}(d, z|r) dz \quad (2.3.18)$$

en donde $f'_{D|R}(d|r)$ es la función de densidad de probabilidad posterior del daño D condicional a la respuesta estructural $R=r$.

3. EJEMPLOS

3.1. Introducción

La utilidad y aplicabilidad del método de actualización Bayesiana desarrollado en el capítulo anterior se ilustran en este capítulo mediante tres ejemplos. El sistema estructural empleado en estos ejemplos consiste en un marco de concreto reforzado cuyas características son descritas en detalle en la sección 3.2.

En el primer ejemplo se considera el caso en que se cuenta con registros de la respuesta de la estructura sujeta a una excitación sísmica. Empleando distribuciones previas acordes con el conocimiento que se tiene acerca de variables como el daño al inicio del sismo y los parámetros relacionados con el comportamiento de la estructura, y con la información obtenida de los registros de respuesta se obtienen distribuciones actualizadas congruentes con el estado real de la estructura. Si después de este sismo la estructura enfrenta otro durante el cual también se registra su respuesta, es posible realizar una segunda actualización y obtener distribuciones posteriores a la ocurrencia de ambos sismos en las cuales se refleje el estado de daño acumulado en la estructura. El segundo ejemplo analiza este caso, en el que las distribuciones previas al segundo sismo son las distribuciones actualizadas después del primero. En el tercer ejemplo se estudia el caso en que la estructura es sometida a la misma serie de dos sismos pero no se registra la respuesta durante el primero de ellos; así, la información acerca del estado de la estructura cuando es sometida al segundo temblor no está actualizada.

3.2. Marco de Estudio

La estructura considerada para los ejemplos de aplicación de la metodología de actualización Bayesiana del daño consiste en un marco de concreto reforzado de un nivel, con una separación de 8 metros entre ejes de columnas y 3 metros de altura medida al eje de la viga. Las características geométricas del marco de estudio se muestran en la Figura 3.2.1. Esta estructura puede ser modelada como un sistema estructural cuyo grado de libertad es el desplazamiento lateral a nivel de la viga, bajo la hipótesis de que la rigidez axial de ésta es lo suficientemente grande como para considerar que los desplazamientos laterales en sus extremos son iguales. En lo sucesivo, la respuesta de la estructura se referirá al desplazamiento de la estructura en la dirección de este grado de libertad y a los ciclos histeréticos de fuerza cortante en la base vs desplazamiento lateral; la rigidez del sistema será la rigidez lateral del marco.

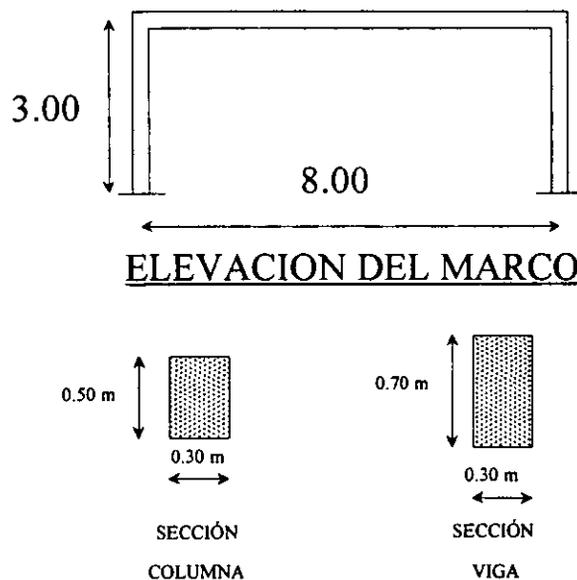


Figura 3.2.1: Características del marco de estudio.

El refuerzo longitudinal así como el refuerzo de confinamiento colocado en las secciones críticas de la viga y de las columnas se muestra en la Figura 3.2.2. Considerando para el concreto una curva de comportamiento como la propuesta por Kent y Park (Park y Paulay, 1994), y para el acero el modelo propuesto por Mander (1984) con los valores medios correspondientes a varillas de refuerzo de diámetro grande producidos en México (Rodríguez y Botero, 1996) y las dimensiones nominales de los elementos estructurales, los momentos de fluencia de la viga y de la columna son iguales a 1610 ton*cm y 2130 ton*cm, respectivamente. Para la viga se consideró una curva carga-deformación bilineal con una pendiente de la rama posterior a la fluencia igual al 2% de la pendiente de la rama elástica; para las columnas se consideró un comportamiento perfectamente elastoplástico.

Las características mecánicas del marco de estudio, necesarias para emplear el procedimiento de actualización propuesto, se determinaron a partir de un análisis no lineal estático aplicando una fuerza horizontal en el plano del marco a nivel de la viga. El resultado de este análisis se muestra en la Figura 3.2.3. En esta figura se observa una primera parte elástica con una rigidez inicial sin daño $K_0=40.93$ ton/cm; el límite de la parte elástica está definida por una deformación de fluencia $\Delta_y=0.61$ cm. La zona de

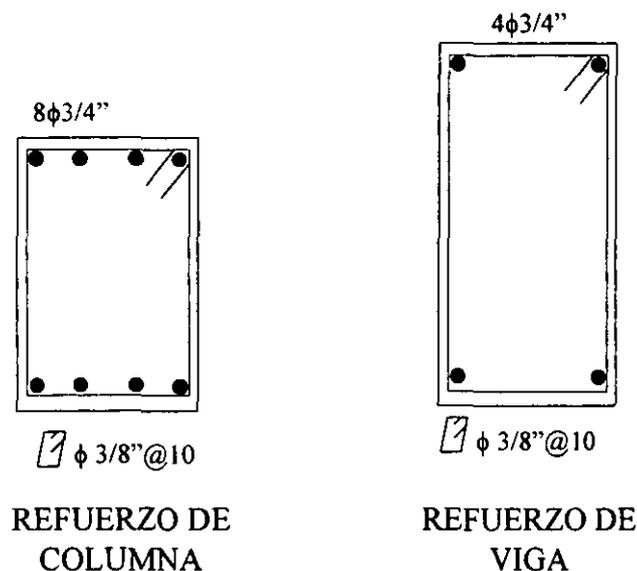


Figura 3.2.2: Detalle del refuerzo de los elementos componentes del marco de análisis.

comportamiento inelástico se extiende hasta una deformación última $\Delta_0=3.78$ cm. y una fuerza última $F_0=28.40$ ton. Las distorsiones asociadas a la deformación de fluencia y de falla son iguales a 0.0020 y 0.0126, respectivamente, valores que son muy bajos comparados con los medidos en estructuras reales. Esto se debe a haber considerado la sección bruta de los elementos estructurales. El mecanismo de falla se presenta cuando se forman articulaciones plásticas en los extremos de la viga y en las bases de las columnas. Se supone que la capacidad a rotación de las columnas (en su base) es mayor que el de la viga, por lo tanto el punto de falla se definió como el punto en el que la viga desarrolla totalmente su capacidad de rotación en el extremo, la cual se consideró igual a 0.01706 rad. y se calculó considerando que los giros en sus extremos eran iguales.

Con el objeto de emplear la metodología propuesta, es necesario contar con información sobre la respuesta de la estructura durante el evento sísmico que se está analizando. En los ejemplos que se presentarán, la respuesta se calculó de manera analítica empleando el programa de análisis no lineal DRAIN 2D, suponiendo que la respuesta así calculada representa a la registrada durante dicho sismo. Para las vigas se consideró el modelo de deterioro de la rigidez de Wang y Shah modificado (Campos y Esteva, 1997) con $\alpha=0.0671$.

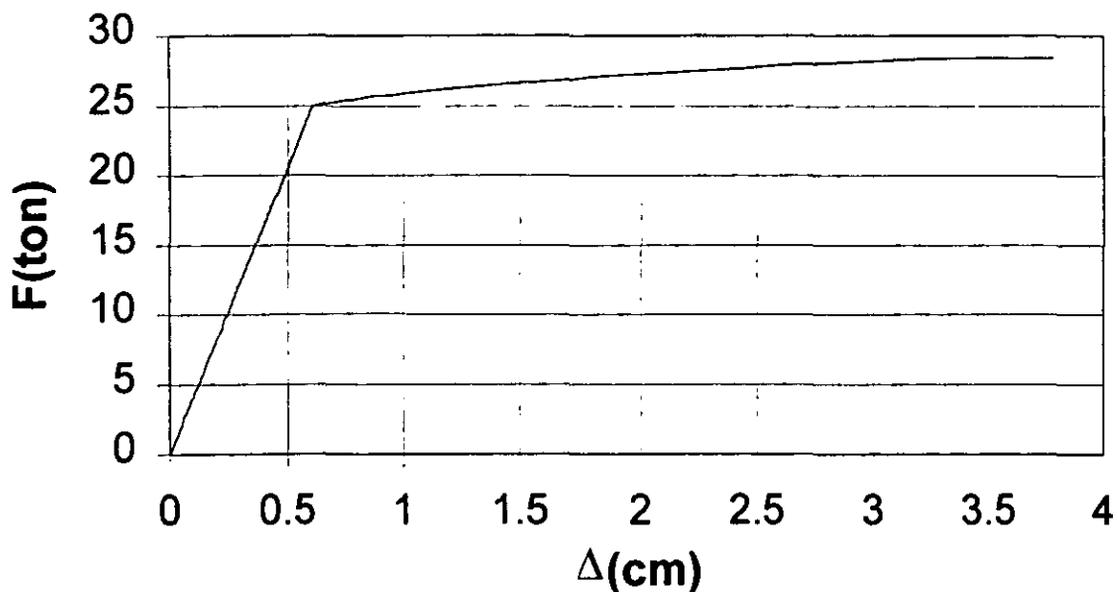


Figura 3.2.3: Relación fuerza-deformación producto del análisis no lineal estático.

La masa total del marco, de $0.1633 \text{ ton} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$, se consideró concentrada a nivel del techo, el periodo fundamental aproximado de la estructura fue de 0.40 s. Las bases de las columnas se modelaron como empotramientos perfectos y las articulaciones potenciales se restringieron a formarse en los extremos de los elementos.

3.3. Primer Caso. Estructura sometida a una excitación sísmica específica

En este primer caso de estudio, se analizará la distribución del daño en una estructura sometida al registro de aceleraciones del sismo del 19 de setiembre de 1985 de la estación SCT, componente este-oeste, en la ciudad de México (Figura 3.3.1). El registro es característico de movimientos sísmicos en terreno blando; el periodo dominante del movimiento es de aproximadamente 2 segundos, y la aceleración máxima del terreno es de 0.17g. El registro tiene una duración total de 162 segundos y la fase intensa dura 40 segundos, aproximadamente.

Se supone que la estructura ha estado en servicio un tiempo relativamente corto y que no ha sido sometida a ningún movimiento sísmico intenso previamente, por lo que se considera que no está dañada al momento de ser sometida al registro SCT. Con base en esto, la respuesta se calculó usando los valores nominales de dimensiones y propiedades del material ($E_c = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$) considerando que éstos son los valores esperados. La historia de desplazamientos laterales de la estructura se muestra en la Figura 3.3.2. Se observa que casi toda la respuesta del sistema se desarrolla dentro de la zona de comportamiento elástico lineal ya que el desplazamiento de fluencia es 0.61 cm., y solo se sobrepasa este límite en 3 ocasiones en el sentido positivo y en 2 en el sentido negativo; el máximo desplazamiento alcanzado es 0.75 cm. en el sentido positivo y 0.66 cm. en el negativo, aproximadamente. Se puede suponer, entonces, que la acumulación de daño en el sentido positivo es más crítica que en el negativo, por lo tanto, solo se analizará la historia de desplazamientos en esta dirección.

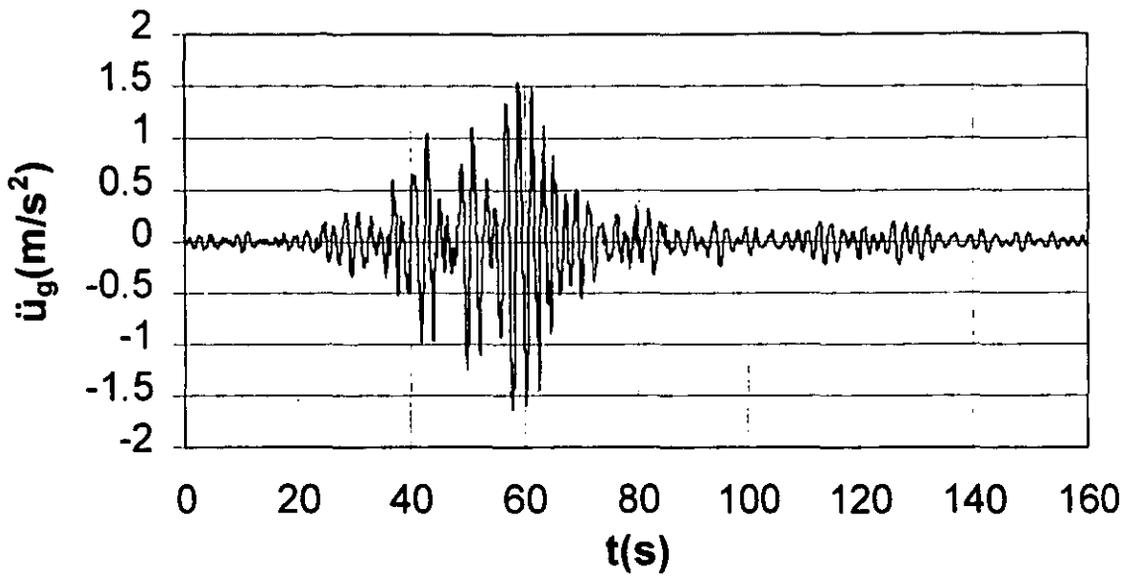


Figura 3.3.1: Registro de aceleraciones SCT, 19 de septiembre de 1985, componente E-O.

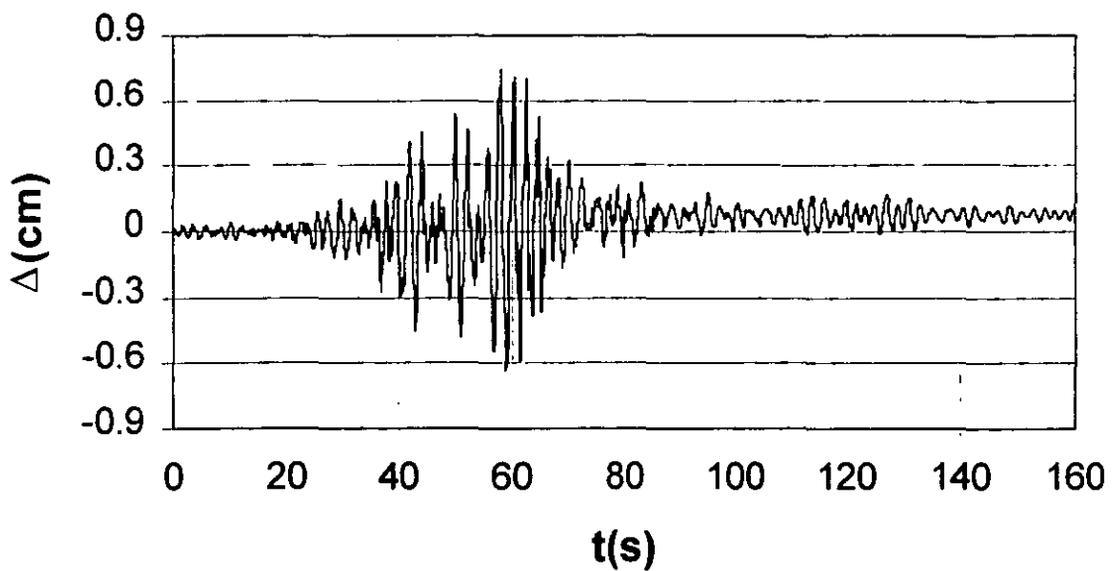


Figura 3.3.2: Historia de desplazamientos laterales a nivel de la viga durante SCT.

En la Figura 3.3.3 se muestran los ciclos histeréticos en términos de fuerza cortante en la base vs desplazamiento lateral. La estrechez de los ciclos histeréticos indican una cantidad reducida de energía disipada por deformaciones inelásticas. Para las distribuciones de probabilidad del daño acumulado D antes de la excitación sísmica y de los parámetros inciertos n y q , supondremos que estas variables aleatorias son estadísticamente independientes entre sí. La distribución de los parámetros n y q se consideró lognormal con media 1 y 0.5, respectivamente, y un coeficiente de variación de 30% en ambos casos. Supongamos que no se cuenta con información acerca del estado de daño en la estructura antes del sismo y que se considera una distribución uniforme del daño. La elección de una distribución uniforme indica que cualquier nivel de daño es igualmente probable. Debido a esta falta de información, las funciones $\alpha(d,z)$ y $\beta(d,z)$ de la distribución previa de la varianza σ^2 (ec.(2.3.9)) se consideraron arbitrariamente constantes iguales a 4 y 0.3, respectivamente, de manera que en la distribución que resulta para la varianza, mostrada en la Figura 3.3.4, $E[\sigma^2]=0.1$ y el coeficiente de variación es 15%.

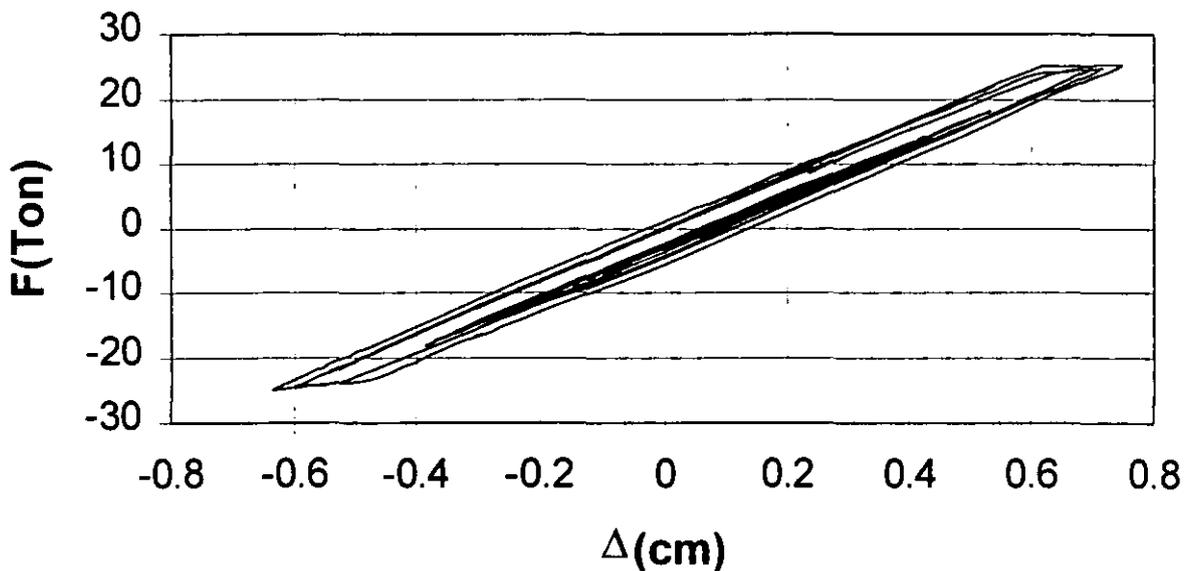


Figura 3.3.3: Respuesta histerética en términos de fuerza cortante en la base vs desplazamiento lateral.

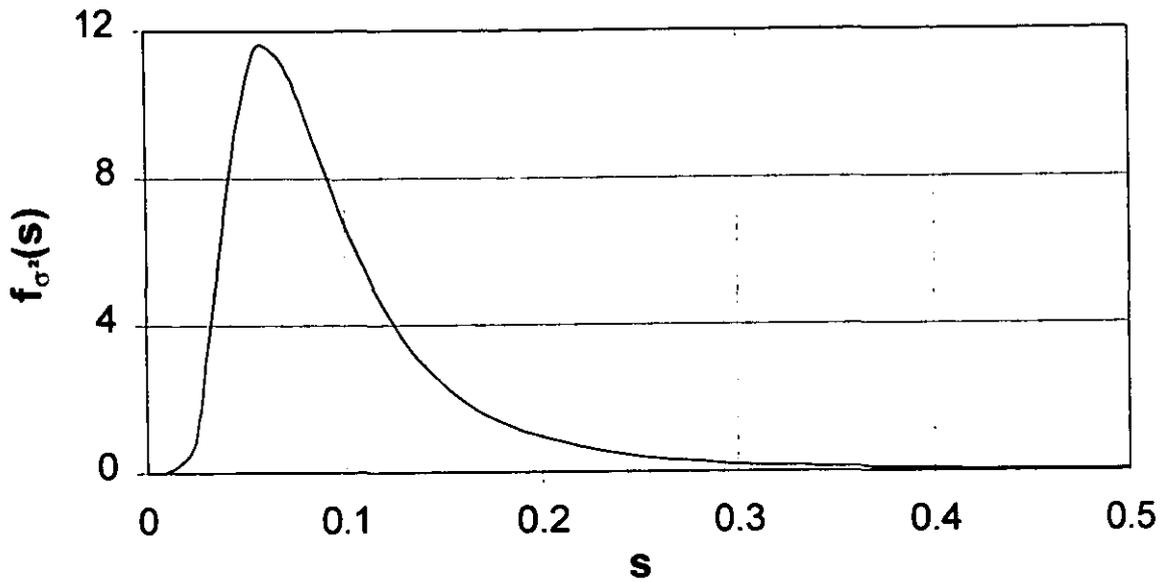


Figura 3.3.4: Distribución previa de la varianza σ^2

Con las distribuciones previas del daño D , de los parámetros n y q , y de la varianza σ^2 , y con la información sobre la respuesta de la estructura sometida al registro de aceleraciones SCT, se puede proceder con el método de actualización Bayesiana propuesto. Con la ecuación (2.3.17) se obtiene la distribución posterior conjunta del daño D y de $Z=\{n,q\}$.

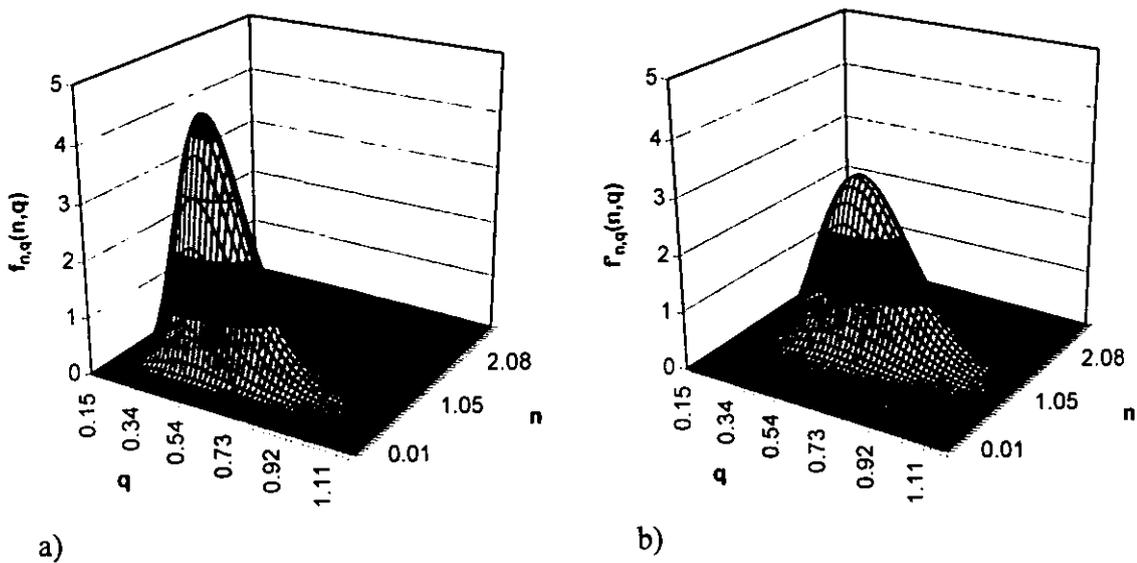


Figura 3.3.5: Distribuciones (a) previa y (b) posterior de los parámetros n y q .

Las distribuciones actualizadas marginales del daño y de los parámetros n y q se obtienen integrando dicha distribución conjunta. En la Figura 3.3.5 se pueden apreciar las distribuciones conjuntas previa y posterior de los parámetros n y q . Dado que se supuso que los parámetros n y q son estadísticamente independientes, la distribución previa conjunta se obtiene multiplicando las correspondientes funciones de densidad de probabilidad. Los valores medios posteriores de n y q son iguales a 1.59 y 0.60, respectivamente, los cuales son mayores a los valores medios de la distribución previa. Tal como se expuso previamente, valores mayores de n y q están asociados a mayores valores de la rigidez secante, lo que significa que la estructura podría responder durante el próximo movimiento sísmico intenso con rigideces secantes mayores que aquellas durante la respuesta al registro SCT. La figura también muestra una mayor incertidumbre sobre n y q en la distribución actualizada que en la previa. Las distribuciones actualizadas de n y q son una mejor descripción del conocimiento que se tiene acerca de estos dos parámetros que controlan la tasa de degradación de la rigidez del sistema. Por consiguiente, los resultados sugieren que las distribuciones previas consideradas para estos parámetros no fueron congruentes con su conocimiento antes del movimiento sísmico. Sin embargo, el ejemplo muestra la capacidad del método propuesto para incorporar información acerca de la respuesta inelástica de la estructura y obtener distribuciones posteriores mejoradas acordes con el estado de daño de la estructura.

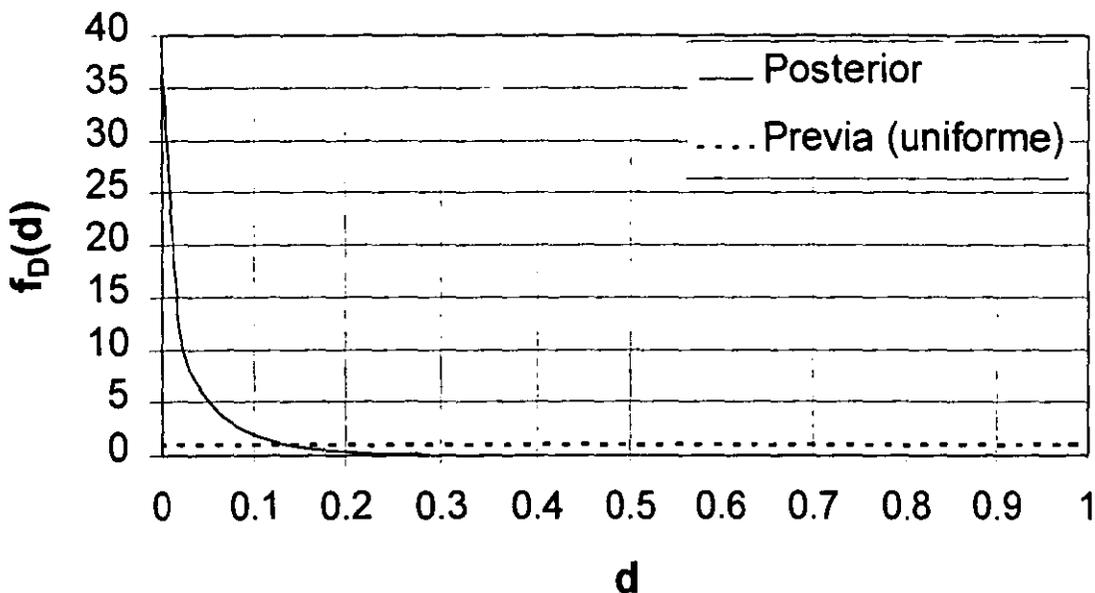


Figura 3.3.6: Distribución previa y posterior del daño acumulado.

La Figura 3.3.6 muestra la distribución previa y la actualizada del daño acumulado para este ejemplo. A diferencia de la distribución previa, donde la probabilidad de que el índice de daño D tome valores mayores a 0.25 es 0.75, en la distribución posterior la probabilidad de que esto ocurra es cercana a cero. El valor medio de D disminuyó de 0.5 a 0.04 y el coeficiente de variación se incrementó de 58% a 118%. Los resultados indican que es más probable que el índice de daño D tome valores pequeños que valores grandes, lo que concuerda con el estado no dañado de la estructura antes de enfrentar el registro SCT y con la apreciación acerca de las escasas incursiones en el rango inelástico. Estos resultados muestran una vez más la capacidad del método para obtener distribuciones de daño acordes con el comportamiento registrado de la estructura, aún cuando la estimación del daño previo al sismo no reflejó el estado real de ésta.

La distribución actualizada del daño permite calcular probabilidades de excedencia de ciertos umbrales que definen estados límite de la estructura, como podrían ser el estado de total funcionalidad (asociado a un valor pequeño del índice de daño), estado de daño reparable (asociado a un valor intermedio de D) y un estado de falla (asociado a un valor alto de D). Esta información es muy útil para tomar decisiones respecto a la necesidad de reparación de una estructura después de un determinado sismo. En la Figura 3.3.7 se

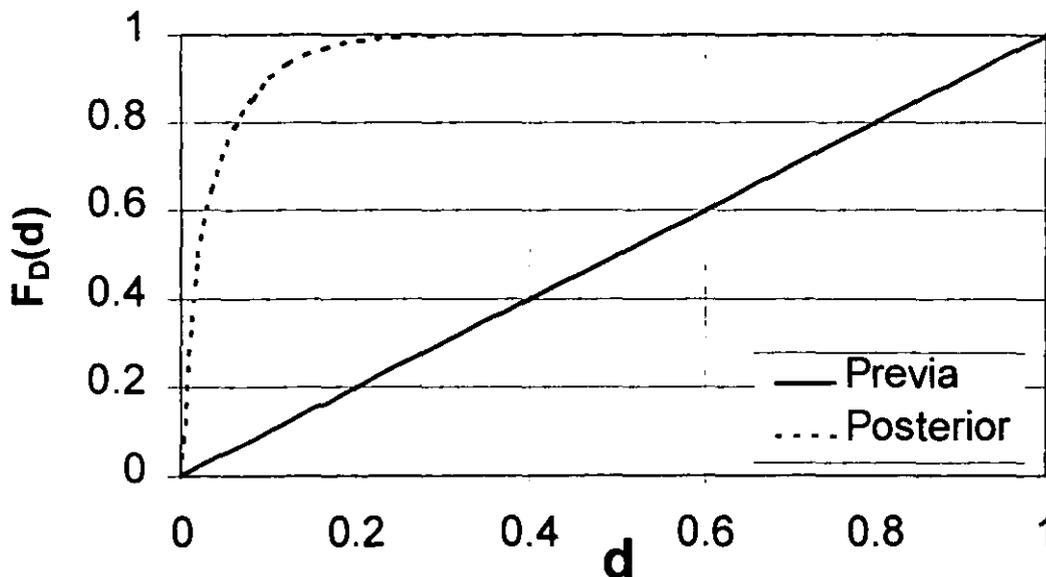


Figura 3.3.7: Función de distribución de probabilidad acumulada después de SCT.

muestran las densidades de probabilidad acumuladas del daño antes y después de SCT. Si se considera que el límite a partir del cual es necesaria una reparación de la estructura es $d=0.2$, entonces la probabilidad de que ese valor sea excedido, $\Pr[D \geq 0.2]$, es prácticamente cero (1.6%) en la distribución actualizada, mientras que antes de obtener información sobre la respuesta de la estructura sometida al registro SCT esa probabilidad era de 80%. Con la información obtenida se ha logrado mejorar nuestra percepción inicial de que cualquier valor del índice de daño entre 0 y 1 era igualmente probable.

3.4. Segundo Caso. Estructura previamente dañada sometida a una excitación sísmica específica

Como consecuencia de la respuesta inelástica de la estructura durante el registro de aceleraciones del terreno SCT la estructura acumula daño. Supongamos que esta misma estructura dañada es sometida ahora a un segundo movimiento sísmico. Consideremos que el segundo sismo es el mismo registro SCT con amplitudes aumentadas en 10%, al cual

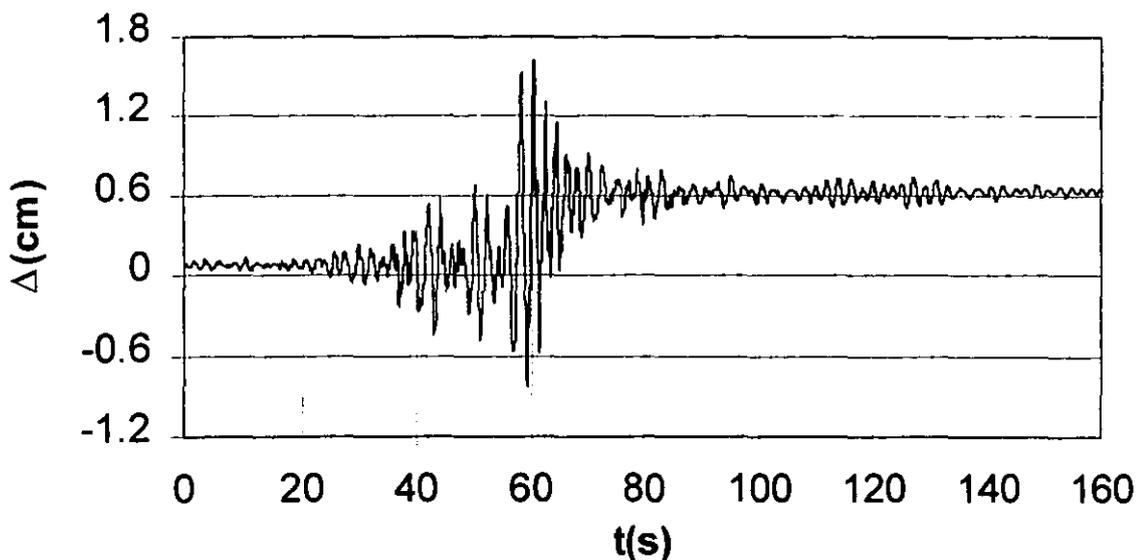


Figura 3.4.1: Historia de desplazamientos de la estructura dañada (respuesta a SCT-2).

llamaremos en adelante registro SCT-2. Las funciones de densidad de probabilidad del daño y del vector de parámetros inciertos Z actualizadas después de SCT obtenidas en el ejemplo anterior, son ahora las distribuciones previas a la ocurrencia de SCT-2. Debe notarse que, a diferencia del caso de SCT, en este caso las variables α y β de la distribución de la varianza ya no son constantes sino que dependen de los valores de D y Z . Para aplicar la metodología de actualización se necesita contar con información acerca de la respuesta estructural, la cual se calcula analíticamente. Para tomar en cuenta el estado inicial dañado de la estructura antes de enfrentar el registro SCT-2, se calculó la respuesta estructural del marco sometido a un acelerograma artificial en el cual se concatenaron el registro SCT seguido del SCT-2. La parte de la respuesta comprendida dentro de la ventana de tiempo correspondiente al registro SCT-2 en el acelerograma artificial se toma como la respuesta de la estructura dañada, e incorpora la degradación de la rigidez y deformaciones permanentes del marco debido al registro SCT previo al SCT-2. En realidad, este es el caso si no se hace ningún trabajo de mantenimiento o reparación en el marco y si las propiedades mecánicas de éste no se recuperan y no se deterioran más durante el intervalo de tiempo entre la ocurrencia de los sismos.

La historia de desplazamientos de la estructura durante SCT-2 se muestra en la Figura 3.4.1. Se observa un mayor número de incursiones al rango de comportamiento inelástico, especialmente en la dirección positiva, así como amplitudes de desplazamiento mayores; el desplazamiento permanente después de SCT-2 es de 0.64 cm. que es considerablemente mayor que el desplazamiento permanente después de SCT (0.08 cm.). Dado que es probable que más daño se acumule en la dirección positiva, solo la historia de desplazamiento en esa dirección se consideró para la actualización de las distribuciones del daño y de los parámetros n y q en el vector Z . La Figura 3.4.2 muestra los ciclos histeréticos fuerza cortante-desplazamiento lateral durante este registro. Los ciclos en este caso son más amplios que los correspondientes al caso de SCT (Figura 3.3.3), por lo tanto es razonable suponer que luego de SCT-2 el daño en la estructura sea mayor.

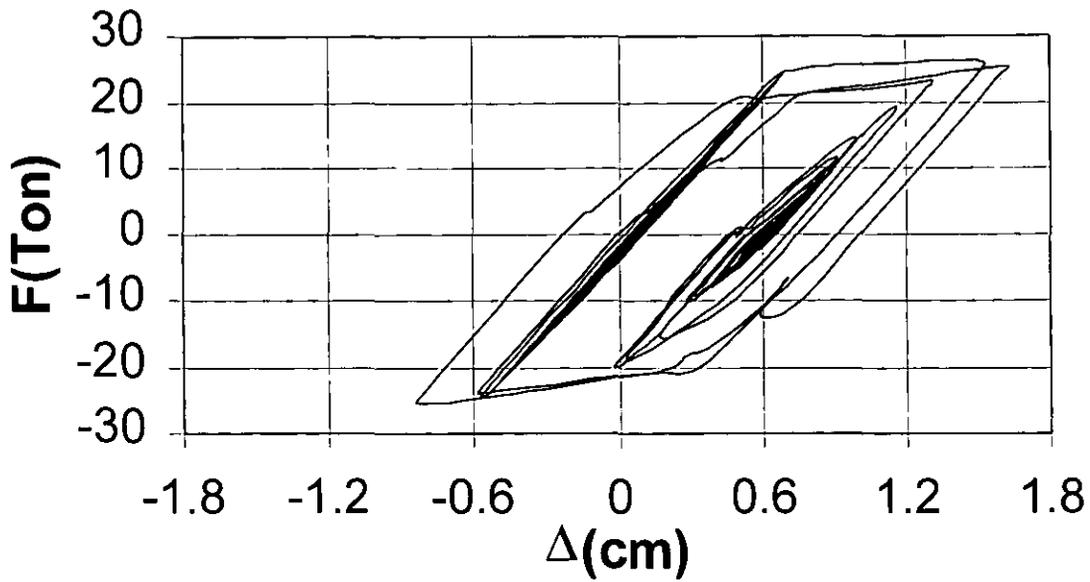


Figura 3.4.2: Ciclos histéricos en términos de fuerza cortante vs desplazamiento lateral para el caso de SCT-2.

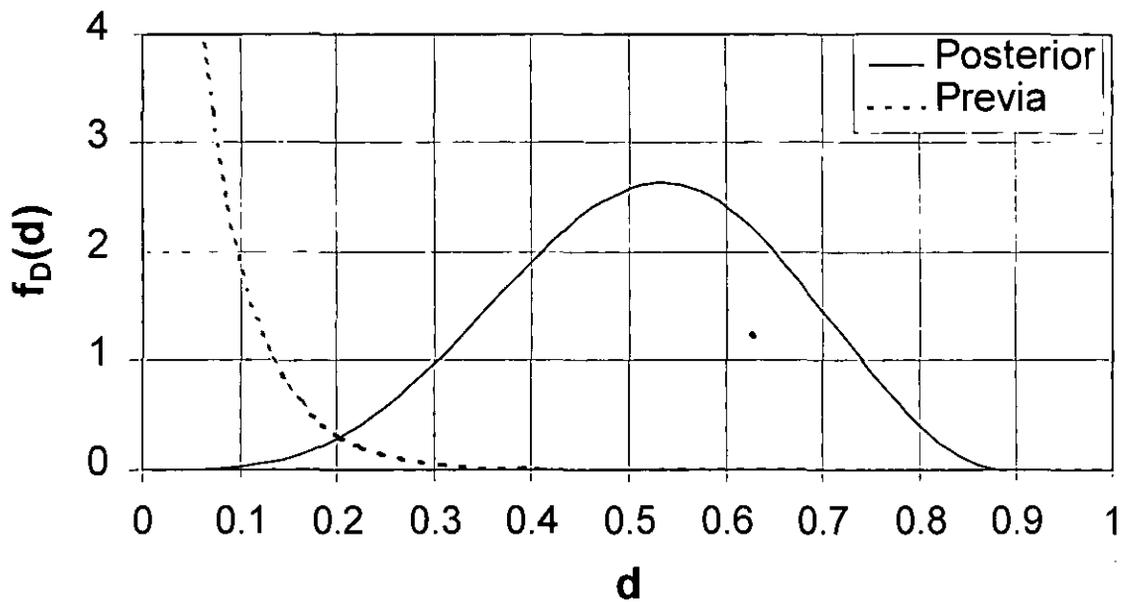


Figura 3.4.3: Distribuciones previa y posterior del daño acumulado D después de SCT-2.

La Figura 3.4.3 muestra las distribuciones previa y posterior del índice de daño en este ejemplo. En contraste con el caso anterior, la distribución posterior tiene una forma de campana desviada significativamente a la derecha hacia un rango de valores más altos del índice de daño D . La densidad de probabilidad se distribuye en el rango de valores comprendido entre 0.1 y 0.9 aproximadamente. Mientras que después de SCT la densidad de probabilidad del índice de daño se concentraba en valores menores a 0.25, después de SCT-2 la probabilidad de que el índice de daño tenga un valor menor a 0.2 es muy pequeña. Esta distribución actualizada muestra claramente la cantidad de daño acumulado por la estructura durante el sismo SCT-2. La metodología Bayesiana fue capaz de pesar la información de la respuesta inelástica durante SCT-2 para obtener una distribución posterior del daño razonable. Comparada con la distribución posterior mostrada en la Figura 3.3.6, la dispersión de la distribución del daño disminuye, lo que probablemente se deba al hecho de contar con mayor información sobre la respuesta inelástica durante SCT-2 que durante SCT.

La Figura 3.4.4 muestra la distribución posterior conjunta de n y q después de SCT-2. Los valores medios posteriores de dichos parámetros son iguales a 1.21 y 0.33, respectivamente. Estos valores medios son menores que los valores medios actualizados después de SCT lo que concuerda con el hecho de que la estructura en este caso se ve severamente dañada mientras que después de SCT el daño acumulado era pequeño.

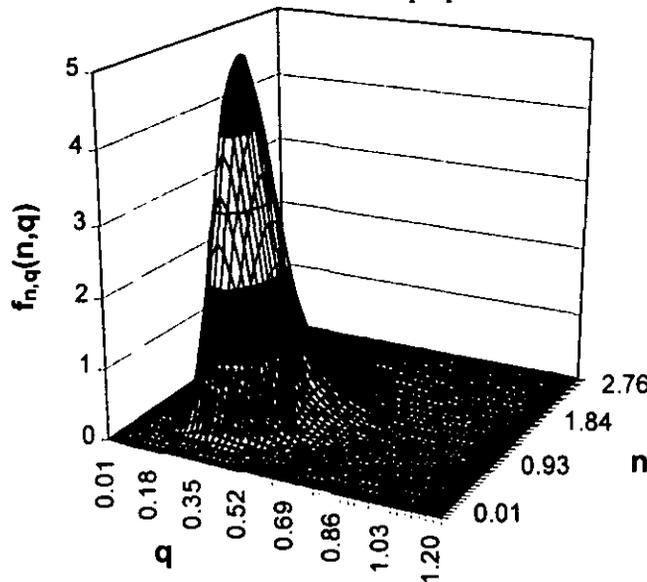


Figura 3.4.4: Distribución conjunta de n y q posterior a SCT-2.

La utilidad de la metodología de actualización presentada en este trabajo para tomar decisiones relacionadas con mantenimiento o reforzamiento de la estructura está, quizás, mejor ilustrada en la Figura 3.4.5, en la que se muestra la distribución acumulada actualizada del daño después de que el marco es sometido al registro SCT y la distribución acumulada del daño después de la secuencia de registros SCT y SCT-2. Se puede definir un umbral óptimo del índice de daño para reparación como el valor del daño para el cual el costo total esperado en el ciclo de vida de la estructura es un mínimo. El costo total esperado involucra costos de reparación luego de cada sismo que dañe la estructura. Si se evalúa un umbral de daño igual a 0.2, entonces después de que la estructura es sometida a SCT, la probabilidad de exceder este umbral es $\Pr[D > 0.2] \cong 0.02$, mientras que después de SCT-2 dicha probabilidad es $\Pr[D > 0.2] \cong 0.99$, lo que quiere decir que después de ocurrido SCT-2, el daño estructural es tal que es necesario efectuar los gastos de reparación para asegurar una confiabilidad adecuada ante la ocurrencia de un sismo futuro de iguales características. Supongamos ahora que se considera un umbral de daño igual a 0.6 por encima del cual es necesario efectuar trabajos de reforzamiento y rehabilitación. En este

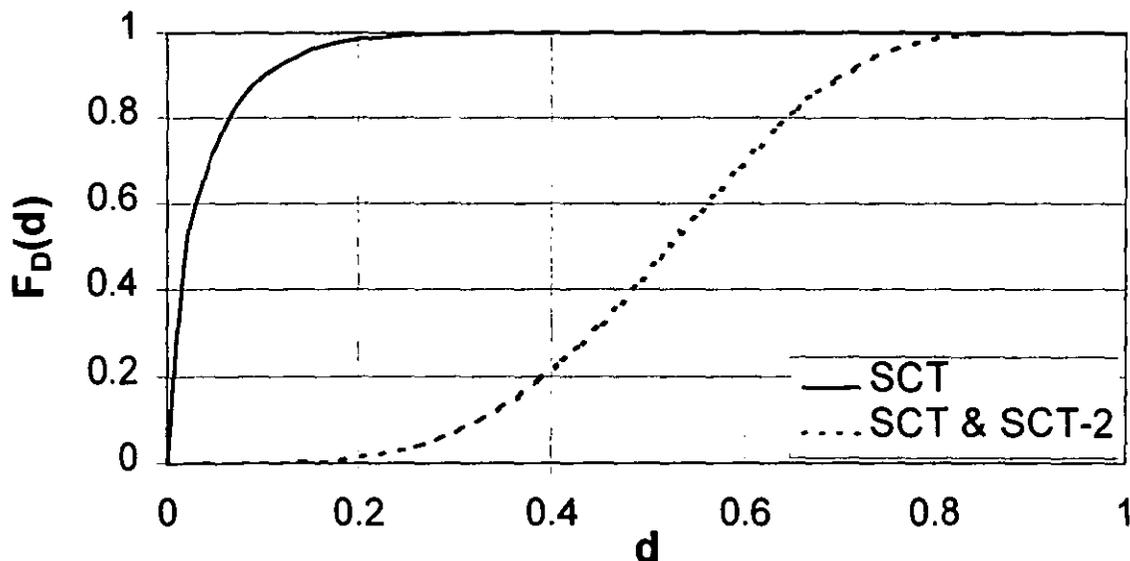


Figura 3.4.5: Distribución de probabilidad acumulada previa y posterior a SCT-2.

caso, la probabilidad de exceder dicho valor es $\Pr[D > 0.6] \cong 0$ después de SCT y $\Pr[D > 0.6] \cong 0.30$ después de SCT-2. Esto significa que después de SCT no es necesario invertir en obras de reforzamiento, mientras que existe una probabilidad de 30% de que sea necesario realizar dichos trabajos después de ocurrido SCT-2. Estas probabilidades de excedencia son usadas para calcular los costos esperados de reparación después de cada sismo; así, se pueden obtener los costos totales esperados durante el ciclo de vida de la estructura y se puede determinar un umbral óptimo del índice de daño para reparaciones.

3.5. Tercer Caso. Estructura dañada sin monitoreo previo sometida a una excitación sísmica específica

Consideremos ahora el caso en que solo se registra la respuesta de la estructura durante SCT-2. En este caso, no hay información disponible sobre la respuesta estructural durante el registro SCT y por lo tanto, la distribución inicial uniforme del daño y las distribuciones lognormales de los parámetros n y q no fueron actualizadas. Luego de que el marco es sometido al registro SCT-2 y la información acerca de la respuesta inelástica durante dicho sismo se encuentra disponible, se puede hacer uso de dicha información para obtener distribuciones posteriores del daño y de los parámetros n y q . Debe notarse que en este caso se toman como distribuciones previas la distribución inicial uniforme del daño y las lognormales de los parámetros n y q mostradas en la Figura 3.3.5(a). Las constantes α y β tampoco se actualizan y se les considera constantes iguales a 4 y 0.3, respectivamente, al igual que en el primer ejemplo.

La respuesta del marco durante el registro SCT-2 en términos de desplazamientos laterales y ciclos histeréticos fue mostrada en la Figura 3.4.1 y en la Figura 3.4.2, respectivamente. Tal como se explicó previamente, solo se consideró la historia de desplazamientos en la dirección positiva para efectuar la actualización de las distribuciones del daño y de los parámetros n y q . La Figura 3.5.1 muestra la distribución posterior del daño después de SCT-2. Se puede apreciar que la curva acampanada se ha trasladado un poco más hacia la

derecha que la distribución posterior obtenida en el Ejemplo 2 usando información sobre la respuesta estructural durante SCT y SCT-2 (Figura 3.4.3). Estos resultados sugieren que, a pesar de usar una distribución previa uniforme inapropiada para el daño, la metodología Bayesiana fue capaz de pesar adecuadamente la información de la respuesta inelástica durante SCT-2 para obtener así una distribución posterior más razonable.

Para ilustrar los beneficios que se obtienen al usar la información de la respuesta estructural durante eventos sísmicos anteriores, la Figura 3.5.2 muestra las curvas de probabilidad acumulada del daño para el caso en que se realiza la actualización de la distribución del daño solo con los registros de respuesta ante SCT-2 y para el caso en que se utiliza la información de la respuesta durante SCT y SCT-2. Las curvas obtenidas muestran diferencias significativas particularmente en el rango de valores de 0.3 a 0.8. Supongamos que se considera un umbral de reparación para el índice de daño igual a 0.6; la probabilidad de que ese valor sea excedido es $\Pr[D > 0.6] \cong 0.65$ en el primer caso (sólo SCT-2), y 0.30 en el segundo caso (con SCT y SCT-2). El usar información previa sobre el proceso de acumulación de daño en la estructura reduce la probabilidad de que el índice de daño exceda el umbral considerado en 35%. Esta reducción probablemente sea reflejo de un

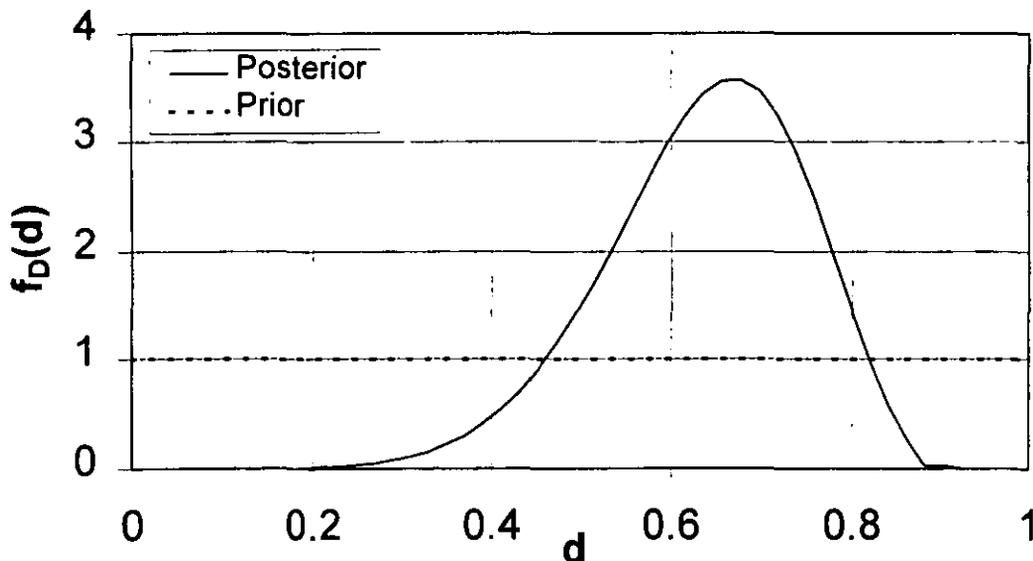


Figura 3.5.1: Densidad de probabilidad previa y posterior del daño después de SCT-2.

mejor conocimiento acerca de los parámetros que gobiernan el comportamiento de la estructura, adquirido a través del monitoreo de la respuesta estructural durante ambos eventos sísmicos. Esta diferencia será mayor si en lugar de que la estructura sea sometida primero al registro SCT ésta sea sometida a un movimiento sísmico que la dañe de manera más severa. En este caso, las distribuciones previas supuestas serían estimaciones muy pobres del estado de daño en la estructura.

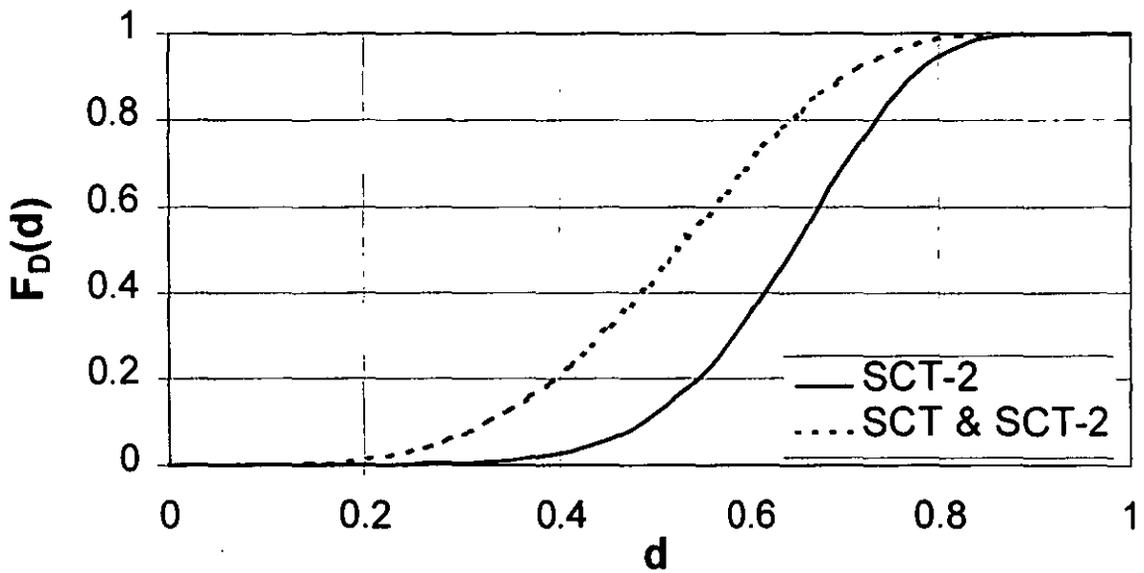


Figura 3.5.2: Distribuciones acumuladas actualizadas del daño estructural después de la secuencia de registros SCT & SCT-2, y después de SCT-2.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha desarrollado una formulación Bayesiana para actualizar la densidad de probabilidad previa del daño en sistemas estructurales de 1 grado de libertad, con propiedades mecánicas inciertas, dado que se cuenta con información sobre la respuesta inelástica a una excitación sísmica. Se propuso una función de daño para modelar la respuesta inelástica en términos del daño inicial y de las amplitudes de desplazamiento y rigideces secantes de los ciclos de respuesta. Este modelo depende de unos parámetros aleatorios que toman en cuenta las propiedades estructurales inciertas. Las diferencias entre las predicciones del modelo propuesto y la respuesta inelástica real a una excitación sísmica dada se toman en cuenta mediante un conjunto de variables aleatorias que se considera que forman una muestra de una distribución normal con varianza incierta.

Una contribución fundamental de este trabajo es que se ha obtenido una expresión analítica para la densidad de probabilidad posterior del daño en términos de la distribución previa y de unos parámetros que toman en cuenta la historia de desplazamientos y rigideces secantes la de respuesta inelástica. La formulación Bayesiana también actualiza las distribuciones de probabilidad previas de los parámetros inciertos en el modelo de función de daño. Los ejemplos presentados empleando un marco de concreto reforzado modelado como un sistema de 1 grado de libertad han mostrado la capacidad del método propuesto para incorporar información sobre la respuesta inelástica de la estructura para generar funciones de densidad de probabilidad congruentes con el estado de daño actual de la estructura.

El desarrollo de criterios más sólidos para la toma de decisiones sobre mantenimiento y reparación deben basarse en la habilidad que se tenga para evaluar la confiabilidad de las estructuras a medida que éstas se dañan y deterioran en el tiempo.

La formulación Bayesiana desarrollada en este trabajo sirve para obtener funciones de densidad de probabilidad del daño actualizadas que pueden emplearse para calcular costos esperados de reparación después de un sismo dado un umbral del índice de daño. Así, los

costos durante toda su vida útil pueden evaluarse dentro de un marco para tomar decisiones sobre reparación y mantenimiento. El trabajo presentado también puede emplearse en métodos analíticos para hacer estimaciones estadísticas del daño en un ciclo de vida de estructuras sometidas a movimientos sísmicos. Se pueden hacer predicciones sobre el estado de daño en una estructura al final de un evento sísmico futuro basado en el estado actualizado del daño en la estructura. Para ello, es necesario desarrollar algoritmos para calcular la respuesta de sistemas cuyo comportamiento inelástico es descrito por modelos de función de daño, como el propuesto en este trabajo, condicional a las distribuciones actualizadas del daño y de las propiedades estructurales.

BIBLIOGRAFÍA

1. H. Banon, J. Biggs y H. M. Irvine, 'Seismic damage in reinforced concrete frames', *J. struct. div. , ASCE* **107**, 1713-1729 (1981).
2. D. Campos y L. Esteva, L., 'Modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado', *XI congreso nacional de ingeniería sísmica*, Veracruz, México, I, 567-573 (1997).
3. Y.S. Chung, C. Meyer y M. Shinozuka, 'Seismic damage assesement of reinforced concrete members', *Technical Report NCEER-87-0022*, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo N.Y., 1987.
4. M. H. Degroot, *Probability and Statistics*, Addison-Wesley, Delaware, 1988.
5. O. Díaz y L. Esteva, 'Seismic damage indexes in decisions related to structural safety', *Proc. 7th IFIP WG7.5, working conf. on reliability and optimization of structural systems*, Boulder, USA, 117-126, (1996).
6. O. Díaz y L. Esteva, 'Confiabilidad de estructuras y daño acumulado' *1er. congreso iberoamericano de ingeniería sísmica*, La Serena, Chile, 589-598 (1997).
7. L. Esteva y O. Díaz, 'Influence of cumulative damage on the seismic reliability of multistory frames', *Proc. 5th IFIP WG7.5, working conf. on reliability and optimization of structural systems*, Takamatsu, Japón, (1993).

8. J. M. Lybas y M. A. Sozen, 'Effect of beam strength and stiffness on dynamic behavior of reinforced concrete coupled walls', *Structural Research Series, No. 444*, Civil Engineering Studies, University of Illinois, Urbana 1977.
9. J. B. Mander, M. J. N. Priestley y R. Park, 'Seismic design of bridge piers', *Report 84-2*, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, Nueva Zelandia, 1984.
10. N. M. Newmark y E. Rosenblueth, *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, 1974.
11. C. S. Oliveira, 'Seismic risk analysis for a site and metropolitan area', *Report No. EERC-75-03*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA, 1975.
12. R. Park y T. Paulay, *Estructuras de concreto reforzado*, séptima reimpresión, Editorial Limusa S.A. de C.V., 1994.
13. Y.-J. Park y A. H.-S. Ang, 'Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete', *J. struct. div. , ASCE* **110**, 722-739 (1984).
14. G. H. Powell, 'DRAIN2D user's guide', *Report No. EERC 73-22*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA., 1973.
15. M. Rodríguez, 'A measure of the capacity of earthquake ground motions to damage structures', *Earthquake eng. struct. dyn.* **23**, 627-643 (1994).
16. M. Rodríguez y J. Botero, 'Evaluación del comportamiento de barras de acero de refuerzo sometidas a cargas monotónicas y cíclicas reversibles incluyendo pandeo', *Revista de Ingeniería Sísmica*, **56**, 9-27, 1997.

17. A. Salgado, 'Identificación de propiedades dinámicas de estructuras no lineales para cálculo de respuesta sísmica', Tesis Doctoral, UNAM, México D.F., México, 1996.
18. M. Wang y S. Shah, 'Reinforced concrete hysteresis model based on the damage concept', *Earthquake eng. struct. dyn.* **15**, 993-1003 (1987).